EXPLICACIÓN ELEMENTAL
SOBRE CÍRCULOS, CURVAS Y RECTAS DE ALTURA,
MÉTODO ALESSIO
PARA DETERMINAR LA SITUACION.

En los nuevos programas de exámenes de guardias marinas y tenientes figura la situación por rectas de astros, empleando el método Alessio para determinar el punto, cuando las rectas forman un triángulo.

Voy a exponer brevemente en qué consiste el método y su práctica.

También me he propuesto explicar muy elementalmente en qué consiste el método de las rectas de alturas, y demostrar que el punto Saint Hilaire, es, por el momento, el menos afectado por los errores propios de la observación o de la posición del astro en azimut. Lo hago porque aun creo hay muchos que no quieren darle al punto Saint Hilaire todas las ventajas que presenta sobre los otros determinantes.

En cuanto al método Alessio para fijar el punto cuando las rectas no se cortan en un punto, se lo debo al capitán de corbeta Sr. Héctor Díaz, quien me facilitó los originales para la clase de Navegación en la Escuela Naval.

Este método se ha aplicado con éxito en las observaciones hechas por los alumnos del 5.º año, por lo cual creo se puede usar sin temor.

Sea z la posición del observador, Z su cenit, P el polo y A un astro. Si cuando el astro esté en A el observador z toma la altura y la corrige, tendrá el lado $AZ =$ distancia cenital. Situando el astro sobre la tierra en que: Declinación$=$Latitud, y Horario con respecto a Greenwich $= P + G = P\,Gr$, nos dará el punto a, que es el polo de iluminación del astro. Si desde a como centro con $a\,z$ como radio trazo un círculo, dará un lugar geométrico en que todos los obser-

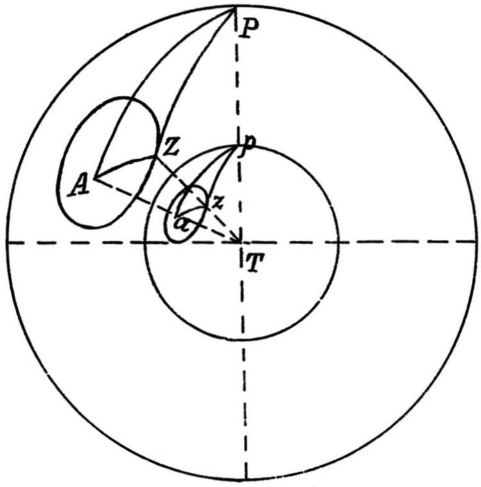

Fig. 1.

vadores colocados en dicho círculo tendrán la misma altura de A en un instante dado; este es el círculo de altura. Si al mismo tiempo que se observa la altura de A, se observa la de otro astro, es claro que las intersecciones de los dos círculos de altura darán la situación del observador.

Curvas de altura.—Si se poseyera una esfera terrestre de dos metros o más de radio, el problema de la situación estaría resuelto, pues bastaría situar el astro observado por sus coordenadas geográficas en dicha esfera y haciendo centro en el astro con radio igual a la Dz observada, trazar un círculo que sería el lugar geométrico en que se encontraría el observador. Pero no sería práctico ni manual tener una esfera de estas dimensiones.

Por otra parte, el empleo de las cartas en proyección Mercator, complica el problema, pues los círculos de altura están representados por curvas, llamadas *curvas de altura*. Esta deformación del círculo proviene exclusivamente de las latitudes aumentadas en que está basado el trazado de las cartas Mercator.

El trazado de las curvas de altura sería casi imposible si fuese necesario trazarlas; pero, afortunadamente, esto no es necesario.

Rectas de altura.—Si se ha hecho una buena estima se tendrá una posición aproximada en el momento de la observación Ze que estará muy cerca de la posición verdadera, de manera que sólo será necesario trazar en la carta el pedazo *B C* de curva, más cercano al punto *Ze*. Siendo *R* el punto más cercano de la curva a *Ze*, podemos trazar por *R* una tangente a la curva que dada la poca curvatura de

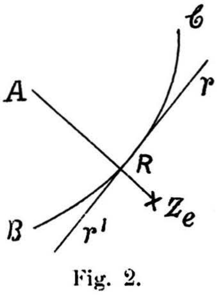

Fig. 2.

ésta, para alturas menores de 75°, se confunde con la tangente en una extensión suficiente para poder considerar que el buque puede estar sobre dicha tangente, por lo tanto para tener el lugar geométrico en que se encuentra el buque bastará trazar sobre la carta la recta *r r'*, llamada *recta de altura.*

Para trazar esta recta bastará conocer el punto por el cual hay que trazarla, llamado Determinante, y su dirección.

Determinante de la recta de altura.—La recta puede trazarse por tres punto:

1.° Por el punto *L*, intersección de la *Ge* con la curva en que para situar el punto es necesario calcular la latitud del punto *L*.

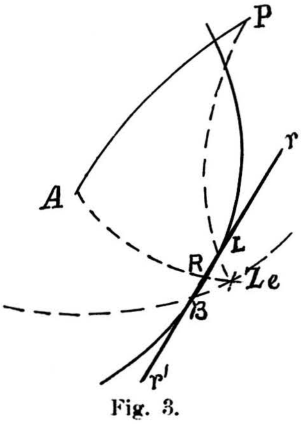

Fig. 3.

2.° Por el punto *B*, intersección del paralelo de *Le* con la curva, en que con dicha latitud es necesario calcular la *G* del punto *B*, por medio de la fórmula del ángulo horario: $\operatorname{sen} \frac{1}{2} P = \sqrt{\frac{\cos S \operatorname{sen} (s - Av)}{\cos Le \operatorname{sen} D}}$

y 3.º por el punto *R*, que es la intersección del vertical estimado del astro con la curva, y en el cual es necesario calcular la distancia *Ze R* = dif. *(Av—Ae)*, que es el punto Saint Hilaire. Si la estima ha sido bien hecha, cualquiera de estos tres puntos estará sobre la recta *r r'*.

Dirección de la recta.—El hecho de que la recta sea tangente al círculo en el punto *R*, indica que es perpendicular al vertical *A Ze* y por lo tanto bastará trazar por el punto estimado *Ze*, el vertical del astro, cuya dirección está dada por el azimut de dicho astro, y la recta de altura será la perpendicular a este vertical ∴ que se diga que la dirección de la recta de altura es perpendicular al azimut.

Comparación de los tres determinantes.—Se trata ahora de saber qué determinante ofrece más exactitud en cualquiera circunstancia, y por supuesto que será aquel que tenga más probabilidades de estar cerca del punto exacto, puesto que la recta sólo se confunde con la curva en las cercanías de ese punto.

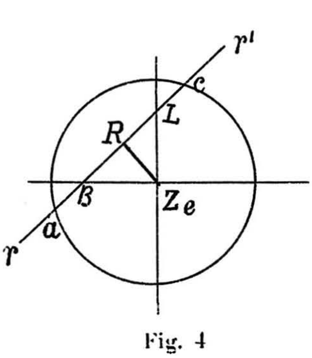

Fig. 4

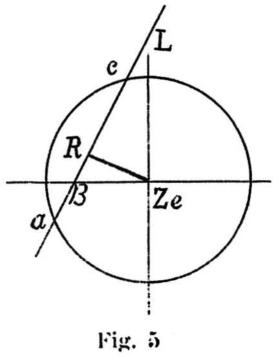

Fig. 5

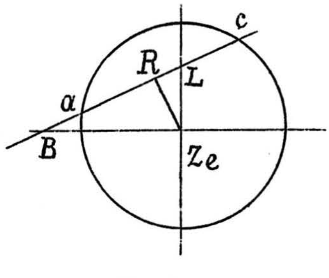

Fig. 6

Si desde el punto estimado como centro trazamos un círculo cuyo radio sea el error aproximado en la estima, podrá considerarse como bueno todo determinante que quede dentro de este círculo y comprendido por lo tanto entre los puntos *a c* de la recta.

1) En este caso en que los tres puntos quedan dentro del círculo, los tres son igualmente buenos, (fig. 4).

2) En este caso de una observación lejos del meridiano, vemos que sólo son aceptables los puntos *R* y *B*, siendo erróneo el *L* que queda fuera del círculo. Esto está de acuerdo con lo que ya hemos visto sobre las circunstancias favorables para la observación, en que se vió que una observación lejos del meridiano da buena longitud, pero mala latitud que es el caso presente, (fig. 5).

3) Este es el caso de una observación cerca del meridiano, y vemos que sólo son buenos los puntos *R* y *L*, siendo malo el *B*, lo que también está de acuerdo con las circunstancias favorables, fig. 6.

Resulta entonces que en todos los casos el punto *R* obtenido por la diferencia de alturas sobre el vertical estimado da un punto bueno.

Esto es lógico por cuanto para fijar el punto *R* no se calcula ninguna coordenada, y por lo tanto no importa en qué situación se encuentra el astro observado, exclusión hecha de las condiciones necesarias para una buena observación, o sea que la altura no sea menor de 15° a 20°.

Además de lo anterior, el punto *R* presenta sobre los otros dos la ventaja de encontrarse más cercano al estimado, puesto que está sobre el vertical del astro, que es un círculo máximo, y por lo tanto su distancia a *Ze* será la menor, y por último está determinado por dos rectas que se cortan a 90°, o sea por la recta de altura tangente al círculo en el punto en que el vertical del astro corta a dicho círculo, lo que no ocurre con los otros dos puntos, como puede verse en la figura.

Por todas estas razones, el único determinante usado hoy día por los navegantes es el *R* o Marq. Saint Hilaire.

Situación por la intersección de dos rectas de altura.—De lo dicho hasta aquí, vemos que una observación sólo da un lugar geométrico en que se encuentra el buque; pero no la situación ∴ que sea necesario tener por lo menos dos rectas simultáneas de dos astros para tener dos lugares geométricos en la intersección de los cuales se encontrará el buque.

Esta situación será tanto mejor, cuando más cercano a 90° sea el corte de las rectas, y además, que las alturas no sean muy grandes, para que la curvatura de las curvas no lo sea, y, entonces, poder aceptar que el corte de las rectas tangentes se confunda con el corte de las curvas.

En la figura vemos que cuando la curvatura es muy considerable y el punto *Ze* es algo erróneo, el punto *R'*, intersección de las rectas, y que es el que se traza en la carta, está muy lejos del verdadero punto *R*, que es la intersección de las curvas ∴ que no sea conveniente observar astros con más de 75° de altura.

En cuanto al corte de las rectas se aceptan hasta un ángulo de 30° a 150°. Para elegir los astros de manera que sus rectas no formen ángulos < de 30° o > 150° basta demarcarlo antes de observar y su diferencia de Ze = ∢ que forman las rectas.

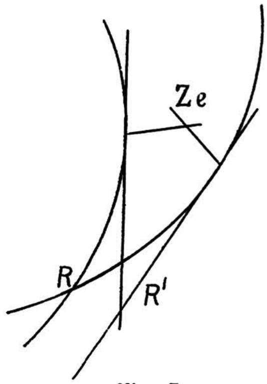

Fig. 7.

Errores en la situación.—La recta de altura contiene la posición exacta del observador, siempre que los elementos con los cuales se ha determinado sean exactos.

Los elementos para determinar la recta Saint Hilaire son: *Le*, *Ge*, *Hm*, *Gr* y *Av*. De éstos todos pueden ser erróneos y entonces se trata de apreciar qué influencia tiene cada uno y todos en la situación.

Error en la estima.—El error en la estima se traduce íntegro en un error en el intercepto, puesto que éste es calculado con: *Le* y *Pe* que depende de *Hm Gr* y *Ge*. Su efecto es alejar o acercar el determinante al punto de estima en la dirección del azimut.

Error en el Ea.—En este caso también el error va íntegro al determinante puesto que el valor de *Pe* depende también de *Hm Gr*.

Error en la Av.—El error cometido en la altura va también al valor del intercepto puesto que éste es igual a *Av* — *Ae*.

Resumiendo, en la recta Saint Hilaire, todos los errores van al intercepto.

MÉTODO ALESSIO PARA ANULAR LOS ERRORES.

El capitán Alessio, de la marina italiana, en un trabajo notable sobre la teoría de las rectas de altura, demostró que la bisectriz del ángulo formado por los azimutes de dos rectas de altura que se cortan, goza de la propiedad de ser independiente de los errores sistemáticos cometidos en las observaciones. Para deducir su teoría hizo prácticamente un gran número de observaciones de astros en un punto de coordenadas bien conocidas, y calculó las rectas haciendo variar la L y G. En seguida al hacer el gráfico para determinar el punto, encontró que las bisectrices de los ángulos formados por los azimutes de las rectas, pasaban por el punto exacto, o sea la bisectriz de dos rectas que se cortan dan el lugar geométrico en que se encuentra el observador.

La consecuencia de esto es que por efecto de los errores sistemáticos cometidos en la determinación de las rectas de altura, la intersección de dos de éstas puede ser muy errónea; pero la bisectriz de ambas no está influenciada. Por esta razón el observador debe tener presente que dos rectas de altura no dan una posición segura (cierta); pero dan una recta que es el lugar geométrico del observador. De aquí la necesidad absoluta de obtener por lo menos tres rectas, para que la intersección de *dos bisectrices*, den la posición.

La bisectriz de dos rectas de altura, está tanto mejor determinada, cuanto mayor sea el ángulo que forman, hasta 180°, puesto que en este caso la bisectriz sería perpendicular a la dirección de las rectas, pero la exactitud de la intersección de las bisectrices permanece suficientemente aceptable aún para ángulos menores.

Si suponemos un error de 1′ en la altura, la incertidumbre de la bisectriz en el sentido de su perpendicular, será:

0′,7	cuando	dif.	de azimutes es	180°
1′,0	»	»	»	90°
1′,4	»	»	»	60°
4′,1	»	»	»	20°

Por lo tanto es conveniente no observar astros con diferencia de azimutes menores de 50°.

Trazado de la bisectriz.—Se trazan las rectas en la forma acostumbrada y en seguida por la intersección de las rectas dos a dos, se trazan los azimutes en la dirección del astro y entonces se traza su bisectriz. La intersección de las bisectrices da el *punto*, (fig. 8).

En la fig. 9, como puede verse, el punto está fuera del triángulo formado por las rectas.

El error sistemático cometido en el intercepto está expresado por la distancia en millas desde el *punto* a cada una de las rectas. Así Za, Zb, Zc son los errores cometidos en las rectas AC, AB y BC respectivamente.

En el caso en que la diferencia entre dos de los tres azimutes sean menor de 60° y no existe la probabilidad que haya un error

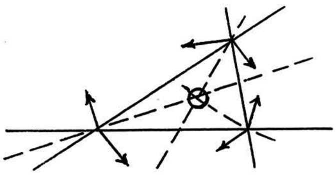

Fig. 8.

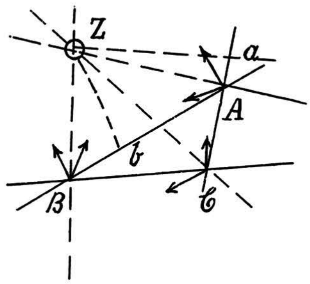

Fig. 9.

grande ya sea en la estima, *Ea* o altura, y cuando el error sistemático de cada recta medida en la forma anterior resulta muy grande, es conveniente tomar como *punto bueno*, la intersección de la bisectriz del ángulo mayor con una de las rectas, fig. 10.

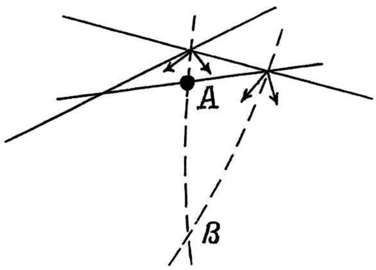

Fig. 10.

En este caso, por ejemplo, en que hay un ángulo muy chico y el observador no tiene motivo para creer que sus rectas esten muy erróneos es mejor tomar como punto, *A* y no *B*.

SITUACIONES.

1) *Punto a medio día por recta A. M. y meridiana. Por el cálculo.*—Una vez calculado el intercepto (*Av*—*Ae*) y el *Zv*, se determinan las coordenadas del punto *R*, haciendo la estima con el punto estimado como punto salida y navegando el azimut como rumbo con el intercepto como millas navegadas. Con esto se obtienen las

coordenadas del punto *R* (determinante), que si la estima ha sido buena puede considerarse como el punto observado de la mañana.

En seguida con *R* como punto de salida se hace la estima hasta la observación de la meridiana. El punto así obtenido será el determinante transportado y por este punto se trazará la recta de altura. La intersección de esta recta con el paralelo de latitud, dará el punto observado a medio día.

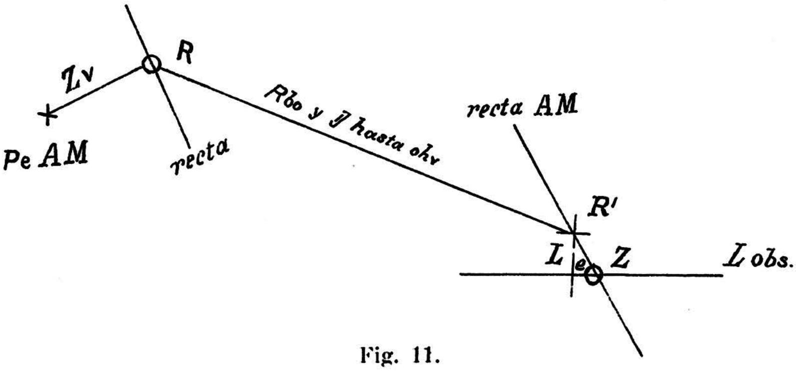

Fig. 11.

Para evitarse de hacer el gráfico, las coordenadas del punto *Z* pueden determinarse por la tabla IV. En efecto sólo se trata de encontrar el valor de *e*, conociendo: $l = Le - Lo$ y el ángulo de rumbo, que es la dirección de la recta de altura. Obtenida *e* se convierte en *g*, y en el caso actual vemos que *Go* está más al *E* que la *Ge*, de manera que corrigiendo el *g* obtenido a *Ge*, se tendrá *Go* (*z*).

En todo caso es necesario hacer un pequeño gráfico a mano alzada, para saber en qué sentido debe aplicarse *g* a *Ge* para obtener *Go*.

2) *Por dos rectas no simultáneas, rumbo y distancia navegada en el intervalo.*—En el caso que se tengan dos observaciones no simultáneas, se procederá así:

a) Con el punto de estima se calcula *Av—Ae*, y con este y el *Zv* las coordenadas de *R*.

b) Con *R* como punto de salida se hace la estima hasta la 2.ª observación, y con este punto se calcula *Ae* de la 2.ª observación y en seguida se construye el gráfico.

3) *Por obs. casi simultáneas de tres o más astros.*—En este caso, si es posible, es bueno observar uno de los astros cerca del meridiano y entonces determinar la latitud. Con esta *L* y *Ge* se calculará las otras rectas. El gráfico se hará por el método Alessio.

OBSERVACIÓN GENERAL.

Al construír los gráficos no hay que olvidar que antes que nada, es necesario construír las escalas de latitudes, como lo indica la figura. La escala a que deben hacerse los gráficos debe ser lo suficiente para que resulte completamente claro.

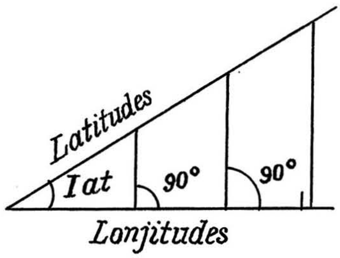

Fig. 12

Agrego un ejemplo práctico hecho por observación de tres astros, con horizonte artificial en el patio de la Escuela Naval. Las coordenadas tomadas para hacer el cálculo son: $L = 33° \ 07'.0$ S.
$G = 4^h \, 46^m \, 54^s$ W.

siendo las exactas: $L = 33° \ 2'.0$ S.
$G = 4^h \, 46^m \, 36^s$ W.

Situación por tres rectas de astros en Valparaíso,

$$\left.\begin{array}{l} L = 33° \quad 07'.\ 0^s \\ G = 4^h \quad 46^m \, 54^s \text{ W.} \end{array}\right\} \text{el 31 de octubre 1918.}$$

Observador: cadete B. Aguirre.
App. a las 20/30 observó:

α Centauro 2 * i	$= 32°$	$54',0$	$H\,Cr =$	5^h	42^m	$55^s,6$
Marte	$= 47$	$10,2$	$=$		50	$22,4$
Altair	$= 62$	$46,0$	$=$		57	$47,4$

$$Ea = 6^h \ 51^m \ 05^s,5 \quad Ei = 0,0$$

α Centauro.

$2 * i = 32° \ 54',0$	$R_{\odot}\, m = 14^h \ 35^m \ 54^s,5$	$Cr = 5^h \ 42^m \ 55^s,6$
$Ei = \ \ 0,0$	$c = + \ 2 \ 03,5$	$Ea = 6 \ 51 \ 05,5$
$2 * o = 32 \ 54,0$	$R_{\odot}\, m_c = 14 \ 37 \ 58,0$	$Hm\, Gr = 12 \ 34 \ 01,1$
$* o = 16 \ 27,0$		$R_{\odot}\, m_c = 14 \ 37 \ 58,0$
$c = - \ 3,3$		$Hs\, Gr = 27 \ 11 \ 59,1$
$* v = 16 \ 23,7$		$G = 4 \ 46 \ 54,0$
		$Hs\, l = 22 \ 25 \ 05,1$
		$R * = 14 \ 34 \ 04,1$
		$P * = 7 \ 51 \ 01,0$

Ae.

$L = 33° \ 07', 0$ S.	$ls = \bar{1},737 \ 467$	$lc = \bar{1},923 \ 016$
$D = 60 \ 30, 0$ S.	$ls = \bar{1},939 \ 697$	$lc = \bar{1},692 \ 339$
$P = 7 \ 51,01$ W.	$la = \bar{1},677 \ 164$	$lc = \bar{1},668 \ 087$
	$+ a = 0, 47 \ 55$	$lb = \bar{1},283 \ 442$
	$- b = 0, 19 \ 21$	
	$\text{sen}\, Ae = 0, 28 \ 34$	$\therefore \ Al = 16° \ 28',0$
		$Av = 16 \ 23,7$
$Zv = $ S. 26 W.		$Av - Se = - \ 4,3$

Marte.

$2 * i = 47° \ 10',2$	$Cr = 5^h \ 50^m \ 22^s,4$
$Ei = \ \ 0,0$	$Ea = 6 \ 51 \ 05,5$
$2 * o = 47 \ 10,2$	$Hm\, Gr = 12 \ 41 \ 27,9$
$* o = 23 \ 35,1$	$R_{\odot}\, m_c = 14 \ 38 \ 0,0$
$c = - \ 2,3$	$Hs\, Gr = 27 \ 19 \ 27,9$
$* v = 23 \ 32,8$	$G = 4 \ 46 \ 54,0$
	$Hs\, l = 22 \ 32 \ 33,9$
	$R ♂ = 17 \ 25 \ 42,0$
	$P_* = 5 \ 06 \ 51,9$ W.

Ae.

$L = 33^\circ$ 07',0 S.	$ls = \bar{1},737\ 467$	$lc = \bar{1},923\ 016$
$D = 24$ 25,0 S.	$ls = \bar{1},616\ 338$	$lc = \bar{1},959\ 310$
		$lc = \bar{1},361\ 287$
$P = 5^h\ 06^m\ 51^s,9$	$la = \bar{1},353\ 805$	
	$+ a = 0,2258$	$lb = \bar{1},243\ 613$
	$+ b = 0,1753$	
	sen $Ae = 0,4011$	$\therefore$ $Ae = 23^\circ\ 39',0$
		$Av = 23\ \ 32,8$
$Zv = $ S. 75 W.		$Ar - Ae = -\ \ 6,2$

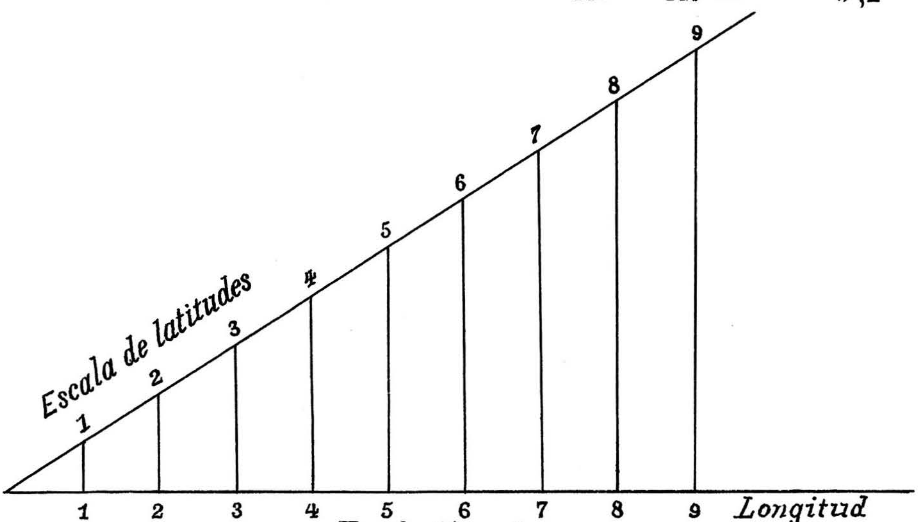

Fig. 13. Escala 1' = 1 cm.

Altair

$2_* i = 62^\circ$ 46,'0		$Hbr = 5^h\ 57^m\ 47,^s4$
$Ei =$ 0,0		$Ea = 6\ \ 51\ \ 05,5$
$2_* o = 62$ 46,0		$Hm\ Gr = 12\ \ 48\ \ 52,9$
$_* o = 31$ 23,0		$R\odot mc = 14\ \ 38\ \ 00,0$
$C = -$ 1,6		
		$Hs\ Gr = 27\ \ 26\ \ 52,9$
$_* v = 31$ 21,4		$G = 4\ \ 46\ \ 54,0$
		$Hsl = 22\ \ 39\ \ 58,9$
		$R_* = 19\ \ 46\ \ 50,0$
		$P = 2\ \ 53\ \ 08,9$ W

Ae		
$L = 33^\circ \ 07,'0 \ S$	$ls = \bar{1},736\,467$	$lc = \bar{1},923\,016$
$D_{*} = 8 \ \ 39,4 \ N$	$ls = \bar{1},177\,589$	$lc = \bar{1},995\,024$
		$lc = \bar{1},862\,085$
$P = 2^h \ 53^m \ 08,^s9$	$la = \bar{2},915\,056$	
	$-a = 0,08\,223$	$lb = \bar{1},780\,125$
	$+b = 0,60\,27$	
	Sen $Ae = 0,52\,047$ ∴	$Ae = 31^\circ \ 22,'0$
		$Av = 31 \ \ 21,4$
$Zv = N\,37,5\,W$		$Av - Ae = - \ \ 0,6$

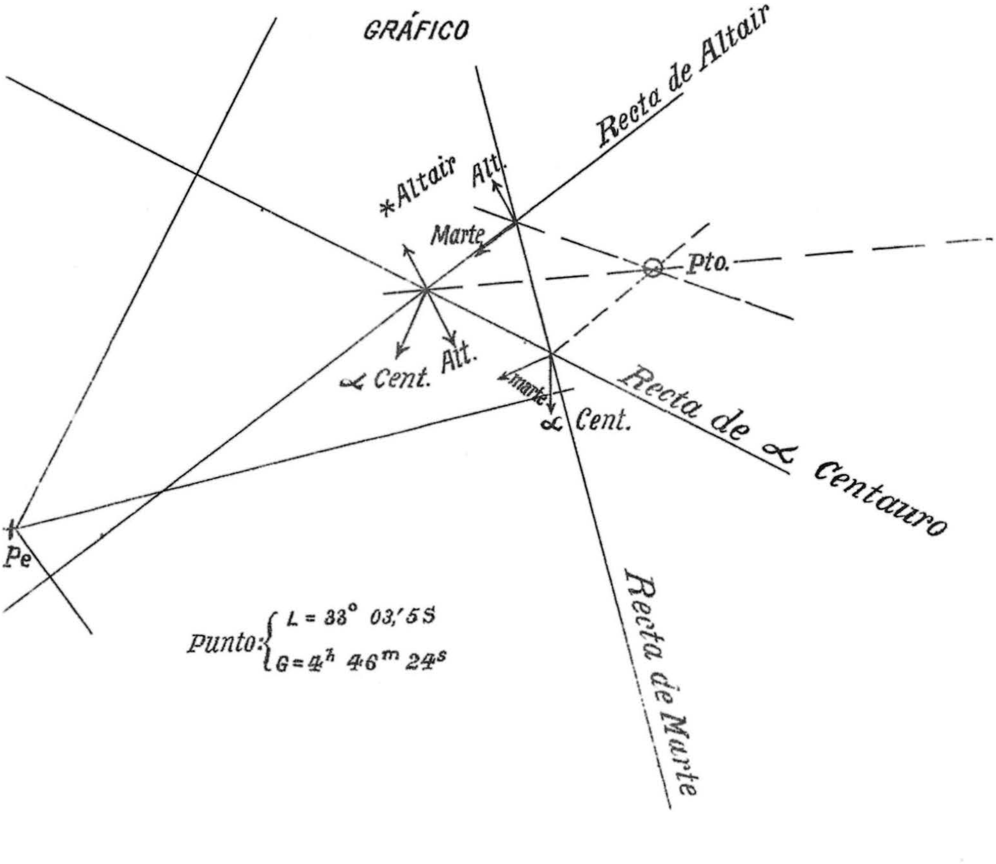

Fig. 14.

Si con esta explicación consigo llevar la tranquilidad al ánimo de los oficiales que creian sentirse afectados por la introducción de este método nuevo en el programa de exámenes quedaré muy satisfecho.

JORGE FERNÁNDEZ,
Teniente 1.º (N).