TEMA IV

EL OJO EMÉTROPE

I - Concepto de ojo emétropre

II - Punto remoto

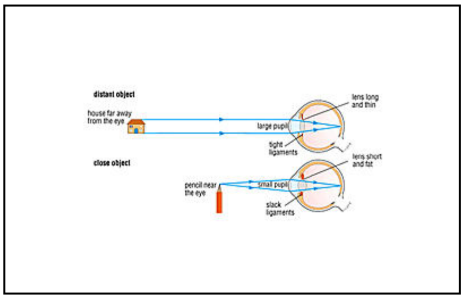
III - La ecuación de Gauss en el ojo emétrope

IV - Imagen de un punto enfocado

V - El círculo de desenfoque

VI - Tamaño de la imagen sobre la retina de un objeto extenso

VII - Profundidad de foco y profundidad de campo



I - Concepto de ojo emétropre

Cuando un ojo en su estado de reposo, ve enfocados los objetos situados en el infinito se le denomina ojo emétrope. Esto significa que el ojo emétrope forma la imagen del plano del infinito sobre la retina. En términos de Óptica Geométrica, diremos que un ojo es emétrope cuando *el plano conjugado de la retina está en el infinito.*

La situación gráfica puede verse en la Figura IV.1.

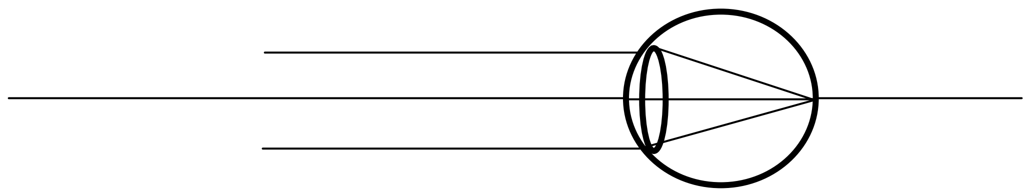


Figura IV.1: Los rayos que llegan a un ojo emétrope procedentes de un punto en el infinito forman su imagen en la retina. El remoto de un ojo emétrope es el infinito: R = 0

Cuando el plano conjugado de la retina no está en el infinito se dice que el ojo es **amétrope**. En términos clínicos diríamos que un ojo emétrope no necesita lentes correctoras (antes de los 45 años) y un ojo amétrope sí.

II - Punto remoto

El punto del eje que un ojo relajado enfoca sobre la retina se llama punto remoto. Así, el punto remoto es el punto conjugado de la retina, que cuando el ojo es emétrope estará en el infinito (Figura IV.1). La distancia axial desde el ojo emétrope al punto remoto es $\mathbf{r = \infty}$, lo cual implica que la proximidad del **punto remoto en el ojo emétrope es $\mathbf{R = 0}$**. El calificativo de *remoto* se debe a que es el punto más alejado que el ojo puede enfocar. En un ojo amétrope será $R \neq 0$.

En general, para cualquier ojo sea o no emétrope, se define el punto remoto, R, como el punto del eje que forma su imagen sobre la retina. En adelante llamaremos R' a ese punto de la retina conjugado del punto remoto R.

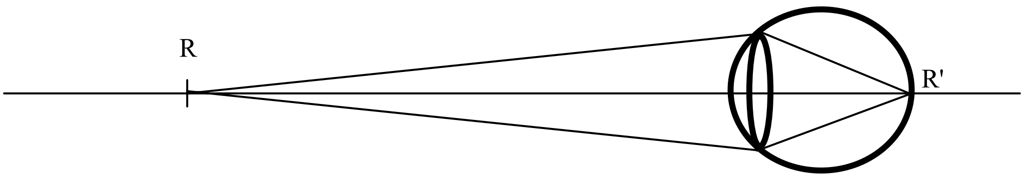


Figura IV.2: Los rayos que llegan a un ojo amétrope procedentes de su punto remoto forman su imagen en la retina. El remoto de un ojo amétrope no es el infinito: $R \neq 0$

III - La ecuación de Gauss en el ojo emétrope

La Óptica Geométrica nos enseña que a cada plano objeto le corresponde un único plano imagen (y viceversa) a través de un sistema óptico; este hecho viene expresado matemáticamente por la ecuación de Gauss. Dado que en el ojo la distancia imagen es fija, en la retina sólo pueden estar enfocados los objetos situados a una determinada distancia. Por esa razón el ojo emétrope en reposo sólo puede enfocar a infinito. Veamos que se cumple:

$X' = X+P'$ y siendo los valores de X' y P' constantes para un determinado ojo, resulta que X ha de ser tambien un valor constante. Además si el ojo es emétrope hemos dicho que la distancia objeto es $x = r = \infty$, que equivale a $X = R = 0$. Así pues la ecuación de Gauss para el ojo emétrope queda escrita de la forma: $\mathbf{X' = P'}$ o lo que es lo mismo $\mathbf{x' = f'}$.

Esta ecuación de Gauss expresa lo siguiente: para el ojo emétrope, la distancia imagen x' = r`= H'R' coincide con la distancia focal imagen f' = H'F' o, en términos de proximidades, la proximidad imagen coincide con la potencia del ojo. En adelante, para cualquier ojo sea o no emétrope, a la distancia imagen, H'R', le llamaremos longitud del ojo l'. En particular, **el ojo emétrope verifica que l' = f' o lo que es lo mismo n'/l' = n'/f'.** En definitiva, la ecuación de Gauss para el ojo emétrope la utilizaremos escrita como sigue:

$$\frac{\mathbf{n'}}{\mathbf{l'}} = \mathbf{P'} \qquad \textbf{(IV.1)}$$

lo que significa que cuando el ojo es emétrope la longitud del ojo (en dioptrías) coincide con su potencia.

V - Imagen de un punto enfocado

Para calcular imágenes en el ojo utilizaremos la ecuación de Gauss generalizada con orígenes para las distancias frontales en los puntos C y C' (que son los centros de las pupilas de entrada y salida del ojo respectivamente). Considerando n=1 obtenemos para la distancia imagen:

$$gX' = \frac{X}{g} + P' \quad \Rightarrow \quad \frac{n'}{x'} = \frac{X}{g^2} + \frac{P'}{g} = \frac{X + gP'}{g^2} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{x'} = \frac{\mathbf{n'\,g^2}}{\mathbf{X + gP'}} \qquad \textbf{(IV.6)}$$

Cuando el emétrope está mirando a un punto de fijación, P, en el infinito, la imagen del punto estará enfocada en la retina a una distancia x'_0 que la obtendremos de (IV.6) haciendo X=0.

$$\mathbf{x'_0 = \frac{n'g}{P'}} \qquad \textbf{(IV.7)}$$

VI – Imagen de un punto desenfocado: El círculo de desenfoque

Dentro de la aproximación paraxial, la imagen de un punto P en el infinito será un punto P'enfocado en la retina. Cualquier otro punto, Q, situado por delante del anterior en la misma línea de mirada, producirá sobre la retina una mancha o imagen desenfocada que llamaremos círculo de desenfoque (Figura IV.3). El cono de rayos emergente de la pupila de salida, será cortado por el plano de la retina, sobre la cual estará la imagen enfocada P' y la imagen desenfocada de Q. Si los puntos P y Q están alineados con el centro de la PE (línea de mirada común) la imagen del punto enfocado P' estará en el centro del círculo de desenfoque que produce el punto Q sobre la retina.

El triángulo de vértice Q' y base la imagen de Q sobre la retina (cuyo diámetro, ξ, queremos calcular) es semejante al triángulo de vértice Q' y base el diámetro de la PS del ojo. La semejanza de estos dos triángulos nos permite escribir:

$$\frac{\zeta}{d_{PS}} = \frac{Q'P'}{Q'C'} = \frac{x' - x'_0}{x'} = \frac{-\dfrac{n'gX}{P'(X+gP')}}{\dfrac{n'g^2}{(X+gP')}} \qquad \rightarrow \qquad \zeta = -d_{PS}\frac{X}{gP'}$$

Teniendo en cuenta que $d_{PS} = g\, d_{PE}$ resulta:

$$\boldsymbol{\zeta = -d_{PE}\frac{X}{P'}} \quad \rightarrow \qquad \textbf{(IV.8)}$$

Ejemplos:

1) X=-10 dioptrías (x=10 cm) y P'= 60 dioptrías $\Rightarrow$ $\xi = d_{PE}/6$

2) Si Q está en el foco objeto el haz es paralelo y $\xi = d_{PS}$ en efecto veamos que

x = CF = CS + SF = -3'04 – 15'09 = -18'13 mm

X = -55'16 dioptrías $\Rightarrow$ $\xi = d_{PE}$ 55'15/59'94 = 0'92 $d_{PE} = d_{PS}$

VII - Tamaño de la imagen sobre la retina de un objeto extenso

Un objeto de tamaño y muy alejado del ojo y subtendiendo un ángulo u. Sea y' la imagen sobre la retina de dicho objeto que se calcula como:

$$y' = \frac{nu}{P'} = \frac{u(rad)}{P'} = \frac{u(min)}{60 \cdot 3438 \frac{min}{rad}} = 4'85 \cdot 10^{-3} u \qquad (IV.9)$$

donde u se expresa en minutos e y' en milímetros

Cuando el objeto se aproxima al ojo deja de estar enfocada su imagen en la retina, ya que el ojo sigue enfocando a infinito. El objeto enfocado en el infinito tendría un tamaño y' mientras que en la retina se tendrá una imagen como esa y' pero en la que cada punto será ahora un círculo de desenfoque de diámetro ξ tal como se representa en la Figura IV.4.

La pseudoimagen se define como el tamaño de la imagen retiniana enfocada del objeto, es decir si éste se alejase de modo que se viera enfocado sobre la retina. Por lo tanto, la pseudoimagen es la distancia entre los centros de los círculos de desenfoque de los puntos extremos del objeto.

$$\eta = \frac{u}{P'} \qquad \text{(IV.10)}$$

La imagen retiniana del objeto desenfocado tiene un tamaño y' que se calcula sumando la pseudoimagen y el círculo de desenfoque.

$$y' = \eta + \zeta \qquad \text{(IV.11)}$$

VIII - Profundidad de foco y profundidad de campo

Sea un objeto puntual a distancia x del ojo, proximidad X, que forma su imagen en la retina. Otros puntos del eje óptico, próximos a él, formarán su imagen un poco delante o detrás de la retina, de modo que en la retina forman una imagen desenfocada. Si el desenfoque es pequeño, menor que un valor crítico ζ, el observador no los percibe como desenfocados. El punto de proximidad X_2 formará sobre la retina un círculo de desenfoque ζ_2 y el punto de proximidad X_1 formará sobre la retina un círculo de desenfoque ζ_1 . Habrá un valor de ζ a partir del cual un punto se percibe desenfocado; es decir, mientras no se alcance ese valor crítico ζ el punto se ve como enfocado puesto que el desenfoque no será apreciable.

Todos los puntos del intervalo $\Delta X' = X'_1 - X'_2$ serán aquellos cuyo círculo de desenfoque sobre la retina sea menor o igual que ζ. Los puntos X'_1 y X'_2 que limitan el intervalo $\Delta X'$ al que se denomina **profundidad de foco**, son aquellos que cumplen:

$$\xi_1 = \xi_2 = \xi \quad \text{con} \quad \xi_1 = -\mathrm{d}_{PE} \frac{X_1}{P'} \quad \text{y} \quad \xi_2 = -\mathrm{d}_{PE} \frac{X_2}{P'} \qquad \text{luego:}$$

$$X_1 = -\frac{\xi_1 P'}{d_{PE}} \quad \text{y} \quad X_2 = -\frac{\xi_2 P'}{d_{PE}}$$

La profundidad de campo es:

$$\Delta X = \left| X_2 - X_1 \right| = 2\frac{\xi \cdot P'}{d_{PE}} = \pm \frac{\xi \cdot P'}{d_{PE}}$$

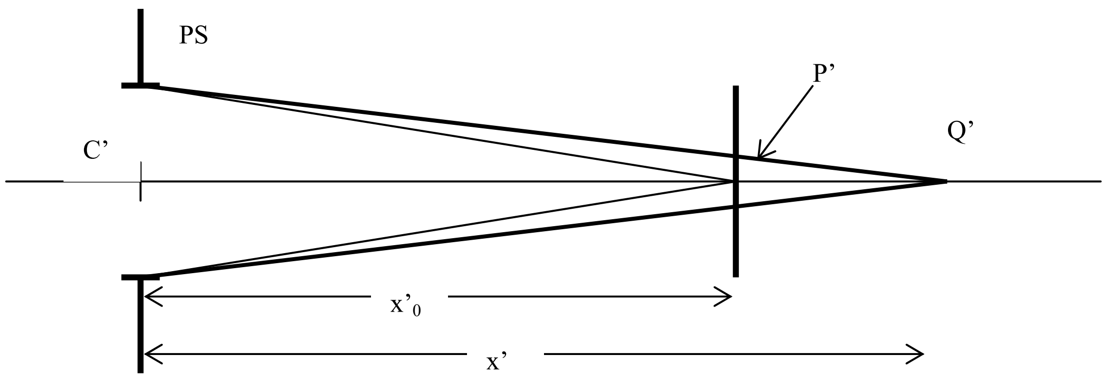


Figura IV.3 El triángulo de vértice Q' y base la retina es semejante al triángulo de vértice Q' y base la PS del ojo

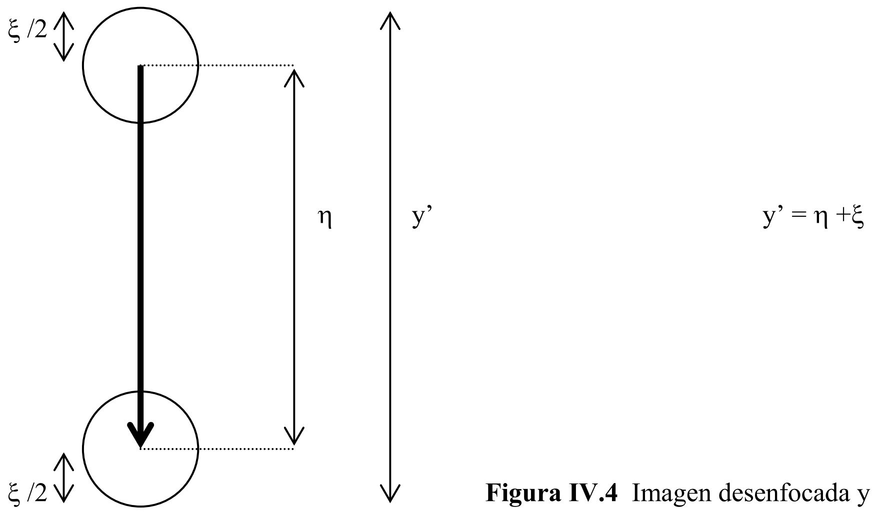


Figura IV.4 Imagen desenfocada y pseudoimagen.