

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS EXPERIMENTALES Y
ÓPTICA

FENÓMENOS DE DISPERSIÓN CROMÁTICA ASOCIADOS
A LA PROPAGACIÓN DE LA RADIACIÓN EN SISTEMAS
ÓPTICOS GAUSSIANOS. DISEÑO DE COMPENSADORES
EN ÓPTICA DIFRACTIVA Y EN ÓPTICA ULTRARRÁPIDA
Y NUEVAS APLICACIONES EN ÓPTICA TEMPORAL

JOSÉ CARAQUITENA SALES

UNIVERSITAT DE VALENCIA
Servei de Publicacions
2005

Aquesta Tesi Doctoral va ser presentada a València el dia 21 de Juliol de 2004 davant un tribunal format per:

- D. Carlos Gómez-Reino Carnota
- D. Zbigniew Jaroszewicz
- D. Miguel Ángel Muriel Fernández
- D. Santiago Valmitjana Rico
- D. Vicent Climent Jordá

Va ser dirigida per:

D. Jesús Lancis Sáez

D. Pedro Andrés Bou

©Copyright: Servei de Publicacions
José Caraquitena Sales

Depòsit legal:

I.S.B.N.:84-370-6142-3

Edita: Universitat de València
Servei de Publicacions
C/ Artes Gráficas, 13 bajo
46010 València
Spain
Telèfon: 963864115



DEPARTAMENT D'ÒPTICA



FENÓMENOS DE DISPERSIÓN CROMÁTICA ASOCIADOS A LA
PROPAGACIÓN DE LA RADIACIÓN EN SISTEMAS ÓPTICOS GAUSSIANOS.
DISEÑO DE COMPENSADORES EN ÓPTICA DIFRACTIVA Y EN ÓPTICA
ULTRARRÁPIDA Y NUEVAS APLICACIONES EN ÓPTICA TEMPORAL

Memoria presentada por
JOSÉ CARAQUITENA SALES
para optar al grado de
DOCTOR EN FÍSICA
JULIO 2004

D. Jesús Lancis Sáez, Profesor Titular de Óptica de la Universitat Jaume I de Castelló y *D. Pedro Andrés Bou*, Catedrático de Óptica de la Universitat de València

CERTIFICAN que la presente memoria *FENÓMENOS DE DISPERSIÓN CROMÁTICA ASOCIADOS A LA PROPAGACIÓN DE LA RADIACIÓN EN SISTEMAS ÓPTICOS GAUSSIANOS. DISEÑO DE COMPENSADORES EN ÓPTICA DIFRACTIVA Y EN ÓPTICA ULTRARRÁPIDA Y NUEVAS APLICACIONES EN ÓPTICA TEMPORAL*, resume el trabajo realizado, bajo su dirección, por *D. José Caraquitena Sales* y constituye su Tesis para optar al Grado de Doctor.

Para que así conste, en cumplimiento de la legislación vigente, firman el presente certificado en Valencia, a treinta de abril de dos mil cuatro.

Fdo.: Dr. Jesús Lancis Sáez

Fdo.: Dr. Pedro Andrés Bou

En el fondo, los científicos somos gente con suerte:
podemos jugar a lo que queramos durante toda la vida

LEE SMOLIN. *Físico teórico y cosmólogo*

A mis padres
José y M^a Pura

Agradecimientos

Tras más de cuatro años de formación como investigador es hora de volver la vista atrás y recordar el camino que me ha permitido elaborar esta Tesis Doctoral. El desarrollo de un proyecto de esta índole requiere de mucha dedicación y entrega y, a menudo, obliga a renunciar a muchas cosas. Además de ello, en mi caso no hubiese sido posible sin la colaboración y apoyo de todas las personas que me han acompañado durante este tiempo. Por ello, tengo la necesidad de expresarles mi más sincero reconocimiento y gratitud. En particular, deseo, a continuación, mencionar de forma explícita a todos aquellos que han influido de forma más directa en este trabajo.

En primer lugar quiero destacar a mis directores de tesis, *Jesús Lancis* y *Pedro Andrés*, los cuales han sido, son y serán un referente en el que fijarme a la hora de emprender y desarrollar cualquier labor investigadora. Les agradezco la oportunidad que me han brindado de embarcarme en una interesante línea de investigación y también, por supuesto, sus ideas y trabajo. Asimismo, quiero mostrar mi gratitud a *Genaro Saavedra* el cual, por todo el tiempo que me ha dedicado y por su participación directa en este proyecto, bien merece ser considerado a un nivel equiparable al de mis directores.

También quiero hacerles llegar mi agradecimiento a *Vicent Climent*, *Mercedes Fernández*, *Enrique Tajahuerce*, *Gladys Mínguez*, *Lluís Martínez*, *Vicente Durán* y *Gerard Cubells*. Todos ellos constituyen un grupo de alta calidad profesional y humana. El buen ambiente de trabajo y la colaboración que he encontrado en ellos han influido muy positivamente en el desarrollo de este trabajo. Me siento afortunado de haber compartido con este grupo unos años llenos de experiencias.

También he de mencionar el trato cordial y solícito que me han dispensado los miembros del Departamento de Óptica y, especialmente, los buenos momentos vividos con los más jóvenes.

Me gustaría, asimismo, dar las gracias a *Miguel Ángel Muriel* por darme la oportunidad de realizar una estancia de investigación en la Universidad Politécnica de Madrid y, en especial, por ofrecerme y demostrarme su confianza.

El Ministerio de Ciencia y Tecnología ha financiado, a través de una Beca de Formación de Personal Investigador, mi formación predoctoral así como la estancia que realicé en el Departamento de Tecnología Fotónica de la Universidad Politécnica de Madrid.

Por último, mi más profundo agradecimiento va dirigido a mis padres, por sus sabios consejos y por los valores que me han transmitido los cuales procuro tener presentes en todos los ámbitos de mi vida. También a mis hermanas, *Miriam* y *Cristina*, por su inestimable compañía y apoyo constante.

ÍNDICE

1. Introducción general	
1.1. Antecedentes del tema: sistemas difractivos acromáticos	1
1.2. Motivaciones y objetivos	5
1.3. Esquema general	7
2. Compensación de la dispersión cromática asociada a la difracción	
2.1. Óptica ondulatoria paraxial y sistemas $ABCD$	9
2.2. Dispersión cromática asociada a la propagación de la radiación en el espacio libre	19
2.3. Condiciones generales para la compensación de la dispersión cromática en sistemas ópticos Gaussianos	22
2.4. Transformador de Fresnel compensado cromáticamente	25
2.4.1. Sintonización del patrón a acromatizar	31
2.4.2. Resultados experimentales.	32
3. Estudio de la propagación de pulsos en sistemas Gaussianos temporales: analogía espacio-tiempo	
3.1. Introducción	37
3.2. Propagación de pulsos en sistemas dispersivos lineales	44
3.3. Propagación de pulsos en sistemas Gaussianos temporales	46
3.3.1. Sistemas dispersivos parabólicos.	46
3.3.2. Tratamiento matricial	49

4. Diseño de sistemas compensadores en Óptica Difractiva y en Óptica Ultrarrápida	
4.1. Correlación espacialmente variante de objetos en color	55
4.1.1. Regla de transformación de un procesador de Fourier acromático en uno de Fresnel	55
4.1.2. Procesador de Fourier acromático	62
4.1.3. Procesador de Fresnel acromático	64
4.1.4. Correlador acromático espacialmente variante: verificación experimental	66
4.2. Difracción de pulsos ultracortos en sistemas ópticos con dispersión cromática compensada	69
4.2.1. Difracción con iluminación pulsada	69
4.2.2. Compensación de la dispersión cromática	72
4.2.3. Autoimágenes acromáticas con iluminación pulsada	74
5. Nuevas aplicaciones de la analogía espacio–tiempo en Óptica Temporal	
5.1. Propagación de pulsos con “chirp” en sistemas <i>ABCD</i> temporales	77
5.1.1. Señales temporales con “chirp”	77
5.1.2. Propagación en sistemas Gaussianos temporales	78
5.2. Desplazamiento de foco temporal	81
5.2.1. Ley de propagación de la anchura temporal de un pulso.	82
5.2.2. Plano de mínima anchura temporal: Desplazamiento de foco	84
5.2.3. Ejemplos	87
5.3. Efecto Talbot temporal	89
5.3.1. Efecto Talbot temporal convencional	89
5.3.2. Efecto Talbot con trenes periódicos de pulsos con “chirp”.	90
5.3.3. Sintonización de la frecuencia de repetición y de la modulación de trenes de pulsos	91
6. Conclusiones generales	95
Referencias bibliográficas	99

CAPÍTULO 1

Introducción general

1.1. Antecedentes del tema: sistemas difractivos acromáticos	1
1.2. Motivaciones y objetivos	5
1.3. Esquema general	7

1.1. Antecedentes del tema: sistemas difractivos acromáticos

La propagación de las ondas electromagnéticas en el espacio libre es un fenómeno físico que depende explícitamente de la longitud de onda de la radiación luminosa. Este hecho provoca la dispersión cromática del campo difractado por una abertura iluminada con una fuente luminosa de ancho de banda extenso. En particular, el patrón de Fraunhofer de una pantalla difractante arbitraria, obtenido en el plano focal de una lente ideal no dispersiva, muestra una fuerte dispersión cromática lateral, mientras que en la región de difracción de Fresnel se presenta un elevado cromatismo axial. Este hecho restringe severamente la anchura de banda espectral de la fuente puntual empleada en un sistema óptico convencional basado en el fenómeno de la difracción, si lo que se persigue es que todas las componentes espectrales generen el mismo patrón de difracción. La compensación de la dispersión cromática constituye una herramienta clave en el diseño de nuevas técnicas ópticas para el procesado de señales en color. El objetivo que se persigue es conseguir un patrón de difracción independiente de la longitud de onda, es decir, obtener, en el mismo plano y con idéntico factor de escala para todas las componentes espectrales de la luz incidente, la superposición incoherente de las versiones monocromáticas de un patrón de difracción determinado [Mor-87]. Los sistemas acromáticos consiguen este objetivo en una aproximación de primer orden.

1. Introducción general

Por supuesto, a fin de compensar la dispersión cromática inherente a la difracción, se requiere el empleo de elementos ópticos fuertemente dispersivos. Se han realizado varias tentativas para conseguir la acromatización simultánea de toda la figura de difracción de Fraunhofer. Con la excepción de algunos transformadores de Fourier acromáticos preliminares que utilizan elementos refractivos con poderes dispersivos específicamente diseñados a tal efecto [Wyn-79, Bro-83] o combinaciones de elementos refractivos dispersivos y lentes holográficas [Kat-72, Mor-81a, Mor-81b], los sistemas constituidos por lentes difractivas, o combinaciones de éstas y objetivos acromáticos, han demostrado ser una herramienta extraordinariamente potente para la compensación de la dispersión cromática asociada al fenómeno de la difracción en la región de Fraunhofer [And-92, Lan-94, Sch-95, Lan-99, Wan-00, Loh-01]. La clave radica en reconocer que la potencia óptica de una lente difractiva es proporcional a la longitud de onda de la radiación incidente, lo que hasta hace unos pocos años se había considerado como un grave inconveniente para su utilización en Óptica. Además, la realización práctica de estas lentes es ahora posible gracias a que la tecnología actual permite su fabricación con una alta eficiencia en difracción en todo el espectro visible [Her-97, Jah-97, Tur-97].

Algunas de estas arquitecturas ópticas han sido utilizadas para el registro acromático de diversas figuras de difracción como anillos de Newton, franjas de Young y hologramas de Fourier con una fuente de luz policromática [Kat-72, Col-81, Fer-82, Fer-83, Leo-85]. También han demostrado su utilidad para la implementación de diversas operaciones de procesado óptico acromático en la región de Fraunhofer. Por ejemplo, la utilización de un transformador de Fourier acromático ha permitido representar ópticamente la función de distribución de Wigner de una señal unidimensional real empleando luz blanca [Lan-95]. Asimismo, otros transformadores de Fourier acromáticos han sido empleados para el reconocimiento de escenas en color basado en la correlación por transformada conjunta [Lan-93] y para la generación de distribuciones periódicas de fuentes puntuales de luz blanca [Taj-99].

Gran parte de las operaciones de procesado óptico de información con fuente monocromática se realizan mediante el empleo de procesadores ópticos de Fourier [Goo-96]. Estos sistemas basan su funcionamiento en un doble proceso de transformación de Fourier. La primera etapa permite acceder al contenido de frecuencias espaciales de la señal de entrada y así poder modificar su espectro mediante el

empleo de filtros espaciales. El segundo proceso tiene por objetivo proporcionar la versión filtrada del objeto original. Varios investigadores han centrado su interés en extender esta técnica de procesado al caso de iluminación con luz blanca. En esta dirección, cabe mencionar que todos los transformadores de Fourier acromáticos de realización práctica sencilla propuestos hasta la fecha son acromáticos en irradiancia. Es decir, existe un factor de fase cuadrático no corregido cromáticamente que multiplica a la transformada de Fourier acromática. Este hecho impide que un segundo transformador de Fourier acromático en cascada pueda retransformar al dominio espacial la escena a procesar manteniendo el grado de acromatismo. A pesar de ello, se han realizado algunos intentos para construir un procesador acromático asociando en cascada dos transformadores de Fourier acromáticos en intensidad [Kat-72, Mor-81b, Fer-86], obteniéndose resultados poco satisfactorios. Asimismo, recientemente se han propuesto dos soluciones para subsanar el problema de la fase sin corrección acromática en el plano de Fraunhofer intermedio. Por un lado, se ha diseñado un procesador óptico acromático resultado de la combinación de un transformador de Fourier acromático en irradiancia y un sistema híbrido refractivo-difractivo formador de imágenes con luz blanca [Taj-98a]. Otra posible solución se basa en la inversión del factor de fase no corregido en un transformador de Fraunhofer acromático en intensidad. Ello se consigue, en primera aproximación, mediante la adhesión de una lente difractiva y una refractiva, de focales adecuadas, en el plano de Fraunhofer del primer transformador lo cual permite situar un segundo transformador de Fourier en cascada [Dom-01]. Todos estos procesadores ópticos proporcionan un plano de Fraunhofer acromático real y una imagen final en color sin distorsión cromática por lo que permiten efectuar cualquier operación de filtrado de Fourier con objetos en color o fuente de iluminación de ancho de banda extenso. En particular, algunos de estos procesadores han sido empleados en experiencias de formación de múltiples imágenes [Taj-98a, Dom-01].

Por otra parte, en la región de difracción de Fresnel la información espacial y frecuencial del objeto aparece superpuesta. Por ello, la manipulación de los patrones de difracción de Fresnel no parece, a priori, adecuada para el desarrollo de técnicas de procesado óptico. Sin embargo, el procesado coherente en la región de difracción de Fresnel está adquiriendo cada vez una mayor relevancia. Dado que no requiere el acceso directo al contenido frecuencial del objeto, admite el diseño de técnicas sencillas que muchas veces funcionan por simple propagación de la luz en el espacio libre. Bastantes de estas operaciones de procesado de información en la

1. Introducción general

región de Fresnel se basan en el efecto Talbot –o fenómeno de autoimágenes– [Pat-89]. Este fenómeno es una propiedad bien conocida del campo electromagnético por la que ciertas estructuras iluminadas coherentemente son capaces de proporcionar su propia imagen en una serie de planos paralelos a ellas sin necesidad de ningún componente óptico [Cow-57, Mon-67]. Las aplicaciones más comunes ligadas a este efecto son la síntesis de imágenes, la metrología óptica y el control de calidad de elementos ópticos [Pat-89]. Asimismo, en los últimos años el interés por las técnicas de procesado óptico en la región de Fresnel se ha visto notablemente favorecido por la estrecha relación que existe entre los patrones de difracción de Fresnel y la transformada de Fourier fraccional [Pel-94, Den-96, And-97]. Por otra parte, los procesadores ópticos coherentes que filtran la información en la región de Fresnel son sensibles a la posición del objeto en el plano de entrada. Esto añade importantes ventajas frente al procesado espacialmente invariante convencional dado que no sólo permiten la identificación de la señal de referencia sino su localización sobre el plano de entrada [Dav-92, Dav-96].

La dependencia explícita del fenómeno de la difracción con la longitud de onda de la radiación imposibilita la extensión directa de estos dispositivos al caso de iluminación de ancho de banda extenso. Con la excepción de algunos transformadores de Fresnel preliminares, la combinación de elementos ópticos difractivos y objetivos refractivos no dispersivos proporciona, de nuevo, una alternativa atractiva para conseguir la acromatización de los patrones de difracción de Fresnel. Recientemente se ha demostrado que todo transformador de Fourier acromático puede ser adaptado para acromatizar patrones de difracción de Fresnel, y viceversa, con sólo añadir un lente difractiva en el plano de entrada del sistema óptico acromático [Lan-02]. Este importante resultado permite extender los resultados obtenidos en la compensación de la dispersión cromática en la región de Fraunhofer a la región de Fresnel, es decir, convertir un sistema que compensa la dispersión cromática en la región de Fraunhofer, en otro que la compensa en la región de Fresnel. Desde este punto de vista se ha diseñado un nuevo transformador de Fresnel a partir de un transformador de Fourier conocido [Lan-02]. Asimismo, esta regla de paso permite reinterpretar fácilmente los transformadores de Fresnel que se han reportado hasta la fecha [And-93a, Lan-95, Lan-97, Loh-01]. La utilidad de estos dispositivos es amplia dado que permiten extender las técnicas de procesado coherente en la región de Fresnel al caso de fuente de radiación de ancho de banda extenso. En particular, se ha demostrado la generación de matrices bidimensionales de fuentes pun-

tuales de luz blanca equienergéticas con una densidad variable de puntos luminosos por efecto Talbot fraccional [Taj-98b] y la obtención de la transformada de Fourier fraccional acromática de una escena de entrada empleando luz blanca [Taj-00]. Este dispositivo permite, además, sintonizar el orden de la transformada de Fourier fraccional que se desea obtener.

Otra técnica distinta de procesado de información, según el grado de coherencia de la fuente de radiación empleada, se basa en los procesadores ópticos que utilizan luz totalmente incoherente [Che-84, Wan-85, And-99, Pe'e-99, Pe'e-00, Min-01, Taj-01]. Se trata de sistemas ópticos de formación de imágenes cuya respuesta unidad –el módulo al cuadrado de la transformada de Fourier de la transmitancia de la función pupila del sistema– es independiente de la longitud de onda. Estas arquitecturas permiten procesar objetos autoluminosos en color y realizar, empleando un único filtro, la misma operación de filtrado espacial para todos los canales espectrales de la radiación utilizada. Estos dispositivos se han aplicado con éxito al encriptado de información óptica con luz blanca [Taj-01] y a la realización de operaciones de correlación con luz natural [And-99, Min-01]. En la región de difracción de Fresnel, debemos mencionar que el efecto Lau, una versión con luz espacialmente incoherente del efecto Talbot, es un fenómeno de difracción en el que se obtienen franjas de alto contraste empleando dos estructuras periódicas separadas una determinada distancia [Lau-48]. Recientemente se ha propuesto un dispositivo óptico, basado en un transformador de Fresnel acromático, que permite obtener franjas de Lau con luz totalmente incoherente [Lan-04a].

1.2. Motivaciones y objetivos

La descripción clásica del fenómeno de la difracción, en la aproximación paraxial o de Fresnel, se basa en la aplicación de la ecuación integral de Huygens-Fresnel. No obstante, en las últimas décadas ha habido un interés creciente en el empleo de herramientas físico-matemáticas alternativas a la hora abordar nuevos problemas de difracción en áreas como el diseño de resonadores láser, la microscopía óptica, la holografía, el procesado óptico de imágenes y la teoría de la coherencia óptica. Las representaciones mixtas espacio-fase, tales como la función de Wigner o la función ambigüedad [Dra-97], la transformada de Fourier fraccional [Loh-98, Tor-02] y la integral de Huygens-Fresnel expresada en términos matriciales [Sie-86] son algunos ejemplos representativos de estos métodos de análisis. En

1. Introducción general

esta dirección, nuestro objetivo en esta Tesis Doctoral es abordar el diseño de sistemas acromáticos empleando el formalismo matricial de la Óptica ondulatoria. De acuerdo con este modelo, la propagación de la radiación en la aproximación paraxial queda completamente caracterizada a través de una matriz $ABCD$ que describe al sistema desde su plano de entrada al de salida. La matriz de un sistema complejo se obtiene como el producto de las matrices que caracterizan los diferentes elementos que constituyen el sistema. Desde esta perspectiva, el diseño de sistemas ópticos con propiedades de compensación cromática *sui generis* se reduce a la síntesis de matrices con condiciones de ligadura preestablecidas de antemano sobre sus diferentes coeficientes y a la interpretación de las condiciones exigidas a las matrices en que la matriz $ABCD$ del sistema se pueda factorizar.

Por otra parte, hasta ahora el diseño de sistemas difractivos compensados cromáticamente ha estado motivado, en parte, por su capacidad para emplear fuentes de luz temporalmente incoherentes. Por el contrario, la utilización de estos sistemas con luz policromática parcial o totalmente coherente ha recibido escasa atención. En esta dirección, nuestro propósito es estudiar el comportamiento de los sistemas difractivos acromáticos cuando se emplea un haz ultracorto de radiación como fuente de iluminación. Para abordar este problema, una de las claves radica en reconocer que los detectores de radiación convencionales miden la irradiancia promediada en un intervalo temporal mucho mayor que la duración del pulso. Es conocido que la intensidad integrada únicamente depende de la distribución espectral de la fuente de radiación, independientemente de sus propiedades de coherencia. Así, la intensidad integrada proporcionada por un sistema óptico es independiente del grado de coherencia de la radiación empleada. En este sentido, resulta interesante extender las posibilidades de los sistemas difractivos acromáticos al campo de la difracción de haces pulsados.

En un ámbito completamente diferente, es bien conocido que la evolución de la envolvente temporal de un pulso luminoso en su propagación a través de un medio dispersivo con respuesta frecuencial cuadrática, medio dispersivo parabólico, se corresponde, formalmente, con la evolución que experimenta el perfil espacial de una onda electromagnética como consecuencia de la difracción en el espacio libre en la aproximación paraxial –o de Fresnel– [Akh-68, Tre-69]. Esta dualidad entre la difracción paraxial de haces en el espacio libre y la distorsión temporal de pulsos ultracortos en medios dispersivos, conocida en la bibliografía como analogía

1.3. Esquema general

espacio–tiempo, ha sido ampliamente estudiada y empleada para proponer y crear análogos temporales de diversos sistemas espaciales de procesamiento óptico de información. En particular, la compresión [Tre-69] y la formación de imágenes temporales [Kol-89] de paquetes de ondas se corresponden, respectivamente, con la focalización y la formación de imágenes de haces espaciales unidimensionales de radiación mediante lentes refractivas convencionales. Así, una modulación cuadrática de la fase del pulso realiza la misma función que una lente espacial pero, ahora, sobre la envolvente temporal del impulso luminoso [Kol-88, Ben-94]. La analogía espacio–tiempo ha permitido analizar también la generación de autoimágenes temporales a partir de su homólogo espacial [Aza-99, Lon-00]. Asimismo, la extensión del formalismo matricial de la difracción al dominio temporal ha permitido establecer la teoría de las matrices $ABCD$ temporales para el análisis de la propagación de pulsos en sistemas dispersivos particulares denominados, por analogía con el caso espacial, sistemas Gaussianos temporales [Nak-98, Lon-01]. El propósito en esta dirección es, aprovechando nuestros conocimientos en difracción, trasladar al dominio temporal diferentes ideas bien conocidas en el dominio espacial con el fin de proponer nuevas aplicaciones y fenómenos en el ámbito de la propagación de pulsos en sistemas dispersivos.

1.3. Esquema general

En la primera parte de esta Tesis Doctoral se establecen los fundamentos teóricos del diseño de sistemas difractivos acromáticos, *Capítulo 2*, y de la propagación de pulsos en sistemas dispersivos, *Capítulo 3*. En una segunda parte, los *Capítulos 4 y 5* están dedicados al desarrollo de nuevos resultados derivados de la teoría introducida en los capítulos precedentes. A continuación se presentan, a grandes rasgos, los contenidos de cada capítulo.

En el *Capítulo 2* se emplea el formalismo matricial de la Óptica ondulatoria para describir la propagación de la radiación en sistemas ópticos Gaussianos. Posteriormente, se propone un método nuevo para el diseño de sistemas ópticos con propiedades de compensación cromática *sui generis*, el cual se basa en la imposición de condiciones de ligadura sobre los elementos de la matriz $ABCD$ del sistema. A partir de este método matricial se diseña un transformador óptico acromático que permite seleccionar de modo sencillo el patrón de difracción que se desea acromatizar.

1. Introducción general

El *Capítulo 3* comienza con una revisión detallada de la analogía que existe entre la difracción espacial de haces en la aproximación paraxial y la propagación de pulsos en sistemas dispersivos parabólicos así como de los resultados que se han reportado mediante su aplicación. A continuación se establece la formalización matemática de dicha analogía y como extensión de la misma se analiza la propagación de pulsos en sistemas Gaussianos temporales mediante un formalismo matricial. Se demuestra, asimismo, que el problema de la propagación de pulsos en sistemas *ABCD* temporales puede describirse en términos de la evolución que experimentan los paquetes de ondas en un sistema parabólico equivalente.

El *Capítulo 4* está dedicado al desarrollo de nuevas aplicaciones de los sistemas difractivos acromáticos. Así, basándonos en la regla de paso que permite convertir un transformador de Fourier en uno de Fresnel, se diseña un nuevo procesador de Fresnel acromático mediante el cual es posible reconocer patrones en color en función de su forma y localización. Por otra parte, se efectúa un análisis de la propagación de haces ultracortos de radiación en sistemas acromáticos. En esta dirección, se demuestra que estos sistemas permiten compensar la dispersión cromática asociada a la difracción de haces pulsados.

En el *Capítulo 5* se aborda el análisis de la propagación de pulsos afectados por una modulación de fase cuadrática en sistemas *ABCD* temporales. El tratamiento matricial nos permite expresar de modo sencillo la distorsión sufrida por el pulso de radiación en términos de la evolución que experimenta el mismo pulso pero exento de modulación. Como aplicación particular de este resultado, se efectúa un estudio del efecto Talbot temporal con trenes de pulsos afectados por una modulación de fase cuadrática. Este fenómeno se propone como técnica para generar secuencias de pulsos con frecuencia de repetición y modulación sintonizables. Por otra parte, en este capítulo se trata el problema de la compresión de pulsos con modulación de fase cuadrática en su propagación en medios dispersivos parabólicos. La interpretación de este fenómeno desde el punto de vista de la analogía espacio-tiempo nos permite derivar una expresión analítica mediante la cual se determina el plano de máxima compresión de un paquete de ondas cuya envolvente temporal posee una forma arbitraria.

Finalmente, en el *Capítulo 6* se resumen, a modo de conclusión general, las principales contribuciones de este trabajo.

CAPÍTULO 2

Compensación de la dispersión cromática asociada a la difracción

2.1. Óptica ondulatoria paraxial y sistemas $ABCD$	9
2.2. Dispersión cromática asociada a la propagación en el espacio libre	19
2.3. Condiciones generales para la compensación de la dispersión cromática	22
2.4. Transformador de Fresnel compensado cromáticamente	25
2.4.1. Sintonización del patrón a acromatizar	31
2.4.2. Resultados experimentales	32

2.1. Óptica ondulatoria paraxial y sistemas $ABCD$

Consideremos una abertura difractante de transmitancia en amplitud $t(\vec{r})$ iluminada con una onda plana monocromática de número de onda σ ($\sigma = 1/\lambda$, siendo λ la longitud de onda de la radiación incidente), como se muestra en la Fig. 2.1. En el marco de la teoría escalar de la difracción, y dentro de la aproximación paraxial, la distribución de amplitud $U_R(\vec{r}, \sigma)$ generada en el plano de observación situado a distancia R puede calcularse mediante la integral de la difracción de Fresnel-Kirchhoff [Gas-78]¹

¹ En este trabajo se considera la función compleja $\exp(i(\vec{k}\vec{r} - \omega t))$ como onda armónica plana, donde $\vec{k} = 2\pi\sigma\vec{s}$ es el vector de onda, siendo \vec{s} el vector director, y ω la frecuencia angular de la radiación. De acuerdo con esta elección, se escoge el siguiente criterio para definir las relaciones de transformación de Fourier:

$$A(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} a(t) \exp(i\omega t) dt \quad , \quad a(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) \exp(-i\omega t) d\omega \quad .$$
$$\tilde{U}(k) = \int_{-\infty}^{\infty} U(x) \exp(-ikx) dx \quad , \quad U(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{U}(k) \exp(ikx) dk \quad .$$

2. Compensación de la dispersión cromática asociada a la difracción

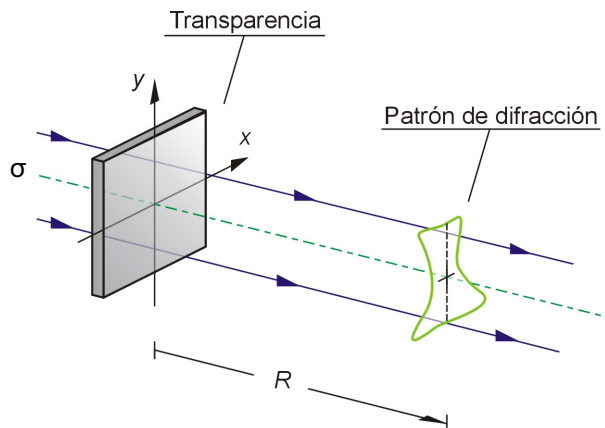


Figura 2.1. Campo difractado por una abertura iluminada con una onda plana monocromática.

$$\begin{aligned}
 U_R(\vec{r}, \sigma) = & \frac{\sigma}{iR} \exp\left(\frac{i\pi\sigma|\vec{r}|^2}{R}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \int t(\vec{r}_0) \times \\
 & \times \exp\left(\frac{i\pi\sigma|\vec{r}_0|^2}{R}\right) \exp\left(\frac{-i2\pi\sigma\vec{r}\vec{r}_0}{R}\right) d^2\vec{r}_0 \quad .
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

Esta fórmula permite evaluar el campo difractado por un sistema constituido por un número arbitrario de elementos ópticos. Este tratamiento convencional resulta muy laborioso para configuraciones ópticas constituidas por un número considerable de componentes. Como alternativa, puede recurrirse a la teoría de la difracción paraxial descrita en términos de las matrices $ABCD$. Este formalismo matricial, basado en la óptica geométrica, permite obtener de forma sencilla la distribución de amplitud compleja del campo difractado, en la aproximación de Fresnel, en cualquier plano de un sistema óptico. La potencia de esta técnica radica en que el cálculo del campo difractado se obtiene, en un sólo paso, utilizando la matriz $ABCD$ que representa el sistema global. Los dispositivos ópticos que admiten esta descripción matricial de la difracción son conocidos como sistemas ópticos Gaussianos o de primer orden.

El uso de las matrices $ABCD$ está ampliamente extendido en óptica geométrica para sistemas que presentan simetría axial. Se basa en estudiar, dentro de la

2.1. Óptica ondulatoria paraxial y sistemas ABCD

aproximación paraxial, la trayectoria descrita por un rayo de luz meridional cualquiera desde que penetra por el plano de entrada del sistema hasta que emerge por el plano de salida, a través de su paso por los distintos elementos. Este formalismo está basado en la caracterización de un rayo mediante dos parámetros, su distancia al eje óptico y el ángulo que forma con la dirección de dicho eje.

En efecto, cualquier rayo de luz meridional, en los planos de entrada y de salida de un sistema óptico, puede expresarse en términos de un vector columna, vector \vec{s} , de dos componentes [Gue-75]. La primera de ellas representa el desplazamiento transversal radial del rayo, $|\vec{r}|$, considerado respecto al eje óptico, como se muestra en la Fig. 2.2. La segunda componente del vector, denominada pendiente reducida, viene dada por el producto del índice de refracción del medio, n , por la pendiente del rayo, α , [Sie-86, Goo-95]. Los vectores \vec{s}_1 y \vec{s}_2 que caracterizan a un rayo en los planos de entrada y salida, respectivamente, de un sistema óptico centrado están relacionados por la siguiente transformación lineal

$$\vec{s}_2 = \begin{pmatrix} r_2 \\ n_2 \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_g & B_g \\ C_g & D_g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ n_1 \alpha_1 \end{pmatrix} = M \vec{s}_1 \quad , \quad (2.2)$$

donde M es la matriz, de componentes A_g , B_g , C_g y D_g , que caracteriza el comportamiento del sistema óptico Gaussiano. Cada etapa elemental del sistema puede

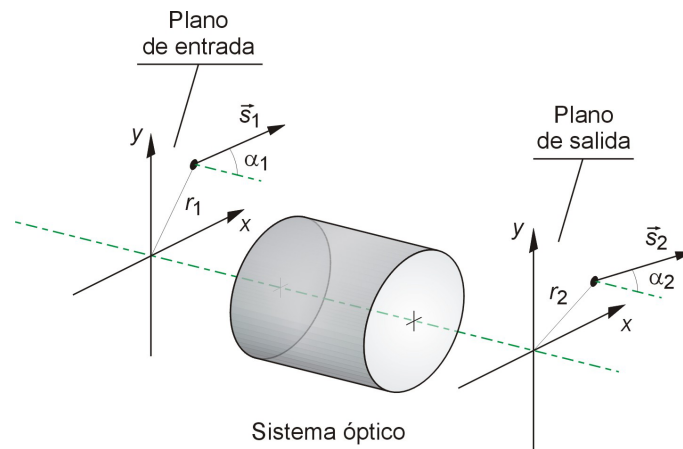


Figura 2.2. Rayo óptico, \vec{s} , descrito mediante un vector de dos componentes: el desplazamiento transversal r respecto al eje óptico, y el ángulo α que forma con el mismo.

2. Compensación de la dispersión cromática asociada a la difracción

caracterizarse mediante una matriz 2×2 cuyos elementos resultan fácilmente derivables de consideraciones geométricas. Asimismo, la matriz $ABCD$ total se obtiene a partir del producto de las matrices correspondientes a cada componente elemental. El producto se realiza siguiendo un orden inverso al orden de paso del rayo de luz por cada una de las etapas. En la Tabla 2.1 se muestran las matrices $ABCD$ asociadas con algunas etapas básicas.

El determinante de la matriz asociada a una etapa elemental cualquiera es igual a la unidad [Ped-93, Goo-95]. En consecuencia, dado que el determinante de un producto de matrices es igual al producto de los determinantes de cada una de las matrices que se multiplican, siempre se cumplirá la siguiente relación

$$A_g D_g - B_g C_g = 1 \quad , \quad (2.3)$$

de modo que únicamente tres de los elementos que constituyen la matriz $ABCD$ son independientes.

Considérese un sistema óptico Gaussiano iluminado con una fuente monocromática de número de onda σ , véase la Fig. 2.3. En el caso de sistemas constituidos por elementos ópticos con simetría axial, la distribución de amplitud compleja a la salida del sistema óptico, $U_2(\vec{r})$, viene dada por la siguiente transformación canónica lineal [Col-70, Gar-75, Sie-86]

$$U_2(\vec{r}) = \iint_{-\infty}^{\infty} U_1(\vec{r}_0) K(\vec{r}, \vec{r}_0) d^2 \vec{r}_0 \quad , \quad (2.4)$$

Propagación libre a lo largo de una distancia axial R en un medio de índice de refracción unidad:	$\begin{pmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Lente refractiva delgada de longitud focal f :	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$
Sistema formador de imágenes con aumento S :	$\begin{pmatrix} S & 0 \\ 0 & 1/S \end{pmatrix}$

Tabla 2.1. Matrices que caracterizan el comportamiento de diferentes procesos o elementos ópticos en la aproximación paraxial.

2.1. Óptica ondulatoria paraxial y sistemas ABCD

donde $U_1(\vec{r}_0)$ es la distribución de amplitud compleja en el plano de entrada. La función $K(\vec{r}, \vec{r}_0)$ viene dada por [Tor-02]

$$K(\vec{r}, \vec{r}_0) = \begin{cases} \frac{1}{i2\pi B} \exp\left[\frac{i}{2B} \left(A|\vec{r}_0|^2 + D|\vec{r}|^2 - 2\vec{r}\vec{r}_0 \right)\right], & B \neq 0 \\ \frac{1}{A} \exp\left[\frac{iC}{2A} |\vec{r}|^2\right] \delta\left(\vec{r}_0 - \frac{\vec{r}}{A}\right), & B = 0 \end{cases} \quad (2.5)$$

Es importante destacar que los elementos de matriz que aparecen en la Ec. (2.5) son distintos a los que se derivan de consideraciones puramente geométricas. No obstante, existe una relación entre la matriz $ABCD$ de un sistema descrito por la óptica geométrica y la matriz asociada con la Ec. (2.5) de tal modo que

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_g & B_g/k \\ kC_g & D_g \end{pmatrix}, \quad (2.6)$$

siendo $k = 2\pi\sigma$. A lo largo de este trabajo nuestra atención se centrará en sistemas Gaussianos con matrices $ABCD$ reales². Es importante indicar que, aunque en la Ec. (2.4) no esté expresado de modo explícito, la función $U_2(\vec{r})$ depende del nú-

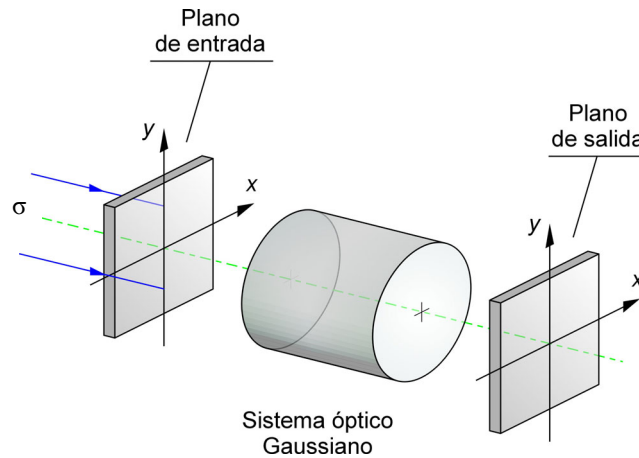


Figura 2.3. Sistema óptico Gaussiano con simetría de revolución iluminado con una onda plana de número de onda σ .

² Los sistemas ópticos sin ganancia ni absorción están caracterizados por matrices $ABCD$ con elementos reales. Cabe indicar, sin embargo, que la matriz de un sistema óptico Gaussiano genérico admite elementos complejos.

mero de onda σ puesto que los elementos de la matriz $ABCD$ dependen, en general, de dicha variable. Cabe mencionar que esta transformación lineal puede encontrarse, en la literatura, en diferentes contextos y bajo distintas denominaciones tales como sistemas de fase cuadráticos [Bas-79], integral de Huygens generalizada [Sie-86], transformación canónica lineal [Wol-79], transformada de Fresnel generalizada [Jam-96] o transformada de Fourier afin especial [Abe-94], entre otras. Asimismo, el estudio de los sistemas ópticos Gaussianos basado en álgebra de operadores [Naz-80, Naz-81, Goo-96] está íntimamente relacionado con la teoría de la difracción descrita por la Ec. (2.4). Desde un punto de vista práctico, el formalismo de las matrices $ABCD$ se ha mostrado muy útil a la hora de describir y abordar un amplio número de problemas de propagación de haces ópticos y en el estudio de problemas relacionados con la óptica difractiva en general. Entre ellos, mencionamos el análisis y diseño de resonadores ópticos [Sie-86], la determinación de las condiciones de obtención de autoimágenes e imágenes de Fresnel y su aplicación al diseño de resonadores basados en elementos ópticos de gradiente de índice [Fer-03], el desarrollo de nuevos elementos ópticos difractivos [Her-97] y en ámbitos diferentes como por ejemplo la microscopía electrónica por transmisión [Pat-03].

La propagación libre a lo largo de una distancia axial R en un medio homogéneo de índice de refracción unidad está caracterizada por la siguiente respuesta unidad

$$h(\vec{r}) = \exp\left(i\pi\frac{\sigma}{R}|\vec{r}|^2\right) , \quad (2.7)$$

que en términos matriciales viene dada por la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{pmatrix} . \quad (2.8)$$

Por otra parte, en el marco de la teoría escalar de la difracción, y en la aproximación paraxial, una lente refractiva delgada de focal f , sea ésta convergente ($f > 0$) o divergente ($f < 0$), se puede describir mediante su transmitancia en amplitud, $t(\vec{r})$, dada por la expresión [Goo-96]

$$t(\vec{r}) = \exp\left(-i\pi\frac{\sigma}{f}|\vec{r}|^2\right) . \quad (2.9)$$

2.1. Óptica ondulatoria paraxial y sistemas ABCD

La acción de una lente refractiva admite la siguiente representación matricial

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{k}{f} & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.10)$$

Una lente difractiva “kinoform”, también conocida como placa zonal “blazé”, es un elemento óptico que, en primera aproximación, focaliza toda la energía incidente en un único foco para cada número de onda del espectro de la fuente [Miy-61, Jor-70]. La transmitancia en amplitud de una lente difractiva, sea ésta convergente o divergente, viene dada por la siguiente función

$$t(\vec{r}) = \exp\left(-i\pi\frac{\sigma}{Z(\sigma)}|\vec{r}|^2\right), \quad (2.11)$$

siendo

$$Z(\sigma) = Z_0\frac{\sigma}{\sigma_0} \quad (2.12)$$

la longitud focal de este elemento óptico difractivo. El parámetro Z_0 representa la longitud focal para el número de onda de diseño σ_0 . Análogamente al caso de la lente refractiva, la representación matricial de una lente difractiva viene dada por

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{k}{Z(\sigma)} & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.13)$$

Por último, el efecto de una onda esférica cuyo foco emisor se encuentra situado a una distancia orientada z de una abertura difractante puede interpretarse, en la aproximación paraxial, como una lente ficticia, de longitud focal $-z$, situada en el plano de la abertura. Así, la transmitancia en amplitud de una onda esférica resulta ser

$$t(\vec{r}) = \exp\left(i\pi\frac{\sigma}{z}|\vec{r}|^2\right) \quad (2.14)$$

por lo que su matriz $ABCD$ asociada es

2. Compensación de la dispersión cromática asociada a la difracción

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{k}{z} & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Los elementos A , B , C y D poseen un significado físico que se pone de manifiesto al igualar a cero cada uno de ellos. Bien es cierto que las condiciones en las que dichos coeficientes pueden anularse están limitadas por la propia Ec. (2.3) [Ped-93]. Veamos los diferentes casos:

- $A = 0$. En términos de la óptica geométrica, esta condición implica que todos los rayos que pasan por el plano objeto formando un mismo ángulo, llegan a un mismo punto del plano de salida. Así, el plano de salida se corresponde con el plano focal imagen y, en consecuencia, ésta es la condición requerida para la obtención del patrón de difracción de Fraunhofer de la señal de entrada.
- $B = 0$. Cuando este elemento se anula existe una relación objeto-imagen entre las señales de entrada y salida [Yar-94]. En dicho caso se cumple que $A = |\vec{r}_2|/|\vec{r}_1|$, siendo este coeficiente el aumento lateral del sistema óptico.
- $C = 0$. En este caso todos los rayos que penetran por el plano de entrada con una misma inclinación emergen del plano de salida formando el mismo ángulo. Ahora D representa el aumento angular y un sistema de estas características recibe el nombre de *sistema telescópico*.
- $D = 0$. Esta condición es equivalente a exigir que el plano de entrada sea el plano focal objeto.

Con el fin de facilitar el análisis de los sistemas ópticos Gaussianos es conveniente introducir, en la Ec. (2.4), coordenadas transversales normalizadas. En este sentido, definimos las siguientes variables adimensionales

$$\vec{\rho}_0 = \frac{\vec{r}_0}{r_{\max}} \quad , \quad \vec{\rho} = \frac{\vec{r}}{Ar_{\max}} \quad , \quad (2.16)$$

donde el parámetro r_{\max} , con dimensiones de longitud, se asocia, por conveniencia, al valor máximo de la extensión radial de la función $U_1(\vec{r}_0)$. Asimismo, definimos las señales de entrada y de salida transformadas

2.1. Óptica ondulatoria paraxial y sistemas ABCD

$$\hat{U}_1(\vec{\rho}_0) = U_1(\vec{r}_0) \quad , \quad \hat{U}_2(\vec{\rho}) = A \exp\left[-\frac{iC}{2A}|\vec{r}|^2\right] U_2(\vec{r}) \quad . \quad (2.17)$$

La relación entre $\hat{U}_1(\vec{\rho}_0)$ y $\hat{U}_2(\vec{\rho})$ se establece tras manipular adecuadamente la Ec. (2.4) llegándose a la siguiente expresión

$$\hat{U}_2(\vec{\rho}) = -iN_C \int_{-1}^{+1} \int \hat{U}_1(\vec{\rho}_0) \exp(i\pi N_C |\vec{\rho} - \vec{\rho}_0|^2) d^2\vec{\rho}_0 \quad , \quad (2.18)$$

donde

$$N_C = \frac{Ar_{\max}^2}{2\pi B} \quad (2.19)$$

es el llamado número de Fresnel colimado [Sie-86]. Las Ecs. (2.17) y (2.18) ponen de manifiesto que la distribución de intensidad a la salida del sistema *ABCD*, es decir, $|U_2(\vec{r})|^2$, queda definida, para un valor dado del factor de escala r_{\max} , por dos parámetros adimensionales: el número de Fresnel colimado N_C y el factor de magnificación M_{eq} el cual, de acuerdo con las Ecs. (2.16) y (2.17), viene dado por el coeficiente A de la matriz *ABCD*.

Una mejor comprensión de este problema en términos físicos se obtiene al comparar la Ec. (2.4) con la integral de difracción de Fresnel-Kirchhoff, véase la Ec. (2.1), que describe la propagación de la función $U_1(\vec{r}_0)$. En este sentido, es sencillo comprobar que cuando

$$R_{eq} = \frac{kB}{A} \quad , \quad (2.20)$$

la distribución de irradiancia obtenida en el plano de salida del sistema *ABCD* se corresponde con una réplica escalada del perfil de intensidad que se genera tras la difracción en el espacio libre, a distancia R_{eq} , del campo $U_1(\vec{r}_0)$. El factor de escala viene dado por

$$M_{eq} = A \quad . \quad (2.21)$$

Finalmente, el factor de fase cuadrático de la Ec. (2.17), necesario para obtener la amplitud compleja del campo en el plano de salida, es equivalente a la acción de una lente de longitud focal

2. Compensación de la dispersión cromática asociada a la difracción

$$f_{eq} = -\frac{kA}{C} \quad , \quad (2.22)$$

que resulta ser la distancia entre el plano de salida y el plano focal imagen del sistema $ABCD$. De este modo, la acción de un sistema óptico Gaussiano puede interpretarse como el resultado de tres sistemas elementales actuando en cascada, a saber, la propagación en el espacio libre a la distancia equivalente R_{eq} , un escalado del campo resultante en un factor M_{eq} y, finalmente, el paso a través de una lente de longitud focal equivalente f_{eq} . Alternativamente, puede llegarse a esta misma conclusión si se considera la siguiente descomposición matricial, válida si $A \neq 0$, para la matriz $ABCD$ del sistema [Oza-00, Pal-97]

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ C/A & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & 1/A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & B/A \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad , \quad (2.23)$$

la cual se cumple en virtud de la Ec. (2.3).

El caso en el que el número de Fresnel colimado tiende a cero presenta ciertas dificultades matemáticas. Esta situación se corresponde con $R_{eq} \rightarrow \infty$ y, en consecuencia, es equivalente al campo lejano en la propagación libre, esto es, al patrón de difracción de Fraunhofer. A partir de las Ecs. (2.4) y (2.5), cuando $A=0$, la amplitud del campo normalizada, $\hat{U}_2(\vec{\rho})$, se obtiene mediante una operación de transformación de Fourier y obedece a la expresión

$$\hat{U}_2(\vec{\rho}) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{U}_1(\vec{\rho}_0) \exp[-i2\pi\vec{\rho}\vec{\rho}_0] d^2\vec{\rho}_0 \quad . \quad (2.24)$$

Ahora, las variables normalizadas y las funciones de onda transformadas vienen dadas por

$$\vec{\rho}_0 = \frac{\vec{r}_0}{r_{\max}} \quad , \quad \vec{\rho} = \frac{r_{\max}\vec{r}}{2\pi B} \quad (2.25)$$

y

$$\hat{U}_1(\vec{\rho}_0) = U_1(\vec{r}_0) \quad , \quad \hat{U}_2(\vec{\rho}) = \exp\left[-\frac{iD}{2B}|\vec{r}|^2\right] U_2(\vec{r}) \quad , \quad (2.26)$$

respectivamente. Nótese que el parámetro $2\pi B$ caracteriza la relación de escala

que existe entre las coordenadas en el dominio espacial y frecuencial.

2.2. Dispersión cromática asociada a la propagación de la radiación en el espacio libre

En esta sección se aborda un ejemplo sencillo de difracción que nos permitirá profundizar en la caracterización del fenómeno de la difracción con iluminación temporalmente incoherente en términos del número de Fresnel colimado N_C y del factor de escala M_{eq} . Así, consideremos una abertura difractante, con una transmitancia en amplitud dada por la función $t(\vec{r}_0)$, iluminada por una fuente puntual de luz blanca localizada a distancia z , como se muestra en la Fig. 2.4. Por propagación libre, se genera un conjunto infinito de imágenes desenfocadas, o patrones de difracción, de la transmitancia objeto para cada componente monocromática de la fuente de iluminación. La intensidad total sobre un plano arbitrario de observación paralelo a la abertura se obtiene a partir de la superposición incoherente de los patrones de difracción monocromáticos. En particular, nos preguntamos por la distribución de irradiancia obtenida en un plano localizado a distancia R . Con objeto de poder tratar esta configuración desde un punto de vista matricial, resulta conveniente interpretar la iluminación esférica en eje como la acción de una lente de longitud focal $-z$ situada en el plano de la abertura difractante. De este modo, la matriz de rayos que define la difracción entre el objeto de entrada hasta el plano de

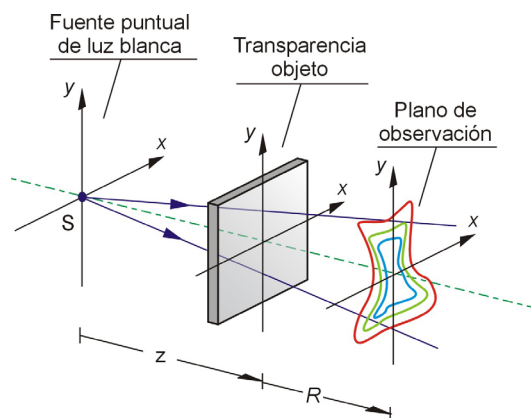


Figura. 2.4. El patrón de Fresnel generado a distancia R al iluminar una abertura difractante con una fuente puntual de luz blanca está distorsionado cromáticamente debido a la dependencia del número de Fresnel colimado con la longitud de onda.

2. Compensación de la dispersión cromática asociada a la difracción

salida viene dada por

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{R}{k} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{k}{z} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{z+R}{z} & \frac{R}{k} \\ \frac{k}{z} & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.27)$$

Considerando las Ecs. (2.19) y (2.21) se obtiene que, para el caso de la propagación libre con iluminación esférica, los parámetros adimensionales N_C y M_{eq} resultan ser

$$N_C = \frac{z+R}{zR} r_{\max}^2 \sigma \quad , \quad M_{eq} = \frac{z+R}{z}. \quad (2.28)$$

Obsérvese que el factor de escala M_{eq} es independiente de la longitud de onda mientras que el número de Fresnel colimado N_C sí depende de esta variable. El parámetro N_C puede expresarse de este otro modo

$$N_C = \frac{r_{\max}^2 (z+R) \sigma_0}{zR} \frac{\sigma}{\sigma_0} = N_{C0} \frac{\sigma}{\sigma_0}, \quad (2.29)$$

donde

$$N_{C0} = \frac{r_{\max}^2 (z+R) \sigma_0}{zR} \quad (2.30)$$

es el número de Fresnel colimado correspondiente al número de onda de referencia σ_0 . A partir de esta última ecuación se deduce que para una posición fija del plano de salida, el número de Fresnel colimado es diferente para cada componente monocromática proporcionada por la fuente puntual de iluminación. Así, el perfil de irradiancia normalizado diferirá de un canal monocromático a otro.

Con el fin de poder valorar cuantitativamente el error cromático inducido por difracción definimos la siguiente cantidad, expresada en porcentaje,

$$CE(\sigma) = 100 \frac{N_C - N_{C0}}{N_{C0}}, \quad (2.31)$$

la cual es aplicable, en general, a cualquier sistema óptico Gaussiano. En el caso particular que nos ocupa, el CE se obtiene considerando las Ecs. (2.29) y (2.30) de modo que

2.2. *Dispersión cromática asociada a la propagación en el espacio libre*

$$CE(\sigma) = 100 \frac{\sigma - \sigma_0}{\sigma_0} \quad . \quad (2.32)$$

La variación del CE frente al número de onda σ es lineal y únicamente depende de la elección del número de onda de referencia σ_0 . A fin de poder evaluar el orden de magnitud del CE , consideremos un ejemplo numérico. Sean σ_1 y σ_2 los números de onda extremos de la fuente policromática. Es evidente que el valor máximo de la función $CE(\sigma)$ se consigue para estos dos valores de número de onda. Se puede efectuar una estimación del error cromático máximo, CE_M , a partir de la expresión

$$CE_M = CE(\sigma_2) - CE(\sigma_1) \quad . \quad (2.33)$$

Considerando la Ec. (2.32) se llega a que

$$CE_M = 100 \frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} \quad , \quad (2.34)$$

donde $\Delta\sigma$ indica la anchura espectral efectiva de la fuente de iluminación policromática, $\Delta\sigma = \sigma_2 - \sigma_1$. En particular, se escogen como números de onda extremos efectivos aquellos correspondientes a las líneas de Fraunhofer C y F del espectro visible, es decir, $\sigma_1 = \sigma_C = 1.52 \mu\text{m}^{-1}$ y $\sigma_2 = \sigma_F = 2.06 \mu\text{m}^{-1}$. Asimismo, seleccionamos $\sigma_0 = 1.75 \mu\text{m}^{-1}$. Con esta elección el error cromático máximo en el plano de salida es del orden del 30%.

Resulta interesante analizar la situación en la que el plano de observación coincide con aquél en el que se encuentra la fuente puntual, es decir, $R = -z$. Nótese que en este caso el coeficiente A del sistema es nulo, véase la Ec. (2.27), y por tanto, el campo resultante, obtenido a partir de la Ec. (2.24), resulta ser el patrón de Fraunhofer de la abertura difractante. La aberración cromática longitudinal es nula dado que $N_C = 0$ para cualquier σ . Por otra parte, la escala del patrón de Fraunhofer viene dada por $2\pi B$ por lo que, de acuerdo con la Ec. (2.27),

$$x = \frac{-zu}{\sigma} \quad , \quad y = \frac{-zv}{\sigma} \quad , \quad (2.35)$$

siendo (u, v) una frecuencia espacial del objeto. De este modo, el patrón de Fraunhofer de una transparencia iluminada con una fuente puntual de luz blanca se localiza, para todas las componentes espectrales de la fuente, sobre el plano transversal

2. Compensación de la dispersión cromática asociada a la difracción

que contiene a la fuente, aunque con un factor de escala que es fuertemente dependiente de la longitud de onda. En otras palabras, cada frecuencia espacial del objeto se localiza en una posición transversal diferente para cada número de onda σ , lo que provoca un fuerte emborronamiento cromático de la distribución de irradiancia resultante.

La aberración cromática transversal del patrón de Fraunhofer de una abertura iluminada con una onda esférica puede evaluarse a partir del error cromático de escala que definimos del siguiente modo

$$SCE(\sigma) = 100 \frac{x(\sigma) - x_0}{x_0} = 100 \frac{y(\sigma) - y_0}{y_0} \quad , \quad (2.36)$$

donde $x_0 = x(\sigma_0)$ y $y_0 = y(\sigma_0)$. Así, a partir de las Ecs. (2.35) y (2.36), se llega a que la aberración cromática transversal viene dada por la expresión

$$SCE(\sigma) = 100 \frac{\sigma_0 - \sigma}{\sigma} \quad . \quad (2.37)$$

2.3. Condiciones generales para la compensación de la dispersión cromática en sistemas ópticos Gaussianos

El diseño de transformadores, o procesadores, ópticos incoherentes basados en la difracción pasa por considerar dos hechos importantes. Por un lado, para una localización fija del plano de salida, el número de Fresnel colimado, N_C , depende, en general, de la longitud de onda. Así ocurre, por ejemplo, en la propagación libre en la región de Fresnel. Por otro lado, dado que los elementos de la matriz $ABCD$ pueden depender de la longitud de onda, y en particular el elemento A , se tiene, en general, un factor de magnificación transversal M_{eq} diferente para cada componente espectral. Así, las diferentes componentes espectrales de la fuente de iluminación generan, en el plano de salida, patrones de difracción que difieren, en general, tanto en su perfil transversal como en la escala.

Dada una transparencia objeto iluminada con una fuente puntual temporalmente incoherente, el objetivo que se persigue en este capítulo es la obtención en el plano de salida de una distribución de irradiancia que sea independiente de la longitud de onda. Es decir, se requiere que el patrón de salida sea la superposición incoherente del mismo perfil de irradiancia normalizado, y con idéntico factor de

2.3. Condiciones generales para la compensación de la dispersión cromática

escala, para todas las componentes espectrales de la fuente de radiación. A continuación se expresan en términos matemáticos las condiciones que aseguran la generación de patrones de difracción independientes de la longitud de onda.

El patrón de intensidad correspondiente a la componente espectral de número de onda σ generado en el plano de salida de un sistema óptico Gaussiano viene dado por la expresión

$$I_2(\vec{r}, \sigma) = |U_2(\vec{r}, \sigma)|^2 \quad , \quad (2.38)$$

donde $U_2(\vec{r}, \sigma)$ se obtiene a partir de la Ec. (2.4). La distribución de irradiancia total, $I_{tot}(\vec{r})$, se obtiene a partir de la superposición en irradiancia de los patrones de difracción generados en el plano de salida por las diferentes componentes monocromáticas que constituyen la fuente de iluminación [Bor-75], es decir

$$I_{tot}(\vec{r}) = \int_{\Lambda} S(\sigma) I_2(\vec{r}, \sigma) d\sigma \quad , \quad (2.39)$$

donde el símbolo Λ denota el ancho de banda en el que la fuente emite radiación y $S(\sigma)$ es la emisividad espectral o potencia radiante espectral de la fuente.

Estamos interesados en obtener las condiciones en las que un sistema óptico Gaussiano proporciona una distribución de irradiancia independiente de la longitud de onda de la radiación, en términos matemáticos

$$I_2(\vec{r}, \sigma) = I_2(\vec{r}, \sigma_0) \quad , \quad (2.40)$$

para cualquier σ y siendo σ_0 arbitrario. En tales condiciones, la distribución de irradiancia total, véase la Ec. (2.39), podrá expresarse del siguiente modo

$$I_{tot}(\vec{r}) = I_0 I_2(\vec{r}, \sigma_0) \quad , \quad (2.41)$$

siendo I_0 la energía radiante total emitida por la fuente. A partir de la Ec. (2.18) se observa que la Ec. (2.41) se cumplirá siempre y cuando

$$N_C = \alpha \quad (2.42)$$

y

$$M_{eq} = \beta \quad , \quad (2.43)$$

2. Compensación de la dispersión cromática asociada a la difracción

siendo α y β dos coeficientes independientes del número de onda σ que definen el perfil y la escala, respectivamente, del patrón de Fresnel independiente de σ . Es importante mencionar que si se desea compensar cromáticamente no sólo el perfil de irradiancia de un patrón de Fresnel determinado sino también su distribución de amplitud, es decir, que se cumpla $U_2(\vec{r}, \sigma) = U_2(\vec{r}, \sigma_0)$ para cualquier valor de σ , entonces, además de las condiciones impuestas por las Ecs. (2.42) y (2.43), debe compensarse cromáticamente el factor de fase cuadrático que aparece en la Ec. (2.17). Esta condición adicional, junto con la Ec. (2.3), establece que el diseño de un sistema óptico Gaussiano que proporcione una distribución de amplitud independiente del número de onda se basa en imponer que tres de los elementos de la matriz $ABCD$ del sistema Gaussiano sean independientes de la longitud de onda de la radiación.

En general, para conseguir que se cumplan estas condiciones es necesario emplear elementos ópticos cuyo poder dispersivo sigue una ley de variación específica con el número de onda y, por tanto, su construcción no es nada simple. Otros dispositivos utilizan combinaciones de elementos refractivos dispersivos y lentes holográficas [Kat-72, Mor-81a, Mor-81b]. En general, estos sistemas son todavía bastante complejos y de difícil realización práctica. Para superar las dificultades derivadas de la necesidad de emplear componentes ópticos con poderes dispersivos específicos, se han propuesto diferentes sistemas que emplean únicamente elementos refractivos acromáticos y lentes difractivas [Kat-72, Fer-82, Leo-85, And-92, And-93a, Lan-94, Lan-97, Taj-98a, Lan-99]. En general, el hecho de no emplear elementos ópticos con propiedades dispersivas *sui generis* implica que no puedan cumplirse, de modo estricto, las condiciones impuestas por las Ecs. (2.42) y (2.43). En esta dirección, los sistemas ópticos acromáticos son aquellos que cumplen dichas condiciones en una aproximación de primer orden. En términos matemáticos

$$N_C(\sigma_0) = \alpha \quad , \quad \left. \frac{\partial N_C(\sigma)}{\partial \sigma} \right|_{\sigma_0} = 0 \quad (2.44)$$

y

$$M_{eq}(\sigma_0) = \beta \quad , \quad \left. \frac{\partial M_{eq}(\sigma)}{\partial \sigma} \right|_{\sigma_0} = 0 \quad . \quad (2.45)$$

2.4. Transformador de Fresnel compensado cromáticamente

De este modo, el diseño basado en las Ecs. (2.44) y (2.45) conducirá, en general, a una aberración cromática residual, tanto transversal como longitudinal, en el plano de salida del dispositivo óptico.

Conviene mencionar que es también posible el diseño de sistemas ópticos con aberración cromática transversal nula, es decir, siendo M_{eq} independiente del número de onda, y con cierta aberración cromática longitudinal residual, según la Ec. (2.44). Asimismo, es igualmente válido el diseño de sistemas con aberración cromática longitudinal nula, o lo que es lo mismo, con N_C independiente de σ , y con una cantidad pequeña de aberración cromática transversal, según la Ec. (2.45). En el apartado siguiente se propone un sistema óptico acromático en el que se elige, precisamente, esta última opción.

2.4. Transformador de Fresnel compensado cromáticamente

En esta sección se presenta un nuevo transformador de Fresnel acromático cuyo diseño se basa en las condiciones establecidas en la *Sección 2.3* [Lan-04b]. El sistema óptico que se propone está constituido por tres lentes difractivas y una refractiva, como se muestra en la Fig. 2.5. En la figura, LD₁, LD₂ y LD₃ simbolizan tres lentes difractivas de longitud focal imagen Z_0 , Z'_0 y Z''_0 , respectivamente. Asimismo, L representa un objetivo refractivo no dispersivo de longitud focal positiva f . Las distancias axiales d , a , l , l' y d' denotan las separaciones arbitrarias, pero fijas, entre los elementos ópticos. Basándonos en el procedimiento de diseño propuesto en la sección anterior, vamos a encontrar los valores requeridos de estas variables para que el dispositivo proporcione un patrón de difracción de Fresnel acromático en irradiancia. Para ello, en primer lugar nótese que el doblete de lentes difractivas LD₁–LD₂ separado en aire efectúa una imagen de la fuente puntual policromática S. De este modo, la abertura difractiva que actúa como señal de entrada y que se sitúa pegada a la segunda lente difractiva LD₂ está iluminada por una fuente equivalente axialmente dispersada y que, por tanto, consiste en un continuo de fuentes puntuales monocromáticas cada una de ellas radiando a una longitud de onda diferente. Haciendo uso de conceptos básicos de óptica geométrica, se demuestra que cada onda esférica focaliza a una distancia orientada $-z(\sigma)$ dada por

2. Compensación de la dispersión cromática asociada a la difracción

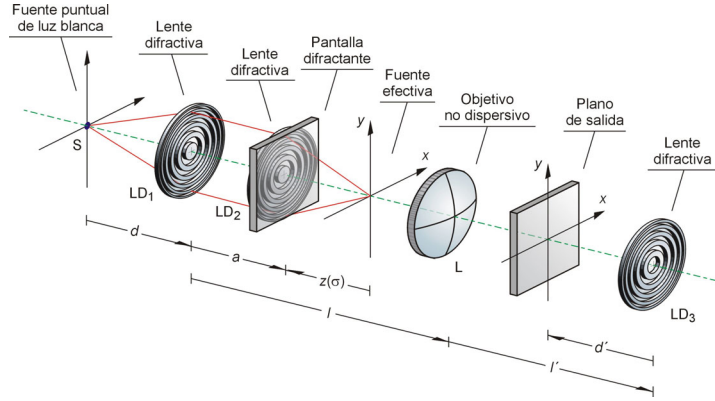


Figura 2.5. Transformador de Fresnel acromático constituido por tres lentes difractivas y un objetivo refractivo acromático. En esta configuración la distancia d' es negativa por lo que se requiere una lente adicional a fin de conseguir una imagen final real.

$$-z(\sigma) = \frac{Z'_0 \sigma}{\sigma_0 - \sigma Z'_0 \left[a - \left(\frac{\sigma_0}{Z'_0 \sigma} - \frac{1}{d} \right)^{-1} \right]^{-1}} \quad (2.46)$$

Para obtener los elementos de la matriz $ABCD$ correspondiente a la propagación del campo entre los planos de entrada y salida hemos de considerar las siguientes etapas elementales: lente dispersiva ficticia, de longitud focal $-z(\sigma)$, propagación en el espacio libre (longitud $l - a$), lente refractiva de longitud focal f , propagación en el espacio libre (longitud l'), lente difractiva LD_3 y, por último, propagación en el espacio libre (longitud d'). Utilizando las matrices elementales que caracterizan el comportamiento de la propagación libre y el efecto de las lentes refractivas y difractivas, véanse las Ecs. (2.8), (2.10) y (2.13), y multiplicándolas en orden inverso al que actúa cada etapa elemental, se obtiene la matriz $ABCD$ global del sistema óptico

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & d'/k \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -k\sigma_0/Z'_0 \sigma & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & l'/k \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \\ &\times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -k/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & (l-a)/k \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k/z & 1 \end{pmatrix} \quad (2.47) \end{aligned}$$

2.4. Transformador de Fresnel compensado cromáticamente

Tras efectuar el producto de matrices y sustituir los elementos resultantes A y B en la Ec. (2.19) se obtiene el número de Fresnel colimado, N_C , del sistema óptico

$$N_C = r_{\max}^2 \left(-\frac{\sigma_0}{Z'_0} + \frac{K_1 \sigma^3 + K_2 \sigma^2 + K_3 \sigma}{\sigma B(\sigma)[ad\sigma_0 - (a+d)Z_0\sigma]} \right) , \quad (2.48)$$

donde los símbolos K_1 , K_2 y K_3 son

$$K_1 = -Z_0 \left[(l+d) \left(1 - \frac{l'+d'}{f} \right) + d' + l' \right] , \quad (2.49)$$

$$K_2 = \sigma_0 \left\{ ld \left(1 - \frac{l'+d'}{f} \right) + dd' + dl' + \frac{d'Z_0}{Z_0''} \left[(d+l) \left(1 - \frac{l'}{f} \right) + l' \right] \right\} , \quad (2.50)$$

$$K_3 = -\frac{dd' \sigma_0^2}{Z_0''} \left[l \left(1 - \frac{l'}{f} \right) + l' \right] . \quad (2.51)$$

Para que en el plano de salida del sistema óptico se obtenga un número de Fresnel colimado independiente de la longitud de onda deben cumplirse las siguientes condiciones

$$K_1 \equiv K_2 \equiv K_3 \equiv 0 . \quad (2.52)$$

Efectuando operaciones algebraicas sencillas, la Ec. (2.52) conduce a las siguientes condiciones de ligadura entre los parámetros de diseño del sistema óptico

$$l' = \frac{fl}{(l-f)} , \quad Z_0'' = -\frac{f^2 Z_0}{(l-f)^2} \quad (2.53)$$

y

$$d' = -d \frac{f^2}{(l-f)(d+l-f)} . \quad (2.54)$$

La Ec. (2.53) indica que las lentes difractivas LD_1 y LD_3 deben poseer convergencia opuesta, es decir, sus longitudes focales deben ser de signo contrario. Asimismo, tal condición exige una relación de conjugación entre sendas lentes difractivas a través de la lente refractiva L . Nótese que para conseguir tal objetivo, la lente

2. *Compensación de la dispersión cromática asociada a la difracción*

difractiva LD_1 debe estar situada más allá del plano focal objeto de la lente refractiva L , es decir, $l > f$. Por otra parte, la Ec. (2.54) puede expresarse de este otro modo

$$\frac{1}{d+l} + \frac{1}{d'+l'} = \frac{1}{f} \quad . \quad (2.55)$$

Por tanto, es evidente que existe una relación de conjugación objeto–imagen entre el plano transversal en el que se sitúa la fuente policromática S y el plano de salida caracterizado por un número de Fresnel colimado que es independiente de la longitud de onda. Así pues, si se cumplen las Ecs. (2.53) y (2.54), el valor de N_C , dado por la Ec. (2.48), resulta ser

$$N_C = -r_{max}^2 \frac{\sigma_0}{Z'_0} \quad , \quad (2.56)$$

que, por supuesto, es el mismo para todas las longitudes de onda. Así, la distribución de irradiancia normalizada en el plano de salida es exactamente la misma para todas las componentes espectrales de la fuente de iluminación. Dicho de otro modo, el sistema óptico posee aberración cromática longitudinal nula, es decir, $CE(\sigma) = 0$. Nótese que, en virtud de la Ec. (2.20), este perfil de irradiancia es el mismo que el generado mediante la propagación en el espacio libre de la distribución de amplitudes $U_1(\vec{r}_0)$, en condiciones de iluminación plana monocromática de número de onda σ_0 , a una distancia equivalente desde el plano de entrada dada por

$$R_{eq} = -Z'_0 \quad . \quad (2.57)$$

Para completar el diseño del sistema óptico acromático debe considerarse el factor de escala lateral, M_{eq} , en el plano de salida del dispositivo de la Fig. 2.5. Teniendo en cuenta las Ecs. (2.21) y (2.47) se obtiene que, para el número de onda σ , el factor de escala, M_{eq} , de la distribución de irradiancia obtenida en el plano de salida resulta ser

$$M_{eq}(\sigma) = \frac{Z_0\sigma(a+d) - a\sigma_0d}{(d-f+l)\sigma^2} \frac{f\sigma_0}{Z_0Z'_0} \quad . \quad (2.58)$$

Este resultado indica que la escala del patrón de Fresnel generado en el plano de salida depende de la longitud de onda. Existe, por tanto, un error cromático trans-

2.4. Transformador de Fresnel compensado cromáticamente

versal a diferencia de lo que ocurre en el caso de la propagación en el espacio libre donde el factor de escala es independiente de la longitud de onda. Es posible corregir de manera acromática esta aberración exigiendo una variación suave del factor de escala con el número de onda σ alrededor de un cierto valor σ_0 . En términos matemáticos esta condición se cumple exigiendo que la derivada de la función $M_{eq}(\sigma)$ con respecto a σ se anule para σ_0 lo cual significa que $M_{eq}(\sigma)$ tiene un valor estacionario para el número de onda σ_0 , véase la Ec. (2.45). De este modo, se exige

$$\left. \frac{\partial M_{eq}(\sigma)}{\partial \sigma} \right|_{\sigma_0} = 0 \quad . \quad (2.59)$$

Es sencillo comprobar que esta ecuación conduce a la siguiente condición de ligadura

$$a = \frac{d Z_0}{2d - Z_0} \quad , \quad (2.60)$$

la cual fija, en términos de d y Z_0 , la posición axial de la pantalla difractante y de la lente difractiva LD₂. Finalmente, sustituyendo la Ec. (2.60) en la Ec. (2.58) se llega a que

$$M_{eq}(\sigma) = M_0 \frac{(2\sigma - \sigma_0)\sigma_0}{\sigma^2} \quad , \quad (2.61)$$

donde

$$M_0 = M_{eq}(\sigma_0) = \frac{\beta_S d a}{Z_0 Z'_0} \quad . \quad (2.62)$$

En esta expresión el símbolo β_S denota el aumento geométrico entre el plano transversal que contiene la fuente puntual policromática S y el plano de salida, conjugado a través del objetivo no dispersivo L; es decir, $\beta_S = f/(f-l-d)$. Con este sistema, en el plano de salida se consigue, en una aproximación de primer orden, una distribución de irradiancia caracterizada por el número colimado dado por la Ec. (2.56), y con el mismo factor de escala, M_0 , para todas las componentes espectrales de la luz incidente.

Como resultado de la corrección acromática el sistema presenta una aberra-

2. Compensación de la dispersión cromática asociada a la difracción

ción cromática residual transversal. Una buena estimación de esta aberración viene dada por el error cromático de escala, obtenido a partir de la siguiente expresión

$$SCE(\sigma) = 100 \frac{M_{eq}(\sigma) - M_0}{M_0} = -100 \frac{(\sigma - \sigma_0)^2}{\sigma^2} \quad (2.63)$$

Así, la variación de la aberración cromática residual frente a σ únicamente depende del parámetro σ_0 que se haya elegido. Desde un punto de vista práctico, es conveniente escoger el número de onda de referencia σ_0 de tal forma que $SCE(\sigma_1) = SCE(\sigma_2)$, donde σ_1 y σ_2 denotan los números de onda extremos de la radiación empleada. Con esta elección, en el plano de salida siempre se obtienen dos versiones monocromáticas con la misma distribución de intensidad para dos números de onda σ diferentes. A partir de la Ec. (2.63) se obtiene que el valor de σ_0 resulta ser

$$\sigma_0 = 2 \frac{\sigma_1 \sigma_2}{(\sigma_1 + \sigma_2)} \quad (2.64)$$

Esta elección es equivalente a tomar la longitud de onda λ_0 como la media aritmética de las longitudes de onda extremas λ_1 y λ_2 del espectro de la fuente.

En la Fig. 2.6 se muestra, en línea continua, la variación del módulo de la función $SCE(\sigma)$ con el número de onda σ . Para la representación se escogen de nuevo como números de onda extremos efectivos aquellos correspondientes a las líneas de Fraunhofer C y F del espectro visible. Por tanto, de acuerdo con la Ec. (2.64), el valor del número de onda de diseño que seleccionamos es $\sigma_0 = 1.75 \mu\text{m}^{-1}$. En la misma figura se representa, en línea discontinua, la dependencia funcional con σ de la función $CE(\sigma)$ asociada con el error cromático de la distribución de irradiancia obtenida por propagación libre, dado por la Ec. (2.32). Es evidente que, con la elección anterior para σ_0 , el valor máximo del módulo de la función $SCE(\sigma)$, denotado como SCE_M , se obtiene en los dos extremos del espectro de la luz emitida por la fuente. A partir de las Ecs. (2.63) y (2.64) se obtiene que el valor de SCE_M en función de la anchura espectral considerada $\Delta\sigma$ resulta ser

$$SCE_M = 100 \left(1 + 2 \frac{1 - \sqrt{1 + (\Delta\sigma/\sigma_0)^2}}{(\Delta\sigma/\sigma_0)^2} \right) \quad (2.65)$$

2.4. Transformador de Fresnel compensado cromáticamente

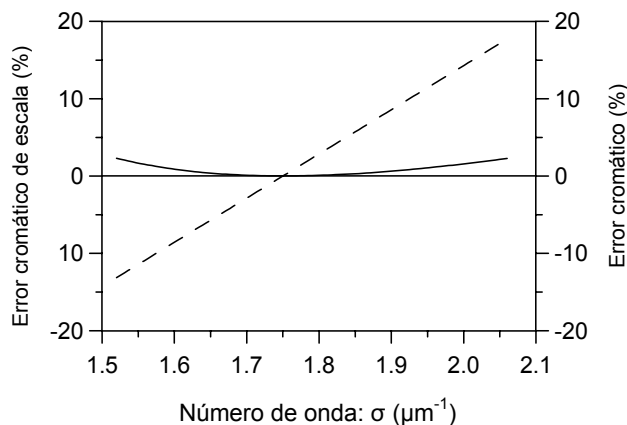


Figura 2.6. Módulo del error cromático de escala, SCE, asociado al perfil de irradiancia obtenido en el plano de salida del dispositivo representado en la Fig. 2.5 (línea continua). Compárese con el error cromático asociado con el perfil de irradiancia normalizado que se genera tras la propagación en el espacio libre mostrada en la Fig. 2.4 (línea discontinua).

En la Fig. 2.7 se representa, en línea continua, la variación de SCE_M con $\Delta\sigma$ considerando $\sigma_0 = 1.75 \mu\text{m}^{-1}$. También se muestra, en línea discontinua, la variación del error cromático máximo asociado al perfil de intensidad normalizado generado por propagación libre, CE_M , véase la Ec. (2.34). Comparando las dos curvas se observa que el valor de SCE_M es un factor 10 menor que CE_M , incluso para luz blanca ($\Delta\sigma = 0.5 \mu\text{m}^{-1}$).

2.4.1. Sintonización del patrón a acromatizar

Una propiedad interesante del dispositivo de la Fig. 2.5 es que permite sintonizar el patrón de difracción que se desea acromatizar. En efecto, dado que las condiciones de ligadura impuestas por las Ecs. (2.53), (2.54) y (2.60) son independientes de Z'_0 , únicamente se requiere modificar esta longitud focal para conseguir la sintonización del patrón de Fresnel acromático. De la Ec. (2.57) se deduce que si LD_2 es una lente divergente, el patrón de difracción de Fresnel que se acromatiza es real, es decir, $L_{eq} > 0$, mientras que si LD_2 es una lente convergente, la compensación cromática se consigue para un patrón de Fresnel virtual, $L_{eq} < 0$.

Como caso límite, nótese que si $Z'_0 = \infty$ entonces el número de Fresnel colimado es nulo y, en consecuencia, la distribución de irradiancia que se logra acromatizar coincide con el patrón de Fraunhofer de la transparencia objeto. En este

2. Compensación de la dispersión cromática asociada a la difracción

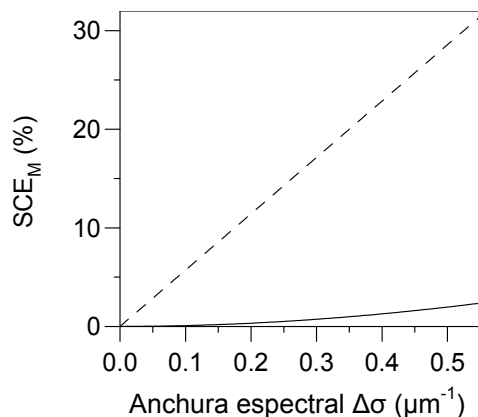


Figura 2.7. Representación gráfica del valor máximo del error cromático frente a la anchura espectral, $\Delta\sigma$, de la fuente de iluminación para el sistema óptico de la Fig. 2.5 (línea continua) y para el caso de la propagación en el espacio libre (línea discontinua). En ambos casos se elige $\sigma_0=1.75 \mu\text{m}^{-1}$ como número de onda de referencia.

sentido, el dispositivo de la Fig. 2.5 no sólo permite acromatizar patrones de Fresnel sino que, cuando se elimina la lente difractiva pegada al objeto, es capaz de proporcionar el patrón de Fraunhofer corregido cromáticamente. Esta propiedad es extensible a cualquier sistema óptico acromático en el sentido que un transformador de Fourier acromático se convierte en uno de Fresnel, y viceversa, al añadir una lente difractiva en el plano de entrada del dispositivo.

2.4.2. Resultados experimentales

Con el fin de verificar experimentalmente el comportamiento del transformador de Fresnel acromático propuesto, se construyó el sistema óptico de la Fig. 2.5 siguiendo las prescripciones dadas por las Ecs. (2.53), (2.54) y (2.60). Como fuente de iluminación se escogió un láser de Kriptón/Argón de “luz blanca” que emite simultáneamente tres componentes monocromáticas de longitudes de onda $\lambda_B = 488 \text{ nm}$, $\lambda_Y = 568 \text{ nm}$ y $\lambda_R = 647 \text{ nm}$. Para la implementación práctica se escogieron lentes difractivas LD₁ y LD₃ con distancias focales $Z_0=149.14 \text{ mm}$ y $Z'_0=-74.58 \text{ mm}$, respectivamente, para la longitud de onda de diseño $\sigma_0 = 1.75 \mu\text{m}^{-1}$. Ambas lentes son elementos difractivos con perfil de fase continuo. Medidas experimentales revelaron una eficiencia en difracción del 80% para la distancia focal principal. La distancia focal imagen de la lente refractiva es de $f=166 \text{ mm}$. Por otra parte, el resto de parámetros geométricos del sistema se eli-

2.4. Transformador de Fresnel compensado cromáticamente

gieron como $d=100$ mm , $l=400$ mm , $l'=283$ mm y $a=293.23$ mm . Con esta elección, el plano de salida se encuentra en la posición $d'=-16$ mm con respecto a la lente difractiva DL₃. Dado que el plano de salida es virtual se requiere una lente adicional para formar una imagen del mismo.

En la implementación experimental, se eligió como transparencia objeto una red de difracción de Ronchi unidimensional de periodo espacial $p=0.169$ mm . Este objeto genera autoimágenes positivas y negativas. Una autoimagen positiva es un patrón de difracción cuya distribución de amplitud es una copia exacta de la red objeto. Por otra parte, la distribución de amplitud correspondiente a una autoimagen negativa es también idéntica al objeto pero está desplazada transversalmente medio periodo. Es bien conocido que, bajo iluminación plana monocromática de número de onda σ , las diferentes autoimágenes se localizan a una distancia del objeto que viene dada por [Pat-89]

$$R_{eq}^{(n)} = 2np^2\sigma \quad (2.66)$$

donde n , el orden de la autoimagen, es un número entero positivo para las autoimágenes positivas y un número semientero para las negativas. Inicialmente, el objeto de entrada se iluminó con un haz de luz monocromático, utilizando únicamente la radiación de número de onda $\sigma_Y = 1.76 \mu\text{m}^{-1}$ del láser de “luz blanca”. De acuerdo con la Ec. (2.66), la autoimagen de orden $n=1.5$ se localiza a una distancia 150.80 mm de la red de difracción para este número de onda. Las Figs. 2.8(a), 2.8(b) y 2.8(c) muestran, respectivamente, una representación de la distribución de irradiancia, obtenida en dicho plano, cuando la red es iluminada mediante un haz paralelo de longitud de onda λ_B , λ_Y y λ_R , respectivamente. La Fig. 2.8(b) muestra una representación de la distribución de irradiancia correspondiente a la autoimagen. Dado que no se ha compensado la dispersión cromática asociada a la difracción, el patrón de Fresnel obtenido para las otras componentes espectrales, véanse las Figs. 2.8(a) y 2.8(c), no se corresponde con la autoimagen. Estas imágenes fueron detectadas mediante una cámara CCD en color.

A continuación, se acromatizó la autoimagen de orden $n=1.5$. Para ello, se construyó la configuración óptica acromática representada en la Fig. 2.5. De acuerdo con las Ecs. (2.57) y (2.66), se eligió una lente difractiva DL₂ con una longitud focal $Z'_0 = -149.94$ mm para el número de onda $\sigma_0 = 1.75 \mu\text{m}^{-1}$. La distribución de irradiancia obtenida en el plano de salida del sistema óptico cuando el objeto es

2. Compensación de la dispersión cromática asociada a la difracción

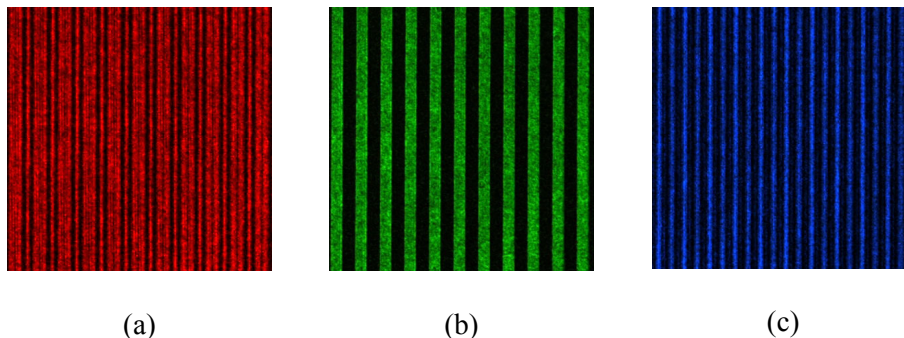


Figura 2.8. Representación de la distribución de irradiancia obtenida, bajo iluminación paralela, a la distancia 150.80 mm de la red de difracción unidimensional para las componentes espectrales de longitud de onda: (a) 647 nm, (b) 568 nm y (c) 488 nm. Nótese que únicamente el perfil de la Fig. 2.8(b) se corresponde con la autoimagen de índice $n=1.5$ debido a la dependencia del número de Fresnel colimado con la longitud de onda.

iluminado con las componentes espectrales λ_B , λ_Y y λ_R se muestra, respectivamente, en las Figs. 2.9(a), 2.9(b) y 2.9(c). Se observa que ahora se consigue el mismo patrón de Fresnel, y con el mismo factor de escala, en primera aproximación.

Con el fin de comprobar la capacidad de sintonización de este sistema óptico acromático, se quitó la lente difractiva LD₂ del sistema óptico. Ahora, en el plano de salida se obtiene el patrón de difracción de Fraunhofer cuasi-independiente de la longitud de onda. Es bien conocido que la transformada de Fourier de la transmitancia en amplitud de una red de difracción unidimensional consiste en una serie de órdenes de difracción regularmente espaciados. Las Figs. 2.10(a), 2.10(b) y 2.10(c) muestran una representación de la distribución de irradiancia del patrón de Fraunhofer acromático para las componentes λ_B , λ_Y y λ_R , respectivamente. De nuevo, se observa que la localización transversal de los máximos de difracción es independiente de la longitud de onda. A efectos comparativos, las Figs. 2.11(a), 2.11(b) y 2.11(c) muestran una representación de la transformada de Fourier de la misma red de difracción pero proporcionada, en esta ocasión, por una lente esférica convencional para las mismas componentes espectrales. La dispersión cromática provoca, en este caso, un desplazamiento de los órdenes de difracción que depende de la longitud de onda.

2.4. Transformador de Fresnel compensado cromáticamente

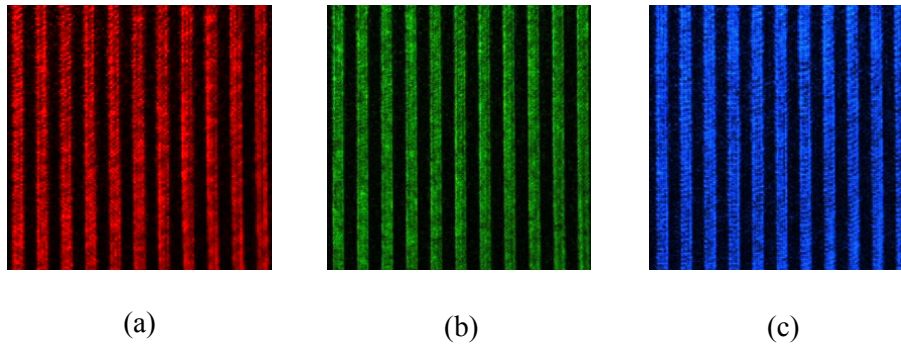


Figura 2.9. Representación de la autoimagen acromática de orden $n=1.5$ obtenida en el plano de salida del dispositivo de la Fig. 2.5 para las componentes monocromáticas de longitudes de onda: (a) 647 nm, (b) 568 nm y (c) 488 nm.

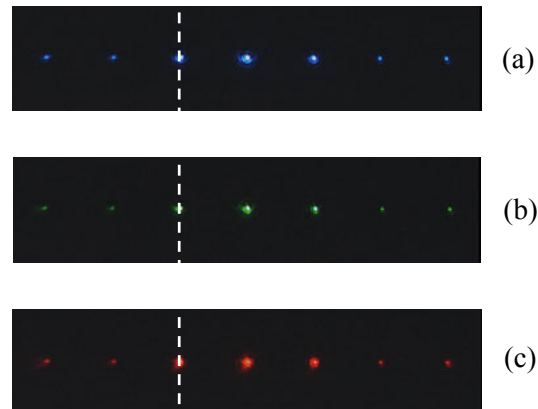


Figura 2.10. Representación del patrón de difracción de Fraunhofer acromático de una red de difracción unidimensional para las longitudes de onda: (a) 488 nm, (b) 568 nm y (c) 647 nm. Estas distribuciones de irradiancia se obtuvieron en el plano de salida del dispositivo mostrado en la Fig. 2.5 eliminando la lente difractiva LD_2 . Nótese que la posición de los máximos de difracción es prácticamente independiente de la longitud de onda.

2. Compensación de la dispersión cromática asociada a la difracción

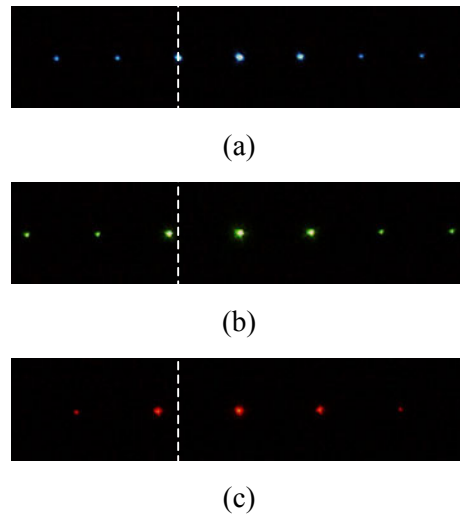


Figura 2.11. Representación del patrón de Fraunhofer de una red unidimensional proporcionado por una lente refractiva transformadora de Fourier. Se muestran las componentes espectrales de longitud de onda: (a) 488 nm, (b) 568 nm y (c) 647 nm. Obsérvese que la posición de los órdenes de difracción depende fuertemente de la longitud de onda.

CAPÍTULO 3

Estudio de la propagación de pulsos en sistemas Gaussianos temporales: analogía espacio–tiempo

3.1. Introducción	37
3.2. Propagación de pulsos en sistemas dispersivos lineales	44
3.3. Propagación de pulsos en sistemas Gaussianos temporales	46
3.3.1. Sistemas dispersivos parabólicos	46
3.3.2. Tratamiento matricial	49

3.1. Introducción

Cuando se ignoran los efectos de la difracción en el espacio libre, la dispersión es, en el régimen lineal, el mecanismo físico responsable de la modificación del perfil temporal de un paquete de ondas en su evolución. Este problema tan general encuentra todavía hoy en día aplicación práctica en numerosos campos de la Óptica Ultrarrápida que abarcan desde fenómenos básicos como la generación de pulsos de radiación de tan sólo unos femtosegundos de duración, hasta aspectos más tecnológicos como la obtención de trenes de pulsos de elevada frecuencia de repetición en la región próxima a $1.5 \mu\text{m}$ para la realización de sistemas ultrarrápidos de comunicaciones ópticas. Desde nuestro punto de vista, la intrínseca dualidad existente entre las ecuaciones que describen la difracción de haces espaciales bajo la aproximación paraxial y la distorsión de señales temporales en la aproximación de ancho de banda estrecho, lo que se ha venido en denominar analogía espacio–tiempo [Akh-68, Tre-69, Sie-86, Agr-95, Die-96], proporciona la clave para la adecuada comprensión y análisis de los fenómenos que se enmarcan en el ámbito de la Óptica Temporal.

3. Propagación de pulsos en sistemas Gaussianos temporales

Así, la propagación de pulsos en medios dispersivos caracterizados por una respuesta espectral de amplitud constante y cuya fase presenta una variación cuadrática con la frecuencia, a los que nos referiremos en esta Tesis como medios dispersivos parabólicos, constituye el análogo temporal de la propagación de haces espaciales en el espacio libre. En esta dirección, merecen especial atención, por los numerosos resultados a que han dado lugar, las fibras ópticas dispersivas [Agr-95], el dispositivo de doble red propuesto por Treacy [Tre-69] y las redes de Bragg con variación lineal del periodo grabadas en fibra óptica [Oue-87].

Por otra parte, la acción de una modulación de fase cuadrática sobre un paquete de ondas resulta equivalente al efecto de una lente sobre un haz espacial. Este tipo de pulsos constituye un caso particularmente interesante de las señales temporales provistas de modulación de fase, a las que se conoce en la bibliografía como pulsos con *chirp*¹. El interés por estas señales se remonta al análisis de los sistemas de radar en la búsqueda de configuraciones eficientes para la compresión de la señal de radiofrecuencia [Kla-60]. En el rango de frecuencias ópticas, existen diversas formas de impartir un “chirp” a un paquete de ondas. Así, en las experiencias de compresión de pulsos es habitual la utilización de un efecto no lineal denominado automodulación de fase [Fis-69] según el cual un pulso que se propaga por una fibra óptica monomodo adquiere una frecuencia instantánea que es proporcional a la derivada en el tiempo de la forma del pulso óptico. Asimismo, en los últimos años se ha demostrado que, bajo ciertas condiciones, la propagación de pulsos en fibra óptica en el régimen no lineal ocurre de modo tal que el perfil temporal del paquete de ondas no cambia en su evolución, únicamente se produce un escalado en la anchura y en la amplitud de pico [And-93b, Fer-00, Kru-03]. Estas soluciones auto-similares mantienen además un “chirp” estrictamente lineal a lo largo de su propagación en la fibra. Entre la familia de envolventes temporales que verifican esta propiedad se encuentran, entre otras, las de perfil parabólico [And-93b] y las

¹ El término anglosajón “chirp” puede traducirse como “gorjeo de un pájaro” y hace referencia a una señal cuya frecuencia instantánea varía con el tiempo. Las primeras referencias bibliográficas en las que aparece esta expresión datan de mediados del siglo pasado cuando se empezó a utilizar para describir un nuevo sistema de radar. En particular, parece ser que el primer documento en el que se menciona es un memorándum interno de los laboratorios Bell firmado por B. M. Oliver en 1951 y que lleva por título “No con un *bang*, sino con un *chirp*”. No obstante, Lord Rayleigh nos relata en su libro *Theory of Sound* que durante su estancia en Terling observó que una escalera producía un eco similar al “chirp” de un gorrión cada vez que daba una palmada. Este mismo efecto se produce frente a las escalinatas de algunos templos mayas. Hay quien no duda en atribuir este extraño fenómeno a la voz de algún quetzal sagrado.

de tipo secante hiperbólica [Kru-03]. Alternativamente, los métodos no lineales de mezclado de ondas, tales como los procesos de suma (resta) de frecuencias [Ben-94, Aro-97] y de modulación cruzada de fase [Agr-89] también permiten generar señales temporales con “chirp”. En el primer caso, se produce un proceso de interacción, que tiene lugar en un cristal no lineal, entre el pulso a procesar y una señal de bombeo con “chirp” lineal cuya función es transferir la modulación de fase cuadrática a una nueva señal de frecuencia suma (resta). En el segundo caso, el perfil de intensidad de un pulso intenso de bombeo modifica el índice de refracción, de forma localmente cuadrática, del pulso copropagante por lo que induce sobre este último una modulación de fase cuadrática. Otra de las técnicas propuestas se basa en la utilización de moduladores de fase electro-ópticos [Dug-69, Kol-88, Kau-93, God-94]. La modulación de fase cuadrática se consigue, en este caso, mediante la copropagación, en el medio electroóptico, del pulso a procesar y un campo cosenoidal de microondas. Cuando ambas señales se sincronizan para que el pulso óptico coincida temporalmente con uno de los picos de la función cosenoidal moduladora, entonces se consigue que, en primera aproximación, la modulación de fase sea cuadrática. Por otra parte, existe una técnica lineal basada en un dispositivo óptico comúnmente utilizado para el conformado de pulsos ópticos por transformación directa espacio-tiempo [Lea-99, Lea-01]. Este sistema, constituido por una combinación de elementos ópticos, proporciona una señal temporal de salida que resulta ser una réplica escalada de una máscara espacial unidimensional situada en un plano específico del dispositivo. Asimismo, la señal de salida está globalmente afectada por un “chirp” cuya magnitud puede sintonizarse fácilmente mediante el control de la separación entre los diferentes componentes ópticos.

En los últimos años, la analogía espacio-tiempo ha permitido adaptar diversos formalismos matemáticos para el análisis de la propagación de pulsos en sistemas dispersivos. Así, la transformada de Fourier fraccional, ampliamente utilizada en difracción, se ha propuesto como método para la caracterización de pulsos con “chirp” lineal en su propagación en fibras ópticas dispersivas [Coë-01]. Por otra parte, recientemente se ha introducido un nuevo parámetro para la caracterización de pulsos, denominado factor de calidad del pulso [Lin-99, Rou-02], que resulta ser el análogo temporal del factor de calidad de un haz, de uso extendido en la descripción de haces láser [Sie-91]. Asimismo, varios investigadores han centrado su interés en la extensión al dominio temporal del formalismo matricial empleado para describir la difracción en sistemas ópticos Gaussianos. En esta dirección, las matri-

3. Propagación de pulsos en sistemas Gaussianos temporales

ces *ABCD* temporales se introdujeron originalmente para describir la propagación de pulsos con “chirp” en medios dispersivos parabólicos [Dij-90]. Se dedujeron entonces, a partir de sus homólogas espaciales, las matrices elementales que caracterizan la propagación de un pulso en un medio dispersivo y la acción de un “chirp” lineal. Posteriormente, este formalismo se ha utilizado para abordar sistemas dispersivos constituidos por un número arbitrario de elementos, estableciéndose formalmente la teoría matricial de los sistemas Gaussianos temporales [Nak-98, Lon-01, Moo-01]. Entre otras contribuciones, este método matricial ha encontrado aplicación en la descripción de diversas técnicas “mode-locking” de generación de pulsos ultracortos [Nak-98] y en el estudio de sistemas de comunicación por fibra óptica basados en el control periódico de la dispersión de la velocidad de grupo [Moo-01].

Desde un punto de vista práctico, la analogía espacio–tiempo se ha convertido en una herramienta tremendamente útil para la búsqueda de nuevas aplicaciones y fenómenos temporales. Así, entre las primeras aportaciones basadas en dicha analogía se encuentra el estudio de las condiciones que conducen, en la propagación de pulsos en un medio dispersivo parabólico, al equivalente temporal de la difracción en la región de Fraunhofer [Jon-74]. En este sentido, la propagación de un pulso a través de un tramo suficientemente largo de un medio dispersivo proporciona una señal cuya envolvente es proporcional a la transformada de Fourier del paquete de ondas original. Esta propiedad ha sido utilizada, posteriormente, para el análisis de espectros ópticos en tiempo real empleándose como línea dispersiva una fibra óptica monomodo [Ton-97] o una red de Bragg con variación lineal del periodo [Mur-99, Ber-00]. Entre otras aplicaciones basadas en esta técnica de transformación de Fourier temporal de pulsos se incluyen la medida de dispersión parabólica [Ton-97, Aza-00, Hak-01], el filtrado espectral de pulsos en tiempo real [Aza-00, Cho-00], la generación de retardos ópticos variables [Hal-00] y la restauración de pulsos dispersados por fibra óptica [Hak-99]. Por otra parte, se han propuesto otras técnicas alternativas para la obtención de la transformada de Fourier de pulsos luminosos [Jan-83, Loh-92, Pap-94, Kau-94, Men-95, Aro-97], siendo todas ellas análogos temporales de conocidos sistemas ópticos espaciales constituidos por una o varias lentes espaciales. Estas configuraciones temporales requieren de algún mecanismo que efectúe una modulación de fase cuadrática a fin de realizar la misma función que una lente espacial pero, ahora, sobre la envolvente temporal del pulso. Aunque perfectamente válidos, estos sistemas son de más difícil implementación

3.1. Introducción

práctica dado que requieren de algún mecanismo de lente temporal. A pesar de ello, se han demostrado con éxito algunas de estas propuestas [Kau-94, Aro-97].

Aparte de los sistemas transformadores de Fourier temporales, en los últimos años se han extendido al dominio temporal otros sistemas ópticos bien conocidos en el campo de la difracción. Así, se ha analizado con detalle el equivalente temporal de un sistema de formación de imágenes convencional constituido por una única lente espacial. Este sistema, según la analogía espacio-tiempo, consiste en una lente temporal situada entre dos medios dispersivos. La primera demostración de un sistema de estas características se llevó a cabo a mediados de la década de los sesenta [Tou-68, Cap-71] utilizando sistemas puramente eléctricos. Las configuraciones dispersivas de entrada y salida se construyeron con redes eléctricas dispersivas y la modulación de lente temporal se realizó mezclando la señal con un oscilador local modulado en frecuencia. Posteriormente, ya en el rango de frecuencias ópticas, se ha desarrollado la teoría de la formación de imágenes temporales [Kol-89, Kol-94a, Kol-94b]. En particular, se han introducido conceptos equivalentes a los de longitud focal y número- f en una lente espacial y se han propuesto expresiones análogas a la de apertura numérica en una lente espacial y resolución en un sistema formador de imágenes [Kol-94a, Kol-94b]. La implementación experimental de sistemas de formación de imágenes temporales ha centrado el interés de varios grupos de investigación. En todos los casos se han empleado dispositivos de doble red [Kol-89, Kau-93, Ben-94] como líneas dispersivas. Para la implementación de la lente temporal se han empleado moduladores de fase electro-ópticos [Kau-93] y mecanismos no lineales de suma de frecuencias [Ben-94].

En el dominio espacial, el efecto Talbot entero –o fenómeno de autoimágenes– es una propiedad bien conocida del campo electromagnético por la que ciertas estructuras planas, denominadas objetos de Montgomery, al ser iluminadas coherentemente son capaces de proporcionar su propia imagen en una serie de planos paralelos a ellas sin necesidad de ningún componente óptico [Pat-89]. De entre estos objetos, las redes de difracción periódicas representan el subconjunto más importante. Estas señales de entrada generan, además, otros patrones de difracción de interés, denominados imágenes de Fresnel, en los que la distribución de amplitud es una versión del objeto periódico de partida con la misma celda unidad aunque con un periodo menor. Este último fenómeno es conocido como efecto Talbot fraccional [Win-65]. Según la analogía espacio-tiempo, el efecto Talbot temporal

3. Propagación de pulsos en sistemas Gaussianos temporales

se produce cuando una señal periódica, como por ejemplo un tren de pulsos, se propaga en un medio dispersivo parabólico. El efecto Talbot temporal entero fue descrito por primera vez a principios de la década de los ochenta [Jan-81] considerando como medio dispersivo una fibra óptica monomodo. Se establecieron entonces las distancias en fibra a las que el tren periódico de entrada se replica de forma exacta, es decir, se obtienen autoimágenes temporales. Más tarde, Indebetouw demuestra que la periodicidad de la señal original no es más que una condición suficiente para la obtención del efecto Talbot temporal entero [Ind-90]. En este sentido, el autor deduce la condición necesaria sobre una señal temporal dada que asegura su reobtención tras propagarse una cierta distancia, o un número entero de veces ésta, en un medio dispersivo parabólico. De este modo, establece el homólogo temporal de los objetos de Montgomery espaciales. La primera demostración experimental del efecto Talbot temporal entero se debe a Andrekson [And-93c] quien propuso este fenómeno como un método para generar la señal de reloj en sistemas de comunicaciones transoceánicas por fibra óptica. Por otra parte, el interés por el efecto Talbot temporal fraccional, o generación de imágenes de Fresnel temporales, es bastante más reciente. En particular, es en 1998 cuando varios investigadores proponen este efecto, siempre considerando una fibra óptica como línea dispersiva particular, como una técnica nueva para multiplicar la frecuencia de repetición de secuencias periódicas de pulsos sin afectar las características del pulso individual [Mit-98, Sha-98, Ara-98]. Posteriormente, se han propuesto configuraciones alternativas para su implementación práctica tales como redes de Bragg con variación lineal del periodo [Aza-99], resonadores en anillo acoplados [Hua-00] y un dispositivo de doble red [Car-01]. Asimismo, se ha profundizado en el estudio del efecto Talbot temporal, tanto entero como fraccional [Aza-01], y se ha investigado detalladamente el efecto que provoca, sobre las autoimágenes e imágenes de Fresnel temporales, la duración finita de las secuencias periódicas así como fluctuaciones de fase e intensidad entre los pulsos [Aza-03a]. Por otra parte, también se ha analizado el homólogo temporal del efecto Talbot, entero y fraccional, con fuente de iluminación esférica a distancia finita [Car-01, Aza-03b, Lan-04c]. Para ello, la clave está en reconocer que la condición de iluminación esférica puede interpretarse como la acción de una lente, con longitud focal adecuada, situada en el plano del objeto difractante. La contrapartida temporal es, por tanto, considerar como señal de partida una señal temporal con “chirp”.

3.1. Introducción

Entre las potenciales aplicaciones del efecto Talbot temporal destaca, por encima de todas, la mencionada técnica de multiplicación de la frecuencia de repetición de secuencias de pulsos por efecto Talbot fraccional. Téngase en cuenta que la generación de trenes de pulsos ultracortos con elevada frecuencia de repetición constituye un desafío que ha centrado, durante los últimos años, la atención de diversos investigadores. Por citar sólo unas pocas e interesantes aplicaciones, baste mencionar que el diseño de redes de comunicaciones ópticas capaces de transmitir las unidades de información a velocidades cada vez más elevadas, así como el desarrollo de sistemas de computación óptica, se encuentra limitado por el desarrollo de fuentes de radiación capaces de generar señales temporales periódicas a las que se demanda una frecuencia cada vez mayor. En esta dirección, hemos de mencionar que los métodos activos de anclaje de modos (“active mode-locking”) están especialmente adaptados para la generación de pulsos sincronizados con un reloj exterior. Sin embargo, la frecuencia de repetición de los trenes de pulsos que se pueden obtener directamente por este método se encuentra limitada por la frecuencia de modulación a la que puede operar el modulador localizado en el interior de la cavidad, usualmente unos pocos gigahertzios. Así, resulta interesante disponer de técnicas que, actuando sobre el tren de pulsos generado por el láser, permitan aumentar su frecuencia de repetición. En esta dirección, la técnica de multiplicación de trenes de pulsos basada en el efecto Talbot fraccional resulta extremadamente prometedora puesto que permite, mediante el ajuste adecuado de la dispersión del medio, multiplicar la frecuencia del tren de pulsos original sin introducir distorsiones temporales en su celda unidad. Son varios los grupos de investigación que ya han demostrado experimentalmente las capacidades de esta técnica. En particular, se ha demostrado experimentalmente un factor de multiplicación igual a 16, lo que ha permitido la generación de trenes de pulsos con una frecuencia de 40 GHz a partir de trenes de 2,5 GHz generados por un láser pulsado de Er-Yb, empleando una red de Bragg con periodo lineal de tan sólo un metro de longitud [Lon-00]. Asimismo, la utilización de fibras ópticas dispersivas ha permitido la generación de trenes de pulsos de hasta 400 GHz a partir de un láser de fibra de 10 GHz alcanzando los más altos factores de multiplicación reportados hasta la fecha mediante esta técnica [Sha-98].

3.2. Propagación de pulsos en sistemas dispersivos lineales

En este apartado se aborda el problema de la interacción de pulsos luminosos con sistemas dispersivos lineales. El análisis de este tipo de problemas se simplifica notablemente describiendo la señal temporal en términos de una señal portadora armónica, de frecuencia ω_0 . A lo largo de esta Tesis nos restringiremos al caso de señales cuyo ancho de banda $\Delta\omega$ solamente representa una pequeña fracción del valor de ω_0 , es decir, $\Delta\omega/\omega_0 \ll 1$. Para este caso, la radiación pulsada original, representada matemáticamente mediante la amplitud compleja $U_1(t)$, se describe mediante la modulación de la onda portadora por una envolvente temporal $a_1(t)$. En términos matemáticos

$$U_1(t) = a_1(t) \exp(-i\omega_0 t) \quad . \quad (3.1)$$

Es conveniente expresar esta función en términos del contenido espectral de la envolvente del paquete de ondas obteniéndose

$$U_1(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{a}_1(\omega') \exp(-i\omega' t) \exp(-i\omega_0 t) d\omega' \quad , \quad (3.2)$$

donde $\tilde{a}_1(\omega)$ es la transformada de Fourier de $a_1(t)$. Nuestro interés se centra en estudiar los cambios que sufre, por dispersión, la radiación pulsada al interactuar con sistemas ópticos lineales [Die-96]. El formalismo matemático que a continuación se emplea es aplicable a un gran número de configuraciones dispersivas como pueden ser las fibras ópticas y otros dispositivos constituidos por elementos ópticos tales como prismas y redes de difracción.

En términos matemáticos, un sistema óptico dispersivo se describe matemáticamente mediante su función de transferencia compleja

$$H(\omega) = R(\omega) \exp[i\Psi(\omega)] \quad , \quad (3.3)$$

donde las funciones reales $R(\omega)$ y $\Psi(\omega)$ representan, respectivamente, las respuestas en amplitud y en fase del sistema a una perturbación armónica de entrada de frecuencia ω . Para una señal de entrada genérica, $a_1(t)$, la señal temporal a la salida del dispositivo viene dada por la expresión

3.2. Propagación de pulsos en sistemas dispersivos lineales

$$U_2(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{a}_1(\omega') H(\omega) \exp(-i\omega t) d\omega' \quad , \quad (3.4)$$

siendo $\omega = \omega' + \omega_0$. Nótese que el efecto que, sobre el pulso incidente, provoca la función $R(\omega)$ es equivalente al de un proceso de filtrado en amplitud. Si nos limitamos al caso de sistemas con una respuesta en amplitud uniforme, la cual suponemos igual a la unidad sin pérdida alguna de generalidad, la Ec. (3.4) puede expresarse como

$$\begin{aligned} U_2(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{a}_1(\omega') \exp[i\Psi(\omega)] \exp(-i\omega t) d\omega' = \\ &= \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{a}_1(\omega') \exp[i(\Psi(\omega) - \Psi(\omega_0))] \exp(-i\omega' t) d\omega' \right] \times \\ &\quad \times \exp[-i(\omega_0 t - \Psi(\omega_0))] \quad . \quad (3.5) \end{aligned}$$

De este modo, la envolvente temporal a la salida del sistema dispersivo viene dada por

$$a_2(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{a}_1(\omega') H(\omega', \omega_0) \exp(-i\omega' t) d\omega' \quad , \quad (3.6)$$

siendo

$$H(\omega', \omega_0) = \exp[i(\Psi(\omega' + \omega_0) - \Psi(\omega_0))] \quad (3.7)$$

la función de transferencia del sistema dispersivo. Así pues, los contenidos espectrales de las señales de entrada y salida verifican la relación

$$\tilde{a}_2(\omega') = \tilde{a}_1(\omega') H(\omega', \omega_0) \quad . \quad (3.8)$$

El término de fase $\exp[i\Psi(\omega_0)]$ representa el retardo de fase acumulado por la portadora en su tránsito por el sistema.

3.3. Propagación de pulsos en sistemas Gaussianos temporales

3.3.1. Sistemas dispersivos parabólicos

En este apartado se estudia, como caso particular del análisis efectuado en la Sección 3.2, la interacción de señales temporales con sistemas dispersivos parabólicos; esto es, aquéllos que presentan una respuesta en amplitud independiente de la frecuencia y una respuesta espectral de fase cuadrática. Para ello, se efectúa un desarrollo en serie de Taylor de la función $\Psi(\omega)$ en torno a la frecuencia portadora ω_0 , es decir

$$\Psi(\omega) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\Phi_n}{n!} (\omega - \omega_0)^n \quad , \quad (3.9)$$

donde

$$\Phi_n = \left. \frac{d^n \Psi}{d\omega^n} \right|_{\omega_0} \quad (3.10)$$

son los coeficientes del desarrollo en serie de potencias. Por lo tanto, la función de transferencia, según la Ec. (3.7), puede expresarse de este modo

$$H(\omega', \omega_0) = \exp \left(i \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\Phi_n}{n!} \omega'^n \right) \quad . \quad (3.11)$$

Sustituyendo esta expresión en la Ec. (3.6) y efectuando el cambio de variable $\tau = t - \Phi_1$, con $\Phi_1 = (\partial \Phi / \partial \omega)_{\omega=\omega_0}$, se llega a que

$$a_2(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{a}_1(\omega') \exp \left(i \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\Phi_n}{n!} \omega'^n \right) \exp(-i\omega'\tau) d\omega' \quad . \quad (3.12)$$

El factor Φ_1 es conocido como retraso de grupo (GD, acrónimo de la expresión inglesa “group delay”). Este coeficiente no induce ninguna distorsión sobre la envolvente del paquete de ondas sino que únicamente da cuenta del tiempo que tarda el pulso en propagarse entre los planos de entrada y de salida.

3.3. Propagación de pulsos en sistemas Gaussianos temporales

Efectuando una aproximación cuadrática en la Ec. (3.11), se obtiene la siguiente expresión para la función de transferencia

$$H(\omega', \omega_0) = \exp\left(i \frac{\Phi_2}{2} \omega'^2\right), \quad (3.13)$$

siendo Φ_2 el coeficiente dispersivo de segundo orden o dispersión del retraso de grupo (GDD, acrónimo de la expresión inglesa “group delay dispersion”). Así, los contenidos espectrales de las señales de entrada y salida verifican la relación

$$\tilde{a}_2(\omega') = \tilde{a}_1(\omega') \exp\left(i \frac{\Phi_2}{2} \omega'^2\right). \quad (3.14)$$

En sistemas fuertemente dispersivos tales como la pareja de redes de difracción [Tre-69], una aproximación cuadrática no es suficiente para describir con exactitud su comportamiento. En este sentido, cabe considerar el siguiente término del desarrollo en serie de Taylor de la Ec. (3.9), el cual es conocido como coeficiente dispersivo cúbico o de tercer orden (TOD, acrónimo de la expresión inglesa “third-order dispersion”). A lo largo de esta Tesis, no obstante, asumiremos sistemas dispersivos parabólicos.

La interacción del impulso luminoso con un sistema dispersivo parabólico puede describirse en términos de la respuesta unidad de éste si se efectúa la transformada de Fourier inversa de la Ec. (3.14), en términos matemáticos

$$a_2(\tau) = \sqrt{\frac{i}{2\pi\Phi_2}} \exp\left(\frac{-it^2}{2\Phi_2}\right) \int_{-\infty}^{\infty} a_1(t') \exp\left(\frac{-it'^2}{2\Phi_2}\right) \exp(it'\tau / \Phi_2) dt'. \quad (3.15)$$

Nótese que existe una equivalencia entre la ecuación que describe la interacción de pulsos en sistemas dispersivos parabólicos, véase la Ec. (3.15), y aquella que describe la difracción unidimensional de haces en el espacio libre en la aproximación paraxial, véase la ecuación de Fresnel-Kirchhoff, Ec. (2.1). Así, comparando la versión unidimensional de la Ec. (2.1) y la Ec. (3.15) se deriva que pueden aplicarse resultados de difracción espacial a la distorsión temporal de pulsos, y viceversa, utilizando las tres primeras transformaciones que se muestran en la Tabla 3.1. Esta similitud constituye la base de lo que se ha venido en llamar analogía espacio-tiempo.

3. Propagación de pulsos en sistemas Gaussianos temporales

Como ejemplo particular, consideremos la propagación, en el régimen lineal, de una señal temporal en una fibra óptica dispersiva descrita en una aproximación parabólica y que suponemos con una atenuación independiente de la frecuencia. En este caso, la función $\Psi(\omega)$, véase la Ec. (3.9), que describe la función de transferencia del medio viene dada por la expresión $\Psi(\omega) = \beta(\omega)z$ donde

$$\beta(\omega) = \frac{\omega}{c} n(\omega) \quad (3.16)$$

es la constante de propagación, siendo c la velocidad de la luz en el vacío y $n(\omega)$ el índice de refracción del medio dispersivo. Conviene mencionar que en el caso de medios guidores existen contribuciones dispersivas de distinta naturaleza física a la dispersión procedente de la dependencia del índice de refracción del medio con la frecuencia. De este modo, la función $\beta(\omega)$ posee contribuciones adicionales que dan cuenta de otras fuentes de dispersión como, por ejemplo, la dispersión inducida por la geometría de la fibra [Agr-95]. La respuesta espectral de este medio parabólico se obtiene efectuando una aproximación cuadrática en la Ec. (3.11). En este

Difracción espacial		Dispersión temporal	
Coordenada espacial	x	τ	Tiempo
Distribución de amplitud	$U(x)$	$a(t)$	Envolvente temporal
Distancia de propagación ÷ número de onda	$\frac{R}{k}$	$-\Phi_2$	Coficiente dispersivo de segundo orden
Frecuencia espacial	k_x	ω	Frecuencia temporal en la banda base
Espectro angular	$\tilde{U}(k_x)$	$\tilde{a}(\omega)$	Espectro de la envolvente
Lente de longitud focal f	$\exp\left(\frac{-i\pi x^2}{\lambda f}\right)$	$\exp\left(\frac{it^2}{2\gamma}\right)$	Lente temporal
Difracción en un sistema $ABCD$ espacial	A, B C, D	$A^T, -B^T$ $-C^T, D^T$	Dispersión en un sistema $ABCD$ temporal

Tabla 3.1. Relaciones que establecen la analogía entre la difracción espacial de haces y la dispersión temporal de pulsos.

3.3. Propagación de pulsos en sistemas Gaussianos temporales

caso, los coeficientes del desarrollo en serie resultan ser

$$\Phi_1 = \beta_1 z \quad (3.17)$$

y

$$\Phi_2 = \beta_2 z^2 \quad , \quad (3.18)$$

siendo β_1 y β_2 la primera y segunda derivada, respectivamente, de la función $\beta(\omega)$ evaluada en la frecuencia portadora ω_0 . El parámetro β_2 es conocido como dispersión de la velocidad de grupo (GVD, acrónimo de la expresión inglesa “group velocity dispersion”). Ahora, la analogía espacio–tiempo, esquematizada en la Tabla 3.1, se establece entre la difracción unidimensional de haces en el espacio libre y la propagación de pulsos luminosos en medios dispersivos de modo que se pueden establecer las siguientes relaciones

$$\frac{\lambda}{2\pi} \leftrightarrow \text{sign}(\beta_2)\beta_2 \quad (3.19)$$

y

$$R \leftrightarrow \text{sign}(\beta_2)z \quad , \quad (3.20)$$

donde $\text{sign}(\beta_2)$ representa el signo de la dispersión de la velocidad de grupo. Estas relaciones se deducen directamente a partir de la relación mostrada en la tercera fila de la Tabla 3.1.

3.3.2. Tratamiento matricial

Como ya se vio en la *Sección 2.1*, la descripción del fenómeno de la difracción basada en la integral de Fresnel-Kirchhoff admite una generalización en términos de las matrices $ABCD$. De modo similar, en el dominio temporal se han propuesto métodos alternativos al que proporciona la Ec. (3.15) para el análisis de la propagación de pulsos en sistemas dispersivos. En particular, basándose en la analogía espacio–tiempo, se ha introducido el formalismo de las matrices $ABCD$ temporales para la descripción de la propagación de pulsos en sistemas Gaussianos temporales. Estos sistemas están constituidos por una combinación arbitraria de elementos ópticos con respuesta cuadrática actuando en cascada, es decir, una sucesión de modulaciones frecuenciales y/o temporales de fase cuadrática, véase la Fig. 3.1. La acción de cada componente elemental puede describirse mediante una matriz 2×2 .

3. Propagación de pulsos en sistemas Gaussianos temporales

El sistema Gaussiano global tiene asociada una matriz $A^T B^T C^T D^T$ temporal que se obtiene a partir del producto, en el orden apropiado, de las matrices que definen cada etapa elemental. Las matrices $A^T B^T C^T D^T$ temporales se pueden obtener fácilmente a partir de sus homólogas espaciales aplicando la analogía espacio–tiempo. La regla de paso que permite transformar las matrices $ABCD$ espaciales en temporales es la siguiente²

$$\begin{aligned} A &\leftrightarrow A^T & , & & B &\leftrightarrow -B^T & , \\ C &\leftrightarrow -C^T & , & & D &\leftrightarrow D^T & . \end{aligned} \quad (3.21)$$

Así, en virtud de la Ec. (2.8) y de la tercera transformación de la Tabla 3.1 se llega a que la matriz $A^T B^T C^T D^T$ correspondiente a un sistema dispersivo parabólico con coeficiente dispersivo Φ_2 es

$$\begin{pmatrix} 1 & \Phi_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} . \quad (3.22)$$

Por otra parte, la analogía espacio–tiempo permite extender de forma natural el concepto de lente al dominio temporal. En este sentido, cualquier mecanismo que efectúe una modulación de fase cuadrática, o “chirp” lineal, sobre un pulso dado, actúa como equivalente temporal de una lente espacial. Análogamente al

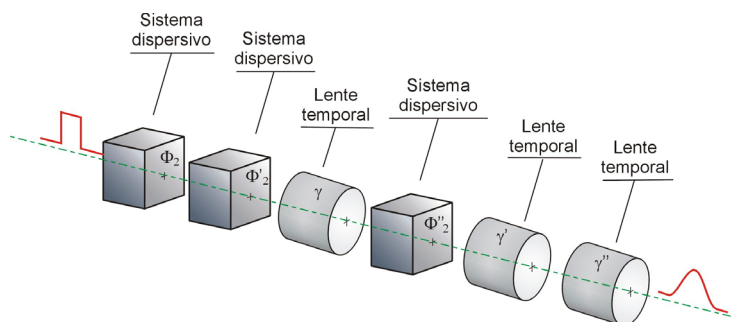


Figura 3.1. Sistema Gaussiano temporal constituido por una combinación arbitraria de moduladores de fase cuadráticos temporales (lentes temporales) y frecuenciales (sistemas dispersivos parabólicos).

² El cambio de signo de los elementos B^T y C^T respecto a sus homólogos espaciales se debe al diferente criterio empleado a la hora de definir las transformaciones de Fourier en el dominio espacial y temporal.

3.3. Propagación de pulsos en sistemas Gaussianos temporales

caso espacial, véase la Ec. (2.9), dicha modulación vendrá dada por la función

$$g(t) = \exp(it^2 / 2\gamma) \quad , \quad (3.23)$$

donde γ es el parámetro característico del “chirp” impartido. En el caso particular de medios dispersivos parabólicos, tales como las fibras ópticas, caracterizados por el coeficiente β_2 , la función $g(t)$ puede expresarse de este otro modo

$$g(t) = \exp(it^2 / 2\beta_2 f_t) \quad , \quad (3.24)$$

la cual se deduce directamente de la Ec. (2.9) aplicando la transformación dada por la Ec. (3.19). El parámetro f_t denota, por analogía con el caso espacial, la longitud focal temporal del “chirp”. Cuando $f_t > 0$ la modulación cuadrática de fase actúa como una lente temporal convergente mientras que si $f_t < 0$ se obtiene el análogo temporal de una lente divergente. En el caso de un “chirp” descrito de forma genérica, véase la Ec. (3.23), se obtiene un comportamiento análogo considerando los casos $\gamma > 0$ y $\gamma < 0$, respectivamente.

Comparando las Ecs. (3.23) y (2.9) y teniendo en cuenta la matriz $ABCD$ de una lente espacial, véase la Ec. (2.10), es posible obtener la matriz asociada a un proceso de modulación de fase cuadrática temporal

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/\gamma & 1 \end{pmatrix} \quad . \quad (3.25)$$

En la Tabla 3.2 se muestran las matrices $ABCD$ que representan la difracción en el espacio libre y el efecto de una lente y sus homólogas temporales. Evidentemente, la analogía espacio–tiempo también aplica a la Ec. (2.3) de modo que se verifica la siguiente relación

$$A^T D^T - B^T C^T = 1 \quad , \quad (3.26)$$

por lo que la matriz $A^T B^T C^T D^T$ de un sistema Gaussiano temporal únicamente posee tres elementos independientes.

La evolución de un pulso a través de un sistema Gaussiano temporal viene descrita por la siguiente transformación canónica lineal

3. Propagación de pulsos en sistemas Gaussianos temporales

$$a'_2(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} a_1(t')K(\tau, t')dt', \quad (3.27)$$

donde la función $K(\tau, t')$ viene dada por

$$K(\tau, t') = \begin{cases} \sqrt{\frac{i}{2\pi B^T}} \exp\left[\frac{-i}{2B^T}(A^T t'^2 + D^T \tau^2 - 2t'\tau)\right], & B^T \neq 0 \\ \frac{1}{\sqrt{A^T}} \exp\left(\frac{-iC^T}{2A^T}\tau^2\right) \delta\left(t' - \frac{\tau}{A^T}\right), & B^T = 0 \end{cases} \quad (3.28)$$

Esta ecuación puede obtenerse directamente a partir de las Ecs. (2.4) y (2.5) sin más que sustituir las variables espaciales por temporales. En la Ec. (3.27), $a_1(t)$ y $a'_2(t)$ denotan las envolventes complejas del pulso en los planos de entrada y salida del sistema, respectivamente. Cabe reseñar que, en general, los coeficientes de la matriz $A^T B^T C^T D^T$ pueden ser complejos [Nak-98, Lon-00]. Ello indica que un sistema Gaussiano temporal puede estar constituido, en general, por etapas de modulación cuadrática de fase y/o amplitud, tanto temporales como frecuenciales. No obstante, nuestro interés se va a centrar únicamente en modulaciones de fase lo cual supondrá que los coeficientes de las matrices serán reales.

Comparando las Ecs. (3.15) y (3.27), y teniendo en cuenta la Ec. (3.26), es

Difracción espacial	Dispersión temporal
Difracción en el espacio libre: $\begin{pmatrix} 1 & R \\ 0 & k \end{pmatrix}$	Propagación en un medio parabólico: $\begin{pmatrix} 1 & \Phi_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Lente espacial: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{k}{f} & 1 \end{pmatrix}$	Lente temporal: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{\gamma} & 1 \end{pmatrix}$

Tabla 3.2. Matrices $ABCD$ correspondientes a la difracción en el espacio libre y al efecto de una lente espacial. También se muestran sus equivalentes temporales.

3.3. Propagación de pulsos en sistemas Gaussianos temporales

sencillo comprobar que cuando

$$B^T / A^T = \Phi_{2eq} \quad (3.29)$$

entonces se cumple la siguiente relación

$$a'_2(\tau) = \sqrt{M^{-1}} \exp\left(\frac{-iC^T}{2A^T} \tau^2\right) a_2(\tau / M), \quad (3.30)$$

donde $M = A^T$. Esta expresión indica que la señal de salida de un sistema $ABCD$ temporal, $a'_2(t)$, es una versión escalada, en intensidad, de aquélla que se obtiene cuando sobre la misma señal de entrada actúa un sistema dispersivo parabólico con un coeficiente dispersivo Φ_{2eq} [Lan-04c]. En otras palabras, el problema de la interacción de pulsos con sistemas Gaussianos temporales es completamente equivalente al de la propagación en sistemas dispersivos parabólicos. Cabe mencionarse que es posible llegar a esta misma conclusión mediante la aplicación de la analogía espacio-tiempo. En efecto, nótese que la Ec. (3.29) es análoga a la Ec. (2.20) que establece la conexión entre la difracción de haces en sistemas Gaussianos y en el espacio libre. Nótese que, por similitud con el problema análogo espacial tratado en la *Sección 2.1*, la relación entre las envolventes temporales dada por la Ec. (3.30) incluye un factor de fase cuadrático el cual puede asociarse al efecto de una lente temporal.

CAPÍTULO 4

Diseño de sistemas compensadores en Óptica Difractiva y en Óptica Ultrarrápida

4.1. Correlación espacialmente variante de objetos en color	55
4.1.1. Regla de transformación de un procesador de Fourier acromático en uno de Fresnel	55
4.1.2. Procesador de Fourier acromático	62
4.1.3. Procesador de Fresnel acromático	64
4.1.4. Correlador acromático espacialmente variante: verificación experimental	66
4.2. Difracción de pulsos en sistemas con dispersión cromática compensada	69
4.2.1. Difracción con iluminación pulsada	69
4.2.2. Compensación de la dispersión cromática	72
4.2.3. Autoimágenes acromáticas con iluminación pulsada	74

4.1. Correlación espacialmente variante de objetos en color

4.1.1. Regla de transformación de un procesador de Fourier acromático en uno de Fresnel

Consideremos un sistema óptico, constituido por la asociación en cascada de dos sistemas, $A_1B_1C_1D_1$ y $A_2B_2C_2D_2$, iluminado con una onda plana monocromática de número de onda σ , como se muestra en la Fig. 4.1. Las condiciones bajo las cuales esta configuración se comporta como un procesador de Fourier coherente son dos; a saber, la existencia de un plano de Fraunhofer intermedio real, en el cual poder efectuar operaciones de filtrado, y de un plano final en el que se obtenga la imagen del plano de entrada. En virtud de lo establecido en la *Sección 2.1*, se deduce que la primera etapa del dispositivo de la Fig. 4.1 proporciona el patrón de Fraunhofer del objeto difractante situado en el plano de entrada si se cumple que

4. Diseño de sistemas compensadores en Óptica Difractiva y en Óptica Ultrarrápida

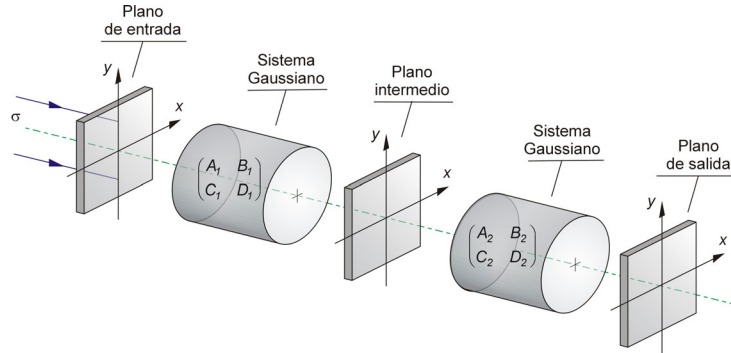


Figura 4.1. Sistema óptico constituido por la asociación en cascada de dos sistemas ópticos Gaussianos con un plano intermedio.

$$A_1 = 0 \quad . \quad (4.1.a)$$

La distribución de amplitud en dicho plano vendrá dada por la Ec. (2.24). Asimismo, el sistema global debe comportarse como un sistema formador de imágenes. Recuerdese que un sistema $ABCD$ posee tal comportamiento siempre y cuando $B=0$. De este modo, la segunda condición a exigir resulta ser

$$A_2 = -B_2 D_1 / B_1 \quad . \quad (4.1.b)$$

Es fácil demostrar que puede llegarse a esta misma condición si se exige que el sistema equivalente, constituido por la acción del factor de fase cuadrático que afecta a la transformada de Fourier obtenida en la primera etapa, véase la Ec. (2.26), y el segundo sistema, $A_2 B_2 C_2 D_2$, se comporte como un transformador de Fourier, esto es, su coeficiente A'_2 sea cero. Mediante este último punto de vista, el sistema global puede contemplarse como un proceso de doble transformación de Fourier.

Supongamos, a continuación, que el plano de entrada está iluminado con radiación procedente de una fuente de luz temporalmente incoherente. En tales condiciones, como ya ha sido establecido, la dispersión cromática asociada a la difracción provoca un fuerte emborronamiento cromático del patrón de Fraunhofer obtenido mediante un transformador de Fourier convencional. Por ello, un procesador de Fourier apto para el procesado óptico con fuente temporalmente incoherente no puede ser una mera réplica de su homólogo coherente.

Un procesador temporalmente incoherente debe poseer, para todas las compo-

4.1. Correlación espacialmente variante de objetos en color

nentes espectrales de la radiación, un mismo plano de Fraunhofer intermedio y un mismo plano imagen final. Además, la aberración cromática transversal debe ser nula por lo que la escala de la operación de transformación de Fourier y el aumento de la imagen final deben ser independientes de la longitud de onda. En términos matemáticos,

$$A_1(\sigma) = 0 \quad , \quad (4.2.a)$$

$$A_2(\sigma) = -B_2(\sigma)D_1(\sigma) / B_1(\sigma) \quad , \quad (4.2.b)$$

$$B_1(\sigma) = \kappa \quad , \quad (4.2.c)$$

$$A(\sigma) = \kappa' \quad , \quad (4.2.d)$$

donde los parámetros κ y κ' , independientes de la longitud de onda, definen, respectivamente, el factor de escala del patrón de Fraunhofer intermedio y el aumento de la imagen final. Es sencillo demostrar que la condición dada por la Ec. (4.2.d), junto con las Ecs. (4.2.a) y (4.2.c) y la unimodularidad de la matriz $ABCD$, conduce a que el elemento B_2 debe ser $B_2(\sigma) = -\kappa\kappa'$. Teniendo en cuenta esta última condición y las Ecs. (4.2.b) y (4.2.c) se deduce que $A_2(\sigma) = \kappa'D_1(\sigma)$. Es decir, la dependencia funcional de los elementos de matriz A_2 y D_1 con la variable σ debe ser idéntica. Cabe mencionar que un procesador de Fourier acromático es aquél que cumple estas condiciones en una aproximación de primer orden.

Centramos ahora nuestra atención en el procesado coherente en la región de Fresnel con luz monocromática de número de onda σ . Ahora la operación de procesado se realiza sobre un patrón de difracción de Fresnel y, además, el sistema se comporta globalmente como formador de imágenes. Estos requisitos imponen las siguientes condiciones

$$\frac{B_l}{A_l} = \frac{R_{eq}}{k} \quad , \quad (4.3.a)$$

$$A_2 = -B_2D_1 / B_1 \quad . \quad (4.3.b)$$

En la Ec. (4.3.a), R_{eq} indica la distancia axial a la que se obtiene el mismo patrón de Fresnel por propagación en el espacio libre bajo iluminación paralela monocromática de número de onda σ , véase la Ec. (2.20). El ejemplo más simple de proce-

sador de Fresnel se basa en dos sistemas $ABCD$ sencillos [Dav-92]. En este dispositivo, la primera etapa es simplemente la propagación en el espacio libre a una distancia R . La segunda etapa está constituida por un sistema $2f$ convencional.

La dependencia de la difracción con la longitud de onda impide que los procesadores de Fresnel coherentes puedan emplearse con luz policromática. Así, análogamente a lo que ocurre en el caso de Fourier, un procesador de Fresnel apto para el procesamiento con fuente de ancho de banda extenso o, equivalentemente, con objetos en color, debe estar constituido por una primera etapa que proporcione un patrón de Fresnel compensado cromáticamente. Más aún, globalmente el sistema debe comportarse como un sistema formador de imágenes independiente de la longitud de onda. En términos matemáticos, estas condiciones vienen dadas por las siguientes expresiones

$$\frac{B_1(\sigma)}{A_1(\sigma)} = \frac{R_{eq}(\sigma_0)}{k_0} = \kappa_F \quad , \quad (4.4.a)$$

$$A_2(\sigma) = -B_2(\sigma)D_1(\sigma) / B_1(\sigma) \quad . \quad (4.4.b)$$

Nótese que la Ec. (4.4.a) indica la independencia con el número de onda del cociente entre los elementos de matriz B_1 y A_1 . Análogamente al caso del procesador de Fourier, las escalas del patrón de Fresnel intermedio y de la imagen final deben ser independientes del número de onda σ . Así, adicionalmente, los elementos de matriz deben cumplir las siguientes condiciones

$$A_1(\sigma) = \kappa'_F \quad , \quad (4.4.c)$$

$$A(\sigma) \equiv A_1(\sigma)A_2(\sigma) + C_1(\sigma)B_2(\sigma) = \kappa''_F \quad . \quad (4.4.d)$$

Es sencillo demostrar, a partir de las Ecs. (4.4.a) y (4.4.c), que $B_1(\sigma) = \kappa_F \kappa'_F$. Asimismo, esta última condición junto con las Ecs. (4.4.b) y (4.4.d) conducen a que $B_2(\sigma) = -\kappa_F \kappa'_F \kappa''_F$.

A continuación se propone un método sencillo que permite convertir un procesador de Fourier en uno de Fresnel, y viceversa. Consideraremos, inicialmente, el caso de iluminación monocromática de número de onda σ . Para ello, a un procesador de Fourier coherente se le adosa, en el plano de entrada, un objetivo refractivo no dispersivo de longitud focal imagen f ; véase la Fig. 4.2. Puesto que $A_1 = 0$, los elementos de matriz del sistema equivalente constituido por la asocia-

4.1. Correlación espacialmente variante de objetos en color

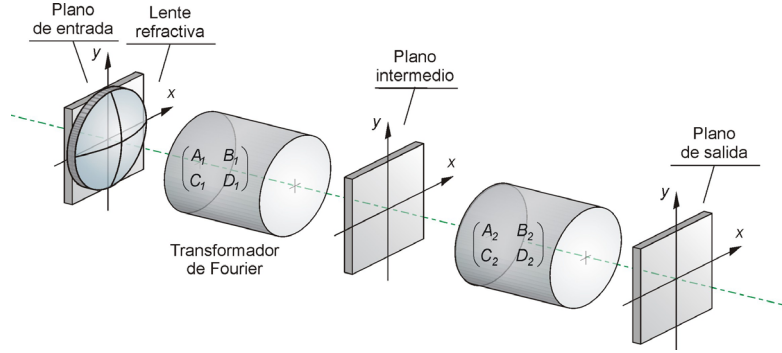


Figura 4.2. La adición de una lente refractiva en el plano de entrada de un procesador de Fourier lo convierte en un procesador de Fresnel.

ción de la lente refractiva y el sistema $A_1B_1C_1D_1$ son

$$\begin{pmatrix} A'_1 & B'_1 \\ C'_1 & D'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -k/f & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -kB_1/f & B_1 \\ C_1 - (kD_1/f) & D_1 \end{pmatrix} . \quad (4.5)$$

Sustituyendo los elementos de matriz A'_1 y B'_1 en la Ec. (2.20) se deduce que el perfil de irradiancia obtenido en el plano intermedio del sistema de la Fig. 4.2 coincide con el patrón de Fresnel de la transparencia de entrada generado por propagación libre con iluminación paralela monocromática de número de onda σ a la distancia axial

$$R_{eq} = -f . \quad (4.6)$$

Asimismo, el perfil de irradiancia resultante está escalado respecto al que se obtiene por propagación libre. A partir de las Ecs. (2.21) y (4.5), es directo demostrar que el factor de escala resulta ser

$$M_{eq} = -k B_1/f . \quad (4.7)$$

Por supuesto, el elemento de matriz B correspondiente al acoplamiento entre los sistemas $A_1B_1C_1D_1$ y $A_2B_2C_2D_2$ continua siendo nulo. De este modo, el anterior acoplamiento sigue comportándose como un sistema de formación de imágenes entre los planos de entrada y salida. Nótese, no obstante, que ahora la relación objeto-imagen aplica a un objeto efectivo constituido por la transmitancia y la lente refractiva.

De este modo, la adición de una lente refractiva en el plano de entrada de un procesador de Fourier coherente convierte a éste, de modo automático, en un procesador de Fresnel. Nótese además que es posible sintonizar el patrón de Fresnel obtenido en el plano intermedio con sólo variar la longitud focal de la lente situada en el plano de entrada. Esta propiedad es reversible en el sentido que todo procesador de Fresnel se puede transformar en uno de Fourier con sólo añadir una lente refractiva en el plano de entrada. En efecto, considérese un procesador de Fresnel constituido por dos subsistemas $A_1B_1C_1D_1$ y $A_2B_2C_2D_2$. Supongamos que en plano de entrada del dispositivo se añade una lente de longitud focal f . La matriz equivalente correspondiente a la asociación de la lente más el sistema $A_1B_1C_1D_1$ resulta ser

$$\begin{pmatrix} A'_1 & B'_1 \\ C'_1 & D'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -k/f & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 - kB_1/f & B_1 \\ C_1 - (kD_1/f) & D_1 \end{pmatrix}. \quad (4.8)$$

De este modo, el patrón que ahora se obtiene en el plano intermedio coincide con el que se genera, por propagación en el espacio libre, a la distancia

$$R_{eq} = \frac{kB_1}{A_1 - kB_1/f}. \quad (4.9)$$

Así, para que el sistema se comporte como un procesador de Fourier debe cumplirse que $R_{eq} = \infty$, es decir, $f = kB_1/A_1$.

De idéntica forma, la adición de una lente difractiva en el plano de entrada de un procesador de Fourier acromático lo convierte en un procesador de Fresnel acromático¹. En efecto, consideremos ahora un procesador de Fourier acromático genérico, iluminado con una fuente de ancho de banda extenso, al que se añade una lente difractiva de longitud focal $Z(\sigma) = Z_0\sigma/\sigma_0$ en el plano de entrada, tal y como se muestra en la Fig. 4.3. La matriz equivalente que describe el efecto combinado del primer transformador acromático y de la lente difractiva viene dada por

$$\begin{pmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -k\sigma_0/Z_0\sigma & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -kB_1\sigma_0/Z_0\sigma & B_1 \\ C_1 - (kD_1\sigma_0/Z_0\sigma) & D_1 \end{pmatrix}. \quad (4.10)$$

De este modo, el perfil de irradiancia obtenido en el plano intermedio coincide con

¹ Esta propiedad también se cumple si se consideran sistemas sin aberración cromática residual.

4.1. Correlación espacialmente variante de objetos en color

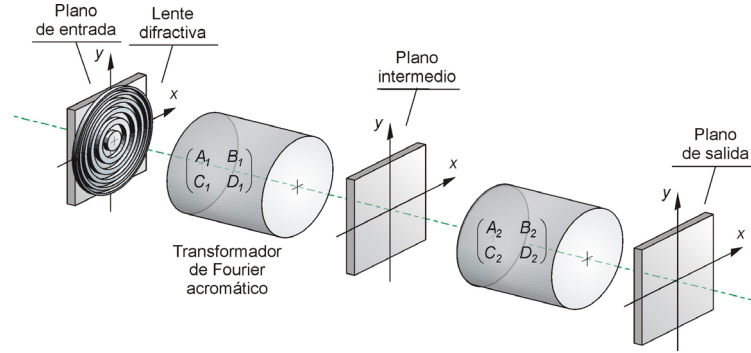


Figura 4.3. La adición de una lente difractiva en el plano de entrada de un procesador de Fourier acromático lo convierte en un procesador de Fresnel acromático.

el patrón de difracción que se genera por propagación libre a la distancia equivalente

$$R_{eq} = -Z(\sigma) \quad . \quad (4.11)$$

Nótese que, en virtud de la Ec. (2.19), el número de Fresnel colimado del sistema constituido por la asociación de la lente difractiva y el primer sistema $ABCD$ resulta ser

$$N_C = \frac{-\sigma_0 r_{\max}^2}{Z_0} \quad , \quad (4.12)$$

el cual es independiente del número de onda. Asimismo, según las Ecs. (2.21) y (4.10), el aumento del patrón de Fresnel obtenido en el plano intermedio resulta ser

$$M_{eq} = \frac{-2\pi B_1 \sigma_0}{Z_0} \quad . \quad (4.13)$$

El aumento resulta de este modo proporcional al factor de escala del patrón de Fraunhofer proporcionado por el transformador de Fourier acromático de la Fig. 4.3. Se concluye pues que el grado de acromatismo se preserva en el transformador de Fresnel que se obtiene al añadir la lente difractiva. Así, la primera etapa del sistema proporciona el mismo patrón de Fresnel para todas las componentes espectrales de la fuente de iluminación.

Asimismo, y al igual que ocurría en el caso mostrado en la Fig. 4.2, el elemen-

to B de la matriz que caracteriza el sistema global es nulo por lo que sigue comportándose como un sistema formador de imágenes. Nótese que en el supuesto de considerar, en el plano de entrada, una lente refractiva en lugar de difractiva, en el plano intermedio no se obtiene un patrón de Fresnel independiente del número de onda dado que, en ese caso, el número de Fresnel colimado sí depende de la longitud de onda de la radiación. Análogamente a lo que ocurre en el caso coherente, es sencillo verificar que la adición de una lente difractiva con longitud focal adecuada en el plano de entrada de un procesador de Fresnel acromático lo convierte en uno de Fourier.

A continuación se emplea esta regla de paso para diseñar un correlador de Fresnel para el reconocimiento de objetos en color [Min-02]. Para ello, en primer lugar se presenta el procesador de Fourier acromático que nos va a servir de referencia en el diseño del procesador de Fresnel con el que poder efectuar operaciones de correlación.

4.1.2. Procesador de Fourier acromático

En la Fig. 4.4 se muestra el procesador de Fourier acromático. Obsérvese que la transparencia objeto está iluminada con un haz esférico convergente de luz blanca. Las dos primeras lentes difractivas, LD_1 y LD_2 , de longitudes focales Z_0 y Z'_0 , respectivamente, para el número de onda σ_0 , constituyen un transformador de Fourier acromático de escala variable si se cumple que $d^2 = -Z_0 Z'_0$ [Lan-94]. El plano de Fraunhofer intermedio se sitúa a una distancia a de LD_2 dada por $a =$

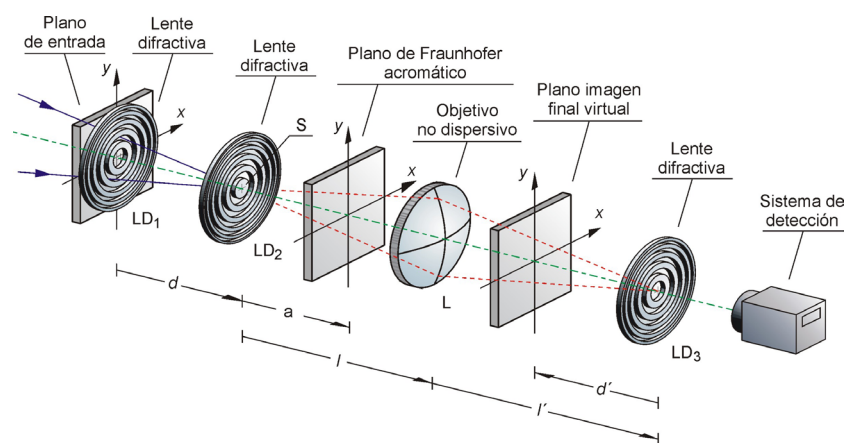


Figura 4.4. Procesador de Fourier acromático con fuente puntual policromática.

4.1. Correlación espacialmente variante de objetos en color

$-d^2/(d+2Z_0)$. El procesador de Fourier se completa añadiendo el objetivo acromático L, de longitud focal f , y la lente difractiva LD₃ de longitud focal Z_0'' . Las condiciones de ligadura que permiten construir este dispositivo óptico pueden encontrarse en la referencia [Taj-98a]. En particular, debe cumplirse que $l' = -Ml$ y $Z_0'' = -M^2 Z_0'$, siendo $M = -f/(l-f)$. Los elementos ópticos LD₂, L y LD₃ se comportan como un sistema de formación de imágenes independiente de la longitud de onda el cual proporciona la imagen del objeto siempre que éste se sitúe pegado a la primera lente difractiva del procesador. Desde este punto de vista, la acción de LD₁ no tiene ningún efecto sobre la distribución de irradiancia de la imagen obtenida. Así, se obtiene una imagen final sin aberración cromática de la señal de entrada, situada en el plano conjugado de la posición del objeto de entrada a través de L y, por tanto, a la distancia d' de LD₃ dada por $d' = -MM_0 d$, donde $M_0 = -f(d+l-f)$.

Sea $t(x, y)$ la transmitancia en amplitud de la transparencia objeto situada en el plano de entrada del procesador de Fourier acromático mostrado en la Fig. 4.4. La distribución monocromática de amplitud, $U(x, y)$, obtenida en el plano de Fraunhofer intermedio viene dada, en primera aproximación, por

$$U(x, y) = \exp\left[\frac{i\pi\sigma}{z(\sigma)}(x^2 + y^2)\right] \iint t(x_0, y_0) \times \exp\left[-\frac{i2\pi}{\beta_0}(xx_0 + yy_0)\right] dx_0 dy_0 \quad (4.14)$$

donde σ denota el número de onda del haz incidente, $\beta_0 = da/(Z_0'\sigma_0)$ y $z(\sigma)$ es la distancia entre la imagen de la señal de entrada formada por el doblete LD₁-LD₂ y el plano de Fraunhofer. Nótese que la Ec. (4.14) es independiente de la longitud de onda en irradiancia. La dependencia del factor de fase cuadrático externo a la integral con la longitud de onda es irrelevante aunque, no obstante, la siguiente transformación de Fourier acromática hace uso de esta dependencia para poder formar una imagen final sin aberración cromática [Taj-98a]. Si en el plano de Fraunhofer intermedio del procesador óptico se inserta un filtro de transmitancia en amplitud $g(x, y)$, en el plano de salida se obtiene la siguiente distribución de amplitud

$$U(x, y) = t\left(\frac{x}{M_0}, \frac{y}{M_0}\right) \otimes \tilde{g}\left(\frac{x}{\beta'_0}, \frac{y}{\beta'_0}\right), \quad (4.15)$$

donde el símbolo \otimes denota la operación de convolución y el segundo término representa la transformada de Fourier de $g(x, y)$, con un factor de escala acromático $\beta'_0 = -M_0\beta_0$. Así, dado que este procesador óptico presenta un plano de Fraunhofer intermedio acromático, permite efectuar operaciones de filtrado de Fourier de modo simultáneo para todas las componentes espectrales de la fuente de iluminación.

4.1.3. Procesador de Fresnel acromático

En virtud de la regla de conversión establecida en el Apartado 4.1.1, la adición de una lente difractiva en el procesador de Fourier acromático de la Fig. 4.4 lo transforma automáticamente en un procesador de Fresnel acromático. Considérese una lente difractiva, de longitud focal f_0 para el número de onda de referencia σ_0 . Así, la distribución de amplitud, $U_F(x, y)$, en el plano intermedio viene dada, en primera aproximación, por la siguiente expresión integral

$$U_F(x, y) = \exp\left[\frac{i\pi\sigma}{z(\sigma)}(x^2 + y^2)\right] \iint t(x_0, y_0) \times \\ \times \exp\left[-\frac{i\pi\sigma_0}{f_0}(x_0^2 + y_0^2)\right] \exp\left[-\frac{i2\pi}{\beta_0}(xx_0 + yy_0)\right] dx_0 dy_0 \quad (4.16)$$

La distribución de irradiancia, $|U_F(x, y; f_0)|^2$, proporcionada por la Ec. (4.16) se corresponde con un patrón de difracción de Fresnel de la transparencia. Dicho patrón coincide con el que se genera por propagación en el espacio libre en el plano transversal situado a la distancia $R_0 = -f_0$ de la transparencia, bajo iluminación plana de número de onda σ_0 .

Dado que la longitud focal de la lente difractiva añadida puede ser arbitraria, conviene elegir aquella que conduzca a un dispositivo lo más simple posible. En este sentido, eligiendo una lente de longitud focal idéntica a la de LD₁ pero de convergencia opuesta, es decir, $f_0 = -Z_0$, se consigue que sus efectos se cancelen lo cual equivale a eliminar la primera lente difractiva LD₁. El dispositivo que resulta al considerar dicho caso se muestra en la Fig. 4.5. Este sistema óptico se sigue comportando, en conjunto, como un sistema de formación de imágenes acromático

4.1. Correlación espacialmente variante de objetos en color

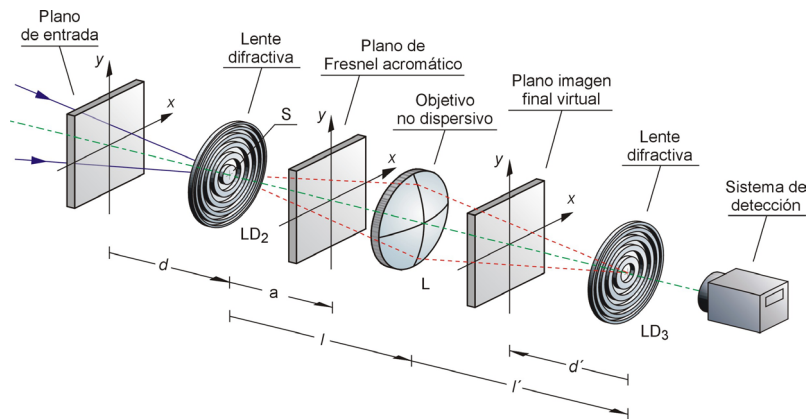


Figura 4.5. Esquema de un procesador de Fresnel acromático apto para el procesado óptico con fuente puntual policromática.

entre los planos de entrada y salida.

Consideremos un filtro de transmitancia en amplitud $F(x, y; R_0)$ construido a partir del patrón de difracción obtenido por propagación libre a distancia R_0 con iluminación paralela monocromática de número de onda σ_0 de una distribución de amplitud de referencia $a(x, y)$, en términos matemáticos

$$F(x, y, R_0) = \iint a(x_0, y_0) \exp\left[\frac{i\pi\sigma_0}{R_0}(x_0^2 + y_0^2)\right] \times \exp\left[-\frac{i2\pi\sigma_0}{R_0}(xx_0 + yy_0)\right] dx_0 dy_0 \quad (4.17)$$

Cuando este filtro es insertado en el plano de Fresnel intermedio, la distribución de amplitud obtenida en el plano de salida del procesador de Fresnel viene dada por la siguiente expresión

$$U_F(x, y) = \left\{ \exp\left[\frac{i\pi\sigma_0}{M_0^2 Z_0}(x^2 + y^2)\right] t\left(\frac{x}{M_0}, \frac{y}{M_0}\right) \right\} \otimes \left\{ \exp\left[\frac{i\pi\sigma_0}{\beta_0^2 / R_0}(x^2 + y^2)\right] a\left(\frac{xR_0}{\beta_0}, \frac{yR_0}{\beta_0}\right) \right\} \quad (4.18)$$

Esta expresión indica que el procesador óptico de la Fig. 4.5 es un sistema variante

a desplazamientos debido a los factores de fase cuadráticos. Puesto que ambos términos son independientes de la longitud de onda, este sistema permite efectuar operaciones de procesado óptico espacialmente variante con luz temporalmente incoherente y, en particular, como a continuación se detalla, reconocimiento de patrones en color empleando un único filtro para todas las longitudes de onda.

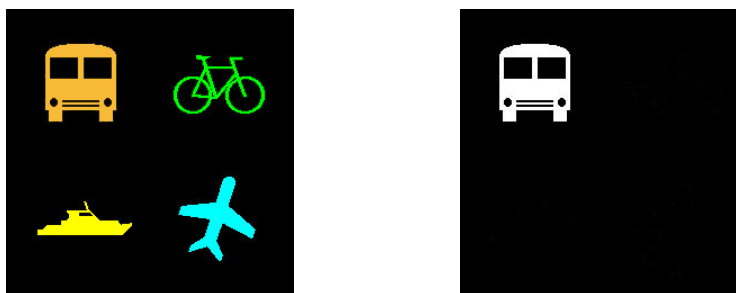
4.1.4. Correlador acromático espacialmente variante: verificación experimental

Una de las grandes ventajas que presenta el filtrado en la región de Fresnel con fuente puntual policromática es que posibilita el procesado óptico espacialmente variante con señales en color. Los correladores ópticos basados en esta propiedad no sólo permiten reconocer la forma, tamaño y contenido espectral de un objeto determinado en la escena de entrada sino que, además, son capaces de localizar su posición.

Para diseñar un correlador de Fresnel acromático espacialmente variante debe adaptarse el patrón de difracción de Fresnel codificado en la Ec. (4.17) con el que genera la señal de entrada en el plano del filtro. De este modo, el filtro que ha de emplearse es $F^*(xZ_0/\beta_0, yZ_0/\beta_0; Z_0)$ donde el símbolo * denota la operación complejo conjugado. Con este filtro, el sistema óptico proporciona un pico de correlación intenso en el plano de salida únicamente si la señal de referencia $a(x, y)$ se localiza en una posición determinada en la distribución de amplitud, $t(x, y)$, situada en el plano de entrada.

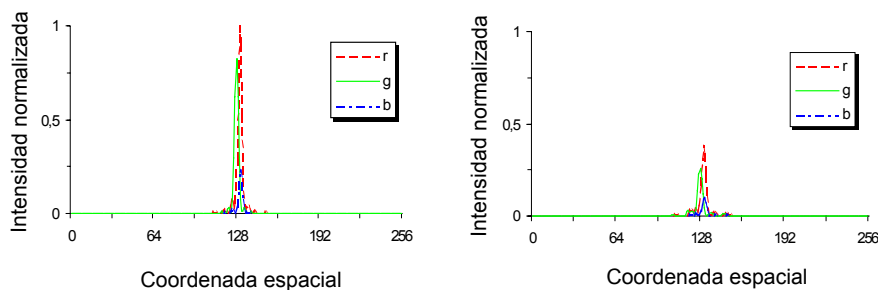
Para estudiar las posibilidades prácticas del correlador de la Fig. 4.5, se realizó una simulación numérica en la que se pretendía reconocer un objeto determinado en una imagen de 256x256 píxeles. La escena de entrada estaba constituida por cuatro objetos diferentes, representando diversos medios de transporte, véase la Fig. 4.6(a). Se consideró un filtro que simulaba un patrón de Fresnel del objeto que representa a un autobús. Se escogieron las longitudes focales $Z'_0 = -Z''_0 = -Z_0 = 200$ mm para el número de onda de referencia $\sigma_0 = 1.77 \mu\text{m}^{-1}$ y se seleccionaron los siguientes parámetros $d=200$ mm, $f=100$ mm y $l=l'=200$ mm. Como fuente de iluminación, se efectuó la simulación considerando un espectro constituido por los números de onda $1.52 \mu\text{m}^{-1}$, $1.77 \mu\text{m}^{-1}$ y $2.06 \mu\text{m}^{-1}$. Los resultados obtenidos se muestran en la Fig. 4.6. Cuando el objeto está en la posición correcta se obtiene un pico intenso de correlación, véase la Fig. 4.6(c). En cambio, cuando la escena de entrada se desplaza 10 píxeles por cada lado de su posición original ale-

4.1. Correlación espacialmente variante de objetos en color



(a)

(b)



(c)

(d)

Figura 4.6. Reconocimiento de objetos espacialmente variante: a) escena de entrada, b) patrón a reconocer, c) perfil de irradiancia para cada una de las componentes RGB, d) perfil de irradiancia cuando el objeto ha sido desplazado 10 píxeles en horizontal y 10 píxeles en vertical.

jándose del centro, se produce una disminución en la intensidad del pico de correlación, como se muestra en la Fig. 4.6(d). Además, cabe destacar que el color del pico proporciona información sobre el contenido espectral del objeto que se correlaciona, véase la Fig. 4.6(c).

Por otra parte, en el laboratorio se montó el mismo dispositivo óptico para la realización de un experimento de reconocimiento espacialmente variante de caracteres en color. El objeto de entrada, véase la Fig. 4.7(a), se iluminó con una lámpara de Xenon de espectro continuo que abarca todo el espectro visible y que se hizo converger sobre la lente difractiva LD₂. Los parámetros del dispositivo óptico experimental son los mismos que los empleados en la simulación numérica anterior. La Fig. 4.7(b) muestra el carácter utilizado como patrón a reconocer y la Fig. 4.7(c)

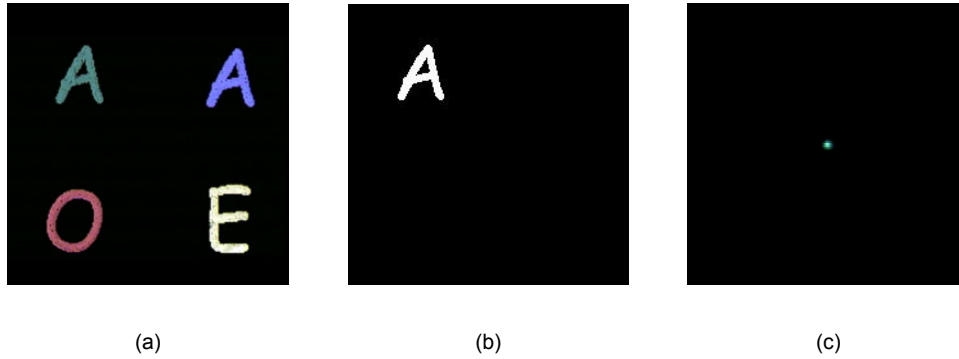


Figura 4.7. Resultados experimentales de una experiencia de correlación espacialmente variante: (a) fotografía en color de la transparencia de entrada, (b) patrón a reconocer y (c) pico de correlación obtenido en el plano de salida.

la distribución de irradiancia obtenida en el plano de salida del dispositivo. Nótese que se obtiene un pico de correlación centrado que además proporciona información sobre el contenido espectral del objeto.

Finalmente, mediante este mismo dispositivo se analizó experimentalmente la sensibilidad del pico de correlación a la variación de la posición del objeto a reconocer. La Fig. 4.8 muestra la irradiancia normalizada medida en el centro del plano de salida frente al desplazamiento de la señal de entrada, mostrada en la Fig. 4.7(a). Se observa cómo el desplazamiento transversal del objeto de entrada conlleva una disminución del pico de correlación debido a los factores de fase cuadráticos de la Ec. (4.18). Esta disminución de la correlación se debe o bien a una diferencia en el

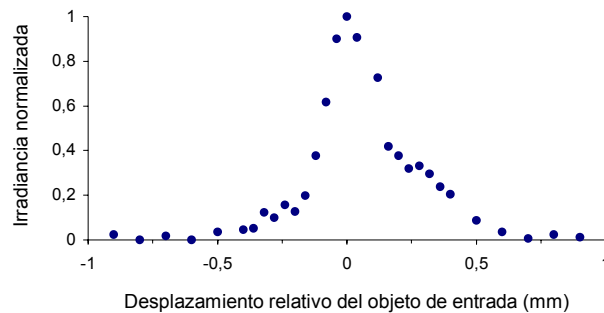


Figura 4.8. Representación de la irradiancia en el punto central del plano de salida del dispositivo mostrado en la Fig. 4.5 frente al desplazamiento de la escena de entrada.

color del objeto, respecto al color del filtro, o bien a un desajuste de la posición. No obstante, cabe señalar que la comparación del color del pico final con el color empleado para diseñar el filtro puede ser útil para distinguir entre los dos casos.

4.2. Difracción de pulsos ultracortos en sistemas ópticos con dispersión cromática compensada

4.2.1. Difracción con iluminación pulsada

En este apartado se analiza la propagación de haces ultracortos de radiación en sistemas ópticos Gaussianos espaciales. En particular, nuestro objetivo principal es encontrar una expresión que permita calcular la distribución espacio-temporal de amplitud compleja en el plano de salida de un sistema $ABCD$ genérico. Para ello, consideremos una onda plana pulsada que incide sobre una transparencia objeto, de transmitancia en amplitud $t(\vec{r})$, la cual suponemos situada en el plano de entrada del sistema, véase la Fig. 4.9. La distribución espacio-temporal de amplitud viene dada por la siguiente expresión

$$U_1^p(\vec{r}, t) = a(t)t(\vec{r}) \quad , \quad (4.19)$$

donde $a(t)$ es la envolvente temporal de la onda plana pulsada incidente, tal y como se definió en la *Sección 3.2*. Es importante destacar que el fenómeno de la propagación de haces ultracortos en sistemas Gaussianos espaciales no admite un análisis independiente de los efectos temporales y espaciales. Ello es debido a que, tal

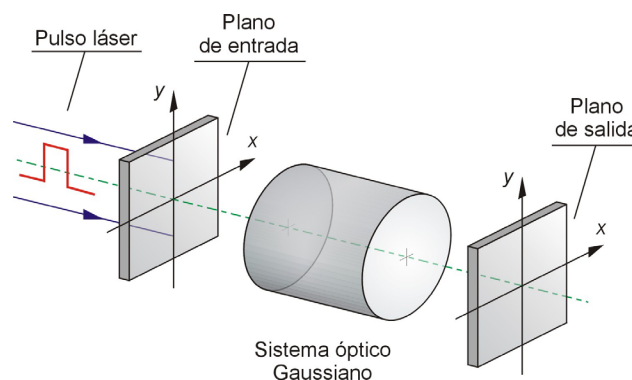


Figura 4.9. Sistema óptico Gaussiano iluminado con una haz ultracorto de radiación.

y como se mencionó en capítulos anteriores, la difracción es un fenómeno que depende inherentemente de la frecuencia de la radiación. Por ello, la distribución de campo en el plano de salida no podrá describirse, en general, de forma similar a la señal de entrada, esto es, como el producto de una función dependiente del tiempo por otra función que depende únicamente de las coordenadas espaciales transversales. Un método sistemático de abordar el problema que nos ocupa se basa en determinar el campo difractado para cada componente espectral del haz pulsado y, posteriormente, efectuar una superposición coherente, en amplitudes, de todas las distribuciones resultantes. Así, en primer lugar conviene expresar la Ec. (4.19) en el dominio de frecuencias temporales, es decir

$$\tilde{U}_1^p(\vec{r}, \omega') = \tilde{a}(\omega') t(\vec{r}) \quad , \quad (4.20)$$

donde $\tilde{a}(\omega')$ es la transformada de Fourier de la envolvente temporal $a(t)$. De este modo, la distribución espacial de amplitud, correspondiente a la componente espectral de frecuencia ω' , a la salida del sistema Gaussiano viene dada por la expresión

$$\tilde{U}_2^p(\vec{r}, \omega') = \tilde{a}(\omega') \tilde{U}_2(\vec{r}, \omega') \quad , \quad (4.21)$$

donde la función $\tilde{U}_2(\vec{r}, \omega')$ se obtiene a partir de la expresión

$$\tilde{U}_2(\vec{r}, \omega') = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(\vec{r}_0) K(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega') d^2 \vec{r}_0 \quad , \quad (4.22)$$

siendo $K(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega')$ el núcleo de la transformación asociada con el sistema Gaussiano espacial, véanse las Ecs. (2.4) y (2.5). Nótese la dependencia explícita del fenómeno de la difracción con la frecuencia, véase la Ec. (4.22), la cual viene dada a través de los elementos de la matriz $ABCD$ del sistema óptico.

Para obtener la distribución de amplitud compleja en el plano de salida del sistema debe efectuarse, en la Ec. (4.21), una transformación de Fourier inversa temporal, en términos matemáticos

$$U_2^p(\vec{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{a}(\omega') \exp(-i\omega't) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(\vec{r}_0) K(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega') d^2 \vec{r}_0 d\omega' \quad . \quad (4.23)$$

Esta expresión muestra el acoplamiento espacio-temporal que, en general, existe en

la difracción de un haz pulsado. La distribución de intensidad instantánea en el plano de salida resulta ser

$$I_2^p(\vec{r}, t) = \left| U_2^p(\vec{r}, t) \right|^2 \quad . \quad (4.24)$$

Es importante destacar que, en general, este resultado conduce, para un instante dado, a una distribución espacial de amplitud que no guarda ninguna similitud con el patrón de difracción que se obtiene mediante iluminación monocromática [Kem-93, Gu-00]. Por otra parte, para una posición fija en el plano de salida, se obtiene una distribución temporal que, en general, es diferente a la envolvente del pulso original, $a(t)$. En todo caso, estas discrepancias van a depender del ancho de banda del paquete de ondas y también, como veremos a continuación, del comportamiento dispersivo del sistema Gaussiano que se considere en cada caso particular.

La medida de la envolvente temporal de pulsos ultrarrápidos constituye un problema importante. Téngase en cuenta que los sistemas de detección convencionales poseen tiempos de detección del orden de picosegundos o superiores. Así, la duración ultracorta de los pulsos de radiación hace necesario definir la intensidad media en el tiempo de respuesta del detector. Para pulsos mucho más cortos que el tiempo de detección, la magnitud que registra el sistema detector es directamente la energía total, o intensidad integrada, del paquete de ondas. Esta magnitud viene dada matemáticamente por la siguiente expresión

$$I_i(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} I_2^p(\vec{r}, t) dt \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \left| U_2^p(\vec{r}, t) \right|^2 dt \quad , \quad (4.25)$$

la cual se puede expresar, en virtud del teorema de Parseval [Die-96], de este otro modo

$$I_i(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \left| U_2^p(\vec{r}, t) \right|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \tilde{U}_2^p(\vec{r}, \omega') \right|^2 d\omega' \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega') I_2(\vec{r}, \omega') d\omega' \quad , \quad (4.26)$$

donde $I_2(\vec{r}, \omega') = \left| \tilde{U}_2(\vec{r}, \omega') \right|^2$ y $A(\omega') = \left| \tilde{a}(\omega') \right|^2$ es la intensidad espectral del pulso.

Es interesante recordar ahora la expresión que proporciona la intensidad total en el plano de salida de un sistema Gaussiano cuando es iluminado por una fuente

continua temporalmente incoherente de ancho de banda Ω , véase la Ec. (2.39),

$$I_{tot}(\vec{r}) = \int_{\Omega} S(\omega') I_2(\vec{r}, \omega') d\omega' \quad , \quad (4.27)$$

donde $S(\omega')$ es la emisividad espectral de la fuente. Nótese que, por conveniencia, la intensidad total se ha expresado en términos de la frecuencia angular ω' en lugar del número de onda σ . De este modo, comparando las Ecs. (4.26) y (4.27) se concluye que la distribución de intensidad total que se obtiene empleando una fuente de iluminación continua de ancho de banda extenso coincide con la intensidad integrada generada en condiciones de iluminación pulsada, siempre y cuando ambas fuentes de iluminación posean idéntica intensidad espectral [Gu-00, Ten-03]. Es evidente que, en general, el perfil espacial resultante será diferente al que se obtiene si se emplea una fuente de luz monocromática.

4.2.2. Compensación de la dispersión cromática

Nuestro interés se centra ahora en analizar el comportamiento de haces ultracortos de radiación en sistemas ópticos Gaussianos con dispersión cromática compensada. Cabe recordar que estos sistemas proporcionan, cuando son iluminados con una fuente de radiación policromática temporalmente incoherente, el mismo patrón de difracción para todas las componentes espectrales de la fuente, esto es, la distribución de campo en el plano de salida posee el mismo perfil y la misma escala para todas las componentes espectrales.

Consideremos una haz ultracorto de radiación incidente sobre el plano de entrada de un sistema Gaussiano de tales características. La distribución espacial de amplitud en el plano de entrada para la componente espectral de frecuencia ω' vendrá dada por la Ec. (4.20). Análogamente a lo que ocurre cuando se emplea luz temporalmente incoherente, el sistema óptico proporcionará el mismo patrón de difracción para todas las componentes espectrales del haz ultracorto de radiación por lo que el campo difractado se puede expresar de este modo

$$\tilde{U}_2^p(\vec{r}, \omega') = \tilde{a}(\omega') \tilde{U}_2(\vec{r}, \omega_0) \quad , \quad (4.28)$$

para cualquier ω' y siendo ω_0 el valor de la frecuencia de diseño. La función $\tilde{U}_2(\vec{r}, \omega_0)$ se obtiene a partir de la Ec. (2.4). Cabe recordar que en el caso de un sistema óptico acromático esta expresión se cumple en una aproximación de primer

4.2. Difracción de pulsos en sistemas con dispersión cromática compensada

orden. Efectuando una transformada de Fourier inversa temporal de la Ec. (4.28) se obtiene la distribución espacio-temporal de amplitud

$$U_2^p(\vec{r}, t) = \tilde{U}_2(\vec{r}, \omega_0) a(t) \quad . \quad (4.29)$$

Este resultado indica que la distribución espacial de amplitud que resulta tras la evolución de un haz pulsado en un sistema óptico Gaussiano coincide, en cualquier instante de tiempo, con el perfil que se obtiene al emplear una fuente de radiación continua monocromática. Asimismo, la distribución temporal en el plano de salida es la misma en cualquier posición transversal y, además, coincide con la envolvente temporal del haz pulsado original. En este sentido, podemos concluir que la propagación de un haz ultracorto de radiación en un sistema óptico carente de dispersión cromática deja inalterada la envolvente temporal del haz. Nótese también que la distribución espacio-temporal de amplitud es separable en una función temporal, $a(t)$, y otra espacial, $\tilde{U}_2(\vec{r}, \omega_0)$, por lo que no existe acoplamiento entre los efectos temporales y espaciales.

Por otra parte, de acuerdo con la Ec. (4.26), la intensidad integrada obtenida en el plano de salida del sistema resulta ser

$$I_i(\vec{r}) = I_0 I_2(\vec{r}, \omega_0) \quad , \quad (4.30)$$

siendo

$$I_0 = \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega') d\omega' \quad . \quad (4.31)$$

De este modo, análogamente a lo que ocurre en el caso de iluminación temporalmente incoherente, véase la Ec. (2.41), la intensidad integrada que se obtiene en el plano de salida de un sistema óptico Gaussiano sin dispersión cromática coincide con el patrón de irradiancia que se obtiene mediante fuente de iluminación monocromática. Nótese que, según la Ec. (4.26), para que se cumpla la Ec. (4.30) únicamente se requiere que el sistema óptico esté compensado cromáticamente en irradiancia.

4.2.3. Autoimágenes acromáticas con iluminación pulsada

Con el fin de particularizar los conceptos introducidos en el apartado anterior, hemos efectuado un análisis del efecto Talbot, o fenómeno de autoimágenes, considerando una red de difracción iluminada con un haz ultracorto de radiación. Nuestro análisis se ha centrado en evaluar la distribución espacial de energía del haz pulsado ignorando su evolución temporal. La evaluación de la distorsión temporal del pulso causada por la dependencia del fenómeno de la difracción con la longitud de onda ya ha sido analizada en la referencia [Wan-01]. Cabe recordar que la iluminación de un objeto periódico con una onda plana de frecuencia ω' permite generar su propia imagen en una serie de planos equidistantes paralelos al objeto difractante, sin necesidad de ningún componente óptico. La Ec. (2.66) proporciona las distancias a las que se obtienen las réplicas o autoimágenes de la estructura periódica. En particular, se ha simulado el comportamiento del sistema de la Fig. 4.10, analizando la dependencia de la distribución espacial de energía, o intensidad integrada, obtenida en los planos de autoimagen, con la duración temporal del haz. Simulaciones numéricas revelan que haces pulsados con duraciones temporales del orden de picosegundos o superiores generan, en los planos de autoimagen, una distribución de intensidad integrada muy similar a las autoimágenes obtenidas con iluminación monocromática. Por contra, duraciones temporales del orden de unos pocos femtosegundos producen, en los planos de autoimagen, unos perfiles de intensidad integrada que difieren notablemente del perfil correspondiente al objeto periódico. Además, una disminución en la duración del haz pulsado conlleva una mayor distorsión en las autoimágenes generadas. La Fig. 4.11(b) muestra la distri-

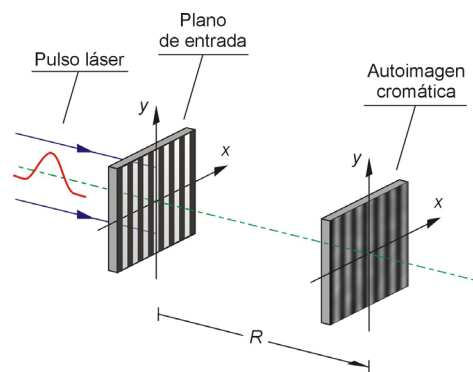


Figura 4.10. Generación de autoimágenes por propagación en el espacio libre empleando un haz ultracorto de radiación como fuente de iluminación.

4.2. Difracción de pulsos en sistemas con dispersión cromática compensada

bución de energía sobre el plano de autoimagen $n=1$ considerando una red de difracción de periodo $p=200\ \mu\text{m}$ y modulación $s=0.25$, como la que se muestra en la Fig. 4.11(a), iluminada con un haz ultracorto con envolvente temporal Gaussiana de 8.44 fs de duración. El análisis numérico realizado consistió en calcular la distribución de amplitud, para cada componente espectral del haz ultracorto de radiación, suponiendo una longitud de propagación igual a la distancia correspondiente a la autoimagen de orden $n=1$ para la frecuencia portadora del haz pulsado. Posteriormente, de acuerdo con la Ec. (4.26), se efectuó la superposición de los patrones de irradiancia resultantes obteniendo, de este modo, la distribución de intensidad integrada. La dependencia de la difracción con la frecuencia provoca, como se observa en la figura, una distorsión en la autoimagen obtenida. Simulaciones adicionales han confirmado que duraciones temporales menores inducen mayores distorsiones en la autoimagen. Con la intención de corregir estos efectos, indeseados en muchas aplicaciones prácticas, hemos considerado un transformador de Fresnel acromático [Lan-97] a fin de generar, en el plano de salida del sistema, una

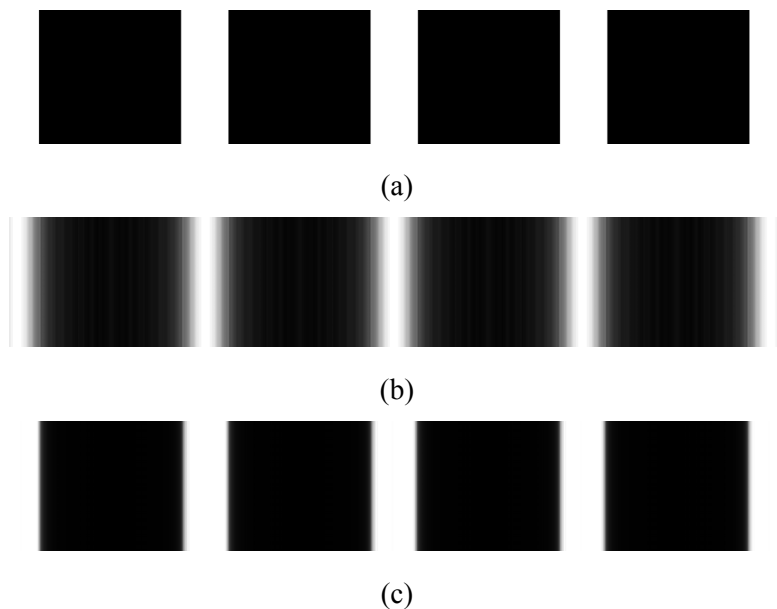


Figura 4.11. (a) Red de difracción de amplitud binaria. (b) Primera autoimagen negativa obtenida por propagación libre iluminando la red de difracción con un haz ultracorto de radiación. (c) Versión de la misma autoimagen con dispersión cromática compensada, generada mediante el sistema acromático mostrado en la Fig. 4.12.

versión acromática de la misma autoimagen. El sistema óptico, mostrado en la Fig. 4.12, está constituido por un objetivo refractivo no dispersivo, de longitud focal f , y una lente difractiva, de longitud focal Z'_0 para el número de onda de referencia σ_0 . Este sistema coincide con la primera parte del procesador de Fresnel de la Fig. 4.5. Cuando $Z'_0 = -f^2 / R_0$ y $D'_0 = -f^2 / (f + 2R_0)$, en el plano de salida se obtiene un patrón de difracción de Fresnel acromático, caracterizado por el parámetro R_0 el cual coincide con la distancia a la que se obtiene el mismo patrón por propagación en el espacio libre. Así, en el caso que nos ocupa este parámetro viene dado por la Ec. (2.66) siendo $n=1$. Cabe destacar que el sistema posee una aberración cromática residual, tanto longitudinal como transversal, dado que su diseño está basado en una aproximación de primer orden. En la Fig. 4.11(c) se muestra el perfil de intensidad integrada obtenido tras efectuar la simulación numérica. Nótese que el patrón obtenido coincide, en buena aproximación, con el perfil de la red de difracción demostrándose, de este modo, la utilidad de este dispositivo acromático para generar autoimágenes sin distorsión empleando un pulso ultracorto de radiación como fuente de iluminación. Por último, cabe indicar que, aunque en este apartado se ha considerado un transformador de Fresnel particular, el empleo de cualquier dispositivo óptico acromático, sea éste de Fresnel o de Fourier, permite compensar la dispersión cromática asociada a la difracción de haces ultracortos de radiación.

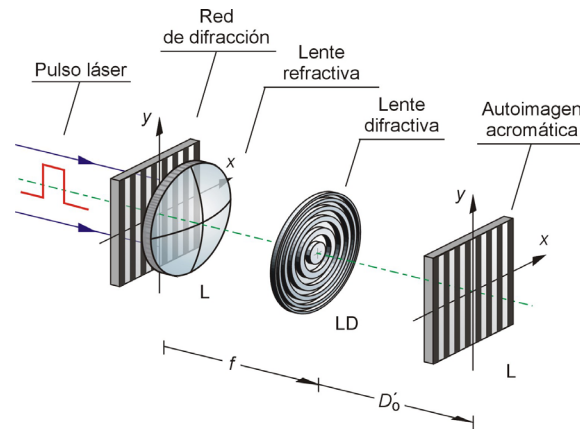


Figura 4.12. La utilización de un transformador de Fresnel acromático permite generar autoimágenes acromáticas empleando, como fuente de iluminación, un haz ultracorto de radiación.

CAPÍTULO 5

Nuevas aplicaciones de la analogía espacio–tiempo en Óptica Temporal

5.1. Propagación de pulsos con “chirp” en sistemas $ABCD$ temporales	77
5.1.1. Señales temporales con “chirp”	77
5.1.2. Propagación en sistemas Gaussianos temporales	78
5.2. Desplazamiento de foco temporal	81
5.2.1. Ley de propagación de la anchura temporal de un pulso	82
5.2.2. Plano de mínima anchura temporal: Desplazamiento de foco	84
5.2.3. Ejemplos	87
5.3. Efecto Talbot temporal	89
5.3.1. Efecto Talbot temporal convencional	89
5.3.2. Efecto Talbot con trenes periódicos de pulsos con “chirp”	90
5.3.3. Sintonización de la frecuencia de repetición y de la modulación de trenes de pulsos	91

5.1. Propagación de pulsos con “chirp” en sistemas $ABCD$ temporales

5.1.1. Señales temporales con “chirp”

A lo largo del presente capítulo se analizan diferentes aspectos de la propagación de pulsos afectados por una modulación de fase cuadrática. Estos paquetes de ondas se expresan matemáticamente mediante el producto de la envolvente del pulso, $a_1(t)$, y un factor de fase cuadrático de modo que la envolvente temporal, $a'_1(t)$, correspondiente a la señal con “chirp” viene dada por la siguiente expresión

$$a'_1(t) = a_1(t) \exp(it^2 / 2\gamma) \quad , \quad (5.1)$$

donde el parámetro γ define la modulación impartida sobre la radiación pulsada.

Cabe recordar que el proceso de modulación de fase cuadrática puede interpretarse, según la analogía espacio–tiempo, como la acción de una lente temporal. Así, cuando $\gamma > 0$ se tiene una situación análoga al caso de una lente espacial convergente ($f > 0$) mientras que si $\gamma < 0$ podemos interpretar que el paquete de ondas está afectado por una lente temporal divergente. De este modo, un paquete de ondas afectado por una lente temporal convergente sufrirá una compresión en su evolución en un medio con dispersión positiva, de modo análogo a lo que le ocurre a un haz espacial cuando es focalizado por una lente convergente.

Por otra parte, el ancho de banda, σ_ω , de un pulso Gaussiano con “chirp”, $a'_1(t) = \exp(-\mu t^2 / 2) \exp(it^2 / 2\gamma)$, verifica la siguiente expresión [Coh-95]

$$\sigma_\omega^2 = \frac{\mu^2 + (1/\gamma)^2}{2\mu} \quad (5.2)$$

Obsérvese que la anchura espectral del pulso se ensancha cuando sobre él actúa un “chirp”. Más concretamente, según esta expresión, el ensanchamiento será tanto mayor cuanto mayor sea la modulación temporal impartida, es decir, menor sea el valor del parámetro γ . Esta propiedad, deducida para una envolvente temporal Gaussiana, se verifica igualmente para un pulso con envolvente temporal arbitraria [Coh-95].

5.1.2. Propagación en sistemas Gaussianos temporales

La evolución de un pulso con “chirp” en un sistema Gaussiano temporal general puede analizarse a partir del siguiente producto de matrices

$$\begin{pmatrix} A_{eq} & B_{eq} \\ C_{eq} & D_{eq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{\gamma} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A - \frac{B}{\gamma} & B \\ C - \frac{D}{\gamma} & D \end{pmatrix}, \quad (5.3)$$

donde la primera matriz del producto caracteriza el comportamiento del sistema Gaussiano temporal y la segunda se asocia con el efecto del “chirp”¹. Esta expresión indica que la propagación de un pulso con “chirp”, $a'_1(t)$, en un sistema Gaussiano puede interpretarse como la evolución que experimenta el mismo pulso pero

¹ Con el fin de simplificar la notación, en este capítulo se prescinde del superíndice T en los elementos de matriz, el cual se utilizó en el Capítulo 3 para distinguir entre las matrices $ABCD$ temporales y las espaciales.

5.1. Propagación de pulsos con “chirp” en sistemas ABCD temporales

sin “chirp”, $a_1(t)$, en un sistema Gaussiano equivalente caracterizado por una matriz de coeficientes A_{eq} , B_{eq} , C_{eq} y D_{eq} . Asimismo, en virtud del análisis efectuado en el *Apartado 3.3.2*, esta última situación puede compararse, a su vez, con la propagación de la señal $a_1(t)$ en un sistema dispersivo parabólico con un coeficiente Φ_{2eq} . En efecto, según la Ec. (3.29), cuando

$$B_{eq} / A_{eq} = \Phi_{2eq} \quad (5.4)$$

se cumple la siguiente relación

$$a'_2(\tau) = \sqrt{M^{-1}} \exp\left(\frac{-iC_{eq}}{2A_{eq}}\tau^2\right) a_2(\tau/M) \quad , \quad (5.5)$$

donde $a'_2(\tau)$ y $a_2(\tau)$ son las señales de salida del sistema Gaussiano y del sistema parabólico, respectivamente, y $M = A_{eq}$. Esta expresión es, simplemente, una particularización de la Ec. (3.30) para el caso del sistema Gaussiano temporal equivalente.

Como ejemplo particular, consideremos la propagación de un pulso con “chirp” en un sistema Gaussiano sencillo, constituido únicamente por una etapa asociada a un sistema dispersivo con un coeficiente Φ'_2 . En este caso, la matriz temporal correspondiente al sistema Gaussiano equivalente será

$$\begin{pmatrix} A_{eq} & B_{eq} \\ C_{eq} & D_{eq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \Phi'_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{\gamma} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\Phi'_2}{\gamma} & \Phi'_2 \\ -\frac{1}{\gamma} & 1 \end{pmatrix} \quad . \quad (5.6)$$

Aplicando la Ec. (5.4), que establece la conexión entre la propagación en sistemas ABCD y en sistemas dispersivos parabólicos, se obtiene el siguiente resultado

$$\Phi_{2eq} = B_{eq} / A_{eq} \equiv \frac{\Phi'_2}{(1 - \Phi'_2/\gamma)} \quad , \quad (5.7)$$

el cual puede expresarse de este otro modo

$$-\frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\Phi'_2} = \frac{1}{\Phi_{2eq}} \quad . \quad (5.8)$$

Asimismo, la Ec. (5.5) se transforma en

$$a'_2(\tau) = \sqrt{M^{-1}} \exp\left(\frac{i\tau^2}{2\gamma M}\right) a_2(\tau/M) \quad , \quad (5.9)$$

donde $M = \Phi'_2 / \Phi_{2eq}$. Así, el perfil de intensidad de los pulsos verifica la siguiente relación

$$I'_2(\tau) = M^{-1} I_2(\tau/M) \quad . \quad (5.10)$$

Este resultado indica que la distorsión que sufre un pulso por el efecto combinado de un “chirp” y una dispersión parabólica se corresponde con una versión escalada del perfil de intensidad que se obtiene tras aplicar una cierta cantidad de dispersión parabólica sobre el pulso sin “chirp”. Dicho de otro modo, el análisis de la dispersión de un pulso con “chirp” únicamente requiere el conocimiento de las transformaciones inducidas por dispersión sobre una versión sin “chirp” del pulso original. En la Fig. 5.1 se ilustra esta propiedad para el caso particular de una señal de entrada constituida por dos pulsos consecutivos con envolvente Gaussiana. Nótese que es posible establecer una relación de escala entre las envolventes $a'_2(\tau)$ y $a_2(\tau)$ si se elimina el factor de fase cuadrático en la Ec. (5.9). Ello se consigue mediante la acción de una lente temporal adicional que compense la función $\exp(i\tau^2/2\gamma M)$.

A modo de ejemplo, consideremos la propagación de pulsos luminosos en fibras ópticas con términos dispersivos de orden superior despreciables. Cabe recordar, véase el *Apartado 3.3.1*, que la respuesta espectral de un medio dispersivo viene dada por la función $\Psi(\omega) = \beta(\omega)z$ donde $\beta(\omega)$ es la constante de propagación y z denota la distancia de propagación en el medio dispersivo parabólico. Asimismo, se cumple que $\Phi_1 = \beta_1 z$ y $\Phi_2 = \beta_2 z$. Así, para este caso el resultado

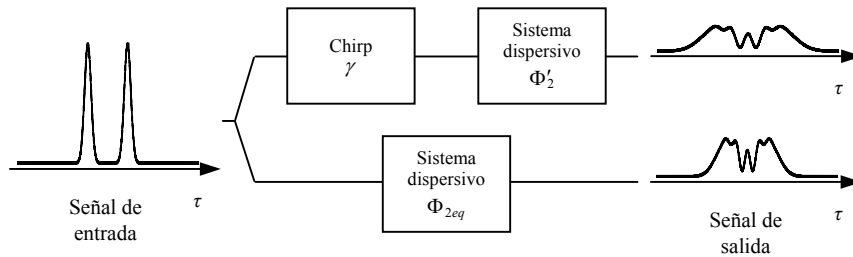


Figura 5.1. Si los valores de γ , Φ'_2 y Φ_{2eq} satisfacen la Ec. (5.8), los perfiles de intensidad obtenidos en cada canal coinciden, excepto en un factor de escala, M , y un factor multiplicativo, $1/M$. En esta representación se ha elegido $M=1.5$.

5.2. Desplazamiento de foco temporal

anterior puede enunciarse del siguiente modo. El perfil de intensidad que se obtiene tras la propagación de un pulso con “chirp” a una distancia z' en un medio parabólico es directamente proporcional a una versión escalada de la envolvente temporal correspondiente a la evolución de la señal sin “chirp” en el mismo medio a una distancia z que verifica la relación

$$-\frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\beta_2 z'} = \frac{1}{\beta_2 z} \quad . \quad (5.11)$$

El factor de escala viene dado por $M = z'/z$. Es sencillo verificar que este proceso de escalado reproduce los resultados bien conocidos correspondientes al caso de la envolvente Gaussiana [Agr-95]. En efecto, aplicando la regla de transformación dada por la Ec. (5.11) en la expresión que gobierna la evolución de un pulso Gaussiano sin “chirp” en un medio dispersivo parabólico, véase la Ec. (3.2.9) en [Agr-95], se obtiene de modo automático la expresión que describe la propagación en el medio de la misma señal temporal pero con “chirp”, véase la Ec. (3.2.17) en la misma referencia, sin la necesidad de efectuar un tratamiento independiente para este caso.

Tal y como se señaló en el *Apartado 3.3.1*, el efecto producido por el “chirp” puede interpretarse como la acción de una lente temporal de longitud focal $f_{temp} = \gamma / \beta_2$. En este sentido, la interpretación realizada en el dominio temporal está estrechamente conectada con el hecho de que en el dominio espacial el volumen de difracción tridimensional generado por una transparencia objeto iluminada por una onda esférica se corresponde con una redistribución escalada de los patrones de difracción producidos por la misma abertura en condiciones de iluminación paralela [Sie-86].

5.2. Desplazamiento de foco temporal

En esta sección nuestro interés se centra en el fenómeno de la compresión de impulsos luminosos. En general, los métodos convencionales de compresión de paquetes de ondas se basan en un proceso constituido por dos etapas. El primer paso consiste en impartir un “chirp” sobre el pulso que se desea comprimir. El efecto del “chirp” no modifica la envolvente temporal del pulso pero sí produce un ensanchamiento de su anchura espectral. La segunda etapa consiste en la propagación del paquete de ondas en un medio dispersivo con el fin de compensar el

“chirp” generado inicialmente. Una estimación de la tasa de compresión conseguida en este proceso viene proporcionada por el factor de compresión, el cual viene dado por la siguiente expresión [Die-96]

$$K_C = \Delta\omega_2 / \Delta\omega_1 \quad , \quad (5.12)$$

donde $\Delta\omega_1$ y $\Delta\omega_2$ son el ancho de banda del pulso antes y después del proceso de compresión, respectivamente. Es bien conocido que el pulso con “chirp” alcanza, en su propagación, una duración mínima cuando su fase espectral es constante. No obstante, el problema de encontrar una expresión que permita localizar la posición en la cual un pulso con envolvente temporal arbitraria adquiere una compresión máxima no es sencillo. En esta dirección, existen expresiones analíticas que permiten calcular, para el caso de paquetes de ondas Gaussianos y super-Gaussianos [And-86, Agr-95], la posición en la que el pulso alcanza una anchura temporal mínima, evaluada a través del momento de orden dos de su distribución temporal de energía. No obstante, no existe una expresión análoga aplicable a un pulso con envolvente arbitraria. Un problema equivalente a éste, según la analogía espacio–tiempo, se plantea cuando nos preguntamos por el plano de máxima focalización de un haz espacial. En esta dirección, el desplazamiento de foco es un fenómeno bien conocido de difracción por el que el foco de una onda esférica uniforme difractada por una abertura cualquiera se desplaza a lo largo del eje óptico en la dirección donde se encuentra la abertura difractante. Este fenómeno ha sido evaluado como un desplazamiento bien del punto en el que se localiza el máximo de la distribución de irradiancia axial [Li-81, Mar-98], bien del plano sobre el que se sitúa el mínimo del momento central de segundo orden de la distribución transversal de irradiancia [Pap-74, Nic-98].

La interpretación del fenómeno de la compresión de pulsos de radiación desde el punto de vista de la analogía espacio–tiempo nos permitirá, como veremos a continuación, determinar el plano de máxima compresión y el valor de la anchura mínima de un paquete de ondas con envolvente temporal arbitraria [Lan-04d].

5.2.1. Ley de propagación de la anchura temporal de un pulso

Consideremos la evolución de un paquete de ondas con envolvente temporal $a(z=0, \tau)$ en un medio con un coeficiente dispersivo β_2 . En general, la anchura

5.2. Desplazamiento de foco temporal

temporal de la señal puede evaluarse a partir de la desviación estándar o anchura rms^2 , $\sigma(z)$, de su distribución temporal de intensidad instantánea. Aunque existen otros criterios alternativos para definir dicha anchura, esta elección resulta ser la más acertada para la caracterización de pulsos de luz con envolvente temporal arbitraria [And-86, Agr-95, Sor-00, Rou-02]. En términos matemáticos, esta cantidad viene dada por la siguiente expresión

$$\sigma^2(z) = \langle \tau^2 \rangle_z - \langle \tau \rangle_z^2, \quad (5.13)$$

donde

$$\langle \tau^n \rangle_z = \frac{1}{I_0} \int_{-\infty}^{\infty} \tau^n |a(z, \tau)|^2 d\tau \quad (5.14)$$

es el momento de orden n normalizado de la distribución de intensidad instantánea del pulso. Asimismo, I_0 denota el momento de orden cero de la función $|a(z, \tau)|^2$, esto es, la energía total del pulso, definida matemáticamente como

$$I_0 = \int_{-\infty}^{\infty} |a(z, \tau)|^2 d\tau. \quad (5.15)$$

Es conocido que la ley de propagación de la anchura de un pulso de radiación exhibe una dependencia parabólica con la distancia de propagación z , independientemente de la forma inicial del paquete de ondas [And-86], en términos matemáticos

$$\frac{\sigma^2(z)}{\sigma^2(0)} = 1 + A_1 z + A_2 z^2, \quad (5.16)$$

donde $\sigma(0)$ es la anchura del pulso en el plano de entrada. Los coeficientes de la parábola, A_1 y A_2 , se evalúan a partir del conocimiento de la envolvente compleja del pulso en el plano de entrada y vienen dados, respectivamente, por las expresiones [And-86]

² Acrónimo de la expresión inglesa *root mean square*.

$$A_1 = \frac{2\beta_2}{\sigma^2(0)} \operatorname{Im} \left[\int_{-\infty}^{\infty} a(z=0, \tau) \tau \frac{\partial a^*(z=0, \tau)}{\partial \tau} d\tau \right], \quad (5.17)$$

$$A_2 = \frac{\beta_2^2}{\sigma^2(0)} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{\partial a(z=0, \tau)}{\partial \tau} \right|^2 d\tau - \left[\operatorname{Im} \left(\int_{-\infty}^{\infty} a(z=0, \tau) \frac{\partial a^*(z=0, \tau)}{\partial \tau} d\tau \right) \right]^2 \right\}, \quad (5.18)$$

donde el símbolo * denota la operación complejo conjugado. Es importante reconocer que, según las Ecs. (5.17) y (5.18), la relación parabólica dada por la Ec. (5.16) permite obtener el ancho temporal de la función $a(z, \tau)$ a partir de la envolvente en el plano de entrada $a(z=0, \tau)$ y, por tanto, sin la necesidad de evaluar la función $a(z, \tau)$.

5.2.2. Plano de mínima anchura temporal: Desplazamiento de foco

En este apartado se particulariza el análisis de la evolución de la anchura temporal considerando como paquete de ondas inicial un pulso con “chirp”. La envolvente compleja del pulso en el plano de entrada se puede factorizar del siguiente modo

$$a(z=0, \tau) = a_1(\tau) \exp(i\tau^2 / 2\beta_2 f) \quad , \quad (5.19)$$

donde el “chirp” se ha expresado en términos del parámetro β_2 y de la longitud focal f . Por otra parte, escogemos por conveniencia un sistema de coordenadas temporal en el cual la envolvente $a(z=0, \tau)$ posee un tiempo medio, o momento de primer orden, nulo. Conviene destacar que esta suposición no resta ninguna generalidad al estudio que a continuación se efectúa. El valor de f puede interpretarse como la distancia a la cual $a(z=f, \tau)$ coincide con la función delta de Dirac cuando la señal $a_1(\tau)$ es una constante. Asimismo, cabe reseñar que debe asumirse un valor positivo para la longitud focal, f , para asegurar la compresión del pulso en su propagación en el medio, si se considera un medio con dispersión positiva.

Estamos interesados en localizar el plano transversal, situado a distancia $z_{\min} = f + \Delta f$, donde el pulso de radiación que se propaga adquiere una anchura temporal mínima. Definimos la cantidad Δf (positiva o negativa) como la distancia orientada desde el foco temporal hasta el plano de máxima compresión. Asimismo, denotamos al cociente $\Delta f / f$ como desplazamiento de foco temporal rela-

5.2. Desplazamiento de foco temporal

tivo por analogía con el caso espacial [Li-81, Nic-98, Mar-98]. Sustituyendo la Ec. (5.19) en las Ecs. (5.17) y (5.18) se obtiene, tras manipulaciones algebraicas sencillas, que

$$A_1 = \frac{-2}{f} \quad (5.20)$$

y

$$A_2 = \frac{\beta_2^2}{\sigma^2(0)} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{\partial a_1(\tau)}{\partial \tau} \right|^2 d\tau + \left(\frac{1}{f} \right)^2 \right\} . \quad (5.21)$$

Nuestro objetivo ahora es obtener una expresión que permita evaluar el desplazamiento de foco temporal relativo. A partir de la Ec. (5.16) se deduce que la anchura mínima del pulso se alcanza a la distancia

$$z_{\min} = -(A_1 / 2A_2) \quad (5.22)$$

y por tanto

$$\frac{\Delta f}{f} = - \left(1 + \frac{A_1}{2A_2 f} \right) . \quad (5.23)$$

En virtud de las Ecs. (5.20) y (5.21), se obtiene la siguiente expresión para el desplazamiento de foco temporal relativo [Pap-74]

$$\frac{\Delta f}{f} = - \frac{1}{1 + \left(\frac{\sigma(0)}{\beta_2 f} \right)^2 \left(\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial a_1(\tau)}{\partial \tau} \right)^2 d\tau \right)} . \quad (5.24)$$

Reemplazando z por z_{\min} en la Ec. (5.16), y por tanto $\sigma(z)$ por σ_{\min} , y considerando la Ec. (5.24) se llega a la siguiente expresión

$$\frac{\sigma_{\min}}{\sigma(0)} = \left(- \frac{\Delta f}{f} \right)^{1/2} , \quad (5.25)$$

la cual permite obtener el valor de la anchura mínima que adquiere el pulso en su propagación en el medio dispersivo.

Con el fin de poder analizar desde un punto de vista físico el fenómeno de desplazamiento de foco temporal es interesante introducir dos parámetros adimensionales. Por una parte definimos el número de Fresnel efectivo temporal de un pulso con “chirp” como

$$N_{ef} = \sigma^2(0)/(2\pi\beta_2 f) \quad . \quad (5.26)$$

El análogo espacial de este parámetro es bien conocido en difracción [Mar-98]. El número de Fresnel efectivo temporal puede interpretarse como el número de semi-oscilaciones de la función “chirp” que se producen en la anchura rms de la envolvente del pulso, $a_1(t)$. Este resultado está en concordancia con la interpretación del número de Fresnel efectivo espacial el cual se define como el número de zonas de Fresnel semiperiódicas que abarca la anchura de una abertura difractante vista desde la posición del foco geométrico. Por otra parte, el factor de calidad de un pulso sin “chirp” [Rou-02] viene dado por la siguiente expresión

$$P^2 = 2\sigma(0)\sigma_\omega \quad , \quad (5.27)$$

donde el parámetro σ_ω indica la anchura rms de la transformada de Fourier de $a_1(t)$, es decir, $\sigma_\omega = \langle \omega^2 \rangle$. El factor P^2 es también una extensión directa al dominio temporal de un coeficiente, denominado factor de calidad del haz, habitualmente utilizado en difracción para la caracterización de haces espaciales, denotado como M^2 . Considerando la siguiente relación [Coh-95]

$$\langle \omega^2 \rangle = \frac{1}{I_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial a_1(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad , \quad (5.28)$$

se llega a que el desplazamiento de foco temporal relativo puede expresarse de este otro modo

$$\frac{\Delta f}{f} = - \frac{1}{1 + 16\pi^2 \left(\frac{N_{ef}}{P^2} \right)^2} \quad . \quad (5.29)$$

Las Ecs. (5.25) y (5.29) permiten evaluar el valor mínimo de la anchura de un pulso con “chirp” en su propagación en un medio dispersivo parabólico y la posición en la que se alcanza dicha anchura mínima, respectivamente. Por supuesto, cuando

5.2. Desplazamiento de foco temporal

estas expresiones se aplican a los casos particulares de envolventes Gaussianas o super-Gaussianas se reobienen los mismos resultados encontrados en la bibliografía [And-86, Agr-95]. A partir de la Ec. (5.29) se deduce que cualquier pulso con “chirp” está afectado de desplazamiento de foco. Asimismo, conviene mencionar que el valor negativo del cociente $\Delta f/f$ indica que $\Delta f < 0$ para el caso de una geometría convergente. En consecuencia, $z_{\min} < f$ y, por tanto, el foco temporal siempre se encuentra desplazado hacia el plano de entrada.

Nótese que el fenómeno de desplazamiento de foco, véase la Ec. (5.29), únicamente está gobernado por dos parámetros, a saber, el número de Fresnel temporal efectivo, N_{ef} , y el factor de calidad, P^2 . Por una parte, el módulo del desplazamiento de foco temporal relativo aumenta a medida que disminuye el valor de N_{ef} . Por otra parte, teniendo en cuenta que el valor del producto tiempo–anchura de banda de una envolvente Gaussiana es igual a $1/2$, el factor de calidad, P^2 , de un pulso puede expresarse de este otro modo

$$P^2 = \frac{\sigma(0)\sigma_\omega}{(\sigma(0)\sigma_\omega)_{Gauss}} \quad (5.30)$$

En este sentido, es posible demostrar que siempre se cumple la desigualdad $P^2 > 1$. Al igual que su homólogo espacial, M^2 , el parámetro P^2 se puede obtener experimentalmente a partir de la medida de la autocorrelación del pulso. Aunque esta medida no proporciona la forma temporal del pulso, sí aporta una medida directa de la calidad del mismo en comparación con el factor de calidad óptimo correspondiente al caso de la envolvente Gaussiana. De acuerdo con la Ec. (5.29), un factor de calidad mayor supone un desplazamiento mayor del foco temporal. Asimismo, la Ec. (5.25) muestra que el grado de compresión del pulso, $\sigma_{\min}/\sigma(0)$, está directamente relacionado con el desplazamiento de foco relativo. En particular, un mayor desplazamiento de foco conduce a un factor de compresión menor.

5.2.3. Ejemplos

En este apartado se evalúa el desplazamiento de foco correspondiente a dos casos diferentes para la envolvente temporal del pulso. En primer lugar, se ha considerado la familia de pulsos con envolvente super-Gaussiana que viene dada matemáticamente por la siguiente función

5. Nuevas aplicaciones de la analogía espacio–tiempo en Óptica Temporal

$$a_{1m}(\tau) = k_m \exp\left(-(\tau/\tau_m)^{2m}\right) \quad (5.31)$$

En esta expresión m es un número natural que establece el grado de rectangularidad de la función super-Gaussiana. El caso $m=1$ se corresponde con el perfil Gaussiano. Asimismo, el valor de la amplitud de pico, k_m , se escoge de tal modo que

$$k_m = \sqrt{m/[\tau_m \Gamma(3/(2m))]} \quad (5.32)$$

donde $\Gamma(x)$ es la función gamma. Con este criterio, la intensidad de la señal, I_0 , resulta ser la unidad. Por otra parte, expresamos la anchura del pulso, τ_m , del siguiente modo

$$\tau_m = \sqrt{\Gamma(1/2m)/\Gamma(3/2m)} \sigma(0) \quad (5.33)$$

Con esta elección puede establecerse una comparación entre la compresión que sufren distintas envolventes super-Gaussianas, según el orden m elegido, teniendo todas ellas la misma anchura rms inicial. En la Fig. 5.2(a) se han representado tres funciones particulares de la familia de super-Gaussianas. Es sencillo demostrar que para esta familia de funciones el factor de calidad, P^2 , resulta ser

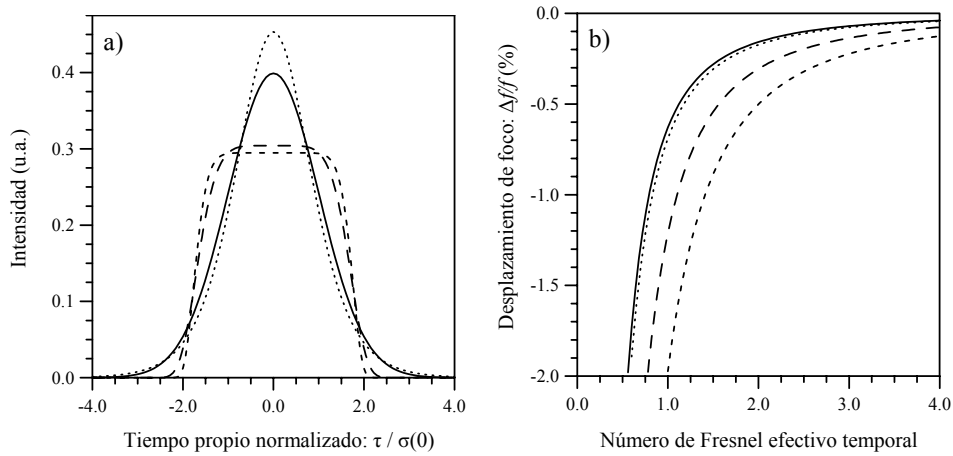


Figura 5.2. (a) Representación gráfica de un pulso super-Gaussiano de orden $m=1$ (línea continua), $m=3$ (línea a trazos largos) y $m=5$ (línea a trazos cortos). También se muestra un pulso con envolvente del tipo secante hiperbólica (línea a puntos). (b) Representación gráfica del desplazamiento de foco temporal relativo en función del número de Fresnel efectivo temporal para los pulsos mostrados en (a).

5.3. Efecto Talbot temporal

$$P^2(m) = \frac{2m\sqrt{\Gamma(2-1/2m)\Gamma(3/2m)}}{\Gamma(1/2m)} \quad (5.34)$$

A partir de esta ecuación se deduce que el factor de calidad aumenta con el orden m . En la Fig. 5.2(b) se representa el desplazamiento de foco temporal relativo en función del número de Fresnel efectivo, N_{ef} , para las tres funciones super-Gaussianas consideradas anteriormente. En la representación, $P^2 = 1$ para $m=1$, $P^2 = 1.39$ para $m=3$ y $P^2 = 1.78$ para $m=5$. Obsérvese que el desplazamiento de foco es mayor, y por tanto el factor de compresión es menor, a medida que el orden m de la función super-Gaussiana aumenta.

Como segundo ejemplo se ha analizado un pulso con perfil del tipo secante hiperbólica el cual se expresa matemáticamente mediante la siguiente función

$$a_1(\tau) = k \operatorname{sech}\left(\frac{\pi\tau}{2\sigma(0)\sqrt{3}}\right) \quad (5.35)$$

En la Fig. 5.2 se representa esta función así como el desplazamiento de foco relativo asociado. De nuevo se han escogido una intensidad y anchura normalizadas. En este caso se obtiene que $P^2 = \pi/3$ y, por tanto, un comportamiento similar al caso de la envolvente Gaussiana.

5.3. Efecto Talbot temporal

5.3.1. Efecto Talbot temporal convencional

El efecto Talbot temporal, o generación de autoimágenes temporales, tiene lugar cuando un tren periódico de pulsos interacciona con un sistema dispersivo parabólico. A la salida del sistema se obtiene, para ciertos valores del coeficiente dispersivo Φ_2 , una copia sin distorsión del tren de pulsos original. En particular, las características dispersivas que conducen a este efecto vienen definidas por la condición Talbot [Aza-99, Lan-04c]

$$\Phi_{2(T)} = \frac{s}{r} \frac{1}{2\pi f_0^2} \quad (5.36)$$

donde el subíndice T hace referencia al efecto Talbot, s y r son números enteros primos entre sí y f_0 es la frecuencia de repetición del tren de pulsos original. La

frecuencia de repetición, f , y la modulación³, D , de las autoimágenes temporales vienen dadas por

$$f = r f_0 \quad (5.37)$$

y

$$D = r D_0 \quad , \quad (5.38)$$

respectivamente, donde D_0 es la modulación del tren de pulsos original. Para que se produzca este efecto se requiere que $D < 1$ a fin de prevenir el solapamiento entre pulsos consecutivos. En general, este fenómeno se denomina efecto Talbot fraccional y en el caso particular en que $r=1$ se obtiene el llamado efecto Talbot entero. En este último caso, el perfil de la señal de salida es una réplica exacta del tren de pulsos original. Cabe mencionar que en ambos efectos algunas de las autoimágenes están afectadas por un retraso temporal global de medio periodo [Aza-01].

A partir del análisis efectuado en la *Sección 3.3* es sencillo demostrar que la propagación de trenes periódicos de pulsos en sistemas Gaussianos temporales admite la generación de autoimágenes. En efecto, considerando la Ec. (3.29) se deduce que la condición Talbot para el caso de un sistema Gaussiano temporal resulta ser

$$B / A = \Phi_{2(T)} \quad , \quad (5.39)$$

donde $\Phi_{2(T)}$ viene dada por la Ec. (5.36). Asimismo, las autoimágenes temporales resultantes son una versión escalada, con aumento $M = A$, de aquéllas que se obtienen considerando el efecto Talbot en sistemas dispersivos parabólicos.

5.3.2. Efecto Talbot con trenes periódicos de pulsos con “chirp”

A continuación se efectúa el análisis del efecto Talbot temporal para el caso de un tren de pulsos periódico afectado por una modulación de fase cuadrática global [Lan-04c]. Cabe recordar que la propagación de señales temporales con “chirp” puede abordarse a partir de un sistema Gaussiano temporal equivalente cuya matriz característica incluye el efecto del “chirp”, véase el *Apartado 5.1.2*. A partir de la Ec. (5.4) es directo concluir que la condición Talbot viene dada por la

³ Se define la modulación de un tren de pulsos periódico como el cociente entre la anchura de cada pulso y el periodo del tren.

5.3. Efecto Talbot temporal

siguiente expresión

$$B_{eq} / A_{eq} = \Phi_{2(T)} \quad , \quad (5.40)$$

donde A_{eq} y B_{eq} son los elementos de matriz del sistema Gaussiano equivalente. Las autoimágenes resultantes están afectadas por el factor de escala $M = A_{eq}$.

En el caso particular de la interacción de trenes de pulsos con sistemas dispersivos parabólicos es sencillo demostrar, considerando la matriz $ABCD$ de un sistema dispersivo parabólico, que la condición que rige el efecto Talbot temporal es

$$-\frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\Phi'_2} = \frac{1}{\Phi_{2(T)}} \quad (5.41)$$

y el factor de escala

$$M = \Phi'_2 / \Phi_{2(T)} \quad . \quad (5.42)$$

Asimismo, la frecuencia de repetición, f' , y la modulación, D' , de las réplicas temporales que resultan de esta variante del efecto Talbot temporal vienen dadas por

$$f' = \frac{f}{M} = rf_0 \frac{\Phi_{2(T)}}{\Phi'_2} \quad (5.43)$$

y

$$D' = D = rD_0 \quad . \quad (5.44)$$

5.3.3. Sintonización de la frecuencia de repetición y de la modulación de trenes de pulsos

El efecto Talbot convencional en sistemas dispersivos parabólicos puede emplearse para generar trenes de pulsos con frecuencia de repetición sintonizable. No obstante, de acuerdo con la Ec. (5.37), el grado de sintonización está restringido a múltiplos enteros de la frecuencia de repetición del tren original. Asimismo, la modulación del tren de pulsos admite un control similar, según la Ec. (5.38). En este apartado se analizan las posibilidades que ofrece la variante del efecto Talbot fraccional basada en la propagación de trenes de pulsos con “chirp” en sistemas dispersivos parabólicos.

5. Nuevas aplicaciones de la analogía espacio–tiempo en Óptica Temporal

Consideremos un tren de pulsos con una frecuencia de repetición f_0 , y modulación D_0 . Nuestro objetivo es generar, a partir de esta señal, una secuencia de pulsos con frecuencia de repetición $f' = Kf_0$ y modulación $D' = ND_0$. Por una parte, es evidente que, según la Ec. (5.44), la multiplicación de la modulación está restringida a valores enteros. En este sentido, el número natural r en la Ec. (5.44) coincide con el valor del parámetro N . Por otra parte, en relación a la frecuencia de repetición, de acuerdo con las Ecs. (5.43) y (5.41), se cumple que

$$\Phi'_2 = \frac{s}{2\pi f_0 f'} \quad , \quad (5.45)$$

$$\gamma = \frac{s}{2\pi f_0 (f' - Nf_0)} \quad , \quad (5.46)$$

o más convenientemente

$$\Phi'_2 = \Phi_{2(T)} \frac{1}{K'} \quad , \quad (5.47)$$

$$\gamma = \Phi_{2(T)} \frac{1}{K' - 1} \quad , \quad (5.48)$$

donde $K' = K/N$ y $\Phi_{2(T)}$ viene dada por la Ec. (5.36). De este modo, la selección de N y K , y por tanto K' , fija los valores requeridos de Φ'_2 y γ para la generación de un tren de pulsos con frecuencia de repetición f' arbitraria. En la Fig. 5.3 se representa la variación de estas funciones con respecto al número real K' .

En el caso particular de la propagación en medios dispersivos, se verifica que $\Phi_{2(T)} = (s/r)\beta_2 z_T$ donde $z_T = 1/2\pi\beta_2 f_0^2$ es la distancia de Talbot. Así, las Ecs. (5.47) y (5.48) pueden expresarse de este otro modo

$$z' = \frac{1}{K'} \frac{s}{r} z_T \quad (5.49)$$

y

$$\gamma = \frac{\beta_2}{K' - 1} \frac{s}{r} z_T \quad . \quad (5.50)$$

En este caso, la Fig. 5.3 representa la variación de z' y γ/β_2 en unidades de

5.3. Efecto Talbot temporal

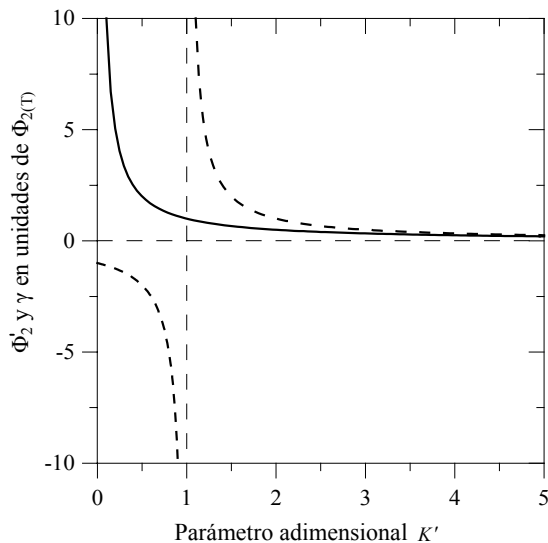


Figura 5.3. Representación del coeficiente de dispersión (línea continua) y del coeficiente del "chirp" (línea a trazos) en función del parámetro K' el cual define la frecuencia de repetición y la modulación que se quieren conseguir.

$(s/r)z_T$. Nótese que el número entero s puede seleccionarse arbitrariamente. No obstante, es conveniente escoger un valor pequeño a fin de evitar cualquier posible distorsión de las imágenes de Fresnel debida a la duración finita del tren de pulsos. Cabe indicar que el análogo espacial del efecto Talbot con trenes de pulsos con "chirp" ha sido propuesto para generar patrones de difracción periódicos con período variable [And-87].

A continuación se considera un ejemplo numérico con el fin de comprobar la validez del procedimiento propuesto para generar secuencias de pulsos con frecuencia de repetición controlable. Se elige como señal de entrada un tren constituido por veinte pulsos con envolvente Gaussiana, frecuencia de repetición $f_0 = 500$ GHz y modulación $D_0 = 0.3$, como se muestra en la Fig. 5.4(a). A partir de esta señal se desea generar un tren de pulsos con frecuencia de repetición $f' = 625$ GHz y modulación $D' = 0.3$, por tanto, $N = r = 1$ y $K' = K = 1.25$. De acuerdo con las Ecs. (5.47) y (5.48), para $s=1$, los valores que se requieren de dispersión y "chirp" son $\Phi_2' \approx 0.509$ ps² y $\gamma \approx 2.546$ ps², respectivamente. En la Fig. 5.4(b) se representa el resultado de la simulación numérica efectuada considerando estos parámetros. Nótese la distorsión de los pulsos exteriores debida al efecto de la

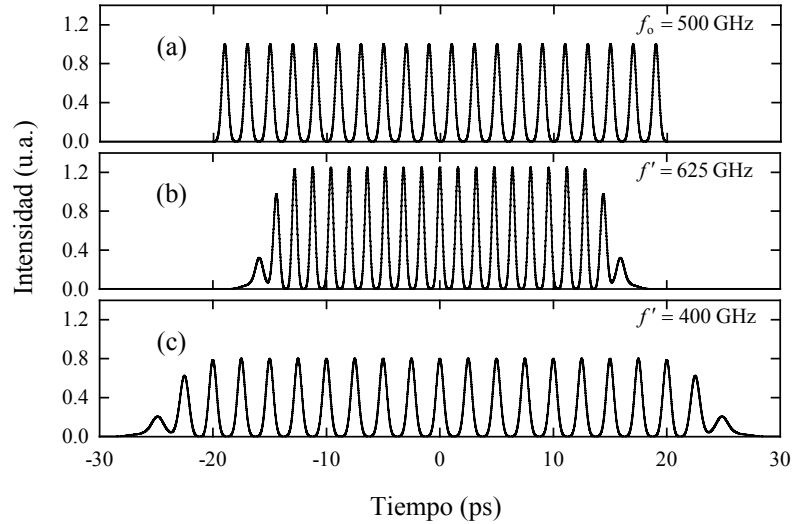


Figura 5.4. (a) Representación de la secuencia de pulsos original. Versiones escaladas de la primera autoimagen temporal ($r=s=1$) con: (b) $K=1.25$ (compresión) y (c) $K=0.8$ (expansión). Nótese que se ha producido un retardo de medio periodo en las autoimágenes obtenidas.

duración finita de la secuencia de entrada. Esta distorsión ya ha sido analizada tanto en el dominio temporal [Aza-03a] como en el problema análogo espacial correspondiente a objetos periódicos con tamaño finito [Arr-01]. Por otra parte, se ha simulado la generación de una secuencia de pulsos con frecuencia de repetición $f' = 400$ GHz y modulación $D' = 0.3$. En este caso, $N = r = 1$ y $K' = K = 0.8$ y por tanto, $\gamma \approx -3.183$ ps² y $\Phi'_2 \approx 0.796$ ps², eligiendo $s=1$. En la Fig. 5.4(c) se muestra la autoimagen obtenida a partir de la simulación numérica. Nótese que los efectos debidos a la extensión finita del tren de entrada también están afectados por el proceso de escalado, como cabe esperar en virtud de la Ec. (5.10).

En la práctica, existen varios métodos para conseguir impartir el “chirp”, o lente temporal, tal y como se indicó en la *Sección 3.1*. Cabe indicar que los valores de γ empleados en los ejemplos anteriores son realistas desde un punto de vista experimental si nos atenemos a los valores que se encuentran en la bibliografía [Lea-01]. Por otra parte, existen diversas alternativas para la implementación práctica de la dispersión parabólica [Tre-69, Ara-98, Aza-99].

CAPÍTULO 6

Conclusiones generales

Es cada vez más frecuente en Óptica el uso de formalismos matriciales para abordar nuevos problemas. Ello se debe, en parte, a que la descripción matricial simplifica notablemente el análisis de sistemas complejos y supone, además, una alta eficiencia computacional en contraposición con los tratamientos convencionales. Así, en Óptica Difractiva, es conocido que el fenómeno de la difracción en sistemas ópticos Gaussianos puede describirse en términos de las matrices $ABCD$. En el ámbito de la Óptica Temporal, la analogía espacio-tiempo permite adaptar este método matricial al análisis de la propagación de pulsos en sistemas dispersivos. En esta Tesis Doctoral se ha empleado el método de las matrices $ABCD$ para, por una parte, abordar el diseño de sistemas ópticos compensadores de la dispersión cromática asociada a la difracción y, por otra, proponer nuevas aplicaciones en el ámbito de la propagación de pulsos en sistemas Gaussianos temporales. En ambos casos se han explotado las ventajas que ofrece el análisis matricial, haciendo especial hincapié en la interpretación física de las matrices $ABCD$ que describen a los sistemas.

Así, basándonos en el concepto de número de Fresnel colimado hemos desarrollado un nuevo procedimiento para conseguir, mediante el diseño de sistemas ópticos, la compensación de la dispersión cromática asociada a la difracción. El tratamiento matricial nos ha permitido establecer una regla que unifica el diseño de sistemas compensadores de la dispersión cromática en las regiones de Fourier y de Fresnel. En esta dirección, se ha propuesto un dispositivo óptico acromático mediante el cual es posible acromatizar cualquier patrón de difracción con sólo variar la longitud focal de la lente difractiva situada en su plano de entrada. Este sistema carece de aberración cromática longitudinal y presenta una aberración cromática transversal muy reducida. Por otra parte, se ha demostrado que la adición de una

6. Conclusiones generales

lente difractiva en el plano de entrada de un procesador de Fourier compensado cromáticamente lo convierte en un procesador de Fresnel que, además, preserva el grado de acromatismo. Esta propiedad se ha aprovechado para diseñar, a partir de un procesador de Fourier conocido, un procesador espacialmente variante que, trabajando con objetos en color y/o fuente puntual de ancho de banda extenso, realiza un filtrado independiente de la longitud de onda en la región de Fresnel. Este procesador ha sido utilizado como correlador para reconocer un patrón de referencia, cuando se encuentra en la zona deseada de la escena de entrada, proporcionando además información sobre el contenido cromático del patrón que se reconoce. Dentro del campo de la difracción de haces pulsados, se ha demostrado la capacidad de los sistemas ópticos compensados cromáticamente para corregir la dispersión cromática asociada a la difracción de pulsos ultracortos de radiación. En particular, se ha prestado especial atención a la generación de autoimágenes a partir de una red binaria de amplitud iluminada con un haz ultracorto de radiación. Cuando se emplean pulsos de unos pocos femtosegundos de duración, el fenómeno de la dispersión cromática provoca una fuerte distorsión de la intensidad integrada correspondiente a las autoimágenes generadas por propagación libre. El empleo de un transformador de Fresnel acromático permite obtener versiones acromáticas de las autoimágenes, corrigiendo por tanto la distorsión que sufren éstas cuando se generan por propagación en el espacio libre. Este comportamiento se ha verificado mediante simulaciones numéricas considerando un transformador de Fresnel acromático particular.

En el ámbito de la Óptica Temporal, se ha demostrado que la propagación de pulsos, con o sin “chirp”, en sistemas Gaussianos temporales puede describirse en términos de la evolución que experimentan los pulsos sin “chirp” en sistemas dispersivos parabólicos. En particular, el perfil de intensidad obtenido en el plano de salida de un sistema Gaussiano temporal coincide con una versión escalada de aquél que se obtiene mediante la propagación del paquete de ondas en un medio dispersivo parabólico. Aprovechando esta propiedad, se ha efectuado un análisis del efecto Talbot temporal en sistemas Gaussianos temporales a partir de la condición que establece la generación de autoimágenes temporales en un sistema dispersivo parabólico. Esta teoría general nos ha permitido abordar, como un ejemplo particular, la generación de autoimágenes de trenes de pulsos afectados por un “chirp” global. Esta variante del efecto Talbot temporal se ha propuesto como una técnica nueva para controlar, con alto grado de sintonización, la frecuencia de repe-

6. Conclusiones generales

tición y la modulación de trenes de pulsos. En particular, simulaciones numéricas han demostrado la generación de secuencias de pulsos de 625 GHz y 400 GHz a partir de un tren de pulsos de 500 GHz. Por otra parte hemos centrado nuestra atención en el problema de la compresión de pulsos mediante la propagación en medios dispersivos. En esta dirección, se ha introducido el concepto de desplazamiento de foco temporal y se ha derivado una expresión analítica que permite determinar el plano transversal en el que el pulso alcanza una anchura temporal mínima. Análogamente al efecto de desplazamiento de foco espacial, la compresión máxima no se consigue, en general, en el foco temporal del pulso con “chirp”. Finalmente, se ha demostrado que tanto el desplazamiento de foco temporal como el valor de la anchura mínima únicamente dependen del número de Fresnel temporal efectivo de la geometría de compresión y del factor de calidad del pulso. Como ejemplo particular, se ha analizado el desplazamiento de foco que sufre un pulso con envolvente temporal super-Gaussiana de orden arbitrario y un paquete de ondas con perfil del tipo secante hiperbólica.

Referencias bibliográficas

- [Abe-94] S. Abe, J. T. Sheridan, "Optical operations on wave functions as the Abelian subgroups of the special affine Fourier transformation", *Optics Letters* **19**, pp. 1801-1803, 1994.
- [Agr-89] G. P. Agrawal, P. L. Baldeck, R. R. Alfano, "Temporal and spectral effects of cross-phase modulation on copropagating ultrashort pulses in optical fibers", *Physical Review A* **40**, pp. 5063-5072, 1989.
- [Agr-95] G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, 2^a ed. (Academic, San Diego, 1995).
- [Akh-68] S. A. Akhmanov, A. S. Chirkin, K. N. Drabovic, A. I. Kovrigin, R. V. Khokhlov, A. P. Sukhoruk, "Nonstationary nonlinear optical effects and ultrashort light pulse formation", *IEEE Journal of Quantum Electronics* **QE 4**, pp. 598-605, 1968.
- [And-86] D. Anderson, M. Lisak, "Propagation characteristics of frequency-chirped super-Gaussian optical pulses", *Optics Letters* **11**, pp. 569-571, 1986.
- [And-87] P. Andrés, J. Ojeda-Castañeda, J. C. Barreiro, "Continuously variable periodic test target", *Proceedings of the Society of Photo-optical Instrumentation Engineers (SPIE)* **813**, pp. 257-258, 1987.
- [And-92] P. Andrés, J. Lancis, W. D. Furlan, "White-light Fourier transformer with low chromatic aberration", *Applied Optics* **31**, pp. 4682-4687, 1992.
- [And-93a] P. Andrés, J. Lancis, E. E. Sicre, E. Bonet, "Achromatic Fresnel diffraction patterns", *Optics Communications* **104**, pp. 39-45, 1993.
- [And-93b] D. Anderson, M. Desaix, M. Karlsson, M. Lisak, M. L. Quiroga-Teixeiro, "Wave-breaking-free pulses in nonlinear-optical fibers", *Journal of the Optical Society of America B* **10**, pp. 1185-1190, 1993.

Referencias bibliográficas

- [And-93c] P. A. Andrekson, "Linear propagation of optical picosecond pulse trains over oceanic distances", *Optics Letters* **18**, pp. 1621-1623, 1993.
- [And-97] P. Andrés, W. D. Furlan, G. Saavedra, A. W. Lohmann, "Variable fractional Fourier processor: A simple implementation", *Journal of the Optical Society of America A* **14**, pp. 853-858, 1997.
- [And-99] P. Andrés, V. Climent, J. Lancis, G. Mínguez-Vega, E. Tajahuerce, A. W. Lohmann, "All-incoherent dispersion-compensated optical correlator", *Optics Letters* **24**, pp. 1331-1333, 1999.
- [Ara-98] S. Arahira, S. Kutsuzawa, Y. Matsui, D. Kanimatsu, Y. Ogawa, "Repetition-frequency multiplication of mode-locked pulses using fiber dispersion", *Journal of Lightwave Technology* **16**, pp. 405-410, 1998.
- [Aro-97] E. Arons, E. N. Leith, A. C. Tien, R. Wagner, "High-resolution optical chirped pulse gating", *Applied Optics* **36**, pp. 2603-2608, 1997.
- [Arr-01] V. Arrizón, G. Rojo-Velázquez, "Fractional Talbot field of finite gratings: compact analytical formulation", *Journal of the Optical Society of America A* **18**, pp. 1252-1256, 2001.
- [Aza-99] J. Azaña, M. A. Muriel, "Technique for multiplying the repetition rates of periodic trains of pulses by means of a temporal self-imaging effect in chirped fiber gratings", *Optics Letters* **24**, pp. 1672-1674, 1999.
- [Aza-00] J. Azaña, M. A. Muriel, "Real-time optical spectrum analysis based on the time-space duality in chirped fiber gratings", *IEEE Journal of Quantum Electronics* **36**, pp. 517-526, 2000.
- [Aza-01] J. Azaña, M. A. Muriel, "Temporal self-imaging effects: Theory and application for multiplying pulse repetition rates", *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* **7**, pp. 728-744, 2001.
- [Aza-03a] J. Azaña, "Temporal self-imaging effects for periodic optical pulse sequences of finite duration", *Journal of the Optical Society of America B* **20**, pp. 83-90, 2003.
- [Aza-03b] J. Azaña, L. R. Chen, "General temporal self-imaging phenomena", *Journal of the Optical Society of America B* **20**, pp. 1447-1458, 2003.

Referencias bibliográficas

- [Bas-79] M. J. Bastiaans, "Wigner distribution function and its application to first-order optics", *Journal of the Optical Society of America* **69**, pp. 1710-1716, 1979.
- [Ben-94] C. V. Bennett, R. P. Scott, B. H. Kolner, "Temporal magnification and reversal of 100 Gb/s optical-data with an up-conversion time microscope", *Applied Physics Letters* **65**, pp. 2513-2515, 1994.
- [Ber-00] N. K. Berger, B. Levit, A. Bekker, B. Fischer, "Real-time optical spectrum analyser based on chirped fibre Bragg gratings", *Electronics Letters* **36**, pp. 1189-1191, 2000.
- [Bor-75] M. Born, E. Wolf, *Principles of Optics* (Pergamon, Oxford, 1975).
- [Bro-83] C. Brophy, "Design of an all-glass achromatic-Fourier-transform lens", *Optics Communications* **47**, pp. 364-368, 1983.
- [Cap-71] W. J. Caputi, "Stretch: A time transformation technique", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* **AES-7**, pp. 269-278, 1971. Véanse también las patentes de EE.UU. 3283080 (nov. 1966) y 3354456 (nov. 1967).
- [Car-01] J. Caraquitena, *Multiplicación de la frecuencia de repetición de trenes de pulsos mediante un dispositivo de doble red*, Trabajo de Investigación (Univ. de Valencia, 2001).
- [Che-84] Y. S. Cheng, E. N. Leith, "Successive Fourier transformation with an achromatic interferometer", *Applied Optics* **23**, pp. 4029-4033, 1984.
- [Cho-00] P. C. Chou, H. A. Haus, J. F. Brennan, "Reconfigurable time-domain spectral shaping of an optical pulse stretched by a fiber Bragg grating", *Optics Letters* **25**, pp. 524-526, 2000.
- [Coë-01] S. Coëtmellec, M. Brunel, D. Lebrun, C. Ozkul, "Characterization of chirped pulses with the fractional-order Fourier transformation", *Journal of the Optical Society of America A* **18**, pp. 2754-2759, 2001.
- [Coh-95] L. Cohen, *Time-Frequency Analysis* (Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1995).

Referencias bibliográficas

- [Col-70] S. A. Collins, "Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics", *Journal of the Optical Society of America* **60**, pp. 1168-1179, 1970.
- [Col-81] G. D. Collins, "Achromatic Fourier-transform holography", *Applied Optics* **20**, pp. 3109-3119, 1981.
- [Cow-57] J. M. Cowley, A. F. Moodie, "Fourier images", Parts I-III, *Proceedings of the Physical Society of London Section B* **70**, pp. 486-513, 1957.
- [Dav-92] J. A. Davis, D. M. Cottrell, N. Nestorovic, S. M. Highnote, "Space-variant Fresnel transform optical correlator", *Applied Optics* **31**, pp. 6889-6893, 1992.
- [Dav-96] J. A. Davis, R. P. Tiangco, D. M. Cottrell, D. C. Oshea, M. K. Poutous, "Four-plane space-variant Fresnel-transform optical processor with a random phase encoder", *Applied Optics* **35**, pp. 3819-3828, 1996.
- [Den-96] X. G. Deng, Y. P. Li, Y. Qiu, D. Y. Fan, "Diffraction interpreted through fractional Fourier transforms", *Optics Communications* **131**, pp. 241-245, 1996.
- [Die-96] J. C. Diels, W. Rudolph, *Ultrashort Laser Pulse Phenomena* (Academic, San Diego, 1996).
- [Dij-90] S. P. Djajili, A. Dienes, J. S. Smith, "ABCD matrices for dispersive pulse propagation", *IEEE Journal of Quantum Electronics* **26**, pp. 1158-1164, 1990.
- [Dom-01] M. Domingo, I. Arias, A. García, "Achromatic Fourier processor with holographic optical lenses", *Applied Optics* **40**, pp. 2267-2274, 2001.
- [Dra-97] D. Dragoman, "The Wigner distribution function in optics and optoelectronics", *Progress in Optics* **37**, pp. 1-56, 1997.
- [Dug-69] M. A. Duguay, J. W. Hansen, "Compression of pulses from a mode-locked He-Ne laser", *Applied Physics Letters* **14**, pp. 14-16, 1969.
- [Fer-82] R. Ferrière, J. P. Goedgebuer, "A spatially coherent achromatic Fourier transformer", *Optics Communications* **42**, pp. 223-225, 1982.

Referencias bibliográficas

- [Fer-83] R. Ferrière, J. P. Goedgebuer, "Achromatic system for far-field diffraction with broad-band illumination", *Applied Optics* **22**, pp. 1540-1545, 1983.
- [Fer-86] R. Ferrière, C. Illueca, J. P. Goedgebuer, "Achromatic correlation in polychromatic-light", *Journal of Optics (Paris)* **17**, pp. 153-159, 1986.
- [Fer-00] M. E. Fermann, V. I. Kruglov, B. C. Thomsen, J. M. Dudley, J. D. Harvey, "Self-similar propagation and amplification of parabolic pulses in optical fibers", *Physical Review Letters* **84**, pp. 6010-6013, 2000.
- [Fer-03] C. R. Fernández-Pousa, M. T. Flores-Arias, C. Bao, M. V. Pérez, C. Gómez-Reino, "Talbot conditions, Talbot resonators, and first-order systems", *Journal of the Optical Society of America A* **20**, pp. 638-643, 2003.
- [Fis-69] R. A. Fisher, P. L. Kelley, T. K. Gustafson, "Subpicosecond pulse generation using optical Kerr effect", *Applied Physics Letters* **14**, pp. 140-143, 1969.
- [Gar-75] A. Garrard, J. M. Burch, *Introduction to Matrix Methods in Optics* (Wiley, New York, 1975).
- [Gas-78] J. D. Gaskill, *Linear Systems, Fourier Transforms, and Optics* (Wiley, New York, 1978).
- [God-94] A. A. Godil, B. A. Auld, D. M. Bloom, "Picosecond time-lenses", *IEEE Journal of Quantum Electronics* **30**, pp. 827-837, 1994.
- [Goo-95] D. S. Goodman, "General principles of geometric optics", en *Handbook of Optics. Vol. I: Fundamentals, Techniques and Design*, M. Bass, ed., (McGraw-Hill, New York, 1995).
- [Goo-96] J. M. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, 2^a ed. (McGraw-Hill, New York, 1996).
- [Gu-00] M. Gu, *Advanced Optical Imaging Theory* (Springer, Heidelberg, 2000).
- [Gue-75] R. Guenther, *Modern Optics* (Wiley, New York, 1975).

Referencias bibliográficas

- [Hak-99] H. Hakimi, F. Hakimi, K. L. Hall, K. A. Rauschenbach, "A new wide-band pulse-restoration technique for digital fiber-optic communication systems using temporal gratings", *IEEE Photonics Technology Letters* **11**, pp. 1048-1050, 1999.
- [Hak-01] F. Hakimi, H. Hakimi, "Measurement of optical fiber dispersion and dispersion slope using a pair of short optical pulses and Fourier transform property of dispersive medium", *Optical Engineering* **40**, pp. 1053-1056, 2001.
- [Hal-00] K. L. Hall, D. T. Moriarty, H. Hakimi, F. Hakimi, B. S. Robinson, K. A. Rauschenbach, "An ultrafast variable optical delay technique", *IEEE Photonics Technology Letters* **12**, pp. 208-210, 2000.
- [Her-97] H. P. Herzig, *Micro-optics. Elements, Systems and Applications* (Taylor & Francis, London, 1997).
- [Hua-00] C. B. Huang, Y. C. Lai, "Loss-less pulse intensity repetition-rate multiplication using optical all-pass filtering", *IEEE Photonics Technology Letters* **12**, pp. 167-169, 2000.
- [Ind-90] G. Indebetouw, "Necessary condition for temporal self-imaging in a linear dispersive medium", *Journal of Modern Optics* **37**, pp. 1439-1451, 1990.
- [Jah-97] J. Jahns, *Planar Integrated Free-Space Optics* (Taylor & Francis, London, 1997).
- [Jam-96] D. F. V. James, G. S. Agarwal, "The generalized Fresnel transform and its application to optics", *Optics Communications* **126**, pp. 207-212, 1996.
- [Jan-81] T. Jansson, J. Jansson, "Temporal self-imaging effect in single-mode fibers", *Journal of the Optical Society of America* **71**, pp. 1373-1376, 1981.
- [Jan-83] T. Jansson, "Real-time Fourier transformation in dispersive optical fibers", *Optics Letters* **8**, pp. 232-234, 1983.
- [Jon-74] J. Jones, "Propagation of a pulse through a dispersive medium", *American Journal of Physics* **42**, pp. 43-46, 1974.

Referencias bibliográficas

- [Jor-70] J. A. Jordan, P. M. Hirsch, L. B. Lesem, D. L. Van Roy, "Kinoform lenses", *Applied Optics* **9**, pp. 1883-1887, 1970.
- [Kat-72] R. H. Katyl, "Compensating optical systems. Part 3: Achromatic Fourier transformation", *Applied Optics* **11**, pp. 1255-1260, 1972.
- [Kau-93] M. T. Kauffman, A. A. Godil, B. A. Auld, W. C. Banyai, D. M. Bloom, "Applications of time lens optical-systems", *Electronics Letters* **29**, pp. 268-269, 1993.
- [Kau-94] M. T. Kauffman, W. C. Banyai, A. A. Godil, D. M. Bloom, "Time-to-frequency converter for measuring picosecond optical pulses", *Applied Physics Letters* **64**, pp. 270-272, 1994.
- [Kem-93] M. Kempe, R. Rudolph, "Femtosecond pulses in the focal region of lenses", *Physical Review A* **48**, pp. 4721-4729, 1993.
- [Kla-60] J. R. Klauder, A. C. Price, S. Darlington, W. J. Albersheim, "The theory and design of chirp radars", *Bell System Technical Journal* **39**, pp. 745-808, 1960.
- [Kol-88] B. H. Kolner, "Active pulse-compression using an integrated electro-optic phase modulator", *Applied Physics Letters* **52**, pp. 1122-1124, 1988.
- [Kol-89] B. H. Kolner, M. Nazarathy, "Temporal imaging with a time lens", *Optics Letters* **14**, pp. 630-632, 1989.
- [Kol-94a] B. H. Kolner, "Generalization of the concepts of focal length and f-number to space and time", *Journal of the Optical Society of America A* **11**, pp. 3229-3234, 1994.
- [Kol-94b] B. H. Kolner, "Space-time duality and the theory of temporal imaging", *IEEE Journal of Quantum Electronics* **30**, pp. 1951-1963, 1994.
- [Kru-03] V. I. Kruglov, A. C. Peacock, J. D. Harvey, "Exact self-similar solutions of the generalized nonlinear Schrödinger equation with distributed coefficients", *Physical Review Letters* **90**, art. n° 113902, 2003.

Referencias bibliográficas

- [Lan-93] J. Lancis, E. Tam, A. Pons, P. Andrés, "Achromatic white-light joint transform correlator – Theory and experiment", *Proceedings of the Society of Photo-optical Instrumentation Engineers (SPIE)* **1983**, pp. 419-420, 1993.
- [Lan-94] J. Lancis, P. Andrés, W. D. Furlan, A. Pons, "All-diffractive achromatic Fourier-transform setup", *Optics Letters* **19**, pp. 402-404, 1994.
- [Lan-95] J. Lancis, E. E. Sicre, E. Tajahuerce, P. Andrés, "White-light implementation of the Wigner-distribution function with an achromatic processor", *Applied Optics* **34**, pp. 8209-8212, 1995.
- [Lan-97] J. Lancis, E. Tajahuerce, P. Andrés, V. Climent, E. Tepichín, "Single-zone-plate achromatic Fresnel-transform setup: Pattern tunability", *Optics Communications* **136**, pp. 297-305, 1997.
- [Lan-99] J. Lancis, E. Tajahuerce, P. Andrés, G. Mínguez-Vega, M. Fernández-Alonso, V. Climent, "Quasi-wavelength-independent broadband optical Fourier transformer", *Optics Communications* **172**, pp. 153-160, 1999.
- [Lan-02] J. Lancis, G. Mínguez-Vega, E. Tajahuerce, M. Fernández-Alonso, V. Climent, P. Andrés, "Broadband space-variant Fresnel processor", *Optics Letters* **27**, pp. 1926-1928, 2002.
- [Lan-04a] J. Lancis, G. Mínguez-Vega, E. Tajahuerce, V. Climent, P. Andrés, Z. Jaroszewicz, "High-contrast white-light Lau fringes", *Optics Letters* **29**, pp. 150-152, 2004.
- [Lan-04b] J. Lancis, G. Mínguez-Vega, E. Tajahuerce, V. Climent, P. Andrés, J. Caraquitena, "Chromatic compensation of broadband light diffraction: *ABCD* matrix approach" (aceptado).
- [Lan-04c] J. Lancis, J. Caraquitena, P. Andrés, M. A. Muriel, "Temporal self-imaging effect for chirped laser pulse sequences: repetition rate and duty cycle tunability" (enviado).
- [Lan-04d] J. Lancis, V. Climent, J. Caraquitena, G. Saavedra, M. Martínez-Corral, P. Andrés, "Temporal focal shift" (enviado).
- [Lau-48] E. Lau, "Beugungerscheinungen an Doppelrastern", *Annalen der Physik* **6**, pp. 417-423, 1948.

Referencias bibliográficas

- [Lea-99] D. E. Leaird, A. M. Weiner, "Femtosecond optical packet generation by a direct space-to-time pulse shaper", *Optics Letters* **24**, pp. 853-855, 1999.
- [Lea-01] D. E. Leaird, A. M. Weiner, "Femtosecond direct space-to-time pulse shaping", *IEEE Journal of Quantum Electronics* **37**, pp. 494-504, 2001.
- [Leo-85] S. Leon, E. N. Leith, "Optical processing and holography with polychromatic point source illumination", *Applied Optics* **24**, pp. 3638-3642, 1985.
- [Li-81] Y. Li, E. Wolf, "Focal shifts in diffracted converging spherical waves", *Optics Communications* **39**, pp. 211-215, 1981.
- [Lin-99] G. C. Lin, C. H. Sui, Q. Lin, "Non-gaussian pulse propagation and pulse quality factor using intensity moment method", *Chinese Physics Letters* **16**, pp. 415-417, 1999.
- [Loh-92] A. W. Lohmann, D. Mendlovic, "Temporal filtering with time lenses", *Applied Optics* **31**, pp. 6212-6219, 1992.
- [Loh-98] A. W. Lohmann, D. Mendlovic, Z. Zalevsky, "Fractional transformations in optics", *Progress in Optics* **38**, pp. 265-342, 1998.
- [Loh-01] A. W. Lohmann, A. Pe'er, D. Y. Wang, A. A. Friesem, "Flatland optics. III. Achromatic diffraction", *Journal of the Optical Society of America A* **18**, pp. 2095-2097, 2001.
- [Lon-00] S. Longhi, M. Marano, P. Laporta, O. Svelto, M. Belmonte, B. Agogliati, L. Arcangeli, V. Pruneri, M. N. Zervas, M. Ibsen, "40-GHz pulse-train generation at 1.5 μm with a chirped fiber grating as a frequency multiplier", *Optics Letters* **25**, pp. 1481-1483, 2000.
- [Lon-01] S. Longhi, "Extended matrix method for Gaussian pulse propagation and generalized mode-locking master equation", *Optics Communications* **188**, pp. 239-253, 2001.
- [Mar-98] M. Martínez-Corral, C. J. Zapata-Rodríguez, P. Andrés, E. Silvestre, "Effective Fresnel-number concept for evaluating the relative focal shift in focused beams", *Journal of the Optical Society of America A* **15**, pp. 449-455, 1998.

Referencias bibliográficas

- [Men-95] D. Mendlovic, O. Melamed, H. M. Ozaktas, "Compact optical temporal processors", *Applied Optics* **34**, pp. 4113-4118, 1995.
- [Min-01] G. Mínguez-Vega, J. Lancis, E. Tajahuerce, V. Climent, M. Fernández-Alonso, A. Pons, P. Andrés, "Scale-tunable optical correlation with natural light", *Applied Optics* **40**, pp. 5911-5920, 2001.
- [Min-02] G. Mínguez-Vega, J. Lancis, E. Tajahuerce, V. Climent, J. Caraquitena, P. Andrés, "Wavelength-compensated Fourier and Fresnel transformers: a unified approach", *Optics Letters* **27**, pp. 942-944, 2002.
- [Mit-98] F. Mitschke, U. Morgner, "The temporal Talbot effect", *Optics & Photonics News* **9**, pp. 45-47, 1998.
- [Miy-61] K. Miyamoto, "The phase Fresnel lens", *Journal of the Optical Society of America* **51**, pp. 17-20, 1961.
- [Mon-67] W. D. Montgomery, "Self-imaging objects of infinite aperture", *Journal of the Optical Society of America* **57**, pp. 772-778, 1967.
- [Moo-01] S. Mookherjea, A. Yariv, "Analysis of optical pulse propagation with two-by-two (*ABCD*) matrices", *Physical Review E* **64**, pp. 016611-1-10, 2001.
- [Mor-81a] G. M. Morris, "Diffraction theory for an achromatic Fourier transformation", *Applied Optics* **20**, pp. 2017-2025, 1981.
- [Mor-81b] G. M. Morris, "An ideal achromatic Fourier processor", *Optics Communications* **39**, pp. 143-147, 1981.
- [Mor-87] G. M. Morris, D. A. Zweig, "White-light Fourier transformations", en *Optical Signal Processing*, J. L. Horner, ed. (Academic Press, San Diego, 1987).
- [Mur-99] M. A. Muriel, J. Azaña, A. Carballar, "Real-time Fourier transformer based on fiber gratings", *Optics Letters* **24**, pp. 1-3, 1999.
- [Nak-98] M. Nakazawa, H. Kubota, A. Sahara, K. Tamura, "Time domain *ABCD* matrix formalism for laser mode-locking and optical pulse transmission", *IEEE Journal of Quantum Electronics* **34**, pp. 1075-1081, 1998.
- [Naz-80] M. Nazarathy, J. Shamir, "Fourier optics described by operator algebra", *Journal of the Optical Society of America* **70**, pp. 150-159, 1980.

Referencias bibliográficas

- [Naz-81] M. Nazarathy, J. Shamir, "Holography described by operator algebra", *Journal of the Optical Society of America* **71**, pp. 529-541, 1981.
- [Nic-98] S. De Nicola, D. Anderson, M. Lisak, "Focal shift effects in diffracted focused beams", *Pure and Applied Optics* **7**, pp. 1249-1259, 1998.
- [Oue-87] F. Ouellette, "Dispersion cancellation using linearly chirped Bragg grating filters in optical waveguides", *Optics Letters* **12**, pp. 847-849, 1987.
- [Oza-00] H. M. Ozaktas, Z. Zalevsky, M. Alper-Kutay, *The Fractional Fourier Transform with Applications in Optics and Signal Processing* (Wiley, New York, 2000).
- [Pal-97] C. Palma, V. Bagini, "Extension of the Fresnel transform to *ABCD* systems", *Journal of the Optical Society of America A* **14**, pp. 1774-1779, 1997.
- [Pap-74] A. Papoulis, "Ambiguity function in Fourier optics", *Journal of the Optical Society of America* **64**, pp. 779-788, 1974.
- [Pap-94] A. Papoulis, "Pulse-compression, fiber communications, and diffraction - a unified approach", *Journal of the Optical Society of America A* **11**, pp. 3-13, 1994.
- [Pat-89] K. Patorski, "The self-imaging phenomenon and its applications", *Progress in Optics* **27**, pp. 3-108, 1989.
- [Pat-03] A. Patwardhan, "Transmission electron microscopy of weakly scattering objects described by operator algebra", *Journal of the Optical Society of America A* **20**, pp. 1210-1222, 2003.
- [Pe'e-99] A. Pe'er, D. Y. Wang, A. W. Lohmann, A. A. Friesem, "Optical correlation with totally incoherent light", *Optics Letters* **24**, pp. 1469-1471, 1999.
- [Pe'e-00] A. Pe'er, D. Y. Wang, A. W. Lohmann, A. A. Friesem, "Achromatic optical correlation", *Optics Letters* **25**, pp. 776-778, 2000.
- [Ped-93] F. L. Pedrotti, L. S. Pedrotti, *Introduction to Optics* (Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1993).

- [Pel-94] P. Pellat-Finet, "Fresnel diffraction and the fractional-order Fourier-transform", *Optics Letters* **19**, pp. 1388-1390, 1994.
- [Rou-02] G. Rousseau, N. McCarthy, M. Piché, "Description of pulse propagation in a dispersive medium by use of a pulse quality factor", *Optics Letters* **27**, pp. 1649-1651, 2002.
- [Sch-95] M. Schwab, N. Lindlein, J. Schwider, Y. Amitai, A. A. Friesem, S. Reinhorn, "Compensation of the wavelength dependence in diffractive star couplers", *Journal of the Optical Society of America A* **12**, pp. 1290-1297, 1995.
- [Sha-98] I. Shake, H. Takara, S. Kawanishi, M. Saruwatari, "High-repetition-rate optical pulse generation by using chirped optical pulses", *Electronics Letters* **34**, pp. 792-793, 1998.
- [Sie-86] A. E. Siegman, *Lasers* (University Science Books, Mill Valley, California, 1986).
- [Sie-91] A. E. Siegman, "Defining the effective radius of curvature for a non-ideal optical beam", *IEEE Journal of Quantum Electronics* **27**, pp. 1146-1148, 1991.
- [Sor-00] E. Sorokin, G. Tempea, T. Brabec, "Measurement of the root-mean-square width and the root-mean-square chirp in ultrafast optics", *Journal of the Optical Society of America B* **17**, pp. 146-150, 2000.
- [Taj-98a] E. Tajahuerce, J. Lancis, V. Climent, P. Andrés, "Hybrid (refractive-diffractive) Fourier processor: a novel optical architecture for achromatic processing with broadband point-source illumination", *Optics Communications* **151**, pp. 86-92, 1998.
- [Taj-98b] E. Tajahuerce, E. Bonet, P. Andrés, C. J. Zapata-Rodríguez, V. Climent, "White-light-modified Talbot array illuminator with a variable density of light spots", *Applied Optics* **37**, pp. 4366-4373, 1998.
- [Taj-99] E. Tajahuerce, P. Andrés, J. Lancis, M. Fernández-Alonso, V. Climent, "White-light array generation with a diffractive lenslet array", *Journal of Modern Optics* **46**, 49-63, 1999.

Referencias bibliográficas

- [Taj-00] E. Tajahuerce, G. Saavedra, W. D. Furlan, E. E. Sicre, P. Andrés, "White-light optical implementation of the fractional Fourier transform with adjustable order control", *Applied Optics* **39**, pp. 238-245, 2000.
- [Taj-01] E. Tajahuerce, J. Lancis, B. Javidi, P. Andrés, "Optical security and encryption with totally incoherent light", *Optics Letters* **26**, pp. 678-680, 2001.
- [Ten-03] S. Y. Teng, L. R. Liu, J. F. Zu, Z. Luan, D. A. Liu, "Uniform theory of the Talbot effect with partially coherent light illumination", *Journal of the Optical Society of America A* **20**, pp. 1747-1754, 2003.
- [Ton-97] Y. C. Tong, L. Y. Chan, H. K. Tsang, "Fibre dispersion or pulse spectrum measurement using a sampling oscilloscope", *Electronics Letters* **33**, pp. 983-985, 1997.
- [Tor-02] A. Torre, "The fractional Fourier transform and some of its applications to optics", *Progress in Optics* **43**, pp. 531-596, 2002.
- [Tou-68] P. Tournois, J. L. Verner, G. Biennu, "Sur l'analogie optique de certains montages électroniques: Formation d'images temporelles de signaux électriques", *Comptes Rendus de L'Academie des Sciences* **267**, pp. 375-378, 1968.
- [Tre-69] E. B. Treacy, "Optical pulse compression with diffraction gratings", *IEEE Journal of Quantum Electronics* **QE 5**, pp. 454-458, 1969.
- [Tur-97] J. Turunen, F. Wyrowski, *Diffraction Optics for Industrial and Commercial Applications* (Akademie Verlag, Berlin, 1997).
- [Wan-85] S. G. Wang, N. George, "Fresnel zone transforms in spatially incoherent illumination", *Applied Optics* **24**, pp. 842-850, 1985.
- [Wan-00] D. Y. Wang, A. Pe'er, A. W. Lohmann, A. A. Friesem, "Wigner algebra as a tool for the design of achromatic optical processing systems", *Optical Engineering* **39**, pp. 3014-3024, 2000.
- [Wan-01] H. S. Wang, C. H. Zhou, S. A. Zhao, P. Xi, L. R. Liu, "The temporal Fresnel diffractive field of a grating illuminated by an ultrashort pulsed-laser beam", *Journal of Optics A – Pure and Applied Optics* **3**, pp. 159-163, 2001.

Referencias bibliográficas

- [Win-65] J. T. Winthrop, C. R. Worthington, "Theory of Fresnel images. I. Plane periodic objects in monochromatic light", *Journal of the Optical Society of America* **55**, pp. 373-381, 1965.
- [Wol-79] K. B. Wolf, *Integral Transforms in Science and Engineering* (Plenum Press, New York, 1979).
- [Wyn-79] C. G. Wyne, "Extending the bandwidth of speckle interferometry", *Optics Communications* **28**, pp. 21-25, 1979.
- [Yar-94] A. Yariv, "Imaging of coherent fields through lenslike systems", *Optics Letters* **19**, pp. 1607-1608, 1994.