Unidad 3. Función lineal

Competencia de la Unidad

Resolver situaciones del entorno mediante el uso de la función lineal, identificando, modelando, interpretando y graficando correctamente las relaciones entre las variables.

Relación y desarrollo

Séptimo grado

Unidad 5: Ecuaciones de primer grado
- Igualdad de expresiones matemáticas
- Ecuación de primer grado
- Aplicación de ecuaciones de primer grado

Unidad 6: Proporcionalidad directa e inversa
- Proporcionalidad directa
- Proporcionalidad inversa
- Aplicación de la proporcionalidad

Octavo grado

Unidad 2: Sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas
- Métodos para resolver ecuaciones de primer grado con dos incógnitas
- Aplicación de las ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

Unidad 3: Función lineal
- Función lineal
- Función lineal y ecuación de primer grado con dos incógnitas
- Aplicación de la función lineal

Noveno grado

Unidad 3: Ecuación cuadrática
- Ecuación cuadrática
- Aplicaciones de la ecuación cuadrática

Unidad 4: Función cuadrática de la forma $y = ax^2 + c$
- Función $y = ax^2$
- Función $y = ax^2 + c$

Plan de estudio de la Unidad

Lección	Horas	Clases
1. Función lineal	1	1. Recordando el sentido de la proporcionalidad directa
	1	2. Aplicaciones de la proporcionalidad directa
	1	3. Sentido de la función lineal
	1	4. Función lineal
	1	5. Sentido de la razón de cambio
	1	6. Razón de cambio
	1	7. Características de la función $y = ax + b$
	1	8. Relación entre la gráfica de la función $y = ax + b$ y la de $y = ax$
	1	9. Análisis gráfico de la pendiente positiva
	1	10. Análisis gráfico de la pendiente negativa
	1	11. Relación entre la razón de cambio y pendiente de la gráfica de $y = ax + b$
	1	12. Pendiente e intercepto de la gráfica de la función $y = ax + b$
	1	13. Relación entre tabla, ecuación y gráfica de función lineal
	1	Prueba del primer trimestre
	1	14. Trazo de la gráfica de la función lineal dada la pendiente y el intercepto
	1	15. Relación entre la ecuación y gráfica de la función lineal
	1	16. Valores de y cuando se delimitan los valores de x
	1	17. Expresiones de la función en $y = ax + b$ mediante la lectura de la gráfica
	1	18. Ecuación de la función a partir de un punto de la gráfica y la pendiente
	1	19. Ecuación de la función a partir de dos puntos de la gráfica
	1	20. Ecuación de la función a partir de los interceptos con los ejes
	1	21. Practica lo aprendido
	1	22. Practica lo aprendido

2. Función lineal y ecuación de primer grado con dos incógnitas	1	1. Trazo de la gráfica de una ecuación de primer grado con dos incógnitas
	1	2. Relación entre la gráfica de la ecuación $ax + by + c = 0$ y la función $y = ax + b$
	1	3. Gráfica de la ecuación $ax + by + c = 0$ a partir de los interceptos
	1	4. Trazo de la gráfica de la ecuación de la forma $ax + by + c = 0$, cuando $a = 0$
	1	5. Trazo de la gráfica de la ecuación de la forma $ax + by + c = 0$, cuando $b = 0$
	1	6. Intercepto de la gráfica de dos ecuaciones de la forma $ax + by + c = 0$
	1	7. Solución gráfica de un sistema de ecuaciones de la forma $ax + by + c = 0$
	1	8. Practica lo aprendido
3. Aplicación de la función lineal	1	1. Aplicaciones de la función lineal, parte 1
	1	2. Aplicaciones de la función lineal, parte 2
	1	3. Aplicaciones de la función lineal, parte 3
	1	4. Practica lo aprendido
	1	5. Practica lo aprendido
	1	Prueba de la Unidad 3

35 horas clase + prueba de la Unidad 3 + prueba del primer trimestre

Puntos esenciales de cada lección

Lección 1: Función lineal
Luego de trabajar la proporcionalidad directa en séptimo grado e introducir la definición de función, se retoman estos contenidos para dar paso a la definición general de la función lineal a partir de situaciones que se modelan en la forma $y = ax + b$. Primero, se hace un análisis de los valores de a y b y su relación con la gráfica de la función lineal: razón de cambio, inclinación y pendiente de la recta e intercepto con el eje y. Luego se encuentra la ecuación de una función lineal a partir de condiciones iniciales.

Lección 2: Función lineal y ecuación de primer grado con dos incógnitas
A partir de las características de la gráfica de la función lineal $y = ax + b$ se analizan las ecuaciones lineales con dos incógnitas estableciendo relaciones entre ambos contenidos. Se comienza trazando la gráfica de la ecuación de la forma $ax + by + c = 0$, se definen además los interceptos con los ejes de coordenadas y el significado gráfico de la solución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Lección 3: Aplicación de la función lineal
Se resuelven situaciones que se modelan a partir de funciones lineales. Los problemas planteados en esta lección van desde situaciones de la vida cotidiana hasta contenidos puramente matemáticos.

1.1 Recordando el sentido de la proporcionalidad directa

Secuencia:
En la Unidad 6 de séptimo grado se abordaron los conceptos de función, proporcionalidad directa con valores positivos y negativos en las variables, la constante de proporcionalidad y la representación en la forma $y = ax$. En esta clase se pretende recordar esos contenidos a través de la resolución de problemas y preparar al estudiante para el estudio de la función lineal.

Propósito:
①, ② Representar la proporcionalidad directa en la forma $y = ax$ encontrando el valor de la constante de proporcionalidad a. Utilizar la proporcionalidad directa para calcular el valor de y dado un valor específico de x.

③ Resolver situaciones que impliquen la proporcionalidad directa escribiéndola en la forma $y = ax$ y determinar si dos cantidades son directamente proporcionales.

Posibles dificultades:
Para poder resolver el Problema inicial los estudiantes deben recordar que si y es una función de x tal que puede expresarse en la forma $y = ax$ entonces y es directamente proporcional a x, y al número a se le llama **constante de proporcionalidad.**

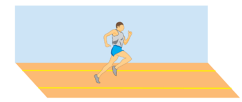
Debe aclararse además, que en el numeral 1 del Problema inicial se proveen valores particulares de x y y, y debe encontrarse el número a despejándolo de $y = ax$ (esto aplica también para los problemas 1 y 2).

Indicador de logro. Utiliza lo aprendido en 7° grado para resolver situaciones que involucren proporcionalidad directa.

1.1 Recordando el sentido de la proporcionalidad directa

① **P** Un corredor de maratón ha avanzado 2 km en los primeros 8 minutos de su recorrido. Si mantiene la velocidad después de los 8 minutos:

1. Encuentra la constante de proporcionalidad.
2. Representa la distancia recorrida y, después de x minutos.
3. ¿Cuánto tiempo tardará en completar los 42 km del recorrido?



② **S**

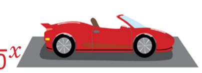
1. Como se conoce un par de valores para x y y, se sustituyen en la expresión $y = ax$ para calcular el valor de a.
   $y = ax$, cuando $x = 8$, $y = 2$.
   $2 = a(8)$
   $\frac{2}{8} = a$
   $a = \frac{1}{4}$
2. Al expresar la distancia y, después de x minutos, se tiene $y = \frac{1}{4}x$.
3. Para determinar en cuánto tiempo completa los 42 km de recorrido, se sustituye el valor de $y = 42$, en $y = \frac{1}{4}x$.

   $42 = \frac{1}{4}x$, entonces $x = 168$ minutos.

Por tanto, para completar los 42 km, necesita 2 horas con 48 minutos.

③

1. Un automóvil consume 5 litros de gasolina por cada 100 kilómetros que recorre.
   a) Encuentra la constante de proporcionalidad. $a = \frac{1}{20}$
   b) Representa la cantidad de litros de gasolina consumida y, después de x kilómetros. $y = \frac{1}{20}x$
   c) ¿Cuántos litros de gasolina necesita para recorrer 1 250 kilómetros? 62.5 litros



2. Por un grifo salen 38 litros de agua en 5 minutos, completa la tabla y responde.

Tiempo	5	10	15	20
Litros de agua	38	76	114	152

   a) ¿Es proporcional el número de litros al tiempo transcurrido? Justifica tu respuesta. Sí; el número y de litros después de x minutos se escribe $y = 7.6x$.
   b) ¿Cuánto tiempo debe transcurrir para que se tengan 228 litros? 30 minutos

3. Tres fotografías cuestan 5 dólares, seis fotografías 9 dólares. Razona si el número de fotografías es directamente proporcional a su precio. No; $\frac{5}{3} \neq \frac{9}{6}$

4. Por 3 horas de trabajo, Alberto ha cobrado \$60. ¿Cuánto cobrará por 8 horas, si el pago recibido es directamente proporcional al tiempo trabajado? \$160

44

Tarea: página 50 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U3 1.1**

Ⓟ Un corredor avanza 2 km en 8 min, manteniendo su velocidad constante.

1. Encuentra la constante de proporcionalidad.
2. Representa la distancia recorrida y en términos del tiempo x.
3. ¿Cuánto tardará en recorrer 42 km?

Ⓢ

1. $y = ax \Longrightarrow 2 = a(8) \Longrightarrow a = \frac{1}{4}$
2. Sustituyendo a: $y = \frac{1}{4}x$
3. Se sustituye $y = 42$:

$42 = \frac{1}{4}x \Longrightarrow x = 4(42) \Longrightarrow x = 168$

Necesita 2 horas con 48 minutos.

Ⓡ

1. a) $a = \frac{1}{20}$
   b) $y = \frac{1}{20}x$
   c) Necesita 62.5 litros.
2.

Tiempo	5	10	15	20
lt de agua	38	76	114	152

   a) Sí, el número y de litros de agua después de x minutos es $y = 7.6x$.
   b) 30 minutos.
3. No son proporcionales.
4. Cobrará \$160.

Indicador de logro. Utiliza lo aprendido en séptimo grado para resolver situaciones que involucren la proporcionalidad directa.

1.2 Aplicaciones de la proporcionalidad directa

① **P** La tabla muestra la relación entre el lado de un cuadrado y su perímetro, completa la tabla y realiza lo siguiente:

Lado x (cm)	1	2	3	4	5
Perímetro y (cm)	4	8			

1. Determina si existe proporcionalidad directa entre la medida del lado del cuadrado x y su respectivo perímetro y, justifica tu respuesta utilizando la relación $y = ax$.

2. Representa el perímetro y, cuando el lado del cuadrado mide x.

3. Representa gráficamente la relación entre la medida del lado de un cuadrado y su perímetro.

② **S** Al completar la tabla se tiene:

Lado x (cm)	1	2	3	4	5
Perímetro y (cm)	4	8	12	16	20

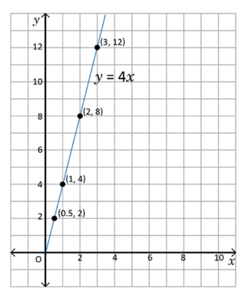
1. Como se conocen algunos valores para x y los respectivos valores para y, se puede calcular la constante de proporcionalidad calculando el cociente entre ellos:

   Si $x = 2$, $y = 8$, entonces $8 = a(2)$, $a = \frac{8}{2} = 4$, se puede verificar que el cociente es igual para todos los casos.

2. Como la constante de proporcionalidad es 4, entonces $y = 4x$.

3. Para elaborar la gráfica de la relación entre el lado del cuadrado y su perímetro, es necesario representar en el plano algunos pares de valores para x y y de la tabla, luego se unen con segmentos de recta para considerar todos los posibles valores que pueda tomar el lado del cuadrado.

   - Si $x = 0$, $y = 4(0) = 0$, este sería el mínimo valor que puede tomar x, en este caso el cuadrado se vuelve un punto.
   - Si $x = 0.5$, $y = 4(0.5) = 2$.



Así se pueden determinar más pares ordenados haciendo variar la medida del lado del cuadrado.

③ **C** Para representar la relación de proporcionalidad directa en forma $y = ax$, a partir de un par de valores de las variables:

- Se sustituyen los valores en las variables y se forma la ecuación.
- Se encuentra el valor de la constante en una ecuación.
- Se sustituye el valor de la constante en $y = ax$.

Para elaborar la gráfica de proporcionalidad directa $y = ax$, se toma el punto de origen O(0, 0) y otro punto; luego se traza la línea recta que pasa por esos puntos.

Unidad 3

45

Primero escriba en la pizarra el problema inicial junto con su solución. Después de esto, bórrelo y escriba los ejercicios según el plan de pizarra de la siguiente página.

Tarea: página 51 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U3 1.2**

P Relación entre el lado de un cuadrado y su perímetro:

Lado x (cm)	1	2	3	4	5
Perímetro y (cm)	4	8			

1. Determina si son directamente proporcionales x y y.
2. Escribe y en términos de x.
3. Representa gráficamente la relación entre x y y.

S Los valores faltantes en la tabla son 12, 16 y 20 respectivamente.

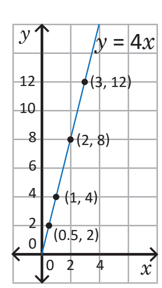
1. Al sustituir $x = 2$ y $y = 8$ para encontrar el valor de a:

$$8 = a(2) \Longrightarrow a = \frac{8}{2} \Longrightarrow a = 4$$

El cociente $\frac{y}{x}$ en cualquier caso es igual a 4.

2. $y = 4x$

3. Se representan en el plano algunos pares de valores de x y y, y se unen con segmentos de recta.



Materiales:
- Plano cartesiano dibujado sobre un pliego de papel bond para resolver el numeral 3 del Problema inicial y el ítem 1. c) del bloque de problemas. Para no elaborar un plano por cada ejercicio o problema puede forrar una tabla de madera, primero con papel bond y luego con plástico (cinta ancha transparente), luego dibuje una cuadrícula con plumón permanente; este recurso le servirá en las clases que involucran el uso de gráficas, con plumón de pizarra dibuje los ejes en el lugar conveniente.
- Metro o escuadra de madera para trazar las gráficas.

Secuencia:
Similar a la clase 1.1, se continúa con el estudio de situaciones que involucran la proporcionalidad directa. En esta clase también se presentan tablas y gráficas para identificar si dos cantidades son directamente proporcionales.

Propósito:
①, ② Representar la relación de proporcionalidad directa entre la longitud del lado de un cuadrado y su perímetro, escribiéndola en la forma $y = ax$ y trazando su gráfica.

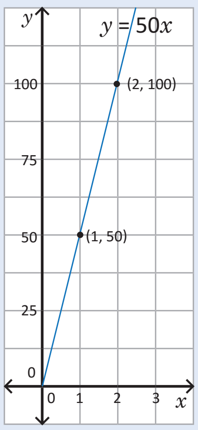
③ Establecer el procedimiento para encontrar la relación de proporcionalidad $y = ax$ a partir de dos valores particulares de x y y, y trazar la gráfica de la proporcionalidad directa.

Posibles dificultades:
Si los estudiantes no recuerdan cómo calcular el perímetro de un cuadrado puede indicarlo al momento de escribir el Problema inicial en la pizarra: “el perímetro de un cuadrado se calcula sumando las longitudes de sus cuatro lados”; dado que las longitudes son iguales entonces el perímetro puede escribirse como una multiplicación. Recuerde además que la gráfica de la proporcionalidad directa es una línea recta; debido a la naturaleza del Problema inicial en este caso no pueden incluirse valores negativos.

Propósito:

④ Resolver situaciones que involucren cantidades directamente proporcionales, escribiendo la relación entre ellas en la forma $y = ax$ y graficando la función de proporcionalidad. Además, extraer información sobre dos cantidades a partir de la gráfica de la relación entre ellas para determinar si son directamente proporcionales.

Solución del ejercicio 1. c):



Observaciones:

Problema 1: no es posible colocar los valores en el eje y de uno en uno; indique a los estudiantes que escriban de 25 en 25 o de 50 en 50 los valores de y.

Problemas 2 y 3: al extraer información de la gráfica debe recordar que la primera coordenada corresponde al valor de x y la segunda al valor de y. Indique a los estudiantes que tomen valores enteros para las coordenadas para facilitar cálculos.

④

1. Un automóvil que viaja desde San Salvador hacia San Miguel, ha recorrido 50 km después de una hora de camino, si continúa a velocidad constante hasta llegar a su destino:

   a) Determina si existe proporcionalidad directa entre el tiempo transcurrido x y la distancia recorrida y, justifica tu respuesta. Sí, pues continúa a velocidad constante

   b) Representa la distancia recorrida y, cuando ha transcurrido x horas. $y = 50x$

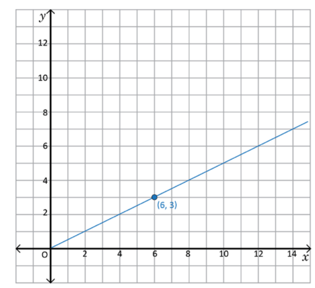
   c) Representa gráficamente la relación entre el tiempo transcurrido x y la distancia recorrida y.

2. La gráfica muestra la relación entre la cantidad de pasteles en el eje x y el total a pagar en dólares, en el eje y.

   a) ¿Cuánto cuestan 2 pasteles? \$1

   b) Encuentra la constante de proporcionalidad entre el número de pasteles y el costo. $a = \frac{1}{2}$

   c) Escribe la relación entre el número de pasteles x y el costo a pagar y de la forma $y = ax$. $y = \frac{1}{2}x$



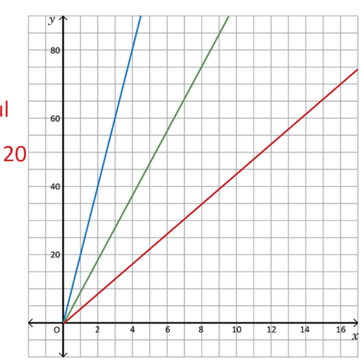
3. Un depósito se llena mediante una bomba que vierte 20 galones de agua por minuto.

   a) Identifica, ¿cuál de las tres rectas representa el agua del depósito en función del tiempo? La azul

   b) Determina la constante de proporcionalidad. $a = 20$

   c) Escribe en la forma $y = ax$, la relación que hay entre la cantidad y de agua que tiene el depósito después de x minutos. $y = 20x$

   d) ¿Qué cantidad de agua tendrá el depósito después de 15 minutos? Tendrá 300 galones



Para escribir la función $y = ax$ a partir de la gráfica:

- Se elige un punto por el que pasa la gráfica, cuyos valores son números enteros.
- Se sustituye el valor de x y y del par ordenado en $y = ax$ y se encuentra el valor de a.
- Se escribe $y = ax$, sustituyendo a por el valor encontrado.

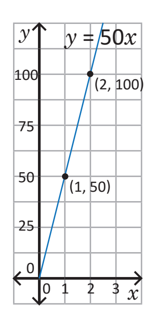
46

Fecha: **U3 1.2**

Ⓡ 1. a) Sí existe proporcionalidad directa ya que la velocidad es constante.

b) $y = 50x$

c) Gráfica de $y = 50x$:



2. a) Cuestan \$1.

   b) $a = \frac{1}{2}$

   c) $y = \frac{1}{2}x$

3. a) La recta azul.

   b) $a = 20$

   c) $y = 20x$

   d) Tendrá 300 galones.

Indicador de logro. Representa dos variables en una tabla y escribe la expresión $y = ax + b$.

1.3 Sentido de la función lineal

① **P**

La pila de la casa de Carmen tiene 5 litros de agua, al abrir el grifo, este arroja 3 litros de agua por minuto. La tabla muestra la variación de los litros de agua en la pila a medida que transcurre el tiempo, completa los espacios vacíos y responde.

x (minutos)	0	1	2	3	4	...
y (litros de agua)	5	8	11			

a) Analiza cómo varía la cantidad de agua en la pila con el paso del tiempo, ¿es y directamente proporcional a x?
b) ¿Qué cantidad de agua tendrá la pila después de 5 minutos?
c) ¿Qué cantidad de agua tendrá la pila después de x minutos?
d) Escribe una ecuación donde y esté en términos de x.

② **S**

Al completar la tabla se tiene:

x (minutos)	0	1	2	3	4	...
y (litros de agua)	5	5 + 3 = 8	8 + 3 = 11	11 + 3 = 14	14 + 3 = 17	...

a) Para determinar si y es directamente proporcional a x, se calculan los cocientes $\frac{y}{x}$, luego se comparan. Por ejemplo, $\frac{8}{1} = 8$, $\frac{11}{2} = 5.5$, y así sucesivamente se comparan todos a medida que el tiempo transcurre y la cantidad de agua en la pila aumenta, de donde se puede concluir que la razón $\frac{y}{x}$ no es constante y por tanto, y no es directamente proporcional a x.
b) Después de cinco minutos la pila tendrá 20 litros de agua, $20 = 5 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 5 + 3(5)$.
c) Como la cantidad de agua en la pila es igual a los litros que tenía al inicio más 3 litros por cada minuto transcurrido, entonces después de x minutos tendrá $5 + 3x$ litros de agua.
d) Considerando la cantidad de agua después de x minutos, se tiene que $y = 5 + 3x$ o $y = 3x + 5$.

③ **C**

Si se tienen dos variables x y y, donde y se puede escribir como una expresión de primer grado en x, como el ejemplo mostrado arriba, se dice que **y es una función lineal de x**, generalmente se expresa de la forma **$y = ax + b$**: donde a indica que es una relación de proporcionalidad entre las variables, b es una constante y recibe el nombre de **ecuación de la función**. Se puede obtener el valor de b observando la tabla donde $x = 0$. Cuando la constante b toma el valor de cero, la función lineal coincide con la proporcionalidad directa y se expresa como **$y = ax$**.

Para el ejemplo anterior, se tiene **$y = 3x + 5$**, donde se puede identificar $a = 3$ y $b = 5$. Por eso se dice que la cantidad de agua en la pila no es directamente proporcional al tiempo transcurrido.

Un recipiente que contiene agua hasta 1 cm de altura comienza a llenarse a un ritmo constante de 3 cm por minuto.

a) Completa en la siguiente tabla los valores para la cantidad de agua que tiene el recipiente, donde x es el número de minutos transcurridos y y es la altura hasta donde se ha llenado el recipiente.

x (minutos)	0	1	2	3	4	5	6	7	...
y (centímetros)	1	4	7	10	13	16	19	22	

b) ¿Cuál es la altura del agua después de un minuto? ¿Y después de dos minutos? 4 y 7 cm respectivamente
c) Determina el aumento de la altura en x minutos. $1 + 3x$
d) Escribe una ecuación donde y esté en términos de x. $y = 3x + 1$

Unidad 3

47

Tarea: página 52 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U3 1.3**

Ⓟ Variación de los litros de agua a medida que transcurre el tiempo:

x (minutos)	0	1	2	3	4
y (litros)	5	8	11		

a) ¿Es y directamente proporcional a x?
b) ¿Cuál será la cantidad de agua después de 5 minutos? ¿Y después de x minutos?
c) Escribe y en términos de x.

Ⓢ Los valores de la tabla son 14 y 17 respectivamente.

a) No, ya que los cocientes $\frac{y}{x}$ no son constantes.
b) Después de 5 minutos:

$5 + 3(5) = 20$ litros.

Después de x minutos:

$5 + 3x$ litros.

c) $y = 3x + 5$.

Ⓡ

a)

x (min)	0	1	2	3	4	5	6	7
y (cm)	1	4	7	10	13	16	19	22

b) 4 cm y 7 cm respectivamente.
c) El aumento es $1 + 3x$ centímetros.
d) $y = 3x + 1$.

Secuencia:

Las clases 1.1 y 1.2 sirvieron para recordar la proporcionalidad directa (expresarla en la forma $y = ax$ y trazar su gráfica). En esta clase se presentan diversas situaciones cuyas cantidades están relacionadas en la forma $y = ax + b$, es decir, y es una función lineal de x.

En la Unidad 4 de séptimo grado “Comunicación con símbolos” ya se han trabajado patrones numéricos cuya expresión algebraica era de la forma $am + n$.

Propósito:

①, ② Representar una situación sobre el llenado de una pila mediante la expresión de la forma $y = ax + b$ y compararla con la relación de proporcionalidad directa.

③ Definir la función lineal $y = ax + b$ e indicar cuándo coincide con la proporcionalidad directa.

Posibles dificultades:

Recordar que dos cantidades son proporcionales si el cociente $\frac{y}{x}$ es constante.

Secuencia:
Como en la clase 1.3 se definió la función lineal, ahora debe determinarse si las situaciones abordadas en el Problema inicial y los ejercicios corresponden a funciones lineales. Además, para esta clase se incluyen situaciones donde el valor de y disminuye a medida que x aumenta.

Propósito:
①, ② Establecer si las situaciones presentadas corresponden a funciones lineales, escribiendo la expresión algebraica que relaciona las cantidades.

③ Establecer la relación entre la función lineal y la relación de proporcionalidad directa.

④ Determinar las ecuaciones que corresponden a funciones lineales.

⑤ Escribir la ecuación que relaciona dos cantidades y determinar si corresponde a la ecuación de una función lineal.

Posibles dificultades:
En el Problema inicial 1, no reconocer que al acortarse la candela 4 mm por minuto transcurrido, el valor de a es –4.

En el ejercicio 2. c) de la fijación, no clasificarla como una función lineal debido al valor de la constante $a = 2\pi$. En una función lineal $y = ax + b$, a puede tomar el valor de cualquier número.

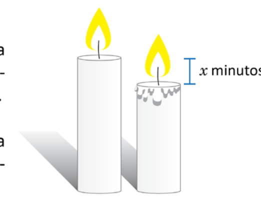
Indicador de logro. Identifica la función lineal dada su ecuación.

1.4 Función lineal

① **P** Determina si la relación entre las variables para cada una de las siguientes situaciones corresponde a una función lineal.

1. Una candela de 140 milímetros (mm) de largo se enciende y se acorta 4 mm por minuto transcurrido. Tomando como y la longitud de la candela después de x minutos de encenderla, expresa y en función de x.

2. Carlos obtiene un salario de \$200 por cada carro vendido. Representa con y el salario que Carlos recibe al vender x carros, expresa y en función de x.



② **S**
1. Como se acorta 4 mm por minuto, después de x minutos se acorta $4x$, por tanto la longitud de la candela que tenía 140 mm al inicio, después de x minutos será $y = 140 - 4x$; es decir, $y = -4x + 140$, si se compara con la expresión $y = ax + b$, se obtiene $a = -4$ y $b = 140$; por tanto, es una función lineal.

2. Carlos recibe \$200 por cada carro vendido. Si vende x carros tiene un ingreso de $200x$; entonces su salario mensual al vender x carros será $y = 200x$, al comparar con la expresión $y = ax + b$, se obtiene que $a = 200$ y $b = 0$; por tanto, es una función lineal.

③ **C** La expresión $y = ax + b$, para $a < 0$ y la expresión de proporcionalidad directa $y = ax$, también son casos de la función lineal.

- La expresión $y = ax + b$, para $a < 0$, a medida que x aumenta, y disminuye.
- La expresión $y = ax$, corresponde a la función lineal cuando $b = 0$.

Por ejemplo, en la situación 2 que se desarrolló, se puede ver que $y = 200x$, donde $b = 0$ y corresponde a una función lineal, y también es una relación de proporcionalidad donde la razón $\frac{y}{x} = 200$.

④ 1. Identifica las ecuaciones que corresponden a una función lineal.

a) $y = 2x + 1$ Lineal, $a = 2$ y $b = 1$
b) $y = \frac{3}{x}$ No es lineal
c) $y = -3x + 2$ Lineal, $a = -3$ y $b = 2$
d) $y = 3x$ Lineal, $a = 3$ y $b = 0$

⑤ 2. Escribe y en función de x, luego analiza si corresponde a una función lineal.

a) Perímetro y de un cuadrado cuyo lado mide x. $y = 4x$; es una función lineal
b) Altura y de un triángulo de base x y su área 16 cm². $y = \frac{16}{x}$; no es una función lineal
c) Perímetro y de un círculo de radio x. $y = 2\pi x$; es una función lineal

48

Tarea: página 53 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U3 1.4**

Ⓟ Determina si son funciones lineales:
1. La longitud y después de x minutos de una candela, cuya longitud es 140 mm y que se acorta 4 mm por minuto transcurrido.
2. El salario y de Carlos al vender x carros, si recibe \$200 por cada carro vendido.

Ⓢ 1. Después de x minutos la candela se acorta $4x$; si su longitud original era 140 mm entonces:

$y = 140 - 4x = -4x + 140$

$a = -4$, $b = 140$ y es una función lineal.

Ⓡ 2. Si Carlos vende x carros, entonces su ingreso es de $200x$ dólares. Luego:

$y = 200x$

$a = 200$, $b = 0$ y es una función lineal.

1. a) Es función lineal, $a = 2$ y $b = 1$.
   b) No es función lineal.
   c) Es función lineal, $a = -3$ y $b = 2$.
   d) Es función lineal, $a = 3$ y $b = 0$.

2. a) $y = 4x$; es función lineal.
   b) $y = \frac{16}{x}$.
   c) $y = 2\pi x$; es función lineal.

Indicador de logro. Resuelve situaciones mediante el análisis de la razón de cambio haciendo uso de tablas.

Secuencia:
Para esta clase se comienza a estudiar la razón de cambio de una función lineal, más adelante se relacionará con la constante a en la ecuación de la función lineal.

Propósito:
①, ② Modelar la situación presentada en el Problema inicial mediante una función lineal y determinar la razón de cambio entre los valores.

③ Definir la razón de cambio de una función lineal.

④ Determinar la razón de cambio en una situación cuya representación resulta ser una función lineal.

Posibles dificultades:
No lograr determinar la ecuación de la función presentada en el Problema inicial; en este caso recuerde a los estudiantes que si el valor de y es cero cuando $x = 0$ entonces la función es de la forma $y = ax$.

1.5 Sentido de la razón de cambio

① **P** Marta tiene un taller de costura, mensualmente tiene un gasto fijo de 10 dólares en energía eléctrica, más 3 dólares por cada hora trabajada.

a) Completa la siguiente tabla tomando como y el total mensual a pagar por la energía eléctrica al trabajar x horas al mes.

x (horas trabajadas)	0	1	2	3	4	...
y (dólares)	10					

b) Si trabaja 8 horas, ¿cuánto paga de energía eléctrica? Y si se trabajan 100 horas, ¿cuánto pagaría?
c) Expresa y como una función lineal de x.
d) Determina cómo cambian los valores de y a medida que los valores de x cambian.

② **S** a) Al completar la tabla con las horas trabajadas y el total a pagar, se tiene:

x (horas trabajadas)	0	1	2	3	4	...
y (dólares)	10	13	16	19	22	...

+1 +1 +1 +1

+3 +3 +3 +3

b) Como cada hora que trabaja genera un costo de 3 dólares, entonces el total a pagar después de 8 horas trabajadas es $y = 10 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 10 + 3(8) = 10 + 24 = 34$ dólares; y si trabaja 100, sería $y = 10 + 3(100) = 310$ dólares.
c) Considerando el resultado del literal b), el total a pagar después de x horas trabajadas es $y = 10 + 3x$, que es equivalente a $y = 3x + 10$.
d) Para determinar cómo cambian los valores de y respecto a los de x, se toman 2 cantidades de horas trabajadas distintas: 1 hora y 3 horas.

Variación en x: $3 - 1 = 2$
Variación en y: $19 - 13 = 6$ ➡ $\frac{\text{Variación en } y}{\text{Variación en } x} = \frac{6}{2} = 3$, el cambio en y es 3 veces el cambio en x.

③ **C** Al comparar la variación de la variable y respecto a la variación de x en una función lineal, a esa razón se le llama razón de cambio; es decir, ***Razón de cambio*** $= \frac{\textit{Variación en } y}{\textit{Variación en } x}$.
Para el ejemplo desarrollado la razón de cambio es 3, esto se puede verificar comparando los valores de y con los de x en dos tiempos cualesquiera de la tabla.

④ Miguel acompañó a su padre a comprar y observó que 2 libras de tomates cuestan $ 3.00. Le preguntó a su padre cómo se calcula el precio para diferente cantidad de libras de tomates, su padre le explica que debe relacionar el número de libras de tomates con el precio de una libra.

a) Llamando x al número de libras y y al precio, completa la tabla con los datos que hacen falta.

x (libras)	0	1	2	3	4	5	6	7	...
y (dólares)	0	1.5	3	4.5	6	7.5	9	10.5	...

b) Si desea comprar 10 libras de tomates, ¿cuánto debe pagar? $15
c) Si un comerciante desea comprar 50 libras de tomates, ¿cuánto debe pagar? $75
d) Determina la razón de cambio tomando los resultados de los literales b) y c). $\frac{3}{2}$
e) Si un comerciante desea comprar x libras de tomates, ¿cuánto debe pagar?
$\frac{3}{2}x$ dólares

Unidad 3

49

Tarea: página 54 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U3 1.5**

Ⓟ El gasto mensual de Marta en energía eléctrica es de $10, más $3 por cada hora trabajada.
a) Completa la tabla:

x (horas)	0	1	2	3	4
y (dólares)	10				

b) ¿Cuánto paga si trabaja 8 horas? ¿Y si trabaja 100?
c) Expresa y como función lineal de x.
d) Determina cómo cambian los valores de y a medida que cambian los de x.

Ⓢ a) Los valores son 13, 16, 19 y 22 respectivamente.
b) Después de 8 horas:
$10 + 3(8) = 34$ dólares.
Después de 100 horas:
$10 + 3(100) = 310$ dólares.
c) $y = 3x + 10$
d) $\frac{\text{Variación en } y}{\text{Variación en } x} = \frac{19 - 13}{3 - 1} = 3$

Ⓡ a) Los valores correspondientes son 4.5, 6, 7.5, 9 y 10.5 respectivamente.
b) $15.00
c) $75.00
d) Razón de cambio: $\frac{3}{2}$.
e) Debe pagar $\frac{3}{2}x$ dólares.

Secuencia:
Ya definida la ecuación de la función lineal y la razón de cambio, para esta clase se compara el valor de a en la ecuación $y = ax + b$ con la razón de cambio de la función para establecer la igualdad entre ambas cantidades.

Propósito:
①, ② Establecer la igualdad entre el valor del coeficiente de la variable x en la ecuación de una función lineal y el valor de la razón de cambio de la misma.

③ Definir la razón de cambio de una función lineal en términos del coeficiente de la variable independiente en la ecuación de una función lineal.

④, ⑤ Fijar los conocimientos sobre la razón de cambio identificando el valor de la misma utilizando la ecuación de una función lineal.

Indicador de logro. Resuelve situaciones mediante el análisis de la razón y comparación con la ecuación de la función.

1.6 Razón de cambio

① **P** Observa los datos de la tabla:

x	0	1	2	3	4	...
y	20	18	16	14	12	...

a) Expresa y como una función lineal de x.
b) Si x toma el valor de 6, ¿cuánto vale y? Y si x toma el valor de 9, ¿cuánto vale y?
c) Calcula la razón de cambio de y respecto a x.
d) Compara la razón de cambio con el valor de a en el resultado del literal a). ¿Qué concluyes?

② **S** a) Al observar $x = 0$, $y = 20$ y cada vez que x aumenta una unidad y disminuye 2, entonces al expresar y en función de x, se tiene $y = 20 - 2x$, lo cual es equivalente a $y = -2x + 20$.

x	0	1	2	3	4	...
y	20	18	16	14	12	...

+1 +1 +1 +1

−2 −2 −2 −2

b) Para determinar el valor de y, se analiza la variación de los valores que se reflejan en la tabla, tal como se muestra en la figura. Mientras x aumenta una unidad, y disminuye 2; por tanto:
Si $x = 6$, $y = 20 - 2(6) = 20 - 12 = 8$.
Si $x = 9$, $y = 20 - 2(9) = 20 - 18 = 2$.

c) Se toman los valores en dos momentos y se determina el cambio en las dos variables:
Variación en x: $4 - 1 = 3$. Variación en y: $12 - 18 = -6$.

Utilizando la expresión ***Razón de cambio*** $= \frac{\textit{Variación en } y}{\textit{Variación en } x}$; se tiene Razón de cambio: $\frac{-6}{3} = -2$.

d) Al comparar la función $y = -2x + 20$, con la forma de la función lineal $y = ax + b$, se tiene que $a = -2$, en donde se puede concluir que la razón de cambio es igual al valor de a.

③ **C** En la función lineal $y = ax + b$, la razón de cambio es constante y es equivalente al valor de a, es decir:

$$\textbf{\textit{Razón de cambio}} = \frac{\textit{Variación en } y}{\textit{Variación en } x} = a$$

Considerando la expresión para determinar la razón de cambio se tiene:
- ***Variación en y = a × (variación en x)***, es decir, que el aumento en y es proporcional al aumento en x.
- El valor de a es equivalente al aumento de y cuando x aumenta una unidad.

④ **E** Para cada una de las siguientes funciones lineales, realiza:
1. Identifica la razón de cambio.
2. Determina el valor de y, cuando $x = 4$.

a) $y = 3x - 5$
b) $y = -2x + 3$

Solución.
a) Para la función $y = 3x - 5$
1. Razón de cambio: 3
2. Valor de y, cuando $x = 4$:
$y = 3(4) - 5 = 12 - 5 = 7$

b) Para la función $y = -2x + 3$
1. Razón de cambio: −2
2. Valor de y, cuando $x = 4$:
$y = -2(4) + 3 = -8 + 3 = -5$

⑤ Para cada una de las siguientes funciones lineales, realiza:
1. Identifica la razón de cambio.
2. Determina el valor de y, cuando $x = 6$.

a) $y = 2x - 7$
Razón de cambio: 2
$y = 5$

b) $y = -3x + 4$
Razón de cambio: −3
$y = -14$

c) $y = \frac{1}{2}x + 1$
Razón de cambio: $\frac{1}{2}$
$y = 4$

50

Tarea: página 55 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U3 1.6**

(P)

x	0	1	2	3	4
y	20	18	16	14	12

a) Expresa y como función lineal de x.
b) Si $x = 6$, ¿cuál es el valor de y? ¿Y si $x = 9$?
c) Calcula la razón de cambio y compara este resultado con el valor de a.

(S)
a) Si x aumenta una unidad entonces y disminuye 2: $y = -2x + 20$
b) Si $x = 6$, $y = -2(6) + 20 = 8$
Si $x = 9$, $y = -2(9) + 20 = 2$
c) Razón de cambio: $\frac{12 - 18}{4 - 1} = -2$
$a = -2$, por tanto la razón de cambio y el valor de a son iguales.

(E) Identifica la razón de cambio y calcula el valor de y cuando $x = 4$:
a) $y = 3x - 5$
Razón de cambio: 3
Si $x = 4$, $y = 3(4) - 5 = 7$
b) $y = -2x + 3$
Razón de cambio: −2
Si $x = 4$, $y = -2(4) + 3 = -5$

(R)
a) $y = 2x - 7$
Razón de cambio: 2
Si $x = 6$, $y = 2(6) - 7 = 5$
b) $y = -3x + 4$
Razón de cambio: −3
Si $x = 6$, $y = -3(6) + 4 = -14$

1.7 Características de la función $y = ax + b$

Indicador de logro. Utiliza la gráfica de la función $y = ax + b$ para describir sus características.

1.7 Características de la función $y = ax + b$

① **P**

Si se tiene en la refrigeradora una jarra con agua a una temperatura de 3° C y luego se pone a calentar en la cocina y esta eleva la temperatura del agua 2° C por cada minuto que transcurre, si se representa con x el tiempo transcurrido y con y la temperatura.

a) En tu cuaderno, elabora la siguiente tabla y complétala:

x (minutos)	0	1	2	3	4	5	...
y (centígrados)	3						...

b) Expresa y como una función lineal de x.
c) Grafica los pares ordenados (x, y) en el plano.
d) Estima otros valores para y tomando por ejemplo 0.5, 1.5, etc., para x. Grafica los pares ordenados de los valores estimados.

Unidad 3

② **S**

a) Al ir sumando los 2° C a la temperatura, por cada minuto que transcurre, la tabla queda de la siguiente manera:

x (minutos)	0	1	2	3	4	5	...
y (centígrados)	3	5	7	9	11	13	...

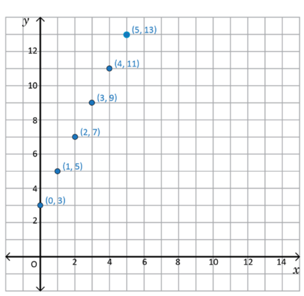
b) Al analizar la variación de los valores y con los de x, se observa que cada vez que x aumenta 1, y aumenta 2, tal como se muestra en la figura, de donde se obtiene que $y = 2x + 3$.

+1 +1 +1 +1

x (minutos)	0	1	2	3	4	5	...
y (centígrados)	3	5	7	9	11	13	...

+2 +2 +2 +2

c) Considerando los valores calculados en el literal a), los puntos quedan graficados como se muestra en la figura:



Para graficar los pares ordenados en el plano cartesiano:

El valor de x se sitúa sobre la recta horizontal o eje x, y a partir de ahí se cuentan las unidades de y desplazándose hacia arriba si es positiva o hacia abajo si es negativa.

d) Al estimar y graficar otros valores para las variables x y y, los puntos van quedando cada vez más juntos hasta formar una línea recta, tal como se muestra en la figura.

Primero escriba en la pizarra el problema inicial junto con su solución. Después de esto, bórrelo y escriba los ejercicios según el plan de pizarra de la siguiente página.

51

Tarea: página 56 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U3 1.7**

(P) Se tiene una jarra con agua a temperatura de 3 °C; se pone a calentar y la temperatura se eleva 2 °C cada minuto

a) Completa la siguiente tabla:

x (min)	0	1	2	3	4	5
y (°C)	3					

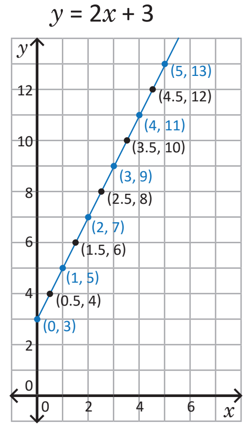
b) Expresa y como una función lineal de x.

c) Grafica los pares (x, y). Estima otros valores para y y grafica los pares ordenados.

(S) a) Se van sumando 2 °C a la temperatura por cada minuto que transcurre. Los valores de la tabla son 5, 7, 9, 11 y 13 grados centígrados respectivamente.

b) Cada vez que x aumenta una unidad, y aumenta 2, luego:
$y = 2x + 3$

c)



$y = 2x + 3$

Materiales:
- Plano cartesiano dibujado sobre un pliego de papel bond para resolver el literal c) y d) del Problema inicial y el bloque de problemas.
- Metro o escuadra de madera para trazar las gráficas.

Secuencia:
En séptimo grado se trazó la gráfica de la proporcionalidad directa, ubicando los puntos que satisfacen la relación de proporcionalidad en el plano cartesiano y verificando que todos se encuentran sobre una línea recta.

De la misma forma en esta clase se plantea una situación que puede modelarse utilizando una función lineal, y para trazar la gráfica de la misma el estudiante debe ubicar los puntos que satisfacen la ecuación de la función en el plano cartesiano y concluir que se encuentran sobre una línea recta.

Propósito:
①, ② Modelar una situación mediante una función lineal y trazar la gráfica de la misma haciendo uso de los puntos que satisfacen la ecuación de la función.

Observación:
En el plan de pizarra, observe que aunque se ha encontrado la ecuación de la función, es decir $y = 2x + 3$, no se ha considerado la parte de la gráfica donde x es negativo; debido a la situación que se está abordando en el Problema inicial. En la Solución propuesta en el Libro de texto, en la página 52, sí se han tomado valores donde $x < 0$; omita estos resultados.

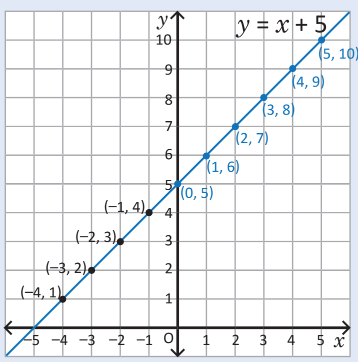
③ Determinar las características de la gráfica de una función lineal y los elementos necesarios para trazarla.

Definir e identificar las coordenadas del punto de corte de la gráfica de una función lineal con el eje y utilizando la ecuación de la función.

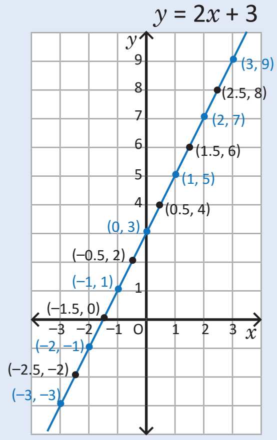
④ Trazar la gráfica de funciones lineales haciendo uso de tablas para encontrar las coordenadas de los puntos que satisfacen la ecuación de la función y ubicarlas en el plano cartesiano.

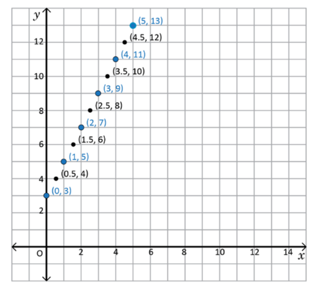
Solución de los ejercicios:

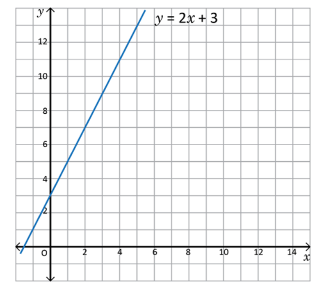
1. Dado que no aparece ninguna situación, se consideran también valores negativos de x para trazar la gráfica de la función:



2. $y = 2x + 3$





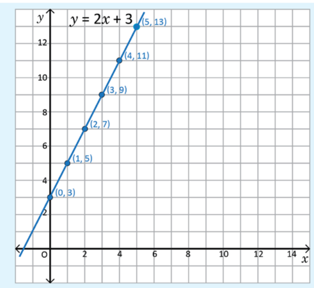


③ C

La gráfica de la función $y = ax + b$ es una línea recta, que se puede graficar conociendo los valores de las variables x y y para al menos dos pares ordenados.

Por ejemplo, para la función $y = 2x + 3$, la gráfica es una línea recta que pasa por el punto (0, 3).

Todas las funciones lineales $y = ax + b$ tienen una línea recta como gráfica y siempre pasan por el punto $(0, b)$; y en el caso que $b = 0$, pasan por el origen del sistema de coordenadas cartesianas.



④

1. En tu cuaderno, elabora la tabla y complétala, siguiendo la secuencia planteada.

x	...	0	1	2	3	4	5	...
$y = x + 5$	...	5	6	7	8	9	10	...

a) Grafica los pares ordenados (x, y) en el plano.
b) Estima otros valores para y asignándole otros valores a la variable x.
c) Completa la gráfica de la función.

2. En tu cuaderno, elabora la tabla y complétala, calculando los respectivos valores de y.

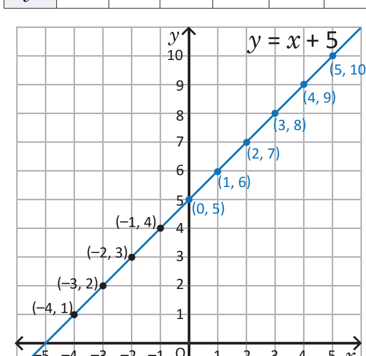
x	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...
$y = 2x + 3$	...	−3	−1	1	3	5	7	9	...

a) Grafica los pares ordenados (x, y) en el plano.
b) Estima otros valores para y asignándole otros valores a la variable x.
c) Completa la gráfica de la función.

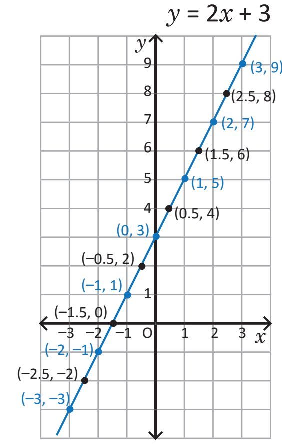
Fecha: **U3 1.7**

Ⓡ 1. $y = x + 5$

x	0	1	2	3	4	5
y	5	6	7	8	9	10



2. $y = 2x + 3$



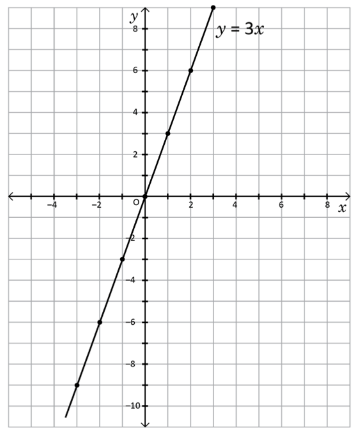
Indicador de logro. Identifica la relación entre las gráficas de las funciones: $y = ax$ y $y = ax + b$.

1.8 Relación entre la gráfica de la función $y = ax + b$ y la de $y = ax$

① **P** A partir de la gráfica de $y = 3x$, realiza lo siguiente:

a) Elabora la tabla, complétala y grafica la función $y = 3x + 2$ en el mismo plano que $y = 3x$.

x	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...
$y = 3x$	...	−9	−6	−3	0	3	6	9	...
$y = 3x + 2$	...								



b) Encuentra similitudes y diferencias entre la gráfica de $y = 3x$ y la de $y = 3x + 2$.

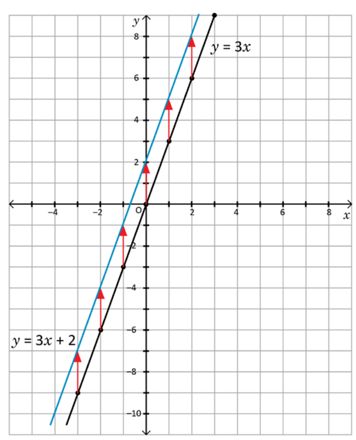
c) Compara las gráficas para $x = 0$ y $x = 2$. ¿Qué concluyes?

Unidad 3

② **S** a) Asignándole a x los valores enteros desde −3 a 3 y determinando los respectivos valores de y para cada función se puede observar que los valores de $y = 3x + 2$, son el resultado de sumarle 2 a los valores de $y = 3x$. La tabla queda de la siguiente manera:

x	...	−3	−2	−1	0	1	2	3	...
$y = 3x$	...	−9	−6	−3	0	3	6	9	...
$y = 3x + 2$	...	−7	−4	−1	2	5	8	11	...

b) Al representar los puntos en el plano y unirlos, se tienen las gráficas que se muestran en el plano de la derecha, en ellas se puede ver que ambas corresponden a una línea recta, y tienen razón de cambio 3, pero se diferencian en que $y = 3x$ corta al eje y en 0 y $y = 3x + 2$ corta al eje y en 2.



c) Para $x = 0$ el valor de y en $y = 3x + 2$ es el valor de $y = 3x$ aumentado en 2. Lo mismo sucede para $x = 2$. En general, el valor de y en $y = 3x + 2$ es el de $y = 3x$ aumentado en 2.

Primero escriba en la pizarra el problema inicial junto con su solución. Después de esto, bórrelo y escriba los ejercicios según el plan de pizarra de la siguiente página.

53

Tarea: página 57 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U3 1.8**

P a) Completa la siguiente tabla:

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$y = 3x$	−9	−6	−3	0	3	6	9
$y = 3x + 2$							

b) Encuentra similitudes y diferencias entre las gráficas de $y = 3x$ y $y = 3x + 2$.

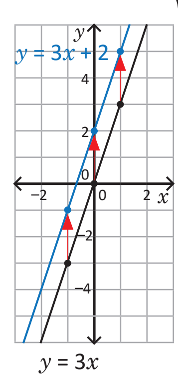
c) Compara las gráficas para $x = 0$ y $x = 2$; ¿qué concluyes?

S a) Se suma 2 a los resultados de $y = 3x$:

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$y = 3x$	−9	−6	−3	0	3	6	9
$y = 3x + 2$	−7	−4	−1	2	5	8	11

b) Similitudes: son líneas rectas, con razón de cambio igual a 3.

Diferencias: $y = 3x$ corta al eje y en 0, mientras que $y = 3x + 2$ en 2.



c) El valor de $y = 3x + 2$ es el valor de $y = 3x$ aumentado en dos.

Materiales:

- Plano cartesiano dibujado sobre un pliego de papel bond para resolver el literal a) del Problema inicial y el ejercicio 1 del bloque de problemas.
- Metro o escuadra de madera para trazar las gráficas.

Secuencia:

Establecidas las características de la función lineal, en esta clase se pretende comparar la gráfica de $y = ax$ con la de $y = ax + b$ viendo la segunda como un desplazamiento vertical de la primera. Esto sirve como introducción para los desplazamientos verticales y horizontales de las gráficas de funciones que se abordarán en noveno grado y en primero y segundo año de bachillerato.

Propósito:

①, ② Determinar las similitudes y diferencias entre las gráficas de las funciones $y = 3x$ y $y = 3x + 2$, visualizando el desplazamiento vertical de dos unidades hacia arriba de la gráfica de la primera para obtener la gráfica de la segunda.

③ Definir el desplazamiento vertical de b unidades de la gráfica de la función lineal $y = ax + b$ con respecto a la de $y = ax$.
Determinar las coordenadas del intercepto de la función lineal con el eje y y el paralelismo entre las gráficas de $y = ax$ y $y = ax + b$.

④ Identificar la gráfica de una función lineal a partir de la ecuación de la función, estableciendo paralelismos e interceptos con el eje y.

⑤ Identificar paralelismos entre las gráficas de funciones lineales a partir de la ecuación de la función.

Posibles dificultades:
En la conclusión se hace referencia a que las gráficas de las funciones lineales $y = ax$ y $y = ax + b$ son paralelas; es posible que deba recordar a sus estudiantes la definición de rectas paralelas:
"Dos rectas son paralelas si, aunque se prolonguen, guardan la misma distancia entre sí".

③ **C**

La gráfica de la función $y = ax + b$ pasa por el punto (0, b) y es paralela a la gráfica de la función $y = ax$; entonces, la gráfica de $y = ax + b$, corresponde a la gráfica de $y = ax$ desplazada b unidades sobre el eje y.

- La constante b es el valor de y cuando $x = 0$, y se le llama **intercepto** de la función lineal con el eje y.
- En el caso de las funciones de la forma $y = ax$, donde $b = 0$, el intercepto corresponde al origen del sistema de coordenadas cartesianas, donde $x = 0$ y $y = 0$.
- La gráfica de la función $y = ax + b$ es una recta paralela a la gráfica de la función $y = ax$.

④

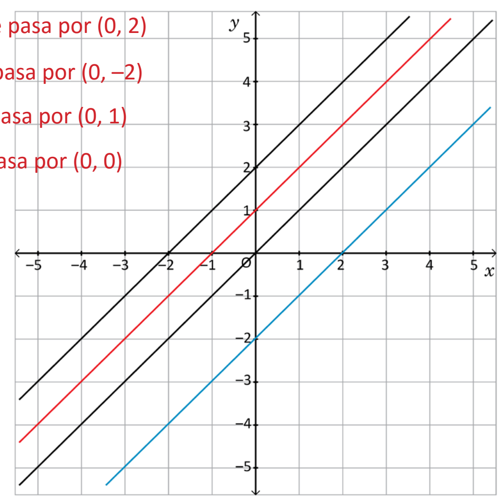
1. Relaciona las siguientes funciones con sus respectivas gráficas, luego identifica diferencias y similitudes.

a) $y = x + 2$ Recta negra que pasa por (0, 2)

b) $y = x - 2$ Recta azul que pasa por (0, –2)

c) $y = x + 1$ Recta roja que pasa por (0, 1)

d) $y = x$ Recta negra que pasa por (0, 0)



Similitudes: la razón de cambio en todas las funciones es igual a 1, y todas tienen por gráfica una línea recta.

Diferencias: sus interceptos con el eje y tienen diferentes coordenadas.

⑤

2. Considerando los resultados encontrados en el Problema inicial, determina qué relación hay entre las gráficas de las funciones.

a) $y = 2x$

b) $y = 2x + 3$

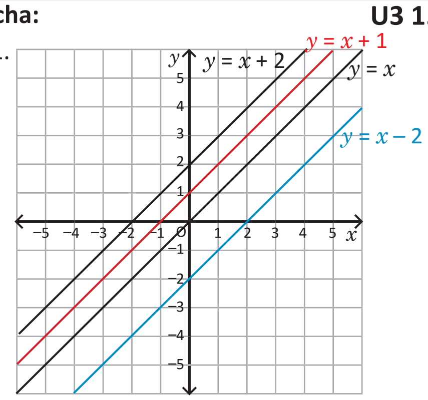
c) $y = 2x - 3$

Las tres funciones tienen por gráfica una línea recta con razón de cambio igual a 2, es decir, son rectas paralelas. Las gráficas de las funciones en b) y c) resultan de desplazar la gráfica de la función en a) 3 y –3 unidades respectivamente sobre el eje y.

54

Fecha: **U3 1.8**

Ⓡ 1.



Similitudes: la razón de cambio es 1, las gráficas son líneas rectas.

Diferencias: sus interceptos con el eje y tienen coordenadas diferentes.

2. Son rectas paralelas con razón de cambio igual a 2 e interceptos con el eje y con coordenadas (0, 0), (0, 3) y (0, –3) respectivamente; b) y c) son el resultado de desplazar la gráfica de a) 3 y –3 unidades respectivamente sobre el eje y.

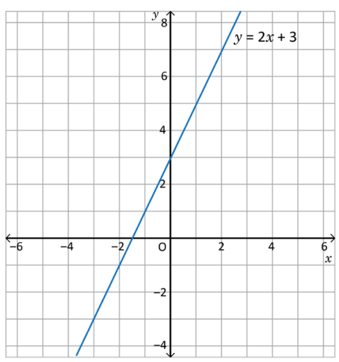
1.9 Análisis gráfico de la pendiente positiva

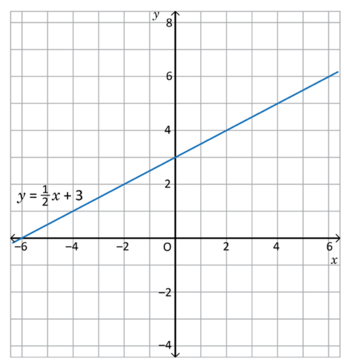
Indicador de logro. Analiza el significado de la razón de cambio haciendo uso de la gráfica con pendiente positiva.

1.9 Análisis gráfico de la pendiente positiva

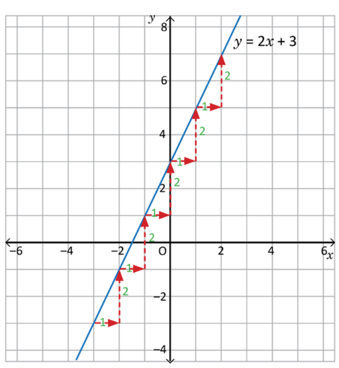
① **P** Para la función de cada una de las gráficas, realiza lo siguiente:

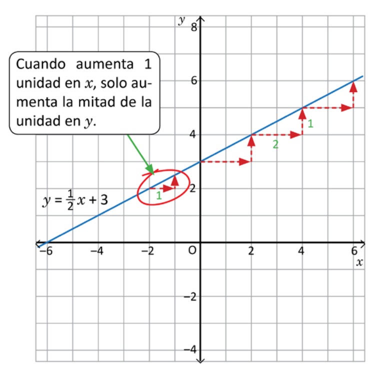
a) ¿Qué sucede con el valor de y cuando el valor de x aumenta una unidad u otra cantidad convencional?
b) ¿Qué valor le corresponde a y cuando x vale 8?
c) Determina la razón de cambio.





② **S** a) Al analizar qué sucede con los valores de y cuando x aumenta una unidad, se obtiene que





En la gráfica de $y = 2x + 3$, se puede observar que si x aumenta 1 unidad, y aumenta 2.

En la gráfica de $y = \frac{1}{2}x + 3$, se dificulta determinar con exactitud cuánto aumenta y cuando x aumenta una unidad. En este caso se puede considerar otros valores, por ejemplo, si x aumenta 2 unidades, y aumenta 1.

55

Primero escriba en la pizarra el problema inicial junto con su solución. Después de esto, bórrelo y escriba los ejercicios según el plan de pizarra de la siguiente página.

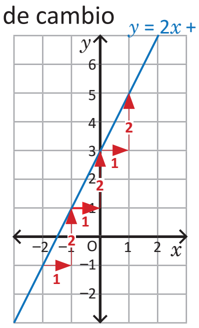
Tarea: página 58 del Cuaderno de Ejercicios.

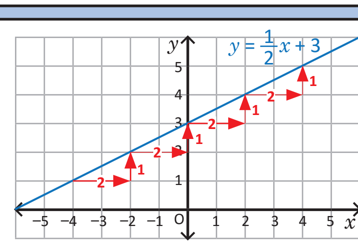
Fecha: **U3 1.9**

Ⓟ Con las gráficas de $y = 2x + 3$ y $y = \frac{1}{2}x + 3$:

a) ¿Qué sucede con y cuando x aumenta una unidad u otra cantidad convencional?
b) ¿Cuál es el valor de y si $x = 8$?
c) Determina la razón de cambio

Ⓢ a) En $y = 2x + 3$: si x aumenta 1 unidad entonces y aumenta 2 unidades.





En $y = \frac{1}{2}x + 3$: si x aumenta 2 unidades entonces y aumenta 1 unidad.

b) Al analizar las gráficas, si $x = 8$ en $y = 2x + 3$ resulta $y = 19$, mientras que en $y = \frac{1}{2}x + 3$ resulta $y = 7$.

c) En $y = 2x + 3$, $a = 2$; mientras que en $y = \frac{1}{2}x + 3$, $a = \frac{1}{2}$.

Materiales:

- Plano cartesiano dibujado sobre un pliego de papel bond con las gráficas del Problema inicial y del bloque de problemas.
- Metro o escuadra de madera para trazar las gráficas.

Secuencia:
En esta clase se establece la relación entre la inclinación de la gráfica de la función lineal $y = ax + b$ y el valor del coeficiente de la variable x (o sea, el valor de a) cuando este es positivo.

Propósito:
①, ② Analizar el cambio de los valores de la función $y = ax + b$, para $a > 0$, cuando la variable independiente x cambia una medida convencional, e identificar resultados en la gráfica de la función.

Posibles dificultades:
Si los estudiantes no logran realizar el literal a) del Problema inicial se debe indicar que coloquen un punto sobre la gráfica de la función cuyas coordenadas sean enteras. Luego plantee la siguiente interrogante: "si en la función $y = 2x + 3$, a partir del punto nos desplazamos una unidad hacia la derecha, ¿cuántas unidades debemos desplazarnos hacia arriba para coincidir nuevamente con la función?"

Esto servirá para visualizar que deben moverse dos unidades hacia arriba y concluir que cuando x aumenta una unidad, y aumenta 2. De forma similar para la segunda función, solo debe cuidar que ahora x puede aumentar más de una unidad.

③ Relacionar el valor del coeficiente de la variable independiente en la ecuación de una función lineal con la inclinación de la recta.

④ Fijar los conocimientos sobre la relación entre la razón de cambio de una función lineal y la inclinación de la recta.

Solución de los ejercicios:

1. a) y aumenta 3 unidades
   b) $y = 19$
   c) Razón de cambio: 3

2. a) y aumenta $\frac{1}{3}$ unidades
   b) $y = 3$
   c) Razón de cambio: $\frac{1}{3}$

b) Para determinar el valor que le corresponde a y, cuando x vale 8, es necesario analizar la gráfica, en donde se tiene que

En la gráfica de $y = 2x + 3$, si $x = 2$, $y = 7$.
- Del literal a) se tiene que por cada unidad que aumenta x, y aumenta 2; entonces, como de 2 a 8 x aumenta 6, y aumenta 12, por tanto, si $x = 8$, $y = 19$.

En la gráfica de $y = \frac{1}{2}x + 3$, si $x = 2$, $y = 4$.
- Del literal a) se tiene que cada 2 unidades que aumenta x, y aumenta 1, entonces como de 2 a 8 x aumenta 6, entonces y aumenta 3, por tanto, si $x = 8$, $y = 7$.

c) Para determinar la razón de cambio, se sustituye en la expresión:

$$\textbf{Razón de cambio} = \frac{\text{Variación en } y}{\text{Variación en } x}$$

Para la función $y = 2x + 3$.
Razón de cambio $= \frac{2}{1} = 2$
$a = 2$
Al aumentar 1 en x, y aumenta 2.

Para la función $y = \frac{1}{2}x + 3$.
Razón de cambio $= \frac{\frac{1}{2}}{1} = 0.5$
$a = \frac{1}{2}$
Al aumentar 1 en x, y aumenta $\frac{1}{2}$.

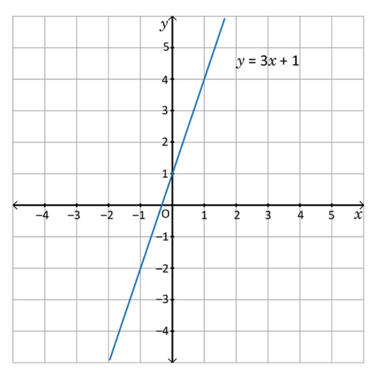
③ C La inclinación de la gráfica de una función lineal $y = ax + b$, depende del valor de la razón de cambio, entonces cada vez que a aumenta, también aumenta la inclinación de la recta y viceversa.

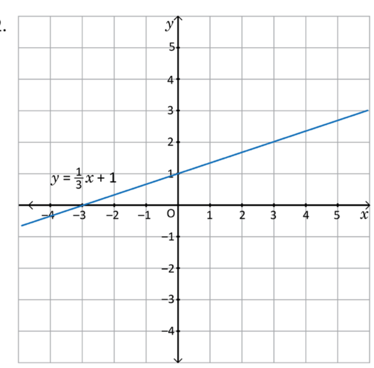
En los ejemplos desarrollados se observa que la inclinación de la gráfica de la función $y = 2x + 3$ es mayor que la de la función $y = \frac{1}{2}x + 3$.

Por tanto, si se quiere cambiar la inclinación de una línea recta, se modifica únicamente el valor de a en la función $y = ax + b$.

④ Observa las gráficas de las funciones y responde para cada caso:

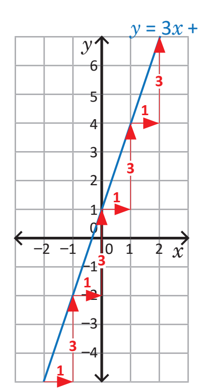
a) ¿Qué sucede con el valor de y cuando el valor de x aumenta una unidad?
b) ¿Qué valor le corresponde a y, cuando x vale 6?
c) Determina la razón de cambio.

1.


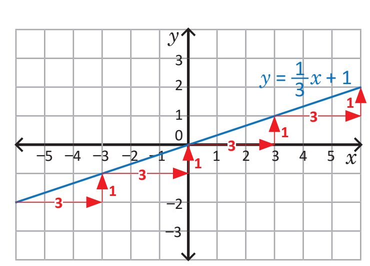
2.


56

Fecha: **U3 1.9**

R 1.


a) y aumenta 3
b) $y = 19$
c) Razón de cambio: $a = 3$

2.


a) y aumenta $\frac{1}{3}$
b) $y = 3$
c) Razón de cambio: $a = \frac{1}{3}$

1.10 Análisis gráfico de la pendiente negativa

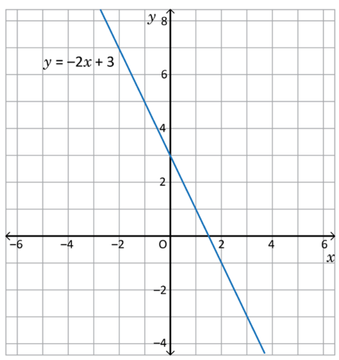
Indicador de logro. Resuelve situaciones mediante el análisis de la razón de cambio haciendo uso de gráficas con pendiente negativa.

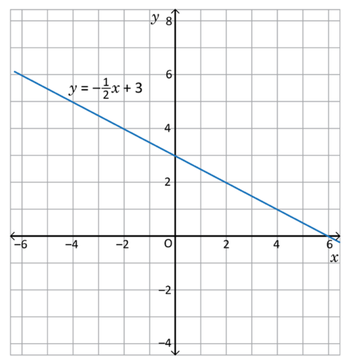
1.10 Análisis gráfico de la pendiente negativa

① **P** Para la función de cada una de las gráficas, realiza lo siguiente:

a) Analiza, ¿qué sucede con el valor de y cuando el valor de x aumenta una unidad u otra cantidad convencional?

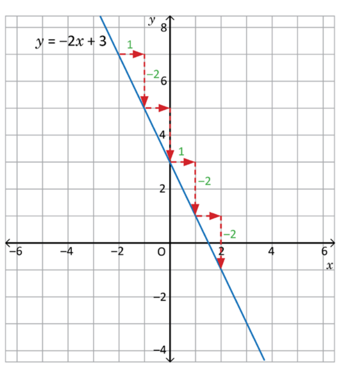
b) Determina la razón de cambio.

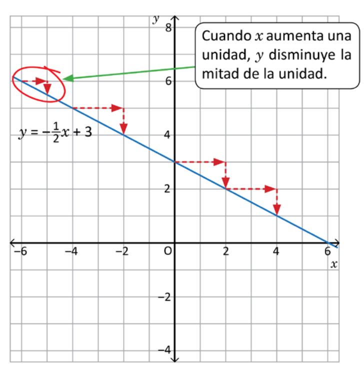




Unidad 3

② **S** a) Al analizar qué sucede con los valores de y cuando x aumenta una unidad, se obtiene que





En la gráfica de $y = -2x + 3$, se puede observar que si x aumenta 1 unidad, y disminuye 2.

En la gráfica de $y = -\frac{1}{2}x + 3$, se dificulta determinar con exactitud cuánto aumenta y cuando x aumenta una unidad. En este caso se puede considerar otros valores, por ejemplo, si x aumenta 2 unidades, y disminuye 1.

Primero escriba en la pizarra el problema inicial junto con su solución. Después de esto, bórrelo y escriba los ejercicios según el plan de pizarra de la siguiente página.

57

Tarea: página 59 del Cuaderno de Ejercicios.

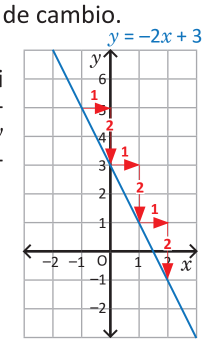
Fecha: **U3 1.10**

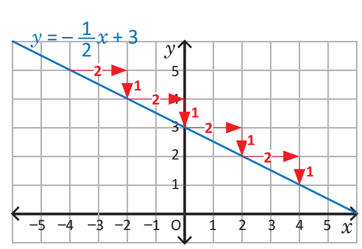
P Con las gráficas de $y = -2x + 3$ y $y = -\frac{1}{2}x + 3$:

a) ¿Qué sucede con y cuando x aumenta una unidad u otra cantidad convencional?

b) Determina la razón de cambio.

S a) En $y = -2x + 3$: si x aumenta 1 unidad entonces y disminuye 2 unidades.





En $y = -\frac{1}{2}x + 3$: si x aumenta 2 unidades entonces y disminuye 1.

b) En $y = -2x + 3$, $a = -2$; mientras que en $y = -\frac{1}{2}x + 3$, $a = -\frac{1}{2}$.

Materiales:

- Plano cartesiano dibujado sobre un pliego de papel bond con las gráficas del Problema inicial y del bloque de problemas.
- Metro o escuadra de madera para trazar las gráficas.

Secuencia:

En la clase anterior se relacionó la razón de cambio de una función lineal con la inclinación de su recta, cuando el valor del coeficiente de la variable independiente es positivo. Para esta clase se hará un análisis similar, con la variante de que la razón de cambio de las funciones presentadas son negativas.

Propósito:

①, ② Analizar el cambio de los valores de la función $y = ax + b$, para $a < 0$, cuando la variable independiente x cambia una medida convencional, e identificar resultados en la gráfica de la función.

③ Determinar el aumento o disminución de $y = ax + b$ a partir del aumento de x y del valor de la razón de cambio de la función lineal.

④ Fijar los conocimientos sobre la relación entre la razón de cambio de una función lineal y el aumento o disminución de la variable dependiente.

Solución de los ejercicios:

Gráfico 1

a) y disminuye dos unidades

b) Razón de cambio: –2

Gráfico 2

a) y disminuye $\frac{1}{2}$ unidad

b) Razón de cambio: $-\frac{1}{2}$

b) Para calcular la razón de cambio (***Razón de cambio*** = $\frac{\textit{Variación en } y}{\textit{Variación en } x}$), se tiene:

Para la función $y = -2x + 3$.

Razón de cambio = $\frac{-2}{1} = -2$

$a = -2$

Al aumentar 1 en x, y disminuye 2.

Para la función $y = -\frac{1}{2}x + 3$.

Razón de cambio = $\frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$ **–0.5**

$a = -\frac{1}{2}$

Al aumentar 1 en x, y disminuye 0.5 o $\frac{1}{2}$.

③ C

Al aumentar una unidad en la variable x, la variable y disminuye; entonces, la razón de cambio es negativa, es decir, cada vez que se desplaza una unidad a la derecha en la dirección del eje x, la línea recta que corresponde a la gráfica de la función se desplaza hacia abajo tantas unidades como el valor de la razón de cambio.

Por tanto, para una función $y = ax + b$ se tiene que

- **Si $a > 0$, al aumentar 1 unidad en x, y aumenta a unidades.**
  Ejemplo: para $y = 3x + 2$, $a > 0$, entonces cuando x aumenta 1 unidad, y aumenta 3 unidades.

- **Si $a < 0$, al aumentar 1 unidad en x, y disminuye $-a$ unidades.**
  Ejemplo: para $y = -3x + 2$, $a < 0$, entonces cuando x aumenta 1 unidad, y disminuye 3 unidades.

④

Observa las gráficas de las funciones y responde para cada caso:

a) ¿Qué sucede con el valor de y cuando el valor de x aumenta una unidad?

b) Determina la razón de cambio.

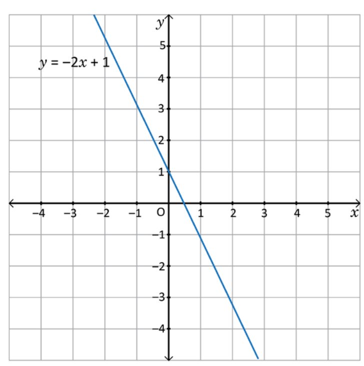


Gráfico 1

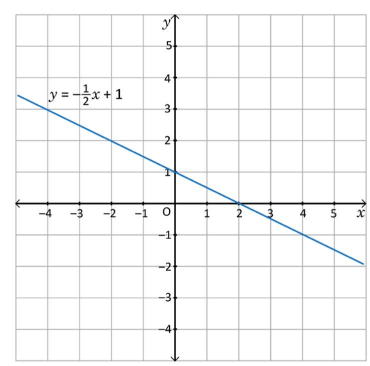
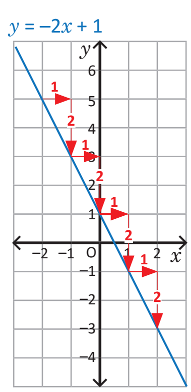


Gráfico 2

Fecha: **U3 1.10**

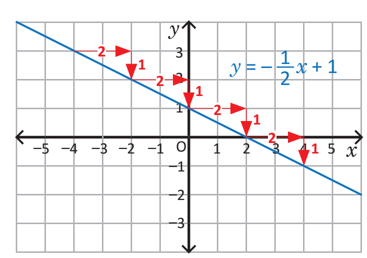
Ⓡ 1.



a) y disminuye 2

b) Razón de cambio: $a = -2$

2.



a) y disminuye $\frac{1}{2}$

c) Razón de cambio: $a = -\frac{1}{2}$

1.11 Relación entre la razón de cambio y pendiente de la gráfica de $y = ax + b$

Indicador de logro. Identifica la relación entre la razón de cambio y la pendiente en la función lineal.

1.11 Relación entre la razón de cambio y pendiente de la gráfica de $y = ax + b$

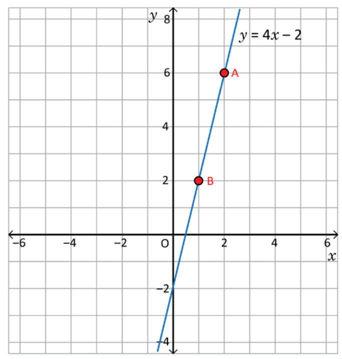
① **P** Para la función $y = 4x - 2$, realiza lo siguiente:

a) Determina la razón de cambio mediante conteo de unidades.

b) Determina la diferencia entre los valores de x y y, toma como referencia las coordenadas de los dos puntos indicados.

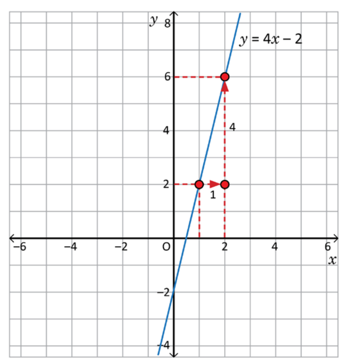
c) Calcula el cociente entre la diferencia de los valores de las coordenadas en y, con la diferencia de los valores de las coordenadas en x.

d) Compara el resultado obtenido en los literales a) y c), ¿qué concluyes?

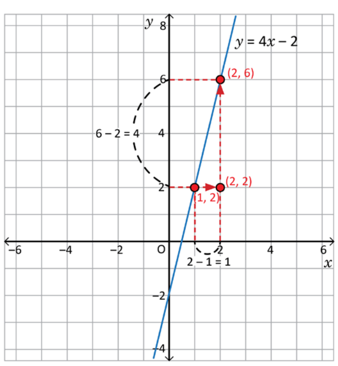


② **S** a) Al determinar la razón de cambio mediante conteo de unidades que incrementa y, cuando x aumenta 1 unidad, se tiene:

Razón de cambio $= \frac{4}{1} = 4$



b) Para determinar la diferencia entre los valores de las coordenadas en x y y, se restan las coordenadas de los dos puntos seleccionados (Punto A y B).



Diferencia en $y = 6 - 2 = 4$.
Diferencia en $x = 2 - 1 = 1$.

c) Al calcular el cociente entre la diferencia de los valores de las coordenadas en y, con la diferencia en los valores de las coordenadas en x, se tiene:

$$\frac{\text{Diferencia en } y}{\text{Diferencia en } x} = \frac{4}{1} = 4$$

d) Al comparar los resultados obtenidos en el literal a) y en el literal c) se observa que los resultados son iguales.

Primero escriba en la pizarra el problema inicial junto con su solución. Después de esto, bórrelo y escriba los ejercicios según el plan de pizarra de la siguiente página.

Tarea: página 61 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U3 1.11**

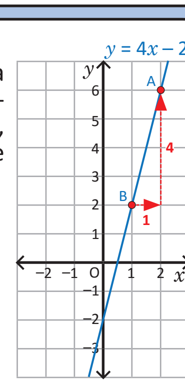
P Para la función $y = 4x - 2$:

a) Determina la razón de cambio mediante el conteo de unidades.

b) Determina la diferencia entre los valores de x y y para los puntos A(2, 6) y B(1, 2).

c) Calcula el cociente entre la diferencia de los valores de las coordenadas en y con la diferencia de los valores de las coordenadas en x, y compara lo resultados de a) y c); ¿qué concluyes?

S a) Cuando x aumenta una unidad entonces y aumenta 4, luego la razón de cambio es 4.



b) Diferencia en y:
$6 - 2 = 4$
Diferencia en x:
$2 - 1 = 1$

c) $\frac{\text{Diferencia en } y}{\text{Diferencia en } x} = 4$

Los resultados obtenidos en los literales a) y c) son iguales.

Materiales:
- Plano cartesiano dibujado sobre un pliego de papel bond con las gráficas del Problema inicial y del bloque de problemas.
- Metro o escuadra de madera para trazar las gráficas.

Secuencia:
Como en clases anteriores se ha establecido la relación entre la razón de cambio de la función lineal y la inclinación de su recta, en esta clase se abordará el concepto de **pendiente de una recta**, vinculándolo a la razón de cambio de la misma, y en consecuencia, al valor del coeficiente de la variable independiente x en la ecuación de la función.

Propósito:
①, ② Calcular la razón de cambio de una función lineal haciendo uso de la gráfica de la misma y contando las unidades que aumenta y cuando x aumenta una unidad. Comparar dicho valor con el resultado del cociente de la diferencia de las coordenadas en y entre la diferencia de las coordenadas en x de dos puntos sobre la gráfica de la función.

Posibles dificultades:
Puede que los estudiantes no comprendan el literal a) del Problema inicial, en este caso indicarles que calcular la razón de cambio mediante el conteo de unidades equivale a aumentar una unidad en x y ver cuántas aumenta y (hacer uso de la gráfica de la función).

③ Definir el cálculo de la pendiente de una recta dados dos puntos cualesquiera sobre la misma y relacionarla con el valor de la razón de cambio de la función lineal y el coeficiente de la variable independiente en la ecuación de la función.

④ Fijar los conocimientos sobre el valor de la razón de cambio de una función lineal y el cálculo de la pendiente de su recta.

Solución de los ejercicios:
Gráfico 1

a) y avanza dos unidades hacia arriba.

b) Con los puntos (1, 3) y (3, 7) se observa que el incremento en x es 3 – 1 = 2; mientras que en y es 7 – 3 = 4.

c) Pendiente = $\frac{4}{2}$ = 2

Gráfico 2

a) y avanza una unidad hacia arriba.

b) Con los puntos (–4, 0) y (0, 4) se observa que el incremento en x es 0 – (–4) = 4; mientras que en y es 4 – 0 = 4.

c) Pendiente = $\frac{4}{2}$ = 1.

③ **C**

En la gráfica de la función lineal $y = ax + b$, la razón de cambio coincide con el valor de la pendiente y puede determinarse mediante el cálculo del cociente del incremento para cada una de las coordenadas x y y de dos puntos dados.

Por ejemplo, para una función $y = 4x - 2$, que pasa por los puntos (1, 2) y (2, 6), se tiene:

$$\textbf{Razón de cambio = Pendiente} = \frac{6-2}{2-1} = \frac{4}{1} = 4$$

- Para cualquier función que pasa por los puntos $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$, la pendiente se calcula mediante la fórmula:

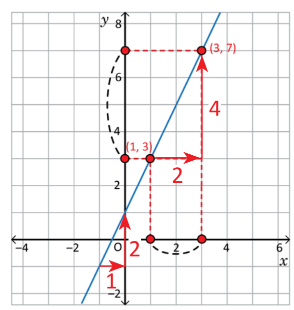
$$\textbf{Pendiente} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

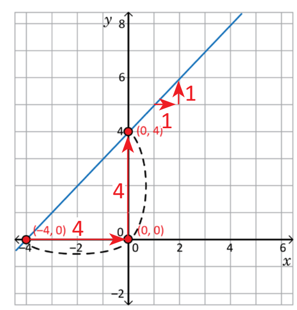
- El coeficiente $\boldsymbol{a}$ en la función $y = ax + b$, corresponde a la pendiente de la línea recta de la gráfica de la función, la cual tiene el mismo valor que la razón de cambio.

④

Para cada una de las funciones mostradas en las gráficas siguientes realiza lo que se indica a continuación:

a) ¿Puedes determinar, cuántas unidades avanza en y cuando x avanza 1 unidad? Justifica tu respuesta.
b) Calcula el incremento en x y y, considerando las coordenadas de los puntos indicados.
c) Calcula la pendiente de la función de cada gráfica.





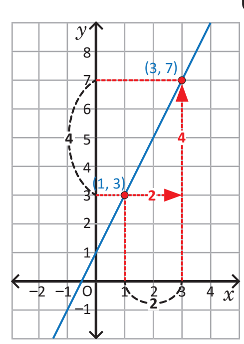
En la vida cotidiana se hace uso de la pendiente en diferentes contextos; por ejemplo, una pendiente se encuentra en la inclinación de un techo, de una carretera, o bien de una escalera apoyada en una pared. En matemática se usa la palabra pendiente para definir, de forma particular, el grado de inclinación de algo.

En la figura se muestra una obra arquitectónica donde se puede observar claramente el uso de la pendiente de la línea recta, en este ejemplo el puente más grande del mundo, fabricado con hormigón armado en Millau, Francia.

60

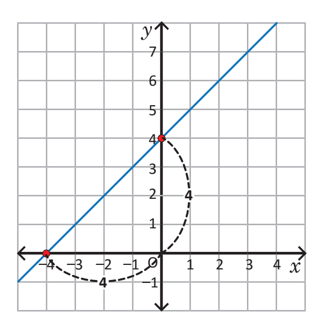
Fecha: **U3 1.11**

Ⓡ



a) Avanza 2
b) Incremento en x: 7 – 3 = 4
Incremento en y: 3 – 1 = 2

c) Pendiente = $\frac{4}{2}$ = 2



a) Avanza 1
b) Incremento en y: 4 – 0 = 4
Incremento en x: 0 – (–4) = 4

c) Pendiente = $\frac{4}{4}$ = 1

1.12 Pendiente e intercepto de la gráfica de la función $y = ax + b$

Indicador de logro. Identifica la pendiente y el intercepto de una función: $y = ax + b$.

1.12 Pendiente e intercepto de la gráfica de la función $y = ax + b$

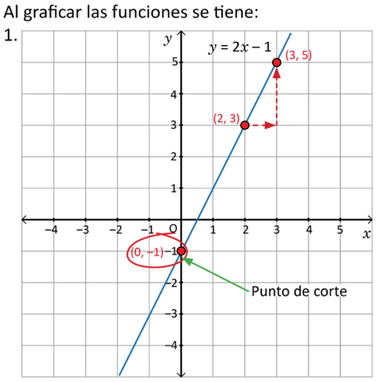
① **P** Para cada una de las funciones, calcula la pendiente y determina el valor de y donde la gráfica corta al eje y, analizando la gráfica.

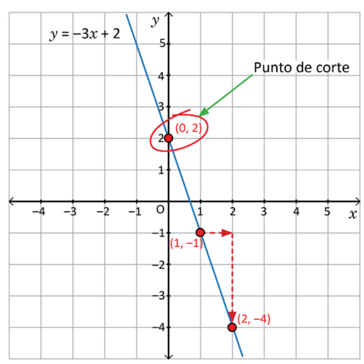
1. $y = 2x - 1$
2. $y = -3x + 2$

② **S** Para determinar la pendiente de una función, únicamente se identifica el valor de a; mientras que el valor de b corresponde al valor de y donde la gráfica corta al eje y, así para las funciones dadas se tiene:

1. $y = 2x - 1$
   Pendiente: $a = 2$
   Corte con el eje y: $b = -1$
2. $y = -3x + 2$
   Pendiente: $a = -3$
   Corte con el eje y: $b = 2$

Al graficar las funciones se tiene:

1.


2.


③ **C** Para identificar la pendiente y el punto de corte de la gráfica de la función $y = ax + b$ con el eje y, únicamente es necesario considerar que el valor del coeficiente a indica la pendiente, y la constante b corresponde al valor de y donde la gráfica corta al eje y. Al valor donde la gráfica corta al eje y se le llama **intercepto**.

- Así la función $y = ax + b$, tiene: Pendiente: a
  Intercepto con el eje y: b

b, corresponde gráficamente al punto $(0, b)$.

- Por ejemplo, la gráfica de la función $y = 3x - 5$, tiene: Pendiente: 3
  Intercepto con el eje y: -5

④

1. Para cada una de las funciones, identifica la pendiente y el intercepto con el eje y.

a) $y = 3x + 2$ b) $y = -2x + 1$ c) $y = 5x - 2$ d) $y = 2x - 5$
e) $y = x + 4$ f) $y = x - 2$ g) $y = -x + 6$ h) $y = \frac{1}{2}x + 3$

2. Identifica la pendiente e indica el intercepto con el eje y.

a) $y = 3x$	b) $y = 2x$	c) $y = -2x$	d) $y = x$
Pendiente: 3	Pendiente: 2	Pendiente: −2	Pendiente: 1
Intercepto: 0	Intercepto: 0	Intercepto: 0	Intercepto: 0

Unidad 3 61

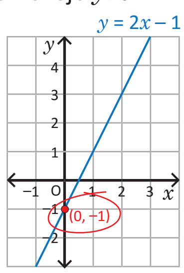
Tarea: página 63 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U3 1.12**

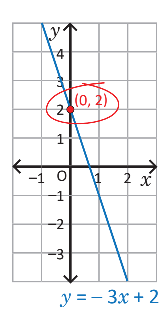
Ⓟ Para cada función calcula la pendiente y determina gráficamente el valor de y donde la recta corta al eje y:

1. $y = 2x - 1$ 2. $y = -3x + 2$

Ⓢ 1. Pendiente: $a = 2$
Corte con el eje y: $b = -1$



2. Pendiente: $a = -3$
Corte con el eje y: $b = 2$



Ⓡ
a) $a = 3$, $b = 2$
b) $a = -2$, $b = 1$
c) $a = 5$, $b = -2$
d) $a = 2$, $b = -5$
e) $a = 1$, $b = 4$
f) $a = 1$, $b = -2$
g) $a = -1$, $b = 6$
h) $a = \frac{1}{2}$, $b = 3$

Materiales:

- Plano cartesiano dibujado sobre un pliego de papel bond para ilustrar las gráficas de las funciones del Problema inicial.
- Metro o escuadra de madera para trazar las gráficas.

Secuencia:
Para esta clase se estudia cómo identificar la pendiente de una recta y las coordenadas del intercepto de esta con el eje y a partir de la ecuación de la función lineal.

Propósito:
①, ② Calcular el valor de la pendiente de la gráfica de una función lineal y la coordenada en y del intercepto de la gráfica con el eje y utilizando la ecuación de la función.

③ Definir el valor de la pendiente y de la segunda coordenada del punto de intersección de la gráfica de una función lineal con el eje y a partir de la ecuación de la función.

④ Fijar los conocimientos sobre el cálculo de la pendiente y el intercepto de la gráfica de una función lineal con el eje y.

Solución del primer ítem:

a) Pendiente 3; intercepto 2
b) Pendiente −2; intercepto 1
c) Pendiente 5; intercepto −2
d) Pendiente 2; intercepto −5
e) Pendiente 1; intercepto 4
f) Pendiente 1; intercepto −2
g) Pendiente −1; intercepto 6
h) Pendiente $\frac{1}{2}$; intercepto 3

Materiales:
- Tabla sobre papel bond para escribir los valores de la función $y = 2x + 1$ como la que presenta la Solución del Problema inicial.
- Plano cartesiano sobre un pliego de papel bond para trazar la gráfica de la función $y = 2x + 1$.

Secuencia:
Hasta este punto de la lección se han establecido características de una función lineal, en principio utilizando tablas para deducir la ecuación de la función y trazar la gráfica de la misma. Para esta clase se retoman todas estas herramientas (tabla, ecuación y gráfica) para determinar las relaciones entre ellas.

Propósito:
①, ②, ③ Analizar la relación entre las herramientas utilizadas para definir una función lineal: tablas de valores, ecuación de la función y gráfica de la función; identificando la razón de cambio, el valor de las constantes a y b en $y = ax + b$ y la pendiente e intercepto con el eje x de la recta.

④ Fijar los conocimientos sobre la relación entre la tabla, la ecuación y la gráfica de una función lineal.

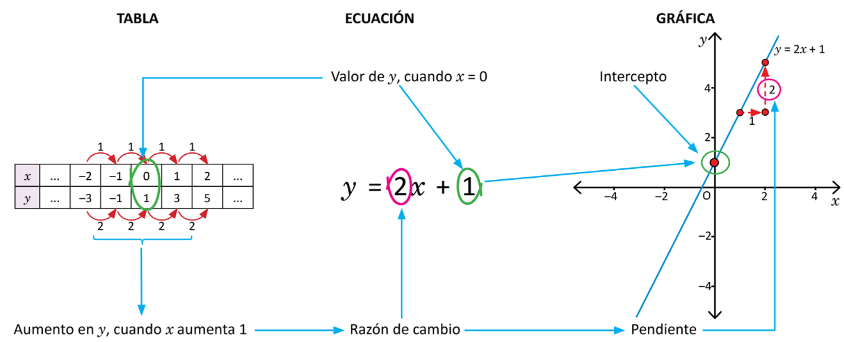
En todos los literales, la relación entre la tabla, la ecuación y la gráfica de la función es la misma que se ha descrito en la Conclusión.

Indicador de logro. Identifica la relación entre los elementos de la tabla, la ecuación y la gráfica de la función lineal.

1.13 Relación entre tabla, ecuación y gráfica de función lineal

① P Para la función $y = 2x + 1$, identifica la relación entre las siguientes representaciones: tabla, ecuación y gráfica.

② S Al analizar la función $y = 2x + 1$ y comparar la respectiva tabla para algunos valores de x con la ecuación y la gráfica, se puede observar lo siguiente:



③ C En el diagrama anterior que relaciona la tabla, ecuación y gráfica de la función $y = ax + b$, se puede observar que

Tabla	Ecuación	Gráfica
Valor de y, cuando $x = 0$	b	Intercepto con el eje y
Aumento en y, al aumentar 1 unidad en x	a	Pendiente

④ Para cada una de las funciones, determina el valor de a, b y el intercepto, luego identifica la relación entre las siguientes representaciones: tabla, ecuación y gráfica.

a) $y = 3x + 1$
$a = 3$, $b = 1$
Intercepto (0, 1)

b) $y = 4x - 3$
$a = 4$, $b = -3$
Intercepto (0, –3)

c) $y = -2x + 5$
$a = -2$, $b = 5$
Intercepto (0, 5)

d) $y = -3x - 4$
$a = -3$, $b = -4$
Intercepto (0, –4)

e) $y = 5x - 4$
$a = 5$, $b = -4$
Intercepto (0, –4)

f) $y = -2x - 1$
$a = -2$, $b = -1$
Intercepto (0, –1)

g) $y = 2x - 3$
$a = 2$, $b = -3$
Intercepto (0, –3)

h) $y = -4x + 1$
$a = -4$, $b = 1$
Intercepto (0, 1)

i) $y = -5x + 3$
$a = -5$, $b = 3$
Intercepto (0, 3)

62

Tarea: página 64 del Cuaderno de Ejercicios.

Fecha: **U3 1.13**

Ⓟ Para la función $y = 2x + 1$, identifica la relación entre: tabla, ecuación y gráfica.

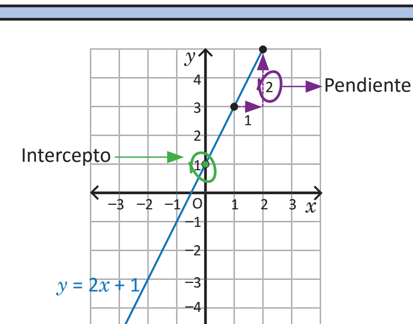
Ⓢ Valor de y cuando $x = 0$

x	–2	–1	0	1	2
y	–3	–1	1	2	5

Aumento en y cuando x aumenta 1: 2, 2

$$y = 2x + 1$$

Razón de cambio



Ⓡ
a) $a = 3$, $b = 1$, intercepto (0, 1)
b) $a = 4$, $b = -3$, intercepto (0, –3)
c) $a = -2$, $b = 5$, intercepto (0, 5)
d) $a = -3$, $b = -4$, intercepto (0, –4)
e) $a = 5$, $b = -4$, intercepto (0, –4)

Prueba del primer trimestre **Matemática de 8º grado**

Fecha: ______________________________

Nombre: ____ **Sección:**________

Edad: ______ años **NIE:**____________ **Sexo:** ☐ masculino ☐ femenino

Centro escolar:____

Indicación: en cada ejercicio planteado debes dejar constancia de tus procedimientos.

1. Sustituye el valor de cada variable y determina el valor numérico de la expresión algebraica.
   $2x - y + 1$, si $x = 1$, $y = 2$ Respuesta:

2. Responde las siguientes interrogantes:
   a) ¿Cuál es el coeficiente del término $-4x^2y$? Respuesta:
   b) ¿Cuál es el grado del polinomio $8x^2 - 6x + 15$? Respuesta:
   c) Escribe todos los términos del polinomio del literal b) Respuesta:

3. Efectúa las siguientes operaciones con polinomios:
   a) $(3x + 2y) + (4x + 3y)$ b) $(-a + 4b) - (3a - 6b)$ c) $3(a + 2) + 4(-a + 3)$
   Respuesta: Respuesta: Respuesta:
   d) $(-20s + 8t + 12) \div 4$ e) $10a^2b \div 5a$
   Respuesta: Respuesta:

4. De los siguientes pares de valores, ¿cuál es la solución del sistema de ecuaciones?
   $\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x - 4y = 1 \end{cases}$ a) $x = 2$, $y = 3$ b) $x = 1$, $y = 4$ c) $x = 3$, $y = 2$ Respuesta:

5. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:
   a) $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 5x - 2y = 1 \end{cases}$ Respuesta: b) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ y = x + 2 \end{cases}$ Respuesta:

6. Un recipiente que contiene agua hasta 4 cm de altura, comienza a llenarse a un ritmo constante de 3 cm por minuto.
   a) Completa en la siguiente tabla los valores para la cantidad de agua que tiene el recipiente, donde x es el número de minutos transcurridos y y es la altura hasta donde se ha llenado el recipiente.

x (minutos)	0	1	2	3	4	5	6	...
y (centímetros)	4	7						...

1

5. a) $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 5x - 2y = 1 \end{cases}$

Aplicando el método de redución por adición:

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 7 \\ 5x - 2y &= 1 \\ \hline 8x \quad &= 8 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Sustituyendo $x = 1$ en la ecuación $3x + 2y = 7$, se tiene:

$$\begin{aligned} 3(1) + 2y &= 7 \\ 3 + 2y &= 7 \\ 2y &= 4 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

5. b) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ y = x + 2 \end{cases}$

Aplicando el método de sustitución:

Sustituyendo $y = x + 2$, en la ecuación $2x + y = 5$, se tiene:

$$\begin{aligned} 2x + (x + 2) &= 5 \\ 3x + 2 &= 5 \\ 3x &= 3 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Sustituyendo $x = 1$

$$\begin{aligned} y &= 1 + 2 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

Clasificación de los ítems según el dominio cognitivo.

La prueba consta de 11 numerales, sin embargo, en total se consideran 20 ítems, pues cada literal cuenta como un ítem, con excepción del numeral 4. Los 20 ítems se clasifican de acuerdo a los dominios cognitivos tal como se detalla a continuación:

Conocimiento (75 %). Del numeral 1 al numeral 6. Como el numeral 2 tiene 3 literales, se considera que equivale a 3 ítems, por tanto el dominio cognitivo corresponde a 15 ítems en total.

Aplicación (15 %). Del ítem 7 al ítem 9.

Razonamiento (10 %). Del ítem 10 al ítem 11.

Notación:
U1 C1.2 Significa que el ítem corresponde a la clase 1.2 de la Unidad 1.
* Significa que si el estudiante responde por lo menos uno de estos y no proporciona la respuesta correcta, entonces se le da una puntuación parcial.

Relación entre los ítems y las clases del libro de texto.
Ítem 1 – U1 C1.12
Ítem 2a – U1 C1.2
Ítem 2b – U1 C1.2
Ítem 2c – U1 C1.2
Ítem 3a – U1 C1.4
Ítem 3b – U1 C1.4
Ítem 3c – U1 C1.5
Ítem 3d – U1 C1.6
Ítem 3e – U1 C1.10
Ítem 4 – U2 C1.4
Ítem 5a – U2 C1.6
Ítem 5b – U2 C1.10
Ítem 6a – U3 C1.3

Solución de algunos ítems:
4. Para determinar cuál par ordenado corresponde a la solución del sistema, únicamente debe sustituir cada par de valores en las ecuaciones y verificar que al realizar las operaciones indicadas, la igualdades se cumplen.

Ítem 6b – U3 C1.3
Ítem 6c – U3 C1.6
Ítem 7 – U1 C1.7
Ítem 8 – U2 C2.2
Ítem 9 – U2 C2.4
Ítem 10 – U1 C2.2
Ítem 11 – U1 C2.3

7. $\dfrac{5x+y}{6} - \dfrac{7x-3y}{10}$

$= \dfrac{25x + 5y - 21x + 9y}{30}$

$= \dfrac{4x + 14y}{30} = \dfrac{2x+7y}{15}$

8.

	1.^{er} periodo	2.° periodo	Total
Distancia	x m	y m	50 m
Velocidad	80 m/min	60 m/min	
Tiempo	$\frac{x}{80}$ min	$\frac{y}{60}$ min	30 min

Al plantear el sistema, se tiene:

$$\begin{cases} x + y = 2\,000 \\ \dfrac{x}{80} + \dfrac{y}{60} = 30 \end{cases}$$

Se puede resolver el sistema mediante el método que se considere más adecuado o conveniente, así se obtienen los valores , $x = 800$ y $y = 1\,200$.

Caminó a 80 m/minuto: $\frac{800}{80} = 10$ min.

9. Llamando x a la edad de Juan y y a la de su madre, se tiene el sistema:

$$\begin{cases} x = \dfrac{1}{2}y - 7 \\ 3x = y - 1 \end{cases}$$

Se puede resolver el sistema mediante el método que se considere más conveniente, así se obtienen los valores:
$x = 13$ y $y = 40$.

Por tanto, Juan tiene 13 años.

b) Determina el valor de la altura y en x minutos.

Respuesta:

c) Determina la razón de cambio de la función.

Respuesta:

7. Calcula: $\frac{5x+y}{6} - \frac{7x-3y}{10}$

Respuesta:

8. Juana caminó con una velocidad de 80 metros por minuto y luego siguió caminando con una velocidad de 60 metros por minuto. Recorrió un total de 2 000 metros y tardó 30 minutos. ¿Cuántos minutos caminó con velocidad de 80 metros por minuto?

Respuesta: minutos

9. La edad de Juan es 7 años menos que la mitad de la edad de su madre y la edad de su madre es un año más que el triple de la de Juan. Determina la edad de Juan.

Respuesta:

10. Demuestra que la diferencia de un número de tres cifras con su invertido es múltiplo de 99.
Ejemplo: 123 − 321 = −198 = 99 × (−2)

Respuesta:

11. Demuestra que en la tabla de multiplicación siempre se tiene que $a + b + d + e = 4c$.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

	a	
b	c	d
	e	

Respuesta:

2