EVCLIDIS MEGARENSIS MATHEMATICI CLARISSIMI ELEMENTORUM Geometricorum, Lib. XV.

Cum expositione THEONIS in priores XIII. à Bartholomæo Veneto latinitate donata, CAMPANI in omnes, & HYPSICLIS Alexandrini in duos postremos.

His adiecta sunt Phænomena, Catoptrica & Optica, deinde Protheoria Marini & Data.

Postremùm uero, Opusculum de Leui & Ponderoso, hactenus non uisum, eiusdem autoris.

BASILEAE APVD IOHANNEM HERVAGIVM, MENSE AVGVSTO. ANNO M. D. XXXVII.

Cum priuilegio Cæsareo.

IOHANNES HERVAGIVS

Lectori S. D.

QVONIAM inhumanum est repugnare haud ita difficilia rogantibus amicis, non licuit amplius editionem latinam huius autoris in aliud tempus proferre, quod eò alacrius sumus persecuti, ne aditũ ad omnes disciplinas (quæ Plato testatur fieri neglecta Geometria, latine tantũ eruditis præcludere uelle uideamur. Collatũ est itaque exemplar Iacobi Fabri Stapulensis ductu Parisijs ante aliquot annos excusum, ad fidem Græci exemplaris à doctiss. uiro Christiano Herlino Mathematicarum disciplinarum publico apud Argentinenses professore, cui acceptũ feras quicquid hic aut ad Græcum exemplar aut alioqui docte restitutũ uideris. Adiecimus Phænomena, Specularia, Protheoriã Marini, & Data, argumẽtorum similitudine inducti: cumq; eo ipso tẽpore, quo opus absolueretur, libellum, siue potius fragmentum (nam uidetur esse mutilus) mihi afferret quidam de Leui & Ponderoso, eum etiam addidimus, ut si quid hinc possit esse emolumenti boni consulas, sin minus, ne mea fide in studiosos desiderata, tuo commodo alicubi uidear non studuisse.

Vale.

[redacted] STVDIOSIS ADOLESCENTIBVS. S. D.

NVLLVM aptius ornamentũ uestibulo huius libri, qui aditum patefacit ad geometriã, addi posse statuebam, quam symbolum, quod Plato in foribus scholæ suæ pinxisse dicitur, uidelicet, ἀγεωμέτρητος οὐδεὶς εἰσίτω. Multorum autem coniecturas exercuit huius dicti interpretatio: Alij indicant Platonem à Schola tanquam pollutos & prophanos arcere imperitos geometriæ, cuius elementa tunc omnibus qui liberaliter instituebãtur, statim à teneris tradi solebant. Alij transferunt ad mores, & significatum putant philosophiæ studiosis, ut geometrica proportione mediocritatem atque æquabilitatem quandam in omnibus officijs conseruent, quemadmodum & in Gorgia cum reprehendit iniustam opinionem Callidis, inquit eum negligere geometriam. Etsi autem satis apparet ex scriptis Platonis, libenter eum exempla geometrica ad mores accõmodasse, tamen dubitari non potest, quin in hoc symbolo simul aliquid de ordine disciplinarũ monuerit, & in geometria præparandos esse senserit eos, qui ad philosophiam accessuri eius essent. Eius sententiæ multæ grauissimæ caussæ sunt. Non enim tãtum releganda est hæc ars, ad mechanicos, qui ædificia, uasa, aut alia exigua corpora metiuntur, etsi ea etiam exercitatio liberalẽ doctrinam cõtinet, & magnas ad uitã utilitates affert. Sed philosopho propter alias multas causas opus geometriæ scientia. Inde enim oriũtur initia physices. Et passim in omnibus partibus physices plurimæ demonstrationes ex hac arte sumuntur, quales sunt primæ illæ, quæ ostendunt, Mundũ esse finitum, nõ esse plures mundos, nullum esse corpus infinitũ: sunt enim hæc uera physices exordia. Deinde cum demonstrationes geometricæ maxime sint illustres, nemo sine aliqua cognitione huius artis satis perspicit, quæ sit uis demonstrationum, nemo sine ea erit artifex methodi. Quare & Plato dixit, ob eam causam etiã discendam esse geometriã, quia eius cognitio conducat ad hoc, ut aliæ artes facilius, & rectius percipiantur. Sed maxime illustris utilitas est in metiẽda magnitudine terræ, & cœlestium corporũ ac spatiorum. Estque hæc summa laus geometriæ, quod non hæsit in exiguis & his inferioribus machinis, sed euolauit in cœlum, & humanas mentes humi abiectas rursus in illam cœlestem sedem subuexit, & admirandũ mundi opificium, & gubernationem eius nobis mõstrauit. Deniq; exultantes animos, in patriam ac familiaritatem cœlestium, atque adeo ad agnitionem Dei traduxit. Magnam enim uim habet ad confirmandas honestas opiniones de Deo, in animis hominum, hæc ipsa doctrina, in qua mũdi opificium & gubernatio spectantur. Cum igitur fontes huius [illegible] tissimæ partis philosophiæ de motibus cœlestibus, magna ex parte sint in geometria, satis grauis causa est, quare Plato monuerit accessuros ad philosophiam, ut geometriæ studium adderent. Hoc existimo Platonem illa inscriptione præcipue significasse, quam hic recitaui, ut cum adolescentes adhortari cuperem, ad expetendam hanc artem, qua utendũ est duce ad multas philosophiæ partes, adderet aliquid ponderis, nostræ orationi, Platonis autoritas. Quoties igitur in manus accipient hunc libellum studiosi, & in fronte legent Platonicam inscriptionem, cogitabunt se admoneri uoce Platonis, sed uotis & iudicijs omnium eruditorum, ut maximatum utilitatum causa hanc artem expetant. Neque uero dubium est, quin naturas non distortas, delectet per sese Mensurarum ratio, ut natura capimur numerorum collatione aut concentu sonorum. Sed generosa & excelsa ingenia huius utilitatis magnitudo accendere ad hæc studia & inflãmare debet, qđ hæc ars aditũ patefacit ad illam præstantissimam philosophiam de rebus cœlestibus, quæ quãtum habeat dignitatis, quã multipliciter prosit hominum uitæ, minime obscurum est, præsertim ijs, qui non omnino abhorrẽt à ueræ ueterisq; philosophiæ studijs. Scio has adhortatiões apud eos qui sordidis ingenijs prædit sunt, nihil proficere, qui præstantium disciplinarum dignitatem non prospiciunt, aut sectantur quasdam uendibiliores artes, quæstus causa. Hos cum dupliciter sint ἀγεωμέτρητοι uel maxime excludit Plato. Nam & mentes habent monstrosas, & magno scelere turbant proportionem geometricam, cum non tribuũt suam artibus dignitatem. Sed recta ingenia, etiam mediocria, incitari possunt, ipsa artium admiratione, si admoneãtur, deinde si accedat artifex, qui commode tradat. Ideo spero aliquorum studia commoueri posse. Vos adolescentes adhortor primum ut cogitetis aspirantibus ad ueram laudem, contendendum esse omnibus ingenij atque animi uiribus, ut solidam & perfectam doctrinã uobis comparetis, quæ sit usui reipub. Hancad rem opus est toto choro artium, quæ ita inter se deuinctæ copulatæq; sint, ut in singulis multa sint ex alijs uicinis artibus assumenda. Hæ uero duæ Numerorum & Mensuratum scientia, cum in physicis magnos habent usus, tum uero totam doctrinam de rebus cœlestibus pepererunt. Aristippum ferunt, cum amissis naufragio fortunis omnibus, ipse tamẽ cum paucis ad littus Rhodium saluus peruenisset in tabula, ambulãtem in littore, geometricas figuras in machinis quibusdam conspexisse. Quanquam autem mare & uiatico eos exuerat, & in loca eiecerat ignota, tamen conspectis illis figuris geometricis iussit socios bono animo esse, inquiens se uidisse hominum uestigia, gratulatusque est sibi & reliquis, quod nõ in barbarum littus eiecti essent, confirmauitque humanitatem erga hospites ac naufragos non defuturã illis hominibus, apud quos harum artium studia colerentur. Vtinam uero hominum uestigia quæ ibi in littore miratus est Aristippus, in scholis etiam frequentiora essent. Iacent enim desertæ & neglectæ hæ artes, multis iam seculis. Nam proxima ætas iuuenturem ab hac uera philosophia ad insulsissimas cauillationes abduxerat. Nunc postquam hæ explosæ sunt è scholis annitendum erat, ut pura & natiua philosophia traderetur, quæ conduceret ad solidam doctrinam consequendam. Nam hæc nostra ætas satis commonefacit nos, quantum opus sit teipu. perfecta doctrina, quia multi passim tum inopia iudicij, rum quia diserte explicare nihil possunt. spatserunt, aut defendunt opiniones absurdas & confusaneas, ex quibus in Ecclesia magna certamina, magnę dissensiones extiterunt. Nec finis horum malorum erit ullus, nisi ad ueram & eruditam studiorum rationem iuuentus reuocata fuerit. Hanc ad rem conferre operam hi qui præsunt Ecclesiæ ac teipub, profecto debebant. Sed eadem cura ad nostrum officium pertinet, hoc est, ad eos qui docent, aut discunt in scholis. Nam & nostrum munus ad tempub. pertinet. Diuinitus in hac statione collocati sumus, ut doctrinam utilem generi humano cõseruemus & propagemus. Et flagitat hanc diligentiam Deus pariter à doctoribus & discipulis. Quare iuuenes cogitent se etiam Deo hoc officij debere, ut solidam & perfectam doctrinam expetant, profuturam Ecclesiæ ac reipub. Quos in templa animos afferimus, eosdem decet in scholam afferre, uidelicet, ut ibi res diuinas cognoscamus, & alijs patefaciamus. Si quis uenit in scholam tantum ut inde auferat particulam aliquam doctrinæ, quæ possit ad quæstum, aut ostentationem conferri, is sciat se polluere sanctissima doctrinæ templa. Itaque si munus suum intelligent adolescentes, si scient quo animo uersari in studijs debeant, facile impetrabimus ab ingenijs non monstrosis, ut recte atque ordine percipiant omnes artes, ut non inanem eruditionis umbram, sed ueram docttinam auferre conentur. Quosdam deterret à mathematis difficultas, sed hi, quod est iniquissimum, ante pronunciant quàm inspiciunt, priusquam degustarunt elementa, abijciunt & damnant totũ studium. Certe initia sine magno negocio percipi possunt, quæ usum habent in uita, & in multis artibus. Hæc saltem ptius cognosci oportuit, quàm pronũciarent de difficultate. Deinde ordo qui præsertim in geometricis est commodissimus, leuat laborem, & multum addit lucis. Postremo ubique traduntur demonstrationes, quæ etsi in artis extrema parte, quasi in fastigio, longius recedunt ab oculis & conspectu nostro, ut urbes, quas procul uidemus, tamen in cæteris partibus, quia magis obuiæ sunt oculis, multo minus habent difficultatis. Extrema ignauia est, prius abijcere studium, quàm periculum feceris. Et mollities animi iniusta est, nihil laboris uelle suscipere in discendo, cum quidem militia quædam sit, uersari in literis Et respubli. nobis maximarum rerum curam & conser/

uationem commendauerit, quas tueri sine acerrima contentione animorũ non possumus. Quare exuscitentur nos, & ipsa artium dignitas, & publica utilitas, & meminerimus his uirtutis studijs etiam fortitudinem adiungendã esse, quæ non sinat animos languescere pigricia, quæ per omnes difficultates, ut ita dicã, ui sibi uiã faciat. Ac generosæ & heroicæ naturę, quę ad illas summas artes de rebus cœlestibus diuino aliquo adflatu, & ἐνθουσιασμῷ incitantur, facile has artes arripiunt, perinde ut hi, qui natura ad carmẽ idonei sunt, cito percipiunt syllabarum & pedum mensuras. Multum tamẽ ut in cæteris artibus etiam mediocria ingenia studio & diligentia assequentur. Ac siqui non totos se huic studio dedent, tamen his ad iudicia formanda, & ad intelligendos multos locos, qui in Aristotele & alijs laudatis autoribus obuij sunt, opus est cognitione elementorum geometriæ. Aristoteles pulcherrime pingit iusticiam in quinto Ethicorum his geometricis figuris, & species eius eruditissime discernit collatas ad Arithmeticam & Geometricam proportionem. Et traduntur eo in loco præcepta necessaria ijs, qui erudite de legum causis iudicare cupiunt. His plurimum affert lucis collatio sumpta ab Arithmeticis & geometris. Sed quia interpretes, quorum quidem libri extant, non intellexerunt hanc collationem, non solum obscurarunt, sed plane corruperunt totam Aristotelis sententiam, non secus ac si aliquam excellentem Apellis picturam sordibus & cœno conspersissent atque obruissent. Porro non solum turpe est interpreti, sed etiam molestum alijs lectoribus in tali loco tanquam in luto hærere & fraudari sententia autoris. Aristoteles enim prudentissime duas iusticiæ species constituit, quarum altera personarum gradus in legendis magistratibus, in imperijs, in ciuitate, & in familijs ordinat. Altera gubernat non solum contractus, sed omnes compensationes rerum, ut mercedes, damna, iniurias, pœnas. Iam cum explicatur quare in compensationibus requiratur Arithmetica portio. In altera uero iustitia legente magistratus ualeat geometrica, causæ iustitiæ ualde fiunt illustres. Ac sumpsit hanc ipsam collationem Aristoteles à Platone, qui cum summa uenustate & grauitate disputat, æqualitatem in ciuitatibus efficiendam esse, quia æqualitas gignat mutuum amorem, ut dici solet ἴσον ἴσῳ φίλον. Sed æqualitatem arithmeticam ait in imperijs, in legendis magistratibus turbulentam esse, geometricam uero salutarem esse ciuitatibus. Nam Geometrica æqualitas est, cum gradus constituuntur & delectus adhibetur, ut pro proportione tribuantur summa imperia optimis & prudentissimis ciuibus, & singuli intelligant quam partem muneris publici sustineant, & in suo ordine manent, non conturbant proportionem. Hunc statum ita prædicat Plato, ut hanc geometriam diuinam esse dicat, ac tum demum beatas fieri ciuitates, cum

Deus particulam huius geometriæ eis impertit, denique addit, ab hac geometria proficisci, quicquid est boni in rebus humanis, ut si in Ecclesia, autoritas esset summa optimorum, ac doctissimorum, & per gradus suum officium singuli intelligerent, & facerent, & suam quisque Spartam, ut dicitur, ornaret, imperiti cederent sententijs eruditorum. Quid Ecclesia beatius esset, si hac geometrica proportione constituta esset, quæ & tyrannidem prohibet, & popularem licentiam. Nam in tyrannide gradus nulli sunt, sed pariter omnes boni opprimũtur. In democratia, dominatur æqualitas arithmetica, iuxta quam omnes infimi sine delectu consequuntur summa imperia, fitq; status ille, quem maxime uituperat Achilles apud Homerum, cũ ait, nolle se in ea rep. esse in qua nullum sit discrimen bonorum & malorũ ciuium. ἐν δὲ ἰῇ τιμῇ ἠμὲν κακὸς, ἠδὲ καὶ ἐσθλός. Quid bonis omnibus accidere posset optabilius quàm si geometrica proportio, quæ & tyrannidem & popularem licentiam prohibet gubernaret synodum Ecclesiasticam. Nec uero sine causa doctissimi homines delectati sunt geometricis similitudinibus, incurrunt enim in oculos, uelut picturę. Quare cum intelliguntur, ualde illustrãt disputationes, & multa monent admiratione digna, Inuitet igitur adolescentes & hæc causa ad elementa cognoscenda, quia magnos uiros uideant amasse has figuras, & eorum scripta nõ posse intelligi nisi degustatis his artibus, etsi enim aliæ sunt multo maiores utilitates, de quib⁹ paulo ante dixi, tamen liberalibus ingenijs stimulum addit hoc quoq;, quod tales sentẽtias magnorum autorum & amãt, tanquã preciosissimas gẽmas, & uim earũ penitus perspicere cupiunt. Iã hæc ipsa exempla docẽt sententiam Platonicam, quam scripsit in uestibulo scholæ, nõ inepte ad mores accommodari, ἀγεωμέτρητος οὐδεὶς εἰσίτω. Excludit à scholis eos, qui cõturbant geometricã proportionem, qui gradus honestorũ officiorũ nec intelligunt nec tuentur, qui sine lege inęqualiter, qua fert impetus, ruunt. Verissimũ enim est illud Æschyli dictũ, alium hominẽ alteri ciuitati cõuenire, ἄλλον ἀλλῇ πρὸς πόλει τεταγμένον. Vt igitur illa fera & barbarica ingenia, nõ cõueniunt ciuitati philosophicę, quia neq; mirãtur artes neq; doceri possunt. Ita ecõtra prædita moderatis ingenijs, quia incitari possunt ad hæc optima studia colenda, cõueniunt philosophicæ ciuitati, Tales inuitat Plato ac simul significat, quæ natura capax sit philosophię, quales mores apti sint his studijs, quæ ingenia ad amorẽ philosophiæ accendi possint, & quo doctrinę genere principio opus sit. Quare studiosi, cũ legẽt hãc Platonis inscriptionem ἀγεωμέτρητος οὐδεὶς εἰσίτω, meminerint se & geometricam æqualitatem in moribus præstare debere, & ad cæteras adiungere geometriæ studium. Vtrũq; est ingens ornamẽtum, & propter multas causas expetendũ. Bene Valete. Vuittẽberge. Mense Augusto. Anno M. D. XXXVII.

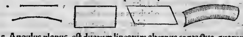
EVCLIDIS MEGAREN
SIS CLARISSIMI PHILOSOPHI, MATHEMATICORVM facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone græco commentatore, interprete Bartholomæo Zambetto Veneto, Geometricorum elementorum liber primus.

Ex Campano: triplex principiorum genus.
Primum Diffinitiones.

PVnctus est, cuius pars non est. 2 Linea, est longitudo sine latitudine. 3 Cuius quidem extremitates, sunt duo puncta. 4 Linea recta, est ab uno puncto ad alium breuissima extensio, in extremitates suas eos recipiens.

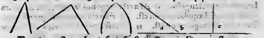
A hinc .s. positum in cotinuo, est aut hec positione in cotinuo mediante puncto uel punctis aliquas partes cotinui copulare aut determinare.

5 Superficies, est quæ longitudinem & latitudinem tantum habet. 6 Cuius quidem termini, sunt lineæ. 7 Superficies plana, est ab una linea ad aliam breuissima extensio, in extremitates suas eas recipiens.



8 Angulus planus, est duarum linearum alternus contactus, quarum expansio est super superficiem, applicatioq; non directa. 9 Quando autem angulũ continent duæ lineæ rectæ: rectilineus angulus nominatur.

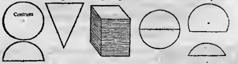
10 Quando recta linea super rectam steterit, duoq; anguli utrobiq; fuerint æquales, eorum uterque rectus erit, lineaq; lineæ superstans, ei cui superstat, perpendicularis uocatur. 11 Angulus uero qui recto maior est, obtusus dicitur. 12 Angulus uero minor recto, acutus appellatur.



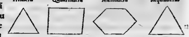
13 Terminus, est quod uniuscuiusq; finis est. 14 Figura, est quæ termino uel terminis continetur. 15 Circulus, est figura plana una quidem linea contenta quæ circũferentia nominatur, in cuius medio punctus est, à quo omnes lineæ rectæ & ad circumferentiam exeuntes, sibi inuicem

A uel peripheria

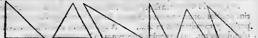
ſunt æquales. 16 Et hic quidem punctus: centrum circuli dicitur.
17 Diameter circuli, eſt linea recta quæ ſuper eius centrum tranſiens, extremitatesq́ꝫ ſuas circunferentiæ applicans, circulum in duo media diuidit. 18 Semicirculus, eſt figura plana diametro circuli & medietate circunferentiæ contenta. 19 Portio circuli, eſt figura plana recta linea & parte circunferentiæ contenta, ſemicirculo quidem aut maior aut minor.



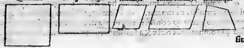
20 Rectilineæ figuræ, ſunt quæ rectis lineis continentur. 21 Quarum quædam trilateræ: quæ tribus rectis lineis. 22 Quædam quadrilateræ: quæ quatuor rectis lineis. 23 Quædā multilateræ, quæ pluribus q́ꝫ quatuor rectis lineis continentur.



24 Figurarū trilaterarū, alia eſt triangulus, habēs tria latera æqualia. 25 Alia, triangulus duo habens æqualia latera. 26 Alia, triangulus trium inæqualiū laterū. 27 Harum iterū alia eſt orthogoniū, unum, ſcilicet, rectum angulū habens. 28 Alia eſt amblygoniū, aliquē obtuſum angulum habens. 29 Alia eſt oxygoniū, in qua tres anguli ſunt acuti.



30 Figurarū autem quadrilaterarū, alia eſt quadratum, quod eſt æquilaterum atq; rectangulū. 31 Alia eſt tetragonus longus, quæ eſt figura rectangula, ſed æquilatera non eſt. 32 Alia eſt helmuayn, quæ eſt æquilatera, ſed rectangula non eſt. 33 Alia eſt ſimilis helmuayn, quæ oppo



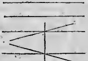
ſita

ſita latera habet æqualia atque oppoſitos angulos æquales, idem tamen nec rectis angulis nec æquis lateribus continetur. 34 Præter has autem omnes, quadrilateræ figuræ, helmuariphe nominantur.

35 Æquidiſtantes lineæ, ſunt quæ in eadem ſuperficie collocatæ, atq; in alterutram partem protractæ non conueniunt, etiam ſi in infinitũ protrahantur.

Secundum, Petitiones.

1 A quolibet puncto in quemlibet punctũ, rectam lineam ducere: atq; lineam definitam, in continuũ tectumq; quantum libet protrahere.



2 Super centrũ quodlibet, quantũlibet occupando ſpatium, circulum deſignare. 3 Omnes rectos angulos, ſibijnuicem eſſe æquales. 4 Si linea recta ſuper duas lineas rectas ceciderit, duoq; anguli ex una parte duobus rectis angulis minores fuerint, iſtas duas lineas in eandem partem protractas: procuIdubio coniunctum iri 5 Duas lineas rectas, ſuperficiem nullam concludere.

E cu ... clausi... ut p3 in comme 32 primi libri

[redacted]

Tertium Communes animi conceptiones.

1 Quæ uni & eidem ſunt æqualia, & ſibijnuicem ſunt æqualia. 2 Et ſi æqualibus æqualia addãtur, tota quoq; fient æqualia. 3 Et ſi ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquũtur erunt æqualia. 4 Et ſi ab inæqualibus æqualia demas, quæ relinquũtur erunt inæqualia. 5 Et ſi inæqualibus æqualia addas, ipſa quoq; fient inæqualia. 6 Si fuerint duæ res uni duplices, ipſæ ſibijnuicem erunt æquales. 7 Si fuerint duæ res quarum utraq; unius eiuſdem fuerit dimidium, utraq; erit æqualis alteri.

8 Si aliqua res alicui ſuperponatur, applicetur q; ei, nec excedat altera alterã, ille ſibijnuicẽ erunt æquales. 9 Omne totũ, eſt maius ſua parte.

CAMPANVS. Sciendum eſt autem, quod præter has cõmunes animi conceptiones, ſiue cõmunes ſententias, multas alias quæ numero ſunt incõprehenſibiles, prætermiſit Euclides: quarum, hæc eſt una. Si duæ quantitates æquales, ad quamlibet tertiam eiuſdem generis comparẽtur: ſimul erunt ambæ illa tertia, aut æque maiores, aut æque minores, aut ſimul æquales. Item alia. Quanta eſt aliqua quantitas ad quamlibet aliam eiuſdem generis, tantam eſſe quamlibet tertiam ad aliquã quartam eiuſdem generis. In quantitatibus continuis hoc uniuerſaliter uerum eſt, ſiue antecedentes maiores fuerint conſequentibus, ſiue minores: magnitudo enim decreſcit in infinitum: in numeris autem, non ſic. Sed ſi fuerit primus ſubmultiplex ſecundi, erit quilibet tertius æque ſubmultiplex alicuius quarti: quoniam numerus creſcit in infinitum, ſicut magnitudo in infinitum minuitur.

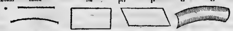
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, BARTHOLOMAEO ZAMBERTO Veneto interprete: Triplex principiorum genus.

Primum Diffinitiones.

SIgnum, est cuius pars nulla. 2 Linea uero, longitudo illatabilis. 3 Lineæ autẽ limites, sunt signa. 4 Recta linea, est quæ ex æquali, sua interiacet signa. 5 Superficies, est quæ longitudinem latitudinemq; tantum habet.

6 Superficiei extrema, sunt lineæ. 7 Plana superficies, est quæ ex æquali, suas interiacet lineas. 8 Planus angulus, est duarum linearũ in plano sese tangentiũ & non in directo iacentiũ, ad alterutrã inclinatio.

Punctus Linea Su per fi ci es



9 Qnando autem quæ angulum continent, rectæ lineæ fuerint, rectilineus angulus nuncupatur. 10 Cum uero recta linea super rectam consistens lineam, utrobiq; angulos æquales adinuicẽ fecerit, rectus est uterq; æqualiũ angulorũ: & quæ superstat recta linea, perpendicularis uocitatur, super quam steterit. 11 Obtusus angulus, maior est recto. 12 Acutus uero, minor est recto. 13 Terminus, est quod cuiusq; finis est.

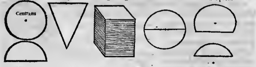
Angulus planus Rectilineus Angulus obliquus a Acutus b Obtusus Li. perpendic. c Rectus

14 Figura est quæ sub aliquo, uel aliquibus terminis comprehenditur.

15 Circulus, est figura plana una linea contenta quæ circunferentia appellatur, ad quam ab uno signo introrsum existente omnes prodeuntes lineæ, ipsiusq; circuli circunferentiam incidentes, adinuicem sunt æquales.

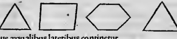
16 Centrum uero ipsius circuli id signum appellatur. 17 Dimetiens circuli, est recta quædam linea per centrum acta, & ex utraque parte in circuli circũferentiam terminata, quæ circulũ bifariam dispescit. 18 Semicirculus, est figura quæ sub dimetiente & ea quæ per ipsam circuli circunferentia

ferentia ſublata eſt, continetur. 19 Sectio circuli, eſt figura quæ ſub recta linea & circuli circũferentia aut maiore aut minore ſemicirculo continetur.



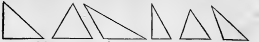
20 Rectilineæ figuræ, ſunt quæ ſub rectis lineis continentur. 21 Trilateræ figuræ, ſunt quæ ſub tribus rectis continentur lineis. 22 Quadrilateræ figuræ, ſunt quæ ſub quatuor comprehenduntur rectis lineis.

23 Multilateræ figuræ, ſunt quæ ſub pluribus q̃ quatuor rectis lineis cõprehenduntur.



24. Trilaterarũ porrò figurarũ, æquilaterũ eſt triangulum, quod ſub tribus æqualibus lateribus continetur.

25 Iſoſceles autem, eſt quod ſub binis tantum æqualibus lateribus continetur. 26 Scalenum uero, eſt quod ſub tribus inæqualibus lateribus continetur. 27 Amplius trilaterarũ figurarũ, rectangulum triangulũ eſt quod rectum angulum habet. 28 Amblygoniũ autem, quod obtuſum angulum habet. 29 Oxygoniũ uero, quod tres habet acutos angulos.



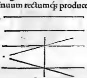
30 Quadrilateratum autem figurarum, quadratum quidem, eſt quod & æquilaterũ ac rectangulum eſt. 31 Altera parte longius, eſt quod rectangulum quidem, at æquilaterũ non eſt. 32 Rhombus, eſt quæ æquilatera, ſed rectangula non eſt. 33 Rhomboides uero, eſt quæ ex oppoſito latera & angulos habens æquales, neq; æquilatera neq; rectangula eſt.

34. Præter hæc autem, reliqua quadrilatera, trapezia appellantur.

35 Parallelæ rectæ lineæ sunt, quæ in eodem existentes plano, & ex utraque parte in infinitum productæ, in nulla parte concurrunt.

Secundum, Postulata.

1 Ab omni signo in omne signum, rectam lineam ducere. 2 Rectam lineam terminatam, in continuum rectumque producere. 3 Omni centro & interuallo, circulum describere. 4 Omnes angulos rectos, adinuicem æquales esse. 5 Si in duas rectas lineas recta linea incidens, interiores & in eadē parte angulos duobus rectis minores fecerit, rectas lineas in infinitū productas concurrere necesse est ad eas partes in quibus anguli duobus rectis minores existunt.



Tertium Communes sententiæ.

1 Quæ eidem æqualia, & ad inuicem sunt æqualia. 2 Et si æqualibus æqualia adijciātur, tota erunt æqualia. 3 Et si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquuntur æqualia erunt. 4 Et si inæqualibus æqualia adiungantur, tota erunt inæqualia. 5 Et si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua inæqualia erunt. 6 Quæ eiusdem duplicia sunt, adinuicem sunt æqualia. 7 Et quæ eiusdem sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem. 8 Et quæ sibimetipsis cōueniunt, æqualia sunt adinuicem. 9 Totum, est sua parte maius. 10 Duæ rectæ lineæ,* superficiem non concludunt.

χωρίον

Primi libri propositio prima.

1 TRiangulum æquilaterum: supra datam lineam rectam collocare.

Esto data linea recta a b. uolo: super ipsam, triangulum æquilaterum constituere. Super alteram eius extremitatẽ, scilicet, in puncto a, ponam pedem circini immobilem, & alterum pedem mobilem extendam usq; ad ad b: & describam secundum quantitatem ipsius lineæ datæ, per secundam petitionem circulum c b d f. Rursus alterã eius extremitatem, scilicet, punctum b faciam centrum: & per eandem petitionem & secundum eiusdem quantitatem, lineabo circulũ c a d h. qui circuli intersecabũt se in duobus punctis quæ sint c, d. Et alteram duarũ sectionũ sicut sectionem d, continuabo cum ambabus extremitatibus datæ lineæ: protractis lineis d a, d b per primam petitionẽ. Quia ergo à puncto a, quod est centrum circuli c b d, protractæ sunt lineæ a d & a b usque ad eius circunferentiam: ipsæ erunt æquales, per diffinitionem circuli. Similiter quoq;. quia a puncto b quod est centrũ circuli c a d h, protractæ sunt lineæ b a & a d usq; ad eius circunferentiã, ipsæ erunt etiam æquales. Quia ergo utraq; duarum linearum a d, b d, æqualis est lineæ a b, ut probatũ est: ipsæ erunt æquales inter se, per primam cõmunem animi conceptionẽ. Ergo super datam rectam lineam: collocauimus triangulum æquilaterum, quod est propositum.

CAMPANI additio. Si autẽ super eandem lineam libeat collocare reliquas duas triangulorũ species, scilicet triangulum duûm æqualium laterum, & triangulũ trium inæqualiũ laterum: protrahatur linea a b, in utranq; partem, usq; quo occurret circũferentijs amborum circulorum super duo puncta f & h. Et posito centro in puncto a: lineetur circulus e h g, secũdum quantitatẽ lineæ a b. Item posito centro in puncto b: lineetur circulus e f g, secundum quantitatẽ lineæ b f. Hi autẽ circuli intersecabunt se in duobus punctis quæ sunt e, g. Coniungantur igitur extremitates datæ lineæ cum altera dictarũ sectionum: per duas lineas rectas quæ sint a g, b g. Et quia hæ lineæ a b, & a f, exeunt à centro circuli c d f, ad eius circũferentiã: ipsæ erunt æquales. Similiter quoq; a b & a h quia exeunt à centro circuli c a d h usque ad ipsius circunferentiã: ipsæ erunt æquales. Quia ergo utraq; duarum linearũ a f & b h æqualis est lineæ a b: ipsæ erunt inter se æquales, ergo posita a b cõmuni: erit b f æqualis a h. sed b f æqualis ipsi b g: quia ambæ exeũt à centro circuli e f g, ad eius circunferentiã. Similiter quoq; a h: est æqualis ipsi a g. & utraq; earum est maior a b: eo quòd utraq; duarum linearum b f & a h maior est a b. Quare super datam lineam collocauimus triangulum duorum æqualium laterum. Triangulum etiam trium inæqualium laterum super eandem lineam collocabimus: si aliquod punctum existens in circunferentia alterutrius duorum maiorũ circulorum quod non sit in altera duarum sectionũ, & cui non obuiet f h, cum in utramlibet partem producta fuerit in continuum & directum, coniunxerimus per duas lineas rectas cum ambabus extremitatibus datæ lineæ. Sit enim punctus k signatus in circumferentia circuli e f g: & non sit in altera sectionum, nec occurrat ei f h, cum protraheretur in continuum & directum eius usq; ad circunferentiã: protraham ergo lineas a k & b k. & secabit linea a k: circũferentiã circuli e h g: secet ergo in puncto l, eritq; b k per 1 cõmunem animi conceptionem æqualis a l, quia b k per diffinitionẽ circuli est æqualis b g, & a l æqualis a g: qua

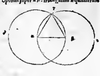
per comm... scientia .i. quæ æqualia æqual. b. ... sa inter se sunt æqualia.

re a k, est maior b k. Sed & b k, est maior a b: triangulus ergo a b k, est trium inæqualiũ laterũ. Sic igitur super datam lineã rectam, omnes triangulorũ species collocauimus.

Euclides ex Zamberto. Problema 1. Propositio 1.

Super data recta linea terminata: triangulũ æquilaterũ constituere. 1

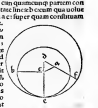
THEON ex Zamberto. *Sit data recta terminata linea: $\alpha\beta$. Oportet super $\alpha\beta$: triangulum æquilaterum constituere. Centro quidem α, spatio uero $\alpha\beta$, circulus describatur $\beta\gamma\delta$ (per 3 postulatũ) & rursus (per idem) centro quidem β, spatio uero $\beta\alpha$, alter circulus describatur $\alpha\gamma\epsilon$. Et (per 1 postulatũ) à signo γ, in quo se circuli adinuicẽ secant, ad α, β, signa connectantur rectæ lineæ $\gamma\alpha$, $\gamma\beta$. Et quoniã α signũ, centrũ est circuli $\gamma\beta\delta$, æqualis est (per 15 diffinitionẽ) $\alpha\gamma$ ipsi $\alpha\beta$. Rursus quoniã β signum, centrũ est circuli $\gamma\alpha\epsilon$, æqualis est $\beta\gamma$ ipsi $\beta\alpha$ (per 15 diffinitionẽ). At ostensa est linea $\alpha\gamma$, ipsi $\alpha\beta$ æqualis: utraq; igitur & $\gamma\alpha$ & $\gamma\beta$, ipsi $\alpha\beta$ est æqualis. Quæ autẽ eidem æqualia, & ad inuicẽ sunt æqualia (per 1 cõmunem sententiã) & $\gamma\alpha$ igitur, ipsi $\gamma\beta$ est æqualis. Tres igitur lineæ $\gamma\alpha$, $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, æquales adinuicẽ sunt. Aequilaterũ igitur est triangulum $\alpha\beta\gamma$, & constitutum super data recta linea terminata $\alpha\beta$, quod fecisse oportuit.*



Euclides ex Campano. Propositio 2.

A Dato puncto: cuilibet lineæ rectæ propositæ æquam rectam lineam ducere. 2

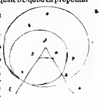
CAMPANVS. Sit a, punctus datus: & b c linea recta data. uolo à puncto a, ducere lineam unam æqualem lineæ b c: in quamcunq; partem contingat. Coniungam ergo punctum a, cum altera extremitate lineæ b c: cum qua uoluero: & coniungam ipsum a, cum extremitate c, per lineam a c: super quam constituam triangulum æquilaterũ secundum doctrinã præcedentis. qui sit a c d. & in illa extremitate lineæ datæ cum qua coniunxi punctum datum, a scilicet: in extremitate c ponam pedem circini immobilem, describamq; super ipsum (per 3 petitionem) circulum secũdum quantitatem ipsius datæ lineæ: qui sit circulus e b. & latus trianguli æquilateri quod opponitur puncto dato, scilicet latus d c protraham per centrum circuli descripti usq; ad eius circũferentiam: & sit tota linea sic protracta d c e. secundum cuius quantitatẽ, lineabo circulum, posito centro in d: qui sit circulus e f. Postea protraham latus d a usque ad circunferentiam huius ultimi circuli: & occurrat circunferentiæ ipsius in puncto f. Dico igitur quod a f: est æqualis b c. nam b c, & c e sunt æquales: quia exeunt à centro circuli e b, ad eius circunferentiam. Similiter quoq; d f & d e sunt æquales: quia exeunt a centro circuli e f, ad cirtunferentiã. sed d a & d c sunt æquales: quia sunt latera trianguli æquilateri. ergo si d a & d c demantur de d e & d f quæ sunt æquales: erunt residua quæ sunt a f & c e, æqualia. Quia ergo utraq; duarũ linearũ a f & c b est æqualis c e: ipsæ per 1 cõmunem animi conceptionẽ: adinuicem sunt æquales. Quare à puncto a, protraximus lineam a f æqualẽ b c: quod est propositũ.



Eucli. ex Zamb. Problema 2. Propositio 2.

Ad datum signum, datæ rectæ lineæ æquam rectam lineam ponere. 2

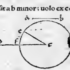
THEON ex Zamb. *Sit datum signum, α: data autẽ recta linea, $\beta\gamma$ oportet ad ipsum α. ipsi $\beta\gamma$ rectæ lineæ æquã rectam lineam ponere. Ducatur enim ab α, signo in β signum, recta linea $\alpha\beta$, (per 1 postulatum) & constituatur super ea (per 1 propositionem,) triangulum æquilaterum: sitq; illud, $\delta\alpha\beta$ & producantur (per 2 postulatum) in rectum ipsis, $\delta\alpha$, $\delta\beta$ lineæ $\alpha\epsilon$, $\beta\zeta$ & (per 3 postulatum) centro β, spatio uero $\beta\gamma$: circulus describatur $\gamma\eta\theta$ & rursus (per idem) centro δ, spatio uerò $\delta\eta$, circulus describatur $\eta\kappa\lambda$. Quoniam igitur β signum, centrũ est circuli $\gamma\eta\theta$, æqualis est (per 15 diffinitionem) $\beta\gamma$ ipsi $\beta\eta$. & quoniam δ signum centrum est circuli $\eta\kappa\lambda$: æqualis est (per eandem) $\delta\lambda$ ipsi $\delta\eta$, quarum $\delta\alpha$ ipsi $\delta\beta$.*



est æqualis (per præcedentem:) reliqua igitur $\alpha\lambda$, reliquæ $\beta\nu$ (per 3 cõmunem sententiam) est æqualis. Ostensum est autem, quod $\beta\gamma$ ipsi $\beta\nu$ est æqualis, utraq; igitur & $\alpha\lambda$ & $\beta\gamma$, ipsi $\beta\nu$ est æqualis. Quæ autem eidem æqualia, (per primam cõmunem sententiam) & adinuicem sunt æqualia, & linea $\alpha\lambda$ igitur, ipsi $\beta\gamma$ est æqualis. Ad datum igitur signum, α, datæ rectæ lineæ $\beta\gamma$ æqua recta linea collocata est $\alpha\lambda$, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 PRopositis duabus lineis inæqualibus, de longiori earum, breuiori æqualem abscindere.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, & sit a b minor: uolo ex c d abscindere unam, quæ sit æqualis a b. Duco primo à puncto c, unam lineam æqualem a b, secundum quod docuit præcedens, quæ sit c e: posito ergo centro in puncto c, describam circulum secundum quantitatem c e, qui secabit lineam c d: sit ergo ut secet eam in puncto f, eritq; linea c f, æqualis lineæ c e, quia ambæ exeunt à centro eiusdem circuli ad circunferentiam, & quia utraque duarum linearũ a b & c f est æqualis c e, ipsæ per 1 cõmunem animi conceptionem sunt inter se æquales, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 3. Propositio 3.

3 Duabus datis rectis lineis inæqualibus, à maiore, minori æqualem rectam lineam abscindere.

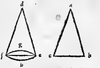
THEON ex Zamberto. Sint datæ duæ rectæ lineæ inæquales, $\alpha\beta$, γ, quarum maior sit $\alpha\beta$: oportet ab ipsa $\alpha\beta$ maiore, ipsi γ minori æqualem rectam lineam abscindere. Ponatur (per secundam propositionẽ) ad signum α, lineæ (uero) rectæ γ, æqualis $\alpha\delta$, & centro quidem α, interuallo uero $\alpha\delta$, (per 3 postulatum) circulus describatur $\delta\epsilon\zeta$. Et quoniam α signum, centrum est circuli $\delta\epsilon\zeta$, æqualis est $\alpha\epsilon$ ipsi $\alpha\delta$. At linea γ, ipsi $\alpha\delta$ est æqualis: utraq; igitur & $\alpha\epsilon$, & γ, ipsi $\alpha\delta$ est æqualis: quare & linea $\alpha\epsilon$, ipsi γ est æqualis. Duabus igitur datis rectis lineis inæqualibus $\alpha\beta$, γ, ab ipsa $\alpha\beta$ maiore, ipsi γ minori æqualis abscisa est $\alpha\epsilon$, quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 4.

4 OMnium duorum triangulorũ quorum duo latera unius duobus lateribus alterius æqualia fuerint, duoq; anguli eorum illis æquis lateribus contenti æquales fuerint alter alteri, latera quoq; illorum reliqua sese respicientia æqualia, reliqui uero anguli unius reliquis angulis alterius æquales erunt, ac totus triangulus toti triangulo æqualis.

hec est conuersio pen[illegible] ma conceptionis [illegible] aliquae res sunt [illegible] si altera alteri superp[illegible] nentia [illegible] erunt ut p3 in 8 [illegible] primi libri

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f, sitq; latus a b, æquale lateri d e, & latus a c, æquale lateri d f, & angulus a, æqualis angulo d. Tunc dico, quod basis b c, est æqualis basi e f, & angulus b, æqualis angulo e. Item angulus c, æqualis angulo f, & totus triangulus a b c, toti triangulo d e f, quod probatur. Superponam triangulũ a b c, triangulo d e f, ita quod angulus a, cadat super angulum d, & latus a b super latus d e, & latus a c super latus d f. Patet autem per penultimam conceptionẽ, quod nec anguli, nec latera sese excedent, eo quod angulus a, est æqualis angulo d, & latera superposita ijs, quibus superponũtur, per hypothesin. puncta ergo b c, cadent super puncta e f. Si ergo linea b c, cadit super lineam e f, patet propositum, quia cum linea b c superposita lineæ e f, non excedat eam nec excedatur ab ea, est ei æqualis per conuersionem penultimæ cõceptionis. Eadem ratione erit angulus b, æqualis angulo e, & angulus c æqualis angulo f. Si autem linea b c non cadit super lineam e f, sed cadit intra triangulum sicut linea e g f, aut extra sicut linea e h f, tunc duæ lineæ recte concludunt superficiem, quod est contra ultimam petitionem.



[illegible] als per penultima conceptione

[illegible] als per cõuersionẽ penultime conceptionis

Euclides

Eucli. ex Zamb. Theorema primum. Propositio 4.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, & angulum angulo æqualem sub æqualibus rectis lineis contentum, & basin basi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquū erit, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. 4

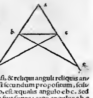
THEON ex Zamb. Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ, duo latera uidelicet α β, α γ, duobus lateribus, hoc est, δ ε, δ ζ, æqualia habentia alterum alteri, scilicet α β, ipsi δ ε, & α γ, ipsi δ ζ, & angulum β α γ, angulo ε δ ζ æqualem. Dico quod & basis β γ, basi ε ζ, est æqualis, & triangulū α β γ, triangulo δ ε ζ, æquum erit, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri sub quibus æqualia latera subtenduntur, hoc est, α β γ ipsi δ ε ζ, & α γ β ipsi δ ζ ε. Congruente namq; triangulo α β γ ipsi δ ε ζ triangulo, ac posito signo α super δ, & α β recta linea super δ ε, congruit & signum β signo ε, ex eo quia linea α β ipsi δ ε est æqualis (per hypothesin). Et congruente linea α β ipsi lineæ δ ε, congruit & linea recta α γ ipsi lineæ δ ζ: quoniam angulus β α γ, angulo ε δ ζ est æqualis (per hypothesin). At quoniam linea recta α γ, ipsi δ ζ est æqualis (per hypothesin) signum igitur γ, ipsi signo ζ congruit. Rursus quoniam γ signum ipsi ζ signo congruit, at β signū ipsi ε signo congruit: basis igitur β γ, basi ε ζ congruit. Si enim congruente β ipsi ε, & γ ipsi ζ, basis β γ, basi ε ζ non congruit: duæ rectæ lineæ superficiem concludunt, quod (per 10 communem sententiam) est impossibile. Congruit ergo basis β γ, basi ε ζ, & et est æqualis. Quare totum triangulum α β γ, toti triangulo δ ε ζ congruit (per 8 communem sententiam), & et est æquale. Et reliqui anguli (per eandem) reliquis angulis congruent, & eis erunt æquales, hoc est angulus α β γ, angulo δ ε ζ, & angulus α γ β angulo δ ζ ε. Cum igitur bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, & angulum angulo æquum sub æqualibus rectis lineis contentum: basin quoque basi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquum erit, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 5.

s. duu vel triu æqualiu lateru

OMnis trianguli duûm æqualiū laterū angulos qui super basin sunt, æquales esse necesse est. Quod si eius duo latera directe protrahantur, fient quoq; sub basi duo anguli inuicē æquales. 5

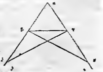
CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius latus a b sit æquale lateri a c. Dico quod angulus a b c, est æqualis angulo a c b. Quod si protrahantur a b & a c usq; ad d & e, fiet angulus d b c æqualis angulo e c b. Quod sic probatur. Protractis a b & a c, ponam per tertiam propositionem, lineam a d æqualem lineæ a e, & protraham lineas e b, d c. Et intelligam duos triangulos a b e & a c d, quos probabo esse æquales, & adinuicem æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera a b & a e, trianguli a b e, æqualia duobus lateribus a c & a d, trianguli a c d, & angulus a, cōmunis utriq;: ergo per præmissam, basis b e est æqualis basi d c, & angulus e æqualis angulo d, & angulus a b e æqualis angulo a c d. Item intelligo duos triangulos d b c & e c b, quos similiter probabo esse æquilateros & æquiangulos. Nam duo latera b d & d c trianguli b d c, sunt æqualia duobus lateribus e c & e b trianguli c e b, & angulus d, angulo e: ergo per præmissam basis basi, & reliqui anguli reliquis angulis: ergo angulus d b c est æqualis angulo e c b (Et est secundum propositum, scilicet, quod anguli sub basi sunt æquales) & angulus d c b, est æqualis angulo e b c. Sed totus angulus a b e, est æqualis toti a c d, ut probatum fuit supra: ergo angulus a b c residuus, est per 3 cōmunem animi conceptionem æqualis angulo a c b residuo, quorum uterque est supra basin. Et hoc est primum propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 5

5 Isoscelium triangulorũ qui ad basin sunt anguli, adinuicem sunt æquales. Et productis æqualibus rectis lineis, qui sub basi sunt anguli, adinuicem æquales erunt.

THEON ex Zamberto. Sit triangulũ isosceles α β γ, æquum habens latus α β, lateri α γ, & producantur, (per 2 postulatũ) in rectum ipsis α β, α γ, rectæ lineæ β δ. Dico quod angulus α β γ, angulo α γ β est æqualis: & angulus γ β δ, angulo β γ ε. Capiatur in linea β δ contingens signũ, sitque illud ζ, & auferatur (per 3 propositionẽ) à linea α ε maiore, ipsi α ζ minori æqualis, sitque illa α η, & connectantur ζ γ & η β. Quoniam α ζ, ipsi α η, & α β, ipsi α γ, sunt æquales. duæ igitur ζ α, α γ, duabus η α, α β, sunt æquales altera alteri, & communem angulum concludunt: qui sub ζ α η, cõtinetur. Basis igitur ζ γ basi η β (per 4 propositionẽ) est æqualis: & triangulũ α ζ γ, triangulo α η β, erit æquale, & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, sub quibus latera æqualia explicantur: hoc est angulus α γ ζ, angulo α β η, & angulus α ζ γ, angulo α η β. Et quoniã tota α ζ, toti α η, est æqualis, quarum linea α β, lineæ α γ est æqualis: reliqua igitur β ζ reliquæ γ η (per 3 cõmunem sententiam) est æqualis. Ostensum est autem, quod ζ γ ipsi β η est æqualis. Duæ autem β ζ, ζ γ, duabus γ η, æquales sunt altera alteri. & angulus β ζ γ, angulo γ η β (per 4 propositionem) est æqualis: & β γ basis eorum, cõmunis est.



Triangulum igitur β ζ γ, triangulo γ η β, erit æquale: & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, sub quibus æqualia latera subtenduntur, (per eandem). Angulus igitur ζ β γ, angulo η γ β & angulus β γ ζ angulo γ β η sunt æquales. Quoniam igitur totus angulus α β η, toti angulo α γ ζ (ut ostensum est) æqualis est, quorũ γ β η, angulo β γ ζ est æqualis: reliquus igitur angulus α β γ, reliquo angulo α γ β, (per 3 cõmunem sententiã) est æqualis, & ad basin sunt trianguli α β γ. Ostensum est autem, quod angulus ζ β γ, angulo η γ β, est æqualis, & sub basi existunt. Isoscelium igitur triangulorũ qui ad basin anguli sunt, æquales sunt adinuicem. Et productis æqualibus rectis lineis, anguli qui sub basi existunt, æquales erunt adinuicem, quod demonstrandum fuerat.

Eucli ex Camp. Propositio 6.

6 SI duo anguli alicuius trianguli æquales fuerint, duo quoque latera eius illos angulos respicientia æqualia erunt.

CAMPANVS. Hæc est conuersa præmissæ quantũ ad primã partem ipsius. Sit enim triangulus a b, cuius duo anguli b & c sunt æquales. Dico quod latus a b, est æquale lateri a c. Si enim non sunt æqualia, erit alterũ maius: sitque a b maius, quod resecetur ad æqualitatem a c per 3 propositionem, ut superfluũ sit a d, ad partẽ a, & resecetur in puncto d, sitque d b æqualis a c. Intelligo ergo duos triangulos a c b & d b c, quos probabo esse æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera d b & b c trianguli d b c, æqualia duobus lateribus a c & c b trianguli a c b, & angulus b æqualis angulo c totali per hypothesin: ergo basis d c est æqualis basi a b per 4 propositionem: & angulus d c b æqualis angulo a b c. Sed angulus a c b, est æqualis angulo a b c per hypothesin: ergo angulus d c b, est æqualis angulo a c b, pars uidelicet toti, quod est impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 6.

6 Si trianguli duo anguli æquales adinuicẽ fuerint, æquales quoque angulos subtendentia latera æqualia adinuicẽ erunt.

THEON ex Zamberto. Sit triangulum α β γ, æquum habens angulum α β γ, angulo α γ β. Dico quod & latus α β, æquũ est lateri α γ. Si enim æquale non est latus α β ipsi lateri α γ, alterũ eorum erit maius. Si maius α β. Et auferatur (per 3 propositionem) ab ipso α β, maiore, ipsi α γ minori lineæ æqualis: sitque illa, δ β. protrahatur linea δ γ, (per 1 postulatum). Igitur quoniam latus δ β est æquale lateri α β, communis uero linea β γ duo igitur δ β, β γ, latera duobus lateribus α γ & γ β sunt æqualia alterum alteri, & angulus δ β γ, angulo α β γ, (per hypothesin).

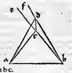
Basis

Basis igitur $\delta\gamma$. (per 4. propositionem) basi $\alpha\epsilon$. est æqualis: & triangulum $\delta\beta\gamma$. (per eandem) triangulo $\alpha\gamma\beta$ æquum erit, minus scilicet maiori, quod est impossibile. Latus igitur $\alpha\beta$. latere $\alpha\gamma$ non est inæquale: æquale igitur. Si trianguli ergo duo anguli æquales adinuicem fuerint: æquales quoque angulos subtendentia latera æqualia ad inuicem erunt: quod fuerat ostendendum.

Eucli. ex Cam. Propositio 7.

Si à duobus punctis aliquam lineã terminantibus, duæ lineę ad punctum unũ concurrentes exierint, ab eisdẽ punctis alias duas lineas singulas suis conterminalibus æquales qui ad alium punctũ concurrant, in eandem partem adduci est impossibile.

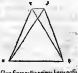
CAMPANVS. Sit linea a b: à cuius extremitatibus a & b, protrahantur duæ lineæ in partem unam quæ concurrant in eodem puncto. Vt sint lineæ a c & b c: quæ cõcurrant in puncto c. Dico quod in eandem partem non protrahentur aliæ duæ ab extremitatibus lineæ a b, quæ cõcurrant ad alium pũctum: ita quod illa quæ egredietur à puncto a sit æqualis a c, & quæ egredietur à pũcto b sit simul æqualis lineæ b c. quod si fuerit possibile, protrahãtur aliæ duæ lineæ in eandem partem, quæ concurrãt in pũcto d, & sit a d æqualis lineæ a c, & simul linea b d æqualis lineæ b c. Aut ergo punctus d cadet intra triangulum a b c: aut extra. nam in alterum laterum non cadet: quia tunc pars esset æqualis suo toti. Si ergo cadat extra, aut altera linearum a d & b d secabit alteram linearum a c & b c, aut neutra neutram. Et secet primo altera alteram, & protrahatur linea c d. Quia ergo trianguli a c d duo latera a c & a d sunt æqualia: erit angulus a c d æqualis angulo a d c (per 5 propositionẽ.) Similiter quia in triangulo b c d duo latera b c & b d sunt æqualia: erunt anguli b c d & b d c per eandem æquales. Et quia angulus b d c est maior angulo a d c, sequitur angulum b c d esse maiorem angulo a c d, partẽ. s. toto, quod est impossibile. Si autẽ d cadat extra triãgulũ a b c, ita quod lineæ se nõ secẽt, protrahã lineam d c & producã, b d & b c sub basi usq; ad e & f. Et quia lineæ a c & a d sũt æquales, erũt anguli a c d & a d c æquales per, 5, similiter quia b c & b d sunt æquales, erunt anguli sub basi qui sunt c d f & e c d, æquales per 2 partem eiusdẽ. Quia ergo angulus e c d minor est angulo a c d: sequitur angulum f d c esse minorem angulo a d c, quod est impossibile. Eodem modo ducetur aduersarius ad inconueniens: si d punctus cadat intra triangulum a b c.



Eucli. Ex Zamb Theorema 4. Propositio 7.

Super eadem recta linea duabus eisdẽ rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non constituentur, ad aliud atq; aliud signum, ad easdem partes, eosdem fines primis rectis lineis possidentes.

THEON ex Zamb. *Si enim est possibile, super eadem recta linea $\alpha\beta$, duabus rectis lineis $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, aliæ duæ rectæ lineæ $\alpha\delta$, $\delta\beta$, æquales altera alteri constituantur ad aliud atq; aliud signum, hoc est, γ & δ, ad easdem partes scilicet $\gamma\delta$, eosdem fines, hoc est, $\alpha\beta$, possidentes, ut, æqualis sit $\gamma\alpha$, ipsi $\delta\alpha$, eundem finem habens, hoc est, α, & $\gamma\beta$, ipsi $\delta\beta$, eundẽ finẽ habens, hoc est, β: cõnectatur $\gamma\delta$ (per 1 postulatum). Quoniam igitur $\alpha\gamma$ æqualis est ipsi $\alpha\delta$: æqualis erit quoq; angulus $\alpha\gamma\delta$, angulo $\alpha\delta\gamma$. Minor igitur est angulus $\gamma\delta$, angulo $\beta\delta\gamma$ multo minor igitur est angulus $\beta\gamma\delta$ angulo $\beta\delta\gamma$. Rursus quoniã $\beta\gamma$, ipsi $\delta\beta$ est æqualis: æquus est igitur & angulus $\beta\gamma\delta$, angulo $\gamma\delta\beta$. Ostẽsum est autẽ quod admodũ minor, quod est impossibile. Super igitur eadẽ recta linea duabus eisdẽ rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non constituentur ad aliud atq; aliud signum, ad easdem partes, eosdem fines rectis primis lineis possidentes, quod demonstrasse oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 8.

8 OMniū duorū triāgulorū quorū duo latera unius duobus lateribus alterius fuerit æqualia, basisq́ unius basi alteri æqualis duos angulos æquis lateribus contentos, æquales esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo triāguli a b c, d e f: sitq́ a c æqualis d f et b c æqualis e f, & a b æqualis d e. Dico ergo q᷑ angulus c est æqualis āgulo f, & angulus a, angulo d, & angulus b angulo e. Superponā basin a b, basi d e quæ cū sint æquales neutra excedit alteram per conuersionem penultimæ conceptionis. Aut ergo punctus c cadet super punctum f: aut nō. Si sic, tunc quia angulus c superpositus est angulo f, & neuter excedit alterū eo quòd a c super d f & b c super e f cadunt, ipsi sunt æquales per eandem conceptionem. Similiter argue reliquos angulos esse æquales. Si autem punctus c non cadat super f: cadat super quemlibet aliū qui sit punctus g. quia e g est æqualis b c, immo eadē: itemq́ quia d g est æqualis a c: erit d g æqualis f, & e g æqualis e f, quod est impossibile per præcedentē.

Eucli. ex Zam. Theorema 5. Propositio 8

8 Si bina triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, & basin quoq; basi æqualē: angulum quoq; angulo suo æqualibus rectis lineis contentum æqualem habebunt.

THEON ex Zamb. Sint bina triangula αβγ, δεζ, duo latera αβ, αγ duobus lateribus δε, δζ, æqualia habentia alterum alteri hoc est αβ ipsi δε & αγ ipsi δζ: habeantq́ basin βγ basi εζ æqualē. Dico quod angulus βαγ angulo εδζ est æqualis. Cōgruente enim triangulo αβγ ipsi triangulo δεζ. & posito quidem β signo, super ε signum & recta linea βγ super εζ. congruit quoq; signū γ ipsi ζ signo, quoniā βγ æqualis est ipsi εζ. Cōgruēte uero βγ ipsi εζ: congruūt quoq; & βα, αγ ipsis εδ, δζ. Si enim basis βγ basi εζ cōgruit, at βα, αγ latera, lateribus εδ, δζ, nō congruent, sed different, sicut εη, ηζ. cōstituentur super eadem recta linea duabus eisdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri, ad aliud & aliud signū ad easdem partes, eosdemq́; fines possidentes. Non constituuntur aūt (per 7 propositionem.) Nō igitur congruente basi βγ basi εζ non cōgruunt quoque & βα, αγ latera ipsis εδ, δζ lateribus, congruunt igitur. Quare & angulus βαγ, angulo εδζ cōgruet & eidem æqualis erit. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, basinq; basi æqualem: angulum quoq; angulo sub æqualibus rectis lineis contentum æqualem habebunt quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 9.

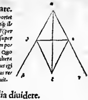
9 DAtum angulum: per æqualia secare.

CAMPANVS. Sit datus angulus quē oportet diuidere angulus a b c. Lineas ipsum cōtinentes quæ sunt a b & b c, ponam æquales, per 3 propositionem, & producā lineam a c: super quā constituam triangulum æquilaterū, a d c per 1 propositionē, & protraham lineā b d. Dico quod ipsa diuidit datum angulū per æqualia. Intelligo duos triangulos a b d & c b d, duo latera a b & b d trianguli a b d sunt æqualia duobus lateribus c b et b d trianguli c b d: & basis a d basi c d. ergo per præcedentem

tem angulus a b d est æqualis angulo c b d;quod oportebat efficere.

Eucli.ex Zamb. Problema 4. Propositio 9.

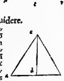
9 Datum angulum rectilineum, bifariam secare.



THEON. ex Zamberto. Sit datus rectilineus angulus β α γ. Oportet ipsum bifariam secare. Suscipiatur super linea α β cõtingens signum, sitq; illud δ. & à linea α γ (per 3 propositionem) auferatur α ε: ipsi α δ æqualis. & (per 1 postulatum connectatur linea δ ε: constituaturq; (per 1 propositionem) super δ ε, triangulum æquilaterum, sitq; illud δ ζ ε, & cõnectatur (per primum postulatum: linea α ζ. Dico quod angulus β α γ: à linea α ζ bifariam secatur Quoniam α δ est æqualis ipsi α γ. cõmunis uero α ζ binæ igitur δ α. α ζ sunt altera alteri æquales. At basis δ ζ. basi ε ζ (per 1 propositionẽ) est æqualis: angulus igitur δ α ζ angulo ζ α ε (per 8 propositionẽ) est æqualis. Datus igitur angulus rectilineus qui sub β α γ, bifariã sectus est à recta linea α ζ, quod fecisse oportuit.

Eucli.ex Camp. Propositio 10.

10 PRoposita recta linea: eam per æqualia diuidere.



CAMPANVS. Sit proposita linea quã oportet diuidere per æqualia: linea a b, super ipsam cõstituam triangulum æquilaterũ a b c, & angulum c diuido per æqualia secundum doctrinã præcedentis, per lineam c d. Dico quòd linea c d: diuidit datam lineã a b per æqualia. Intelligo enim duos triangulos: a c d & b c d, & argumentor sic: duo latera a c & c d trianguli a c d, sunt æqualia duobus lateribus b c & c d triãguli b c d, & angulus cuius angulo c alterius ergo per 4. basis a d, basi b d q d est ꝓpositũ.

Euclidis ex Zamb. Problema 5. Propositio 10.

10 Datam rectam lineam terminatam: bifariam secare.

*THEON. ex Zamberto. Sit data linea terminata α β oportet lineã α β bifariam secare. Constituatur (per 1 propositionem) super ea, triangulum æquilaterum α β γ Et (per 9 propositionem) secetur angulus α γ β bifariam: à recta linea γ δ. Dico quod linea recta α β: bifariam secatur in signo δ Quoniam enim (per 1 propositionem) α γ ipsi γ β est æqualis, communis uero γ δ: duæ igitur α γ. γ δ. duabus β γ. γ δ sunt æquales altera alteri. & angulus α γ δ angulo β γ δ æquus est. basis igitur α δ, (per 4 propositionem) δ β est æqualis. Data igitur recta linea terminata α β, bifariam secta est in signo δ. quod faciendum fuerat.

Eucli.ex Camp. Propositio 11.

11 DAta linea recta, à puncto in ea signato perpendicularem extrahere: duobus quidem angulis æqualibus ac rectis utrinque subnixam.

CAMPANVS. Sit data linea a b in qua sit datus punctus c, à quo oportet perpendicularem extrahere. Faciam ergo per 3 propositionem: lineam b c æqualem lineæ a c. & super totam a b constituo triangulum æquilaterum a b d. & protraho lineam c d. de qua dico quod ipsa est perpendicularis super lineam a b. Intelligo duos triangulos a c d & b c d. & quia duo latera a c & c d, trianguli a c d sunt æqualia duobus lateribus c b & c d, trianguli c b d, & basis a d basi b d: erit per 8 propositionẽ angulus a c d æqualis angulo b c d. quare uterque eorum erit

ea.c.d. rectus, per diffinitionem anguli recti & linea c b perpendicularis super lineam a b, per diffinitionem lineæ perpendicularis. Quod est propositum.

Eucli.ex Zamb. Problema 6. Propositio 11.

11 Data recta linea, à signo in ea dato rectã lineã ad angulos rectos excitare.

THEON ex Zamb. Sit data recta linea α β datũ uero in ea signum sit γ oportet ab ipso signo γ. ipsius rectæ lineæ α β: ad angulos rectos rectã lineam excitare. Suscipiatur in ipsa α γ cõtingens signũ, sitq; illud δ: & ponatur ipsi δ γ. (per 3 propositionem) æqualis linea γ ε, & super δ ε, (per 1 propositionẽ) cõstruatur triangulum æquilaterum

laterum ζ γ, δ & connectatur linea ζ γ. Dico quod datæ rectæ lineæ α β, à dato in ipsa signo quod est γ, ad rectos angulos, ζ γ recta linea excitata est. Quoniam enim δ γ æqualis est ipsi γ ε, communis uero linea γ ζ, duæ igitur δ γ, γ ζ, duabus ε γ, γ ζ altera alteri sunt æquales: & basis δ ζ (per 1 propositionem) basi ε ζ est æqualis. Angulus igitur δ γ ζ, angulo ε γ ζ (per 8. propositionem) est æqualis, & sunt * utrobique. Cum autem recta linea super rectam consistens, * utrobique angulos ad inuicem æquales fecerit, uterque æqualium angulorum rectus est. (per 10 diffinitionem.) Igitur angulus δ γ ζ, & angulus ζ γ ε, sunt recti. Datæ igitur rectæ lineæ α β, à dato in ea signo γ, ad rectos angulos recta linea γ ζ excitata est, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 11.

12 Puncto extra signato, ad datam lineam indefinitæ quantitatis, perpendicularem deducere.

CAMPANVS. Sit a, punctus signatus extra lineā b c, à quo ad ipsam oportet deducere perpendicularem. Protraham ergo lineam b c in utranque partem, quantum libuerit: & super punctum a, describā circulum b c, sic ut secet lineam datam in punctis b, c, & protraham lineas a b & a c, & diuidam angulū b a c per æqualia, per lineam a d, per 9 propositionem. Dico q a d est perpendicularis super lineam b c. Intelligo duos triangulos a b d & a c d, & quia duo latera a b & a d, trianguli a b d, sunt æqualia duobus lateribus a c & a d trianguli a c d, & angulus b a d æqualis angulo c a d; erit per 4 propositionē basis b d æqualis basi d c, & angulus a d b æqualis angulo a d c: quare uterque eorum rectus, & linea a d perpendicularis super lineam b c, per diffinitionem anguli recti & lineæ perpendicularis, quod est propositum. Vel ut in præmissa si mavis idem probabis

Eucli. ex Zamb. Problema 7. Propositio 11.

12 Super datam rectam lineam infinitā, à dato signo quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam deducere.

THEON ex Zamb. Sit data recta linea infinita, sitque illa α β, datum uero signum quod in ea non est, sit γ. Oportet super datam rectam lineam infinitam α β, à dato signo γ quod in ea non est, perpendicularē rectam lineam ducere. Suscipiatur enim in altera parte ipsius α β rectæ lineæ contingens signum, sitque illud δ, & centro quidem γ, interuallo uero γ δ, (per 3 postulatum) circulus describatur ε ζ η. Seceturque (per 10 propositionem) ε η bifariam, in signo θ. & connectantur (per 1 postulatum) rectæ lineæ γ η, γ θ, γ ε. Dico quod super datam rectam lineam infinitā α β, à dato signo quod in ea nō est, uidelicet, γ, perpendicularis ducta est recta linea γ θ. Quoniā ε θ ipsi θ η est æqualis, cōmunis uero θ γ duæ igitur ε θ, θ γ, duabus η θ, θ γ, sunt altera alteri æquales, & basis γ ε, basi γ η (per 1 diffinitionē) est æqualis. Angulus igitur γ θ ε, angulo η θ γ (per 8 propositionē) est æqualis, suntque * utrobique. Cum autem recta linea super rectam consistens lineam, angulos * utrobique adinuicem æquales fecerit, uterque æqualium angulorū rectus erit (per 10 diffinitionem) & superstans recta linea perpendicularis uocitatur. Super datam igitur rectam lineam infinitam α β, à dato signo γ quod in ea non est, perpendicularis ducta est γ θ quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 13.

13 Mnis rectæ lineæ super rectam lineam stantis duo utrobique anguli, aut sunt recti, aut duobus rectis æquales.

CAMPANVS Sit ut linea a b, superstet lineæ c d, quæ si fuerit super eam perpendicularis, faciet duos angulos rectos per conuersionē diffinitionis lineæ perpendicularis. Si autem non fuerit super eam perpēdicularis, à puncto b ducatur b e perpendicularis super c d per 11, eruntque duo anguli e b c & e b d recti per conuersionē dictæ diffinitionis. Quia ergo duo anguli d b a & a b e adæquātur angulo d b e, ipsi cum angulo c b e, erunt æquales duobus rectis: quare tres anguli qui sunt d b a, a b e, & c b e, sunt æquales duobus rectis, sed angulus c b a, est æqualis duobus angulis c b e & e b a, ergo duo anguli c b a & a b d sunt æquales

b 2 duobus

duobus rectis, quod est propositum. Ex quo patet totum spatium quod in qualibet superficie plana punctum quodlibet circumstat, quatuor rectis angulis esse æquale.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 13.

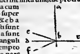
13 Cum recta linea super rectam consistens lineam angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

THEON ex Zamb. Recta enim linea quædam α β, super rectam lineam γ δ consistens, angulos efficiat γ β α & α β δ. Dico quod γ β α & α β δ anguli, aut duo recti sunt, aut duobus rectis æquales. Quod si angulus γ β α, est æqualis angulo α β δ, iam duo recti sunt. At si non excitetur (per 11 propositionem) à dato signo β lineæ γ δ, ad angulos rectos linea β ε, anguli igitur γ β ε, ε β δ, (per 10 diffinitionē) sunt recti. At quoniā angulus γ β ε, duobus γ β α, α β ε angulis est æqualis, cōmunis ponatur angulus ε β δ: igitur anguli γ β ε, ε β δ, tribus angulis, hoc est γ β α, α β ε, ε β δ, sunt æquales. Rursus quoniā angulus δ β α duobus angulis δ β ε, ε β α est æqualis, cōmunis ponatur angulus α β γ. Igitur anguli δ β α, α β γ, tribus angulis δ β ε, ε β α, α β γ sunt æquales. Ostensum est autem quod anguli γ β ε, ε β δ, eisdem tribus sunt æquales: quæ autem eidem sunt æqualia, (per 1 cōmunem sententiam) & sibi inuicem sunt æqualia: anguli igitur γ β ε, ε β δ, angulis δ β α, α β γ sunt æquales. At anguli γ β ε, ε β δ sunt duo recti, & anguli igitur δ β α, α β γ, duobus rectis sunt æquales. Cum igitur recta linea super rectam consistens lineam, angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet, quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 Si duæ lineæ à puncto unius lineæ in diuersas partes exierint, duosq; circa se angulos rectos, aut duobus rectis æquales fecerint, illæ duæ lineæ sibi directe coniunctæ sunt, & linea una.

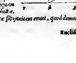
CAMPANVS. Sit ut à puncto b lineæ a b, exeant duæ lineæ in oppositas partes, quæ sint b c & b d, & faciant duos angulos qui sint c b a & d b a, æquales duobus rectis: tunc dico quod duæ lineæ c b & d b, sunt sibi inuicem directe cōiunctæ & linea una. Hæc est quasi conuersa prioris. Quod si non fuerint linea una, tūc protrahatur c b in continuū & directū, quæ quia non est linea una cum d b, transibit super eam ut b e, aut sub ea ut b f. Quia ergo super lineā rectam quæ est c b e, cadit linea a b, erūt anguli c b a & e b a æquales duobus rectis per præcedentē, & quia omnes recti sunt adinuicē æquales per 3 petitionē, anguli quoq; c b a & d b a sunt æquales duobus angulis rectis per hypothesin, erūt duo anguli c b a & e b a æquales duobus angulis c b a & d b a: ergo dempto cōmuni angulo c b a, erit angulus e b a æqualis āgulo d b a, pars toti, q̄d est impossibile. Similiter linea c b protracta, probabis angulū d b a esse æqualem angulo f b a, si forte diceret aduersarius lineam c b protractam cadere infra b d.



Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 14.

14 Si ad aliquam rectam lineam adq; in ea signum duæ rectæ lineæ non ad easdē partes ductæ, * utrobiq; duobus rectis angulos æquales fecerint, ipsis
ipsæ in directum rectæ lineæ adinuicem erunt.

THEON ex Zamb. Ad aliquam enim rectam lineam α β, signumq; in ea β, duæ rectæ lineæ β γ β δ non ad easdem partes ductæ, * utrobiq; angulos α β γ, α β δ duobus rectis æquos efficiant. Dico quod ipsi γ β, recta li- ipsis
nea β δ in directum est constituta. Si enim ipsi γ β recta linea β δ non est in directum, sit ipsi γ β recta linea β ε in directum constituta. Quoniam igitur recta linea α β super rectam lineam γ β ε stetit, anguli igitur α β γ, α β ε duobus rectis sunt æquales (per 13 propositionē.) At anguli α β γ & α β δ, duobus rectis sunt æquales: anguli ergo γ β α, α β ε, angulis γ β α, α β δ sunt æquales. Communis auferatur angulus α β γ, reliquus igitur angulus α β ε, reliquo angulo α β δ est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Linea igitur β ε ipsi β γ in directum minime est. Similiter quoq; ostendemus, quod nec aliqua præter lineam β δ. In directum igitur est ipsi γ β, linea β δ. Si ad aliquam igitur rectam lineam, ad signumq; eius duæ rectæ lineæ non ad easdem partes ductæ, utrobique angulos duobus rectis æquales fecerint, in directum ipsæ rectæ lineæ sibinuicem erunt, quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 15.

15 OMnium duarū linearū se inuicē secantiū, omnes anguli cōtra se positi sunt æquales. Vnde manifestū est, cum duæ lineæ rectæ se inuicem secāt, quatuor qui fiunt angulos, quatuor rectis esse æquales.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, se inuicē secantes in puncto e: dico q angulus d e b est æqualis angulo a e c, & angulus b e c est æqualis angulo a e d. Erūt enim per 13 duo anguli a e c & c e b æquales duob. rectis, itēq duo anguli c e b & d e b æquales duobus rectis per eandem, quare duo primi sunt æquales duobus postremis, eo q omnes recti sunt adinuicē æquales per 4 petitionē, dempto ergo cōmuni angulo qui est c e b, erit angulus a e c æqualis angulo d e b. Eodem modo probabitur, angulū c e b esse æqualē angulo a e d, quod est propositū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 15.

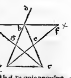
15 Si duæ rectę lineę se adinuicē secuerint, angulos qui circa uerticē sunt æquos adinuicē efficient.

THEON ex Zamb. Duæ rectæ lineæ α β & γ δ, se inuicem secent in signo ε. Dico quod angulus α ε γ, æqualis est angulo δ ε β. Quoniā enim recta linea α ε super rectā lineā γ δ stetit, angulos efficiēs γ ε α & α ε δ, igitur anguli γ α ε, α ε δ, duobus rectis sunt æquales (per 13 propositionē.) Rursus quoniā recta linea δ ε super rectā lineam α β stetit, angulos efficiens α ε δ, δ ε β, igitur anguli α ε δ, δ ε β, duobus rectis sunt æqualer (per eandem 13 propositionē.) Ostensum autē est, quod anguli γ ε α, α ε δ, duobus rectis sunt æquales: anguli igitur γ ε α, α ε δ, angulis α ε δ, δ ε β, sunt æquales. Cōmunis auferatur α ε δ, reliquus igitur angulus γ ε α, reliquo angulo δ ε β, est æqualis. Similiterq; ostendetur quod & anguli γ ε β, δ ε α, sunt æquales. Si duæ igitur rectæ lineæ se adinuicē secuerint, angulos qui circa uerticē sunt, adinuicē æquales efficient, quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 16.

15 SI quodlibet laterū trianguli directe protrahatur, faciet angulū extrinsecū utroq; angulo trianguli sibi intrinsecus opposito maiorē.

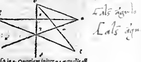
CAMPANVS. Sit ut trianguli a b c, latus a b protrahatur usq; ad d, dico q angulus d b c, maior est utroq; duorū angulorū intrinsecorū sibi oppositorum, qui sunt b a c & b c a. Diuidam enim per 10 propositionē, lineam c b per æqualia in puncto e, & protrahā a e usq; ad f, ita ut e f fiat æqualis a e, & protrahā lineam f b. Intelligo duos triangulos, c e a & b e f, & quia duo latera a e & e c trianguli a e c sunt æqualia duobus lateribus f e & e b trianguli f e b, & angulus e unius est æqualis angulo e alterius per præmissam quia sunt anguli cōtra se positi, erit per 4 propositionē angulus e c a, æqualis angulo e b f, & ideo angulus e b d, maior erit angulo b c a. Similiter quoq; probabitur q̄d est maior angulo c a b. Nam diuidam a b per æqualia in puncto g, per 10 propositionē: & protrahā lineam g h, æqualē lineæ c g per 3 propositionē, postea protrahā h b, eruntq; duorū triangulorū qui sunt a g c & b g h, duo latera a g & g c primi, æqualia duobus lateribus b g & b h secundi, & angulus g unius, angulo g alterius per 15: ergo per 4 angulus g c a, est æqualis angulo g b h, quare per 15 & angulo f b d. Et quia angulus c b d est maior angulo f b d, erit etiam maior angulo b a c, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 16.

15 Omnis trianguli uno latere producto, exterior angulus utroq; interiore & ex opposito, maior est.

THEON. ex Zamb. Sit triangulū α β γ, & producatur ipsius latus unū, sitq; illud β γ usq; in δ. Dico quod exterior angulus α γ δ, maior est utroq; interiore & ex opposito cōstituto, hoc est angulo γ β α & β α γ. Secetur linea α γ bifariā (per 10 propositionē) in signo ε, & protracta linea β ε (per 2 postulatū) extendatur in signū ζ: collocetur'q; ipsi β ε (per 2 propositionē) æqualis linea ε ζ, & cōnectatur (per 1 postulatū) ζ γ & extendatur (per 2 postulatū) linea α γ usq; in η. Quoniam igitur α ε æqualis est ipsi ε γ, & β ε ipsi ε ζ, duæ igitur α ε & ε β, duabus γ ε & ε ζ sunt æquales altera alteri, & angulus α ε β (per 15 propositionem)



ts angulg
gac

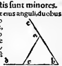
Cals angulo f
Cals angulo f

tionẽ) angulo $\zeta\iota\gamma$ est æqualis, circa uerticem enim. Basis igitur $\alpha\beta$, basi $\zeta\gamma$ (per 4 propositionẽ) est æqualis. & triangulũ $\alpha\beta\iota$, triangulo $\zeta\iota\gamma$ est æquale. & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri sunt æquales, sub quibus æqualia lateraq; subtendũtur. Angulus igitur $\beta\alpha\iota$, angulo $\iota\gamma\zeta$ est æqualis. At angulus $\iota\gamma\delta$, angulo $\iota\gamma\zeta$ maior est. maior igitur est angulus $\alpha\gamma\delta$, angulo $\beta\alpha\iota$. Similiter quoq; si secetur bifariã linea $\beta\gamma$, ostendetur & angulus $\beta\gamma\eta$, hoc est $\alpha\gamma\delta$, maior angulo $\alpha\beta\gamma$. Omnis igitur triãguli uno latere producto, exterior angulus utroq; interiore & ex opposito maior est, quod fuerat ostendendũ.

Eucli. ex Camp. Propositio 17.

17 Omnis trianguli duo quilibet anguli, duobus rectis sunt minores.

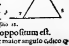
CAMPANVS. Sit triãgulus a b c, dico quod duo quilibet eius anguli, duobus rectis sunt minores, ꝓtrahatur enim unũ latus eius, ut b c, usq; ad d, eritq; per præcedentẽ, angulus c extrinsecus, maior a & maior b, sed c extrinsecus cũ c intrinseco, est æqualis duobus rectis per 13, ergo anguli b & c intrinseci, siue anguli a & c intrinseci, sunt minores duob. rectis. Similiter si ꝓtrahatur latus b a, probabitur quod duo anguli a & b sunt minores duobus rectis, quod est propositũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 17.

17 Omnis triãguli duo anguli duob. rectis sunt minores, omnifariã sumpti.

THEON ex Zamb. Sit triangulũ $\alpha\beta\gamma$. dico quod ipsius $\alpha\beta\gamma$ trianguli duo anguli, duobus rectis omnifariã sumpti, sunt minores. Producatur e im (per 2 postulatũ) $\beta\gamma$, usq; in δ. Et quoniam trianguli $\alpha\beta\gamma$ (per præcedentẽ) exterior angulus qui est $\alpha\gamma\delta$, maior est angulo $\alpha\beta\gamma$, interiore & ex aduerso cõmunis admittatur angulus $\alpha\gamma\epsilon$. Anguli igitur $\alpha\gamma\delta$, $\alpha\gamma\epsilon$, angulis $\alpha\beta\gamma$, $\beta\gamma\alpha$ sunt maiores, sed anguli $\alpha\gamma\delta$, $\alpha\gamma\beta$ (per 13 propositionẽ) duobus rectis sunt æquales: anguli igitur $\alpha\beta\gamma$, $\beta\gamma\alpha$, duobus rectis sunt minores. Similiter quoq; ostendemus quod anguli $\beta\alpha\gamma$, $\alpha\gamma\beta$, duobus rectis sunt minores. & etiam anguli $\alpha\gamma\beta$, $\alpha\beta\gamma$. Omnis igitur trianguli duo anguli duobus rectis sunt minores, quomodocũq; assumpti. Quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 18.

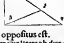
18 Omnis trianguli longius latus, maiori angulo oppositum est.

CAMPANVS. Sit ut in triãgulo a b c, angulus a sit maior angulo c, dico quod latus c b, maius erit latere a b. Si enim sit æquale, erit per 5 angulus a æqualis angulo c, quod est contra hypothesin. Si autẽ a b sit maius resecetur ad æqualitatẽ a b, per 3, sitq; d b æquale c b, erit ergo per 5, angulus d c b, æqualis angulo b d c, sed b d c est maior angulo b a c per 16, ergo b c d, est maior b a c, quare multo fortius maior angulo a c b, pars toto, quod est impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 18.

18 Omnis trianguli maius latus, maiori angulo subtenditur.

THEON ex Zamb. Sit enim triangulũ $\alpha\beta\gamma$, habens latus $\alpha\gamma$, maius latere $\alpha\beta$. Dico quod & angulus $\alpha\beta\gamma$, angulo $\beta\gamma\alpha$ maior est. Quoniã $\alpha\gamma$ maius est $\alpha\beta$, ponatur ipsi $\alpha\beta$ (per 3 propositionẽ) æqualis linea $\alpha\delta$, & connectatur (per 1 postulatũ) linea $\beta\delta$. Et quoniã trianguli $\beta\delta\gamma$ angulus exterior $\alpha\delta\beta$ (per 16 propositionẽ) maior est interiore & opposito angulo $\delta\gamma\beta$, æqualis autẽ est (per 5 propositionẽ) angulus $\alpha\delta\beta$ angulo $\alpha\beta\delta$, quoniã latus $\alpha\beta$ ipsi $\alpha\delta$ est æquale, maior est igitur angulus $\alpha\beta\delta$ angulo $\alpha\gamma\beta$. multo maior est igitur angulus $\alpha\beta\gamma$ angulo $\alpha\gamma\beta$. Omnis igitur triãguli maius latus, maiori subtẽditur angulo. Quod oportuit demõstrasse.



Eucli. ex Camp. Propositio 19.

19 Omnis trianguli maior angulus, longiori lateri oppositus est.

CAMPANVS. Sit ut in triangulo a b c, latus b c sit maius latere a b, dico quod angulus a, erit maior angulo c. Hæc est cõuersa præcedentis. Si enim sit æqualis, tunc per 6, latus a b est æquale lateri b c, quod est contra hypothesin. Si autẽ c sit maior, tunc per præcedentẽ, latus a b est maius latere b c, quod est cõtra hypothesin. Quare astruitur propositũ.

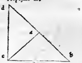
Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 19.

19 Omnis trianguli sub maiorem angulum, maius latus subtenditur.

THEON ex Zamb. Sit triangulũ $\alpha\beta\gamma$, maiorem habens angulum $\alpha\beta\gamma$ angulo $\beta\gamma\alpha$. Dico quod latus $\alpha\gamma$, maius est latere $\alpha\beta$. Si autẽ non, aut est æquale latus $\alpha\gamma$ lateri $\alpha\beta$, aut eo minus. æquale quidem minime est latus $\alpha\gamma$, ipsi $\alpha\beta$: æqualis namq; esset (per 5 propositionẽ) angulus $\alpha\beta\gamma$, angulo $\alpha\gamma\beta$, non est autẽ. latus igitur $\alpha\gamma$, lateri $\alpha\beta$ minime est æquale. At latus $\alpha\gamma$, latere $\alpha\beta$ minus non est, nam angulus $\alpha\beta\gamma$, angulo $\alpha\gamma\beta$ minor esset, at non est. latus igitur

αγ latere αβ minus minime est. Maius igitur est latus αγ, latere αβ. Omnis igitur trianguli maior angulus à maiore latere subtenditur. Quod demonstrasse oportuit. Eucli. ex Camp. Propositio 20.

20 Omnis triãguli duo quælibet latera simul iuncta, reliquo sunt longiora.



CAMPANVS. Sit triãgulus a b c, dico q duo latera a b & a c, sunt lõgiora latere b c. Protrahatur linea b a usq ad d, ita ut a d sit æqualis a c, & ꝑtrahatur c d, per 5 propositionẽ erit angulus a c d, æqualis angulo d, quare angulus b c d est maior ãgulo d, ergo per 18 latus b d, est maius latere b c, sed b d, est æquale a b & a c, quare b a & a c simul iuncta, sunt maiora b c. Eucli ex Zamb. Theorema 13. Propositio 20.

20 Omnis triãguli duo latera, reliquo sunt maiora quomodocũq assumpta.

THEON ex Zamb. Sit triangulũ αβγ. Aio ipsius αβγ trianguli bina latera, reliquo esse maiora quomodocunq; suscepta, hoc est βα, αγ, ipso βγ & αβ, βγ, ipso αγ & βγ, γα ipso αβ. Producatur nanq; (per 2 postulatũ) βα ad δ signum & ponatur (per 2 propositionẽ) ipsi αγ æqualis αδ, connectaturq; δγ. Quoniã igitur δα ipsi αγ est æquale, angulus igitur αδγ (per 5 propositionẽ) angulo αγδ est æqualis. Sed angulus βγδ, angulo αγδ maior est: igitur angulus βγδ, angulo αδγ maior est. Et quoniã triangulũ est δγβ, maiorem habens angulum βγδ angulo αδγ, atq; maiorem angulũ maius latus subtendit (per 18 propositionem) ergo δβ ipso βγ maius est. Aequale autem est δβ ipsis αβ, αγ: maiora igitur sunt latera βα & αγ, latere βγ, æquale autem est δα ipsi αγ. maiora igitur sunt latera βα, αγ ipso βγ. Similiter uero demõstrabimus quod etiam latera αβ & βγ, ipso γα sunt maiora. Sed βγ, γα, ipso αβ. Omnis igitur triãguli bina latera, reliquo maiora sunt, quoquo modo assumpta, quod demonstrasse oportuit. Eucli. ex Camp. Propositio 21.

21 SI de duobus punctis terminalibus unius lateris trianguli duæ lineæ exeuntes, intra triangulum ipsum ad punctum unum conueniant, eædem duabus quidem reliquis trianguli lineis breuiores erunt, & maiorem angulum continebunt.

CAMPANVS. Sit ut in triãgulo a b c, ab extremitatibus lateris b c concurrant duæ lineæ b d & c d, ad punctum d, intra triangulum a b c. Dico q ipsæ lineæ b d & c d simul iunctæ, sunt breuiores duabus lineis a b & a c simul iunctis, & quod angulus d est maior angulo a. Protrahã enim b d, usquequo secet latus a c in puncto e, eruntq per 20 propositionẽ b a & a e simul iunctæ, maiores b e, ergo b a & a c, sunt maiores b e & e c. At uero d e & e c simul iunctæ, per eandem sunt maiores d c, quare b e & e c sunt maiores b d & d c, & quia b a & a c sunt maiores b e & e c, ut probatũ est prius, erunt multo fortius b a & a c maiores b d & d c, quod est 1 propositũ. At quoniã angulus b d c est maior angulo d e c per 16 propositionẽ, & angulus d e c est maior angulo c a b per eandem, erit angulus b d c multo fortius maior angulo b a c, quod est 2 propositũ. Eucli ex Zamb. Theorema 14. Propositio 21.

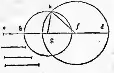
1 Si inequalibus 2 equalia addas idem commune que manet, erit inequa

21 Si trianguli à limitibus unius lateris binæ rectæ lineæ introrsum constituantur, quæ constituuntur, reliquis trianguli binis lateribus minores quidem erunt, maiorem uero angulum continebunt.

THEON ex Zamb. Trianguli enim αβγ super latere βγ, à terminis ipsius βγ, duæ rectæ lineæ interius constituãtur βδ & γδ. Dico quod βδ & γδ, reliquis trianguli lateribus βα & αγ sunt minores, angulum uero βδγ maiorem, ipso αβγ comprehendunt. Producatur enim (per 2 postulatum) linea βδ ad ε. Et (per 20 propositionem) quoniam omnis trianguli bina latera reliquo sunt maiora trianguli αβε (per 20 propositionẽ) duo latera αβ & αε ipso βε sunt maiora. Cõmunis ponatur linea εγ, lineæ igitur βα & αγ, lineis βε & εγ sunt maiores. Rursus quoniam (per eandem) trianguli γεδ bina latera γε & εδ ipso δγ sunt maiora, cõmunis ponatur δβ, lineæ igitur γε & εβ, lineis γδ & δβ sunt maiores. Sed ostensum est quod βα & αγ, sunt maiores ipsis βε & εγ, longe igitur maiores sunt βα & αγ lineæ, ipsis βδ & δγ. Rursus quoniã (per 16 propositionẽ) omnis trianguli exterior angulus interiore & opposito maior est, trianguli ergo γδε, angulus βδγ exterior, maior est angulo γεδ, quare & trianguli αβε, angulus γεβ exterior, maior est *angulo β α γ. Sed ostensum est quod angulus β δ γ, eo qui sub γ ε ε, est maior: longe igitur maior est angulus β δ γ, angulo β α γ. Si trianguli ergo à limitibus unius lateris binæ rectæ lineæ introrsum constituantur, quæ constituentur, reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem erunt, maiorē uero angulum continebunt, quod ostendere oportuit.*

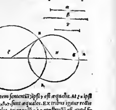
Eucli. ex Camp. Propositio 22.

22 PRopositis tribus lineis rectis quarū duæ quælibet simul iunctæ reliqua sint longiores, de tribus alijs lineis illis æqualibus triangulū constituere. CAMPANVS. Sint tres lineæ rectæ propositæ a, b, c, & sint quælibet duæ simul iunctæ longiores reliqua, aliter enī ex illis tribus datis æqualibus, triangulus non posset constitui, per 20 propositionē. Cum ergo ex illis tribus prædictis uolo cōstituere triangulū, sumo lineam rectam quæ sit d e, cui nō pono à parte e determinatū finē, dē qua sumo per 3 propositionē, d f æqualem a & f g æqualē b, & g h æqualē c, factoq; puncto f, centro, describo secūdum quantitatē lineæ f d, circulum d k, itemq; facto g, centro, describo secundū quantitatē lineæ g h, circulū k h, qui circuli intersecabūt se in duobus punctis, quorū unum sit k: alioquin sequeretur, unam dictarum linearū esse æqualē alijs duabus iunctis, aut maiorē eis, quod est contrariū positioni. Duco ergo lineā k f & k g, eritq; triangulus k f g, constitutus ex tribus lineis æqualibus datis lineis a, b, c, sunt enim f d & f k æquales, quoniā sunt à centro ad circūferentiā, quare f k, est æqualis a. Similiterq; g h & g k sunt æquales, quia exeunt à centro ad circūferentiā, quare g k, est æqualis c, & quia g f sumpta fuit æqualis b, patet propositū manifeste.



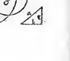
Eucli. ex Zamb. Problema 8. Propositio 22.

22 Ex tribus rectis lineis quæ sunt tribus datis rectis lineis æquales, triangulū construere. Oportet autē duas lineas reliqua esse maiores quomodocūq; assumptas, quoniā omnis trianguli bina latera quomodocunq; assumpta, reliquo sunt maiora. THEON ex Zamb. *Sint datæ tres rectæ lineæ α, β, γ, quarū duæ reliqua sint maiores quomodocunq; assumptæ, hoc est α, β, ipsa γ, & α, γ, ipsa β, & β, γ, ipsa α. oportet iam ex tribus lineis rectis, ipsis α, β, γ æqualibus, triangulū cōstruere. Proponatur recta linea finita quidem ex parte δ, infinita uero ex parte ε, ponaturq; (per 3 propositionē) ipsi α æqualis linea δ ζ, ipsi uero β, linea ζ η, ipsi uero γ, linea η θ. Et centro quidem ζ, spatio uero ζ δ (per 3 postulatū) circulus describatur δ κ λ: rursus centro quidem η, spatio uero η θ (per idem) circulus describatur κ λ θ, & cōnectantur (per 1 postulatū) κ ζ & κ η. Dico quod ex tribus rectis lineis æqualibus ipsis α, β, γ, triangulū κ ζ η constitutū est. Quoniā enim ζ signū, centrū est circuli δ κ λ, æqualis est (per 15 diffinitionē) ζ δ ipsi ζ κ. Sed α, ipsi ζ δ est æqualis, & κ ζ igitur (per 1 cōmunem sententiā) est ipsi α æqualis. Rursus quoniā η signū, centrū est circuli λ κ θ, æqualis est (per eandem diffinitionē) η κ ipsi η θ, sed γ ipsi η θ est æqualis, & κ η igitur (per 1 cōmunem sententiā) ipsi γ est æqualis. At ζ η ipsi β est æqualis (per hypothesin) tres igitur rectæ lineæ κ ζ, ζ η, η κ, ipsis tribus α, β, γ, sunt æquales. Ex tribus igitur rectis lineis, hoc est κ ζ, ζ η, η κ, quæ tribus datis rectis lineis, hoc est α, β, γ, sunt æquales, triangulū κ ζ η constructū est, quod fecisse oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 23.

23 DAta recta linea, super terminum eius, cuilibet angulo proposito æquum angulum designare. CAMPANVS. Sit data linea f e, quæ est in superiori figura, & sint lineæ b, a, continentes angulū datum, cui subtendam basin c. Super punctum f lineæ e f, iubere m facere æqualem angulum angulo dato. Ad lineam e f adiungo f d æqualem lineæ a, & ex f e sumo f g æqualem b, & ex g e sumo g h æqualē c, & super puncta f & g describo duos circulos d k & k h secundum quantitatem

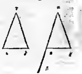


tatem duarum linearũ f d & g h, interſecantes ſe in puncto k ſicut docuit præcedens, ductiſq́; lineis k f & k g, erunt æqualia duo latera k f & f g trianguli k g duobus lateribus a & b trianguli a b c, & baſis g k æqualis baſi c: ergo per 8 angulus k f g, æqualis erit angulo contento ſub a & b, quod eſt propoſitum.

Euclidis ex Zamb. *Problema 9.* *Propoſitio 23.*

23 **Ad datam rectam lineam, ad datumq́; in ea ſignum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum conſtituere.**

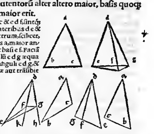
THEON ex Zamb. *Sit data recta linea α β, datumq́; in ea ſignum ſit α: datus autem angulus rectilineus, ſit δ γ ε. Oportet ad datam rectam lineam α β, ad datumq́; in ea ſignum α, dato angulo rectilineo δ γ ε, æqualem angulum rectilineum collocare. Sint in utriſq; lineis δ γ δ & γ ε, contingentia ſigna ſintq́; illa δ ε, & connectatur (per 1 poſtulatum) δ ε. Et ex tribus rectis lineis α ζ, ζ η, η α, quæ tribus datis rectis lineis, hoc eſt γ δ, δ ε, γ ε, ſunt æquales, (per præcedentem) triangulũ conſtruatur, ſitq́; illud α ζ η. Ita ut linea γ δ æqualis ſit α ζ, & γ ε ipſi α η, & inſuper δ ε ipſi ζ η. Et quoniã duæ lineæ δ γ & γ ε duabus lineis, hoc eſt ζ α & α η ſint æquales altera alteri, & baſis δ ε (per hypotheſin) baſi ζ η, angulus igitur δ γ ε, angulo ζ α η (per 8 propoſitionem) eſt æqualis. Ad datam igitur rectam lineam α β, ad datumq́; in ea ſignum α, dato angulo rectilineo δ γ ε, æqualis angulus rectilineus ζ α η collocatus eſt. Quod fecisse oportuit.*



Eucli. ex Camp. *Propoſitio 24.*

24 **OMnium duorum triangulorũ quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, ſi fuerit angulorum ſub illis æquis lateribus contentorũ alter altero maior, baſis quoq; eiuſdem, baſi alterius maior erit.**

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & e d f, ſintq́; duo latera a b & a c, æqualia duobus lateribus d e & d f & unumquodq; ſuo correlatiuo, dextrum, ſcilicet, dextro, ſiniſtrumq́; ſiniſtro, ſitq́; angulus a, maior angulo d dato. Dico q̃ baſis b c, maior erit baſi e f. Faciã enim iuxta doctrinã præcedentis, angulũ e d g æqualem angulo a, eritq́; angulus e d f, pars anguli e d g, & ponam d g æqualẽ a c, protrahã e g, quæ aut trãſibit ſupra e f, ut ſecet lineã d f, aut ſuper e f, ut ſit ſecum linea una, aut infra. Tranſeat ergo primo ſupra. Et quia a b & a c latera trianguli a b c ſunt æqualia e d & d g lateribus trianguli e d g, & angulus a angulo d totali, erit per 4 propoſitionem, baſis b c æqualis baſi e g. At uero quia d g & d f ſunt æquales (nam utraq; eſt æqualis a c) erit per 5 propoſitionẽ angulus d f g æqualis angulo d g f, quare d f g, maior erit f g e, ergo e f g multo fortius maior eſt eodem f g e: ergo per 18 propoſitionẽ latus e g maius eſt latere e f, quare & b c maior eſt e f, quod eſt propoſitũ. Si uero e g tranſeat ſuper e f & ſit ſecum linea una, tunc e f erit pars e g, per ultimã ergo conceptionẽ patet propoſitũ. Si uero e g tranſeat infra e f, protrahãtur duæ lineæ d f & d g quæ ſunt æquales ut probatũ eſt, uſq; ad k & ad h: fientq́; per ſecũdam partẽ 5 propoſitionis ſub baſi f g, anguli k f g & f g h æquales: quare angulus e f g maior erit angulo f g e: ergo per 18 propoſitionẽ latus e g maius eſt latere e f, quare b c maior eſt e f, quod eſt propoſitũ. Iſtud ultimũ membrũ poſſet etiam probari per 21 propoſitionẽ: per ipſam enim erunt in diſpoſitione tertia duæ lineæ d g & e g, maiores duabus lineis d f & f e, & quia d g eſt æqualis d f, propter hoc quod ambæ ſunt æquales a c, erit e g maior ẽ f, quare & b c maior e f, quod eſt propoſitũ. Melius tamen eſt demonſtrare priori modo ut in omni diſpoſitione arguatur per quintam.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propoſitio 24.*

24 **Si bina triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum**

terum alteri, angulum uero angulo maiorem sub æquis rectis lineis contentum, basin quoq; basi maiorem habebunt.

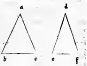
THEON ex Zamberto. Sint bina triangula αβγ, δεζ, duo latera, hoc est αβ, αγ, duobus lateribus; hoc est δε, δζ, æqualia habentia, alterum alteri, hoc est latus αβ lateri δε, & latus αγ lateri δζ: angulus uero qui sub βαγ, angulo εδζ esto maior. Dico quod & basis βγ, basi εζ maior est. Quoniam enim angulus βαγ maior est angulo εδζ, collocetur (per 23 propositionem) ad rectam lineam δε, ad datumq; in ea signum δ, dato angulo βαγ æquus angulus εδη. Et ponatur alterutri, hoc est lineæ αγ uel δζ, æqualis ipsa δη: & connectantur (per 1 postulatum) ηε & ζη. Quoniam igitur αβ æqualis est ipsi δε, & αγ ipsi δη, binæ lineæ βα & αγ duabus lineis εδ & δη sunt æquales altera alteri, & angulus βαγ (per 23 propositionem) angulo εδη est æqualis: basis igitur βγ, (per 4 propositionē) basi εη est æqualis. Rursus quoniam æqualis est δη ipsi δζ: angulus igitur δηζ, angulo δζη est æqualis. Angulus igitur δζη, angulo εηζ maior est: longe maior igitur est angulus εζη, angulo εηζ. At quoniam triangulum est εζη habens angulum εζη maiorem angulo εηζ, maiorem autem angulum (per 18 propositionē) latus maius subtendit: maius igitur est latus εη latere εζ.

Aequale autē est latus εη, lateri βγ. latus igitur βγ, maius est latere εζ. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, & quæ sequuntur reliqua ut in propositione, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 25.

25 Omnium duorum triangulorū quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, basis uero unius basi alterius fuerit maior, erit quoq; angulus trianguli maioris basis illis æquis lateribus contentus, angulo alterius se respiciente maior.

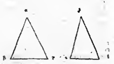
CAMPANVS. Sint duo triāguli a b c, d e f: sintq; duo latera a b & a c primi, æqualia duobus lateribus d e & d f secundi, unūquodq; suo correlatiuo: sitq; basis b c, maior basi e f: dico q̄d angulus a, maior erit angulo d. Hæc est cōuersa præcedentis. Aequalis quidem non erit. Sic enim esset per 4 basis, b c æqualis basi e f: quod est cōtra hypothesin. Sed nec minor, q̄a sic esset d maior: & ita per præcedentē basis e f, erit maior basi b c, q̄d est contrariū positioni, quare maior erit. Sicq; propositū astruitur.



Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 25.

25 Si duo triangula duo latera duobus lateribus alterū alteri æqualia habuerint, basin uero basi maiorem, angulum quoq; sub æqualibus rectis lineis contentum, angulo maiorem habebunt.

THEON ex Zamb. Sint duo triangula βγα, δεζ, duo latera hoc est αβ, & αγ, duobus lateribus, hoc est δε & δζ æqualia habentia alterum alteri, αβ, scilicet, ipsi δε, & αγ ipsi δζ. basis autem βγ, basi εζ maior esto: dico quod angulus βαγ, maior est angulo εδζ. Si autem non, aut ei est æqualis, aut eo minor. Aequalis autem nō est angulus βαγ, angulo εδζ: si enim æqualis esset, basis quoq; βγ (per 4 propositionē) basi εζ esset æqualis. at non est: angulus igitur βαγ, angulo εδζ æqualis minime est. Neq; etiam minor est angulus βαγ eo qui sub εδζ: nam β basis γ, basi εζ minor esset: at non est, minor igitur non est angulus βαγ, eo qui sub εδζ: ostensum autem est quod neq; æqualis: maior igitur est angulus βαγ, angulo εδζ. Si bina igitur triangula, duo latera duobus lateribus, & quæ sequuntur reliqua, ut theoremate Quod ostendere oportuit.

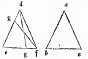


Eucli. ex Camp. Propositio 26.

26 Omnium duorum triangulorum quorum duo anguli unius duobus angulis alterius & uterque se respicienti æquales fuerint, latus quoque unius lateri alterius æquale, fueritq; latus illud

illud aut inter duos angulos æquales, aut uni eorum oppositum, erunt quoque duo unius reliqua latera duobus reliquis alterius trianguli lateribus, unumquodq; se respicienti æqualia, angulusq; reliquus unius angulo reliquo alterius æqualis.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f, sitq; angulus b, æqualis angulo e, & angulus c, æqualis angulo f, sitq; latus b c æquale lateri e f, aut alterum duorum laterum a b & a c, æquale alteri duorum laterum d e & d, fita quod a b sit æquale d e, aut a c, d f. Dico quod reliqua duo latera unius, erunt æqualia reliquis duobus lateribus alterius, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis, angulus, uidelicet, a angulo d. Ponam ergo primo ut latus b c, super quod iacent anguli b, c, sit æquale lateri e f, super quod iacent anguli e, f, qui positi sunt æquales angulis b, c. Tunc dico, q̃d latus a b est æquale lateri d e, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus a b non sit æquale lateri d e, alterum erit maius: sit ergo maius d e, quod resecabo ad æqualitatem a b, sitq; g e æquale a b. Producam lineam g f, eritq; per 4 propositionem angulus g f e, æqualis angulo a c b, quare & angulo d f e, pars toti, quod est impossibile. Erit ergo d e, æquale a b, ergo per 4, d f æquale a c, & angulus d æqualis angulo a: quod est primũ membrum diuisionis propositæ. Sint rursus ut prius, duo anguli b & c, æquales duobus angulis e & f: sitq; latus a b quod opponitur angulo c, æquale lateri d e quod opponitur angulo f, cui positus est æqualis angulus c. Dico, q̃d latus b c erit æquale lateri e f, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus e f non fuerit æquale lateri b c, erit alterum maius: sit ergo e f, maius: ponatur itaq; e g æquale b c, producam lineam d g: eritq; per 4 propositionem angulus d g e, æqualis angulo a c b: quare & angulo d f e, extrinsecus, uidelicet, intrinseco, quod est impossibile per 16 propositionem. Erit ergo e f æquale b c: ergo per 4 propositionem, latus d f æquale lateri a c, & angulus d totalis angulo a: quod est secundum membrum diuisionis propositæ. Quare totum manifeste patet.



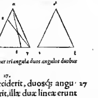
Eucli. Ex Zamb. *Theorema 17.* *Propositio 26.*

26 **Si bina triangula duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint, unumq; latus uni lateri æquale, aut quod æquis adiacet angulis, aut quod ab uno æqualium angulorum subtenditur, reliqua quoq; latera reliquis lateribus æqualia alterum alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.**

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ: duos angulos, hoc est, α β γ & β γ α æquales habentia duobus angulis, hoc est δ ε ζ & ε ζ δ, alterum alteri, hoc est angulum α β γ, angulo δ ε ζ, & angulum β γ α angulo ε ζ δ, unumq; latus uni lateri æquum: & primum id quod æquis adiacet angulis, hoc est latus β γ lateri ε ζ. Aio quod & reliqua latera reliquis lateribus æqualia habebunt alterum alteri, hoc est latus α β, lateri δ ε, & latus α γ, lateri δ ζ: & reliquum angulum reliquo angulo æqualem, hoc est β α γ ipsi ε δ ζ. Si enim α β ipsi δ ε est non æqualis, earum altera maior est esto maior α β & * collocetur (per 3 propositionem) ipsi δ ε æqualis linea κ β, & connectatur κ γ. Quoniam igitur κ β æqualis est ipsi δ ε, & β γ ipsi ε ζ. duæ igitur lineæ κ β & β γ, duabus δ ε & ε ζ, altera alteri sunt æquales & angulus κ β γ, angulo δ ε ζ æquus est: basis igitur κ γ (per 4 propositionem) basi δ ζ est æqualis, & triangulũ κ ε β triãgulo δ ε ζ æquũ est: & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, sub quibus æqualia latera subtenditur. æqualis igitur est angulus κ γ β, angulo δ ζ ε. Sed angulus δ ζ ε ipsi β γ α supponitur æqualis angulus igitur β γ κ (per primam cõmunem sententiam) angulo β γ α est æqualis, minor maiori Quod est impoßibile. Inæqualis igitur nõ est α β, ipsi δ γ, æqualis igitur. Est autem & β γ, ipsi ε ζ æqualis. duæ iam α β & β γ, duabus δ ε & ε ζ sunt altera alteri æquales: & angulus qui sub α β γ, angulo qui sub δ ε ζ est æqualis. Basis igitur α γ (per 4 propositionem) basi δ ζ est æqualis: & reliquus angulus β α γ, reliquo angulo ε δ ζ est æqualis.* * κιδε ponatur, sic.

Rursus

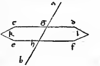
Rursus sint ad angulos æquos latera subtensa, æqualia, sintq; αβ & δε. Dico rursus quod reliqua latera reliquis lateribus æqualia erunt, hoc est latus αγ lateri δζ, & latus βγ lateri εζ: & insuper reliquus angulus βαγ, reliquo angulo εδζ æqualis erit. Si enim βγ ipsi εζ æquale non est, alterum eorum maius erit: sit igitur (si possibile est) maius latus βγ & ponatur (per 3 propositionem) ipsi εζ æqualis linea βθ & connectatur (per 1 postulatum) αθ. Et quoniam æqualis est βθ ipsi εζ, & αβ ipsi δε: duæ igitur αβ & βθ, duabus δε & εζ sunt æquales altera alteri, & angulos æquos continent. Basis igitur αθ, (per 4 propositionem) basi δζ est æqualis. & triangulum αβθ, triangulo δεζ est æquale: & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales, sub quibus æqualia subtenduntur latera: angulus igitur βθα, angulo εζδ est æqualis. Sed angulus εζδ, angulo βγα est æqualis. Angulus igitur βθα, angulo βγα est æqualis trianguli igitur αθγ angulus exterior βθα, interiori angulo βγα est æqualis & opposito: quod (per 16 propositionem) est impossibile. Latus igitur εζ, ipsi βγ inæquale nõ est, æquale igitur. Est autem αβ, ipsi δε æqualis: duæ igitur αβ & βγ, duabus δε & εζ sunt æquales altera alteri, & angulos æquos continent. Basis igitur αγ (per 4 propositionem) basi δζ est æqualis: & triangulum αβγ, triangulo δεζ est æquale. & reliquus angulus βαγ, reliquo angulo εδζ est æqualis. Si duo igitur triangula duos angulos duobus angulis, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod ostendere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 27.

SI recta linea super duas lineas rectas ceciderit, duosq; angulos coalternos sibi inuicem æquales fecerit, illæ duæ lineæ erunt æquidistantes. 27

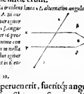
CAMPANVS. Sit ut linea a b cadat super duas lineas c d, e f, & secet lineam c d in puncto g, & lineam e f in puncto h: sitq; angulus d g h æqualis angulo e h g: dico quod lineæ c d & e f, sunt æquidistantes. Si enim non, concurrant aut ad partem c, e, super punctum k, aut ad partem d, f, super punctum l: & qualitercunq; fuerit, accidet impossibile, per 16, uidelicet, angulum extrinsecum, esse æqualem intrinseco & opposito: nam unus dictorum angulorum coalternorum qui positi sunt æquales, erit extrinsecus, & reliquus intrinsecus & oppositus. Quia igitur impossibile est eas cõcurrere, in alterutram partem protractas, ipsæ per ultimam diffinitionẽ erunt æquidistantes, quod est propositum.



Eucli ex Zamb. Theorema 18. Propositio 27.

Si in binas rectas lineas recta incidens linea, alternatim angulos æquos adinuicem fecerit, parallelæ adinuicem ipsæ rectæ lineæ erunt. 27

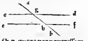
THEON ex Zamberto. In binas enim rectas lineas αβ, γδ recta incidens linea εζ, alternatim angulos αεζ & εζδ æquales adinuicem efficiat. dico quod parallelus est αβ ipsi γδ. Si autem non, productæ concurrent aut ad partes β, δ aut ad α, γ. producantur igitur & concurrant ad partes β, δ, in signo η, si est possibile. Trianguli ergo ηεζ, angulus αεζ exterior, æqualis est angulo εζη interiore & opposito: quod (per 16 propositionem) est impossibile. Igitur αβ & γδ productæ ad partes β, δ, minime concurrunt. similiter quoq; ostendetur, quod neq; ad partes α, γ. Quæ autem in nulla parte concurrunt, parallelæ sunt (per ultimam diffinitionem.) Parallelus igitur est αβ, ipsi γδ. Si in binas igitur rectas lineas & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 28.

SI linea recta duabus lineis rectis superuenerit, fueritq; angulus eius intrinsecus angulo extrinseco sibi opposito æqualis, aut duo anguli intrinseci ex una parte duobus angulis rectis æquales, illæ duæ lineæ æquidistantes erunt. 28

CAMPANVS. Sit ut linea a b, secet duas lineas c d & e f, in punctis g & h: sitq; angulus g lus g extrinsecus, æqualis angulo h intrinseco ex eadem parte sumpto, aut duo anguli g & h intrinseci ex eadem parte sumpti, sint æquales duobus angulis rectis. Dico quod duæ lineæ c d & e f sunt æquidistantes. Sit ergo primo angulus d g a, æqualis angulo f h g. erit quoque per 15 propositionē angulus c g h, æqualis eidem angulo f h g, quare per præmissam, c d & e f, sunt æquidistantes. Sint rursus duo anguli d g h & f h g, æquales duobus rectis: & quia per 13 propositionē duo anguli d g h & c g h sunt similiter æquales duobus rectis, erit angulus c g h æqualis angulo f h g, quare per præmissam c d & e f, erunt æquidistantes, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 19.* *Propositio 28.*

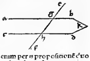
28 Si in binas rectas lineas recta incidens linea, exteriorē angulū interiori & opposito ad easdem partes æqualē fecerit, aut interiores & ad easdē partes duobus rectis æquales, parallelæ eruot adinuicem ipsæ rectæ lineæ.

THEON ex Zamb. *In binas enim rectas lineas α β & γ δ, recta linea incidens ε ζ, angulum exteriorem ε κ β, angulo interiori κ θ δ & opposito, æqualem efficiat, aut interiores & ad easdem partes, hoc est β κ θ, κ θ δ, duobus rectis æquales. Dico quod parallelus est α β, ipsi γ δ. Quoniam angulus ε κ β (per hypothesin) æqualis est angulo κ θ δ, & angulus ε κ β (per 15) æqualis est angulo α κ θ, angulus igitur α κ θ æqualis est angulo κ θ δ, & sunt alterni. (per 27 propositionem) parallelus est igitur α β ipsi γ δ. Rursus quoniā anguli β κ θ & κ θ δ (per hypothesin) duobus rectis sunt æquales, & anguli α κ θ & β κ θ (per 13 propositionem) duobus rectis sunt æquales. anguli ergo α κ θ & β κ θ, angulis β κ θ & κ θ δ sunt æquales. Cõmunis auferatur angulus β κ θ reliquus igitur α κ θ, reliquo κ θ δ est æqualis, & sunt alterni. Parallelus igitur est α β, ipsi γ δ. Si recta igitur linea in duas incidens, & quæ sequuntur reliqua quod ostendendum fuerat.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 29.*

29 SI duabus lineis æquidistantibus linea superuenerit, duo anguli coalterni æquales erunt, angulusque extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito æqualis, itemque duo anguli intrinseci ex alterutra parte cōstituti duobus rectis angulis æquales.

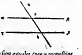
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquidistantes super quas cadat linea e f, secans eas in punctis g & h, dico quod anguli g & h coalterni sunt æquales, & quod angulus g extrinsecus est æqualis angulo h intrinseco sibi opposito ex eadem parte sumpto, & quod anguli g & h intrinseci ex eadem parte sumpti sunt æquales duobus rectis. Et hæc est conuersa duarum præcedentium. Primum sic patet. Si enim angulus b g h non est æqualis angulo c h g, alter eorum erit maior, sit ergo maior angulus c h g, & quia duo anguli c h g & g h d sunt æquales duobus rectis, ~~ergo per 15 propositionem erunt duo~~ 15 per 13 propositionem / ergo erunt anguli
anguli b g h & d h g minores duobus rectis, ergo per quartam petitionem, duæ lineæ a b & c d si protrahantur, concurrent in parte b & d, ad punctum aliquem, ut ad k. non ergo sunt æquidistantes per ultimam diffinitionē, quod est contra hypothesim, & quia hoc est impossibile, erunt duo anguli coalterni b g h & c h g æquales, quod est primum propositū. Ex hoc patet secundum. Est enim per 15 propositionē angulus b g h æqualis angulo a g e, ergo angulus a g e, erit æqualis angulo c h g, extrinsecus, uidelicet, intrinseco, quod est secundum propositū. Ex hoc rursus patet tertium. Sunt enim per 13 propositionē duo anguli a g e & a g h, æquales duobus rectis, ergo duo anguli a g h & c h g, erunt etiam æquales duobus rectis, qui sunt duo intrinseci ex eadem parte sumpti, quod est 3 propositum.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propositio 29.*

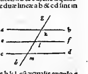
29 In parallelos rectas lioeas recta iocidens linea, & altetnatim angulos ad inuicem æquales, & exteriorē ioteriori & opposito & ad easdē partes æqualem, & interiores & ad easdem partes duobus rectis æquales efficit.

THEON ex Zamb. In parallelos enim rectas lineas αβ & γδ, recta incidat linea εζ. Dico quod & alternos angulos αηθ & ηθδ aequos efficit, & exteriorē angulum εηβ interiori & opposito & ad easdem partes, hoc est ipsi ηθδ aequalem, & interiores & ad easdem partes, hoc est βηθ & ηθδ duobus rectis aequales. Si enim aequalis nō est αηθ ipsi ηθδ, alter eorū maior est. Sit maior αηθ. Quoniam igitur αηθ, maior est ipso ηθδ, cōmunis ponatur angulus βηθ: anguli ergo αηθ & βηθ, maiores sunt ipsis βηθ & ηθδ. Sed anguli αηθ & θηβ (per 13 propositionē) duobus rectis sunt aequales: anguli igitur βηθ & ηθδ duobus rectis sunt minores. quae autem à minoribus duobus rectis producūtur in infinitū, concurrunt (per 5 postulatū.) Rectae igitur lineae αβ & γδ, in infinitū productae, concurrūt. non concurrunt autem, quoniam paralleli, per hypothesin. Angulus igitur αηθ, angulo ηθδ inaequalis nō est: aequalis igitur. Sed angulus αηθ, angulo εηβ (per 15 propositionē) est aequalis. angulus igitur εηβ (per 1 cōmunem sententiam) angulo ηθδ est aequalis, cōmunis ponatur βηθ. anguli εηβ & βηθ igitur, angulis βηθ & ηθδ sunt aequales. Sed anguli εηβ & βηθ, duobus rectis sunt aequales (per 13 propositionem) & anguli βηθ & ηθδ, duobus rectis sunt aequales. In parallelos igitur rectas lineas & quae sequuntur reliqua. Quod ostendere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 30.

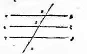
30 SI fuerint duae lineae uni aequidistantes, eaedem sibi inuicem aequidistantes erunt. CAMPANVS. Sint duae lineae a b & c d, quarum utraq; aequidistet lineae e f. Dico illas duas, uidelicet, a b & c d, esse aequidistantes. Hoc autem est uniuersaliter uerum, siue duae lineae a b & c d sint in una superficie cum linea e f, siue non: hic tamen non intelligitur, nisi secūdum quod omnes sunt in superficie una, secundum enim quod sunt in diuersis superficiebus, probatur in 9 undecimi libri, quod sunt aequidistantes. Sint ergo omnes in superficie una: protraham autem lineam g h, secantē lineas a b, e f, & c d, in punctis k, l, m. Et quia a b aequidistat e f, erit angulus b k l aequalis angulo e l k per primā partē praecedentis, cum illi sint coalterni: at quia c d aequidistat e f, erit angulus k l e extrinsecus aequalis angulo l m c intrinseco, per secundā partem praecedentis, ergo angulus b k l, est aequalis angulo c m l, qui cum sint coalterni, erunt per 27, lineae a b & c d aequidistantes. Quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propositio 30.

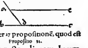
30 Quae eidem rectae lineae paralleli, & adinuicem sunt paralleli.

THEON ex Zamb. Sint αβ & γδ, ipsi εζ paralleli, dico quod αβ, ipsi γδ est parallelus. Incidat enim in eas recta linea ηθκ, & quoniā in parallelos rectas lineas αβ & εζ, recta linea ηθ incidit: aequalis est igitur angulus αηθ ipsi ηθζ (per 29 propositionē.) Rursus quoniā in parallelos rectas lineas εζ & γδ recta linea ηκ incidit, (per eandē) aequalis est angulus ηθζ, ipsi ηκδ: patuit autē quod αηθ ipsi ηθζ est aequalis, & quod ηκδ aequalis est ipsi ηθζ, & αηκ igitur, ipsi ηκδ est aequalis, & sunt alterni. parallelus igitur est αβ ipsi γδ. Quod ostendendū erat.



Eucli. ex Camp. Propositio 31.

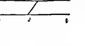
31 A Puncto extra lineam dato, lineae propositae aequidistantē ducere. CAMPANVS. Punctus extra lineā datus intelligitur, cum linea utrinq; protracta per ipsum non transit. Sit ergo punctus a, datus extra lineā b c, ab eodem pūcto a, à quo oportet protrahere lineā aequidistantē ipsi b c, protrabo lineam a d lineae b c superstantem qualitercūq; contingat, & super punctū a qui est extremitas lineae a d, constituo angulum e a d per doctrinā 23 propositionis, aequalem angulo b d a sibi coalterno, eritq; a e aequidistans b c per 27 propositionē, quod est propositū.



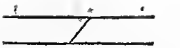
Eucli. ex Zamb. Problema 10. Propositio 31.

31 Per datum signum, datae rectae lineae parallelum rectam lineam ducere.

THEON ex Zamb. Sit quidem datum signū α, data uero recta linea sit βγ. Oportet iam per datum signū α, ipsi βγ rectae lineae, parallelū rectam lineā ducere. Suscipiatur in ipsa βγ contingens signum, sitq; illud δ, & connectatur (per 1 postulatū) αδ, & constituatur (per 23 propositionē) ad datam rectam lineam αδ, ad datumq; in ea signū α, dato angulo αδγ, aequalis angulo δαε, & producatur (per 14. propositio-

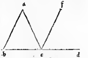


propositionē) in rectū ipsi α ε, linea α ζ. Et quoniā in rectas lineas β γ & ε ζ, recta linea incidens α δ, alternos angulos ε α δ & α δ γ æquales adinuicē fecit, parallelas est igitur ε ζ ipsi β γ (per 27 propositionē.) Per datum ergo signum α, datæ rectæ lineæ β γ parallelas recta linea ε α ζ ducta est, quod fecisse oportuit.



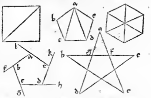
Eucli. ex Camp. Propositio 32.

32 OMnis trianguli angulus extrinsecus, duobus intrinsecis sibi oppositis est æqualis. Omnes autem tres angulos eius, duobus rectis angulis æquos esse necesse est.

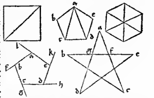


CAMPANVS. Sit triāgulus a b c, cuius latus b c protrahatur usq; ad d, dico quod angulus c extrinsecus, est æqualis duobus angulis a & b intrinsecis sibi oppositis simul iunctis: & q tres anguli triāguli a b c simul iuncti, sunt æquales duobus rectis. A pūcto c protrahā c f æquidistantē a b, secūdum doctrinā præcedentis, eritq; angulus f c a æqualis angulo a, quia sunt coalterni per primā partem 29 ꝓpositionis, & angulus f c d extrinsecus, æqualis angulo b intrinseco per secundā partem eiusdem, quare totus a c d extrinsecus, est æqualis duobus angulis a & b intrinsecis sibi oppositis, quod est primū. Et quia duo anguli a c b & a c d sunt æquales duobus rectis per 13 propositionē, erunt tres anguli a, b, & c intrinseci æquales duobus rectis, quod est secundum propositum.

CAMPANI additio. Ex hac autē patet, quod omnis figuræ polygoniæ omnes anguli simul sumpti tot rectis angulis sunt æquales, quotus est numerus quo a prima destiterit, duplicatus. Verbi gratia, polygoniarū figurarum, est triangula prima, quia si esset duarum linearū, cum figura sit clausio linearū, tunc duæ lineæ rectæ includerent superficiem, quod est impossibile per ultimā petitionē. Quadrilatera, secunda, pentagona, tertia. Similiter autem quælibet tota erit in ordine, quotus erit numerus laterū aut angulorū eius, inde dempto binario. Dico ergo q triāgulæ (quæ est prima) omnes anguli sunt æquales duobus rectis, quadrilateræ (quæ est secūda) erūt æquales quatuor rectis: & pentagonæ (quæ est tertia) erunt æquales sex rectis. Hoc autē inde manifestum est, quoniam cum quælibet



talis figura sit in tot triāgulos resolubilis, quota ipsa fuerit a prima ductis rectis lineis a quouis angulorū eius ad omnes angulos oppositos, sintq; oēs anguli omnis trianguli duobus rectis æquales, erunt omnis lateratæ figuræ omnes anguli bis tot rectis æquales, quota ipsa fuerit a prima, quod est propositū. Sit enim exempli gratia, pentagonus a b c d e, à cuius angulo a, ducam lineas ad angulos c, d, ipsi oppositos, erit totus pentagonus resolutus in tres triangulos a b c, a c d, & a d e, quorum cum cuiuslibet sint anguli æquales duobus rectis, erunt pentagoni anguli æquales sex rectis, quod est duplum eius numeri quo à prima distat, siue duplum numeri angulorū aut laterum eius, inde dempto binario. Possumus quoq; & sic idem proponere, dicētes quod omnis figuræ polygoniæ omnes anguli pariter accepti sunt tot rectis angulis æquales, quantus est numerus quem eius anguli duplicāt, inde demptis quatuor: puncto enim quouis intra figuram signato, & ab eo ad singulos angulos lineis protractis, erit ipsa figura in tot triangulos resoluta quot fuerint eius anguli: ideoq; omnes anguli omniū illorū triangulorū pariter accepti, tot rectis angulis erunt æquales, quantus est numerus quem duplicāt anguli propositæ figuræ. Cum itaq; sint omnes anguli triangulorū in quos ipsa resoluta est, punctum medium circunstantes, quatuor rectis æquales per 15 propositionē, manifestum constat propositū. Similiter quoq; patet, quod omnis figuræ polygoniæ anguli omnes extrinseci, quatuor rectis angulis sunt æquales: sunt enim intrinseci & extrinseci bis tot rectis æquales, quot habuerit angulos, per 13 propositionem. Intrinseci autem sunt bis tot rectis æquales, quot habuerit angulos demptis inde quatuor: ergo extrinseci sunt quatuor rectis æquales, quod est propositum. Exempli gratia, propositi pentagoni latera protrahantur, ut fiāt anguli extrinseci, a b quidem protrahatur usq; ad f, b c usq; ad g, c d usq; ad h, d e usq; ad k, e a usq; ad l: eruntq; per 13 propositionē duo anguli, a intrinsecus & a extrinsecus, æquales duobus rectis: eadem autem ratione, duo anguli b intrinsecus & b extrinsecus: sic & cæteri: quare a, b, c, d, e, anguli intrinseci & extrinseci, decem rectis æquantur, demptis igitur intrinsecis qui sunt æquales sex rectis, erunt extrinseci, uidelicet, b a l, c b f, d c g, e d h, & a e k, æquales quatuor rectis. Patet etiam quod omnis pentagonus cuius unūquodq; latus duo secat ex reliquis habet quinq; angulos duobus rectis æquales. Sit qualis proponitur pentagonus a b c d e, & secet latus a c, latus b e in puncto g, & latus a d idem latus b e in puncto f, erit angulus a f g æqualis duobus angulis b & d, cum sit extrinsecus ad ipsos in triangulo f d b. Itemq; angulus f g a erit æqualis duobus angulis d & e, cum sit extrinsecus ad ipsos in triangulo g d e, sed duo anguli a f g & f g a cum angulo a, sunt æquales duobus rectis: ergo quatuor anguli b d & c e, sunt cum angulo a æquales duobus rectis, quod est propositum.



a f g g.
— f e b

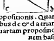
Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 32.

32 **Omnis trianguli uno latere producto, extetior angulus binis interioribus ex opposito est æqualis. Et trianguli tres interiores anguli, binis sunt rectis æquales.**

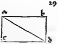
THEON *ex Zamb. Sit triangulū α β γ, & producatur unum illius latus (sitq; β γ) usq; in δ. Dico quod exterior angulus α γ δ, ipsis γ α β & α β γ duobus interioribus ex opposito, est æqualis, & trianguli tres anguli interiores, hoc est α β γ, β γ α, & γ α β, duobus rectis sunt æquales. Excitetur enim (per præcedentem) per signum γ, ipsi α β rectæ lineæ parallelus γ ε. Et quoniam parallelus est α β ipsi γ ε, & in ipsas incidit linea α γ, alterni anguli β α γ & α γ ε, æquales sunt adinuicem. Rursus quoniam parallelus est α β ipsi γ ε, & in eas incidit recta linea β δ, exterior angulus ε γ δ, (per uicesimamseptimam, uicesimamoctauam, & uicesimamnonam propositiones) æqualis est angulo α β γ interiori & opposito: patuit autem quod α γ ε ipsi β α γ est æqualis. Totus igitur exterior angulus α γ δ, æqualis est duobus interioribus & oppositis, hoc est ipsis β α γ & α β γ. Communis ponatur, α γ β angulus: igitur α γ δ & α γ β, tribus angulis α β γ, β γ α & β α γ, sunt æquales. Sed α γ δ & α γ β, duobus rectis (per 13 propositionem) sunt æquales, anguli α γ β & γ α β & γ β α igitur duobus rectis sunt æquales. Omnis igitur trianguli & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate. Quod oportuit ostendere.*

Eucli. ex Camp. Propositio 33.

33 **SI in summitatibus duarum linearum æquidistantium & æqualis quantitatis, aliæ duæ lineæ coniungantur, ipsæ quoq; æquales & æquidistantes erunt.**

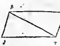


CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, æquales & æquidistantes, quarum extremitates coniungam per lineas a c & b d. Quas dico esse æquales & æquidistantes: protraham enim lineam a d. Et quia lineæ a b & c d sunt æquidistantes, erit angulus b a d æqualis angulo a d c, per primam partem uicesimænonæ propositionis. Quare erunt duo latera a b & a d trianguli a b d, æqualia duobus lateribus d c & d a trianguli d c a, & angulus a primi, æqualis angulo d secundi, ergo per quartam propositionem basis nem basis b d primi, est æqualis basi a c secundi, & anguli a d b primi, æqualis angulo d a c secundi. At quia ipsi anguli a d b & d a c sunt coalterni, erunt lineæ b d & a c æquidistantes, per uicesimam septimam. Et quia prius probatum est ipsas esse æquales, patet propositum utrumque.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propositio 33.*

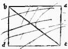
33 Aequas & parallelos ad easdem partes, rectæ lineæ côiungentes, & ipsæ æquales & parallelæ sunt.

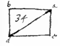


THEON *ex Zamb. Sint æquales rectæ lineæ & paralleli, αβ, & γδ, & ipsas coniungant ad easdem partes, rectæ lineæ αγ & βδ, dico quod αγ & βδ, æquales & paralleli sunt. Connectatur enim (per primum postulatum) βγ. Quoniam parallelus est αβ ipsi γδ, & in eas incidit βγ, alterni anguli αβγ & βγδ adinuicem sunt æquales, (per uicesimamnonam propositionem.) Et quoniam æqualis est αβ ipsi γδ, communis autem βγ, duæ igitur αβ & βγ, duabus βγ & γδ sunt æquales, & angulus αβγ, angulo βγδ est æqualis. Basis igitur βδ (per quartam propositionē) basi αγ est æqualis, & triangulum αβγ, triangulo (ei quod sub) βγδ, æquum est, & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Angulus igitur αγβ, æqualis est ei qui sub γβδ, & angulus βαγ, ei qui sub βδγ. Et quoniam in duas rectas lineas αγ & βδ, recta linea incidit βγ, alternos angulos, hoc est αγβ & γβδ æquales adinuicem efficiens, parallelus igitur est αγ ipsi βδ, (per uicesimamseptimam propositionem.) Ostensum autem est, quod & ei æqualis est. Aequales igitur & parallelos ad easdem partes coniungentes lineæ rectæ, & ipsæ æquales & paralleli sunt. Quod oportuit demonstrasse.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 34.*

43 OMnis superficies æquidistantibus contenta lateribus, lineas atque angulos ex aduerso collocatos habet æquales, diametro diuidente eam per medium.

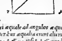




CAMPANVS. Sit superficies a b c d æquidistantiū laterum, ita quod linea a b æquidistet c d, & a c ipsi b d. Dico duas lineas a b & c d, item duas lineas a c & b d. esse æquales: similiter dico angulum a esse æqualem angulo d, & angulū b angulo c. Protraham diametrū a d, quæ etiam diuidet superficiem illam per medium. Cum a b & c d sint æquidistantes, erunt anguli b a d & c d a, qui sunt coalterni, æquales per uicesimamnonam. At quia etiam a c & d b sunt æquidistantes, erunt anguli c a d & b d a, qui sunt coalterni æquales per eandem. Intelligo enim duos triangulos a d b & d a c, & quia duo anguli a & d trianguli a d b, sunt æquales duobus angulis d & a trianguli d a c, & latus a d super quod iacent illi anguli in utroq; triangulo, est commune, erit per uicesimamsextam propositionem latus a b æquale lateri c d, & latus a c lateri b d, & angulus b angulo c. Et quia angulum a totalem patet esse æqualem angulo d totali per secundam communem animi conceptionem, totum propositum cum correlario liquet.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propositio 34.*

34 Parallelogrammorū * locorum latera quæ ex opposito, & anguli, æqualia sunt adinuicem, & dimetiens ea bifariam secat. χωρίων



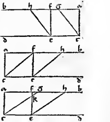
THEON *ex Zamber. Sit parallelogrammus locus αγδβ, dimetiensq; illius esto βγ. Dico quod parallelogrammi αγδβ latera & anguli ex opposito, adinuicem sunt æqualia, & illud βγ dimetiens bifariam secat. Quoniam enim parallelus est αβ ipsi γδ, & in eas incidit recta linea βγ (per 29 propositionem) alterni anguli αβγ & βγδ sunt adinuicem æquales. Rursus quoniam parallelus est αγ ipsi βδ, & in eas incidit recta linea βγ, anguli alterni, hoc est αγβ & γβδ æquales sunt adinuicem. Bina igitur triangula sunt αβγ & βγδ, duos angulos qui sub αβγ & αγβ, duobus angulis βγδ & γβδ æquales habentia alterum alteri & unum latus uni lateri æquale ad angulos æquos, & commune eorum βγ, & reliqua latera igitur (per 26 propositionem) reliquis lateribus æqualia erunt alterum alteri, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis. latus igitur αβ est æquale lateri γδ, & αγ ipsi βδ, & angulus βαγ angulo βδγ est æqualis. Et quoniam angulus αβγ æqualis est angulo βγδ, & angulus γβδ ei qui sub αγβ,*

totus igitur angulus αβδ toti angulo αγδ, (per 2 cõmunem sententiam) est æqualis. Ostensum est autem, quod angulus βαγ angulo γδβ est æqualis. Parallelogram-
κυρίως mum igitur * locorum anguli & latera ex opposito, adinuicem sunt æqualia. Dico etiam, quod dimetiens ea bifariam secat. Quoniam enim αβ æquum est ipsi γδ, & βγ communis est, duæ igitur αβ & βγ, duabus βγ & γδ sunt altera alteri æquales: & angulus αβγ angulo βγδ est æqualis. basis igitur αγ (per 4 propositionẽ) basi βδ est æqualis. & triangulũ αβγ triangulo βγδ est æquale. Dimetiens igitur βγ, bifariam secat pallelogrammum αβγδ. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 35.

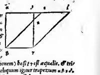
35 Omnes superficies æquidistantiũ laterum super unam basin atque in eisdem alternis lineis constitutæ, æquales esse probantur.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquidistantes, inter quas fiat a c f e superficies æquidistantiũ laterum super basin c e, & super eandem basin, & inter easdem lineas fiat alia superficies g c h e, similiter æquidistantium laterum: dico duas prædictas superficies, esse æquales. Quod sic probatur. Aut enim linea c g secabit lineã a b in aliquo puncto lineæ a f, aut in puncto f, aut in aliquo puncto lineæ b f. Secet ergo primo in aliquo puncto lineæ a f, ut in prima figuratione apparet. Et quia utraque duarum linearum a f & g h est æqualis lineæ c e per præcedentem, una earum erit æqualis alteri, dempta ergo linea f g commum, remanebit a g æqualis f h. Et quia per præcedentem iterum est a c æqualis f e, & angulus h f e angulo g a c per secũdam partem 29, uidelicet, extrinsecus intrinseco, erit per 4 triãgulus a c g æqualis triangulo f e h. Ergo irregulari figura quadrilatera quæ est g c f e, addita utrique, erit superficies a c f e æqualis superficiei g c h e, quod est propositum. Secet secundo modo linea c g lineam a b in puncto f, ut in secunda figuratione apparet, eruntque simili argumentatione priori, duo trianguli a c f & f c h, æquales, quare utrobique addito triangulo f c e, patet propositum. Secet tertio modo linea c g lineam a b inter duo puncta, f, b, ut in tertia figuratione apparet, secabitque lineam f e, sit ut in puncto k, & quia similiter argumẽtatione priori, linea a f est æqualis lineæ g h, facta commum linea g f, erit c g æqualis f h, & triangulus a g c, æqualis triangulo f e h. Addito ergo utrique, triangulo c k e, & detracto ab utroque triangulo f h g, erit superficies a c f e æqualis superficiei g c h e, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 35.

35 Parallelogramma in eadem basi & in eisdem parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia.



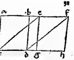
THEON ex Zamb. Sint parallelogramma αβγδ & εβγζ, in eadem basi existentia, (hoc est) βγ, & in eisdem parallelis (hoc est) αζ & βγ Dico quod parallelogrammum αβγδ, æquale est parallelogrammo εβγζ Quoniam enim parallelogrammũ est αβγδ, æqualis est αδ ipsi βγ (per 34 propositionem,) & id propterea etiam εζ ipsi βγ est æqualis quare & αδ ipsi εζ est æqualis, & communis δε: tota igitur αε, toti δζ est æqualis. At αβ ipsi δγ est æqualis, duæ igitur εα & αβ, duabus ζδ & δγ sunt altera alteri æquales, & angulus ζδγ, angulo εαβ est æqualis, exterior interiori. Basis igitur εβ, (per quartam propositionem) basi ζγ est æqualis. & triangulum εαβ, triangulo ζδγ est æquale. Cõmune auferatur triangulum δηε, reliquum igitur trapezium αβηδ, trapezio εηγζ est æquale. Commune autem ponatur triangulum ηβγ: totum igitur parallelogrammum αβγδ, toti parallelogrãmo εβγζ est æquale. Parallelogrãma igitur & quæ sequuntur reliqua, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 36.

36 Omnia parallelogramma in basibus æqualibus atque in eisdem lineis constituta, æqualia esse necesse est.

CAMPANVS. Parallelogrammum, dicitur superficies æquidistantium

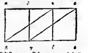
tium laterum. Sint duæ superficies a b c d & e f g h, æquidistantium laterum, constitutæ inter duas lineas æquidistantes quæ sunt a f & c h, & super æquales bases quæ sunt c d & g h, dico eas esse æquales, nam protraham duas lineas c e & d f, eritq; per 33, superficies c d e f, æquidistantium laterum, propter hoc quod e f est æqualis & æquidistans c d, nam utraque earum est æqualis g h. Quia ergo per præmissam utraq; duarum superficierum a b c d & e f g h est æqualis superficiei c d e f, ipsæ erunt sibi inuicem æquales, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 26. Propositio 36.

36 Parallelogramma in æqualibus basibus & in eisdem parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia.

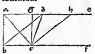
THEON ex Zamb. *Sint parallelogramma $\alpha\beta\gamma\delta$ & $\varepsilon\zeta\eta\theta$, in æqualibus basibus constituta, hoc est $\beta\gamma$ & $\zeta\eta$, & in eisdem parallelis, hoc est $\alpha\theta$ & $\beta\eta$. Dico quod parallelogrammum $\alpha\beta\gamma\delta$ est æquale parallelogrammo $\varepsilon\zeta\eta\theta$. Connectantur enim $\beta\varepsilon$ & $\gamma\theta$. Quoniam æqualis est $\beta\gamma$ ipsi $\zeta\eta$, sed $\zeta\eta$ æqualis est ipsi $\varepsilon\theta$, & $\beta\gamma$ igitur ipsi $\varepsilon\theta$ est æqualis. sunt autem paralleli, & coniungunt eas $\beta\varepsilon$ & $\gamma\theta$ æquales autem & parallelos, coniungētes lineæ, æquales & paralleli sunt (per 33 propositionem.) Igitur $\varepsilon\beta$ & $\gamma\theta$, æquales & paralleli sunt. Parallelogrammum igitur est $\varepsilon\beta\gamma\theta$, & est æquale parallelogrammo $\alpha\beta\gamma\delta$: basin enim eandem habet, hoc est $\beta\gamma$, & in eisdem est parallelis, hoc est $\beta\gamma$ & $\varepsilon\theta$: ac per hoc etiam $\varepsilon\zeta\eta\theta$, ipsi $\varepsilon\beta\gamma\theta$ est æquale. Quare parallelogrammū $\alpha\beta\gamma\delta$ parallelogrammo $\varepsilon\zeta\eta\theta$ est æquale. Parallelogramma igitur & quæ sequuntur reliqua ut theoremate. Quod erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 37.

37 Æquales sunt sibi cuncti trianguli, qui super eandem basin, atq; inter duas lineas æquidistantes sunt constituti.

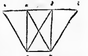
CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d b c, constituti super basin b c, inter duas lineas a e & b f, quæ sint æquidistantes, dico eos esse æquales. Protraham enim c g æquidistantem a b, & c h æquidistantem d b per 31, eruntq; duæ superficies a b c g & d b c h, æquales per 35. Et quia dicti trianguli sunt earum dimidia per correlarium 34 propositionis, ipsi erunt æquales per cōmunem scientiam quæ est, quorum tota sunt æqualia, & dimidia, sicq; patet propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 27. Propositio 37.

37 Triangula in eadem basi & in eisdem parallelis constituta, adinuicem sunt æqualia.

THEON ex Zamb. *Sint triangula $\alpha\beta\gamma$ & $\delta\beta\gamma$, in eadem basi $\beta\gamma$, & in eisdem parallelis $\alpha\delta$ & $\beta\gamma$ constituta. Dico quod triangulum $\alpha\beta\gamma$, est æquale triangulo $\delta\beta\gamma$. Producatur (per 2 postulatum) $\alpha\delta$ ex utraq; parte, in ε & ζ, & per β, ipsi $\gamma\alpha$ (per 31 propositionem) excitetur parallelus $\beta\varepsilon$, & per γ, ipsi $\beta\delta$ (per eandem) parallelus excitetur $\gamma\zeta$. Parallelogrāma igitur sunt $\varepsilon\beta\gamma\alpha$ & $\delta\beta\gamma\zeta$, & parallelogrammum $\varepsilon\beta\gamma\alpha$, (per 35 propositionem) æquale est ipsi $\delta\beta\gamma\zeta$ parallelogrammo: in eadem enim sunt basi $\beta\gamma$, & in eisdem parallelis $\beta\gamma$ & $\varepsilon\zeta$. At parallelogrammi $\varepsilon\beta\gamma\alpha$, triangulum $\alpha\beta\gamma$, dimidium est (per 34 propositionem) nam $\alpha\beta$ dimetiens, illud bifariam secat, parallelogrammi uero $\delta\beta\gamma\zeta$ (per eandem) triangulum $\delta\beta\gamma$ dimidium est, nam $\beta\delta$ dimetiens illud bifariam secat: at quæ æqualium sunt dimidium, adinuicem sunt æqualia (per septimam cōmunem sententiam.) triangulum igitur $\alpha\beta\gamma$, triangulo $\delta\beta\gamma$ est æquale. Triangula igitur & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 38.

38 SI duo trianguli super bases æquales atq; inter duas lineas æquidistantes ceciderint, æquales eos esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d e f, constituti super bases b c & e f æquales, & inter lineas a g & b h æquidistantes, dico eos esse æquales. Protraham enim c k æquidistantem a b, & f l æquidistantem e d, eruntque duæ superficies a b c k & d e f æquales per 36, & quia dicti trianguli sunt earum dimidia per correlarium 34 propositionis, ipsi erunt æquales per antedictam communem scientiam.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28. Propositio 38.

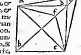
38 **Triangula in æqualibus basibus & in eisdem parallelis constituta, adinuicem sunt æqualia.**

THEON ex Zamb. *Sint triangula αβγ & δεζ, in æqualibus basibus constituta, hoc est βγ & εζ, & in eisdem parallelis, hoc est βζ & αδ. Dico quod triangulum αβγ, æquum est triangulo δεζ. Producatur enim (per secundum postulatum) αδ, ex utraque parte in η, θ, & per β, ipsi γα (per 31 propositionem) parallelus excitetur βη, & per ζ, ipsi δε parallelus excitetur ζθ (per eandem) Parallelogrammum igitur est, & ηβγα & δεζθ. At parallelogrammū ηβγα, (per 36) æquum est ipsi δεζθ parallelogrammo, in æqualibus enim sunt basibus, hoc est βγ & εζ, & in eisdem parallelis, hoc est βζ & ηθ. At parallelogrammi ηβγα (per 34 propositionem) triangulum αβγ, medietas est, αβ enim dimetiens, illud bifariam secat: & triangulum δεζ, parallelogrammi δεζθ, medietas est (per eandem), nam dimetiens ζδ, illud secat bifariam. Aequalium uero ea quæ sunt dimidium, sibi inuicem sunt æqualia, (per 7 cōmunem sententiam.) Triangulum igitur αβγ, triangulo δεζ est æquale. Triangula igitur in æqualibus basibus & in eisdem parallelis constituta, sibi inuicem sunt æqualia. Quod oportuit demonstrasse.*

Eucli. ex Camp. Propositio 39.

39 **OMnes duo trianguli æquales, si in eandem basin & ex eadem parte ceciderint, inter duas lineas æquidistantes erunt.**

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d b c, constituti super basin b c ex una eademque parte, sintque æquales: dico eos esse inter lineas æquidistantes. Et hæc est conuersa 37. A puncto a, protraham lineam æquidistantem lineæ b c, quæ si pertransierit per punctum d, liquet propositum. Sin autem, pertransibit supra aut infra. Transeat primo supra, & sit a e, producam b d, usquequo secet lineam a e in puncto e, & protraham lineam e c. Et quia triangulus e b c est æqualis triangulo a b c per 37, & triangulus d b c positus est æqualis triangulo a b c, erit triāgulus d b c æqualis triangulo e b c, pars toti, quod est impossibile. Non igitur pertransibit linea quæ à puncto a ducitur æquedistanter b c, supra d. Transeat ergo infra, & sit a f, secans lineam d b in puncto f. Protraham ergo lineam f c, & quia per 37, trangulus f b c est æqualis triangulo a b c, ipse etiam erit æqualis triangulo d b c, pars toti, quod est impossibile. Quia ergo à puncto a, æquidistans b c non transit nisi per punctum d, patet propositum.



CAMPANI additio. Ex hac autem & præmissa, nota quod si aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera per æqua secet uel secuerit, ipsa erit tertio æquidistans, quod sic probatur. Sit triangulus a b c, cuius duo latera quæ sunt a b & b c, secet linea d e per æqualia, a b quidem in pucto d, & b c in puncto e, dico quod linea d e est æquidistans a c. Protraham enim in quadrilatero a c e d, diametros a e & d c. Ductaque per 31 a puncto e ipsi a b æquidistante, erit per 38 triangulus a e d æqualis triangulo d e b, propter id quod linea a d basis triāguli a e d posita est æqualis lineæ d b basi triāguli d e b. Rursus quia ducta à puncto d per 31 ipsi b c æquidistante, per eandem triāgulus c e d erit æqualis eidem triangulo d e b, propter id quod linea c e posita est æqualis lineæ e b, triangulus a e d est æqualis triangulo c e d. Quia ergo ipsi sunt constituti super eandem basin, uidelicet, lineam e d, & ex eadē parte, ipsi erunt per hanc 39 inter lineas æquedistantes, ergo linea d e, est æquidistans lineæ a c. Quod quidem propositum, ad quintam quarti tibi ualebit.

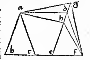
Eucli. ex Zamb. Theorema 29. Propositio 39.

39 Triangula æqualia in eadem basi & ad easdem partes constituta, in eisdem sunt parallelis.

THEON ex Zamb. Sint bina triangula αβγ & δγβ, constituta in eadem basi βγ, & ad easdem partes. dico quod & in eisdẽ sunt parallelis. Connectatur αδ. Dico quod αδ ipsi βγ est parallelus. Si autem non, excitetur (per 31 propositionẽ) per α signum, ipsi βγ rectæ lineæ parallelus αε, & connectatur εγ. Triangulum igitur εβγ (per 37 propositionẽ) æquale est triangulo αβγ: in eadem enim sunt basi βγ, in eisdemq́; parallelis αε & βγ. At triangulũ igitur δβγ, ipsi triãgulo αβγ est æquale (per hypothesin. Triangulũ igitur δβγ, triangulo εβγ est æquale, maius, uidelicet, minori, quod est impossibile. parallelus igitur minime est αε ipsi βγ. Similiterq́; ostendemus quod nulla alia præter αδ. parallelus igitur est αδ ipsi βγ. Triangula igitur æqualia, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 40.

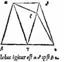
40 SI duo trianguli æquales super æquales bases unius eiusdemq́; lineæ ex eadẽ parte fuerint constituti, eos inter duas lineas æquedistantes necesse est contineri.



CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f æquales, constituti super duas bases quæ sunt b c & e f, & ex eadem parte: dico eos esse inter duas lineas æquidistantes, & hæc est cõuersa 38. Et ꝓbatur per ipsam, sicut præcedens per 37. A puncto a, ducatur linea æquidistãs lineæ b f, quæ si transierit per punctum d, patet propositũ: sin autem, pertranseat supra ut a g, & producatur e d usq; ad ipsum g, ut sit e g, & ducatur linea g f. Erit per 38 triãgulus a b c, æqualis triangulo g e f, quare & triangulus d e f, erit æqualis triangulo g e f, pars toti, quod est impossibile: non ergo transibit supra. Transeat ergo infra, secetq́; lineam d e in puncto h, & ducatur linea f h, erit per 38 triãgulus h e f, æqualis triangulo a b c, quare & triãgulo d e f, pars toti, quod est impossibile. Quia ergo non transibit nisi per punctum d, patet ꝓpositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 30. Propositio 40.

40 Triangula æqualia in æqualibus basibus & ad easdem partes constituta, in eisdem sunt parallelis.



THEON ex Zamb. Sint triangula æqualia αβγ & γδε, in æqualibus basibus constituta, hoc est βγ & γε, & ad easdem partes α. Dico quod & in eisdem sunt parallelis. Connectatur (per 1 postulatũ) αδ. Dico quod αδ ipsi βε est parallelus. Si autem non, excitetur (per 31 propositionẽ) per α ipsi βε parallelus αζ, & connectatur ζε. Triangulum igitur αβγ, triãgulo γζε est æquale. (per 38) in æqualibus enim sunt basibus constituta βγ & γε, & in eisdem parallelis βε & αζ, sed triangulũ αβγ, triangulo δγε est æquale. Triangulũ igitur δγε, æquũ est triãgulo ζγε, maius minori, quod est impossibile. parallelus igitur minime est αζ ipsi βε. Similiterq́; ostendemus quod nulla præter αδ. Parallelus igitur est αδ ipsi βε. Quod ostendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 41.

41 SI parallelogrammũ triangulusq́; in eadem basi atq; in eisdem alternis lineis fuerint constituta, parallelogrammũ triangulo duplum esse conueniet.

CAMPANVS. Sit parallelogrammũ a b c d, & triãgulus e b d super basim b d, & inter lineas a e & b d quæ sint æquidistantes. Dico parallelogrammũ, duplum esse triangulo. Protrabam in parallelogrãmo diametrum a d, erit triangulus a b d, dimidium parallelogrammi per correlarium 34, & quia triangulus e b d est æqualis triangulo a b d per 37, patet triangulũ e b d, esse dimidiũ parallelogrammi a b c d, quod est propositum. Similiter quoq; potest probari, quod si parallelogrammũ triangulusq́; in æqualibus basibus atq; inter lineas æquidistantes fuerint constituta, parallelogrammũ duplum erit triãgulo. Quod ideo non posuit Euclides,

des, quia leuiter patet ex hac præcedente correlariū & 33, diuiso parallelogrammo per diametrū in duo triangulos, uel super basin parallelogrāmi inter easdem lineas æque distantes triangulo constituto, ad quem duplum erit parallelogrammū per hanc præcedentem, & ipse æqualis alteri dato triangulo per 31.

Eucli. ex Zamb. Theorema 31. Propositio 41.

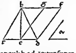
41 **Si parallelogrammū & triangulū eandem basin habuerint, in eisdemq; fuerint parallelis, trianguli parallelogrammū duplum erit.**

THEON ex Zamb. *Parallelogrammū enim α β γ δ, & triangulum ε β γ, eandem habeant basin β γ, in eisdemq; sint parallelis β γ & α ε. Dico quod parallelogrammū α β γ d, trianguli β ε γ duplum est. Connectatur enim (per 1 postulatū) α γ. Triangulū igitur α β γ (per 37) æquale est triangulo ε β γ: in eadem enim sunt basi β γ, & in eisdem parallelis β γ & α ε. Sed parallelogrammū α β γ δ, duplum est ipsius trianguli α β γ (per 34 propositionem) etenim dimetiens α γ, illud bifariam secat. Quare parallelogrammū α β γ δ, ipsius trianguli ε β γ duplum est. Si parallelogrammum & triangulū igitur. & quod sequitur reliquum. Quod erat ostendendum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 42.

42 **Aequidistantiū laterum superficiem designare, cuius angulus sit angulo assignato æqualis, ipsa uero superficies triangulo assignato æqualis.**

CAMPANVS. Sit assignatus angulus a, & assignatus triangulus b c d, uolo describere superficiem æquidistantiū laterum æqualem triangulo b c d, cuius uterq; duorum angulorū ex aduerso positorū sit æqualis a. Diuido basin c d per dimidium in puncto e, & protraho lineam b e, & à puncto b duco b f æquidistantē c d, eritq; per 38 triangulus b e d, æqualis triangulo b e c, quare triāgulus b e d, est dimidiū totalis trianguli b c d. Igitur super punctum e lineæ d e, constituo per 23 angulū d e g, æqualem angulo a, & perficio parallelogrammū g e d f, quod etiam quia per præcedentē est duplum triangulū b e d, erit etiam æquale triangulo b c d, per hanc cōmunem scientiam, quorū dimidia sunt æqualia, ipsa quoq; sunt æqualia: est enim triangulus b e d, utriusq; dimidium. Quare descripsimus parallelogrammū g e d f æquale triangulo b c d, cuius uterq; duorū angulorū g e d & d f g ex aduerso positorum est æqualis angulo a, quod fuit propositum.



Euclidis ex Zamb. Problema 11. Propositio 42.

42 **Dato triangulo æquale parallelogrammū constituere, in dato angulo rectilineo.**

THEON ex Zamb. *Sit datum triangulū α β γ, datus uero angulus rectilineus sit δ. oportet iam ipsi triangulo α β γ æquale parallelogrammum construere in angulo rectilineo æquali ipsi δ. Secetur (per 10 propositionē) linea β γ bifariam, in signo ε, & connectatur (per 1 postulatum) α ε. Constituatur q; (per 23 propositionē) ad datam rectam lineam ε γ, ad datumq; in ea signum ε, ipsi angulo δ, æqualis angulus γ ε ζ. Et (per 31 propositionem) per α, ipsi ε γ excitetur parallelus α η, & (per eandem) per γ ipsi ε ζ, parallelus excitetur γ η: parallelogrammū igitur est ζ ε γ η. Et quoniam æqualis est β ε ipsi ε γ, triangulū α β ε (per 38) triangulo α ε γ est æquale: in æqualibus enim sunt basibus β ε & ε γ, & in eisdem parallelis β γ & α η. Duplum igitur est triangulū α β γ, trianguli α ε γ. Parallelogrammū autem ζ ε γ η (per 40) duplum est trianguli α ε γ basin enim eandem habet, in eisdemq; parallelis est, parallelogrammū igitur ζ ε γ η æquū est ipsi triāgulo α β γ, & habet angulū γ ε ζ æqualem dato angulo δ. Dato igitur triāgulo α β γ, æquale constitutū est parallelogrammū ζ ε γ η, in angulo γ ε ζ qui æqualis est ipsi δ, quod fecisse oportuit.*

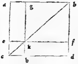
Eucli. ex Camp. Propositio 43.

43 **Omnis parallelogrāmi spatij, eorum quæ circa diametrū sunt parallelogrammorū supplementa, æqua sibi inuicē esse necesse est.**

CAMPANVS. Sit parallelogrammū a b c d, in quo protrahā diametrū b c, & protraham e f æquidistantē utriq; duorū laterū a b & c d, quæ secet diametrū in puncto k, à quo ducam k g æquidistantē utriq; duorū laterū a c & b d, & producā eam quousq;

secet

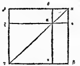
secet utrunq; latus a b & c d, sitq; tota g k b. Erit totum parallelogrammũ a b c d diuisum in quatuor parallelogrãma, quorũ duo, scilicet, e c k h & g k b f dicuntur cõsistere circa c b, eo q diameter transit per medium eorũ, & ideo sunt circa diametrũ, reliqua duo, scilicet, a e g k & k b f d: dicũtur supplemẽta. Hæc duo supplemẽta, dicũtur esse æqualia, sunt enim duo trianguli a b c & c d b, æquales per correl. 34 propositionis. similiter quoq; duo triãguli g k b & f k b, sunt æquales per idem correlariũ: ar duo triãguli c e k & k h c, similiter sunt æquales per idem correlariũ. Demptis igitur duobus triãgulis b g k & k c e de totali triãgulo a b c, ac duobus triãgulis reliquis b f k & k c h de totali triãgulo reliquo c d b, erunt per 3 cõmunẽ animi conceptionẽ residua quæ sunt duo dicta supplemẽta æqualia, qđ est ꝑpositũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 32. Propositio 43.

43 **Omnis parallelogrãmi eorum quæ circa dimetientẽ sunt parallelogrãmorũ supplementa, sibi inuicem sunt æqualia.**

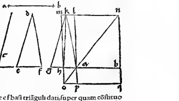
THEON ex Zamb. *Sit parallelogrammũ α β γ δ, dimetiens uero illius sit α γ, circa uero α γ, sint parallelogramma ι θ & κ ζ, supplementa uero sint β κ & κ δ. Dico quod supplementũ β κ, æquale est supplemento κ δ. Quoniam enim parallelogrammũ est α β γ δ, dimetiens uero illius est α γ, triangulum α β γ (per 34 propositionẽ) æquum est triangulo α δ γ. Rursus quoniam parallelogrammũ est α ι κ θ, dimetiens uero illius est α κ, triangulum igitur α ι κ (per eandem) æquum est triangulo κ θ κ, ac per hoc etiam triangulũ κ ζ γ, æquũ est triangulo κ η γ. At quoniam triangulũ α ι κ triangulo α θ κ est æquale, & triangulũ κ ζ γ triangulo κ η γ est æquale, triãgula igitur α ι κ & κ η γ, triangulis α θ κ & κ ζ γ sunt æqualia est autẽ totum triangulũ α β γ, toti triangulo α δ γ æquale: reliquũ igitur supplementũ β κ (per 3 cõmunem sententiam) reliquo supplemento κ δ est æquale. Omnis parallelogrammi ergo, & quod sequitur reliquum, quod oportuit demonstrasse.*



Eucli. ex Camp. Propositio 44.

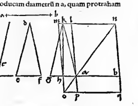
44 **PRoposita linea recta, super eam, superficiem æquidistantiũ laterum cuius angulus sit angulo assignato æqualis, ipsa uero superficies triangulo assignato æqualis designare.**

CAMPANVS. Designare superficiẽ æquidistantiũ laterũ super lineam aliquã, est lineam ipsam facere latus unũ ipsius superficiei. Sit ergo data linea a b, & datus angulus c, & datus triãgulus d e f. Super lineam a b uolo designare superficiẽ unam æquidistantiũ laterũ, ita q linea a b sit unũ ex lateribus eius, cuius uterq; duorũ angulorũ ex aduerso positorum sit æqualis angulo c, & ipsa totalis superficies sit æqualis triãgulo d e f. Differt autẽ hæc a 42, quia hic datur latus unius superficiei describendæ, scilicet, linea a b, ibi autẽ nullũ. Cum ergo hoc uoluero facere, adiungo lineam a g lineæ a b secundũ rectitudinẽ, quam pono æqualẽ lineæ e f basi triãguli dati, super quam cõstituo triangulum unum dato triangulo æqualem, & eidem æquilaterum, quod hoc modo facio. Constituo angulum a k g æqualem angulo e, & angulũ g a k æqualem angulo f, per 23, & quia g a posita fuerat æqualis e f, erit per 26 triangulus g a k æqualis & æquilaterus triangulo e f d. Diuidam ergo g a per æqualia in puncto h, & protraham k h, & producam a puncto k, lineam m k n æquidistantẽ lineæ g b, eritq; per 38 triangulus a h k, æqualis triangulo g h k. Tunc super punctum a lineæ g a faciam angulum g a l per 23 æqualem angulo c dato, & complebo super basin a b, & inter lineas g b & m n æquidistantes, superficiem æquidistantium laterum m l h a, quæ per 41 dupla erit ad triangulum h k a: æqualis igitur totali triangulo k g a, quare & triangulo d e f proposito.



Protraham

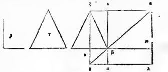
Protraham ergo b n æquidistantem a l,& producam diametrũ n a, quam protraham quousq; concurrat cum m h producta in puncto o, & complebo superficiem æquidistantium laterum m o n q,& protraham l a usq; ad p punctum lineæ o q, eritq; per præcedentem, supplementũ a b p q, æquale supplemento m l h a, quare & triangulo d e f,& quia per 15 angulus l a h est æqualis angulo b a p, & ideo angulus b a p est æqualis angulo c, patet super datam lineam a b descriptam esse superficiem æquidistantium laterum a b p q æqualem dato triangulo d e f, cuius uterque duorum angulorum ex aduerso positorum qui sunt a & q, est æqualis dato angulo c, quod fuit propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 12. Propositio 44.

44 Ad datam rectam lineam, dato triangulo æquale parallelogrammum
παραβάλλειν * construere in dato angulo rectilineo.

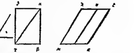
THEON ex Zamb. Sit quidem data recta linea α β, datum uero triangulũ, sit γ, datus autem angulus rectilineus sit δ: oportet iam ad datam rectam lineam α β, dato triangulo γ æquale parallelogrammum * prætendere in angulo qui æqualis δ. Constituatur (per 42) ipsi γ triangulo æquale parallelogrammũ β ε ζ η, in angulo ε β η qui ipsi δ est æqualis. Et (per 2 postulatũ) ponatur ut β ε sit in rectum ipsi α β, & extendatur ζ η in θ, & per α (per 31 propositionem) utrisque & β η & ε ζ parallelus exciteiur α θ, & connectatur (per 1 postulatum) θ β. Et quoniam in parallelos α θ & ε ζ recta linea incidit θ ζ, anguli ergo α θ ζ, θ ζ ε, (per 29 propositionem) duobus rectis rectis sunt æquales. anguli uero β θ η & η ζ ε, duobus rectis sunt minores, quæ autem à minoribus duobus rectis in infinitum producuntur; (per 5 postulatum) concurrunt. Lineæ igitur θ β & ζ ε, in infinitum productæ concurrent producantur igitur, & concurrant in κ. Et (per 31 propositionem) per κ signum utrisq; ε α & ζ θ parallelus excitetur κ λ, & producantur (per 2 postulatum) lineæ θ α & η β ad λ, μ, signa. Parallelogrammum igitur est θ λ κ ζ, illiusq; dimetiens est θ κ, circa uero ipsum dimetientem θ κ parallelogramma sunt α η & μ ε, supplementa uero λ β & β ζ. Igitur (per 43) λ β ipsi β ζ est æquale, sed β ζ (per 42) ipsi triangulo γ est æquale. igitur & λ β, ipsi γ est æquale. Et quoniam angulus η β ε (per 15) angulo α β μ est æqualis, sed angulus η β ε, ipsi δ est æqualis, angulus igitur α β μ, ipsi δ est æqualis. Ad datam igitur rectam lineam α β, dato triangulo γ æquale parallelogrammum * prætenditur λ β, in angulo α β μ qui ipsi δ est æqualis, quod fecisse oportuit.
παραβέβληται



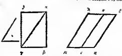
Euclidis ex Zamb. Problema 13. Propositio 45.

45 DAto rectilineo, æquale parallelogrammum constituere in dato angulo rectilineo.

THEON ex Zamb. Sit datum rectilineum α β γ δ, datus uero angulus rectilineus sit ε, oportet iam ipsi α β γ δ rectilineo æquale construere parallelogrammum in dato angulo rectilineo. Connectatur enim (per 1 postulatum) δ β, & constituatur (per 42) triangulo α β δ æquale parallelogrammum ζ θ, in angulo θ κ ζ, qui ipsi ε est æqualis, & * prætendatur (per 44) ad rectam lineam η θ, triangulo δ β γ æquale parallelogrammũ κ μ, in angulo κ θ μ qui ipsi ε est æqualis. Et quoniam angulo ε, angulus θ κ ζ, & angulus κ θ μ est æqualis, angulus igitur θ κ ζ, angulo κ θ μ æqualis. Cõmunis ponatur angulus κ θ η, anguli ergo ζ κ θ & κ θ η, angulis κ θ η & η θ μ sunt æquales. Sed anguli ζ κ θ & κ θ η (per 29 propositionẽ) duobus rectis sunt æquales: anguli igitur κ θ η & η θ μ, duobus rectis sunt æquales. Ad aliquam igitur rectam lineam η θ (per 14 propositionem) ad aliquodq;
παραβαλλέσθω



quodq; in eo signum θ, binæ rectæ lineæ κ θ & θ μ non in eisdem partibus existentes, * utrobiq; angulos binis rectis ἴσοις
æquales efficiunt. In rectum igitur est κ θ ipsi θ μ. At quoniam in parallelos κ μ & ζ η recta linea incidit θ η, alterni anguli μ θ η & θ η ζ (per 29 propositionem) sibi inuicem sunt æquales. Communis ponatur angulus θ η λ. Anguli ergo μ θ η & θ η λ, angulis θ η ζ & θ η λ sunt æquales. Sed anguli μ θ η & θ η λ (per eandem) duobus rectis sunt æquales, anguli igitur θ η ζ & θ η λ duobus rectis sunt æquales. In rectum est igitur linea ζ η, lineæ η λ. At quoniam κ ζ ipsi θ η (per 34) æqualis est & parallelus, & ipsi θ η ipsa μ λ, igitur (per 1 cōmunem sententiam) ζ κ ipsi γ λ æqualis est, & parallelus (per 30 propositionē.)



Sed eas coniungunt rectæ lineæ κ μ & ζ λ, lineæ igitur κ μ & ζ λ (quæ per 33 propositionem) æquales & paralleli sunt: parallelogrammū igitur est κ ζ λ μ. Et quoniam (per 42) triangulum α β δ parallelogrammo ζ θ est æquale, & triangulum δ β γ parallelogrammo η μ, totum igitur α β γ δ rectilineum, toti κ ζ λ μ parallelogrāmo est æquale. Dato igitur rectilineo α β γ δ, æquū parallelogrammū constitutū est κ ζ λ μ, in angulo ζ η μ ipsi ε dato æquali, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 45.

45 EX data linea, quadratum describere.

CAMPANVS. Sit data linea a b, ex qua uolo quadratum describere. A punctis a & b lineæ a b educo per 11 lineas a c & b d perpēdiculares ad lineam a b, quæ erunt æquidistantes per ultimā partem 28, & pono utramq; earū, eidem a b per 3 æqualem, & protraho lineam c d, eritq; ipsa æqualis & æquidistans lineæ a b per 33. Et quia uterq; duorū angulorū a & b est rectus, erit uterq; duorum c & d rectus per ultimam partem 29, ergo per diffinitionem quadrati, a b c d est quadratum, quod est propositum.

Idem aliter ostendere. Sit a c perpendicularis super lineam a b per 11, & sit ei æqualis ut prius, & a puncto c per 31 ducatur c d æquidistans a b, & ponatur æqualis ei, & ducatur linea d b, quæ per 33 erit æqualis & æquidistās a c, & omnes anguli recti, per ultimam partem 29, quare per diffinitionē quadrati habemus propositū.

Eucli. ex Zamb. Problema 14. Propositio 46.

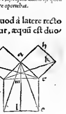
45 Ex data recta linea, quadratum describere.

THEON ex Zamb. Sit data recta linea α β, oportet ex α β recta linea, quadratum describere. Excitetur (per 11 propositionem) ipsi, rectæ lineæ α β, à dato signo α ad angulos rectos α β, & ponatur (per 3 propositionem) ipsi α β æqualis α δ. Et (per 31 propositionem) per signum δ, ipsi α β parallelus excitetur δ ε, & (per eandem) per signum β, ipsi α δ excitetur parallelus β ε: parallelogrammū igitur est ipsum α δ ε β, æqualis igitur est α β ipsi δ ε, & α δ ipsi β ε. Sed α β ipsi α δ est æqualis. quatuor igitur β α, α δ, δ ε, & ε β, sibi [illegible] cem sunt æquales: æquilaterū igitur est α δ ε β parallelogrammū. Dico quod etiam rectangulum est. Quoniā enim in parallelos α β & δ ε, recta linea incidit α δ, anguli igitur β α δ & α δ ε, (per 29 propositionem) duobus rectis sunt æquales: angulus autem β α δ est rectus, angulus igitur α δ ε est etiam rectus, parallelogrammorū * locorum autem latera & anguli ex opposito, sibi inuicem sunt æqualia (per 34 propositionē) ἑκατέρα
Ex opposito igitur ambo & α β ε & β ε δ anguli, sunt recti. Rectangulum igitur est α β ε δ, ostensum autem est quod & æquilaterū. Quadratum igitur est, atq; ex data recta linea α β descriptum, quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 46.

45 IN omni triangulo rectangulo, quadratum quod à latere recto angulo opposito in semetipso ducto describitur, æquū est duobus quadratis quæ ex duobus reliquis lateribus conscribuntur.

CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius angulus a sit rectus. Dico quod quadratum lateris b c, æquū est quadrato lateris a b & quadrato lateris a c simul sumptis. Quadrabo ergo hæc tria latera, secūdum doctrinā præcedentis, sitq; quadratū b c, superficies b c d e, & quadratum b a, superficies b f g a, & quadratū a c, superficies a c h k. Ab angulo a, recto, ducam ad basin d e basin maximi quadrati, tres lineas, scilicet, a l æquidistantem utriq; lateri b d & c e, quæ secet b c in puncto m, & hypothenusas a d & a e.



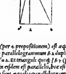
& a e. Itemq; à duobus reliquis angulis trianguli, qui sunt b & c, ducam ad duos angulos duorum quadratorum minorum, duas lineas se intersecantes intra ipsum triangulum, quæ sunt b k & c f. Et quia uterq; duorum angulorum b a c & b a g, est rectus, per 14 erit g c linea una: eadem ratione erit b h, linea una, quia uterque duorum angulorũ c a b & c a h est rectus. Quia ergo super basin b f, & inter duas lineas æquidistantes quæ sunt c g & b f, constituta sunt parallelogrammum b f g a & triangulo b f c, erit per 41 parallelogrammũ b f g a duplum triangulus b f c, sed triangulus b f c est æqualis triangulo b a d per 4, quia f b & b c latera primi sunt æqualia a b & b d lateribus postremi, & angulus b primi est æqnalis angulo b postremi, eo quod uterq; constat ex angulo recto & angulo a b c cõmuni: ergo parallelogrammum b f g a, est duplum ad triangulum a b d. Sed parallelogrammũ b d l m est duplum ad eundem triangulum per 41, quia constituti sunt super eandem basin, scilicet, b d, & inter lineas æquidistantes quæ sunt b d & a l, ergo per cõmunem scientiam quadratum a b f g, & parallelogrammum b d l m sunt æqualia, quia eorum dimidia, uidelicet, prædicti trianguli sunt æqualia. Eodem modo & per easdem propositiones mediantibus triangulis k b c & a e c probabimus quadratũ a c h k esse æquale parallelogrammo c e l m. Quare patet propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 33. Propositio 47.

47 **In rectangulis triangulis quadratum quod à latere rectum angulũ subtendente fit, æquum est quadratis quæ fiunt ex lateribus rectum angulũ continentibus.**

THEON ex Zamb. *Sit triangulũ rectangulum α β γ, rectum habens qui sub β α γ angulum. Dico quod quadratũ quod fit ex β γ, æquum est quadratis quæ fiunt ex β α & α γ. Describatur enim (per 46) ex β γ, quadratum β δ γ ε, & (per eandem) ex β α & α γ, quadrata η β & θ γ. Et per α, ipsis β δ & γ ε, (per 31 propositionem) parallelus excitetur α λ. & connectantur (per 1 postulatum) α δ & γ ζ. Et quoniam anguli β α γ & β α η sunt recti, ad aliquam igitur rectam lineam β α ad datumq; in ea signum α, duæ rectæ lineæ α γ &*

ἐφεξῆς *α η non in easdem partes proiectæ, angulos *utrobiq; duobus rectis æquos efficiunt (per 14 propositionem) in rectum igitur est α γ ipsi α η. Ac per hoc & β α ipsi α θ est in rectum. Et quoniam angulus δ β γ æqualis est angulo ζ β α, rectus enim uterque est, communis ponatur angulus α β γ: totus igitur δ β α, toti ζ β γ est æqualis. Et quoniam duæ δ β & β α duabus β ζ & β γ sunt altera alteri æquales, & angulus δ β α angulo ζ β γ est æqualis, basis igitur α δ basi ζ γ (per 4 propositionem) est æqualis, & triangulum α β δ triangulo ζ β γ est æquale. Trianguli uero α β δ (per 41) parallelogrammum β λ duplum est: basim enim habet eandem, hoc est β δ, in eisdemq; est parallelis, hoc est β δ & α λ. Et trianguli quoq; ζ β γ (per eandem) quadratum η β duplum est, basim namq; eandem habet, hoc est β ζ, & in eisdem est parallelis, hoc est ζ β & η γ. Quæ autem æqualium dupla sunt (per 6 cõmunem sententiam) adinuicem sunt æqualia: parallelogrammũ igitur β λ æquum est quadrato η β. Similiterq; si connectantur (per 1 postulatum) α ε & β κ, ostendetur parallelogrammũ γ λ, æquale esse quadrato θ γ. Totum igitur quadratum β δ ε γ, duobus η β & θ γ quadratis æquum est. Et quadratum β δ ε γ, est descriptum ex β γ: at quadrata η β & θ γ, sunt descripta ex β α & α γ. Quadratum igitur quod ex β γ latere, æquũ est quadratis quæ fiunt ex lateribus β α & α γ. In rectangulis igitur triangulis, quadratũ quod ex rectum angulum subtendente latere fit, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate. Quod erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 47.

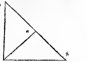
47 **SI quod ab uno trianguli latere in seipsum ducto producitur, æquum fuerit duobus quadratis quæ à duobus reliquis lateribus describuntur, rectus est angulus cui latus illud opponitur.**

CAMPANVS. Lineam in seipsam ducere, est eius quadratum describere. Sit triangulus a b c, sitq; quadratũ lateris a c, æquale quadratis duorũ laterum a b & b c simul iunctis, dico angulum b cui latus a c opponitur, esse rectum. Et hæc est conuersa prioris. A puncto b extraho lineam b d per 11 perpen-

perpendicularem super lineam b c, quam pono æqualem a b, & produco lineam d c, erit per præcedentem, quadratum d c, æquale duobus quadratis duarum linearum d b & b c, & quia b d posita est æqualis b a, erunt per communem scientiam quæ est linearum æqualium æqualia esse quadrata, quadrata duarum linearum a b & b d æqualia: quapropter erit quadratum d c, æquale quadrato a c, ergo per aliam cõmunem scientiam quæ est conuersa prioris, scilicet, lineas, quarum quadrata sunt æqualia, esse æquales, erit d c æqualis a c, quare per 8 angulus b trianguli a b c, est rectus, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 34. Propositio 48.*

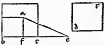
48 Si trianguli quod ab uno laterum quadratum, æquale fuerit eis quæ ex reliquis trianguli lateribus quadratis, angulus comprehensus sub reliquis trianguli duobus lateribus, rectus erit.



THEON *ex Zamb. Trianguli namq; α β γ, quod ex uno latere β γ quadratum, æquum sit eis quæ ex β α, α γ lateribus, quadratis. Dico quod angulus β α γ, rectus est. Excitetur enim (per 11 propositionem) ab α, signo, ipsi α γ rectæ lineæ ad angulos rectos α δ. Et (per 3 propositionem) ponatur ipsi α β, æqualis α δ, & (per 1 postulatum) connectatur δ γ. Et quoniam æqualis est δ α ipsi α β, quadratum quod ex δ α, æquum est quadrato quod ex α β. Commune apponatur quadratum quod ex α γ, quadrata igitur quæ ex δ α & α γ, æqualia sunt eis quæ ex β α & α γ quadratis. At (per præcedentem) quadratis quæ ex δ α & α γ, æquum est quadratum quod ex δ γ. Rectus enim est angulus δ α γ. Quadratis autem ex α β & α γ (per hypothesin) æquum est quadratum quod ex β γ, nam id receptum est. Quadratum igitur quod ex δ γ, æquum est quadrato quod ex β γ. Quare latus δ γ, lateri β γ est æquale: & quoniam α δ, ipsi α β est æquale, communis autem α γ, duæ igitur δ α & α γ, duabus β α & α γ sunt æquales, & basis δ γ, basi β γ æqualis. Angulus igitur δ α γ angulo β α γ (per 8 propositionem) est æqualis. At angulus δ α γ, rectus est. rectus igitur est & angulus β α γ. Si trianguli ergo quod ab uno laterum quadratum, æquum fuerit eis quæ à reliquis trianguli duobus lateribus, quadratis, angulus comprehensus sub reliquis duobus trianguli lateribus, rectus erit. Quod erat ostendendum.*

CAMPANI additio.

Propositis quibuscunq; quadratis, alteri illorum gnomonem reliquo æqualem describere.



Proponantur ergo duo quadrata, scilicet, a b & c d, & sit propositum producere gnomonem circa quadratum a b, æqualem c d quadrato. Protrahatur itaq; unum latus quadrati a b ad æqualitatem unius lateris quadrati c d in continuum & directum, & sit f e, ita quod f e sit æquale uni laterum quadrati c d, & ex e ducam lineam rectam ad a: fit ergo triangulus orthogonius, quia f est angulus rectus. Nectatur ergo sic argumentũ secundum penultimam primi, quadratum e a est tantum, quantum quadratum e f & quadratum f a, sed quadratum e f est æquale quadrato c d, & quadratum f a est æquale quadrato a b, ergo quadratum a e, est æquale quadratis a b & c d. Item e f a, est triangulus, ergo e f & f a latera, sunt longiora a e latere, secundum 20 primi, sed f a est æquale f b ratione quadraturæ, ergo e f & f b sunt longiora a e, ergo illa totalis linea, scilicet, e b, est maior a e: resecetur ergo b e ad æqualitatem a e, ad punctum c, ita quod b c sit æquale a e, ergo quadratum b c est æquale quadrato a e, sed quadratum a e, ut prius probatũ fuit, est æquale quadratis a b & c d, ergo quadratum b c est æquale eisdem. Sed quadratum b c addit supra quadratum a b, gnomonem illum quem uides, ergo gnomo ille, est quadrato c d æqualis, quod erat probandum.

LIBRI PRIMI FINIS.

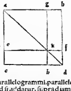
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER SECVNDVS.

Euclides ex Campano.

OMne parallelogrammũ rectangulum, sub duabus lineis angulũ rectum ambientibus dicitur contineri.

CAMPANVS. Parallelogrammum, est superficies æquidistantium laterum. Parallelogrammum rectangulum, est superficies æquidistantium laterum habens omnes angulos rectos, & producitur ex uno duorum laterum eius ambientium unum ex suis angulis, ducto in reliquum, & ideo sub illis dicitur contineri.

Omnis parallelogrammi spatij ea quidem quæ diameter secat per medium parallelogrãma, circa eandem diametrũ consistere dicuntur. Eorum uero parallelogrammorũ quæ circa eandem diametrum consistunt, quodlibet una cum supplementis duobus, gnomo nominatur.



CAMPANVS. Quæ parallelogrãma dicuntur consistere circa diametrũ, & quæ sunt supplementa, expositum est supra in demonstratione 43 primi. Sit enim parallelogrammum a b c d, cuius diametrũ ad diuidant duæ e f, g h, ductæ lineæ æquidistanter lateribus oppositis dicti parallelogrammi secantes se super diametrũ a d, in puncto k, erit ipsum parallelogrammum diuisum in 4 parallelogramma. Et unumquodq; duorum parallelogrammorũ quæ sunt a g e k & k f h d, quæ diameter secat per medium, dicitur consistere circa diametrum. Reliqua duo quæ diameter non secat, dicuntur supplementa cum utroque dictorum parallelogrammorũ consistentium circa diametrum componunt figuram quandam qui gnomo appellatur, cui deest ad complementum parallelogrammi, parallelogrammũ unum reliquum circa diametrum consistens, quod si addatur, supra diametrum totalis compositi consistet, eritq; simile totali. Vnde parallelogrammum addito gnomone quamuis crescat, minime tamen alteratur, quemadmodum dixit Aristoteles in prædicamentis.

Eucli. ex Zamb. *Parallelogrammum rectangulum.*

OMne parallelogrammũ rectangulum, sub duabus rectum angulum comprehendentibus rectis lineis dicituu contineri.

Quid gnomon.

Rufior Omnis parallelogrammi * loci eorum quæ circa dimetientẽ illius sunt parallelogrammorũ unumquodq; cum binis supplementis gnomon uocetur.

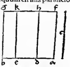
Eucli. ex Camp. *Propositio 1.*

1 SI fuerint duæ lineæ quarum una in quotlibet partes diuidatur, illud quod ex ductu alterius in alteram fiet, æquum erit ijs quæ ex ductu lineæ indiuisæ in nnamquamq; partem lineæ particulatim diuisæ rectangula producentur.

CAMPANVS. Lineam in aliam lineam ducere, est supra terminos unius earum duas lineas orthogonaliter alij æquales erigere, & superficiem æquidistantiũ laterum rectangulam complere, quæ sub illis duabus lineis per diffinitionẽ dicitur contineri.

Sint duæ

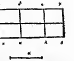
Sint duæ lineæ a b & c. quarũ una scilicet a b, in quotlibet partes diuidatur quæ sint a d & d e & e b: dico ꝙ illud quod fit ex ductu c in totum a b, æquum est illis parallelogrãmis rectangulis simul iunctis quæ fiunt ex c in a d & in d e & in e b. Super puncta a, b, erigam lineas a f & b g perpendiculares super lineam a b, quarũ utraq; sit æqualis lineæ c, & complebo rectangulã superficiẽ a f b g, ducta linea f g, quæ per diffinitionem producitur ex c in a b, & sub illis dicitur cõtineri. Protraham quoq; per 31 primi a punctis d & e, lineas d h & e k æquidistãtes lateribus a f & b g, eritq; utraq; earum æqualis c per 34 primi, quoniã utraq; earũ est æqualis a f: per diffinitionem igitur rectangulũ a d f h producitur ex c in a d, & sub illis dicitur contineri, & rectangulũ d h e k, ex c in d e, & rectangulũ e k b g, ex c in e b. Et quia hæc rectangula simul iuncta sunt æqualia totali rectãgulo a f b g, patet uerũ esse propositũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 **Si fuerint binæ rectæ lineæ, seceturq; ipsarũ altera in quotcunq; segmenta, rectangulũ comprehensum sub duabus rectis lineis, æquum est eis quæ ab insecta & quolibet segmento rectangulis comprehenduntur.**

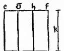
THEON ex Zamb. Sint binæ rectæ lineæ α & βγ, seceturq; earũ altera βγ utcunq; in δ, ε, signis. Dico quod rectangulũ cõprehensum sub α & βγ æquũ est rectangulo cõprehenso sub α & βδ, & ei quod sub α & δε, & etiã ei quod sub α & εγ. Excitetur nanq; (per 11 propositionẽ primi) ex β, ipsi βγ ad angulos rectos βζ, ponatur quoq; (per 3 primi) ipsi α æqualis βη & per η, ipsi βγ (per 31 primi) parallelus excitetur ηθ. & (per eandem) per δ, ε, γ, ipsi βη excitentur paralleli δκ, ελ, γθ. Aequũ est iam βθ ipsis βκ, δλ, & εθ, & βθ ei quod sub α & βγ: cõprehenditur enim sub ηβ & βγ, æqualis autẽ est βη ipsi α. At βκ ei quod ex α & βδ: comprehenditur nanq; sub ηβ & βδ, æqualis autẽ est βη ipsi α. At δλ ei quod sub α & δε: æqualis nanq; est δκ, hoc est βη ipsi α. Et insuper similiter εθ ei quod sub α & εγ. Quod igitur sub α & βγ cõprehenditur, æquum est ei quod sub α & βδ, & ei quod sub α & δε, & ei insuper quod sub α & εγ. Si fuerint ergo binæ rectæ lineæ, seceturq; earũ altera, & quæ sequũtur reliqua, quod erat ostendendũ.



Eucli. ex Camp. Propositio 2.

2 **SI fuerit linea in partes diuisa, illud quod ex ductu totius lineæ in seipsam fit, æquũ erit ijs quæ ex ductu eiusdẽ in omnes suas ꝑtes.**

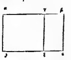
CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in a c & c d & d b, dico ꝙ illud quod fit ex ductu totius a b in se q̃d sit a e b f, æquũ est ijs quæ fiunt ex ipsa tota in unamquamq; dictarũ partium, quod palam patebit, ductis c g & d h æquidistanter a e & b f. Aliter. Sumatur k æqualis a b, eritq; per præmissam q̃d fit ex ductu k in totã a b, æquũ ei quod fit ex ductu k in omnes partes a b. Et quia ex k in a b tantũ fit quantũ ex a b in se, & ex k in omnes partes a b quantũ ex a b in omnes partes eiusdẽ, propter id ꝙ k & a b sunt æquales, patet uerum esse propositũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

2 **Si recta linea secetur utcunq;, quæ sub tota & quolibet segmentorũ rectangula cõprehenduntur, æqualia sunt ei quod ex toto est quadrato.**

THEON ex Zamb. Recta enim linea αβ, secetur utcunq; in signo γ. Dico quod rectangulũ comprehensum sub αβ & βγ, cum rectangulo cõprehenso sub βα & αγ, æquũ est quadrato quod ex αβ. Describatur enim (per 46 primi) ex αβ, quadratũ αβδε, excitetur q; (per 31 primi) per γ, utriq; αδ & βε, parallelus γζ, æquũ est igitur αε ipsis αζ & γε, est autẽ αε ex αβ quadratũ. Et αζ sub βα & αγ rectangulũ contentũ, comprehenditur enim sub δα & αγ, æqualis autẽ est αδ ipsi αβ. Et γε, ei quod sub αβ, βγ: æqualis enim est βε ipsi αβ. Quod igitur sub βα & αγ cum eo quod sub αβ & βγ, æquũ est quadrato quod ex αβ. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 3.

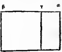
3 **SI fuerit linea in duas partes diuisa illud quod fiet ex ductu totius in alterutrã partem, æquũ erit ijs quæ ex ductu eiusdem partis in**

seipsam & alterius in alteram.

CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in a c & b c, dico ꝙ illud quod fit ex tota a b in eius partem a c, æquũ est quadrato eiusdem a c partis, & ei quod fit ex eadem parte a c in b c. Fiat quadratũ lineæ a c quod sit a c d f, & perficiatur superficies a b d e, patebitq; propositũ. Aliter. Sumatur g æqualis a c. Et quia b a in a c tantũ est quantũ a c in a b & ecõuerso, & a c in a b, item & in c b & in seipsam quantũ g in easdem, at g in totã a b quantũ in a c & in c b per primã huius, patet propositũ, scilicet ꝙ tantũ erit a c in a b quantũ in se & in c b. Quare ecõuerso a b in a c quantũ a c in se & in c b. Quod uolumus demõstrare.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 3

3 **Si recta linea secetur utcunq;, rectangulũ sub tota & uno segmentorũ comprehensum, æquum est ei quod sub segmentis cõprehenditur rectangulo, & ei quod ex prædicto segmento fit quadrato.**



THEON ex Zamb. *Recta enim linea α β, secetur utcunq; in signo γ. Dico quod rectangulũ comprehensum sub α β & β γ, æquũ est rectangulo cõprehenso sub α γ & γ β, cum quadrato quod ex β γ. Describatur enim (per 46 primi) ex β γ, quadratũ γ δ ε β, & extendatur ε δ in ζ, (per 2 postulatũ.) Et per α, utriq; γ δ & β ε (per 31 primi) parallelus excitetur α ζ. Aequũ iam est α ε, ipsis α δ & γ ε, estq; α ε rectangulum cõprehensum sub α β & β γ, cõprehenditur etenim sub α β & β ε, & æqualis est β ε ipsi β γ. Et α δ est quod sub α γ & γ β, æqualis enim est δ γ ipsi γ β, at δ β quadratũ est quod fit ex γ β. Rectangulũ igitur contentũ sub α β & β γ, æquũ est rectangulo cõprehenso sub α γ & γ β cum quadrato quod ex β γ. Si recta igitur linea secetur & quæ sequũtur reliqua ut in theoremate. Quod demõstrasse oportuit.*

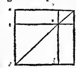
Eucli. ex Camp. Propositio 4.

4 **SI fuerit linea in duas partes diuisa, illud quod ex ductu totius in seipsam fit, æquũ est ijs quæ ex ductu utriusq; partis in seipsam & alterius in alterã bis. Ex hoc manifestũ est ꝙ in omni quadrato duæ superficies quas diameter secat per mediũ, sunt ambæ quadratæ.**

CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in a c & b c, dico ꝙ quadratũ totius a b, æquũ est duob. quadratis duarũ linearũ a c & b c & duplo eius quod fit ex ductu unius earũ in alterã. Describã quadratũ alterius partium, sitq; c d b e, quadratũ lineæ c b, cui adiungam gnomonẽ secundũ ductum directiuũ lineæ alterius, scilicet a c, quem faciã hoc modo. In quadrato descripto protrahã diametrũ b d, & à pũcto a e ducã perpendicularẽ super lineam a b, quæ sit a k, quã a k & diametrũ b d, producã usquequo per penultimã petitionẽ concurrant in puncto f, & à puncto f, producã f h æquidistantẽ lineæ a b, quam f h & b e, producã usq; quo concurrãt in puncto g, & producã c d usq; ad h, & e d usq; ad k. Et quia duo latera d e & e b, trianguli d e b sunt æqualia, erunt per 5 primi, duo anguli e d b & e b d æquales, & quia angulus e est rectus, erit per 32 primi uterq; eorũ medietas recti, eadem ratione uterq; duorũ angulorũ c d b & c b d, erit medietas recti. Quare per secũdam partẽ 29 primi, & 15 eiusdẽ, erit unusquisq; quatuor angulorũ qui sunt h f d & h d f & k f d & k d f, medietas recti: ergo per 6 primi, f g & g h sunt æquales, similiter quoq; f a & a b, pari ratione f h & h d, itemq; f k & k d, quare utraq; duarũ superficierũ a b g f & k d b f, est quadrata. Et quia totale quadratũ a b f g quod est quadratũ lineæ a b, constat ex duobus quadratis quæ consistunt circa diametrũ quæ sunt quadrata duarũ linearũ a c & c b, & ex duobus supplemẽtis quorũ unumquodq; producitur ex a c in b c, patet propositũ nostrũ. Aliter. Sit linea a b, ut prius diuisa in a c & c b, eritq; per 2 huius quod fit ex tota a b in se, æquũ ei quod fit ex ipsa in a c & c b, sed ex ipsa in a c tantum fit quantũ ex a c in se & ex a c in b c, per 3 huius. itemq; ex ipsa a b tota in b c tantum fit quantum ex c b in se & ex c b in a c per eandem, ergo quod fit ex tota a b in se, æquum est ei quod fit ex a c in se & in c b, & ex c b in se & in a c, quod est propositũ. Sed hac uia non patet correlarium, sicut uia præcedenti patet, unde prima est autori magis consona.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 4

4 Si recta linea secetur utcunq́, quadratū quod fit ex tota, æquū est quadratis quæ fiunt ex segmentis, & ei quod bis sub segmentis cōprehenditur rectangulo.



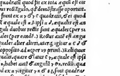
THEON ex Zamb. Recta enim linea αβ, secetur utcunq́ in signo γ. Dico quod quadratū αβ, æquum est quadratis quæ fiunt ex αγ & γβ, & bis sub αγ & γβ cōtento rectāgulo. Describatur enim (per 46 primi) ex αβ, quadratū αδεβ, & cōnectatur βδ, & (per 31 primi) per γ, utrisq́ αδ & βε parallelus excitetur γζ, dispescens diametrū βδ in η signo, (& per eandem) per η, utrisq́ αβ & δε parallelus excitetur θκ. Et quoniā parallelus est γζ ipsi αδ, & in eas incidit βδ (per 28 & 29 primi) angulus exterior γηβ æqualis est interiori & opposito αδβ. Sed angulus αδβ, ei qui sub αβδ (per 5 primi) est æqualis, quoniā latus βα, lateri αδ est æquale. Igitur angulus γηβ, angulo ηβγ est æqualis: quare (per 6 primi) & latus βγ, lateri γη est æquale. Sed γβ ipsi ηκ est æquale, & γη ipsi κβ: igitur ηκ ipsi κβ est æquale. Aequilaterū igitur est, γηκβ. Dico etiam quod rectangulū. Quoniā parallelus est γη ipsi βκ, & in eas incidit linea γβ, anguli igitur κβγ & ηγβ (per 29 primi) duobus rectis sunt æquales, angulus autē κβγ rectus est: rectus igitur est & angulus βγη. Quare (per 34 primi) & ex opposito anguli γηκ & ηκβ sunt recti. Rectangulū igitur est γηκβ. Ostensum autē est quod & æquilaterū, quadratum igitur est, estq́ ex βγ, ac per hoc etiam θζ quadratū est, & est ex θη, hoc est αγ. Quadrata igitur θζ & γκ, sunt ex lineis αγ & γβ. Et quoniam αη æquū est ipsi ηε, estq́ αη id quod sub αγ & γβ, æqualis nāq́ est ηγ ipsi γβ, igitur ηε (per 43 primi) æquū est ei quod sub αγ & γβ. Igitur & αη & ηε, æqualia sunt ei quod bis est sub αγ & γβ. Quadrata autē θζ & γκ, sunt ex αγ & γβ. Quatuor igitur θζ, γκ, αη & ηε, sunt eis æqualia quæ fiunt ex αγ & γβ quadratis, & ei quod fit bis sub αγ & γβ rectāgulo. Sed θζ, γκ, αη, & ηε, sunt totū αδεβ, quod est quadratū quod ex αβ. Quadratū igitur quod fit ex αβ, æquū est eis quæ fiunt ex αγ, & γβ quadratis, & ei quod bis sub αγ & γβ cōprehenditur rectāgulo. Si recta igitur linea secetur utcūq́, quadratū quod fit ex tota æquū est eis quæ ex sectionibus fiunt quadratis, & ei quod bis cōprehenditur sub sectionibus rectāgulo, q̄d demōstrasse oportuit.

ALITER idem ostendere. Dico quod quadratū αβ, æquū est eis quæ fiunt ex αγ & γβ quadratis, & ei quod bis sub αγ & γβ cōprehenditur rectangulo. In eadē enim descriptione, quoniā æquale est αβ ipsi αδ, æqualis est angulus αβδ ei qui sub αδβ, (per 5 primi.) Et quoniā omnis trianguli tres anguli duobus rectis sunt æquales (per 32 primi) trianguli αβδ tres anguli αδβ, δβα, & βαδ, duobus rectis sunt æquales (per eandē.) Rectus autē est angulus βαδ, reliqui ergo anguli αβδ, & αδβ, uni recto sunt æquales, & sunt æquales alter alteri, uterq́ igitur αβδ & αδβ, dimidiū est recti. Angulus autē βγη, rectus est, æquus enim est ei qui ex opposito ad α (per 29 primi.) Reliquus igitur angulus γηβ, dimidiū est recti. Angulus igitur γηβ, angulo γβη est æqualis, quare & latus βγ, æquale est ipsi γη, sed βγ ipsi ηκ est æquale, & γη ipsi βκ est æquale. Aequilaterū igitur est γκ, habet autē & angulū γβκ, rectū. quadratū est igitur γκ, & est ex βγ, & ob id etiā θζ quadratū est, & æquū est ei quod ex αγ. igitur γκ & θζ, sunt quadrata, & æqualia sunt eis quæ ex αγ & γβ fiunt quadratis. Et quoniā æquū est αη ipsi ηε, estq́ αη id quod sub αγ & γβ, æqualis enim est ηγ ipsi γβ, & ηε igitur æquū est ei quod sub αγ & γβ. igitur αη & ηε, sunt æqualia ei quod bis fit sub αγ & γβ. Sunt autē γκ & θζ, æqualia eis quæ fiunt ex αγ & γβ quadratis. Igitur γκ, θζ, αη, & ηε, sunt æqualia eis quæ ex αγ & γβ, & ei quod bis est sub αγ & γβ, sed γκ, θζ, αη, & ηε, totum sunt αε quadratū quod fit ex αβ. Quadratū igitur quod fit ex αβ, æquū est quadratis quæ fiunt ex αγ & γβ, & ei rectangulo quod bis cōprehenditur sub αγ & βγ, quod ostendere oportuit.

CORRELARIVM. Ex hoc manifestū est, quod in quadratis * areis parallelogrāma quæ circa dimetientē, quadrata sunt. χωρίοις

Euclides ex Campano. Propositio 5

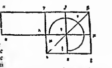
5 Si linea recta per duo æqualia duoq́ inæqualia secetur, quod sub inæqualibus totius sectionis rectangulū continetur cum eo quadrato quod ab ea quæ inter utrasq́ est sectiões describitur, æquū est ei quadrato quod à dimidio totius lineæ in se ducto describitur.



CAMPANVS. Sit linea a b diuisa per æqualia in puncto c, & per inæqualia in puncto d. dico quadratū c b, esse æquale ei quod fit ex a d in d b, & quadrato c d. Describam quadratū c b, quod sit c b f e, in quo protrahā diametrū e b, & ducā d g æquidistantē b f, quæ secet diametrū e b in puncto h, & à puncto h educā æquidistantem lineæ a b, quæ sit h k, secans lineā b f in puncto m, & lineam c e in puncto l, & protrahā a k, æquidistantē c e. Eritq́ per correlariū præmissæ, utraq́ duarū superficierū l g & d m, quadrata, & per 43 primi, duo supplemēta c b & h f, æqualia. Ergo addito quadrato d m, utriq́, erit parallelogrammū c m æquale parallelogrāmo d f, & quia a l est æquale c m per 36 primi. erit a h æquale gnomoni qui circũstat quadrato l g, ergo addito utrięꝫ quadrato l g, erit a b cum quadrato l g æquale quadrato e f, quod est propositũ.

Eucli ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

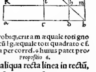
5 Si recta linea secetur in æqualia & nõ æqualia, rectangulũ comprehensum sub æqualibus segmẽtis totius, una cum quadrato eius quæ media est sectionũ, æquum est ei quod à dimidia fit quadrato.



THEON ex Zamb. Recta enim linea quædã αβ secetur quidem in æqualia in γ, & in non æqualia in δ. Dico quod rectangulũ cõprehensum sub αδ & δβ una cum quadrato quod ex γδ, æquũ est ei quod fit ex γβ quadrato. Describatur enim (per 46 primi) ex γβ, quadratũ γϛζβ, & (per primũ postulatũ) cõnectatur ϛι, & (per 31 primi) per δ, utrisꝙ & γι & ϛζ parallelus excitetur δη, secans ϛι in puncto θ. & rursus (per eandẽ) per θ, utrisꝙ αβ & ιζ parallelus excitetur κμ æqualis ipsi αϛ & rursus (per eandẽ) per α, utrisꝙ γλ & ϛμ parallelus excitetur ακ. Et quoniã (per 43 primi) supplementũ γθ æquũ est supplemento θζ, cõmune ponatur δμ totum igitur γμ, toti δζ est æquale. Sed γμ ipsi αλ est æquale, quoniam αγ ipsi γβ est æqualis, & αλ igitur ipsi δζ est æquale. Cõmune ponatur γθ, totum igitur αθ ipsis δλ & δζ est æquale. Sed αθ æquũ est ei quod sub αδ & δβ, æqualis enim est δθ ipsi δβ, & ζδλ est μνξ gnomon. Gnomon igitur μνξ, æqualis est ei quod sub αδ & δβ. Commune ponatur λη, quod æquũ est ei quod fit sub γδ. gnomon igitur μνξ & λη, sunt æqualia rectangulo cõprehenso sub αδ & δβ, & ei quod fit ex γδ quadrato (per 36 primi. Sed gnomon μνξ & λη, totum sunt quadratũ γϛζβ quod est ex βγ. Rectangulum igitur cõprehensum sub αδ & δβ una cum quadrato quod ex γδ fit, æquũ est ei quadrato quod fit ex γβ. Si recta igitur linea & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 6

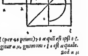
6 Si recta linea in duo æqualia diuidatur, alia uero ei linea in longũ addatur, quod ex ductu totius iam cõpositæ in eam quæ iam adiecta est, cum eo quod ex ductu dimidiæ in seipsam, æquũ est ei quadrato quod ab ea quæ constat ex adiecta & dimidia in seipsam ducta describitur.



CAMPANVS. Sit linea a b diuisa per æqualia in puncto c, eięꝫ addatur linea b d: dico ꝙ quadratũ c d, quod sit c d e f, æquale est ei quod fit ex tota a d in b d & quadrato c b. Producam in quadrato prædicto e d, diametrũ d e, & ducam lineam b g æquidistantẽ d f, quæ secet diametrũ d e in puncto h, à quo h, producam æquidistantẽ lineæ a b, quæ sit h k, secans d f in puncto m, & c e in puncto l, & producam a k, æquidistantẽ e l, eritꝙ per 36 primi, a l, æquale c h. At c h, erit æquale h f, p 43 primi, quare a l, est æquale h f. Ergo addito c m utrobięꝫ, erit a m æquale toti gnomoni circũstanti l g, quare l g addito utrobięꝫ, erit a m cũ l g, æquale toti quadrato c f. Et quia utraęꝫ duarũ superficierũ l g & b m est quadrata per correl. 4 huius patet propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

6 Si recta linea bifariam secetur, adijciaturęꝫ ei aliqua recta linea in rectũ, rectangulũ comprehensum sub tota cum apposita & apposita, una cum quadrato quod fit à dimidia, æquũ est ei quod fit ex coniuncta ex dimidia & apposita tanęꝫ ex una descripto quadrato.



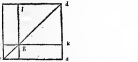
THEON ex Zamb. Recta enim linea αβ secetur bifariã in signo γ, apponaturęꝫ ei aliqua recta linea in rectum ϛδ. Dico quod rectangulum cõprehensum sub αδ & δϛ, una cum quadrato quod fit ex δϛγ, æquũ est ei quod fit ex δγ, quadrato. Describatur (per 46 primi) ex γδ quadratũ γιζδ, & (per 1 postulatũ) connectatur δι, & (per 31 primi) per β signum, utriꝙ earũ ιγ & δζ, parallelus excitetur βγ, secans ϛι in puncto θ, & (per eandem) per θ signũ, utriꝙ ipsarũ αδ & ιζ, parallelus excitetur αμ, & insuper (per eandem) per α, utriꝙ earum γλ & δμ, parallelus excitetur ακ. Quoniam igitur (per 36 primi) æqualis est αγ ipsi γϛ, æquũ est αλ ipsi γθ. Sed (per 43 primi) γθ æquũ est ipsi θζ. Igitur & αλ ipsi θζ (per eandem) est æquale, commune apponatur γμ, totum igitur αμ, gnomoni νξο est æquale.

Sed αμ

Sed κ μ est id quod fit sub α δ & δ β, æqualis enim est δ μ ipsi δ β & gnomon igitur ν ξ ο, æqualis est rectangulo comprehenso sub α δ & δ β. Commune apponatur λ κ, quod æquũ est quadrato quod fit ex γ β. Rectangulũ igitur comprehensum sub α δ & δ β, una cum eo quod ex β γ quadrato, æquum est ipsi ν ξ ο gnomoni, & ipsi λ κ, sed gnomon ν ξ ο & λ κ, totum sunt γ ε ζ δ quadratũ, quod fit ex γ δ. Rectangulũ igitur comprehensum sub α δ & δ β, una cum quadrato quod ex β γ, æquũ est quadrato quod ex γ δ. Si recta igitur linea & quæ sequũtur reliqua. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 7.

7 SI linea in duas partes diuidatur, quod fit ex ductu totius in seipsam cũ eo quod est ex ductu alterius partis in seipsam, æquũ est eis quæ ex ductu totius lineæ in eandem partem bis & ex ductu alterius partis in seipsam.



CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in duas partes in puncto c, dico quod quadratũ totius a b cũ quadrato b c, æquũ est ei quod fit ex a b in b c bis cum quadrato a c. Describatur quadratũ totius, quod sit a b d e, & ducatur diameter b d, & c f æquidistans b e, secans diametrum in puncto g, & ducatur k g h æquidistãs a b. Et quia quadratũ a c cũ quadrato c h tantũ sunt quantũ quadratũ k f cum duabus superficiebus a h & c e patet propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7.

7 Si recta linea secetur utcunq;, & quod ex tota & q̃d ex uno segmentorũ utraq; quadrata, æqualia sunt rectangulo cõprehenso bis sub tota & dicto segmento, & ei quod à reliquo segmẽto fit quadrato.

THEON ex Zamb. Recta enim linea α β, secetur utcunq; in signo γ, dico quod quadrata ex α β & β γ, æqua sunt rectangulo contento bis sub α β & β γ, & ei quod fit ex α γ, quadrato. Describatur enim (per 46 primi) ex α ζ, quadratũ α δ ε β, describaturq; figura. Quoniam (per 43 primi) æquũ est α η ipsi η ε, cõmune apponatur ι ζ; totum igitur α ζ, toti γ ε est æquale. Igitur α ζ & γ ε, duplum est ipsius α ζ. Sed α ζ & γ ε, sunt κ λ μ gnomon, & ι ζ quadratũ, & κ λ μ: igitur gnomon & α ζ. Est autẽ ipsius α ζ duplum, etiam id quod bis sub α β & β γ, fit æqualis enim est β ζ ipsi β γ, ergo κ λ μ gnomon & quadratũ γ ζ, æquũ est rectangulo contento bis sub α β & β γ, cõmune apponatur δ κ, quod est quadratũ ex α γ. gnomon igitur κ λ μ, & ζ κ & κ δ quadrata, æqualia sunt & ei quod bis sub α β & β γ rectangulo continetur, & ei quod ex α γ fit quadrato. Sed κ λ μ gnomon, & quadrata β κ & δ κ, totum sunt β α δ ε & ι ζ, quæ sunt ex α β & β γ quadrata. quadrata igitur ex α β, β γ, æqualia sunt rectãgulo bis sub α β & β γ comprehenso, cum eo quod fit ex α γ quadrato. Si recta igitur linea, & quæ sequũtur reliqua ut in theoremate, quod demonstrasse oportuit.

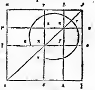
Eucl. ex Camp. Propositio 8.

SI linea in duas partes diuidatur, eiq; in longum æqualis uni diuidentium adiũgatur, quod ex ductu totius iam compositæ in seipsam fiet, æquũ erit ijs quæ ex ductu prioris lineæ in eam adiectam quater, & ei quod ex ductu alterius diuidentis in seipsam.

CAMPANVS. Sit a b diuisa in puncto c, qualitercũq; contingat, cui addatur b d æqualis c b, dico q quadratũ totius a d quod sit a d e f, est æquale ei quod fit ex a b in b d quater cũ quadrato a c. Hoc autẽ patebit, ducta diametro d e, & lineis c g & b h æquidistantibus lineæ d f, & secantibus diametrũ in punctis k, l, per quæ puncta ducantur p q k r, & m l n o, æquidistantes a d. Erit enim per correl. 4 huius, unaquæq; superficierũ r g, n q, & b m, quadrata. Et quia c b posita est æqualis b d, erit utraq; superficierũ c l & l p, quadrata. Eruntq; quatuor quadrata diuidentia quadratum c p, æqualia, & quia totus gnomo circũstans quadrato r g, est per 36 & 34 quadruplus ei quod ex a b in b d, quia quadruplus ad superficiem a l, patet propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 8.

8 Si recta linea secetur utcunq;, rectangulum comprehensum quater sub tota & uno segmentotū cum eo quod ex reliquo segmento sit quadrato, æquum est ei quod fit ex tota & prædicto segmento tanquam ab una descripto quadrato.



THEON ex Zamb. Recta enim linea quædā α β secetur utcunq; in signo γ, dico quod quater sub α β & β γ cōprehensum rectangulum, una cum eo quod ex α γ quadrato, æquū est ei quod fit ex α β & β γ tanquam ab una descripto quadrato. Producatur enim (per 6 secundi) in rectam lineam ipsi α β recta linea β δ, & ponatur ipsi γ β æqualis β δ (per 3 primi) Et (per 46 primi) ex α δ describatur quadratum α ε ζ δ, & describatur dupla figura. Quoniam igitur æqualis est γ β ipsi β δ, sed γ β ipsi π κ, est æqualis, & β δ (per 34 primi) ipsi κ ν est æqualis, & ν κ igitur ipsi κ ν est æqualis. & perinde π ρ ipsi ρ ο est æqualis. Et quoniam æqualis est β γ ipsi β δ, & π κ ipsi κ ν, æquū est igitur γ κ ipsi κ δ, & π ρ ipsi ρ ν, (per 36 primi.) Sed (per 43 primi) γ κ ipsi ρ ν est æquale, supplementa enim sunt parallelogrammi γ ο, & κ δ, igitur ipsi ν ρ est æquale. Igitur δ κ, γ κ, ν ρ, & ρ ν, sibi inuicem sunt æqualia: ipsa quatuor igitur quadruplicata sunt ipsius γ κ. Rursus quoniam æqualis est γ β ipsi β δ. sed β δ quidem ipsi β κ, hoc est ipsi γ η est æqualis, & γ β ipsi α κ, hoc est ipsi η π est æqualis. & γ κ igitur ipsi η π est æqualis. Et quoniā æqualis est γ η ipsi η π, & π ρ ipsi ρ ο, æquū est α η ipsi μ π, & π λ ipsi ρ ζ, sed μ π ipsi π λ (per 43 primi) est æquale: supplementa enim sunt pallelogrammi μ λ & α π igitur ipsi ρ ζ (per 43 eiusdem) est æquale. Quatuor igitur α η, μ π, π λ, & ρ ζ, sibi inuicem sunt æqualia: quatuor igitur quadruplicata sunt ipsius α η. Ostensum autem est quod quatuor γ κ, κ δ, ν ρ, & ρ ν ipsius γ κ quadruplicata: octo igitur quæ gnomonem σ τ υ complectuntur, quadruplicata sunt ipsius α κ. Et quoniam α κ est quod sub α β & β δ, æqualis enim est β κ ipsi β δ, quod igitur quater est sub α β & β δ, quadruplicatū est ipsius α κ: ostensum est autem quod ipsius α κ, quadruplicatum, est gnomon σ τ υ. Igitur id quod quater est sub α β & β δ, gnomoni σ τ υ æquum est. Cōmune apponatur ξ θ, quod æquum est quadrato quod ex α γ. Rectangulū igitur quater sub α β & β δ comprehensum, cum quadrato quod ex α γ, æquum est gnomoni σ τ υ & (ei quod est) ξ θ. Sed σ τ υ gnomon & ξ θ, totum sunt α ε ζ δ quadratum quod est ex α δ, quod igitur quater sub α β & β δ, una cum eo quod fit ex α γ, æquum est ei quod fit ex α δ quadrato: æqualis autem est β δ ipsi β γ Rectangulū igitur comprehensum quater sub α β & β γ, una cum eo quod fit ex α γ quadrato, æquum est ei quod fit ex α δ, hoc est ei quod ex αβ & β γ tanquā ab una descriptum est quadrato. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.

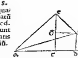
Eucli. ex Camp. Propositio 9.

9 SI linea in duo æqualia duoq; inæqualia diuiditur, quæ fiunt ex ductu utriusq; inæqualiū sectionum in seipsam pariter accepta, duplum sunt utrisque pariter acceptis, quæ quidem ex dimidia eacq; quæ utrique sectioni interiacet quadratis describuntur.

CAMPANVS. Sit linea a b diuisa per æqualia in c, & per inæqualia in d. Dico φ quadratum a d & quadratū d b simul iuncta, dupla sunt quadrato a c & quadrato c d simul iunctis. Super lineam a b, erigo lineam c e, perpendicularē & æqualem utriq; earum linearū a c & c b, & produco e a & e b, eritq; per 32 primi, uterq; angulorū a & b, & uterq; angulorū partialium qui sunt ad e, medietas recti, totusq; e, rectus. Et produco d f, æquidistantem c e, & perpendicularē super lineam a b, eritq; uterq; angulorū d, rectus, & angulus d f b, medietas recti per 32 primi siue per secundam partem 29 primi. Quare per 6 primi d f & d b sunt æqualia. A puncto f duco f g, æquidistantem a b, eritq; per secundem partem 29 primi & per 32 eiusdem, uterq; angulorū g, rectus, & angulus e f g per 32 medietas recti, quare per 6 eiusdem, latera e g & g f, sunt æqualia. Et quia per penultimā eiusdem quadratū e f est æquale quadrato e g & quadrato g f, ipsum erit duplum ad quadratū g f, quare ad quadratum c d. Item quia per eandem quadratū e a est æquale quadrato a c & quadrato c e, ipsum erit duplum ad quadraum a c, & quia quadratum a f æquale quadrato e f & a e per eandem, ipsum erit duplum ad quadratū a c & ad quadratū c d.

Sed quadra-

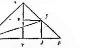
Sed quadratum a f est iterum æquale per eandem qua/drato a d quadrato d f, ergo quadratū a d & quadratū d f, dupla sunt ad quadratum a c & ad quadratum c d. Et quia quadratum d f est æquale quadrato d b, erunt quadrata duarum linearum a d & d b, dupla quadratis duarum linearū quæ sunt a c & c d, quod est propositū.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 9.

9 . Si recta linea secetur inæqualia & non æqualia, quæ ab inæqualibus to/tius segmentis fiunt quadrata, dupla sunt eius quod à dimidia & eius quod ab ea quæ media est sectionum fit quadratorum.

THEON ex Zamb. Recta enim linea quædam α β, secetur in æqualia in signo γ, & in non æqualia in δ. Dico quod quadrata ex α δ & δ β, dupla sunt eorum quæ ex α γ & γ δ sunt quadratorum. Excitetur enim (per 11 primi) ex γ signo ipsi α β, ad angulos rectos γ ε, & ponatur (per 3 primi) æqualis utriq; ipsarum α γ & γ β, & (per 1 postulatū) connectantur α ε & ε β. Et (per 31 primi) per δ ipsi ε γ, parallelus excitetur δ ζ, & (per eandem) per ζ ipsi α β, parallelus excitetur ζ η, & (per 1 postulatum) connectatur α ζ.

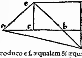


Et quoniam æqualis est α γ ipsi γ ε, æqualis est (per 5 primi) angulus ε α γ angulo γ ε α. Et quoniam rectus est angulus qui ad γ, reliqui igitur anguli ε α γ & α ε γ, uni recto sunt æquales: uterq; igitur eorum qui sub α ε γ & ε α γ, recti dimidius est. Ob id quoq; & uterq; ipsorum ε β γ & γ ε β, recti dimidius est. Totus igitur α ε β, rectus est. Et quoniam qui sub η ε ζ recti dimidius est, rectus autem qui sub ε η ζ, æqualis enim interiori est opposito (per 29 primi) hoc est ipsi ε γ β, reliquus igitur qui sub ε η ζ, recti dimidius est. Aequus igitur est (per 6 cōmunem sententiam) qui sub η ε ζ, ei qui sub ε ζ η: quare (per 6 primi) & latus ε η, lateri ζ η est æquale. Rursus quoniam angulus qui ad β, recti dimidius est, rectus autem est qui sub ζ δ β, æqualis enim rursus est interiori & opposito ipsi ε γ β (per 29 primi) reliquus igitur qui sub β ζ δ, recti dimidius est. Aequalis igitur est angulus qui ad β ipsi δ ζ β. Quare (per 6 primi) & latus δ ζ, lateri δ β est æquale. Et quoniam α γ æqualis est ipsi γ ε, & æquum est quod ex α γ ei quod ex γ ε: quadrata igitur quæ sunt ex α γ & γ ε, eius sunt dupla quod est ex α γ. At (per 47 primi) eis quæ sunt ex α γ & γ ε, æquum est quod ex ε α fit quadratū: angulus enim qui sub α γ ε, rectus est. Igitur quod ex α ε fit, eius quod est ex α γ, duplum est. Rursus quoniam æqualis est ε η ipsi η ζ, æquum est id quod ex ε η, ei quod ex η ζ: quadrata igitur quæ sunt ex η γ & ε ζ, dupla sunt quadrati quod ex η ζ. Quadratis autem quæ fiunt ex ε η & η ζ, æquum est id quod ex ε ζ (per 47 primi) quadratum igitur quod ex ε ζ, duplum est eius quod ex η ζ. Aequalis autem est η ζ ipsi γ δ: igitur quod ex ε ζ, duplum est eius quod ex γ δ. Est autem & id quod ex α ε, duplum eius quod fit ex α γ. Quadrata igitur quæ ex α ε & ε ζ quadratorū quæ fiunt ex α γ & γ δ dupla sunt. Eis autem quæ fiunt ex α ε & ε ζ, æquum est id quod ex α ζ fit quadratum (per 47 primi) Rectus enim est angulus qui sub α ε ζ. Quadratū igitur ex α ζ, eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, duplum est. Ei autem quod fit ex α ζ, æqualia sunt ea quæ fiunt ex α δ & δ ζ (per 47 primi) rectus enim est angulus qui ad δ. Ea igitur quæ ex α δ & δ ζ, dupla sunt eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, quadratorū. Aequalis autem est δ ζ ipsi δ β, quadrata igitur quæ ex α δ & δ β fiunt, dupla sunt eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, quadratorū. Si recta igitur linea secetur in partes æquales & inæquales, quæ ab inæqualibus totius segmentis fiunt quadrata, dupla sunt eius quod ex dimidia, & eius quod ex medio segmentorū fit quadratorū, quod oportuit demonstrasse.

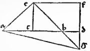
Eucli. ex Camp. Propositio 10.

10 Si linea in duo æqualia diuidatur, eicq; in longum alia addatur, quadratum quod describitur à tota cum addita, & quadratum quod ab ea quæ addita est utraque quadrata pariter accepta, ei quadrato quod à dimidia eicq; quod ab ea producitur quæ ex dimidia ad/iectacq; consistit, utrisq; quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.

CAMPANVS. Sit linea a b diuisa per æqualia in c, & addita sibi linea b d, dico quod duo quadrata dua/rum linearū a d & b d, pariter accepta, dupla sunt duo bus quadratis duarum linearum a c & c d, pariter acce ptis. Erigo c e perpendicularem super lineam a b, & æ/qualem utricq; linearū a c & c b, & perficio triangulum a e b, ductis lineis a e & e b, eritcq; ut in præmissa utercq; angulorū a & b, & utercq; eorum qui sunt ad e, medie/tas recti per 32 primi, totuscq; e est rectus. A puncto e, produco e f, æqualem & æquidi/stantem

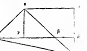


ſtantem c d, & produco f d & e b, quouſq; concurrant in puncto g, & produco lineam a g. Eritq; per ultimã partem 29 primi, angulus c e f, rectus, ſed angulus c e b, eſt medietas recti, ergo angulus b e f, eſt ſimiliter medietas recti, & quia per 33 primi, f d eſt æquidiſtans c e, erit per 34 eiuſdem, angulus f rectus, ergo per 32 eiuſdẽ, erit angulus e g f medietas recti, item per eandem, angulus d b g ſimiliter medietas recti, propter id quod angulus b d g eſt rectus, ergo per 6 eiuſdẽ, duo latera e f & f g ſunt æqualia, item duo latera d b & d g ſunt æqualia. Ergo per penultimã eiuſdem, quadratum e g, duplum eſt ad quadratum e f, quare ad quadratum c d. Itemq; per eandem, quadratum a e, duplum eſt ad quadratũ a c. Et quia quadratũ a g eſt per eandem æquale quadratis a e & e g, ſimiliter quoq; & quadratis a d & d g, at quia quadratum d g eſt æquale quadrato b d, erunt duo quadrata duarum linearum a d & b d pariter accepta, dupla duobus quadratis duarum linearũ a c & c d pariter acceptis, quod eſt propoſitum. Hæc autem & omnes præmiſſæ, ueritatem habent in numeris ſicut in lineis.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 10.*

10 Si recta linea ſecetur bifariam, apponatur autẽ ei quæpiam recta linea in rectum, quod ex tota tum appoſita & quod ex appoſita utraque quadrata, dupla ſunt eius quod ex dimidia & eius quod ex compoſita ex dimidia & adiuncta tanquam ex una deſcriptorum quadratorum.



THEON *ex Zamb.* *Recta enim quædam linea α β, ſecetur bifariam in γ, apponaturq; et quæpiam recta linea in rectum, β δ. Dico quod quadrata quæ ex α δ & δ β, dupla ſunt quadratorũ quæ ſiunt ex α γ & γ δ. Excitetur (per 11 primi) ab ipſo γ ſigno, ipſi α β ad angulos rectos γ ε, & ponatur (per 3 primi) æqualis utriq; ipſarum α γ & γ β, & (per 1 poſtulatum) connectantur ε α & ε β. Et (per 31 primi) per ε, ipſi α δ parallelus excitetur ε ζ, & (per eandem) per δ, ipſi δ ε parallelus excitetur δ ζ. Et quoniam in parallelos rectas lineas γ ε & δ ζ, recta quædam linea incidit ε ζ, anguli igitur γ ε ζ & ε ζ δ, (per 29 primi) duobus rectis ſunt æquales. Anguli igitur ζ ε β & ε ζ δ, duobus rectis ſunt minores, (per eandem.) Quæ autem à minoribus duobus rectis producuntur (per 5 poſtulatum) concidant: igitur ε β & ζ δ productæ ad partes β, δ, concidunt, producantur, & concidant in η. & (per 1 poſtulatum) connectatur α η. Et quoniam æqualis eſt α γ ipſi γ ε, angulus quoq; α ε γ angulo ε α γ eſt æqualis (per 5 primi) & rectus eſt qui ad γ, dimidius ergo recti, eſt uterq; qui ſub ε α γ & α ε γ. Et propterea uterq; etiam qui ſub γ ε β & ε β γ, recti dimidius eſt, rectus igitur eſt qui ſub α ε β. Et quoniam angulus ε β γ recti dimidius eſt, & (per 15 primi) angulus igitur δ β η recti dimidius eſt. Angulus autem β δ η, rectus eſt, æqualis enim eſt ei qui ſub δ γ ε, alterni enim, reliquus igitur angulus δ η β, recti dimidius eſt. Igitur (per 6 cõmunem ſententiam primi) angulus δ η β, et qui ſub δ β η eſt æqualis. Quare (per 6 primi) & latus β δ, lateri η δ æquum eſt. Rurſus quoniam angulus ε η ζ, recti dimidius eſt, rectus autem qui ad ζ, æqualis enim (per 34 primi) ex oppoſito ei qui α δ γ, reliquus igitur angulus ζ ε η, recti dimidius eſt. Angulus igitur ε η ζ, angulo ζ ε η eſt æqualis. Quare (per 6 primi) & latus ζ ε, lateri ζ η eſt æquale. Et quoniam æqualis eſt ε γ ipſi γ α, quadratum quoq; quod ex ε γ, et quod eſt ex α γ quadrato æquum eſt: quadrata igitur quæ ſunt ex γ ε & γ α, dupla ſunt eius quod fit ex α γ, quadrati. Eis autem quæ ſiunt ex ε γ & γ α (per 47 primi) æquum eſt id quod ex ε α. Quadratum igitur quod ex ε α, duplum eſt eius quod fit ex α γ. Rurſus quoniam æqualis eſt η ζ ipſi ε ζ, quadratum quod fit ex η ζ, æquum eſt ei quod fit ex ε ζ, quadrato: quadrata igitur quæ ex η ζ & ε ζ ſiunt, eius quod fit ex ε ζ, dupla ſunt. Eis autem quæ ſiunt ex η ζ & ε ζ (per 47 primi) æquum eſt id quadratum quod fit ex ε η: id igitur quod fit ex ε η, duplum eſt eius quod fit ex ε ζ. Aequalis autem eſt ε ζ ipſi γ δ: id igitur quod fit ex ε η, duplum eſt eius quod fit ex γ δ. Patuit autem quod & id quod fit ex ε α, duplum eſt eius quod fit ex α γ. Quadrata igitur quæ ſiunt ex α ε & ε η, eorum quæ ſiunt ex α γ & γ δ quadratorum, dupla ſunt. Quadratis autem quæ ſiunt ex α ε & ε η, æquum eſt id quod fit ex α η quadratum (per 47 primi) Quadratum igitur quod fit ex α η, eorum quæ ſiunt ex α γ & γ δ, duplum eſt. Ei autem quod fit ex α η, æqualia ſunt quadrata quæ ſiunt ex α δ & δ η. Quadrata igitur quæ ſiunt ex α δ & δ η, dupla ſunt eorum quæ ex α γ & γ δ ſiunt, quadratorum. æqualis autem eſt δ η ipſi δ β. Quadrata igitur quæ ſiunt ex α δ & δ β, dupla ſunt eorum quæ ſiunt ex α γ & γ δ quadratorũ. Si recta igitur linea ſecetur bifariam, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod oſtendere oportebat.*

Euclides

Eucli. ex Camp. Propositio 11.

11 **D**Atam lineam sic secare, ut quod sub tota & una portione rectangulum cõtinetur, æquum sit ei quod fit ex reliqua sectione quadratum.

CAMPANVS. Sit linea data a b, quã uolumus sic diuidere: ut quod ex tota & una eius portione producitur, æquũ sit quadrato alterius. Describo quadratũ ipsius a b, quod sit a b c d. Latus b d diuido per æqualia in e, & produco a e: & e b produco usq; ad f: ita q̃ e f sit æqualis a e. Et ex b f portione extrinseca, describo quadratũ quod ex latere a b resecat portionem æqualẽ b f, quæ sit b h: & quadratũ descriptũ sit b f h g. Dico quod a b sic est diuisa in puncto h: quod illud quod fit ex tota a b in eius portionem b a, est æquale quadrato h b. Produco g h usque ad k: quæ erit æquidistans a c. Quia ergo linea d b diuisa est per æqualia in e, & est sibi addita linea b f: erit per 6 huius quod fit ex d f in b f cum quadrato e b, æquale quadrato e f: quare & quadrato e a. quare per penultimam primi, quadratis duarum linearum e b & b a. Ergo dempto ab utrisque quadrato lineæ e b: erit quod fit ex d f in b f & ipsum est superficies d g, æquale quadrato lineæ a b. Ergo dempto ab utrisque parallelogrãmo h d: erit quadratum h f æquale parallelogrãmo h c. Et quia quadratum h f est quadratum lineæ h b, & parallelogrammum h c producitur ex c a quæ est æqualis a b, in a h, patet factum esse propositum. ¶ Ad hoc autem faciendum in numeris, non labores, quia impossibile est numerum sic diuidi, ut hic undecima proponit, sicut scies, sexti 26 te docente.

Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propositio 11.

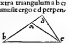
11 Datam rectã lineã secare: ut quod sub tota & altero segmẽto cõprehensum rectangulum, æquum sit ei quod fit ex reliquo segmento, quadrato.

THEON ex Zamb. *Sit data recta linea αβ: oportet autem ipsam αβ secare, ut quod sub tota & altero segmento comprehensum rectangulum, equum sit ei quod fit ex reliquo segmẽto, quadrato. Describatur (per 46 primi) ex αβ, quadratum αβγδ, & secetur (per 10 primi) αγ, bifariam, in ε, signo, & cõnectatur βε. Et extendatur (per 2 postulatum) γα, in ζ. & ponatur (per 3 primi) ipsi βε, æqualis εζ. (Et per 46 primi) ex αζ describatur quadratum ζηαθ, & extendatur (per 2 postulatum,) ηθ, in κ. Dico quod αβ, secatur in θ, ut quod ex αβ, & βθ, comprehensum rectangulum, æquum sit ei quod fit ex αθ, quadrato. Quoniam enim recta linea αγ secta est bifariam in ε, adiacet autem ei αζ, igitur (per 6 secundi) rectangulum comprehensum sub γζ, & ζα, una cum eo quod fit ex αε, quadrato, æquum est ei quod fit ex εζ, quadrato, æqualis autem est εζ: rectangulum igitur comprehensum sub γζ, & ζα, una cum eo quod fit ex αε, quadrato: æquum est ei quod fit ex εβ, quadrato. Sed ei quod fit ex εβ, æqualia sunt (per 47 primi) ea quæ fiunt ex βα, & αε, quadrata: rectus enim est angulus qui ad α. Quod igitur est sub γζ, & ζα, cum eo quod fit ex αε, æquum est eis quæ fiunt ex βα, & αε, Commune auferatur id quod ex αε, reliquum igitur rectangulum comprehensum sub γζ, & ζα: æquum est ei quod fit ex αβ, quadrato. Et id quidem quod sub γζ, & ζη, est ipsum ζκ, æqualis enim est ζα, ipsi ζη. Id autem quod fit ex αβ, est ipsum αδ. Igitur ζκ æquum est ipsi αδ. Cõmune auferatur ακ, reliquum igitur ζθ, ipsi θδ, est æquale. Est autem θδ, id quod sub αβ, & βθ, æqualis enim est αβ, ipsi βδ. At ζθ, id est quod ex αθ. Rectangulum igitur comprehensum sub αβ & βθ, æquum est ei quod fit ex θα, quadrato. Data igitur recta linea αβ, in θ, dissecta est, ut rectangulum sub αβ, & βθ, comprehensum, æquum sit ei quod ex αθ, sit quadrato, quod fecisse oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 12.

12 **I**N his triaogulis qui obtusum habent angulum, tanto ea quæ obtusum subtendit angulum, ambobus reliquis lateribus quæ obtusum continent angulum amplius potest, quãtum est quod continetur bis sub uoo eorum atque ea quæ ei directe iuocta ad obtusum angulum, à perpendiculari extra deprehenditur.

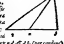
CAMPANVS. Sit triangulus a b c, habens angulum a, obtusum. A pũcto c, ducatur linea perpendicularis ad lineam b a, quæ necessario cadet extra triangulum a b c: alioqui angulus obtusus esset rectus aut minor recto per 16 primi: sit ergo c d perpendicularis super lineam a b productam usque ad d. Dico ꝙ quadratum lateris b c quod subtenditur angulo obtuso, tãto maius est duobus quadratis duarum linearum a b & a c ambientibus ipsum angulum obtusum, quantum est illud quod fit ex b a in a d bis. (Potẽtia enim lineæ, respectu quadrati sui est, unde tantum dicitur posse linea quælibet: quãtum in se ducta producit.) Erit enim per 4 huius, quadratum b d, æquale duobus quadratis duarum linearum b a & a d & duplo eius quod fit ex b a in a d. Et quia quadratum b c per penultimam primi est æquale quadrato b d & quadrato d c: ipsum erit æquale quadratis triũ linearũ b a, a d, & d c, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Sed per eãdem, quadratũ a c, est æquale quadratis a d & d c. ergo quadratum b c, est æquale quadratis duarum linearum b a & c a. & duplo eius: quod fit ex b a in a d. Quare b c tanto amplius potest duabus lineis b a, a c, quantum est duplum eius quod fit ex b a in a d. Iam enim diximus quod tantum dicitur posse linea quælibet: quantum in se ducta, producit, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 12.

12 In obtusiangulis triangulis quod ab obtusum angulum subtendente latere fit quadratum, maius est eis quæ fiunt ab obtusum angulum comprehendentibus lateribus, quadratis, comprehenso bis sub uno eorum quæ sunt circa obtusum angulum in quod protractum cadit perpendicularis, & assumpto extrinsecus sub perpendiculari ab obtusum angulum

THEON ex Zamb. Sit obtusi anguli triangulũ α β γ, obtusum habẽs angulũ β α γ. & ducatur ex β signo, in γ α, productã (per 12 primi) perpẽdicularis β δ. Dico quod quadratum quod ex β γ. maius est eis quæ fiunt ex β α, & α γ, quadratis. bis sub γ α, & α δ, comprehenso rectangulo. Quoniam enim recta linea γ δ, secta est utcunq; in α, signo. igitur (per 4 secundi) quod fit ex γ δ æquum est eis quæ fiunt ex γ α, & α δ, quadratis, & bis sub γ α & α δ comprehenso rectangulo. Commune ponatur id quod ex δ β. Ea igitur quæ sunt ex γ δ, & δ β, æqua sunt eis quæ fiunt ex γ α, & α δ, & δ β, quadratis, & bis sub γ α & α δ, comprehenso rectangulo. Sed eis quæ sunt ex γ δ & δ β. æquum est id quod ex γ β, (per 47 primi) rectus enim est angulus qui ad δ. Eis autem quæ fiunt ex α δ, & δ β, (per eandem) æquum est id quod fit ex α β. Quadratum igitur quod fit ex γ β, æquum est eis quæ fiunt ex γ α & α β, quadratis (per eandem) & bis sub γ α, & α δ, comprehenso rectangulo. Quare quadratum quod fit ex γ β, eis quæ fiunt ex γ α, & α β, maius est. bis sub γ α, & α δ, comprehenso rectangulo. In amblygonijs igitur triãgulis quod ab obtusum angulum subtendente latere fit quadratũ: maius est & quæ sequuntur reliqua: quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 13.

13 Omnis oxygonij tanto ea quæ acutum respicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest: quantum est quod bis continetur sub uno eorum cui perpendicularis intra superstat, eaq; sui parte quæ perpendiculari anguloq; acuto interiacet.

CAMPANVS. Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto, in triangulo oxygonio: ueritatem habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangulo, siue fiat orthogonius, siue amblygonius, siue oxygonius. Sit ergo in triangulo a b c, quicunque triangulus fuerit: angulus c acutus, qui si fuerit oxygonius, ducatur perpendicularis ab quouis angulorum a uel b, ad quamuis basin b c uel a c: quia cum sic fuerit: semper cadet perpendicularis intra triãgulum.

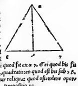
Si autem sit amblygonius aut orthogonius ab angulo obtuso uel recto ducatur perpendicularis ad latus oppositum, quam manifestum est cadere intra triangulum. Et, ut simpliciter dicam, cum in omni triãgulo sint duo acuti anguli, necessario erit alter

rel-

reliquorum angulorum qui sunt a & b, acutus. Ducam igitur perpendicularem, ad lineam illam quæ duobus acutis interiacet. Sit ergo ut trianguli a b c: angulus b etiam sit acutus: ducam ergo ad b c: perpendicularem quæ sit a d, quæ (ut dictum est) cadet intra triangulum. Dico itaque quod quadratum lateris a b quod subtẽditur angulo acuto c, tantò minus est duobus quadratis duarum linearũ a c & c b, quãtũ duplum eius quod fit ex b c in d c. Vel dico quod quadratum a c quod etiam subtenditur angulo b quem posuimus acutum (quicquid fuerit de angulo a) tanto minus est duobus quadratis duarũ linearũ a b, & b c, quantum est duplum eius quod fit ex c b in b d. Erit enim per 7 huius, quadratũ b c cũ quadrato d c, æquale ei quod fit ex b c in d c bis, & quadrato alterius partis scilicet a b, addito utrique quadrato a d, erit quadratum b c cum quadratis duarum linearum a d & d c, æquale quadratis duarum linearum a d & d b, & duplo eius quod fit ex c b in c d. At quia per penultimam primi, quadratũ a c est æquale quadratis duarum linearum a d & d c: erit quadratum b c cum quadrato a c, æquale quadratis duarum linearum a d & b d, & duplo eius quod fit ex b c in c d. Sed per eandem penultimam primi, quadratum a b, æquum est quadratis duarum linearum a d & b d: ergo quadratum b c cum quadrato a c, æquum est quadrato a b: & duplo eius quod fit ex b c in c d: quare tanto minus potest a b duobus lateribus b c & a c: quantum est duplum eius quod fit ex b c in c d, quod est propositum. Simili modo probabis, latus a c quod subtenditur angulo b acuto, posse tanto minus duobus lateribus a b & b c: quantum est duplum eius quod fit ex c b in b d. ¶ Notandum autem per hanc & præcedẽtem & penultimam primi, quod cognitis lateribus omnis trianguli: cognoscitur area ipsius, & auxiliantibus tabulis de chorda & arcu, cognoscitur omnis eius angulus.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propositio 13.*

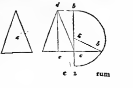
13 **In oxygoniis triangulis, quod ex acutum angulum subtendente fit quadratum, minus est eis quæ ex acutum angulum comprehendentibus lateribus fiunt quadratis: cõprehenso bis sub uno eorum quæ sunt circa acutum angulum quod perpendicularis cadit, & sumpto intus sub perpendiculari ad acutum angulum.**



THEON ex Zamberto. *Sit oxygonium triangulum α β γ, acutum habens angulum qui ad β, & (per 12 primi) ducatur ab α, signo, in β γ, perpendicularis α δ. Dico quod quadratum ex α γ, minus est quadratis quæ fiunt ex γ β, & β α comprehenso bis rectangulo sub γ δ, & β β. Quoniam enim recta linea β γ dissecta est utcunque in δ igitur (per 7 secundi) quadrata quæ ex γ β, & β δ, æqualia sunt bis sub γ β, & β δ, cõprehenso rectãgulo, & ei quod fit ex γ δ, quadrato. Cõmune apponatur quadratum quod ex δ α. Igitur quadrata quæ ex γ β, & β δ, & δ α, (per 7 secundi) æqualia sunt rectangulo comprehenso bis sub γ β, & β δ, & eis quæ fiunt ex α δ, & δ γ, quadratis. Sed eis quæ fiunt ex β δ, & δ α, æquum est id quod fit ex α β, angulus enim qui ad δ, rectus est. Eis autẽ quæ fiũt ex α δ, & δ γ, æquũ est id quod ex α γ, (per 47 primi) ea igitur quæ fiunt ex γ β, & β α, æqualia sunt ei quod fit ex α γ, & ei quod bis fit sub γ β, & β δ. Quare solum quod fit ex α γ, minus est eis quæ fiunt ex γ β, & β α, quadratis: eo quod est bis sub γ β, & β δ, comprehenso rectangulo in oxygonijs igitur triangulis. & quæ sequuntur reliqua: quod ostendere oportebat.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 14.*

14 **Dato trigono: æquum quadratum describere.**

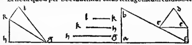


CAMPANVS. Sit datus trigonus a: cui nos uolumus æquum quadratum describere. Designabo superficiem æquidistantium laterum & rectorũ angulorum æqualem trigono dato, secũdum quod docet 42 primi: sitque superficies illa b c d e cuius si latera fuerint æqualia: habemus quod quærimus: ipsa enim erit quadrata per diffinitionem. Si autem latera sint inæqualia: tunc adiungam minus ipsorum laterum maiori, secundum rectitudinem: sitq́ linea c f, æqualis minori duo-

rum

rum laterum quod est c e, adiuncta maiori quod est b c, secundum rectitudinem. Totam b f diuidam per æqualia, in puncto g, & facto g centro, super lineam b f secundum quantitatẽ lineæ g b: describam semicirculũ b h, & latus e c producã: usquequo secet circũferentiã in pũcto h. Dico quod quadratum lineæ c h est æquale trigono dato. Producã lineã g h. Et quia linea b f diuisa est per æqualia in g, & per inæqualia in c: erit per 5 huius, qđ fit ex ductu b c in c f cũ quadrato c g, æquale quadrato g f, quare & quadrato g h, quare per penultimã primi, & duobus quadratis duarum linearum g c & c h. Ergo dempto utrinque quadrato c g, erit quod fit ex b c in c f, qđ est æquale superficiei b e, eo quod c f est æquale quadrato lineæ c h, quare quadratũ lineæ c h, est æquale trigono a, quod est propositum.

CAMPANI additio. Et nota quod per hoc inuenitur latus tetragonicum cuiuslibet altera parte lõgioris, & simpliciter omnis figuræ rectis lineis cõtẽtæ: quæcunque fuerit, quoniam omnẽ figurã talem in triãgulos

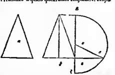


resoluemus: & cuiuslibet illorum triangulorũ inueniemus tetragonicum latus secundum doctrinam istius, & inueniemus per penultimam primi, lineam unam, quæ possit in omnia latera tetragonica inuenta. Verbi gratia, uolo inuenire latus tetragonicũ rectilineæ figuræ irregularis a b c d e f, Resoluo eã in tres triangulos qui sunt a b f, & c d e & f c e. Inuenio quoque secundum doctrinã istius: tria latera tetragonica istorũ triũ triangulorum, quæ sunt g h, h k, & k l, & erigo h k: perpẽdiculariter super g h, & produco g k, eritq; per penultimam primi, quadratum g k, æquale quadratis duarum linearum g h, & h k, & tertium latus k l, erigo perpendiculariter super lineam g k, & produco lineam g l, eritq; per penultimam primi, g l latus tetragonicum totius figuræ rectilineæ propositæ.

Eucli. ex Zamb. *Problema 2.* *Propositio 14.*

14 Dato rectilineo, æquum quadratum constituere.

THEON *ex Zamb.* *Sit datum rectilineum α. oportet ei rectilineo æquum quadratum constituere: constituatur (per 45 primi) ipsi α, rectilineo: æquum parallelogrammum rectangulum β γ δ ε. Si æqualis est β ε, ipsi ε δ factũ iam est problema, constituitur enim ipsi α, rectilineo: æquum quadratum β δ. Si autem non, ipsarum β ε, & ε δ, altera, maior est. Sit maior β ε, & producatur in ζ, & ponatur ipsi ε δ, æqualis, ε ζ, (per 3 primi,) & (per 10 primi) secetur β ζ bifariã in η. Et cẽtro quidẽ η, spatio uero aut η β, aut η ζ, semicirculus describatur β θ ζ, & (per 2 postulatũ producatur δ ε, in θ, & (per 1 postulatũ) cõnectatur η θ. Quoniã igitur recta linea ζ β, secta est in æqualia in η, & in inæqualia in ε, igitur (per 5 secundi) rectangulũ comprehẽsum sub β ε, & ε ζ, cũ quadrato quod fit ex ε η, æquũ est ei quod ex η ζ, quadrato. Aequalis autem est η ζ, ipsi η θ: rectangulum igitur cõprehensum sub β ε, & ε ζ, (per 5 secũdi) cũ eo quod ex η ε, fit quadrato, æquum est ei quod fit ex η θ, ei autem quod fit ex η θ, æqualia sunt ea quæ ex θ ε, & η ε, fiunt quadrato, (per 47 primi.) Quod igitur fit sub β ε, & ε ζ, cum eo quod fit ex η ε: æquum est eis quæ fiunt ex θ ε, & η ε, commune auferatur quadratum quod ex ε η, reliquum igitur rectangulum comprehensum sub β ε, & ε ζ, æquum est ei quod fit ex ε θ, quadrato. Sed id quod sub β ε, & ε ζ, est quod ipsum β δ, æqualis enim est ε ζ, ipsi ε δ, parallelogrammum igitur β δ, æquum est ei quod fit ex θ ε, quadrato. Sed β δ, æquum est ipsi α, rectilineo, & α: igitur rectilineum æquum est quadrato descripto ex ε θ. Dato igitur rectilineo α, æquum quadratum constitutum est, ex ε θ, descriptum, quod fecisse oportuit.*



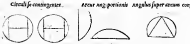
LIBRI SECVNDI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER SECVNDVS.

Ex Campano. Diffinitiones.

QVorum diametri sunt æquales, ipsos circulos æquales esse. Maiores autem, quorum maiores. Et minores, quorum minores. 2 Circulum linea contingere dicitur: quæ cum circulum tangat, in utramq; partem eiecta circulum non secat. 3 Circuli sese contingere dicuntur: qui se tãgentes, seinuicem non secant.

4 Rectæ lineæ in circulo æqualiter distare dicũtur à centro: cum à centro ad ipsas ductæ perpendiculares, fuerint æquales. 5 Plus uero distare à centro dicitur, in quam perpendicularis longior cadit. 6 Recta linea portionem circuli continẽs, chorda nominatur. 7 Portio uero circunferentiæ, arcus nuncupatur. 8 Angulus autem portionis, dicitur qui à chorda & arcu continetur. 9 Supra arcum angulus consistere dicitur, qui à quolibet puncto arcus ad chordæ terminos duabus rectis lineis exeuntibus cõtinetur.

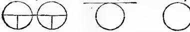


10 Sector circuli, est figura quæ sub duabus à cẽtro ductis lineis & sub arcu qui ab eis cõprehenditur cõtinetur. 11 Angulus autẽ qui ab eis lineis ambitur, supra centrum consistere dicitur. 12 Similes circulorum portiones dicuntur, in quibus qui supra arcum consistunt anguli sibi inuicem sunt æquales. 13 Arcus quoque similes sunt qui æquos angulos prædicto modo suscipiunt.

Ex Zamberto. Diffinitiones.

Equales circuli, sunt quorum dimetientes sunt æquales, uel quorum quæ ex centris sunt æquales. 2 Recta li/nea circulum tangere dicitur, quæ circulum tangens & e/iecta, circulum non secat. 3 Circuli sese tangere adin uicē dicūtur, qui sese inuicē tangentes non inuicē secant.

Circuli æquales — Linea cir. tangens. — Circuli se tangentes



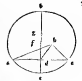
4 In circulo æqualiter distare à centro rectæ lineæ dicuntur, cū à centro in eas perpendiculares ductæ sunt æquales. Magis autē distare dicitur, in quā maior perpendicularis cadit: 5 Segmentum circuli, est figura compre hensa sub recta linea, & circuli circunferentia. 6 Segmenti angulus, est qui sub recta linea & circuli circunferentia comprehenditur: 7 In se gmēto autem angulus est, cum in circunferentia segmēti sumitur aliquod signum, & ab eo in rectæ lineæ fines quæ basis est segmenti rectæ lineæ coniunguntur, angulus qui continetur, sub coniunctis rectis lineis.

8 Cum uero comprehendentes angulum rectæ lineæ aliquam suscipiūt circunferentiam, in illa angulus esse dicitur. 9 Sector autem circuli, est cum ad centrum circuli steterit angulus, comprehēsa figura sub angulum comprehendentibus rectis lineis, & assumpta sub eis circunferentia.
10 Similia segmenta circuli, sunt quæ angulos æquos suscipiunt: uel in quibus anguli sibi inuicem sunt æquales.

Eucli. ex Camp. Propositio 1.

Irculi propositi, cētrū inuenire. Vñ manifestū est q̄ duabus rectis lineis in eodē circulo apud circūferētiā terminatis, o utra illarū al terā p æqualia orthogonaliter secat: nisi ipsa super cētrū trāsietit.

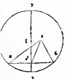
CAMPANVS. Sit circulus propositus a b c, cuius uolumus centrū inuenire. Duco in ipso circulo lineā a c, qualitercūq; contingat, quā diuido per æqualia in puncto d a, quo duco perpendicularē ad lineā a c, quā applico circunferētiæ ex utraq; parte sitq; e d b, quā rursus diuido per æqualia in puncto f, quē dico esse centrum circuli. Si enim nō est, erit autē alibi aut in linea e b, aut extra. In linea e b, nō. Si eñ fuerit in ea ut in pū cto ćto g,erit linea e f,maior linea e g,pars uidelicet toto,quod est impossibile. Quod si fuerit extra lineã e b,ut in pũcto h, ducãtur lineæ h a,h d,h c. Et quia latera h d,&d a triãguli h d a sunt æqualia lateribus h d & d c triãguli h d c.& basis h a basi b c,erit per 8 primi,angulus a d h æqualis angulo c d h,quare uterq; rectus,&quia angulus a d b fuit etiã rectus, erit a d h æqualis a d b per 3 petitionẽ primi,pars uidelicet toti,quod est impossibile. Nõ est ergo centrũ dati circuli alicubi q̃ in puncto f,quod est propositum.



Eucl ex Zamb. Problema 2. Propositio 1

1 Dati circuli,centrum inuenire.

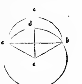
THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ,oporiet ipsius circuli α β γ, centrũ inuenire. Excitetur in eo linea quædã recta utcũq;, sitq; α β Et (per 10 primi,)secetur bifariã in δ,& (per 11 eiusdẽ)ab ipso δ,ipsi α β,excitetur δ γ ad angulos rectos,& (per postulatũ secundũ extẽdatur in ε,seceturq; (per 10 primi,)γ ε, bifariã in ζ Dico quod ζ,centrũ est circuli α β γ. Non enim,sed si possibile est,sit η,& (per 1 postulatũ)cõnectantur η α,η δ,η β Et quoniã æqualis est α δ,ipsi δ β,cõmunis autẽ δ η,duæ igitur α δ,& δ η,duabus η δ,& δ β,sunt æquales altera alteri,& (per 15 diffinitionẽ primi,basis η α,basi η β,est æqualis:ex cẽtro enim igitur (per 8 primi,)angulus α δ η,angulo β δ η,est æqualis Cũ aũt recta linea super rectã cõsistẽs lineã,utrobiq; angulos æquos adinuicẽ fecerit,eorũ angulorũ uterq;(per 10 primi diffinitionẽ,)rectus erit. Angulus igitur β δ η,rectus est:at angulus ζ δ β,rectus est. Angulus igitur ζ δ β,angulo β δ η,(per 4 postulatũ) æqualis ,maior minori, quod est impossibile. Igitur η,nõ est centrũ circuli α β γ Similiter ostẽdemus,quod nul ũ aliud præter ζ. Igitur ζ, centrum est circuli α β γ,quod fecisse oportuit.*



CORRELARIVM *Hinc est manifestũ,quod si in circulo recta linea aliqua aliquã rectã lineã bifariam, & ad angulos rectos dispescit in dispescente est centrum circuli.* Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 SVper circuli circunferentiam duobus punctis signatis, lineam rectam ductam ab altero ad alterum circulum secare necesse est.

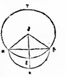
CAMPANVS Sit ut in circũferẽtia circuli a b, cuius centrũ sit c,signata sunt duo puncta , quæ sunt a & b,Dico quod linea recta cõiungẽs unũ cũ altero,secabit circulũ. Alioqui cadet extra circulũ,sitq; a e b,linea recta,si possibile est. Producã lineas c a & c b,eruntq; per 5 primi,angulus c a b & c b a æquales:protrahã itẽ lineã c e,quæ secet circũferentiã in puncto d,eritq; per 16 primi,angulus a e c maior angulo c b e,quare maior angulo c a e,quare per per 18 eiusdẽ,latus a c,maius latere c e,& quia est æqualis c a, erit c d,maior c e,pars toto,quod est impossibile. Quia ergo linea coniũgens duo puncta a b, non transibit extra circulum: secabit ipsum quod est propositum.



Eucli ex Zamb. Theorema 1. Propositio 2

2 Si in circuli circũferẽtia duo fuerit signa utcunque sumpta , ea signa connectens recta linea intra ipsum circulum cadit.

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ,& in eius circũferentia sint utcũq; bina signa α β.Dico quod recta linea applicata ex α in β,intra ipsum circulũ α β γ,cadit. Nõ enim sed si possibile est,cadat extra α ε β Et cõtingat siue accipiatur cẽtrũ circuli,α β γ,sitq; illud(per præcedẽtẽ,)δ,& (per 1 postulatũ)cõnectãtur δ α. δ β,& extẽdatur δ ζ, ad ε. Quoniã igitur æqualis est(per 15 diffinitionẽ primi,)δ α,ipsi δ β,æqualis est angulus δ α ε,angulo δ β ε. Et quoniã trianguli δ α ε, unũ latus producitur α ε β, igitur (per 16 primi) angulus δ ε β,angulo δ α ε,maior est. Aequalis autem est angulus δ α ε, et qui sub δ β γ. Maior igitur est angulus δ ε β,angulo δ β ε, maiori autem angulo, maius latus subtenditur (per 18 primi,) maior igitur est δ β,quàm δ ε. Aequalis autem est (per 15 diffinitionem primi) δ β, quàm δ ζ , maior igitur est δ ζ, quam δ ε, minor maiore, quod est impossibile. Recta igitur linea ex α , in β, extra ipsum circulum non cadit. Simuliter etiam demonstrabimus quod neque in*



ipsam circumferentiam, intra igitur Si in circuli circumferentia igitur, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 3.

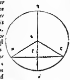
3 SI lineam intra circulum præter centrum collocatam alia à centro ueniens per æqua secet: orthogonaliter super eam insistete. & si in eam orthogonaliter steterit, eam per æqualia diuidere necesse est.

CAMPANVS. Sit ut lineam a b collocatam intra circulum a b, cuius centrũ sit c, linea c d ueniens à centro, diuidat per æqualia. Dico q̃d diuidit eã orthogonaliter, & econuerso, uidelicet si diuidit eã orthogonaliter, diuidit eã per æqualia. Producã lineas c a & c b, & ponã primo quod diuidat eã per æqualia, erunt ergo duo latera c d & d a, triãguli c d a æqualia duobus lateribus c d, & d b, triãguli c d b, & basis c a basi c b: ergo per 8 primi, angulus d unius, est æqualis angulo d alterius: uterque igitur est rectus. Quare c d, est perpendicularis super a b quod est propositum.

Ponam iterum quod c d sit perpẽdicularis super a b, & ostendam quod ipsa diuidit a b, per æqualia, erit enim propter hanc positionem: uterque angulorum qui sunt, ad d, rectus: quare unus æqualis alteri. At quia per 5 primi angulus c a d, est æqualis angulo c b d, & latus c a æquale lateri c b, per 26 primi erit linea a d, æqualis lineæ d b, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 3

3 Si in circulo recta linea quædam per centrum extensa, quandam non per centrum extensam rectam lineam bifariam secuerit, & ad angulos rectos ipsam secabit. Et si ad angulos rectos ipsam secuerit, bifariam quoque ipsam secabit.



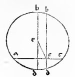
THEON ex Zamberto. Sit circulus $\alpha\beta\gamma$, & in eo recta quædam linea per centrum extensa $\gamma\delta$, rectam lineam quandam non extensam per centrum $\alpha\beta$, bifariam secet in signo ζ. Dico quod & ad angulos rectos eam secat. Contingat siue accipiatur centrum circuli $\alpha\beta\gamma$, (per primam tertij,) sitque illud ϵ, & (per primum postulatum connectantur $\epsilon\alpha$, & $\epsilon\beta$. Et quoniam æqualis est $\alpha\zeta$, ipsi $\zeta\beta$, communis autem $\zeta\epsilon$, duæ igitur $\epsilon\zeta$, & $\zeta\alpha$, duabus $\epsilon\zeta$, & $\zeta\beta$, sunt æquales. Et basis $\epsilon\alpha$, basi $\epsilon\beta$,) per 15 diffinitionem primi) est æqualis. Igitur (per 8 primi) angulus $\alpha\zeta\epsilon$, angulo $\beta\zeta\epsilon$, est æqualis. Cum autem recta linea super rectam lineam consistens, utrobique angulos sibi inuicem æquos fecerit, (per 10 diffinitionem primi,) uterque ipsorum angulorum rectus erit, uterque igitur eorum qui sunt sub $\alpha\zeta\epsilon$, & $\beta\zeta\epsilon$ rectus est. Igitur $\gamma\delta$, quæ per centrum secans, ipsam $\alpha\beta$, non per centrum extensam bifariam, & ad angulos rectos secat. Sed secet $\gamma\delta$, ipsam $\alpha\beta$. ad angulos rectos. Aio quod bifariam ipsam secat, hoc est quod æqualis est $\alpha\zeta$, ipsi $\zeta\beta$. Eisdẽ nãq; dispositis & constructis, quoniam æqualis est $\epsilon\alpha$, ipsi $\epsilon\beta$, (per 15 diffinitionem primi,) æqualis est angulus $\epsilon\alpha\zeta$ angulo $\epsilon\beta\zeta$. Et angulus $\alpha\zeta\epsilon$, rectus: æqualis est (per quartum postulatum,) angulo recto qui est sub $\beta\zeta\epsilon$. Duo igitur triangula sunt $\epsilon\alpha\zeta$, & $\epsilon\beta\zeta$, duos angulos duobus angulis æquales habentia, & unum latus uni lateri æquale $\epsilon\zeta$, scilicet quod (per 26 primi,) cõmune ipsis est subtendens unum æqualium angulorum, & reliqua igitur latera reliquis lateribus habebunt æqualia. æqualis igitur est $\alpha\zeta$ ipsi $\zeta\beta$. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod demonstraße oportuit.

Eucli ex Camp. Propositio 4.

4 SI intra circulum duæ lineæ se inuicem secent, & super centrum nõ transeant, non per æqualia eas secari necesse est.

CAMPANVS. Sit ut in circulo a b c d, cuius centrum sit e, duæ lineæ a c, & b d, secent se in puncto f, & utraque earũ uel altera nõ transeat per centrũ. Dico q̃ ipsę nõ diuidũt sese per æqualia: ita q̃ utraq; per æqualia diuidatur ab utraque

utraque. Quod si fuerit hoc possibile: ponatur, & sit primo, ut neutra transeat per centrum. A centro e producam lineam e f, eritque per primam partem præmissæ, unusquisque quatuor angulorū qui sunt a f e, e f c, b f e & e f d, rectus, quod est impossibile, sic enim rectus esset minor recto. Sit igitur ut altera earum trāseat per centrū, adhuc dico quod nō diuidūt sese per æqualia. Quod si sic: tunc per primam partem præmissæ, cū b d ducta à centro diuidat a c per æqualia, diuidet eā orthogonaliter, quare etiam a c diuidet b d orthogonaliter. Et quia diuidit a c ipsam b d per æqualia ut ponit aduersarius: ipsa trāsibit per centrum, per correlarium primæ huius. Quare ambæ transeunt per centrum, quod est contra hypothesin.



Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 4.

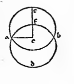
4 Si in circulo binæ rectæ lineæ sese inuicem secuerint non per centum extensæ, sese inuicem bifariam non secabunt.

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ δ, & in eo binæ rectæ lineæ α γ, & β δ, sese inuicem secent in ε, non per centrum extensæ: Dico quod bifariam non secāt. Si enim est possibile sese inuicē secent bifariā ita ut æqualis sit ipsi α ε, & β ε ipsi ε δ, sumatur centrum circuli α β γ δ, sitq̄ illud (per primam tertij) ζ, & (per primum postulatum) connectatur ζ ε. Quoniam igitur recta linea quædam per centrum extensa ζ ε, rectam aliquam lineam non per centrum extensam α γ, bifariam secat, & ad angulos rectos ipsam (per 3 tertij) secat. Igitur angulus ζ ε α, rectus est. Rursus quoniam recta linea quædam ζ ε, rectam quandam lineam non per centrum extensam β δ, etiam bifariam secat: & (per 3 tertij) ad angulos rectos eam secat. Angulus igitur ζ ε β, rectus est, patuit autem quod angulus ζ ε α, rectus est. Angulus igitur ζ ε α, (per quartū postulatum) angulo ζ ε β, est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Rectæ igitur lineæ α γ, & β δ, se semuicem bifariam minime secant. Si in circulo igitur, & quæ sequuntur reliqua, quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 5.

5 Circulorum se inuicem secantium, centra diuersa esse.

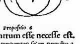
CAMPANVS. Sint duo circuli a c b, a d b, secantes se super duo puncta a & b. Dico quod eorum sunt diuersa centra. Si enim haberēt idem centrum: ipsum esset per diffinitionem, in portione utrique circulo communi, sitque illud e, & ducantur lineæ e a & e f c, eruntq; per diffinitionē circuli duæ lineæ e a & e f, æquales. Itemq; per eandē diffinitionē duæ lineæ e a & e c, æquales, quare e f est æqualis e c, cū utraq; earū sit æqualis e a, pars uidelicet toti, quod est impossibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 5.

5 Si bini circuli sese inuicem secuerint, non erit eorum idem centrum.

THEON ex Zamberto. *Duo inquam circuli α β γ, & γ β η, sese inuicem secent in signis γ, & β. Dico quod eorum non est idem centrum. Si enim possibile esto ε, & (per primum postulatum) connectatur ε γ, & ducatur ε ζ η, utcunque. Et quoniam ε, signum, centrum est circuli α β γ, æqualis est ε γ, ipsi ε ζ, (per 15 diffinitionem primi.) Rursus quoniam ε signum, centrum est circuli γ β η, æqualis est (per eandem diffinitionem) ε γ, ipsi ε η. ostensum est autem quod ε γ, ipsi ε ζ, est æqualis, & ε ζ, igitur ipsi ε η, est æqualis, maiori, quod est impossibile. Igitur ε, signum: centrum non est circulorum α β γ, & γ β η. Si duo igitur circuli, & reliqua quæ sequuntur quod demonstrare oportebat*

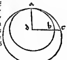


Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 Circulorū sese contingentium, non idem centrum esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b & a c, contingentes se in puncto a. Dico

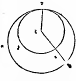
Dico quod eorum sunt diuersa centra. Si enim habuerint idẽ centrum: erit per diffinitionem, inter minorem eorum cũ minor positus fuerit intra maiorem, sitq; ipsum d, & ducantur linea d a & d b c, eritque per diffinitionem circuli, utraque duarum d b & d a, æqualis a d, quod est impossibile. ¶ De circulis autem se cõtingentibus extra, quorum scilicet unus est extra alterum, manifestum est per diffinitionem centri, quod ipsi nõ habent idem centrum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 6.

6 **Si duo circuli se adinuicem tetigerint, eorum non est idem centrum.**

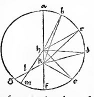
THEON ex Zamb. *Duo enim circuli αβγ. & γδε, sese inuicem tangant in γ signo. Dico quod eorum non est idem centrum. Si enim possibile, sit ζ, & (per primum postulatum) connectatur ζγ, & ducatur utcunque ζεβ. Quoniam igitur ζ signum, centrum est circuli αβγ, æqualis est (per 15 primi diffinitionem) ζγ ipsi ζβ. Rursus quoniam ζ, signũ, centrũ est circuli γδε, æqualis est ζγ, ipsi ζε, (per eandem diffinitionem) Patuit autem quod ζγ, ipsi ζβ, est æqualis igitur ζε, ipsi ζβ, est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Igitur ζ signum, non est centrum αβγ, & γδε. Si bini igitur circuli se adinuicem tetigerint, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 7.

7 **Si in diametro circuli punctus præter centrum signetur, & ab eo ad circunferentiam lineæ plurimæ ducantur, quæ super centrum transierit, omnium erit longissima. Quæ uero diametrum perficiet, omnium erit breuissima. Quæ autem centro proximæ, cæteris longiores Quanto uero à centro remotiores: tanto breuiores esse conueniet. Duas quoque æquidistantes lineæ breuissimæ collaterales: æquales esse necesse est.**

CAMPANVS. Sit ut in diametro a f, circuli a b c cuius centrum sit h: sit signatus punctus k præter centrum. à quo ducãtur plurimæ lineæ quæ sunt k a, k b, k c, k d, k e, k f, k g, ad circunferentiam, & trãseat a k per centrum h: & k f sit complementum diametri, sitque ut k e & k g æquidistent k f: hoc est dicere, ut angulus e k f, sit æqualis angulo f k g. Dico quod k a, est omnium longissima, & k f: omnium breuissima. Aliæ uero tanto longiores: quanto centro propinquiores, ut k b: est longior k c: & k c: est longior k d, & k d: lõgior k e. Et k e & k g: sunt æquales. Quia enim in triangulo b k h, duo latera b h & h k per 20 primi sunt maiora latere b k, & ipsa sunt æqualia lineæ a k: erit a k maior b k, & eadẽ ratione, maior omnibus aliis, & hoc est primũ. Itẽ quia in triangulo e h k, duo latera h k & k e per eandem sunt maiora latere h e quod est æquale lineæ h f ipsa erunt maiora linea h f: ergo dempta communi linea quæ est h k: remanebit k e maior k f, eadem ratione: quælibet aliarum erit maior ipsa, & hoc est secundum. Itémque quia duo latera b h & h k, trianguli b h k sunt æqualia duobus lateribus c h & h k, trianguli c h k, & angulus b h k est maior angulo c h k: erit per uicesimam quartam primi, basis b k maior basi k c, eadem ratione: k c, maior erit k d, & k d, maior k e: & hoc est tertium. Quòd si duæ lineæ k g & k e nõn sunt æquales, erit altera maior, sitq; k g, de qua sumam k l: æqualem k e & producam h l. quousq; secet circũferentiã in puncto m. Et quia per hypothesin angulus g k

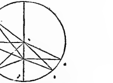


fest

f est æqualis angulo f κ e: erit per decimamtertiam primi angulus k h æqualis langulo e κ h, & duo latera l κ & k h, trianguli l κ g. sunt æqualia duobus lateribus e κ & k h, trianguli e κ h, ergo per 4 primi, basis h l. est æqualis basi h e & quia h m est æqualis h e, erit h m æqualis h l, quod est impossibile. Sũt ergo duæ lineæ κ g & k e, æquales, quod est nostrum propositum quartũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 7.

7 Si in diametro circuli aliquod sumatur signum quod minime circuli centrum sit, ab eóque signo in circulum quædam rectæ lineæ procidant: maxima erit in qua centrum, minima uero, reliqua; aliarum uero semper propinquior ei quæ per centrum extenditur. remotiore maior est. Duæ autem solum rectæ lineæ æquales: ab eodem signo in circulum cadunt ad utrasque partes minimæ.

THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ δ, cuius dimetiens sit α δ, & in ipsa α δ, suscipiatur signum aliquod, sitque illud ζ, quod ipsius circuli centrũ non sit. Centrũ autẽ circuli, sit (per primã tertij) ε. Et ab ipso ζ, in ipsum α β γ δ, circulũ procidant quædam rectæ lineæ ζ β, ζ γ, ζ η. Dico quod ζ α maxima est minima uero ζ δ, aliarũ autẽ ζ β, quam ζ γ, maior est, & ζ γ quàm ζ η. Connectatur (per primum postulatum) β ε, γ ε, & η ε. Et quoniã (per 20 primi) omnis trianguli duo latera reliquo sunt maiora igitur ε β & ε ζ, reliquo ζ β, sunt maiora. Aequalis autem est α ε, ipsi β ε, (per 15 diffinitionem primi). Igitur β ε, & ε ζ, ipsi α ζ sunt æquales maior igitur est α ζ, quam β ζ. Rursus quoniam æqualis est β ε ipsi γ ε, (per 15 diffinitionem primi) communis autem ζ ε, duæ igitur β ε, & ε ζ, duabus γ ε, & ε ζ, sunt æquales. Sed angulus β ε ζ, angulo γ ε ζ, maior est, basis igitur β ζ, (per 24 primi, basi γ ζ maior est, & ob id γ ζ, maior est quàm ζ η. Rursus quoniam η ζ, & ζ ε, ipsa ε η (per 20 primi sunt maiores, æqualis autem est (per 15 diffinitionẽ primi) ε η ipsi ε δ, igitur η ζ & ζ ε, ipsa ε δ, sunt maiores, communis auferatur ε ζ, reliqua igitur η ζ, reliqua ζ δ, maior est Maxima igitur est ζ α, minima uero ζ δ, maior est autem ζ β, quàm ζ γ, & ζ γ, quàm ζ η. dico etiã quod à signo ζ, duæ tantũ rectæ lineæ æquales in ipsum circulum α β γ δ, cadũt ad utrasq; partes ipsius ζ δ, minimæ. Constituatur enim (per 23 primi) ad datam rectam lineã ε ζ, ad datumq; in ea signũ ε, ei qui sub η ε ζ, angulo æqualis angulus ζ ε θ. & (per primum postulatum) connectatur ζ θ. Quoniam igitur æqualis est (per 15 diffinitionem primi) η ε, ipsi ε θ, communis autem ε ζ, duæ igitur η ε, & ε ζ, duabus θ ε, & ε ζ, sunt æquales, & (per 8 primi) angulus η ε ζ, angulo θ ε ζ, est æqualis. Igitur (per 4 primi) basis ζ η basi ζ θ, est æqualis. Dico insuper, quod ipsi ζ η, alia nulla æqualis, cadit in ipsum circulũ à signo ζ. Si enim possibile cadat ζ κ. Et quoniam ζ κ, ipsi ζ η, est æqualis, sed ζ θ, ipsi ζ η, est æqualis igitur ζ κ, ipsi ζ θ, est æqualis Quæ igitur propinquior est ei quæ per centrũ extenditur remotiori est æqualis, quod per prius ostẽsum est impossibile. Vel etiam sic, (per primũ postulatũ) cõnectatur ε κ, & quoniã (per 15 diffinitionẽ primi) æqualis est η ε, ipsi ε κ, cõmunis autẽ ζ ε, & basis η ζ, basi ζ κ est æqualis igitur (per 8 primi) angulus η ε ζ, angulo κ ε ζ, est æqualis. Sed angulus η ε ζ, ei qui sub θ ε ζ, est æqualis. Igitur (per primã cõmmunẽ sententiã) angulus θ ε ζ, ei qui sub κ ε ζ, est æqualis, minor maiori quod est impossibile igitur ab ipso ζ, signo, nulla alia cadit in ipsum circulũ ipsi η ζ, æqualis: una igitur sola. Si in dimetiẽte igitur circuli & quæ sequũtur reliqua ut in theoremate Quod erat ostendendum. Eucli. ex Camp. Propositio 8.

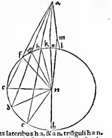


8 Si extra circulum puncto signato, ab eo ad circunferentiam lineæ plurimæ ducantur circulum secando: quæ super centrum transierit. omnium erit longissima. Centro autem propinquiores; cæteris remotioribus longiores. Linearum uero partialium ad circunferentiam extrinsecus applicatarum, ea quidem quæ diametro in directum adiacet, omnium est minima. Eique propinquiores: remotioribus breuiores. Duæ uero quæ lineæ breuissimæ utrinque æque propinquant, æquales sunt.

CAMPANVS. Sit ut à puncto a, assignato extra circulum b c d, cuius centrum sit n, ducantur plurimæ lineæ ad circunferentiam, secando circulum, quæ sint a k n b, a h c, a g d, & a f e. Dico quod a b transiens per centrum, omnium erit longissima. Et quod a c, est maior a d, & a d, maior a e. Et quod a κ, est omniũ breuissima extrinsecarũ

Et

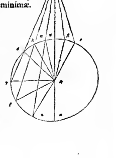
Et quod a h, est minor a g, & a g, minor a f. Et dico quod si ducatur a l, ita quod ipsa & a h æqualiter distent ab a k, hoc est quod angulus k a h sit æqualis angulo l a k, ipsæ erũt æquales. Producã enim à cẽtro n, lineas n c, n d, n e, n f, n g, & n h, erũtq; per 20 primi, duo latera a n & n c, trianguli a n c, maiora a c: & quia ipsa sũt æqualia lineæ a b, erit a b, maior a c, eadẽ ratione erit maior omnibus aliis, quod est primũ. Et quia duo latera a n & n c, triãguli a n c sunt æqualia duobus lateribus a n & n d, trianguli a n d, & angulus a n c est maior angulo a n d, erit per 24 primi, basis a c maior basi a d: & eadẽ ratione erit a d, maior a e, quod est secundum.



Itẽq; quia in triãgulo a n h, duo latera a h & n h sunt maiora a n per 20 primi, & h n est æqualis n k, erit per communẽ scientiã, a h maior a k: eadẽ ratione quælibet extrinsecus applicatũ, maior erit a k, quod est tertium. Item quia per 21 primi, duæ lineæ a h & h n sunt minores duabus lineis a g & g n, & h n est æqualis g n, erit per communẽ scientiã, a g maior a h, eadem ratiõe erit a f, maior a g, quod est quartum. Quod si a l non sit æqualis a h, cum ipsæ sint æqualiter distantes ab a k, erit altera maior, sitq; a l. Ponam ergo a m æqualem a h, & producam n o m. Quia ergo duo latera m a & a n, triãguli m a n sunt æqualia duobus lateribus h a, & a n, triãguli h a n, & angulus m a n est æqualis angulo h a n, erit per 4 primi, basis m n æqualis basi n h, & quia n o est æqualis n h, erit n o æqualis n m, pars uidelicet toti, quod est impossibile, & hoc est quintum.

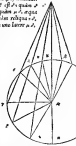
Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 8.

8 Si extra circulum suscipiatur aliquod signum, ab eóque signo ad circulum deducantur rectæ lineæ aliquæ, quarum quidem una per centrum extendatur, reliquæ uero utcunque, in cauam circunferentiam cadentium rectarum linearum maxima est quæ per centrũ ducta est, aliarum autem semper ei quæ per centrum transit propinquior: remotiore maior est. In conuexam uero circunferentiam cadentium rectarum linearum minima est, quæ inter signum & dimetientem iacet, minimæ uero propinquior semper remotiore minor est. Duæ autem tantum rectæ lineæ: ab eo signo cadunt æquales in ipsum circulum, ad utrasque partes minimæ.



THEON ex Zamberto. Sit circulus α β γ, & extra ipsum α β γ, suscipiatur signũ δ, & ab eodẽ ducãtur rectæ lineæ aliquæ in ipsum circulũ, sintq; δ α, δ ε, δ ζ, δ γ sit autem δ α, per cẽtrum extẽsa. Dico quod in α ε ζ γ cauam circunferentiã cadentiũ rectarum linearum maxima est quæ per centrum transit, hoc est δ α, minima uero quæ inter δ signum, & diametrum α η, iacet: maior uero est δ ε quàm δ ζ, & δ ζ quàm δ γ, Cadentium uero rectarum linearum in θ λ κ η conuexã circunferentiam semper ipsi δ η minimæ propinquior, remotiore minor est, hoc est δ κ quàm δ λ, & δ λ quàm δ θ. Suscipiatur (per primam tertij) centrum circuli α β γ, sitq; illud μ, & (per 1 postulatum) connectantur μ ε, μ ζ, μ γ, μ θ, μ λ, & μ κ. Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est α μ, ipsi ε μ, communis apponatur μ δ igitur α δ ipsis ε μ, & μ δ, est æqualis, sed ε μ, & μ δ, ipsa ε δ (per 20 primi) sunt maiores, & α δ, igitur, maior est quam ε δ. Rursus quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est μ ε, ipsi μ ζ, communis

munis apponatur μ δ. Igitur ι μ, & μ δ: ipsis ζ μ, & μ δ, sunt æquales, & angulus sub ι μ δ, angulo qui sub ζ μ δ, maior est. Igitur (per 24 primi) basis ι δ, basi ζ δ, maior est. Similiter quoq; ostendemus: quod ζ δ, maior est quàm γ δ. Maxima quidẽ igitur est δ α. maior autẽ est δ ι quàm δ ζ, & δ ζ, quàm δ γ. Et quoniã (per 20 primi) μ κ, & κ δ, sunt maiores quàm μ δ, æqualis autẽ est (per 15 diffinitionis primi) μ κ, ipsi μ κ, reliqua igitur κ δ, quàm reliqua κ δ, maior est. quare κ δ, minor est quàm κ δ. Et quoniã trianguli μ λ δ, in uno latere μ δ, duæ rectæ lineæ introrsum cõstiterũt μ κ, & κ δ, igitur (per 21 primi) μ κ & κ δ, ipsis μ λ, & λ δ, sunt minores, quarum μ κ, æqualis est ipsi μ λ. reliqua igitur δ κ, minor est quàm reliqua δ λ. Similiter iam ostendemus: quod & δ λ, minor est quàm δ θ, minima igitur est δ κ, ipsa uero δ κ, quàm δ λ, & δ λ, quàm δ θ, minor est. Dico etiam quod duæ tantum æquales à signo δ, in ipsum circulum cadunt ad utrasque partes ipsius δ κ, minimæ Constituatur (per 23 primi) ad rectam lineam μ δ, & ad signum in ea μ, angulo κ μ δ, æqualis angulus δ μ β, & (per primum postulatum) connectatur δ β. Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est μ β, ipsi μ κ, communis autem μ δ, duæ igitur μ κ, & μ δ, duabus β μ, & μ δ, sunt æquales altera alteri & angulus κ μ δ (per 23 primi) angulo β μ δ, est æqualis. Igitur (per 4 primi) basis δ κ, basi δ β, est æqualis. Dico iã quod rectæ lineæ δ β, alia æqualis non cadit in ipsum circulum, a signo δ. Si enim possibile. cadat, & sit δ ν. Quoniam igitur ipsi δ κ, δ ν, est æqualis, sed ipsi δ κ, δ β, est æqualis: & δ β, igitur (per primam communem sentẽtiam) ipsi δ ν, est æqualis propinquior igitur igitur ipsi δ κ minimæ: remotiori est æqualis. quod iam ostensum est impoßibile. Vel etiam aliter. Connectatur (per primum postulatum) μ ν. Quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est κ μ, ipsi μ ν, communis aũt μ δ, & basis δ κ, basi δ ν, est æqualis (per hypothesim). Igitur (per octauã primi) angulus κ μ δ, angulo δ μ ν, est æqualis. Sed angulus qui sub κ μ δ, et qui sub β μ δ, est æqualis, & qui sub β μ δ, et qui sub ν μ δ, est æqualis, minor scilicet maiori, quod est impoßibile. Igitur plures duabus rectis lineis, æquales in circulũ α β γ, ab ipso δ signo ad utrasque partes ipsius δ κ, minimæ non cadunt. Si extra circulũ igitur suscipiatur signũ, & quæ sequũtur reliqua ut in theoremate, quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 9.

9 Si intra circulum puncto signato, ab eo plures quàm duæ lineæ ductæ ad circũferentiam, fuerint æquales, punctum illud, centrũ circuli esse necesse est.

CAMPANVS Sit ut à puncto a, signato intra circulum b c d, ductæ sint tres lineæ a b, a c, a d, ad circunferentiam quas pono esse æquales. Dico punctum a, esse centrum circuli. Producam enim duas lineas c b & d c: & diuidam utramq; earum per æqualia c b quidẽ in puncto e: & d c in puncto f. Et producar e a & f a, quas applico circunferẽtiæ ex utraque parte, eritque per 8 primi, uterq; angulorum qui sunt ad e, æqualis alteri: igitur per diffinitionem anguli recti, uterq; erit rectus. Similiter quoq; per eãdem uterque angulorũ qui sunt ad f rectus: ergo per correlarium primæ huius, quia a e diuidit c b per æqualia & orthogonaliter: ipsa transit per centrum similiter quoq; a f transit per centrũ: quia diuidit d c per æqualia & orthogonaliter: quare a est centrum, quod est propositum.

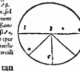
Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 9.

9 Si in circulo suscipiatur signum aliquod, & ab eo signo ad circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: susceptum signum centrum ipsius est circuli.

THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ, intra ipsum: signum sit δ, & ab ipso δ, in ipsum α β γ, circulum cadant plures quam duæ rectæ lineæ æquales, hoc est δ α, δ β, δ γ. Aio quod δ signum, centrum est circuli α β γ. Coniungantur enim (per primum postulatum) α β, & β γ, secenturque (per 10 primi) bifariam in signis ι, & ζ, uidelicet α β, per ι, & β γ, per ζ, & coniunctæ ι δ, & ζ δ, (per secundum postulatum) extendãtur utrobiq; in κ κ, & θ λ, signa.

Quoniam igitur æqualis est α ε, ipsi ε β, communis uero ε δ, duo igitur latera α ε, & ε δ, duobus lateribus β ε, & ε δ sunt æqualia, & (per hypothesim) basis δ α, basi δ β, est æqualis. Angulus igitur α ε δ, angulo β ε δ, est æqualis (per 8 primi,) uterque igitur angulorum α ε δ, & β ε δ, rectus est. Igitur, ε κ, ipsam α β, bifariam secat & ad angulos rectos (per 3 tertij.) Et quoniam si in circulo recta linea quædam, rectam lineam quandam bifariã & ad angulos rectos secet, (per correlarium primæ tertij) in secante est centrum circuli: igitur in ε κ, (per idẽ correlarium) est centrum ipsius circuli α β γ. Ac per hoc etiam in θ λ, est centrum circuli α β γ, & nullũ aliud habent commune ε κ, & θ λ, rectæ lineæ præter δ, signum. Igitur δ signum, centrum est circuli α β γ. Si intra circulum igitur sumatur signum aliquod, à signo autem ad circulum incidant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales, assumptũ signũ, centrũ est circuli, quod ostendere oportebat.

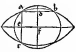
ALITER idem ostendere. Intra circulum enim α β γ, suscipiatur signũ δ, & ab ipso δ, in circulũ cadant plures quàm binæ rectæ lineæ æquales, δ α, δ β, & δ γ. Dico quod assumptum signum δ centrum est circuli α β γ. Non enim, sed si possibile est, sit ε. & connexa δ ε, extendatur in ζ η, signa. Igitur ζ η, dimetiens est ipsius α β γ, circuli. Quoniam igitur circuli α β γ, in dimetiente ζ η, assumptum est signum δ, quod ipsius circuli centrum non est, maxima quidem est δ η, (per 7 tertij,) maior autem est δ γ, ipsa δ β, & δ β, ipsa δ α. Sed & æqualis (per hypothesin) quod est impossibile. Igitur ε, non est centrum circuli α β γ. Similiter ostendemus quod aliud nullum præter δ. Igitur δ signum, centrum est circuli α β γ.



Eucli. ex Camp. Propositio 10.

10 SI circulus circulum secet, in duobus tantum locis secare necesse est.

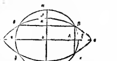
CAMPANVS Sint si possibile est, duo circuli, secãtes se in pluribus quam in duobus locis, super tria poncta a b c, producam lineas a b & a c, quas diuidam per æqualia in pũctis d & e, & producam a puncto e, lineam e f, perpendicularem super lineam a c, & a puncto d, lineã d f, perpendicularem super lineam a b, & secent se duæ lineæ e f, d f, in puncto f, eritq́ per correlarium primæ huius, pũctum f, centrũ circuli utriusq́ quod est impossibile per 5 huius.



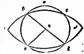
Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 10.

10 Circulus circulum in pluribus duobus signis non secat.

THEON ex Zamb. Si enim possibile: circulus α β γ, circulũ δ ε ζ, in pluribus signis quàm duobus secet: hoc est in β η, & θ ζ, & cõiunctæ β η, β θ, bifariã (per 10 primi) secentur in κ λ, signis. Et (per 11 primi,) ab ipsis κ λ, ipsis β η, & β θ, ad angulos rectos excitatæ κ γ, & λ μ ν, extendantur in α, & ξ, signa. Quoniam igitur in circulo α β γ, rectam lineam quandam β θ, bifariam & ad angulos rectos secat (per 3 tertij,) in ipsa igitur α γ, centrum est circuli α β γ. Rursus quoniam in eodem circulo α β γ, recta linea ν ξ, hoc est μ ν, rectam lineam quandam β η, bifariã & ad angulos rectos (per 3 tertij) secat. igitur in ipsa ν ξ centrũ est circuli α β γ (per eandẽ.) Ostensum autẽ est quod & in α γ. Et circa nullũ aliud cõcurrunt rectæ lineæ α γ & ν ξ, inuicem, nisi circa ο. Igitur ο, centrum est circuli α β γ. Similiter quoque ostendemus quod & circuli δ ε ζ, centrum est ipsum ο. Duorum igitur circulorum sese adinuicem secantium α β γ, & δ ε ζ, idem est centrum quod (per 5 tertij) est impossibile. Circulus igitur circulum in pluribus duobus signis non secat, quod erat ostendendum.



ALITER idem ostendere. Circulus enim rursus α β γ, circulum δ ε ζ, secet in pluribus quàm in duobus signis hoc est in β ζ, & ζ θ, & (per primam tertij) suscipiatur centrum circuli α β γ, sitque illud, κ. Et connectantur κ β, κ θ, & κ ζ. Quoniam igitur intra circulum δ ε ζ, suscipitur signum quoddam κ, in ipsum à quo δ ε ζ circulum plures duabus æquales rectæ incidunt lineæ κ β, κ θ, & κ ζ, igitur (per 9 tertij.) κ, signum, centrum est circuli δ ε ζ. At circuli α β γ.

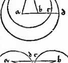


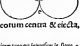
α ε γ, centrum est ipsum η. Duorum igitur circulorum sese inuicem secantium idem est centrum η quod (per 5 tertij) est impoßibile. Circulus igitur circulum in pluribus quàm duobus signis non secat, quod fuerat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 SI circulus circulum contingat, lineaq́ per centra eorum transeat, ad punctum contactus eorum applicari necesse est.

CAMPANVS Si enim linea transiens per centra duorum circulorum c e & d e sese contingentium intra uel extra, non uadit ad locum contactus, secet circunferentiam utriusque, sitq́ a, per primam huius, centrum circuli e d, & b, centrum circuli e c, & ducãtur linea recta a b c d, secans circunferentiã utriusque, & ducatur lineæ a puncto e qui sit locus contactus, ad centra, quæ sint e a, e b, erũtque in contactu interiori, per 20 primi duæ lineæ e b & b a, longiores e, a, quare lõgiores a d, est enim a, centrum circuli e d, & quoniam b c est æqualis e b, quoniam b est centrum circuli e c, erit c a longior a d, quod est impossibile. In contactu uero exteriori erũt duæ lineæ a e, & e b, lõgiores a b, quare a d & c b, maius erũt quàm tota a b, quod est falsum.





Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 11.

11 Si bini circuli se introrsum adinuicem tetigerint suscipiãturq́; eorum centra, recta linea coniũgens eorum centra & eiecta, in contactum circulorum cadit.

THEON ex Zamberto. Bini inquam circuli α β γ, & α δ ε, sese adinuicem tangant introrsum in signo α, suscipiaturque (per primam tertij) centrum circuli α β γ, sitq́ illud ζ, circuli autem α δ ε, sit η. Dico quod recta linea ducta ex ζ, in η, & eiecta in ipsum α, signum cadit. Non enim, sed si possibile est, cadat sicut ζ η δ θ, & connectantur α ζ η. Quoniam igitur α η, & η ζ, ipsa ζ α, hoc est ipsa ζ θ, (per 20 primi) sunt maiores: communis auferatur η ζ, reliqua igitur α η, maior est, quàm reliqua η θ. Aequalis autem est δ η, ipsi η α, (per 15 diffinitionem primi,) & η δ, ipsa η θ, igitur maior est, minor maiore, quod est impossibile. Recta igitur linea ducta ex ζ, in η signum, extra ipsum contactus non cadit, in ipsum contactum igitur. Si bini circuli igitur sese inuicem introrsum tetigerint sumanturq́; eorum centra, recta linea eorum centra coniungens & in eorum cadit contactum, quod demonstrasse oportuit.

ALITER idem ostendere. Sed iam cadat sicut η ζ γ. & extendatur in rectas directum linea, γ ζ η in θ, signum, & coniungantur α η, & α ζ. Quoniam igitur α η, & η ζ maior sunt ipsa α ζ, (per 20 primi,) sed α ζ, æqualis est ipsi γ ζ, hoc est ipsi ζ θ, communis auferatur ζ η, reliqua igitur α ζ, reliqua η θ, maior est, hoc est η δ, quàm η θ, maiore minor, quod est impoßibile. Similiter & si extra circulum paruum fuerit centrum maioris circuli, ostendemus impoßibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 12.

12 Si duo circuli sese adinuicem exterius tetigerint, centra eorum coniungens recta linea, per contactum transibit.

THEON ex Zamberto. Duo enim circuli α β γ, & α δ ε, sese adinuicem exterius tangunt in signo α. Sumaturq́ (per primam tertij) centrum circuli α β γ, sitq́ illud ζ, & circuli α δ ε, sit η. Dico quod ex ζ, in η, ducta, recta linea, per ipsum α contactum transit. Non enim, sed si poßibile est transeat sicut ζ γ, & δ η. Et coniungantur α ζ α η. Quoniam igitur ζ, signum, centrum est circuli α β γ, æqualis est ζ α, ipsi ζ γ. Rursus quoniam η signum, centrum est circuli α δ ε, æqualis est α η, ipsi δ η. Ostensum autem est quod ζ α ipsi ζ γ, est æqualis, igitur ζ α, & α η, ipsis ζ γ, & η δ, sunt æquales, quare tota ζ η, ipsis ζ α, & α η, maior est, sed & minor, (per 20 primi) quod est impoßibile. Igitur quæ α in η, ducitur, recta linea, per ipsum α, contactũ transit. Si duo circuli igitur sese adinuicem exterius tetigerint, eorum centra coniungens recta linea per contactum ueniet.

Euch.ex Camp. Propositio 12

12 SI circulus circulum cõtingat, siue intrinsecus siue extrinsecus, in uno tantum loco contingere necesse est.

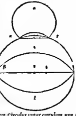
CAMPANVS. Si enim fuerit possibile, ut circulus circulũ cõtingat in duobus locis intra uel extra, cõtingat circulũ a b c d, circulus a b e interius in duobus pũctis a b, uel exterius, circulus c d f, i duobus pũctis c d. Cũ ergo ducemus lineã rectam ab a, ad b, si ipsa cadat extra circulũ a b e, interiorẽ, accidet contrariũ secundæ huius. Quod si ipsa cadat intra ipsum, cum diuiserimus ipsam per æqualia, & eduxerimus à puncto diuisionis perpendicularem ad ipsam, fueritq́; applicata circunferentiæ ex utraque parte, ipsa transibit per centrũ amborum circulorum, quare accidet contrariũ præmissæ.

In circulo uero contingẽte exterius in punctis c d, si ducamus lineam rectam a puncto c ad punctũ d, necesse est accidere contrariũ secũdæ huius. Quare utrũque impossibile.

Eucl.ex Zamb. Theorema 12. Propositio 13

13 Circulus circulum non tangit in pluribus signis uno, etsi extra, etsi intus tangat,

THEON ex Zamb. Si enim possibile, circulus α β γ δ, circulũ ε β ζ δ, tangat primũ introrsum in pluribus quàm uno signis, hoc est in δ β, & sumatur quidem centrum ipsius circuli α β γ δ, sitq́; illud κ, (per primam tertij,) circuli autem ε β ζ δ, sit θ. Igitur (per 11 eiusdem) recta linea ducta ex κ, in θ, cadit in signa β δ, cadat sicut β κ θ δ. Et quoniam κ, signum centrum est circuli α β γ δ, æqualis (per diffinitionem 15 primi) est β κ, ipsi δ κ. Maior igitur est β κ, quàm θ δ, multo maior igitur βθ, quàm θ δ. Rursus quoniam θ, signum, centrũ est circuli ε β ζ δ, æqualis est (per eandẽ,) β θ, ipsi θ δ patuit autem quod ea multo maior, quod est impossibile: igitur circulus circulum introrsum non tangit, in pluribus quàm uno signis.



Dico etiam quod nec exterius. Si enim est possibile: circulus α γ κ, circulum α β γ δ, tangat exterius in pluribus quàm uno signis, uidelicet in α γ, & coniũgatur (per primum postulatum,) α γ. Quoniam igitur in circunferentia utrorumque circulorum α β γ δ, & α γ κ, suscepta sunt duo contingentia signa α, & γ, coniungens ea signa recta linea, (per 2 tertij) intra utrunque cadit, Sed cadit intra ipsum circulum α β γ δ & extra circulum α γ κ, quod absurdum est. Circulus igitur circulum exterius non tanget, in pluribus signis quàm uno, ostensum autem est quod neque introrsum Circulus igitur circulum non tanget in pluribus signis quàm uno, etsi exterius, etsi interius tangat, quod demonstrasse oportuit.

Eucli ex Camp. Propositio 15

13 REctæ lineæ in circulo si fuerint æquales, eas à centro æquidistare, & si à centro æquidistiterint, æquales esse necesse est.

CAMPANVS Sit ut in circulo a b c d, cuius centrum, sit e, duæ lineæ a d & b c sint æquales, dico quod ipsæ æquidistant a centro, & econuerso. Producantur enim à centro e, lineæ e f & e g, perpendiculares ad a d & b c, eritque per 2 partẽ tertiæ huius, a d, diuisa per æqualia in f, & b c in g. Quia ergo duo latera e d, & d a trianguli e d a sunt æqualia duobus lateribus e c & c b trianguli e c b, & basis e a basi e b, erit per 8 primi angulus d æqualis angulo c. Et quia duo latera, e d & d f, trianguli e d f sunt æqualia duobus lateribus e c, & c g, triãguli e c g, nam d f, est æqualis c g, eo quod tota a d posita est æqualis b c, & angulus d est æqualis angulo c, erit per 4 primi, basis e f, æqualis basi e g. Et quia istæ sunt perpendiculares uenientes ad eas a centro, patet per 4 diffinitionem siue 4 propositionem huius, ipsas æqualiter distare

distare à centro. Aliter idem. Quadratum enim e d, per penultimã primi, ualet quadrata duarum linearum e f & f d, & quadratum e c, quadrata duarum linearum quæ sunt e g, & c g, & quia quadratum e est æquale quadrato e c, & quadratum d f, quadrato g c, erit quadratum d f, æquale quadrato e g, quare e f, est æquale e g, sicq; patet idem. Sit ergo e f, æqualis e g, quod est eas, a d, scilicet & b c, æqualiter distare à centro. Dico tunc quod a d, est æqualis b c. Quadratis enim duarũ linearum e d, & æqualibus, demptisque quadratis duarũ linearum e f, & e g, æqualibus, remanẽt per penultimam primi, quadrata duarum linearum f d, & g c, quæ per tertiam communem sententiam necesse est esse æqualia, quare f d, est æqualis g c, ergo duplum f d, quod est a d, est æquale duplo g c, quod est b c. Et hæc est secunda pars propositi.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 14

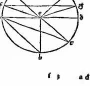
14 **In circulo rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distant à cẽtro. Et quæ æqualiter distant à centro, æquales adinuicem sunt.**

THEON ex Zamberto. *Sit circulus αβγδ, & in eo, sint æquales rectæ lineæ αβ, & γδ. Dico quod æqualiter distant à centro. Suscipiatur enim (per primam tertij.) centrum circuli αβγδ, sitque illud ε. Et ab ipso ε in ipsas ε, & γδ, (per duodecimam primi) perpendiculares excitentur εζ, & εη, & coniungantur (per primum postulatum αε, & εγ. Quoniam igitur (per tertiam tertij) recta linea quædam per centrum extensa εζ rectam lineam quandam non extensam per centrum αβ, ad angulos rectos & bifariam dispescit, æqualis est igitur αζ, ipsi ζβ, dupla igitur est αβ, ipsius αζ, & ob id etiam γδ, ipsius γη, dupla est. Et est æqualis αβ, ipsi γδ: æqualis igitur est αζ, ipsi γη. Et quoniam æqualis est αε, ipsi εγ, ex centro enim in circunferentiam, æquum est quadratum quod fit ex εγ, ei quod fit ex αε, quadrato. Sed ei quod fit ex αε, quadrato, (per 47 primi), æqua sunt ea quæ fiunt ex αζ, & ζε, quadrata, rectus enim est angulus qui ad ζ. Ei autem quod fit ex εγ, (per eandem,) æqua sunt ea quæ fiunt ex εη, & ηγ, rectus enim est angulus qui ad η. Ea igitur quæ fiunt ex αζ, & ζε, quadrata, æqualia sunt eis quæ fiunt ex γη, & ηε, quadratis, quorum id quod fit ex αζ, æquum est ei quod fit ex γη, æqualis enim est αζ, ipsi γη. Reliquum igitur quod fit ex ζε reliquo quod fit εη, (per tertiam communem sententiam) est æquale. Aequalis igitur est εζ, ipsi εη. In circulo autem æqualiter rectæ lineæ distare dicuntur à centro quando à centris in ipsas perpendiculares ductæ sunt æquales (per diffinitionem 4 tertij.) Igitur αε, & γδ. æqualiter distant à centro. Sed iam αβ, & γδ, rectæ lineæ æqualiter distent à centro, hoc est æqualis sit εζ, ipsi εη. Dico quod æqualis est αβ, ipsi γδ. Eisdem enim constructis, similiter ostendemus quod αβ, dupla est ipsius αη, & γδ, ipsius γη. Et quoniam æqualis est αε, ipsi γε, ex centro enim in circunferentiam, æquum est, quadratum quod fit ex αε, ei quod fit ex γε, quadrato. Sed ei quod fit ex αε, quadrato æqualia sunt (per 43 primi,) quæ fiunt ex εζ, & ζα, quadrata. Ei autem quod fit ex γε, æqualia sunt (per eandem) ea quæ fiunt ex εη, & ηγ. Ea igitur quæ fiunt ex εζ, & ζα, quadrata, æqualia sunt eis quæ fiunt ex εη, & ηγ, quadratis. Quorum quod fit ex εη, ei quod fit ex εζ, est æquale, æqualis enim est εζ, ipsi εη. Reliquum igitur quod fit ex αζ. (per 3 communem sententiam) æquum est ei quod fit ex γη, æqualis igitur est αη, ipsi γη. At ipsius αζ, dupla est ipsa αβ, ipsius uero γη, dupla est ipsa γδ. Aequalis igitur est αβ, ipsi γδ. In circulo igitur rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distant à centro. & quæ æqualiter distant à centro, sibi inuicem sunt æquales, quod erat demonstrandum.*

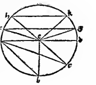
Eucli. ex Camp. Propositio 14

14 **SI intra circulum plurimæ rectæ lineæ ceciderint, diametrum eius omnium longissimam, eicq; propinquiores remotioribus longiores esse necesse est.**

CAMPANVS Sit ut in circulo a b c cuius centrum e, cadant plurimæ lineæ quæ sint a b, a c, a d, f g, h k, sitq; a e d, diameter. Dico ipsam esse longissimam, & alias tãto maiores quanto sunt ipsi propinquiores. Ducantur enim à centro e, lineæ ad extremitates omnium, quæ sint e b, e c, e f, e g, e h, & e k, eruntque per 20 primi, duo latera e f, & e g, trianguli e f g, longiora f g, & quia ipsa sunt æqualia a d, erit a d, maior f g. Eadem ratione maior erit quam a c, quia a & e c, sunt maiora a c, æqualia a d, ergo



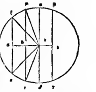
a d maior est a c. Sic quoque est maior h k, & maior etiã quàm a b. Quod autem f g sit maior b k, & a c, quàm a b, patet, quia cum duo latera f e, & e g, trianguli f e g, sint æqualia duobus lateribus h e & e k trianguli h e k, & an/gulus f e g, maior angulo h e k, erit per 24 primi basis f g, maior basi h k. Similiter quoque quia a e, & e c, sunt æ/qualia a e, & e b, & angulus a e c, maior angulo a e b, erit basis a c, per eandem maior basi a b, & sic est propositũ



Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 15

15 In circulo, maxima, quidem est dimetiens, alia rum autem semper propinquior centro, remo/tiore maior.

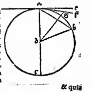
THEON ex Zamberto. Sit circulus αβγδ, dimetiens uero illius sit αδ, centrum autem, sit ε. Et propinquior ipsi αδ, dimetienti, sit βγ, remotior autem sit ζη. Dico quod αδ, maxima est, maior autem βγ, quàm ζη. Educatur (per 12 primi) ab ε, centro in ipsas βγ, & ζη, perpendiculares εθ, & εκ. Et quoniam propinquior quidem centro est βγ, remotior autem ζη, maior est (per 4 diffinitionem) igitur εκ, ipsa εθ. Ponatur autem (per 4 tertij) æqualis ελ, ipsi εθ, & (per undecimam primi) per λ, ipsi εκ ad rectos angulos ex/citata λμ, extendatur in ν. Et (per primum postulatum) coniungantur εμ, εν, εζ, & εη. Et quoniam æqualis est εθ, ipsi ελ, æqualis est (per quartam ter/tij & diffinitionem quartam eiusdem) βγ, ipsi μν. Rursus quoniam æqua/lis est αε, ipsi εμ, & εδ, ipsi εν, igitur αδ, ipsis με, & εν, est æqualis. Sed με, & εν, (per 20 primi) ipsa μν, maiores sunt igitur αδ, maior est quàm μν. Et quoniam duæ με, & εν, duabus ζε, & εη, sunt æquales (per 15 diffinitio/nem primi) ex centro enim in circunferentiam, & angulus qui sub μεν, an/gulo qui sub ζεη, maior est, basis igitur μν, (per 24 primi basi ζη, maior est. Sed μν, ipsi βγ, ostensa est æqualis, & βγ, igitur, quàm ζη, maior est. Maxima igitur est αδ, dimetiens, maior autem βγ, ipsa ζη. In circulo igi/tur dimetiens maxima est: aliarum autem semper propinquior centro; remotiore maior est, quod demonstrare oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 15

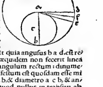
15 Si ab altero terminorum diametri cuiuslibet circuli orthogonali/ter linea recta ducatur, extra circulum eam cadere necesse est. Atque inter illam & circulum, aliam lineam rectam capi impossi/bile est. Angulum autem ab illa & circunferentia contentum, omnium acutorum angulorum esse angustissimum. Angulum uero intrinsecum à diametro & circunferentia contentum: omnium angulorum acutorum esse amplissimum necesse est. Vnde etiam manifestum est, omnem li/neam rectam à termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter du/ctam, circulum ipsum contingere.

CAMPANVS Sit ut à termino a, diametri a c, circuli a b c, cuius centrum d, ducatur linea orthogonaliter, dico quod ipsa cadit extra circulum, & quod inter lineam illam & circunferentiã, nulla alia recta linea intercipitur, & quod angulus quem ipsa & circunferentia continet, est minor o/mni angulo rectilineo, qui uidelicet à duobus rectis lineis continetur, & quod angulus contentus a diametro & cir/cunferentia, est maior omni angulo rectilineo acuto. Si e/nim linea ducta ab a, orthogonaliter super a c lineam, po/test cadere intra circulum, sit illa linea a b, & ducatur linea d b, eritque per 5 primi, angulus d a b, æqualis angulo d b a

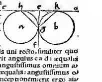


& quia angulus d a b. est rectus per hypothesin, habebit triangulus a b d, duos angulos rectos, quod est impossibile per 5. primi. Cadet ergo extra, sitque a e, quod si inter ipsam & circunferentiam potest linea recta intercipi, sit illa a f, ad quam ducatur perpendicularis d g, & quia angulus d g a, est rectus, erit per 18 primi linea a d, lõgior linea d g, quod est impossibile: quare inter ipsam & ciscunferentiam, nulla linea recta intercipietur. Propter quod patet quod angulus contentus ab a c, & circunferentia, qui dicitur angulus contingentiæ, est minor omni angulo a duobus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus esset angulo contingentiæ æqualis, aut eo minor: cum omnis talis possit per æqualia diuidi secundum doctrinam 9 primi, inter lineam a e, & circunferentiã, posset linea recta intercipi, quod monstrauimus esse non posse. Per quod patet angulum contentum à diametro & circunferentia, omnium acutorum rectilineorum esse maiorem. quia non differt a recto: nisi angulo contingentiæ quem monstrauimus esse minorem omni rectilineo. Correlarium patet per primã partem. Cum enim linea a e, in utranque partem eiecta non secet circulum, & tangat ipsum in puncto a, ipsa est contingens per diffinitionem.

CAMPANI additio. Ex hoc notandum, quod non ualet ista argumentatio, hoc transit à minori ad maius & per omnia media: ergo per æquale. Nec ista: Contingit reperire maius hoc, & minus eodem: ergo contingit reperire æquale. hoc autem sic patet. Sit circulus a b, super centrum c, cuius diameter a c b, & ducatur ab eius termino a, linea a d orthogonaliter, eritque contingens circulum per correlariũ huius. Describatur iterum super punctum a secundũ quantitatem diametri a b, circulus b e d. & imaginetur linea a b, moueri super punctum a. per circunferentiam arcus b e d, ita quod punctum b numeret omnia puncta arcus b e d,



quousque perueniat ad lineam a d, & cooperiat ipsam. Et quia angusus b a d. est rectus: erit ut non sit sumere aliquem angulum acutum cui æqualem non fecerit linea a b, cum diametro a c b, minoris circuli, quia transiuit ad angulum rectum: dinumerans situm omnium angulorum acutorum. quorum manifestum est quosdam esse minores angulo semicirculi contento a semicircunferentia à b, & diametro a c b, & angulum rectum manifestum est esse maiorem eodem. Dico quod nullus in transitu ab acutis minoribus ad rectum maiorem intermedius: fuit ei æqualis. Si enim fuerit aliquis, sit ut illum fecerit linea a b, cum punctus b, fuit in puncto e, arcus b e d. Quia ergo angulus e a b est æqualis angulo semicirculi prædicto, angulus autem semicirculi est amplissimus omnium acutorum per ultimam partem huius, erit angulus e a b, amplissimus omnium acutorum. Diuidatur ergo angulus e a d, sicut proposuit 9 primi, per æqualia, ducta linea a f. eritque (per 9 conceptionem,) angulus f a b, amplior angulo e a b, quare erit aliquid: amplius amplissimo. quod est impossibile. Vel sic. Cum angulus e a b, sit æqualis angulo semicirculi sicut ponitur,

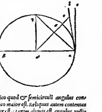


at angulus semicirculi cum angulo contingentiæ est æqualis uni recto, similiter quoque angulus e a b cum angulo e a d est æqualis uni recto, erit angulus e a d: æqualis angulo contingentiæ: & quia angulus contingentiæ est angustissimus omnium acutorum per 3 partem huius: erit similiter angulus e a d, ei æqualis: angustissimus omnium acutorum. sed angulus e a f est eo angustior: per conceptionem: erit ergo aliquid angustius angustissimo: quod est impossibile. Non ergo erit angulus rectilineus: æqualis angulo semicirculi. Et quia transitur à minori ad maius & non per æquale: item quia est reperire minorem eo & maiorem: patet instantia contra utranque argumentationem prædictam. Vnde per interemptionem ad illud est respondendum.

Posset probari quod angulus contingentiæ est diuisibilis secundum lineam rectam ut cõstat per figurationem hic a latere positam. Certum est quod angulus qui causatur ex contactu duorum circulorum uel sphærarum, est angulus contingentiæ: & talis diuidatur per lineam e g, quia hic habetur triangulus h g k, cuius basis h k, diuidatur per æqualia in puncto e: & protrahatur uersus g, contactum: & arguitur per 4 primi: deinde per 15 huius. & patet propositum.

16 **Quæ à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, extra ipsum circulum cadit, & in locum inter ipsam rectam lineam & circunferentiam, altera recta linea non cadet, & semicirculi angulus, omni angulo acuto rectilineo maior est, reliquus autem minor.**

THEON ex Zamberto. *Sit circulus α β γ, circa centrum δ, & dimetientem α β, Dico quod quæ ex α, ipsi α β, ab angulos rectos ducitur, extra ipsum circulum cadit. Non enim, sed si possibile est, cadat interius sicut α γ, & coniungatur δ γ. Et quoniam æqualis est δ α, ipsi δ γ, (per 15 diffinitionem primi) ex centro enim in circunferentiam, æqualis est & angulus δ α γ, angulo α γ δ. Angulus autem δ α γ, rectus est, rectus igitur est & qui sub α γ δ. Anguli igitur qui sub δ α γ, & α γ δ, duobus rectis sunt æquales, quod (per 17 primi,) est impossibile. Igitur ab α signo, ipsi α β, ad angulos rectos ducta, intra ipsum circulum non cadit. Similiter quoque ostendemus, quod neque in ipsam circunferentiam, extra igitur cadit sicut α ε. Dico quod in locum inter α ε, rectam lineam, & γ β α, circunferentiam alia recta linea non cadit. Si enim possibile est, cadat sicut ζ α, & excitetur (per 12 primi) à δ, signo, in ipsam ζ α, perpendicularis δ η. Et quoniam rectus est angulus α η δ, minor recto autem qui sub δ α η, maior igitur est α δ, quàm δ η. Aequalis autem est δ α ipsi δ θ, ex centro enim in circunferentiam, maior (per 19 primi,) igitur est δ θ, ipsa δ η, minor maiore, quod est impossibile. In locum igitur inter rectam lineam & circunferentiam, altera recta linea non cadet. Dico quod & semicirculi angulus contentus sub α β, recta linea & γ θ α, circunferentia, omni angulo acuto rectilineo maior est. Reliquus autem contentus sub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea, omni acuto angulo rectilineo minor est. Si enim aliquis est angulus rectilineus maior eo qui sub β α, recta linea & γ θ α, circunferentia continetur, minor uero eo qui sub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea continetur, in locum inter γ θ α, circunferentiam & α ε, rectam lineam recta linea cadet, quæ efficiet maiorem quidem angulum contentum sub rectis lineis eo qui sub β α, recta linea & γ θ α, circunferentia continetur, minorem autem eo qui sub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea continetur, non cadit autem. Igitur angulo contento sub β α recta linea, & γ θ α, circunferentia, angulus acutus sub rectis lineis contentus maior non est, neque etiam minor contento sub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea.*

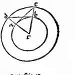


CORRELARIVM. *Hinc manifestum est, quod à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta ipsum circulum tangit, & quod recta linea circulum in uno signo tantum tangit, quoniam ostensum est (per 2 tertij,) quod quæ in duobus illis signis incidit, intra ipsum cadit, quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 16*

15 **A Dato puncto, ad datum circulum lineam contingentem ducere.**

CAMPANVS. Sit circulus datus a b cuius centrum c, punctusque datus d, uolo ergo a puncto d, ducere lineam contingentem circulum a b. Produco lineam d c, secantem circunferentiam circuli a b, in puncto a, super quam describo circulum d e, secundum quantitatem lineæ d c, concentricum circulo a b, & a puncto a, produco lineam a e, perpendicularem ad lineam d c, quæ secet circunferentiam circuli d e, in puncto e, & produco lineam e c, secantem circunferentiam circuli a b in puncto b. Deinde produco lineam d b, quæ erit contingens circulum a b. Quia enim duo latera a c & c e, triãguli a c e sunt æqualia duobus lateribus b c & c d trianguli b c d, & angulus c est communis utrique, erit per 4 primi angulus e a c, æqualis angulo d b c, angulus autẽ e a c, est rectus, quare angulus d b c, est rectus. Per correlarium ergo præcedentis erit linea d b, contingens circulum a b, quod est propositum.

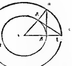


Eucli. ex Zamb. *Problema 2* *Propositio 17*

17 **A dato signo, dato circulo contingentem rectam lineam ducere.**

THEON ex Zamberto. *Sit quidem datum signum α, datus autem circulus sit β γ δ, oportet iam à dato signo α, dato circulo β γ δ, contingentem rectam lineam ducere. Suscipiatur enim (per 1 tertij,) centrum circuli, sitque illud ε, & coniũgatur (per primũ postulatum) α δ ε. Et centro quidem ε, spatio uero ε α, (per tertium postulatũ) circulus describatur α ζ η, & ab ipso δ, ipsi ε α, ad angulos rectos excitetur δ ζ. (per 11 primi) & coniũgantur (per primũ postulatum) ε β ζ, & α β. Dico quod ab α, signo, circulo β γ δ, contingens ducta est α β. Quoniam enim ε, signum, centrum*

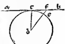
centrum est circulorum ε γ δ, & α ζ η, æqualis est ε α, ipsi ε ζ, & ε δ, ipsi ε β, ex cẽtro enim in circumferentiam. Duæ igitur α ε, & ε β, duabus ε ζ, & ε δ, sunt æquales, & angulum communem habent qui ad ε, basis igitur δ ζ, (per 4 primi) basi α β, est æqualis, & triangulum δ ε ζ, triangulo ε β α, est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis, æqualis igitur est angulus ε δ ζ, angulo ε β α, rectus est autem qui sub ε δ ζ, rectus igitur est & qui sub ε β α, & est ε β, ex centro. Quæ autem ex diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, ipsum tangit circulum, (per correlarium 15 tertij) Igitur α β, ipsum circulũ β γ δ, tangit. A dato igitur signo α, dato circulo β γ δ, cõtingẽs recta linea ducta est α β, quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 17

17 SI circulum linea recta contingat, à contactu uero ad centrum linea recta ducatur, necesse est eam super lineam contingentem esse perpendicularem.

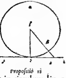
CAMPANVS. Sit linea a b, cõtingens circulum c e, cuius centrum sit d, in puncto c, qui iungatur cum centro per lineam c d. Dico hanc esse perpendicularem super lineam contingentem. Si enim non est perpendicularis ad ipsam, sit ergo d f perpendicularis ad eandem, quæ secet circumferentiam circuli in puncto e, eritque uterq; angulorum qui sunt ad f, rectus, igitur per 18 primi, linea c d, est maior linea d f, quod est impossibile. Constat itaq; d c esse perpendicularem super a b: quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 18.

18 Si circulum tetigerit aliqua recta línea, à centro autem in contactum ducta fuerit aliqua recta linea, ipsa ducta, perpendicularis erit contingenti.

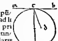
THEON ex Zamb. Circulum enim α β γ, tangat recta linea quædam δ ε, in γ, signo, & sumatur (per 1 tertij) centrum circuli α β γ, sitque illud ζ. Et a ζ, in γ, ducatur (per primum postulatum) ζ γ. Dico quod ζ γ, perpendicularis est ipsi δ ε. Si enim non, ducatur (per 12 primi) à ζ, in ipsam δ ε, perpendicularis ζ η. Quoniã igitur angulus ζ η γ, rectus est, angulus igitur qui sub η γ ζ, est acutus, maior igitur est angulus ζ η γ, angulo ζ γ η, maiori autẽ angulo (per 19 primi) maius latus subtẽditur, maior igitur est ζ γ, quàm ζ η. Aequalis autem est ζ β, ex centro enim in circũferentiam, maior igitur est ζ β, quàm ζ η, minor maiore, quod est impossibile. Igitur ζ η, ipsi δ ε non est perpendicularis. Similiter quoque ostendemus, quod nulla alia præter ζ γ. Igitur ζ γ, perpendicularis est ipsi δ ε. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea, & quæ sequuntur reliqua, quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 SI circulum linea recta contingat, & à contactu in circulum linea quædam orthogonaliter ducatur, in eadem centrum esse necesse est.

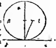
CAMPANVS. Sit ut prius linea a b contingens circulum c e in puncto c, & contactu ducatur linea intra circulum, c e, perpendicularis ad lineam a b. Dico quod centrum circuli est in linea c e. Hæc est cõuersa prioris. Si enim non fuerit centrum in linea c e, sit alibi ubicunque contingat, sitq; d, & producatur d c, eritq; d c, per præmissam perpendicularis ad lineam a b, quod est impossibile, cum e c, posita sit perpẽdicularis ad ipsam.



Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 19.

19 Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea quædam excitetur, in excitata erit centrum circuli.

THEON ex Zamberto. Circulũ enim α β γ, tangat recta linea quædã δ ε, in signo γ, & ab ipso γ, ipsi δ ε, (per 11 primi) excitetur ad angulos rectos γ α. Dico quod in ipsa γ α, est centrum circuli. Non enim, sed si possibile est, sit ζ, & per (per primum postulatum) coniungatur γ ζ. Quoniã igitur circulũ α β γ, recta linea quædam δ ε, tangit, à cẽtro autẽ in cõtactũ ducta est ζ γ, igitur ζ γ, (per 18 perpendicularis) est ipsi δ ε. Rectus igitur est angulus ζ γ ε,

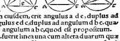


at angulus $\alpha\gamma\varepsilon$, rectus est, æqualis igitur est angulus $\zeta\gamma\varepsilon$, ei qui sub $\alpha\gamma\varepsilon$, minor maiori, quod est impoßibile. Igitur ζ, centrum circuli $\alpha\beta\gamma$, non est. Similiter quoque ostendemus, quod nec alibi præter quàm in $\alpha\gamma$. Si circulum igitur aliqua recta linea tetigerit, à contactu autem ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea excitetur, in excitata erit centrum circuli quod demonstraße oportuit.

Eucli ex Camp. Propositio 19.

19 **Si intra circulum angulus supra centrum consistat, alius uero angulus supra circunferentiam consistens eãdem basin habeat: interior superiori duplus erit.**

CAMPANVS Sit ut in circulo a b c, cuius cẽtrum d, fiat angulus a d c, supra cẽtrũ, & angulus a b c super circunferentiam, sitq; utriusque anguli eadem basis quæ sit arcus a c. Dico angulum a d c, duplum esse ad angulũ a b c. Quod sic probatur. Aut enim duæ lineæ a b, & c b includunt duas lineas a d, & d c, aut altera earum sit linea una cum altera reliquarum, aut etiam altera primarum secat alteram postremarum. Sit ergo primo ut includant eas ut in prima figuratione apparet, & producatur linea b d e, eritque per 32 primi, angulus a d e, extrinsecus, æqualis duobus intrinsecis qui sunt b a d & a b d, angulis.



Et quia ipsi sunt æquales per quintam eiusdem, erit angulus a d e, duplus ad angulum a b d. Simili quoque modo erit angulus e d c, duplus ad angulum d b c, quare totus angulus a d c, duplus erit ad totum angulum a b c, quod est propositum.

Quod si altera duarum linearum a b & b c, fuerit linea una cum altera duarum quæ sunt a d & b d, ut in secunda figuratione apparet, per easdem per quas prius & simili modo liquet propositum. Quod si altera duarum linearum primarum secet alterã duarum postremarum, ut in tertia figuratione apparet ubi linea a b secat lineam d c, producatur linea b d e. Erit per easdem quas a principio assumpsimus & simili modo e d a, duplus ad angulum d b a, & totus angulus e d c, duplus ad totũ angulum d b c, quare angulus a d c, duplus est ad angulum a b c. Quod est propositum.

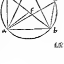
Eucli ex Zamb. Theorema 15. Propositio 20

20 **In circulo angulus qui ad centrum, duplus est eius qui ad circunferentiam, quando anguli eandem circunferentiam habuerint basin.**

THEON ex Zamb. *Sit circulus $\alpha\beta\gamma$, & ad eius centrum, sit angulus $\beta\varepsilon\gamma$, ad circunferentiam uero, angulus $\beta\alpha\gamma$, habeant autem eãdem basin, circunferentiam $\beta\gamma$. Dico quod duplus est angulus $\beta\varepsilon\gamma$, anguli $\beta\alpha\gamma$. ducta enim $\alpha\varepsilon$, (per secundum postulatum) extendatur in ζ. Quoniam enim æqualis est $\alpha\varepsilon$, ipsi $\varepsilon\beta$, ex centro enim in circunferentiam: æqualis est angulus $\varepsilon\alpha\beta$, ei qui sub $\varepsilon\beta\alpha$. Anguli igitur $\varepsilon\alpha\beta$, & $\varepsilon\beta\alpha$, (per 5 primi,) eius qui est sub $\varepsilon\alpha\beta$ dupli sunt, æqualis autem est qui sub $\beta\varepsilon\zeta$, (per 32 eiusdem) eis qui sub $\varepsilon\alpha\beta$ & $\varepsilon\beta\alpha$. Angulus igitur $\beta\varepsilon\zeta$, ipsius $\varepsilon\alpha\beta$, duplus est. Et perinde angulus $\zeta\varepsilon\gamma$ eius qui sub $\varepsilon\alpha\gamma$, (per eandem) duplus est. Totus igitur $\beta\varepsilon\gamma$, totius qui sub $\beta\alpha\gamma$, est anguli, duplus est. Rursus constituatur, & sit alter angulus $\beta\delta\gamma$, & ducatur (per 1 postulatum) $\delta\varepsilon$, extendaturque (per 2 postulatum) in η. Similiter quoque ostendemus quod duplus est $\eta\varepsilon\gamma$, angulus eius qui sub $\varepsilon\delta\gamma$, est anguli. Quorum qui sub $\eta\varepsilon\zeta$, duplus est eius qui sub $\varepsilon\delta\beta$. Reliquus igitur qui sub $\zeta\varepsilon\gamma$, eius qui est sub $\beta\delta\gamma$, duplus est. In circulo igitur angulus qui ad centrum, duplus est eius qui ad circunferentiam, quando eandem circunferentiam basin habuerint ipsi anguli, quod oportuit demõstraße.*

Eucli ex Camp. Propositio 20.

20 **Si in una circuli portione, anguli super arcũ consistant, angulos quoslibet æquales esse necesse est.**



CAMPANVS Sit in portiõe a d b, circuli a b c. cuius centrum sit f, consistant quodlibet anguli super arcũ a d b, qui sunt e d c Dico eos esse æquales, Protrahatur enim chorda a b, & ab eius extremitatibus ducãtur in centrũ, lineæ a f & b f, eritq; per præmissam angulus f consistens supra centrum, ad unumquemq; eorũ duplus. Quare ipsi sunt æquales, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 21.

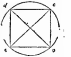
21 In circulo, qui in eodem segmento sunt anguli, sibi inuicem sunt æquales.

THEON ex Zamberto. Sint in segmento β α ε δ, circuli α β γ δ, anguli qui sub β α δ, & β ε δ. Dico quod anguli β α δ, & β ε δ, sibi inuicẽ sunt æquales. Suscipiatur enim (per primam tertij) centrum circuli α β γ δ, sitque illud ζ. Et ducantur (per primum postulatum) ε ζ, ζ δ. Et quoniam angulus β ζ δ, est ad centrum, angulus autem qui sub ε α δ, ad circunferentiam, & eãdem habent basin circũferentiam ε α γ δ, angulus igitur ε ζ δ, (per præcedentem) duplus est eius qui sub β α δ, & per hoc angulus ε ζ δ, duplus est etiam eius qui sub β ε δ. æqualis igitur (est per communem sententiam dicentem quæ eiusdem sunt dimidium, adinuicem sunt æqualia,) angulus β α δ, angulo β ε δ. In circulo igitur, qui in eodem segmento sunt anguli sibi inuicẽ sunt æquales, quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 21.

21 Si intra circulũ quadrilaterum describatur, quoslibet eius duos angulos ex aduerso collocatos, duobus rectis angulis æquos esse necesse est.

CAMPANVS. Sit quadrilaterũ a b c d, inscriptum circulo a b c d. Dico quosq; eius duos angulos oppositos, esse æquales duobus rectis. Protrahantur in quadrilatero, diametri a c, b d, eritque per præmissam, angulus c b d æqualis angulo c a d, & angulus a b d æqualis angulo a c d, quare totus a b c, æqualis erit duobus angulis qui sunt a c d, & c a d. Et quia ipsi cum angulo a d c sunt æquales duobus rectis per 32 primi, erunt & anguli b totalis & d, totalis, æquales duobus rectis, quod est propositum. Similiter quoque probabo angulos a & c totales, esse æquales duobus rectis.



Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 22.

22 In circulis quadrilaterorum existentium anguli qui ex opposito, duobus rectis sunt æquales.

THEON ex Zamberto. Sit circulus α β γ δ & in eo quadrilaterum sit α ε γ δ. Dico quod anguli qui ex opposito, duobus rectis sunt æquales. Coniungantur (per primum postulatum,) α γ, & β δ. Quoniam igitur (per 32 primi, omnis trianguli tres anguli γ α ε, α β γ, & β γ α, duobus rectis sunt æquales. Angulus autem γ α ε, angulo ε δ γ est æqualis (per 21 tertij) in eodem enim sunt segmento ε α δ γ. Angulus uero α γ β, (per eandem) angulo α δ ε, in eodem enim sunt segmẽto α δ γ ε. Totus igitur qui sub α δ γ, eis qui sub β α γ, & α γ β est æqualis. Communis apponatur angulus α ε γ. Anguli igitur qui sub α β γ, β α γ, & α γ β, eis qui sunt sub α ε γ, & α δ γ, sunt æquales. Sed qui sub α β γ, β α γ, & α γ ε, duobus rectis sunt æquales Anguli igitur α β γ, & α δ γ, duobus rectis sunt æquales. Similiter iam ostendemus, quod etiam anguli β α δ, & δ γ β, duobus rectis sunt æquales. In circulis igitur quadrilaterorum existentium anguli ex opposito, duobus rectis sunt æquales, quod demonstrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 22.

22 DVas similes circuli portiones inæquales, supra unam rectam lineam assignatam ex eadem parte cadere impossibile est.

CAMPANVS. Sit recta linea a b, super quam fiat portio circuli, a c b. Dico quod super eãdem lineam ex eadem parte non fiet alia portio quæ sit similis huic, & ea maior aut minor. Quod si fuerit possibile, fiat ergo portio a d b, maior ea, quæ cũ sit similis ei, stat ergo angulus a c b in portiõe minori, & angulus a d b in maiori. Erit ergo ut lineæ a d, & d b, includãt lineas a c & c b, ut in figuratiõe pría apparet. Aut altera primarũ una fiat cũ altera postremarũ, ut in secũda. Aut ut altera secet alterã, ut in tertia. Quod si fuerit primo modo erit per 21 primi angulus c maior angulo d, non d,non ergo portiones similes per diffinitionẽ. Quod si secundo modo,erit adhuc angulus c,maior angulo d,per decimamsextam primi,non igitur erũt portiones similes. Si autem tertio modo:sit ut linea b d,secet lineam a c,& secet circunferentiã portionis minoris in

puncto e,& ducatur linea e a. Eritq; per eandem decimamsextam primi,angulus a e b,consistens in portione a c b,maior angulo d,quare nullo modo sunt portiones similes. ¶ Simili quoque modo probabis,quod super eandem lineam non fiet portio similis portioni a c b, minor ea: posito c,in loco d,& d in loco c,in figura cũ omnibus prædictis,erit enim per præmissas & per 21 primi,& per 16 eiusdẽ & præmisso modo angulus d omnium figurationum, maior angulo c, quare portiones non erunt similes.

Et nota,quod licet proponatur super lineam unam non posse fieri portiones similes inæquales ex eadem parte:uerum est tamẽ quod neq; ex diuersis partibus. Quod libet probare,minore quæ est ex una parte superposita maiori quæ est ex altera. Necesse enim erit per communem scientiam,ipsam à maiori excedi,non ergo sunt similes per banc 22.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propositio 23.

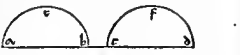
23 **Super eadem recta linea,duo segmẽta circulorum similia, & inæqualia non constituentur ad easdem partes.**

THEON ex Zamb. Si enim possibile: super eandem recta linea α β, duo circulorum segmenta similia & inæqualia constituantur ad easdem partes α γ β, & α δ β. & ducatur (per primũ postulatum) α γ δ, & coniungantur (per 2 postulatũ) γ β & δ β. Quoniã igitur segmentũ α γ β, simile est segmẽto α δ β, similiaq; circulorũ segmẽta sunt quæ æquales angulos suscipiũt,(per diffinitionẽ 10 tertij) angulus igitur α γ β, angulo α δ β, est æqualis,exterior interiori quod (per 16 primi) est impossibile. Super eadẽ igitur recta linea:duo circulorũ segmẽta similia & inæqualia nõ constituentur ad easdẽ partes,quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 23.

23 **DI circulorum similes portiones supra lineas æquas fuerint, ipsas portiones æquas esse oportet.**

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquales,super quas sunt duæ portiones circulorum a c b,c f d,quæ sunt similes. Dico quod ipse sunt æquales. Si enim non sunt æquales,altera earum superposita alteri,exceder maior minorem. sed linea a b, non exceder lineã c b,nec excedetur ab ea,cũ sint æquales. Quare accider contrarium præmissæ, quod est impossibile. Erit enim a b & c d linea una.



Eucli ex Zamb. Theorema 22. Propositio 24.

24 **Super æqualibus rectis lineis similia circulorũ segmenta constituta sibi inuicem sunt æqualia.**

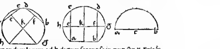
THEON ex Zamberto. Super æqualibus,inquam,rectis lineis α β, & γ δ, similia circulorum segmenta α ε β, & γ ζ δ, constituantur. Dico quod æquum est segmentum α ε β, segmento γ ζ δ. Congruente namque segmento α ε β, ipsi ε ζ δ, segmento, & posito signo α, super signo γ, recta uero linea α β, ipsi rectæ lineæ γ δ, congruente, & β, signum congruet ipsi δ, signo, quoniam æqualis est α β, ipsi γ δ. Congruente autem α β, recta linea ipsi γ δ, congruit α ε β, segmentum ipsi ε ζ δ. Si enim α β, recta linea ipsi γ δ, congruit, segmentum autem α ε β, ipsi γ ζ δ, non congruit, sed differt sicut γ η δ, circulus autem circulum (per uicesimam tertij) non secat in pluribus signis duobus. Sed γ η δ, ipsum γ ζ δ, in pluribus quàm duobus signis hoc est γ η δ, secat, quod (per eandem) est impossibile. Non igitur, congruente α β, recta linea ipsi γ δ, non congruit quoque & segmentum α ε β, segmento γ ζ β. Congruit igitur & ei est æquale. Super æqualibus igitur rectis lineis similia circulorum segmenta constituta sibi inuicem sunt æqualia, quod erat demonstrandum.

Eucli.

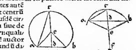
Eucli. ex Camp. Propoſitio 24.

24 **Dati ſemicirculi, ſiue ſemicirculo maioris ſiue minoris portionis: circulum perficere.**

CAMPANVS. Intentio per hanc concluſionem, eſt ex omni arcu dato ſiue ex omni circuli portione data, circulum perficere. Sit ergo a b quilibet arcus: ex quo uolo perficere circulum. Protrabam in eo duas lineas qualitercunque contingat, quæ ſint a c, & b d: quas diuidã per æqualia, a c quidem in puncto e: & b d in puncto f. Et protraham e g



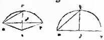
perpendicularẽ ad a c, & f h perpendicularem ad b d: quæ ſecent ſe in puncto k. Eritq́ per correllarium primæ huius, centrum circuli in utraq́ linearum e g & f h. Quare cẽtrum eſt punctum k. Si autem e g non ſecet f h, ſed ſint linea una, quemadmodum erit ſi duæ lineæ a c & b d ſint æquidiſtantes: tunc ipſa applicabitur circunferentiæ dati arcus ex utraq́ parte, ipſa igitur diuiſa per medium in puncto k: erit ibi centrum circuli per idem correllarium. Aequidiſtantes autẽ non erunt e g & f h, quia cum in utraq́ ſit centrũ circuli per dictum correllarium eſſent euſdẽ circuli duo centra. Sic poteſt de omni arcu ſiue de omni portione communiter demonſtrari: qualiter inde circulus perficiatur. Quia tamẽ auctor uidetur hanc concluſionem uariare ſecundũ diuerſas ſpecies arcuum, omnium portionum enumerando ſpecies: demõſtrabimus diuiſim per ſpecies, qualiter ex omni portione data circulus perficiatur. Sit ergo primũ a b portio data: ſemicirculus, eritque per diffinitionem ſemicirculi, linea a b diameter, ea igitur diuiſa per medium in puncto c: erit c centrum circuli. Sit rurſus portio a c b ſemicirculo maior, cuius chorda ſit a b, quam diuido per æqualia in pũcto d, a quo duco d c perpendicularem ad ipſam: quæ tranſibit per centrum, per correllarium primæ huius: & protraho lineam a c. Et quia linea a b eſt minor diametro, cum ſit a c b portio maior ſemicirculo: erit a d minor ſemidiametro, ſed d c eſt maior ſemidiametro, ergo d c eſt maior quam a d: ergo per 19 primi angulus e a d eſt maior angulo a c d. Fiat itaq́ per 23 primi, angulus c a e æqualis angulo a c d: producta linea a e quæ ſecet lineam c d in puncto e, eritq́ per ſextã primi, linea a e æqualis lineæ e c: producatur igitur linea e b, eritq́ per 4 primi, linea e b æqualis lineæ a e, quare tres lineæ e a, e b, e c ſunt æquales, ergo per 9 huius e eſt centrum circuli. Sit iterum a c b portio minor ſemicirculo: cuius chorda ſit a c quam diuido per æqualia in puncto d, a quo produco lineam c d e perpendicularem ad lineam a b: quæ ſecet circunferentiam in puncto c, hanc manifeſtum eſt tranſire per centrum per correllarium primæ huius. Produco iterum lineam a c: eritq́ angulus a c d maior angulo c a d. Si eſt æqualis: erit portio a c b ſemicirculus, & ſi minor, erit maior ſemicirculo: poſitum eſt autem quod ſit minor. Produco igitur lineam a e. quæ cum linea a c faciat: angulum æqualem angulo c. & ſecet lineam c f in puncto e, & manifeſtum eſt quod punctum e, cadat extra datam portionem, & produco lineam e b & quia angulus a totalis eſt æqualis angulo c, erit per 6 primi, linea e a æqualis lineæ e c, & quia per 4 primi, linea e b eſt æqualis lineæ e a: erit per 9 huius punctum e, centrum circuli, quare patet propoſitum: ſecundum omnes ſpecies portionum circuli.



Eucli. ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 25.

25 **Circuli ſegmento dato, deſcribere circulum cuius eſt ſegmentum.**

THEON ex Zamberto. *Sit datum ſegmentum circuli α β γ. Oportet iam ſegmenti α β γ, circulum cuius eſt ſegmentum deſcribere. Secetur enim (per 10 primi) α γ, bifariam in δ. Excitetur que (per 11 eiuſdem) à ſigno δ, ipſi α γ, ad angulos rectos β δ, & coniungatur (per primum poſtulatum) α β. Angulus igitur α β δ, angulo β α δ, comparatus aut eo eſt maior, aut ei æqualis*



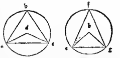
aut eo minor, Sit prius maior, & constituatur (per 23 eiusdem) ad ipsam βα, rectam lineam ad signumq́; in ea α, ipsi angulo αβδ. æqualis angulus βαι. Et extendatur (per 2 postulatum) βδ, in ι. Et coniungatur (per 1 postulatum) ιγ, quoniam igitur angulus αβι, æqualis est angulo βαι, æqualis igitur est (per 6 primi, recta linea ιβ, ipsi αι. Et quoniam æqualis est αδ, ipsi δγ, communis autem δι, duæ igitur αδ, & δι, duabus γδ, & δι, sunt æquales altera alteri. Et angulus αδι, (per quartum postulatum) angulo γδι, est æqualis, rectus enim uterque. Et basis igitur αι, (per quartam primi,) basi γι, est æqualis. Sed αι ipsi βι, ostensa æqualis est. Igitur βι, ipsi γι, est æqualis. Tres igitur αι, ιβ, & ιγ, sibi inuicem sunt æquales, Centro igitur ι, spatio autem (per 3 postulatum) aut αι, aut ιβ, aut ιγ circulus descriptus per reliqua signa ueniet & descriptus erit. Circuli igitur segmento dato, circulus descriptus est, & manifestum est, quod segmentum αβγ. minus est semicirculo, quoniam ι, centrum extra ipsum cadit. Similiter quoque ostendemus, & si angulus αβδ, æqualis fuerit angulo βαδ, ipsa αδ, æquali existente utrique ipsarum βδ, & δγ, tres igitur δα, δβ, & δγ, sibi inuicem sunt æquales. Et erit ipsum centrum δ, completi circuli, ipsum erit quoque semicirculus αβγ.

Si autem αβδ, minor fuerit βαδ, constituemus (per 23 primi) ad βα, rectam lineam & ad signum in ea α, angulo αβδ, æqualem intra αβγ, segmentum. Segmenti centrum cadet super δβ, & erit, uidelicet, segmentum αβγ, maius semicirculo. Dato igitur segmento, describitur circulus cuius est segmentum. Quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 25.

25 **Si in æquis circulis seu super centra, seu super circunferentias, æquales anguli consistant, super æquos arcus eos cadere necesse est.**

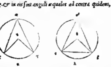
CAMPANVS Sint duo circuli æquales a b c cuius centrum d, & e f g, cuius centrum h, & fiant supra centra eorum, duo anguli a d c & e h g, qui ponantur æquales. Dico duos arcus a b c, & e f g, esse æquales, Protrahãtur duæ lineæ a c & e g, & fiant duo anguli in circunferentijs ipsorum, consistentes, supra prædictos arcus, qui sint angulus a b c & angulus e f g. Quia ergo circuli sunt æquales, erunt per diffinitionem æqualium circulorum semidiametri æquales & quia duo anguli d & h sunt æquales per 4 primi, linea a c æqualis lineæ e g, & per 19 huius, erit angulus, h, æqualis angulo f, cum d angulus sit æqualis angulo h Ergo per diffinitionem similium portionum duæ portiones a b c & e f g, sunt similes, & quia ipsæ sunt super lineas a c & e g æquales ipsæ erunt æquales per 23 huius, quare arcus a b c & e f g, sunt æquales. Quod si anguli b & f qui sunt in circunferentia, ponantur æquales, erũt per diffinitionem, portiones similes, & anguli d & h æquales per 19 huius. Et quia circuli sunt æquales per positionem, erunt per 4 primi, duæ lineæ a c & e g æquales, quare ut prius, portiones æquales per 23 huius: cum sint similes & super æquales lineas igitur & arcus æquales. Quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 26.

26 **In æqualibus circulis æquales anguli æqualibus circunferentijs insistũt siue si ad centra siue si ad circunferentias consistunt.**

THEON ex Zamb. Sint æquales circuli αβγ, & δεζ, & in eis sint anguli æquales ad centra quidem, qui sub βκγ, & εθζ, ad circunferentias autem, qui sub βαγ, & εδζ. Dico quod circunferentia βκγ, æqualis est circunferentiæ ελζ. Coniungantur (per primum postulatum) βγ, & εζ. Et quoniam circuli αβγ & δεζ, sunt æquales, etiam quæ ex centris, sunt æquales (per primam diffinitionem tertij). Duæ igitur βκ, & κγ, duabus εθ, & θζ, sunt æquales Et angulus qui ad κ, angulo qui ad θ est æqualis, Basis igitur βγ (per 4 primi) basi εζ, est æqualis Et quoniam angulus qui ad α, æqualis est angulo qui ad δ, segmentum igitur βαγ, (per 24 tertij simile est segmento εδζ, & sunt in æqualibus rectis lineis βγ, & εζ Super æqualibus autem rectis lineis (per 24 eandem) similia circulorum segmenta existentia, inuicem sunt æqualia. Segmentũ igitur βαγ, æquale est ipsi εδζ, segmẽto. Est autẽ totus circulus αβγ, æqualis toti circulo δεζ.

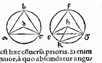


Reliqua

Reliqua igitur β κ γ circunferentia (per 3 cõmunem sententiam) reliquæ ε λ ζ circunferentiæ est æqualis. In æqualibus igitur circulis æquales anguli æqualibus circunferentijs insistunt: siue si ad circunferentias, siue si ad centra consistant, quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 26.

26 SI in æquis circulis æqui sumãtur arcus, infra illos, formatos angulos qui supra centra eorum seu supra circunferentias constituantur, æquos esse necesse est.



CAMPANVS. Sint ut prius duo circuli æquales a b c cuius centrum d, & e f g cuius centrũ h: sintq́ duo arcus a b c & e f g æquales: fiantq́ super ipsos arcus, duo anguli in centro qui sint d & h: ductis a d, c d, e h, g h. Itemq́ super eosdẽ arcus fiant duo alij anguli in circunferentia, qui sint b & f: ductis lineis a b, c b, e f & g f. Dico duos angulos d & h, ad inuicem esse æquales: itemq́ duos b & f ad inuicem esse æquales. Et est hæc cõuersa prioris. Si enim non sunt d & h anguli ad inuicem æquales: sit ergo h maior, à quo abscindatur angulus k h g, qui sit æqualis angulo d, eritq́ per præmissam, arcus k e f g, æqualis arcui a b c. Sed duo arcus a b c & e f g, positi sunt æquales: accidet ergo partem esse æqualem toti: quod est impossibile. Quare anguli d & h totales, sunt æquales. Simili quoq́ modo probabis angulos b & f, esse æquales: uel si mauis, probato quod anguli d & h sint æquales, sequitur b & f esse æquales per 19 huius, & è conuerso.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 26. Conuersa præcedentis.

25 In æqualibus circulis anguli qui æqualibus circunferentijs insistunt, sibi inuicem sunt æquales: siue si ad centra, siue si ad circunferẽtias fuerint constituti.

THEON ex Zamberto. *In æqualibus enim circulis α β γ, & δ ε ζ, super æqualibus circunferentijs β γ & ε ζ, ad centra κ θ, anguli consistant β κ γ & ε θ ζ: ad circunferentias aũt β α γ & ε δ ζ. Dico quod angulus β κ γ æqualis est angulo ε θ ζ: & angulus β α γ æquus est angulo ε δ ζ. Siquidem angulus β κ γ æquus est angulo ε θ ζ: manifestum est quod angulus etiam β α γ æquus est angulo ε δ ζ per 20 tertij. Si uero non, alter eorum maior est. Sit maior angulus β κ γ. & constituatur per 23 primi, ad lectam lineam β κ, ad datumq́; in ea signum κ: angulo ε θ ζ æqualis angulus β κ λ. Anguli autem æquales super æqualibus circumferentijs consistunt, per 26 tertij, quando ad centra fuerint. æqualis igitur est circunferẽtia β λ circunferentiæ ε ζ. Sed ε ζ, ipsi β γ est æqualis. & β λ igitur, ipsi β γ est æqualis: minor maiori, quod est impossibile. Angulus igitur β κ γ, angulo ε θ ζ inæqualis non est: æqualis igitur. Et est ipsius quidem anguli β κ γ dimidius angulus qui ad α, per 20 tertij. Ipsius autẽ ε θ ζ dimidius angulus qui ad δ per eandem. Aequalis igitur est angulus qui ad α, angulo qui ad δ, in æqualibus igitur circulis anguli super æqualibus circunferentijs consistentes, sibi inuicem sunt æquales. siue si ad centra, siue si ad circunferentias fuerint constituti, quod demonstrasse oportuit.*

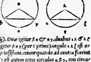
Eucli. ex Camp. Propositio 27.

27 SI in circulis æqualibus æquæ lineæ arcus resecent, arcus quoq; æquos esse: si autem lineæ inæquales fuerint, arcus quoq; inæquales, & à maiore linea maiorem arcum, à minore uero minorem abscindi necessarium est.

CAMPANVS. Sint duo circuli æquales, a b c cuius centrum d, & e f g cuius centrum h: sitq́ corda a c æqualis chordæ e g. Dico duos arcus a b c & e f g, quos prædictæ chordæ ex prædictis circulis resecãt, esse æquales. Quod si chorda e g ponatur maior chorda a c: dico arcum e f g esse maiorem arcu a b c. Primum quidem sic probatur. Ducantur à centris lineæ ad extremitates chordarum: quæ sint d a, d c, h e, h g: & quia circuli positi sunt fore æquales: erunt hæ semidiametri æquales: & quia linea a c posita est æqualis lineæ e g, erit per 8 primi, angulus d æqualis angulo h totali: quare per 25 huius, erit arcus a b c, æqualis arcui e f g: sicq; patet primum. Secundum sic. Sit e g maior a c: eritq; per 25 primi, angulus h, maior angulo d. Fiat ergo angulus f h g æqualis angulo d: eritq; per 25 huius, arcus f g, æqualis arcui a h c. Quare arcus e f g, est maior arcu a h c, quod est secundum propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 28.

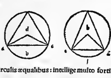
28 In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ æquales circunferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori.



THEON ex Zamberto. Sint æquales circuli α β γ & δ ε ζ, & in eis sint æquales rectæ lineæ β γ & ε ζ. circunferentias β α γ & ε δ ζ maiores auferentes, circunferentias autem β η γ & ε θ ζ minores. Dico quod circunferentia β α γ maior, æqualis est circunferentiæ ε δ ζ maiori. circunferentia uero β η γ minor, æqualis est circunferentiæ ε θ ζ minori. Suscipiantur enim circulorum centra (per primã tertij): sintq; κ λ, & eo iungantur κ β, κ γ, ε λ & λ ζ. Et quoniam circuli sunt æquales, æquales quoq; sunt quæ ex centris (per primam diffinitionem tertij). Duæ igitur β κ & κ γ, duabus ε λ & λ ζ sunt æquales. Et basis β γ (per hypothesin) basi ε ζ est æqualis: angulus igitur β κ γ (per 8 primi) angulo ε λ ζ est æqualis: æquales autem anguli (per 26 tertij) in æqualibus circunferentijs insistunt, etiam quando ad centra fuerint constituti. Circunferentia igitur β η γ, æqualis est circunferentiæ ε θ ζ: est autem totus circulus α β γ, toti circulo δ ε ζ æqualis. Reliqua igitur circunferentia β α γ (per 3 communem sententiam) reliquæ circunferentiæ ε δ ζ est æqualis. In circulis æqualibus igitur æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori, quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 28.

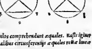
28 Circulorum æqualium æquos arcus, æquas chordas habere necesse est.



CAMPANVS. Sint duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g cuius centrum h: sitq; arcus a b c æqualis arcui e f g. Dico quod chorda a c, est æqualis chordæ e g. Et est est hæc cõuersa primæ partis præmissæ. Ducantur lineæ d a, d c, h e, h g: eruntq; per 26 huius, anguli d & h æquales. Quare per quartam primi, erit a c, æqualis e g, quod est propositũ. Quæcunq; autem probatæ sunt passiones de diuersis circulis æqualibus: intellige multo fortius ueras esse de eodem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 26. Propositio 29. Conuersa præcedentis.

29 In æqualibus circulis, sub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur.



THEON ex Zamberto. Sint æquales circuli α β γ & δ ε ζ, & in eis æquales sumantur circumferentiæ β η γ & ε θ ζ. coniunganturq; β γ & ε ζ rectæ lineæ. Dico quod æqualis est recta linea β γ ipsi ε ζ rectæ lineæ. Sumantur enim (per 1 tertij) circulorum centra: sintq; κ & λ, & coniungantur β κ & κ γ, ε λ & λ ζ. Et quoniam circunferentia β η γ æqualis est ipsi ε θ ζ circunferentiæ: æqualis est angulus β κ γ angulo ε λ ζ (per 10 diffinitionem tertij). Et quoniã circuli α β γ & δ ε ζ sunt æquales: & quæ ex centris quoq; sunt æquales (per 1 eiusdem diffinitionem. Duæ igitur β κ & κ γ, duabus ε λ & λ ζ sunt æquales, & angulos comprehendunt æquales. Basis igitur β γ (per 4 primi) basi ε ζ est æqualis. In æqualibus igitur circulis, æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur, quod demonstrasse oportuit.

Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 29.

29 DAtum arcum per æqualia diuidere.

CAMPANVS. Sit datus arcus a b c cui subtendatur chorda a c, quæ diuidatur per æqualia in puncto d, a quo ducatur perpendicularis ad ipsam, quæ sit d b: secans circunferentiam dati arcus in puncto b: quam dico diuidere datum arcum per æqualia. Ducantur enim lineæ b a, b c, quæ erunt æquales per 4 primi. Quare per primam partem 27 huius, arcus a b, erit æqualis arcui b c, quod est propositum.

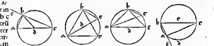
Eucli. ex Zamb. Problema 4. Propositio 30.

Datam circunferentiam, bifariam secare.

THEON ex Zamberto. Sit data circunferentia α δ β, oportet iam ipsam circunferentiam α δ β bifariam secare. Coniungatur α β, seceturq́; (per 10 primi) bifariam in γ signo. & ab ipso γ, ipsi α β rectæ lineæ (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur γ δ, & coniungantur α δ & δ β. Et quoniam æqualis est α γ ipsi γ β, communis autem γ δ: duæ igitur α γ & γ δ, duabus β γ & γ δ sunt æquales: & angulus α γ δ (per 4 postulatum) angulo β γ δ est æqualis: rectus enim uterq; est. Basis igitur α δ (per 4 primi) basi δ β est æqualis. Aequales autem rectæ lineæ: æquales circunferentias auferunt, maiorẽ maiori, minorem autem minori (per 28 tertij. Et utraq; ipsarum circunferentiarum α δ & δ β: semicirculo minor est: æqualis igitur est circunferentia α δ, ipsi δ β circunferentiæ. Data igitur circunferentia, bifariam secta est, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 30.

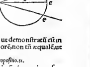
30 SI rectilineus angulus in semicirculo supra arcum consistat, rectus est. Si uero in portione semicirculo minore, recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore, recto mioor. Itemq́; omnis portionis angulus semicirculo maioris, recto maior, minoris uero, recto minor de necessitate erit,



CAMPANVS. Sit in circulo a b c cuius centrũ d & diameter a d c, semicirculus a b c, in cuius semicirculi circunferentia fiat angulus a b c, ductis lineis a b & b c. Dico illum angulum esse rectum. Protrahatur ab ipso angulo in centrum, linea b d: eritq́; per 5 primi, angulus a b d, æqualis angulo a: & angulus d b c, æqualis angulo c. Et quia angulus c d b est æqualis duobus angulis d b a, & a per 32 primi: ipse erit duplus ad angulũ d b a. Eadẽ ratione angulus a d b, duplus erit ad angulum d b c: ergo duo anguli c d b & a d b: dupli sunt ad totalem angulum a b c: sed ipsi sunt æquales duobus rectis per 13 primi: erit igitur angulus a b c totalis, medietas duorum rectorum, quare rectus: quod est primum propositum.

IDEM aliter. Protrahatur c b usq; ad e, eritq́; per 32 primi, angulus a b e, æqualis duobus augulis a & c, & quia angulus a est æqualis angulo a b d, & angulus c angulo c b d: erit angulus a b e æqualis totali angulo a b c: ergo uterq; eorum est rectus per diffinitionem. Secundum sic patet. Sit in circulo a b c cuius centrum d, portio a b c cuius chorda a c, maior semicirculo: & fiat super eius circunferentiã angulus a b c ductis lineis b a & b c. Dico illum angulum esse minorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea e b: eritq́; per primã partem huius b totalis: rectus, quare angulus a b c, erit minor recto per 9 communem scientiam, cum sit pars eius, sicq́; patet secundum. Tertium sic. Sit rursus in circulo a b c cuius centrũ d, portio a b c cuius chorda a c, quæ sit semicirculo minor. & fiat super eius circunferentiam angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico hunc angulum esse maiorem recto. Producãtur enim diameter a d e & linea b e, eritq́ per primã partẽ huius, angulus a b e rectus, quare angulus a b c erit maior recto, quod est tertiũ propositũ. Quartum & quintum sic. Sint in circulo a b c d cuius centrũ e, portio a b c, cuius chorda a c maior semicirculo: & portio a d c cuius eadem chorda a c minor semicirculo. Dico angulũ contentũ ab arcu c b a & chorda a c, esse maiorẽ recto: & angulum contentũ ab arcu c d a & chorda a c, esse minorem recto. Producatur diameter c e b, & linea b a, usq; ad f, eritq́ per primã partem huius, angulus b a c, rectus, quare p 13 primi, angulus f a c, est similiter rectus. Quia igitur angulus rectus est pars primi, & secundus pars recti: euidenter patet utrunq;, quare tota liquet hæc pentamembris conclusio.

CAMPANI additio. Ex istis duabus ultimis partibus, nota instantiam contra illas duas argumẽtationes: ad quas tulimus instantiã in 15 huius. Transitur eñ ab angulo portionis semicirculo minoris qui est minor recto per ultimã partem huius, ad angulum portionis semicirculo maioris qui est maior recto per penultimam partem huius, non tamen per æquale. Cum enim omnis portio circuli sit aut semicirculus, aut maior semicirculo aut minor, sit autem tam angulus semicirculi per secundam partem 15 quã angulus portionis minoris per ultimã partem huius minor recto, portionis uero maioris sit maior recto: non tamẽ erit alicuius portionis angulus, nec simpliciter aliquis contentus à circunferentia & linea recta, aut rectus aut æqualis recto. Quod ut clarius pateat: sit in circulo a b c cuius centrũ d, linea a b cui non sit determinatus finis ex parte b, secãs ex ipso b portionẽ semicirculo minorẽ: eritq́ per ultimã partem huius, minor recto. Huius circuli sit diameter a d c, & imaginetur linea a b: moueri ad partẽ c super punctum a: quæ quãdiu fuerit citra c, uel in ipso c, cooperiẽs diametrũ a d c: faciet cum arcu angulum minorẽ recto. In omni autẽ puncto ultra c, uelut in e: faciet per penultimã partem huius, angnlum maiorem recto. Transitur ergo a minori ad maius, non per æquale. Et sicut in rectilineis angulis est reperire maiorẽ angulo semicirculi & minorẽ, non tamẽ æqualem ut demonstratũ est in 15 huius: sic in angulis portionis est reperire maiorẽ recto & minorẽ, non tñ æqualẽ, ut patet ex ista demonstratione.



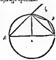
Eucli ex Zamb. *Theorema.27.* *Propositio.31.*

31 In circulo angulus qui in semicirculo est, rectus est: qui aũt in maiore segmento, minor recto: qui uero in minore segmento, maior est recto. Et insuper angulus maioris segmenti, recto quidem maior est: minoris autem segmenti angulus, minor est recto.

THEON ex Zamberto. *Sit circulus α β γ δ, dimetiens aũt eius sit β γ, centrũ uero ε. Sumaturq́; in semicirculo signũ utcũq;, sitq́; illud δ & coniungãtur β α, α γ, α δ & δ γ. Dico quod angulus in β α γ semicirculo, rectus est. Angulus aũt in α β γ segmento maiore semicirculo, qui est sub α β γ, recto minor est. Angulus uero in α δ γ minore semicirculo segmento, qui est sub α δ γ, recto maior est. Coniungantur α ε, & extendatur β α in ζ. Et quoniã æqualis est β ε ipsi ε α, ex centro enim in circunferentiã: æqualis est angulus ε α β angulo ε β α (per 5 primi) Rursus quoniam æqualis est α ε ipsi ε γ, æqualis est per eandẽ, angulus qui sub α γ ε ei qui sub γ α ε. Totus igitur angulus β α γ duobus angulis α β γ & α γ β est æqualis. Angulus aũt qui sub ζ α γ extra ipsum triangulum α β γ: duobus angulis α β γ & α γ β est æqualis, per 32 primi. Aequalis igitur est angulus β α γ, angulo ζ α γ: rectus igitur uterq; est. In semicirculo igitur β α γ, angulus qui sub β α γ, rectus est. Et quoniã trianguli α β γ, duo anguli α β γ & β α γ (per 17 primi) duobus rectis sunt minores, angulus aũt β α γ rectus est: angulus igitur qui sub α β γ, recto minor est, & est in segmento α β γ, maiore semicirculo. Et quoniã in circulo inest quadrilaterũ α β γ δ, in circulis aũt quadrilaterorũ cõsistentiũ (per 22 tertij) anguli qui ex opposito duobus rectis sunt æquales: anguli igitur α β γ & α δ γ, per eandem duobus rectis sunt æquales. At angulus α β γ recto minor est. Reliquus igitur angulus α δ γ, maior est recto, & in segmẽto minore semicirculo est. Dico iam etiã quod angulus segmẽti maioris, cõprehensus sub α β γ circũferentia & α γ recta linea, recto maior est: angulus autẽ minoris segmenti comprehensus sub α δ γ circunferentia & α γ recta linea, recto est minor, manifestumq́; illinc est. Quoniam enim angulus comprehensus sub β α & α γ rectis lineis, rectus est: angulus igitur cõprehensus sub α β γ circũferentia & α γ recta linea, maior est recto: quoniã totũ sua parte maius est (per 9 cõmunẽ sententiã). Rursus quoniã angulus cõprehensus sub α γ & α ζ rectis lineis, rectus est: angulus igitur γ α recta linea & α δ γ circũferẽtia cõprehensus, recto minor est. In circulo igitur angulus in semicirculo existens, rectus est. qui uero in maiore segmento, recto est minor, in minori autem, recto est maior. Et insuper angu-*

lus

lus maioris segmenti, maior est recto: minoris autem segmenti, recto minor, quod demonstrasse oportuit.



ALIA ostensio, quod angulus qui sub β α γ rectus est. Quoniã angulus α ε γ, eius qui sub β α ε duplus est (per 32 primi) æqualis namq; est duobus interioribus ex opposito interiores autẽ (per 5) sunt æquales: angulus aũt α ε β eius qui sub ε α γ duplus est. anguli igitur α ε β & α ε γ, ipsius β α γ dupli sunt. Sed anguli α ε β & α ε γ: duobus rectis sunt æquales. Angulus igitur q sub β α γ, rectus est q̃d erat demonstrãdum.

CORRELARIVM. Hinc manifestum est, quod si trianguli angulus unus, reliquis duobus æqualis fuerit, rectus est: eo quod illi contiguus (qui scilicet producto latere extra triangulum fit) eisdem est æqualis, sed quãdo utrobiq; æquales fuerint, recti sunt.

Eucli. ex Camp. Propositio 31.

31 SI circulum linea recta contingat, & à cõtactu in circulum quæ- 13
dam circulum secans recta linea, præter centrum ducatur, quousq; duos angulos cũ cõtingẽte facit, duobus angulis qui in alternatis circuli super arcus cõsistũt portionibus, æquales sunt.

CAMPANVS. Si recta linea a b, contingens circulum c d e f, cuius centrum g, in puncto d: a quo ducatur in circulum præter centrum, linea d f: secans ipsum: fiantq; angulus, d c f consistens super arcum portionis d c f, ductis lineis c d & c f: & angulus d e f consistens super arcum portionis d e f, ductis lineis e d & e f. Dico angulo c, esse æqualem angulum b d f: & angulo e, angulum a d f. Ducantur enim, diameter d g h & linea f h: eritq; per 17 huius, d h, perpendicularis super a b: & per primã partem præmissæ, angulus d f h, rectus. Quare duo anguli a d h & d f h, sunt æquales. Posito ergo communi angulo h d f. erit angulus a d f, æqualis duobus angulis qui sunt d f h, & h d f: sed hi duo cum angulo h, sunt æquales duobus rectis per 32 primi: ergo angulus a d f cum angulo h, æquales duobus rectis. Sed angulus a d f cum angulo b d f: æquiualet duobus rectis per 13 primi: ergo angulus b d f, est æqualis angulo h: ergo & angulo c, per 20 huius: & hoc est primum. Et quia duo anguli c & e sunt æquales duobus rectis per 21 huius: erit angulus e æqualis angulo a d f: quod est secundum. Vel illud secundũ sic. Angulus a d f cum angulo h æquiualet duobus rectis, ut præmonstratum est: sed angulus e cũ angulo h, æquiualet duobus rectis per 21 huius: ergo angulus e est æqualis angulo a d f, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28. Propositio 32.

32 Si circulum tetigerit aliqua recta lines, à contactu autem ducta fuerit quædam recta linea, circulum secans: anguli quos efficit ad tangentẽ, æquales sunt eis qui in alternis circuli segmentis consistunt angulis.

THEON ex Zamberto. Circulum enim α β γ δ, tangat recta linea quædam ε ζ in β signo: & à signo β, ducatur recta linea quædam in circulum α β γ δ, eum secãs, sitq; β δ. Aio quod anguli quos β δ simul cum ε ζ tangente conficit: angulis qui sunt in alternis segmentis circuli sunt æquales. hoc est quod angulus ζ β δ. æqualis est angulo existenti in β α δ segmento & angulus ε β δ, æqualis est angulo existenti in β ε δ segmento. Excitetur enim (per 11 primi) ab ipso β, ipsi ε ζ ad rectos angulos β α. Sumaturq; in β δ circunferentia, signum utcunq, sitq; illud γ, & connectatur α γ, δ γ & γ β. Et quoniam circulum α β γ δ, quædam recta linea tangit ε ζ in β, & ex β contactu ducta est ipsi cõtingenti ad angulos rectos β α: in ipsa β α igitur centrum est circuli α β γ δ (per 19 tertij) Angulus igitur α δ β in semicirculo existens (per 31 tertij) rectus est. Reliqui igitur anguli β α δ & α β δ, uni recto sunt æquales. Angulus autem α β ζ, rectus est. Angulus igitur qui sub α β ζ, est æqualis eis qui sunt sub β α δ & α β δ angulis. Communis auferatur angulus α β δ. Reliquus igitur angulus δ β ζ, æqualis est angulo β α δ existenti in alterno segmento circuli. Et quoniã in circulo quadrilaterum est α β γ δ, eius anguli ex opposito duobus rectis sunt æquales (per 22 tertij) anguli igitur δ β ζ & δ β ε, eis qui sunt sub β α δ & β γ δ anguli sunt æquales. Quorũ angulus β α δ, ostensum est q̃d æqualis est ipsi δ β ζ angulo. Reliquus igitur angulus qui sub δ β ε, angulo δ γ β. in alterno segmento δ γ β existenti est æqualis. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem in circulum ducta fuerit aliqua recta linea circulum secans, anguli quos efficit ad tangentem, ijs qui in alternis circuli segmentis consistunt angulis æquales: quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 32.

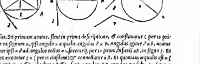
32 SVper datã lineã, circuli portionem describere: capientẽ angulũ dato angulo æqualẽ, seu rectũ, seu maiorẽ, seu minorẽ recto.

CAMPANVS. Sit a b linea data, & c datus angulus. Super lineã a b uolo describere unã circuli portionẽ, recipientẽ in circũferẽtia rectilineũ angulũ æqualẽ angulo c. Si igitur fuerit angulus c, rectus: diuisa a b per mediũ, describã sup eam semicirculũ, factumq; erit propositum, per primam partem 30 huius. Si autem sit obtusus: ducam lineam d a cum linea b a, continentem æqualem angulum angulo c: & à puncto a ducam lineam a e, perpendicularem super lineam a d. Et super punctum b faciam angulum per 23 primi æqualem angulo e a b, in quo obtusus excedit rectum, ducta linea b f usq; ad perpendicularem a e: eruntq; per 6 primi, lineæ f a & f b æquales. Facto itaq; puncto f centro circuli, describam secundum quantitatem lineæ f a circulum a h b: eritq; per correlarium 15 huius, linea a d, contingens circulum. quare per præmissam, angulus qui fit in portione a h b, est æqualis d a b, quare & angulo c, quod est propositum. Si aũt angulus c sit acutus: producã lineã a g, cõtinentem cum linea a b, continentẽ angulũ æqualẽ angulo c, & a puncto a ducam a e, perpendicularem ad lineam a g: & super punctum b faciam angulũ æqualem angulo e a b, in quo rectus excedit acutum, ducta linea b f usq; ad perpendicularẽ a e, erũtq; per 6 primi, lineæ f a & f b æquales. Facto itaq; puncto f, centro circuli, describam secundum quantitatem lineæ f a, circulum a k b: eritq; per correlarium 15 huius, linea a g cõtingens circulũ: quare per præmissam, angulus qui fit in portione a k b, est æqualis angulo g a b, quare & angulo c, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 5. Propositio 33.

33 Super data recta linea, describere segmentum circuli capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

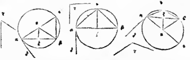
THEON ex Zamberto. Sit data recta linea α β datus uero angulus rectilineus sit γ. oportet iam super data recta linea α β: describere segmentum circuli suscipiens angulum æqualẽ ipsi angulo qui ad γ.



Angulus igitur qui ad γ, aut est acutus, aut rectus, aut obtusus. Sit primum acutus, sicut in prima descriptione, & constituatur (per 23 primi) ad α β rectam lineam & ad in ea signum α, ipsi angulo γ æqualis angulus δ α β. Angulus igitur δ α β, acutus est. Excitetur (per 11 eiusdem) igitur ipsi α δ ad angulos rectos α ε, seceturq; per 10 primi, bifariã α β, in signo ζ. Et à signo ζ, ipsi α β ad angulos rectos excitetur ζ η (per 11 eiusdem) & connectatur η β. Et quoniam æqualis est α ζ ipsi ζ β, communis autem ζ η: duæ igitur α ζ & ζ η, duabus ζ β & ζ η sunt æquales, & angulus qui sub α ζ η (per 4 primi) æqualis est ei qui sub η ζ. Basis igitur α η (per 4 eiusdem) basi η β est æqualis. Centro igitur η, spatio uero η α (per 3 postulatum, circulus descriptus ueniat etiam per β, describatur, & sit α β ε. & connectatur ε β. Quoniam igitur ab extremitate ipsius α ε diametri, ab α signo ipsi α ε ad angulos rectos est α δ: igitur α δ tangit circulũ α β ε (per correlariũ 16 tertij. Et quoniam circulũ α θ ε tangit quædam recta linea α δ, & ab α contactu in ipsum circulum α θ ε ducta est recta linea quædam α β. angulus igitur δ α θ (per 32 eiusdem) angulo α ε β, existenti in alterno circuli segmento est æqualis. Sed angulus δ α β, ei qui est ad γ angulo est æqualis. Angulus igitur qui ad γ. æqualis est ei qui sub α ε β est angulo. Super data igitur recta linea α β, segmentũ circuli descriptũ est suspiciens angulũ α ε β æqualem dato angulo qui ad γ. Sed iam rectus sit angulus qui ad γ, & † opportunum sit. rursus super α β describere segmẽtum circuli suscipiens angulũ æqualem ei qui est ad γ recto. Constituatur enim rursus ad ipsam α β rectã lineã, ad signumq; in ea α dato angulo rectilineo γ æqualis angulus qui sub β α δ (per 23 primi) sicut in secũda habetur descriptiõe. Seceturq; (per 10 primi) α β, bifariã in ζ, & centro ζ. spatio uero ζ α aut ζ β. circulus describatur α ε θ (per 3 postulatũ) Tangit igitur recta linea α δ, circulũ α ε θ. quoniã angulus qui ad α, rectus est. Et angulus β α δ æqualis

† δέοι ἐστω

æqualis est angulo qui est in segmento α ε β: rectus etenim & ipse est qui in semicirculo existit (per 31 tertij). Sed angulus β α δ, ei qui ad γ est angulo æqualis est. Descriptum est igitur iterum super α β: segmentum circuli α ε β, capiens angulum æqualẽ ei qui ad γ est angulo.

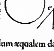


Sed iam esto angulus qui ad γ, obtusus, & constituatur ei iterum ad α β rectam lineam & ad α signum æqualis angulus β α δ (per 23 primi) sicut habet tertia descriptio, & ipsi α δ: ad angulos rectos (per 11 eiusdem) excitetur α ε, seceturq́; rursus α β bifariam in signo ζ (per 10 eiusdem) & ipsi α β ad angulos rectos excitetur ζ η (per 11 eiusdem) & connectatur η β. Et rursus quoniam æqualis est α ζ ipsi ζ β, & communis ζ η: duæ igitur α ζ & ζ η, duabus β ζ & ζ η sunt æquales: & angulus α ζ η (per 4 postulatum) angulo β ζ η est æqualis. basis igitur α η (per 4 eiusdem) basi β η est æqualis. Centro igitur η, spatio autem η α (per 3 postulatum) circulus descriptus, transibit per β, transeat sicut α β ε. Et quoniam ab extremitate α ε dimetientis, ad angulos rectos excitata est α δ: igitur (per correlarium 16 tertij) α δ tangit ipsum circulum α ε β & à contactu α extenditur α β. Angulus igitur β α δ (per 32 eiusdem) æqualis est angulo α θ β existenti in alterno segmento circuli. Sed angulus β α δ, ei qui est ad γ est æqualis. Igitur angulus qui est in α θ β segmẽto æqualis est ei qui est ad γ angulo. Super data igitur recta linea α β, descriptum est segmentum circuli α θ β capiens angulum æqualem ei qui ad γ est angulo, quod fecisse oportuit.

33 Eucli. ex Camp. Propositio 33.

A dato circulo, dato angulo æquum angulum capientem portionẽ abscindere.

CAMPANVS. Sit a b datus circulus, & c datus angulus, uolo ergo á circulo a b, abscindere portionẽ unam capientem æqualem angulum angulo c. Produco lineam d a e, cõtingentem datum circulum in puncto a, á quo duco in circulum lineam a b, continentem cum linea a e, angulum æqualem angulo c: eritq́; per 31 huius, portio a b existens à parte lineæ a d: recipiens angulũ æqualem angulo c, quod est propositum.



34 Eucli. ex Zamb. Problema. 6. Propositio. 34

A dato circulo, segmentum abscindere capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

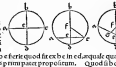
THEON ex Zamberto. *Esto datus circulus α β γ datus uero angulus rectilineus qui ad δ. Oportet iam ab α β γ circulo, segmẽtum abscindere capiens angulum æqualem ei qui ad δ est angulo. Excitetur enim (per 17 tertij) linea tangens circulũ sitq́; illa ε ζ, & tangat in β signo. Et constituatur (per 23 primi) ipsi ε ζ rectæ lineæ & in ea signo β, angulo qui ad δ, æqualis angulus ζ β γ. Quoniam igitur circulum α β γ tangit quædam recta linea ε ζ & in β, & à contactu β ducta est β γ: angulus igitur ζ β γ (per 32 tertij) æqualis est angulo β α γ consistenti in alterno segmento. Sed angulus ζ β γ, ei qui est ad δ est æqualis. Igitur angulus existens in β α γ segmento, æqualis est ei qui est ad δ angulo. A dato igitur circulo α β γ segmentum abscissum est β α γ, capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo, quod fecisse oportuit.*

34 Eucli. ex Camp. Propositio. 34.

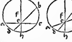
Si intra circulum duæ rectæ lineæ sese inuicem secent, quod sub duabus partibus unius earum procedit, æquum est ei rectangulo quod sub duabus alterius lineæ partibus continetur.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a c & b d, secãtes se in circulo a b c d, super punctum e. Dico quod illud rectangulum quod fit ex a e in e c: æquũ est ei quod fit ex b e in e d. Aut enim ambæ lineæ a c & b d transibunt per centrũ circuli: aut altera tantũ, aut neutra. Quod si ambæ transeãt per centrũ, erit e centrũ circuli, omnesq́; quatuor lineæ æquales, quare liquet propositũ. Quod si altera earũ tantũ trãsit per centrũ, sit illa b d, centrũq́; circuli sit f. Aut ergo b d secabit a c per æqualia

aut

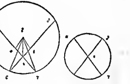


aut per inæqualia. Secet ergo primo per æqualia: eritq́ per primam partem tertij huius, secãs eam orthogonaliter. Ducatur itaq́ linea f c: eritq́ per 5 secundi, quod fit ex b e in e d cum quadrato e f: æquale quadrato lineæ f d: quare & quadrato lineæ f c: ergo per penultimã primi, & quadratis duarum linearum f e & e c. Dempto ergo utrinq́ quadrato e f erit quod fit ex b e in e d, æquale quadrato lineæ e c: & quia e c est æqualis a e, per 46 primi patet propositum. Quod si b d transiens per centrum, secat a c per inæqualia, à centro f ducatur f g perpendicularis ad a c: eritq́ per secundam partem tertij huius, a g, æqualis g c: & ducatur linea f c. Eritq́ per 5 secundi, quod fit ex b e in e d cum quadrato e f (& ideo per penultimã primi cum quadratis duarum linearum f g & g e, propter id quod angulus f g e est rectus) æquale quadrato lineæ d f, & ideo lineæ f c, propter quod per penultimam primi & quadratis duarum linearũ f g & g c. Dempto ergo utrinq́ quadrato lineæ f g, erit quod fit ex b e in e d cum quadrato lineæ g e, æquale quadrato lineæ g c: sed per 5 secundi, quod fit ex a e in e c cum quadrato lineæ g e: est æquũ ei quod fit ex g c quadrato. Dempto igitur utrinq́ quadrato lineæ g e, erit quod fit ex b e in e d, æquale ei quod fit ex a e in e c, q̃d est propositum. Quod si neutra earũ transit per centrum, siue altera diuidat alteram per æqualia siue per inæqualia: producam lineam g f e h diametrum circuli transeuntem per punctum sectionis earum. Et si altera diuidat alteram per æqualia ut b d ipsam a c, tunc g h diuidit etiam a c per æqualia: ergo orthogonaliter per tertiam huius: ergo per secundum modum huius conclusionis, quod fit ex g e in e h: æquum est ei quod fit ex a e in e c: & per tertium modum huius quod fit ex g e in e h, æquum est ei quod fit ex b e in e d: ergo quod fit ex a e in e c, æquum est ei quod fit ex b e in e d, quod est propositum. At si neutra diuidat alteram per æqualia, erit per tertium modum huius conclusionis, quod fit ex g e in e h, æquale utriq́ eorum quæ fiunt ex a e in e c & b e in e d. Quare unum eorum erit æquale alteri, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. *Theorema. 29.* *Propositio. 35.*

35 Si in circulo duæ rectæ lineæ se ad inuicem secuerint: rectangulum comprehensum sub segmentis unius, æquum est ei quod sub segmẽtis alterius comprehenditur rectangulo.

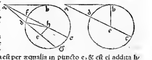


THEON ex Zamberto. *In circulo enim α β γ δ: duæ rectæ lineæ α γ & β δ sese inuicem secent in signo ε. Dico quod rectangulum comprehensum sub α ε & ε γ: æquum est rectangulo comprehenso sub δ ε & ε β. Si enim α γ & β δ per centrũ sunt, ut ε centrum sit circuli α β γ δ. manifestum est quod cum α ε, ε γ, δ ε & ε β sunt æquales, rectangulũ comprehensum sub α ε & ε γ æquum est ei quod comprehenditur sub δ ε & ε β rectangulo. Sint iam α γ, & δ β non extensæ per centrum: & sumatur centrum circuli α β γ δ sitq́ illud ζ (per primam tertij) & α β ζ in α γ & δ β rectas lineas ducantur (per 12 primi) perpendiculares ζ η & ζ θ: & connectantur ζ β, ζ γ, & ζ ε. Et quoniam (per 3 tertij) recta linea quædam per centrum extensa ζ η, quandam rectam lineam non per centrum transeuntem α γ ad angulos rectos secat: etiam bifariam eam secabit: æqualis igitur est α η ipsi η γ. Et quoniam recta linea α γ dissecta est in æqualia in η, in inæqualia autem in ε: rectangulum igitur comprehensum sub α ε & ε γ una cum eo quod fit ex ε η (per 5 secundi) quadrato, æquum est ei quod fit ex η γ. Cõmune apponatur id q̃d fit ex η ζ. Quod igitur sub α ε & ε γ una cum ijs quæ fiunt ex ε η & η ζ, æquum est eis quæ fiunt ex γ η & η ζ. Sed eis* quæ fiunt ex ι η, & η ζ, æquũ est id quod fit ex ζ ι, (per 47 primi, eis autẽ quæ fiunt ex γ η & η ζ, æquũ est id quod fit ex ζ γ, (per eandem) Quod igitur continetur sub α ι, & ι γ, una cum eo quod fit ex ζ ι, æquum est ei quod fit ex ζ γ. Aequalis autem est ζ γ, ipsi ζ β. Ex centro enim in circunferentiam. Quod continetur igitur sub α ι, & ι γ, una cum eo quod fit ex ι ζ, æquum est ei quod fit ex ζ β. Et per hoc quod continetur sub δ ι, & ι β, una cum eo quod fit ex ζ ι, æquum est ei quod fit ex ζ β. Ostensum autem continetur sub α ι, & ι γ, una cum eo quod fit ex ζ ι, æquum est ei quod fit ex ζ β. Quod cõtinetur igitur sub α ι, & ι γ, una cũ eo quod fit ex ζ ι, æquũ est ei quod continetur, sub δ ι, & ι β, una cum eo quod fit ex ζ ι. Commune auferatur id quod fit ex ζ ι. Reliquum igitur rectangulum comprehensum sub α ι, & ι γ, æquum est rectangulo comprehenso sub δ ι, & ι β. Si in circulo igitur duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint, rectangulum comprehensum sub segmentis unius, æquum est rectangulo comprehenso sub segmentis alterius, quod demonstraße oportuit.

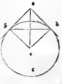
Eucli. ex Camp. Propositio 35

35 Si extra circulum punctus signetur, ab eo autem ad circulum alia linea secans, alia contingens duæ rectæ lineæ ducãtur, quod sub tota secante atque parte sui extrinseca continetur, æquũ est ei quadrato quod ex contingente linea describitur.

CAMPANVS. Sit a punctus signatus extra circulum b c d, cuius cẽtrum e, à quo ducantur ad circulum, duæ rectæ lineæ a b contingens & a d c, secans. Dico quod illud quod fit ex a c in d a, æquum est quadrato lineæ a b. Autem a d c, trãsit per centrum, aut nõ. Transeat ergo primo per centrum quod est e, & ducatur linea e b, quæ per 17 huius perpendicularis erit super lineam a b. Et quia linea d c diuisa est per æqualia in puncto e, & est ei addita linea d a, erit per sextam secundi, quod fit ex c a & a d cum quadrato lineæ e d, & ideo cum quadrato lineæ e b, æquale quadrato lineæ e a, & ideo per penultimam primi, æquale quadrans duarum linearum e b, & b a, propter id quod angulus b, est rectus. Dempto ergo utrinque quadrato e b erit quod fit ex c a, in a d. æquale lineæ a b, quod est propositum. Quod si linea a d c non transit per centrum: sumatur a f e g, transiens per centrum, & ducantur lineæ e d & e h, & sit e h, perpendicularis ad a d c, eritque per 3 huius, d h, æqualis h c. Quia ergo linea d c diuisa est per æqualia in puncto h, & addita sibi linea a d, erit per 6 secundi, quod fit ex c a, in a d, cum quadrato d h: æquale quadrato lineæ a h. Ergo addito utrinque quadrato h e, erit quod fit ex c a in a d, cum quadrans duarum linearum d h & h e, & ideo per penultimam primi cum quadrato d e, propter id quod angulus h, est rectus, & ideo cum quadrato e f, propter id quod e d & e f sunt æquales, æquale quadratis duarum linearũ a h, & h e, & ideo per penultimam primi quadrato lineæ a e. Sed per sextam secundi, quod fit ex g a, in a f, cum quadrato f e, æquale est quadrato lineæ a e. Quia ergo utrumque eorum quæ fiunt ex c a, in a d & ex g a in a f, cum quadrato lineæ f e, est æquale quadrato lineæ a e, ipsa erunt inter se æqualia. Dempto ergo utrinque quadrato lineæ e f, erit quod fit ex c a in a d, æquale ei quod fit ex g in a f, est æquale quadrato lineæ a b, per præmissum modum huius. Ergo quod fit ex c a, in a d est æquale quadrato lineæ a b. Quod est propositum.



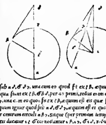
CAMPANI addit̃io. Et ex hac nota, quod puncto extra circulum signato, si ab ipso ad circulum quodlibet secantes lineæ ducantur, rectangula quæ continentur sub totis & earum portionibus extrinsecis, adinuicem sunt æqualia, quoniam omnia sunt æqualia quadrato lineæ contingentis. Nota etiam quod si a quolibet puncto extra circulum signato duæ lineæ contingentes ad circulum ipsum ducantur, ipsæ erunt adinuicem æquales. Erit enim quadratum utriusque earum, æquale ei quod fit ex linea secante ab ipso puncto ducta in circulũ in partẽ eius extrinsecã. Hoc autẽ euidentius patet per penultimã primi.



Sit

Sit a punctus signatus extra circulum b c d, cuius centrum e, & ab ipso a ducantur duæ lineæ a b & a d, contingētes circulum in punctis b, d. Dico ipsas esse æquales. Producam enim lineas e a, e b, & e d. eritque per 17 huius uterque angulorū b & d, rectus. Quare per penultimam primi, quadratum a e, erit æquale duobus quadratis duarū linearum a b, & b e, similiter quoque & duobus duarū a d & d e. Quare quadrata duarum linearum a b & b e, sunt æqualia quadratis duarū a d & d e. Et quia quadrata duarum quæ sunt b e & e d sunt æqualia, erunt quadrata duarū quæ sunt a b & a d, æqualia: ergo est a b, æqualis a d. quod est propositum. Aliter etiam. Ducatur linea b d, eritq; per 5 primi, angulus e b d, æqualis angulo e b d, propter id quod linea e b, est æqualis lineæ e d. Et quia uterque duorum angulorum b & d est rectus, erit per communem scientiā angulus a b d residuus, æqualis angulo a d b residuo. per sextā ergo primi: est linea a b, æqualis lineæ a d. Eucli. ex Zamb. Theorema 30. Propositio 35.

36 Si extra circulum sumatur signum aliquod, ab eoq; in circulum cadant duæ rectæ lineæ, & earū altera circulum dispescat, altera uero tangat, qood sub tota dispescente & extrinsecus sumpta inter signum & curuam circunferentiam comprehenditur rectangulum, æquum est ei quod fit ex tangēte quadrato.



THEON ex Zamb. *Extra enim circulum α β γ, sumatur signū aliquod, sitq; illud δ, & ab ipso δ, in circulum α β γ, cadant duæ rectæ lineæ δ γ α, & δ β, secet autem circulum α β γ, recta linea δ γ α, & β δ, tangat. Dico quod rectangulum comprehensum sub α δ & δ γ, æquum est ei quod fit ex β δ, quadrato. Recta linea δ γ α, aut est per centrum extensa, aut non. Sit primū extensa per centrum, sitq; (per primam tertij) ζ, centrum circuli α β γ, & coniūgatur ζ β. Angulus igitur ζ β δ, rectus est. Et quoniam recta linea α γ bifariam dissecta est in ζ, adiaceatq; ei recta linea γ δ, quod continetur igitur (per 6 secundi) sub α δ & δ γ, una cum eo quod fit ex ζ γ, æquū est ei quod fit ex ζ δ. Aequalis autem est ζ γ, ipsi ζ β, ex centro enim in circunferentiam. Quod continetur igitur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex ζ β, æquum est ei quod fit ex ζ δ. Aequum autem est id quod fit ex ζ δ, eis quæ fiunt ex ζ β, & β δ, per 47 primi, rectus enim est angulus qui est sub ζ β δ. Quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex ζ β, æquum est eis quæ fiunt ex ζ β, & β δ. Commune auferatur id quod fit ex ζ β. Reliquum igitur quod sub α δ, & δ γ, æquum est ei quod fit ex δ β, tangente. Sed recta linea δ γ α, non sit extensa per centrum circuli α β γ, sitque (per primam tertij) centrū circuli α β γ, & ab ε, in α γ, (per 12 primi) perpendicularis ducatur ε ζ & connectantur ε β, ε γ, & ε δ, rectus igitur est angulus ε ζ δ. Et quoniam recta linea quædam per centrum extensa ε ζ, (per 3 tertij) rectam lineam quandam non extensam per centrum α γ, ad angulos rectos secat, etiam bifariam eam secat igitur α ζ, ipsi ζ γ, est æqualis. Et quoniam recta linea α γ, bifariam diuiditur in ζ signo, adiacet autem ei γ δ, quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit sub ζ γ, æquū est ei quod fit ex ζ δ, (per 6 secūdi) Commune apponatur quod fit ex ζ ε. Quod igitur cōtinetur sub δ α, & δ γ, una cum eis quæ fiunt ex ε ζ, & æqualia sunt eis quæ fiunt ex ζ δ, & ζ ε. Eis autē quæ fiunt ex ζ δ & ζ ε, æquum est id quod fit ex ε δ, (per 47, primi) angulus namque qui est sub ε ζ δ, rectus est. Eis uero quæ fiunt ex γ ζ, & ζ ε, (per eandem, æquum est id quod fit ex γ ε. Quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex ε γ, æquum est ei quod ex ε δ. Aequalis autem est ε γ, ipsi ε β, ex centro enim in circunferentiam. Quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex ε β, æquum est ei quod fit ex ε δ. Ei autem quod fit ex ε δ, (per 47 primi) æqualia sunt quæ fiunt ex ε β, & β δ, angulus enim qui sub ε β δ, rectus est. Quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex ε β, æquum est eis quæ fiunt ex ε β, & β δ. Commune auferatur quod fit ex ε β. reliquum igitur quod continetur sub α δ & δ γ, æquum est ei quod fit ex δ β. Si extra circulum igitur sumatur signū aliquod, & quæ sequuntur reliqua, quod demonstrasse oportuit.*

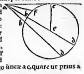
Eucli. ex Camp. Propositio 36

36 SI fuerit punctus extra circulum signatus à quo duæ lineæ ad circunferentiam ducantur altera secans, altera circunferentiæ applicata, fueritq; quod ex ductu totius secantis in partē sui extrinsecā

æquum

æquum ei quod ex ductu applicatæ in seipsam fit, erit linea applicata ex necessitate circulum contingens.

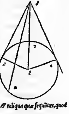
CAMPANVS. Sit a punctus signatus extra circulum b c d, cuius cētrum e. à quo ducātur ad circulum linea a b d, secans ipsum. & linea a c, applicata circunferentiæ, & esto ut quod fit ex d a in a b, sit æquale quadrato a c. Dico lineam a c, esse contingentē. Et est hæc conuersa prioris. Si enim non est contingens, sit ergo contingens linea a f, eritq́ per præmissam quod fit ex d a in a b, æquale quadrato lineæ a f. quare quadratū lineæ a f, est æquale quadrato lineæ a c, ergo a c, est æqualis a f, quod est impossibile per 8 huius. Erit ergo a c, contingens, quod est propositum. Idem ostensiue probabitur. Maneat prior dispositio & hypothesis. Et si linea a b d. transit per centrum ducatur linea c e, erit per 6 secundi, quod fit ex d a in a b, cum quadrato e b, & ideo cum quadrato e c, æquale quadrato a e. Sed quod fit ex d a in a b, positū est æquale quadrato a c: ergo quadratum a c, cum quadrato c e, est æquale quadrato a e: ergo per ultimam primi, angulus c est rectus. Ergo per correlarium 15 huius, linea a c, est contingens circulum, quod est propositum. Si autem a b d, non transit per centrum, ducatur à puncto a, linea transiens per cētrum. Et quia qđ fit ex hac tota in eius partē extrinsecam, est æquale ei quod fit ex d a, in a b, per præmissam, ipsum erit æquale quadrato lineæ a c, quare ut prius a c, erit contingens circulum.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 31.* *Propositio 37.* *Conuersa præcedentis.*

37 **Si extra circulum sumatur signum aliquod, & ab eo signo in circulum duæ rectæ lineæ inciderint, & earum altera circulum secet, altera uero incidat, sit autem quod fit sub tota secāte, & extrinsecus sumpta inter signum & curuam circunferentiam æquale ei quod fit ex incidente, incidens circulum tanget.**

THEON ex Zamberto. *Extra circulum igitur α β γ, sumatur signū sitq́ illud δ, & ab ipso δ, in circulum α β γ, incidant duæ rectæ lineæ δ γ α, & δ β. & δ γ α, quidem circulū secet, & δ β, incidat. Sit autē quod cōtinetur sub α δ, & δ γ æquum ei quod fit ex δ β. Dico quod δ β, ipsum tangit circulū α β γ. excitetur. enim (per 17 tertij) recta linea contingens circulum α β γ, sitq́ illa δ ε. Sitq́ (per primam eiusdem) ζ, centrum circuli α β γ, & connectantur ζ ε, ζ β, & ζ δ. Angulus igitur ζ ε δ. rectus est. Et quoniam recta linea δ ε, ipsum circulum α β γ, tāgit, & recta linea δ γ α, secat: quod cōtinetur igitur sub α δ, & δ γ, æquum est ei quod fit ex δ ε, Ponitur autem quod id quod continetur sub α δ, & δ γ, æquum sit ei quod fit ex δ β. Quod igitur fit ex δ ε, æquum est ei quod fit ex δ β. Aequalis igitur est δ ε, ipsi δ β. Est autem & ζ ε, æqualis ipsi ζ β, ex centro enim in circunferentiam. Duæ iam δ ε. & ε ζ, duabus δ β, & β ζ, sunt æquales, & basis communis est ζ δ. Angulus igitur δ ε ζ, (per 8 primi) angulo δ β ζ, est æqualis. Rectus autem est angulus δ ε ζ, rectus igitur est, & qui sub δ β ζ. Et ζ β, eiecta dimetiens est. quæ autem ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos ducitur: circulum tangit (per 16 tertij. Recta linea igitur δ β, circulum α β γ, tangit. Similiterq́ ostēdetur, si centrum super α γ, fuerit. Si extra circulum igitur sumatur signum aliquod, & reliqua quæ sequuntur, quod demonstrasse oportuit.*



h

TERTII LIBRI FINIS

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER QVARTVS

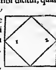
Ex Campano. Diffinitiones

Figura intra figuram dicitur inſcribi, quando ea quæ inſcribitur eius in qua inſcribitur latera unoquoque ſuorum angulorum ab inretiore parte contingit.

2 Circunſcribi uero; figura figuræ perhibetur, quoties ea quidem figura eius cui circunſcribitur omnibus omnes angulos contingit.

Ex Zamberto. Diffinitiones.

Figura rectilinea in figura rectilinea deſcribi dicitur, quando unuſquiſque inſcriptæ figuræ angulus, unumquodque latus eius in qua deſcribitur tangit. 2 Figura autem ſimiliter circa figuram deſcribi dicitur, quando unumquodque latus circunſcriptæ, unumquenque angulum eius circum quē deſcribitur tangit. 3 Figura rectilinea in circulo deſcribi dicitur, quādo unuſquiſque angulus inſcriptæ circuli circunferentiam tangit.



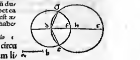
4 Circulus uero circa figuram rectilineam deſcribi dicitur, quando circuli circunferētia unumquenque eius circum quam deſcribitur, angulum tangit.

5 Circulus autem in figura rectilinea deſcribi dicitur, quando circuli circunferentia unumquodque latus eius in qua deſcribitur tangit. 6 Figura uero rectilinea circa circulum deſcribi dicitur, quando unumquodque latus circū ſcriptæ circunferentiā tangit, 7 Recta linea in circulū coaptari dicitur, quando eius extrema in circuli circunferentiam cadunt.

Eucli, ex Camp. Propoſitio 1.

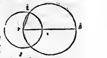
1 Intra datum circulum, datæ lineæ rectæ quæ diametro minime maior exiſtat, æquam rectam lineam coaptare.

CAMPANVS. Sit linea data a b, circulúſque datus c d e, cuius diameter c d, qua non eſt maior linea a b, uolo intra datum circulum, coaptare lineam æqualem a b, quæ ſi fuerit æqualis diametro, conſtat propoſitum Si autem minor, ex diametro ſumatur d f, ei æqualis, & ſuper punctum d, ſecundum quanti quantitatem lineæ d f, describatur circulus f e g, secans datum circulum in punctis g & e, ad alterū quorū ducatur linea à puncto d, ut d e, uel d g, eritq; utralibet earum æqualis lineæ a b, eo quod utraque earum est æqualis lineæ d f, per diffinitionem circuli, quare habemus propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propositio 1

1 **In datum circulum, duæ rectæ lineæ quæ circuli diametro maior non est, æqualem rectam lineam coaptare.**



THEON ex Zamb. *Esto datus circulus $\alpha\beta\gamma$, data uero recta linea nō maior circuli diametro, esto δ, oportet iam in datū circulum $\alpha\beta\gamma$, ipsi δ, rectæ lineæ æqualem rectam lineam coaptare. Excitetur circuli $\alpha\beta\gamma$, dimetiens, sitque $\beta\gamma$. Si $\beta\gamma$, æqualis est ipsi δ, iam factum est id quod proponitur, in datum enim circulum $\alpha\beta\gamma$, coaptata est, recta linea $\beta\gamma$, æqualis ipsi δ. Si autem nō: maior est $\beta\gamma$, quàm δ, ponatur (per 2 primi, ipsi δ, æqualis $\gamma\epsilon$. Et centro quidē γ, spatio uero $\gamma\epsilon$, (per 3 postulatum) circulus describatur $\epsilon\alpha\zeta$, & connectatur $\gamma\alpha$. Quoniam igitur centrum circuli $\epsilon\alpha\gamma$, est signum γ,) per 15 diffinitionē primi) æqualis est $\gamma\alpha$, ipsi $\gamma\epsilon$. Sed ipsi δ, æqualis est ipsa $\gamma\epsilon$. Igitur (per primam communem sententiam & δ, æqualis est ipsi $\alpha\gamma$. In datum circulum igitur $\alpha\beta\gamma$, datæ rectæ lineæ δ, æqualis aptatā est $\gamma\alpha$, quod oportebat facere.*

Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 **INtra assignatum circulum, triangulum triangulo assignato æquiangulum collocare.**

CAMPANVS Sit assignatus trangulus a b c, assignatusq; circulus d e f. Volo intra hunc circulum, collocare unum triangulum æquiangulum triā gulo a b c, æquilaterum enim non est necessarium esse, sed est possibile. Produco g d h, contingētem circulum in puncto d, super quem facio angulum h d f, ducta linea d f, æqualem angulo c, & angulum g d e, ducta linea d e, æqualē angulo b, & protraho lineam e f, eritque per 31 tertij, angulus e, æqualis angulo c, quia uterque est æqualis angulo h d f c, quidem, per positionem, e uero per 31 tertij. Eadem ratiōne erit angulus f, æqualis angulo b: quare per 32 primi, d tertius, erit æqualis a, tertio, quare habemus propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 2

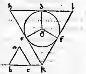
2 **In dato circulo, dato triangulo æquiangulum triangulum describere.**

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus $\alpha\beta\gamma$, datum autem triangulum $\delta\epsilon\zeta$, oportet iam in dato circulo $\alpha\beta\gamma$, ipsi $\delta\epsilon\zeta$, triangulo æquiangulum triangulum describere. Excitetur enim (per 17 tertij,) recta linea tangens ipsum circulum $\alpha\beta\gamma$, sitq; $\eta\alpha\theta$, & tangat in α, & constituatur (per 23 primi,) ad rectam lineam $\alpha\theta$, & ad signum in ea α, angulo qui est sub $\delta\epsilon\zeta$, æqualis angulus $\theta\alpha\gamma$, Ad rectam uero lineam $\alpha\eta$, & ad signum in ea α, ei qui est sub $\delta\zeta\epsilon$, angulo, æqualis angulus $\eta\alpha\beta$, (per eandem,) & coniungantur $\beta\gamma$. Quoniam igitur circulum $\alpha\beta\gamma$, tangit quædam recta linea $\eta\alpha\theta$, & ab α contactu in circulum ducitur recta linea $\alpha\gamma$, angulus igitur est sub $\theta\alpha\gamma$, (per 32 tertij,) æqualis est angulo qui in alterno est circuli segmento, $\alpha\beta\gamma$. Sed angulus $\theta\alpha\gamma$, ei qui sub $\delta\epsilon\zeta$, est æqualis, angulus igitur $\alpha\beta\gamma$, ei qui sub $\delta\epsilon\zeta$, est angulo est æqualis. Et per hoc, angulus $\alpha\gamma\beta$, ei qui est sub $\delta\zeta\epsilon$, angulo, est æqualis. Et reliquus igitur angulus $\beta\alpha\gamma$, reliquo $\epsilon\delta\zeta$, est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum $\alpha\beta\gamma$, ipsi $\delta\epsilon\zeta$, triangulo, & descriptum est in dato circulo $\alpha\beta\gamma$. In dato igitur circulo, dato triangulo æquiangulum triangulum descriptum est, quod facere oportebat.*

Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 Circa assignatum circulum, assignato triangulo triãgulum æquiangulum describere.

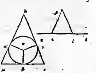
CAMPANVS. Sint ut prius assignatus triangulus a b c: assignatusq́ circulus d e f, cuius centrum g, circa hunc circulum, uolo describere unum triangulum æquiangulum, triangulo a b c, æquilaterum enim non est necessarium, sed est possibile. Producam basin b c: in utramque partem, ut fiant duo anguli extrinseci, & à centro g producam lineam g d a d circunferentiam & constituam angulum d g e, ducta linea g e, æqualem angulo b, extrinseco, & d g f, ducta linea g f æqualẽ c extrinseco, & à punctis d e f, producam in utrãque partẽ lineas orthogonaliter, quæ per correlarium 15 tertij. erunt contingentes circulum, quas protraham quousque concurrant in punctis h k l. Necesse est enim ipsas concurrere, cum enim uterq; angulorũ qui sunt ad d, & uterq; eorum qui sunt ad e. sit rectus, si intelligatur protrahi linea d e erunt duo anguli qui sunt ad partem h minores duobus rectis, quare per penultimam petitionẽ, in partẽ illã protractæ: concurrent lineæ l d h. k e h. Eadem ratione concurrent duæ lineæ h d l, k f l: cum uterque angulorum qui sunt ad f: sit etiam rectus Quia ergo in quadrilatero h d e g duo anguli d & e, sunt recti: erunt duo anguli g & h æquales duobus rectis: cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli sunt æquales quatuor rectis: ut monstratum est supra 32 primi. Et quia duo anguli b intrinsecus & extrinsecus sunt similiter æquales duobus rectis per 13 primi, at uero b, extrinsecus positus est æqualis d g e, erit intrinsecus b, æqualis h. Simili quoque ratiõe erit c, intrinsecus, æqualis l. Et quia duo anguli b & c, intrinseci sunt minores duobus rectis per 17 primi: erunt similiter duo anguli h & l, minores duobus rectis: quare per penultimã petitionem, duæ lineæ h e & l f protractæ concurrent in puncto k, fietq; triangulus h k l & quia angulus h est æqualis angulo b intrinseco, & angulus l, angulo c intrinseco, erit per 32 primi: angulus k æqualis angulo a: quare habemus propositum.



3 Eucli. ex Zamb. Problema 3. Propositio 3.

Circa datũ circulũ, dato triangulo æquiangulũ triangulum describere.

THEON ex Zamberto. Sit datus circulus α ϐ γ, datum autem triangulum sit δ ε ζ, oportet circa α ϐ γ, circulũ, ipsi δ ε ζ, triangulo æquiangulum triãgulũ describere. Extẽdatur ε ζ, ex utraq; parte, in η θ, signa. Et sumatur (per 1 tertij) centrũ circuli α ϐ γ: sitq́; illud κ. Et ducatur utcũq; recta linea κ ϐ. Et constituatur (per 23 primi,) ad κ ϐ, rectã lineam, ad signũq; in eo κ, angulo qui est sub δ ε η, æqualis angulus ϐ κ α, angulo autem δ ζ θ, æqualis angulus β κ γ. Et per signa α ϐ γ, (per 17 tertij) excitentur rectæ lineæ tangentes circulũ α β γ, sintq́; λ α μ, μ ϐ ν, ν γ λ. Et quoniã rectæ lineæ λ μ, μ ν, & ν λ, tangunt circulum α β γ, in signis α β γ & a centro κ, in α ϐ γ, signa coniunctæ sunt κ α, κ ϐ, & κ γ, anguli igitur qui sunt ad signa α ϐ γ, recti sunt, Et quoniam quadrilateri α μ ϐ κ, quatuor anguli quatuor rectis sunt æquales quoniã quadrilaterũ α μ ϐ κ, in duo triangula diuiditur quorũ anguli κ α μ & κ ϐ μ, duo recti sunt: reliqui igitur anguli α κ β, & α μ ϐ, duobus rectis sunt æquales. Anguli autem δ ε η, & δ ε ζ, (per 13 primi,) duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur α κ ϐ, & α μ ϐ, anguli δ ε η, & δ ε ζ, sunt æquales, quorũ angulus α κ ϐ: angulo δ ε η, est æqualis: reliquus igitur angulus α μ β, reliquo angulo δ ε ζ, est æqualis. Similiter quoque ostendetur, quod & angulus λ ν μ, angulo δ ζ ε, est æqualis, & reliquus igitur angulus μ λ ν, reliquo angulo ε δ ζ, est æqualis: æquiangulum igitur est triangulum λ μ ν ipsi δ ε ζ, triangulo & descriptum circa circulum α ϐ γ. Circa circulum igitur datum: dato triangulo æquiangulum descriptum est, quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 4.

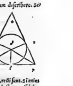
4 Intra datum triangulum, circulum describere.

CAMPANVS. Sit assignatus triangulus a b c. Volo intra ipsum, circulum describere. Hæc est quasi conuersa secundæ Diuido enim duos eius angulos a & b, per æqualia a quidẽ: ducta linea a d b. uero ducta linea b d, quæ

quæ concurrent in puncto d, a quo ducam perpendiculares ad tria latera ipsius trianguli d e, quidem, ad a b d f, ad a b c, & d g, ad a c. Et quia duorum triangulorum e a d, & g a d, angulus a unius, est æqualis angulo a alterius, & uterq; angulorũ e & g. rectus, & latus a d, cõmune, erit per 26 primi, linea d e æqualis lineæ d g. Eadem ratione cũ duorũ triangulorũ e b d, & f b d, angulus b, unius, sit æqualis angulo b alterius, & uterque angulorũ e & f, rectus, latus quoq; d b cõmune, erit per eandẽ, linea ẽd æqualis lineæ d f, quare tres lineæ d e, d f, d g, sunt æquales. Posito ergo cẽtro in d, descriptus circulus secũdũ quãtitatem unius earũ trãsibit per 9 tertij per reliquarũ duarũ extremitates. Et quia per correlarium 15 tertij, unaquæq; linearum a b, b c, c a, erit contingens circulum. patet perfectum esse propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 4 Propositio 4

4 **In dato triangulo, circulum describere.**

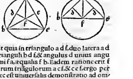


THEON ex Zamb. *Sit datum triangulum α β γ. oportet iam in triangulo α β γ. circulum describere. Secentur (per 9 primi, anguli α β γ, & α γ β, bifariam, per rectas lineas β δ, & γ δ, quæ concurrant adinuicem in signo δ. Excuenturq; (per 12 primi) ab ipso δ, in ipsas α β, β γ, & γ α, rectas lineas: perpendiculares δ ε, δ ζ, & δ η. Et quoniam æqualis est angulus α β δ, angulo γ β δ, & angulus β ε δ, rectus æqualis est angulo β ζ δ, recto: duo iam triangula sunt ε β δ, δ ζ β, duos angulos duobus angulis habẽtia æquales, & unũ latus uni lateri æquale β δ, scilicet quod commune ipsis est æqualium angulorum subtendẽs unũ, & reliqua igitur latera (per 26 primi) reliquis lateribus æqualia habebunt, æqualis igitur est δ ε, ipsi δ ζ, & per hoc etiam δ η, ipsi δ ζ, est æqualis, quare & δ ε, ipsi δ η, est æqualis, tres igitur δ ε, δ ζ, & δ η, sibi inuicem sunt æquales (per 1 cõmunem sententiam.) Cẽtro igitur δ, spatio uero aut δ ε, aut δ ζ, aut δ η, circulus descriptus, per reliqua signa transibit, & tanget rectas lineas α β, β γ, & γ α, quoniam anguli ad ε ζ η, signa existentes, recti sunt. Si enim eas secat, erit ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos excitata, in circulum cadens, quod esse impossibile, patuit (per 16 tertij) Circulus igitur descriptus centro δ, spatio uero aut δ ε, aut δ ζ, aut δ η, rectas lineas α β, β γ, & γ α, non secat, tanget igitur, & erit circulus descriptus in triangulo α β γ. In dato triãgulo igitur α β γ, circulus descriptus est ε ζ η. Quod facere oportebat.*

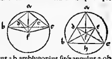
Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 **Circa trigonum assignatum, siue illud sit orthogonium, siue amblygonium, siue oxygonium: circulum describere.**

CAMPANVS. Sit trigonus assignatus a b c. Volo circa ipsum describere circulum. Hæc est quasi conuersa terræ. Diuido duo eius latera a b & a c, per æqualia a b, quidem, in puncto d & a c, in puncto e, a quibus productis produco perpendiculares ad lineas a b & a c, quas protraho quousque cõcurrant in puncto f, sintq; d f, & e f. Concurrent enim, quoniam cũ uterq; angulorum d & e, sit rectus, si intelligatur protrahi linea d e, fient duo anguli ad partem in quam protrahuntur, minores duobus rectis, quare concurrent per penultimam petitionẽ, igitur à puncto f, qui est punctus concursus, quẽ dico esse cẽtrum circuli quæsiti protraho



lineas ad singulos angulos, quæ sunt f a, f b, f c. Et quia in triangulo a d f, duo latera a d & d f, sunt æqualia duobus lateribus b d & d f, trianguli b d f, & angulus d unius angulo d alterius, quia uterque rectus: erit per 4 primi f a, æqualis f b. Eadem ratione erit f a, æqualis f c, comparatis lateribus angulis duorum triãgulorum a c f, & c e f, ergo per 9 tertij. punctũ f, erit centrum circuli quæsiti. Hæc est uniuersalis demonstratio ad omnes species trigoni. Quia tamen auctor uidetur uelle medium uariare distinguendo inter orthogonium, amblygonium & oxygonium, de quolibet eorũ sigillatim est demonstrãdũ. Sit ergo trigonus propositus orthogonus, sitq; angulus a, rectus. Latus b c a, respiciens hunc angulum rectum, diuido per æqualia in f, à quo puncto quem di co esse centrum circuli, ad medium punctum utriusque duorũ reliquorum laterũ qui sit d, duco lineã f d. Et quia linea f d, diuidit duo latera a b & b c triãguli a b c per æqualia ipsa erit æquidistans tertio uidelicet lineæ a c, hoc enim demonstratũ est, supra 39 primi. Et quia angulus a positus est rectus, erit per secundam partem & per tertiã 29 primi, uterque angulorũ qui sunt ad d, rectus. Ducatur igitur linea f a, eritq; per 4 primi, linea a f æqualis lineæ b f, comparatis adinuicem lateribus & angulis triãgulorum a d f, b d f. Et quia linea b f est æqualis lineæ c f, erunt tres lineæ b f, a f, c f, adinuicem æquales, quare per 9 tertij, erit f, centrũ circuli quæsiti.



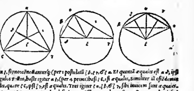
Sit rursus trigonus a b, amblygonius, sitq; angulus a, obtusus. Latus b c respiciens hunc angulum obtusum, diuido per æqualia in puncto h, a quo ad media puncta duorum reliquorum laterum, quæ sunt d & e, duco lineas h d & h e, eritq; d h æquidistans a c, & e h æquidistans a b, propter id quod demonstratum est, supra 39 primi, uidelicet quod linea secans duo latera alicuius triãguli per æqualia tertio est æquidistans, quare per secundam partem 29 primi, erit uterque duorũ angulorũ b d h & c e h, æqualis augulo a, & ideo uterque obtusus. Ductis igitur perpendicularibus d f, ad lineam a b, & e f, ad lineam a c, quousque concurrant in pũcto f quem dico esse centrum, circuli (manifestũ est enim eas concurrere, propter causam prius dictam (secabit utraque earum, lineam b c quæ respicit obtusum, & concurrent extra triangulum a b c. Igitur a puncto f qui est punctus concursus earũ, produco lineas f a, f b, f c, quæ per 4 primi bis assumptam erunt æquales comparatis primo lateribus & angulis duorum triangulorum a d f, b d f, deinde aliorum duorũ a e f, c e f, quare per 9 tertij f, est centrum circuli quæsiti. Esto iterum ut trigonus a b c, sit oxygonius. Diuisis omnibus eius lateribus per æqualia, uidelicet latere a b, in puncto d, & latere a c, in pũcto e, & b c in pũcto h, protraho lineas d e, d h, & e h, eritq; d b, æquidistãs a c, & e b ipsi a b, propter id quod demõstratum est super trigesimam nonam primi, quare per secũdam partem 29 primi, uterque anguloum b d h, c e h, erit æqualis angulo a, & ideo acutus. Ductis igitur perpẽdicularibus d f ad lineã a b, & e f, ad lineam a c, manifestum est, eas concurrere intra triangulum a b c, sitque punctus concursus f, quem dico esse centrum circuli, produco enim lineas f a, f b, f c: quæ per 4 primi bis assumptam ut prius erunt æquales. quare per 9 tertij, erit f, centrum circuli quæsiti.

CORRELARIVM Per prædicta patet quod si triangulus fuerit orthogonius, centrũ circuli circunscribẽdi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto si fuerit amblygonius, centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxygonius, cader intra triangulum.

Eucli. ex Zamb. *Problema 5* *Propositio 5*

5 **Circa datum triangulum, circulum describere.**

THEON ex Zamb. *Sit datum triangulum α β γ, oportet iam circa datum triãgulum α β γ, circulum describere. Secetur enim (per 10 primi) α β, & α γ, rectæ lineæ bifariam, in δ, & ε, signis, & ab ipsis δ ε, signis, ipsis α β, & α γ, (per 11 primi) ad angulos rectos excitentur δ ζ & ε ζ. Concurrũt aũt, aut intra ipsum triangulũ α β γ, aut in ipsa recta linea β γ, aut extra rectam lineam β γ. Concurrant igitur*



primũ intra ipsum triangulũ, in ζ, signo: cõnectanturq; (per 1 postulatũ ζ β, ζ γ, & ζ α. Et quoniã æqualis est α δ, ipsi δ β, cõmunis autẽ δ ζ, & ad angulos rectos, basis igitur α ζ, (per 4 primi) basi ζ β, est æqualis, Similiter iã ostẽdemus quod etiã γ ζ, ipsi α ζ, est æqualis, quare ζ β, ipsi ζ γ, est æqualis. Tres igitur ζ α, ζ β, & ζ γ, sibi inuicem sunt æquales. Cẽtro igitur ζ, spatio uero aut ζ α, aut ζ β, aut ζ γ, circulus descriptus, trãsibit per reliqua signa & erit circulus descriptus circa triangulum α β γ, describatur iam sicut α β γ. Sed rectæ lineæ δ ζ, & ε ζ, cõcurrant super β γ, rectã lineã in signo ζ, sicut secunda habet descriptio, & cõnectatur α ζ, similiter quoq; ostẽdemus quod ζ, signũ centrũ est circuli descripti circa α β γ, triãgulũ. Sed iam δ ζ, & ε ζ, rectæ lineæ, cõcurrãt extra ipsum triãgulũ α β γ, in signo ζ. Rursus sicut habet tertia descriptio, coniunganiur α ζ, ζ β, & ζ γ, rectæ lineæ, & quoniã rursus æqualis est α δ, ipsũ δ β, cōmunis autē & ad angulos rectos δ ζ, basis igitur α ζ, (per 4 primi) basi β ζ, est æqualis. Similiter quoq; ostendemus, quod & γ ζ, ipsi α ζ, est æqualis. Centro rursus igitur ζ, spatio uero aut ζ α, aut ζ β, aut ζ γ, circulus descriptus transibit per reliqua signa, & erit descriptus circa α β γ, triangulum, describatur sicut α β γ. Circa datum igitur triangulum descriptus circulus est, quod facere oportebat.

CORRELARIVM. Et manifestum est quod quando introrsum trianguli, cadit centrum circuli, angulus β α γ, existens in maiore circuli segmento, recto minor est. Quando autē in β γ, rectā lineam, in semicirculo existēs angulus, rectus est. Quādo uerō extra ipsam β γ, rectā lineā centrū cadit, angulus β α γ existēs in minore circuli segmēto, recto maior est. Quare & quādo minor recto fuerit datus angulus, introrsum ipsius trianguli concurrūt δ ζ, & ε ζ, rectæ lineæ. Quando autē rectus: super β γ. Quando uero maior recto: extra ipsam β γ. quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 6.

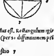
6 INtra datum circulum quadratum describere.

CAMPANVS Sit datus circulus a b c d, cuius cētrū e: uolo intra ipsum describere quadratū. Protraho in ipso duas diametros a c & b d, secantes se orthogonaliter supra centrū e, quarū extremitates cōiungo, protractis lineis a b, b c, c d, & d a, quas dico continere quadratū quæsitū, ipsæ enim erunt æquales adinuicem per 4 primi ter assumptā, propter id quod quatuor lineæ e a: e b, e c, & e d, sunt æquales, & quatuor anguli qui sunt ad e, recti: sed unusquisq; quatuor angulorū a b c & d, est rectus, per primam partem 30 tertij, propter id quod quilibet eorum est in semicirculo erit igitur a b c d: quadratū per diffinitionē. Quod est propositū.

Eucli. ex Zamb. Problema 6 Propositio 6

6 In dato circulo, quadratum describere.

THEON ex Zamberto. Sit datus circulus α β γ δ oportet iam in circulo α β γ δ quadratum describere. Excitentur enim ipsius circuli α β γ δ, diametri ad angulos rectos adinuicem, sintq; α γ & β δ. & coniungātur α β, β γ, γ δ & δ α. Et quoniā æqualis est β ε, ipsi ε δ, (per diffinitionē 15 primi) centrū enim est ε, cōmunis autē & ad angulos rectos ε α, basis igitur α β, (per 4 primi) basi α δ est æqualis: & per hoc etiā utraq; ipsarum β γ, & γ δ, utrique ipsarum α β & α δ est æqualis. æquilaterum igitur est quadrilaterum α β γ δ. Dico quod etiam rectangulum quoniā enim recta linea β δ, dimetiens est circuli α β γ δ: semicirculus igitur est β α δ rectus igitur est angulus β α δ (per 31 tertij) & per hoc etiam unusquisque angulorum contentorum sub α β γ, β γ δ: & γ δ α, rectus est. Rectangulum igitur est quadrilaterum α β γ δ, ostensum autem est quod & æquilaterū. quadratum igitur est (per 30 diffinitionem primi) & descriptum in circulo α β γ δ quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 CIrca propositum circulum quadratum describere.

CAMPANVS Sit propositus circulus a b c d: cuius centrū e, uolo circa ipsum, describere quadratum. Protraho in ipso duas diametros a c & b d, secantes se orthogonaliter super centrum e, a quarum extremitatibus duco in utrāq; partē lineas orthogonaliter, quousq; quælibet earū concurrat cū duabus lateralibus. sintq; puncta cōcursus earū f g h k, eritq; per correlariū 15 tertij, uterque angulorū qui sunt ad unūquēq; quatuor punctorū b c d, rectus: quia ergo in quadrilatero a f b e tres āguli a b & e sunt recti, erit quartus angulus qui est f, rectus habet enī quodlibet quadrilaterū, quatuor angulos æquales quatuor rectis ut demonstratum est supra 32 primi. Eadē ratione quilibet angulorum g h k, erit rectus: ergo per secundam partē 28 primi duæ lineæ f g & k h, itēq; duæ f k & g h, sunt æquidistantes, ergo per 34 primi f k est æqualis g h, & f g, ipsi k h. Et quia per eandem f k est æqualis b d, & f g ipsi a c: at uero a b d est æqualis a c: erunt quatuor lineæ f k & g h, & k h. æquales. Sed & quatuor anguli f g k h sunt recti: ut probatum est prius. ergo f g k h, est quadratum per diffinitionē. Quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 7. Propositio 7.

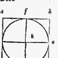
7 Circa datum circulum, quadratum describere.

THEON ex Zamberto. Sit datus circulus α β γ δ. Oportet iam circa ipsum α β γ δ circulū quadratum describere. Excitentur ipsius circuli α β γ δ duæ diametri ad angulos rectos adinuicē sintque α γ & β δ. & per signa α,β,γ,δ, excitentur (per 17 tertij) rectæ lineæ tangentes circulum α β γ δ, sintq; ζ η, η θ, & θ ζ. Quoniam igitur recta linea ζ η, ipsum circulum α β γ δ, tangit in signo α, & ab ε, centro in ipsum α, contactum coniungitur recta linea ε α, anguli igitur qui sunt ad α, sunt recti (per 18 tertij) & ob id etiam anguli qui ad β γ δ, signa sunt recti. Et quoniam angulus α ε β, rectus est, & angulus qui sub ε β κ, quoque rectus est: parallelus igitur est η θ, ipsi α γ, (per 28 primi,) & ob id quoque, α γ, ipsi ζ κ, parallelus est. Similiter quoque iam ostendemus, quod & utraque ipsarum η ζ, & θ κ, ipsi β ε δ, parallelus est, parallelogramma igitur sunt η δ, κ γ α κ, ζ β, & β κ, æqualis igitur est η ζ, ipsi θ κ, & η θ, ipsi ζ κ (per 34 primi. Et quoniam æqualis est α γ, ipsi β δ, sed α γ, utrique ipsarum η θ & ζ κ, est æqualis, & β δ, utrisque ipsarum η ζ, & θ κ, est æqualis utraque igitur ipsarum η θ, & ζ κ, utrique ipsarum η ζ, & θ κ, est æqualis, æquilaterum igitur est ζ η θ κ, quadrilaterum. Dico quod & rectangulum. Quoniam enim parallelogrammum est η β ε α, & angulus α ε β, rectus igitur est & qui sub α η β, est angulus, (per 34 primi, similiter quoque ostendemus quod & qui ad θ κ ζ, anguli consistunt recti sunt. Rectangulum igitur est, ipsum ζ η θ κ quadrilaterum, demonstratum uero quod & æquilaterum, quadratum igitur est, & circa α β γ δ, circulum descriptum est. Circa datum igitur circulum, quadratum descriptum est, quod oportebat facere.

8 Eucli. ex Camp. Propositio 8

Intra quadratum assignatum circulum describere

CAMPANVS Sit quadratum assignatum a b c d. Volo intra ipsum: describere circulum. Hæc est quasi conuersa 4. Diuido unũquodque latus eius per æqualia: a d quidem in puncto f, b a in puncto g, c b in puncto h, & d c in puncto e. & produco lineas e g & f h, secantes se in puncto k: quem dico esse centrum circuli: erit enim f h æquidistans & æqualis a b, per 33 primi, propter id quod a f, & b h sunt æquales & æquidistantes. Similiter per eandem & d c, ipsi a b, & quia omnes medietates quatuor laterum ipsius quadrati sunt adinuicem æquales, erunt per 34 primi quatuor lineæ k e, k f, k g, & k h æquales: ergo per 9 tertij k: est centrum circuli quæsiti.



Eucli. ex Zamb. Problema 8. Propositio 8

8

In dato quadrato, circulum describere.

THEON ex Zamb. Esto datum quadratum α β γ δ. Oportet iam in α β γ δ, quadrato, circulum describere: secetur (per 10 primi) utraque ipsarum α β & α δ, bifariam in ε ζ, signis, & per ε, utrique ipsarum α β, & δ γ (per 31 primi) parallelus excitetur ε θ, & per ζ utrique ipsarum α δ, & β γ (per 31 primi) parallelus excitetur ζ κ. Parallelogrammum igitur est unumquodque ipsorum α κ, κ β, α θ, θ δ, α κ, κ γ, β κ, & κ δ, & eorum latera, uidelicet quæ ex opposito, sunt æqualia (per 34 primi,) & quoniã æqualis est α δ, ipsi α β, & ipsius α δ dimidiũ est α ε, & ipsius α β, dimidium est α ζ, æqualis igitur est α ε, ipsi α ζ, quare & quæ ex opposito (per eandem) sunt æquales, æqualis igitur est ζ κ, ipsi ε κ. Similiter quoq; ostendemus quod & utraq; ipsarũ κ θ, & κ κ, utrique ipsarũ ζ κ, & κ ε, est æqualis. Quatuor igitur κ ε, κ ζ, κ θ, & κ κ, sibi inuicẽ sunt æquales, (per 1 communem scientiam.) Centro igitur κ, spatio uero aut κ ε, aut κ ζ, aut κ θ, aut κ κ, circulus descriptus, trãsibit etiam per reliqua signa, & tanget α β, β γ, γ δ, & δ α, rectas lineas quoniam anguli qui sunt ad signa ε ζ θ κ recti sunt. Si enim circulus rectas lineas α β, β γ, γ δ, & δ α, secat. quæ ab diametri circuli extremitate ducitur ad angulos rectos, introrsum ipsius circuli cadit, quod est impossibile (per 16 tertij.) Centro igitur κ, spatio autem aut κ ε, aut κ ζ, aut ζ θ, aut ζ κ circulus descriptus, ipsas rectas lineas α β, β γ, γ δ, & α δ non secat: tangit igitur eas. & in quadrato α β γ δ, descriptus est. In dato quadrato igitur, & reliqua quæ sequũtur, quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 9

9

Circa assignatum quadratũ circulũ describere.

CAMPANVS. Sit quadratum a b c d. Volo circa ipsum circulum describere. Hæc est quasi conuersa 7. Protraho in ipso duas diametros a c & b d, secantes se in puncto e, quem dico esse centrum circuli. Cum enim lineæ a d, & a b, sint æquales: erunt per 5 primi anguli a d b, & a b d, æquales. & quia angulus totalis est rectus: erit (per 32 primi) uterque eorum medietas recti: simili quoq;

quoq; modo probabitur quælibet partialiũ angulorũ à prædictis diametris & lateribus quadrati propositi contentorũ,esse medietatẽ recti. Quia igitur angulus e a d, est æqualis angulo e d a, erit per 6 primi,linea e a, æqualis lineæ e d. Eadem ratione erit e a æqualis e b,& e c, æqualis e d, quare; quia quatuor lineæ e a, e b, e c, e d, sunt æquales, erit per 9 tertij, e centrum circuli quæsiti, quod est propositum.

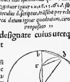
Eucli, ex Zamb. Problema 9 Propositio 9

9 Circa datum quadratum, circulum describere.

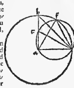
THEON ex Zamberto. *Sit datum quadratum α β γ δ, oportet iam circa α β γ δ, quadratum, circulum describere. Connuntiæ rectæ lineæ α γ, & δ β, seje mutuem secent in ε. Et quoniam æqualis est δ α ipsi α β, communis autem α γ, duæ igitur δ α, & α γ, duabus β α, & α γ, sunt æquales, altera alteri, & basis δ γ, (per 4 primi, basi β γ, est æqualis angulus igitur δ α γ. (per 8 primi) ei qui sub β α γ, est angulo æqualis est Angulus igitur δ α β, bifariam diuisus est, per lineam α γ Similiter iam ostendemus quod & unusquisq; angulorum qui sunt sub α β γ, β γ δ, & γ δ α, bifariam diuisus est per α γ, & δ β, rectas lineas. Et quoniam angulus δ α β, æqualis est angulo α β γ, & anguli δ α β, angulus ε α β, dimidium est, & anguli α β γ, dimidium est angulus ε β α, angulus igitur ε α β, angulo ε β α, est æqualis, quare (per 6 primi,) & latus ε α, lateri ε β, est æquale. Similiter iam ostendemus quod & utraque ipsarum ε γ & ε δ, rectarum linearum, utrique ipsarum ε α, & ε β, est æqualis. Quatuor igitur ε α, ε β, ε γ, & ε δ, sibi inuicem sunt æquales. Citro igitur ε, spatio uero aut ε α, aut ε β aut ε γ, aut ε δ, circulus descriptus, trãsibit per reliqua signa & erit descriptus circa α β γ δ, quadratum, describatur sicut α β γ δ. Circa datum igitur quadratum, circulus descriptus est, quod fecisse oportuit.*

Eucli, ex Camp. Propositio 10

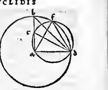
10 DVum æqualium laterum triangulum designare cuius uterque duorum angulorum quos basis obtinet reliquo duplus existat.



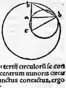
CAMPANVS Intentio est describere unum triangulũ duum æqualium laterũ & tertij inæqualis, cuius uterque angulorum qui super latus quod est reliquis inequale, existunt, ad tertium duplus existat. Ad hoc autem faciendum sumatur linea quælibet quæ sit a b, quæ diuidatur secundum quod docet 11 secundi, in pũcto c, ita quod illud quod fit ex a b, in b c sit æquale quadrato a c. Factóque puncto á centro, secundum ipsius quantitatem describatur circulus b d e, intra quem per primam huius coaptetur linea b d, æqualis lineæ a c, & producantur duæ lineæ d a, d c, Dico triangulum a b d, esse qualis proponitur. Circunscribatur circulus qui sit d c a, per 5 huius; triangulo d c a. Quia ergo linea d b, est æqualis lineæ a c, erit quod fit ex a b, in b c, æquale quadrato lineæ b d, quare per ultimam tertij b d, linea, est contingens circulum d c a, & per 31 eiusdem, angulus c d b, est æqualis angulo c a d. Posito ergo communi angulo c d a, erit totus angulus b d a, æqualis duobus angulis c a d, c d a, sed per 32 primi, angulus b c d est æqualis eisdem, quia extrinsecus ad ipsos, ergo b d a, est æqualis angulo b c d, & quia angulus a d b, est æqualis angulo a b d, per 5 primi, eo quod latera a b, & a d sunt æqualia, erit angulus b c d, æqualis angulo c b d, ergo per 6 primi, linea c d, est æqualis lineæ b d, quare & lineæ c a, ergo per 5 primi, angulus c a d, est æqualis angulo c d a Quia ergo uterque angulorum c d b, & c d a, est æqualis angulo c a d, erit totus angulus b d a, duplus ad angulum d a b, & ideo angulus a b d, sibi æqualis, duplus est etiam ad angulum b a d, quod est propositum.



CAMPANI *additio.* Forsan dicet aduersarius circulum d c a, circunscriptum trigono partiali, secare circulum b d e in aliquo pũcto arcus b d, ita q; simul secabit lineam b d unde ipsa nõ erit circulo applicata sicut in demõstratione supponitur, sed ipsum secãs. Sit ergo si possibile est, ut ponit aduersarius, & a puncto b, ducatur ad ipsum circulũ minorẽ, cõtingens b f, & ducãtur lineæ f a, f d, eritq; per penultimã tertij, quod fit ex a b, in b c, æquale quadrato,



b f, ergo b f, est æqualis b d, quare per 5 primi, angulus b f d, est æqualis angulo b d f, & quia per 21 tertij, angulus b f a est æqualis angulo a d f, erit angulus b d f, maior angulo a d f, quod est impossibile: cum ipse sit pars eius. Aliter possumus illud refellere, & ostendere quod ille minor circulus nullo modo secabit lineam b d. Forsan enim diceret quod secaret eam, non secando arcũ d b, maioris circuli. Si enim possibile est quod secet eam, sit hoc in puncto h, eritque quod fit ex a b in b c, æquale ei quod fit ex d b, in b b. Monstratum est enim, supra penultimam tertij quod si ab aliquo puncto extra circulum signato quotlibet lineæ secantes ad circulum ducantur, quæ sub totis & earũ portionibus extrinsecis continẽtur: æqualia sunt adinuicẽ, & quia quod fit ex a b, in b c, est æquale quadrato d b, quod est impossibile, per 2 secundi, quare constat propositũ. Et nota quod minor circulus necessario secabit maiorem, & abscindet ab eo arcum unũ æqualẽ arcui b d, maior abscindet similiter ab eodem unũ arcum æqualem arcui d c. Quod sic probatur. Si enim minor nõ secat maiorem, contingit ergo ipsum in puncto d. Et quia per 11 tertij circulorũ se contingentium centra & punctus contactus sunt in linea una, erit centrum minoris circuli in linea a d, propter hoc quod in ea est centrum maioris, & punctus contactus, ergo per 30 tertij angulus a c d, est rectus, quare & angulus a d b, est rectus, similiter & angulus a b d, sibi æqualis: est rectus, quod est impossibile per 32 primi. Secet ergo ipsum in punctis e d. dico arcum e d maioris, esse æqualem arcui d b, & arcũ e d minoris, esse æqualem arcui d c. Produco lineas d e, c e, & e a, eritque per 26 tertij, unusquisque quatuor angulorum qui sunt d e c, c e a, d a c, & a d c, æqualis alij, ppter id quod duo arcus d c, & c a, sunt æquales per 27 eiusdem, quare totalis angulus a e g, duplus est ad angulum b a d, & ideo æqualis utriq; angulorũ a b d & a d b. Et quia angulus a e d est æqualis angulo a d e, per 5 primi, propter id q^d a e & a d, sunt æquales, a cẽtro enim ad circũferentiã, erũt duo anguli e d, triãguli a e d æquales duobus angulis d & b, triãguli a d b: ergo per 32 primi, reliquus angulus a unius, est æqualis reliquo angulo a, alterius. Ergo per 25 tertij, arcus e d, maioris, est æqualis arcui d b, & per eãdẽ, arcus e d, minoris, est æqualis arcui d c, & hoc est quod proposuimus.



Eucli. ex Zamb. Problema 10 Propositio 10

10 Isosceles triangulum constituere, habens unumquenq; eorum qui ad basin sunt angulorum duplum reliqui.

THEON ex Zamb. Ponatur quædã recta linea α β, seceturq; (per 11 secũdi) in γ, signo ut sub α β, & β γ. cõprehensum rectãgulũ æquũ sit ei quod fit ex γ α, quadrato, & cẽtro α, spatio uero α β, (per 3 postulatũ) circulus describatur β δ ε. Applicetur q; in circulũ β δ ε, ipsi α γ, rectæ lineæ quæ diametro ipsius β δ ε, maior nõ est circuli β δ ε, æqualis recta linea β δ, (per 1 quarti,) & cõnectãtur α δ, & δ γ, describaturq; (per 5 quarti) circa α γ δ, triangulũ, circulus α γ δ ζ. Et quoniã cõtinetur sub α β, & β γ, rectangulũ æquũ est ei quod fit ex α γ, quadrato, æqualis autẽ est α γ, ipsi β δ, quod igitur continetur sub α β, & β γ, æquum est ei quod fit ex β δ. Et quoniam extra circulum α γ δ ζ, suscipitur signũ aliquod β, & ab ipso β, in circulũ α γ δ ζ, ceciderint duæ rectæ lineæ β γ α, & β δ, & earũ una secat & altera incidit, & id quod cõtinetur sub α β, & β γ, æquũ est ei quod fit ex β δ, igitur (per 37 tertij,) β δ, tãgit circulũ α γ δ ζ. Quoniã igitur β δ, tangit in δ, signo, ab ipso autẽ δ, contactu ducta est δ γ, angulus igitur β δ γ, (per 32 tertij,) æqualis est ei qui in alterno est circuli segmẽto, angulo qui sub δ α γ. Quoniam igitur æqualis est angulus β δ γ, angulo δ α γ, cõmunis apponatur angulus γ δ α. Totus igitur angulus æqualis est duobus qui sub γ δ α, & δ α γ, sunt angulis. Sed eis qui sunt sub γ δ α, & δ α γ, æqualis est angulus exterior β γ δ, (per 32 primi,) & angulus igitur β δ α, æquus est angulo β γ δ. Sed angulus β δ α, ei qui sub γ β δ,

per q

(per 5 primi) est æqualis, quoniam latus α δ, (per 15 diffinitionem primi) lateri α δ, est æquale, quare & angulus δ β α, (per 1 communem sententiam,) angulo β γ δ, est æqualis. Tres igitur anguli β δ α, δ β α, & β γ δ, sibi inuicem sunt æquales. Et quoniam æqualis est angulus δ β γ, angulo α γ δ, æquale est & latus β δ, lateri δ γ. Sed β δ, ipsi γ α, est æqualis per hypothesin, & α γ, igitur, ipsi γ δ, est æqualis. Quare & angulus γ δ α, (per 5 primi) angulo δ α γ, est æqualis. igitur anguli qui sunt sub γ δ α & δ α γ, eius qui sunt sub γ α δ, dupli sunt. Angulus autem sub ε γ δ, angulis qui sunt sub γ δ α, & δ α γ, est æqualis. Et angulus igitur β γ δ, eius qui est sub γ α δ, anguli duplus est. Aequalis autem est angulus β γ δ, utrique ipsorum sub β δ α, & δ ε α, angulorū. Et uterque igitur eorū qui sunt sub β δ α, & δ β α, angulorum, eius qui est sub δ α β, duplus est. Isosceles igitur triangulum constitutum est α β δ, habens unūquemque eorum qui ad basin δ ε, sunt angulorum, duplicem reliqui, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

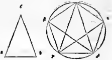
11 INtra datum circulum æquilaterum atque æquiangulum pentagonum describere.

CAMPANVS Sit datus circulus a b c. Volo intra ipsum describere pentagonum unum æquilaterum atque æquiangulum. Designo triangulum unum qualem præmissa proponit, qui sit z, cui alium æquiangulum intra datum circulum describo sicut docet 2 huius, qui sit a b c. sitque uterque angulorū a b c & a c b, duplus ad angulum c a b. Vtrumque eorum diuido per æqualia, ductis lineis b e, & c d, eruntque per 26 tertij, quinque puncta a d b c e, diuidunt circulum, adinuicem æquales, propter id quod quinque anguli qui in dictos arcus cadunt, sunt adinuicem æquales. Continuatis igitur illis quinque punctis per lineas rectas quæ sunt a d, d b. b c. c e, & e a, erit pentagonus a d b c e, inscriptus dato circulo qualis proponitur. Est enim æquilaterus per 28 tertij, cum quinque arcus quorum eius quinque latera sunt chordæ, sint adinuicem æquales Et etiam æquiangulus per 26 eiusdem. eo quod quinque arcus d a e, a e c, e c b, c b d & b d a, in quos anguli ipsius pentagoni cadunt, sunt adinuicem æquales. Sicque constat propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 11 Propositio 11

11 In dato circulo, pentagonium æquilaterum & æquiangulum describere.

THEON ex Zamberto. Sit datus circulus α β γ δ ε; oportet iam in α β γ δ ε, circulo, pentagonū æquilaterū & æquiangulū describere. Sumatur, (per 14) triangulū isosceles sitque illud ζ η θ, duplum habens unumquenq; eorū qui sunt ad η θ, angulorum, reliqui, hoc est eius qui est ad ζ. Et describatur (per 2 quarti) in circulo α β γ δ ε, triangulo ζ η θ, æquiangulū triangulū α γ δ. Ita ut angulo qui ad ζ, angulus qui sub γ α δ, fiat æqualis, & uterq; eorū qui sub α γ δ & γ δ α, sunt angulorū, utriq; eorū angulorū qui ad η, & θ fiat æqualis, & uterq; igitur eorū qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, eius qui est sub γ α δ, duplus est. Secetur (per 9 primi, uterque eorū qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, angulorum, bifariam per γ ε, δ β, rectas lineis, & coniungantur α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α. Quoniam igitur uterque angulorum qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, eius qui sub γ α δ, est anguli duplus est, & dissecti sunt bifariam per rectas lineas γ ε, & δ β, quinq; igitur anguli qui sunt sub δ α γ, α γ ε, ε γ δ, γ δ β, & β δ α, sibi inuicem sunt æquales. Sed anguli æquales, in æqualibus circunferentijs consistunt (per 25 tertij) quinque igitur circunferentiæ α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, sibi inuicem sunt æquales. Sed æqualibus circūferentijs, (per 29 eiusdem) æquales rectæ lineæ subtenduntur, quinque igitur rectæ lineæ α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, sibi inuicem sunt æquales. æquilaterum igitur est pentagonum α β γ δ ε. Dico iam quod & æquiangulum. Quoniam enim circunferentia α β, circunferentiæ δ ε, est æqualis, communis apponatur β γ δ, tota igitur circunferentia α β γ δ, toti circunferentiæ ε δ γ β, est æqualis, & consistit quidem super α β γ δ, circunferentia, angulus α ε δ, & super ε δ γ β, circunferentia, consistit angulus β α ε, & angulus igitur qui sub β α ε, qui sub α ε δ, est angulo æqualis est, & ob idunusquisq; eorū qui sunt sub α β γ, & β γ δ, & γ δ ε, angulorum, unicuique eorum qui sunt sub β α ε, & α ε δ, angulorum est æqualis. Aequiangulum igitur est pentagonum α β γ δ ε: ostensum autem est quod & æquilaterum. In dato circulo igitur pentagonum æquilaterum & æquiangulum descriptum est, quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 12

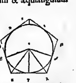
Circa propositum circulum, pentagonum æquilaterum atque æquiangulum designare.

CAMPANVS. Sit propositus circulus a b c, cuius centrum f. Volo circa ipsum designare pentagonum, æquilaterum atque æquiangulum. Supra circunferentiam ipsius circuli (quasi secundum doctrinã præmissæ sibi inscripsissem pentagonum) quinque puncta angularia notabo, quæ sint a d b c e, ad quæ à centro ducam lineas f a, f d, f b, f c, f e, & ab eisdem punctis educam perpendiculares ad istas lineas in utranque partem, quousque concurrant in punctis g h K l m, eruntq́ hæ lineæ contingentes circulum, per correlarium 15 tertij. Et ad ista puncta concursus, ducam à centro lineas f g, f h, f K, f l, f m. Et quia monstratum est super penultimam tertij, quod si ab aliquo puncto extra circulum signato duæ lineæ contingentes ad ipsum circulum ducantur, quod ipsæ erunt æquales, erit linea g a, æqualis lineæ g d, & h d, ipsi h b, & sic de cæteris. At quoniam quinque arcus in quos quinque puncta a d b c e, diuidunt circulũ, sunt adinuicẽ æquales, erũt per 26 tertij, quinque anguli a f d, d f b, b f c, c f e, e f a. consistentes super hos arcus in centro f, sibi inuicem æquales. Sũt aũt duo latera a g, & f a, triãguli f g a, æqualia duobus lateribus d g & f d, triãguli f g d, & latus g f: cõmune ergo per 8 primi, duo anguli eorum qui sunt ad f. itemq́ duo anguli qui sunt ad g, sunt adinuicem æquales: eadem ratione duo anguli qui sunt ad f, in triãgulis d f h, & h f b, itemq́ duo qui sunt ad h, sunt adinuicem æquales. Similiter quoque singuli trium reliquorũ angulorum qui sunt b f c, c f e, e f a: & singuli trium qui sunt K l m, diuidantur per æqualia, primi quidem: per lineam f k, secũdi per lineam f l, tertij uero per lineã f m. Et quia hi tres anguli qui sunt b f c, c f e, e f a, sunt sibi inuicem æquales, & alijs duobus qui sunt a f d, & d f b, æquales. erunt eorum dimidia quæ sunt decem anguli facti in centro f. adinuicem æqualia. Quia igitur duo anguli a, & f, trianguli g a f. sunt æquales duobus angulis a & f, trianguli m a f, & latus a f, cõmune, erit per 26 primi angulus g, unius æqualis angulo m, alterius, & latus g a, æquale lateri a m. Eadem ratione erit angulus g m, triangulo g f d, æqualis angulo h, in triangulo d f h, & latus g d, æquale lateri d h. Quare, quia g a, est dimidium g m, & g d, dimidium h b. & g a, & g d, sunt æqualia, erunt per communem sciẽtiam g m, & g h, eorum dupla, æqualia. Similiter quoque probabimus g m, esse equale m l, & m l, ipsi l K, & l K, ipsi K h, quare pentagonus g h k l m est æquilaterus. Sed & æquiangulus. Cum enim duo anguli qui sunt ad g, sint adinuicem æquales, & duo qui sunt ad m, similiter adinuicem æquales, & g, partialis, sit æqualis m, partiali (utrunque enim probatum est prius) erit per eandem communem scientiam g. totalis æqualis m, totali, & eadem ratione probabis æqualitatem in cæteris angulis, quare est æquiangulus. Sicque constat propositum.

Eucli. ex Zamb. *Problema 12* *Propositio 12*

12 Circa datum circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ δ ε, oportet iam circa α β γ δ ε, circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere. Intelligantur descripti (per 11 quarti,) pentagoni angulorum signa α β γ δ ε, ita ut (per præcedentem α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, circunferentiæ sint æquales, & per α β γ δ ε, excitatæ sint (per 17 tertij,) ipsum circulum tangentes rectæ lineæ, η θ, θ κ, κ λ, λ μ, & μ η. Sumatur centrum circuli α β γ δ ε, sitq́ (per primam tertij,) ζ, & connectantur rectæ lineæ ζ β, ζ κ, ζ γ, ζ λ, & ζ δ. Et quoniam κ λ, recta linea circulum ipsum α β γ δ ε, tangit in signo γ, & à centro ζ, in ipsum γ, contactũ ducta est ζ γ, igitur, (per 18 tertij,) ζ γ, super κ λ, perpẽdicularis est, rectus igitur est uterque eorum qui ad γ sunt angulorũ. Et per hoc, anguli qui sunt ad δ β, signa, recti sunt. Et quoniam angulus qui sub ζ γ κ, rectus est, quod fit igitur ex ζ κ, æquum est eis quæ fiunt ex ζ γ, & γ κ, (per 47 primi, & per hoc eis etiam quæ fiunt ex ζ β, & β κ, æquũ est id quod fit ex ζ κ, (per eãdẽ.) Quæ sunt igitur ex ζ γ, & γ κ, eis quæ fiũt ex ζ β, & β κ, sunt æqualia, quorum quod fit ex ζ γ, æquum est ei quod fit ex ζ β. Reliquum igitur quod fit ex γ κ, reliquo quod fit ex β κ est æquale, æqualis igitur est β κ, ipsi γ κ. Et quoniam æqualis est ζ β, ipsi ζ γ, & communis ζ κ,*

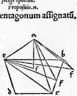


duæ

duæ igitur βκ & ζκ, duabus ιζ & ζκ sunt æquales. Et basis βκ, basi ικ est æqualis. Angulus igitur βζκ (per 8 primi) angulo κζγ est æqualis: & angulus βκζ (per 4 primi) angulo ζκγ. Duplus igitur est angulus βζγ, eius qui sub κζγ est anguli, & angulus βκγ, eius qui est sub ζκγ. Et ob id etiã & angulus ιζδ, eius qui est sub γζλ duplus est: & angulus γλδ, eius qui sub γλζ. Et quoniam circunferentia βγ æqualis est circunferentiæ γδ, æqualis est (per 27 tertij) angulus βζγ angulo γζδ: & angulus quidẽ βζγ, eius qui est sub κζγ duplus est: & qui sub δζγ, eius qui sub λζγ. angulus igitur κζγ, angulo λζγ est æqualis. Duo igitur iam triãgula sunt ζκγ & ζλγ: duos angulos duobus angulis æquales habentia, & unum latus uni lateri æquale (per 26 primi) & eorum cõmune ζγ, scilicet quod commune ipsis est: & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt, & reliquum angulum reliquo angulo. Aequalis igitur est κγ recta linea ipsi γλ, & angulus ζκγ angulo ζλγ. Et quoniam æqualis est κγ ipsi γλ: dupla igitur est κλ ipsius κγ & per hoc etiam ostendetur, quod θκ, ipsius βκ dupla est. Et quoniam ostensum est, quod βκ ipsi κγ est æqualis, & κλ ipsius βγ dupla est, & θκ ipsius βκ igitur θκ ipsi κλ est æqualis. Similiter iam ostendetur, quod unaquæq; ipsarum ηθ, ημ, & μλ, unicuiq; ipsarum θκ & κλ est æqualis: æquilaterum igitur est pentagonum ηθκλμ. Aio etiam quod & æquiangulum: quoniã æqualis est angulus ζκγ angulo ζλγ, & ostensum est ipsius quidem anguli ζκγ duplũ eum esse qui est sub θκλ, eius autem qui est sub ζλγ duplum eum esse qui est sub κλμ: angulus igitur qui est sub θκλ, angulo qui est sub κλμ est æqualis. Similiter iam ostendetur etiam quod unusquisq; eorum qui sunt sub κθη, & θημ, & ημλ, unicuiq; eorũ qui sunt sub θκλ, & κλμ est æqualis. Quinq; igitur anguli qui sunt sub ηθκ, θκλ, κλμ, λμη, & μηθ, sibi inuicẽ sunt æquales. Aequiangulũ igitur est pentagonum ηθκλμ: ostensum autem est quod & æquilaterum. & descriptum est circa circulum αβγδε quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio. 13.

13 INtra æquilaterum atq; æquiangulum pentagonum assignatũ, circulum describere.



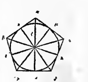
CAMPANVS. Sit assignatus pentagonus æquilaterus atq; æquiangulus (quia de alijs non est necessarium hoc esse possibile) a b c d e. Volo ei inscribere circulum. Hæc est quasi cõuersa 11. Duos eius propinquos angulos qui sunt a & e diuido per æqualia: ductis lineis a f & e f, donec cõcurrant in puncto f intra ipsum pentagonum, quem dico centrum esse circuli. Concurrẽt enim propter id quod dimidium totalis anguli a & similiter totalis anguli e, minus est angulo recto. Si enim intra pentagonum non cũcurrent, aut extra ipsum pentagonũ, aut in latere pentagoni, aut in eius angulo qui utriq; angulorum diuersorum opponitur. Concurrant ergo primo extra in puncto f: & ducatur linea b f. Et quia duo latera e a, & a f, trianguli e a f sunt æqualia duobus lateribus b a & a f trianguli b a f, & angulus a unius angulo a alterius, erit per 4 primi, basis e f æqualis basi f b, & quia angulus a partialis est æqualis angulo e partiali, propter id quod a totalis e totali: erit per 6 primi, f a æqualis f e: quare f a est æqualis f b: ergo per 6 primi, duo anguli b totalis & a partialis, sunt æquales. Quare a partialis est æqualis uel maior a totali, quod est impossibile. Cõcurrant ergo in puncto f super latus b c: eritq; arguendo per præmissas, & præmisso modo, angulus a partialis, æqualis angulo a totali, quod est impossibile. Quod si forsan cõcurrãt in angulo c: erit per easdẽ & eodem modo c b æqualis c a, & ideo adhuc ut prius angulus a partialis: æqualis angulo a totali. Quod quia esse nõ potest: sit ergo punctus concursus qui est f, intra pentagonũ: à quo duco quinq; perpendiculares ad eius quinq; latera quæ sint f g, f h, f k, f l, f m: & ad duos eius angulos propinquos altrinsecus angulis per æqualia diuisis, qui sunt b & d: duco lineas f b, f d. Et quia duo anguli a & m, trianguli a f m sunt æquales duobus angulis a & g trianguli a f g, & latus a f commune: erit per 26 primi, f m æqualis f g. Per eandem quoq; probabis f l æqualẽ f m: sumptis duobis triangulis e f m & e f l. Quia iterum duo latera a f & a b trianguli a f b sunt æqualia duobus lateribus a f & a e trianguli a f e & angulus a unius angulo a alterius: erit per 4 primi, angulus b partialis, æqualis angulo e partiali: & quia b totalis æqualis est e totali, & e totalis diuisus est per æqualia erit etiã b totalis diuisus per æqualia. Eodẽ modo probabis d totalẽ diuisum per æqualia, propter æqualitatẽ d partialis & a partialis: sumptis triangulis e a f & e d f.

i Quia ergo

Quia ergo duo anguli g & b trianguli g f b sunt æquales duobus angulis h & b trianguli h f b, & latus f b commune, erit per 26 primi, f h æqualis f g. Eodem modo probabis f k, æqualem f l: sumptis triangulis l f d, k f d. Quoniã igitur quinq; lineæ f g, f h, f k, f l, & f m sunt æquales: erit f, centrum circuli per 9 tertij. Quem circulum describemus secundum quantitatem unius earum: & tanget omnia latera pentagoni, propter æqualitatem linearum: & nullum eorum secabit: per primam partem 15 tertij: sicq; constat propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 13. Propositio 13.

13 In dato pentagono æquilatero & æquiangulo, circulum describere.



THEON ex Zamberto. *Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum αβγδε: oportet iam in pentagono αβγδε: circulum describere. Secetur (per 9 primi) uterq; eorum qui sunt sub βγδ & γδε angulorum bifariam, per rectas lineas γζ & ζδ. & ab ζ signo in quo concurrunt ad inuicem ipsæ rectæ lineæ γζ & δζ. coniungantur rectæ lineæ ζβ, ζα, & ζε. Et quoniã æqualis est βγ ipsi γδ, communis autem γζ: duæ iam βγ & γζ, duabus δγ & γζ sunt æquales & angulus βγζ, angulo δγζ est æqualis: basis igitur βζ (per 4 primi) basi δζ est æqualis: & triangulum βγζ triangulo δγζ æquale: & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales: sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus γβζ, angulo γδζ. Et quoniam angulus γδε, eius qui sub γδζ est anguli, duplus est. æqualis autem est angulus γδε ei qui sub αβγ est angulo, & angulus γδζ angulo γβζ. angulus igitur γβα: anguli γβζ duplus est. æqualis igitur est angulus αβζ, angulo ζβγ. Angulus igitur αβγ, bifariam diuisus est per βζ rectam lineam. Similiter quoq; ostendetur quod & uterq; eorum qui sunt sub βαε & αεδ angulorum, bifariam diuisus est per utrãq; rectarum linearum ζα & ζε. Excitentur (per 12 primi) ab ζ signo in αβ, βγ, γδ, δε, & εα rectas lineas perpendiculares ζη, ζθ, ζκ, ζλ, & ζμ. Et quoniã æqualis est angulus θγζ angulo κγζ: est aũt angulus ζθγ rectus, angulo ζκγ recto æqualis: duo iam sunt triangula ζθγ & ζκγ duos angulos duobus angulis æquales habentia alterum alteri, & unum latus uni lateri æquum: commune enim eorum ζγ subtensum sub uno æqualium angulorum. & reliqua igitur latera reliquis lateribus (per 26 primi) æqualia habebunt. æqualis igitur est perpendicularis ζθ: ipsi ζκ perpendiculari. Similiter quoq; ostendetur, quod & unaquæq; ipsarum ζλ. ζμ & ζη, unicuiq; ipsarum ζθ & ζκ est æqualis. Quinq; igitur rectæ lineæ ζη, ζθ, ζκ, ζλ, & ζμ, sibinuicem sunt æquales. Centero igitur ζ, spatio uero aut ζη aut ζθ aut ζκ aut ζλ aut ζμ, circulus descriptus, per reliqua quoq; ueniet signa. Et tanget rectas lineas αβ, βγ, γδ, δε, & εα (per correlarium 16 tertij: quoniam anguli qui sunt ad η, θ, κ, λ, μ, signa recti sunt. Si enim non tanget eas, sed secabit: continget quod a diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta intra ipsum circulum cadet: quod esse impossibile ostensum est (per 16 tertij. Igitur centro ζ, spatio uero uno ipsorum η, θ, κ, λ, μ, signorum descriptus circulus, rectas lineas αβ, βγ, γδ, δε, & εα minime secabit. tanget igitur eas (per correlarium 16 tertij) describatur sicut ηθκλμ. In dato igitur pentagono æquilatero & æquiangulo: circulus descriptus est, quod facere oportebat.*

Eucli. ex Camp. Propositio 14.

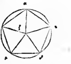
14 Circa datum pentagonum quod sit æquilaterum atq; æquiangulum, circulum describere.

CAMPANVS. Sit ut prius datus pentagonus, æquilaterus atq; æquiangulus (quia de alijs non est necessarium hoc esse possibile) a b c d e: uolo circa ipsum, describere circulum. Hæc est quasi conuersa 13. Duos eius propinquos angulos qui sunt a & e, diuido per æqualia, ductis lineis a f & f e quousq; concurrãt intra ipsum pentagonum in puncto f: cõcurrent enim & intra pentagonũ, ut probatum est in præmissa. Et a puncto concursus, duco ad reliquos angulos, lineas quæ sint f b, f c, f d: & quia duo latera a f & a b triãguli a f b sunt æqualia duobus lateribus a f & a e trianguli a f e, & angulus a unius angulo a alterius: erit per 4 primi, f a æqualis f e, & angulus b partialis angulo e partiali. Et quia b totalis est æqualis a totali, & e totalis diuisus est per æqualia: erit similiter b totalis diuisus per æqualia. Hoc quoq; modo probabis utrunq; angulorum c & d, diuisum esse per æqualia: & quinq; lineas f a, f b, f c, f d, f e, esse æquales: quare per 9 tertij erit centrũ circuli. Sicq; patet propositum.

Eucli.ex Zamb. Problema 14. Propoſitio 14.

14 **Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum, circulum deſcribere.**

THEON ex Zamberto. *Sit datum pentagogonum æquilaterum & æquiangulum α β γ δ ε: oportet iam circa pentagonum α β γ δ ε, circulum deſcribere. Secetur iam (per 9 primi) uterq; eorum qui ſunt ſub β γ δ & γ δ ε angulorum bifariam, per utramq; ipſarum γ ζ & δ ζ. Et à ζ ſigno in quo concurrunt ipſæ rectæ lineæ, ad ſigna β, α, ε, coniunganur rectæ lineæ ζ β, ζ α & ζ ε. Similiter præcedenti oſtendetur, quod & unuſquiſq; eorũ qui ſunt ſub γ β α, β α ε & α ε δ angulorum, bifariam ſecatur per unamquanq; ipſarum ζ β, ζ α, & ζ ε rectarum linearum. Et quoniam æqualis eſt angulus β γ δ angulo γ δ ε, & anguli β γ δ dimidium eſt angulus ζ γ δ: anguli autem γ δ ε dimidiũ eſt angulus γ δ ζ: & angulus ζ γ δ igitur angulo ζ δ γ eſt æqualis. Quare & latus ζ γ, lateri ζ δ eſt æquale. Similiter iam oſtendetur, quod & unaquæq; ipſarum ζ β, ζ α, ζ ε, utriq; ipſarum ζ γ & ζ δ eſt æqualis. Quinq; igitur rectæ lineæ ζ α, ζ β, ζ γ, ζ δ & ζ ε, ſibijnuicem ſunt æquales. Centro igitur ζ, & ſpatio aut ζ α aut ζ β aut ζ γ aut ζ δ aut ζ ε, circulus deſcriptus: ueniet per reliqua ſigna, & deſcriptus erit circa α β γ δ ε pentagonum quod æquilaterum & æquiangulum eſt. Deſcribatur & ſit α β γ δ ε. Circa datum igitur pentagonum quod eſt æquiangulum & æquilaterum, circulus deſcriptus eſt, quod facere oportebat.*

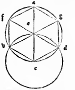


Eucli.ex Camp. Propoſitio 15.

15 **INtra propoſitum circulum, hexagonum æquilaterum atque æquiangulum deſcribere.**

Ex hoc itaq; manifeſtum eſt quod latus hexagoni, æquũ eſt dimidio diametri circuli qui inſcribitur.

CAMPANVS. Sit propoſitus circulus a b c d: cuius centrum e: uolo ſibi inſcribere hexagonum æquilaterum atq; æquiangulum. Produco diametrũ a e c, & ſecundum quantitatem ſemidiametri e c, facto centro puncto c, deſcribo circulum e b d, ſecantẽ priorem in duobus punctis b, d: à quibus produco duas diametros in circulo primo, quæ ſint b e g, d e f. Trium ergo diametrorum extremitates coniungo ſex lineis quæ ſunt a f, f b, b c, c d, d g, & g a: quas dico continere hexagonum quæſitum. Erit enim ut demonſtrat prima primi, uterq; triangulorum b e c, c e d, æquilaterus: quare & æquiangulus per 5 eiuſdem: ergo per 32 primi, duo anguli b e c & c e d, cum uno æquali uni eorum, ſunt æquales duobus rectis: propter id quod quiſq; eorũ eſt tertia duorum rectorũ: ſed ipſi per 13 eiuſdem, cum angulo d e g, ſunt æquales duobus rectis: ergo angulus d e g eſt æqualis utriq; eorum, quare per 15 eiuſdem, ſex anguli qui ſunt ad e ſunt adinuicem æquales: ergo per 15 tertij, arcus in quos cadunt, ſunt æquales: quare & eorũ chordæ per 28 eiuſdem, quæ ſunt latera ipſius hexagoni. Aequilaterus igitur eſt. Sed & æquiangulus per 26 tertij, propter id quod ſex arcus in quos angularis puncta hexagoni diuidunt circulum: bini & bini ſumpti ſunt adinuicẽ æquales, ut arcus a f b, arcui f b c: & ideo angulus f qui conſiſtit, in primo, eſt æqualis angulo b qui conſiſtit in ſecundo, idem in cæteris, quare conſtat propoſitũ. Correlarium ex hoc patet, quod dimidiũ diametri & latus hexagoni, ſunt latera eiuſdem trianguli æquilateri, ut e c & c b & c d.



CAAMPANI additio. Et nota quod non proponitur circa propoſitum circulum hexagonum æquilaterum & æquiangulum deſignare. Nec intra talem hexagonũ aut circa talem circulum deſcribere quemadmodum fecit de triangulo, quadrato, & pentagono non quia non ſit neceſſarium hoc eſſe poſſibile: ſed quia hæc tria per eadem præcepta fiunt in pentagono æquilatero & æquiangulo, & in omni figura æquilatera atq; æquiangula quæcunq; fuerit. Vnde quamcunq; figuram æquilateram & æquiangulam ſcimus circulo inſcribere: eandem circulo, extra & circulum ſibi intra & extra, iiſdem medijs, per quæ hoc in pentagono fecimus: deſcribemus. Nota etiam quod

i 2 omnis

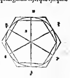
omnis figura æquilatera circulo inscripta aut circunscripta est etiam necessario æquiangula: de inscripta patet per 27 & 6 tertij sumptis arcubus circuli: quibus latera inscriptæ figuræ chordæ sunt, binis & binis. In hos enim arcus ipsius figuræ anguli cadunt. De circumscripta autem ductis a circuli centro lineis ad omnes eius angulos, & ad loca contactus, facile probabis, si plene intellectæ demonstrationi 13 huius diligens intellectus accesserit: erit enim, ut omnes ipsius figuræ angulos, lineæ à centro uenientes per æqualia diuidant: sumptis itaq; quibuslibet duobus eius proximis lateribus cum linea ad angulum ab eis contentũ, & cum duobus ad eorum extremitates a centro uenientibus: duos triangulos ab eis contentos, æquiangulos adinuicem per 4 primi esse probabis. Sicq; faciendo de omnibus, patebit eos esse æquiangulos per hanc communem scientiam, quorum dimidia sunt æqualia tota quoq; esse æqualia.

Eucli. ex Zamb. Problema 15. Propositio, 15.

15 **In dato circulo, hexagonum æquilaterum & æquiangulum describere.**

THEON ex Zamberto. Sit datus circulus αβγδεζ. oportet iam in dato circulo αβγδεζ: hexagonum æquilaterum æquiangulumq; describere. Erciteur ipsius αβγδεζ circuli dimetiens, sitq; αδ. Sumaturq; (per 1 tertij) centrum circuli. sitq; illud η, & centro δ, spatio uero δη (per tertium postulatũ) circulus describatur γηεθ. & continuatæ rectæ εη & γη extendantur in β, ζ. signa, & connectantur αβ, βγ, γδ, δε, εζ, ζα. Dico quod αβγδεζ: hexagonum æquilaterum est & æquiangulum. Quoniam enim η signum, centrum est circuli αβγδεζ, æqualis est (per diffinitionem 15 primi) ηε ipsi ηδ. Rursus quoniam δ signum, centrum est circuli ζηγθ: æqualis est (per eandem) δε ipsi δη. Sed ηε ipsi ηδ ostensum est quod est æqualis. Igitur ηε, ipsi εδ est æqualis (per primam communem sententiam. Aequilaterum igitur est εηδ triangulum & tres igitur eius anguli, εηδ scilicet, ηδε & δεη. sibynuicem sunt æquales. Quoniam per 5 primi isoscelium triangulorum anguli qui ad basin sibynuicem sunt æquales, & trianguli tres anguli duobus rectis sunt æquales (per 32 primi: angulus igitur εηδ, duorum rectorum tertium est. Similiter quoq; ostendemus, quod & angulus δηγ, duorum rectorum tertium est. Et quoniam recta linea γη super εβ stans (per 13 primi) † utrobiq; angulos εηγ & γηβ duobus rectis æquos efficit: & reliquus igitur angulus γηβ, tertium est duorum rectorum: anguli igitur εηδ, δηγ & γηβ, sibynuicem sunt æquales. Quare anguli qui ad uerticẽ, hoc est, βηα, αηζ & ζηε, eiusdem εηδ, δηγ & γηβ sunt æquales (per 15 primi) Sex igitur anguli εηδ, δηγ, γηβ, βηα, αηζ, & ζηε, sibynuicem sunt æquales. Aequales autem anguli, super æqualibus circunferentijs consistunt (per 26 tertij). Sex igitur circunferentiæ αβ, βγ, γδ, δε, εζ, & ζα, sibynuicem sunt æquales. At sub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur (per 29 eiusdem), sex igitur rectæ lineæ αβ, βγ, γδ, δε, εζ, & ζα, sibynuicem sunt æquales: æquilaterum igitur est αβγδεζ hexagonum. Aio quoq; quod & æquiangulum. Quoniam enim circunferentia αζ æqualis est circunferentiæ εδ: communis apponatur circunferentia αβγδ. Tota igitur ζαβγδ, toti εδγβα est æqualis. Et super circunferentia ζαβγδ, consistit angulus ζεδ super autem εδγβα circunferentia, consistit angulus αζε. Aequalis igitur est angulus αζε, angulo δεζ. Similiter quoq; ostendetur quod & reliqui anguli ipsius αβγδεζ hexagoni, hoc est, unusquisq; eorum qui sunt sub ζαβ, αβγ, βγδ, & γδε, unicuiq; eorum qui sunt sub αεζ & ζεδ angulorũ, sunt æquales. Aequiangulum igitur est hexagonum αβγδεζ. Ostensum autem est quod & æquilaterum, & descriptum est in circulo αβγδεζ. in dato circulo igitur αβγδεζ hexagonum æquilaterum & æquiangulum descriptũ est. quod facere oportebat.

† ἐφεξῆς



CORRELARIVM. Hic manifestum est quod hexagoni latus ei qui est ex centro circuli est æquale: & si per signa α, β, γ, δ, ε, ζ, circulum tangentes ducamus rectas lineas: describetur circa circulum, hexagonum æquilaterum & æquiangulum consequenter ex prædictis in pentagono. Et insuper per ea quæ similiter in pentagono dicta sunt, in dato hexagono circulum describemus & circunscribemus, quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 16.

16 **Intra datũ circulum, quindecagonũ æquilaterum atq; æquiangulum designare.**

Deinde circa quemlibet circulum assignatum, qui decagonũ æquilaterum atq; æquiangulum, atque intra datum quindecanonum, circulum describere.

CAMPANVS.

CAMPANVS. Sit datus circulus a b c: uolo sibi inscribere quindecagonum æquilaterum & æquiangulum, deinde etiam circunscribere, atq; intra talem quindecagonũ propositum, circulum describere. Non proponit autẽ circa talem quindecagonũ, circulum describere: quia hoc satis dat intelligere per alia quæ proponit. In dato circulo iuxta doctrinam secundæ huius, protraho latus trianguli æquilateri, quod sit a c, & iuxta doctrinam 11 huius latus pentagoni æquilateri atq; æquianguli, quod sit a b. Et quia arcus a c, est totius circunferentiæ tertia, cuius arcus a b est quinta: erit superfluũ inter eos quod est arcus b c, duæ tertiæ arcus a b, uel duæ quintæ arcus a c, siue duæ quintædecimæ totius circunferẽtiæ. Nam in omni toto excedit tertia quintã in duabus tertijs ipsius quintæ, uel in duabus quintis ipsius tertiæ, siue in duabus quintisdecimis totius.

Hoc enim patet in quinta & tertia primi numeri habentis quintam & tertiam qui est 15: eius enim tertia quæ est 5, excedit eius quintam quæ est 3 in duabus unitatibus quæ sunt duæ tertiæ ipsius ternarij qui est quinta, uel duæ quintæ ipsius quinarij qui est tertia, siue duæ quintædecimæ ipsius 15 qui est totũ. Diuiso igitur arcu b c per æqualia in d, patet utrunq; duorum arcuũ c d, & d b, esse tertiã arcus a b, uel quintam arcus a c, siue quintamdecimam totius circunferentiæ. Subtensis igitur eis, chordis c d, & d b, coaptatisq; cõtinue intra datum circulum sibi æqualibus per primam huius, complebitur figura proposita. Cætera uero duo quæ proponit cũ tertio quod dat intelligere, uidelicet quindecagonũ circulo circunscribere, ac circulum quindecagono inscribere, ac etiam circunscribere: ex 12, 13 & 14 huius plene intellectis facile perficies.

CAMPANI additio. Et nota quod quamcunq; figuram æquilateram circulo scimus inscribere: duplo plurium laterum circulo scimus inscribere & circunscribere, & ipsi circulum. Diuisis enim arcubus quibus latera eius quæ scitur inscribi subtenduntur, per æqualia, & à punctis medijs ad extremitates laterũ ipsius figuræ ductis lineis, fiet intra circulũ figura duplo pluriũ laterũ quæ erit æquilatera per 28 tertij: ergo & æquiangula. Hoc ẽm demonstratũ est, supra 11 huius, q᷑ omnis figura æquilatera circulo inscripta est etiam æquiangula. Et quia hanc circulo scimus inscribere: sciemus cætera tria per 12, 13 14 huius. Quia igitur scimus inscribere triangulum æquilaterum: sciemus per hoc & hexagonum, & per hexagonum, dodecagonũ, ac per dodecagonum figuram 24 laterum, & sic in infinitum duplando. Et licet per triangulũ possit, ut diximus, inscribi hexagonus: posuit tamen huius propriam demonstrationem ex qua sequitur potissimum perutile. Et similiter quia scimus & inscribere quadratum sciemus per hoc inscribere omnem figuram cuius laterum numerus est pariter par: per pentagonum quoq; sciemus decagonum & figuram 20 laterum: sicq; continue duplando. Idem quoq; intellige de quindecagono, per ipsum enim scientur figuræ 30 & 60, & omnium continue duplatorum laterum. Cæterarum autem figurarum de quibus ista nõ docet, uel quæ per has non habentur: difficilis est scientia & parum utilis, ut sunt heptagona, ennagona, hendecagona. Quod si sciemus triangulum duum æqualium laterum designare, cuius uterq; angulorum ad basin triplus esset ad reliquum: sciremus heptagonum, ut supra pentagonum circulo inscribere: quod si uterq; quadruplus esset ad reliquum, sciremus nonagonum: & si quintuplus, hendecagonum. Idemq; in cæteris figuris imparium laterum, posito utroq; angulorum ad basin multiplici ad reliquum per eum numerum qui est medietas maximi paris sub impari numero laterum ipsius figuræ contenti.

Eucli. ex Zamb. *Problema 16.* *Propositio 16.*

16 **In dato circulo, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum describere.**

THEON ex Zamberto. *Sit datus circulus $\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta$: oportet iam in $\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta$ circulo, quintidecagonũ æquilaterum & æquiangulum describere. Describatur in circulo $\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta$, trianguli æquilateri latus $\alpha\,\gamma$, pentagoni uero æquilateri latus $\alpha\,\beta$ in arcu $\alpha\,\gamma$. Qualium igitur est circulus $\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta$, æqualium segmentorum quindecim, talium quidem circunferentia $\alpha\,\beta\,\gamma$, tertium existens ipsius circuli: erit quinq;. Circunferentia autem $\alpha\,\beta$, existens quantum cir* culi, erit trium reliqua igitur ε γ, duorum æqualiũ. Secetur (per 30 tertij) β γ, bifariam in ι: utraq; igitur ipsarum β ι, & ι γ, circumferentiarum, quintumdecimum erit ipsius α ε γ δ, circuli. Si igitur coniungentes rectas lineas β ι, & ι γ, ipsis æquales in cõtinuum rectas lineas (per 1 quarti) coaptemus in circulum α ε γ δ. erit in eo descriptum quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum, quod facere oportebat. Similiter autem ut in pentagono si per circuli diuisionem, tangentes circulum ducemus, describetur circa circulum, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum: & per ostensionem similiter in pentagonis, & in dato quintidecagono æquilatero & æquiangulo, circulum describemus & circumscribemus.

QVARTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER QVINTVS.

Euclides ex Campano. *Diffinitiones.*

1 PArs, est quantitas quantitatis minor maioris, cum minor maiorem numerat.

CAMPANVS. Pars, quandoq; sumitur proprie: & hæc est quæ aliquoties sumpta, suum totum præcise constituit: sine diminutione uel augmento: & dicitur suum totum numerare per illum numerũ, secundum quem sumitur ad ipsius totius constitutionem: talem autem partem quam multiplicatiuam dicimus, hic diffinit. Quandoq; sumitur communiter: & hæc est quælibet quãtitas minor, quæ quotiescunq; sumpta, suo toto minus aut maius constituit, quam aggregatiuam dicimus: eo quod cum alia quantitate diuersa totum suum constituat, per se autem quotiescunq; sumpta fuerit, non producat.

2 Multiplex, est maior minoris quando eam minor metitur.

CAMPANVS. Pars, relatiue dicitur ad totum, & in ijsis duobus extremis, consistit eorum adinuicem relatio: & ideo diffinito minori extremo: diffinit hic maius: uocat autem

autem ipsum, multiplex: propter hoc quod minus aliquoties sumptum, ipsum constituat erunt igitur relatiue dicta adinuicem, pars & multiplex. Nam omnis pars, submultiplex, ut patet per eius diffinitionem.

3 Proportio, est habitudo duarum quantæcunque sint eiusdem generis quantitatum, certa alterius ad alteram habitudo.

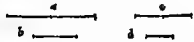
CAMPANVS. Proportio est habitudo duarum rerum eiusdem generis adinuicẽ, in eo quod earum altera maior aut minor est reliqua uel sibi æqualis. Nõ enim solum in quantitatibus reperitur proportio, sed in ponderibus, potentijs & sonis. In ponderibus quidem & potentijs, uult Plato in Timæo esse proportionem: ubi elemẽtorum numerum ostendit. In sonis autem esse proportionem, liquet ex musica. Nam (ut uult Boetius in quarto) si quilibet neruus in duas inæquales partes diuidatur: erit ipsarum partium suorumque sonorum, eadem conuerso modo proportio. Sed in quibuscunque proportio reperitur: ea participant naturam proprietatemque quantitatis: non enim reperitur in aliquibus rebus duabus, nisi in eo quod earum una est reliqua maior, aut minor, aut ei æqualis. Quantitatis autem proprium, est secundum ipsam æquale uel inæquale dici, ut uult Aristoteles in prædicamentis: unde liquet proportionem primo in quantitate reperiri, & per ipsam in omnibus alijs: nec esse in aliquibus rebus proportionem, cui similis non sit in aliquibus quantitatibus: propter quod bene dixit Euclides, proportionem simpliciter esse in quantitate: cum eam diffiniuit per habitudinem duarum quantitatum eiusdem generis adinuicem. Cuius diffinitionis intellectus est, quod proportio est habitudo duarum quãtitatum adinuicem, quæ attenditur in eo quod una earum est maior aut minor alia, uel æqualis ei: per quod patet quod oportet eas esse eiusdem generis, ut duos numeros, aut duas lineas, aut duas superficies, aut duo corpora, aut duo loca, aut duo tempora. Non enim potest dici in ea: maior aut minor superficie, aut corpore nec tempus, loco: sed linea, linea, & superficies, superficie. Sola enim uniuoca, comparabilia sunt. Quod autem dicit certa habitudo, non sic intelligas quasi nota uel scita, sed quasi determinata, ut sit sensus. Proportio est determinata habitudo duarum quantitatum: ita, inquam, determinata: quod hæc & non alia. Non enim est necessarium, ut omnis habitudo duarum quantitatum sit scita à nobis, nec etiam à natura. Nam proportio quædam est discretorum, ut numerorum: quædam autem continuorum. In numeris autem, minor est pars aut partes maioris, ut demonstratur in septimo: quare & in eis omnibus est habitudo certa & nota. At uero in continuis, est proportio magis larga: est enim in ea, ubi minor quantitas est, pars aut partes maioris: & talium omnium: mediantibus numeris est proportio nota, quæ & rationalis dicitur. Dicunturque omnes tales quantitates, communicantes, quia eas una & eadem necessario metitur: unde & omnes numeri sunt communicantes: omnes enim ipsos metitur unitas. Est etiam, ubi minor non est pars aut partes maioris: & in talibus non est nota proportio nec nobis nec naturæ. Diciturque hæc proportio irrationalis, & hæ quantitates, incõmunicantes: unde fit ut quæcunque portio reperitur in numeris, reperiatur in omni genere continuorũ, ut in lineis, superficiebus, corporibus & temporibus: nõ aũt è conuerso. infinitæ enim sunt proportiones in cõtinuis repertæ: quas numerorũ natura nõ sustinet. Sed quæcũque proportio reperitur in uno genere continuorũ: eadẽ reperitur in omnibus alijs. Nam qualitercũque se habet aliqua linea ad quamlibet aliam: sic se habet quælibet superficies ad aliquã aliã, & quodlibet corpus ad aliquod aliud, similiter & tẽpus: sed nõ sic: quilibet numerus ad aliquẽ alium: unde magis est larga proportio in cõtinuis, quàm in discretis. Ex quo manifestum est proportionẽ geometricam esse

i 4 maioris

maioris abstractionis, quàm proportionem arithmeticã: omnis enim proportio circa quam arithmetica uersatur, rationalis est: geometria uero, rationales & irrationales æquilateras considerat.

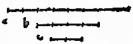
4 **Proportionalitas, est similitudo proportionum.**

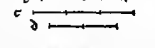
CAMPANVS. Vt si dicamus quod quæ est proportio a ad b, ea est etiam c ad d: proportio quæ est inter a & b, similis est illi quæ est inter c & d. Hæc autem similitudo quæ ex istis proportionibus resultat: dicitur proportionalitas.



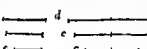
5 **Quantitates autem quæ dicuntur continuam habere proportionalitatem, sunt quarum æque multiplicia aut æqua sunt, aut æque sibi sine interruptione addunt aut minuunt.**

CAMPANVS. Supposita diuisione proportionalitatis per cõtinuam & discontinuam: diffinit membra diuidentia, & primo continuam. Immo (ut uerius dicam) supposita diuisione proportionalium per cõtinue proportionalia & incontinue: diffinit non continuam proportionalitatem nec continuam, sed continue proportionalia & incontinue: diffinitio autem continuæ proportionalitatis & incontinuæ, satis patet per diffinitionem continue prooortionalium & incontinue. Continua autem proportionalitas, est cum quotlibet quantitatum eiusdem generis, in qua proportione prima antecedit secundam, in eadem quælibet aliarum antecedit proximo consequentem: ut cum dicimus, sicut se habet a ad b, ita b ad c, & c ad d: eritq́; quælibet earum, antecedens & consequẽs: excepta prima quæ est solum antecedẽs, & ultima quæ est tantum consequens. Et in hac quidem proportionalitate necesse est, omnes quantitates esse eiusdem generis propter continuationem proportionum, eo quod non sit proportio inter quantitates quæ sunt generum diuersorum & hæc erit ad minus in tribus terminis constituta. Incontinua autem proportionalitas, est cum quatuor quãtitatum siue omnes fuerint eiusdem generis, siue duæ primæ unius, & duæ postremæ alterius, in qua proportione prima antecedit secundam in eadem tertia antecedit quartam: ut cum dicimus, sicut se habet a ad b ita c ad d: eritq́; earum quælibet, aut tantum antecedens aut tantum consequẽs: nec est necesse ut sint omnes quatuor eiusdem generis sicut erat in proportionalitate continua: eo qđ consequẽs primæ proportionis non cõtinuatur antecedenti secũdæ, sed possibile est ut sint eiusdem generis: & possibile est, ut sint diuersorum. Sicut enim contingit lineam reperiri duplam ad lineam, aut triplam: ita superficiem ad superficiem, & corpus ad corpus, & tempus ad tempus, & numerum ad numerum.





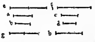
Viso quid sit cõtinua proportionalitas, & quid incontinua, explanemus diffinitionem continue proportionalium præmissam. Quantitates (inquit) proportionales continue, sunt quarũ æque multiplicia aut sibi sunt æqualia, aut æque sibi sine interruptione addũt aut minuũt: uerbi gratia. Sint tres quantitates eiusdem generis a, b, c: ad quas sumãtur d, e, f: æque multiplicia, ut sicut d est multiplex ad a, ita e sit multiplex ad b, & f ad c: eruntq́; omnes in eodem genere: multiplicia enim & submultiplicia, in eodem sunt genere: sitq́; ut d, e, f aut sint æqualia adinuicem: aut similiter se habeant in addendo aut minuendo: ita q sicut d addit super e aut minuit ab ipso: ita e addat super f aut minuat ab ipso. Cũ hæc, inquam, multiplicia sic se habuerint: erunt tres quantitates a, b, c, continue proportionales. Multiplicia autem non intelligas similiter sic se habere in addendo aut minuendo, quantum ad quantitatem excessus, sed quantum ad proportionem: aliter enim diffinitio esset falsa. Nam quarumlibet quantitatum eiusdem generis æquis se differentijs excedentium: æque multiplia accepta æquis etiam differentijs se



exce-

excedunt. Vnde similiter se habent in addendo & minuendo quantum ad quantitatẽ excessus: nec tamen priores quantitates sunt continue proportionales: immo minorum est semper maior proportio. Hoc autem ideo euenit, quoniam eacum multiplicia non similiter se excedunt, quantum ad proportionem, sed solum quantũ ad quantitatem excessus, est enim & ibi in minoribus multiplicibus maior proportio: uerbi gratia. Sumantur tres numeri æquis differentijs se excedentes, in medietate uidelicet arithmetica, ut 2, 3, 4: horum trium omnes æque multiplices æqualiter se excedunt: dupli quidem binario, tripli ternario, & sic de cæteris: non tamen sunt 2, 3, 4 continue proportionalia: immo minorum est maior proportio: est enim ipsorum proportio sesquialtera & maiorum sesquiterna, quia ergo inter eos non est similitudo proportionum: non erit inter eos proportionalitas: & ideo neque continua neq; incontinua. Patet ergo similitudinem illam additionis aut diminutionis, non intelligi quantum ad quantitatem excessus, sed quantum ad proportioonem: erit itaq; sensus diffinitionis præmissæ. Continue proportionalia, sunt quorum omnia multiplicia æqualia sunt continue proportionalia. Sed noluit ipsam diffinitionem proponere sub hac forma: quia tunc diffiniret idem per idem, apertæ tamen rei est istud cum sua diffinitione conuertibile. Tres autem quantitates a, b, c oportet esse eiusdem generis: ad hoc ut earum multiplicia sibijnuicem æqualia sint, aut similiter se habeant in addendo aut minuendo, Si enim a, & b essent diuersorum generũ, essent etiam d & e ipsarum a & b multiplicia, eocundem diuersorum generum, propter hoc quod multiplicia & submultiplicia eiusdem sunt generis: quare d non esset æqualis e: nec ea maior aut minor: nam quantitates diuersorum generum, non sunt adinuicem comparabiles.

6 **Quantitates quæ dicuntur esse secundum proportionem unam, prima ad secundam & tertia ad quartam, sunt quarum primæ & tertiæ multiplices æquales, multiplicibus secundæ & quartæ æqualibus fuerint similes, uel additiotie, uel diminutione, uel æqualitate eodem ordine sumptæ.**



CAMPANVS. Posita superius diffinitione quantitatum continue proportionalium: hic ponit diffinitionem incontinue proportionalium: & est quod quarumlibet 4 quantitatum quarum primæ & tertiæ æque multiplicia sumpta fuerint, itemq; secundæ & quartæ æque multiplicia, fueritq; multiplex primæ, sic se habens ad multiplex secundæ quantum ad additionem aut diminutionem aut æqualitatem sicut multiplex tertiæ ad multiplex quartæ erit proportio primæ earum ad secundam, sicut tertiæ ad quartam: uerbi gratia. Sint quatuor quantitates a, b, c, d: sumanturq; ad primam & ad tertiam quæ sunt a & c: æque multiplicia utpote dupla quæ sint e & f. Itemq; ad secundam & quartam quæ sunt b & d; sumantur alia æque multiplicia utpote tripla, quæ sint g & h: sitq; ut hæc 4 multiplicia sic sumpta comparatá adijnuicem secundum ordinem primarum quatuor quantitatum, ita, uidelicet, quod e comparetur ad g, & f ad h, non autem e ad f aut g ad h: sint similia in additione, diminutione & æqualitate uidelicet quod si e addit supra g & similiter f adddat supra h, aut si e minuit à g, & f similiter minuat ab h: aut si e est æqualis g, & similiter f sit æqualis h: tunc proportio a ad b est sicut c ad d: similitudo autem in addendo aut diminuendo, intelligatur hic sicut in diffinitione continue proportionaliũ, uidelicet nõ quantum ad quantitatem excessus, sed quantum ad proportionem. Quod autem dicit eodem ordine sumptæ, intelligatur sicut expositum est: uidelicet ut multiplicia nõ referantur adinuicem secundum ordinem earum quantitatum, quibus æque multiplicia assumuntur, ut multiplex primæ non referatur ad multiplex tertiæ, aut multiplex secundæ ad multiplex quartæ, sed referatur secundum primum ordinem ipsarum 4 quantitatum, uidelicet multiplex primæ ad multiplex secũdæ, & multiplex tertiæ ad multiplex quartæ. Erit itaque sensus istius diffinitionis. Incontinue proportionales: sunt quatuor quantitates, & proportio primæ ad secundam est sicut tertiæ ad quartam: cum sumptis æque multiplicibus ad primam & tertiam, itemq; æque mul-

multiplicibus ad secundam & quartam: erit proportio multiplicis primæ ad multiplex secundæ, sicut multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ. Sed non diffiniuit sub hac forma, propter causam prædictam: licet a parte rei idem sit. Non est autem necessariũ ut quatuor quãtitates a, b, c, d sint eiusdem generis, eo quod b non cõtinuatur in proportione cum c: sed possunt esse duæ primæ unius generis, & duæ sequentes alterius. Per quod patet quod necesse est referri multiplex primæ ad multiplex secũdæ, & multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: non autem multiplex primæ ad multiplex tertiæ, aut multiplex secundæ ad multiplex quartæ: quia non semper sunt eiusdem generis multiplex primæ & tertiæ, nec multiplex secundæ & quartæ: fuit autem necesse sumere æque multiplices ad primã & tertiã itemq; æque multiplices ad secundã & quartã, & non æque multiplices ad primam & secũdam, & item non æque ad tertiam & quartam: quia nisi per multiplicium sumptionem continuentur termini primæ proportionis cum terminis secundæ, non erit per quid sit proportio a ad b sicut c ad d.

7 Quantitates quarum proportio est una, proportionales nominantur.

CAMPANVS. Postquam diffiniuit quantitates continue proportionales & incõtinue: diffinit quantitates proportionales simpliciter, & patet diffinitio.

8 Cum fuerint primæ & tertiæ æque multiplices, itemq; secundæ & quartæ æque multiplices, addetq; multiplex primæ super multiplicem secundę, non addet autem multiplex tertiæ super multiplicem quartæ, dicetur prima maioris proportionis ad secundam, quàm tertia ad quartam.

CAMPANVS. Diffinitis quantitatibus proportionalibus, diffinit quantitates improportionales. Sunt autẽ improportionales, inter quas non est similitudo proportionum, quod contingit dupliciter, aut quia maior est proportio primæ ad secundam quam tertiæ ad quartam: aut quia minor: & ideo eius sunt duæ species. Prima, quando maior est proportio primi ad secundum, quam tertij ad quartum: & dicitur hoc, maior improportionalitas. Secunda uero, quãdo minor est proportio primi ad secundum, quam tertij ad quartum: & dicitur minor improportionalitas: diffinit ergo eas inter quas est maior proportio primæ ad secundam quam tertiæ ad quartam: quæ est maior improportionalitas: diffinitionem autem earum inter quas est minor proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam, non ponit, quia ipsa patet ex alia. Cum igitur fuerint quatuor quantitates ad quarum primam & tertiam sumpta sint æque multiplicia, & ad secundam & quartam æque multiplicia, & multiplicia primæ & secundæ relata adinuicem non se habebunt similiter multiplicibus tertiæ & quartæ relatis adinuicem in additione, diminutione & æqualitate: illæ quatuor quantitates: erunt improportionales. Quod si ita fuerit qđ multiplex primæ sit æquale multiplici secundæ, multiplex uero tertiæ sit minus multiplici quartæ: aut quod multiplex primæ sit maius multiplici secundæ, & similiter multiplex tertiæ multiplici quartæ: ueruntamen plus excedit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem excessus multiplex primæ multiplex secundæ, quàm multiplex tertiæ multiplex quartæ: aut quod multiplex primæ sit minus multiplici secundæ, & similiter multiplex tertiæ multiplici quartæ, ueruntamen minus minuit quantũ ad proportionẽ non quantũ ad quantitatem excessus, multiplex primæ multiplici secũdæ, quàm multiplex tertiæ à multiplici quartæ: erit quolibet istorum

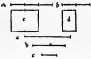
		16		18
	1	8	3	9
1	2	4	4	6
		16		24

		18		16			24		18
	1	9	3	8		1	8	3	6
2	2	3	4	4		2	4	4	5
		12		16			16		20

		10		14
	1	5	3	7
3	2	3	4	4
		9		12

		16		14
4	1	8	3	7
	2	6	4	5
		18		15

istorum 4 modorum maior proportio primæ ad secundam, quàm tertiæ ad quartã. Quatuor aũt modis istis oppositis erit minor proportio primæ ad secundam, quàm tertiæ ad quartam. Exempla autem istorum omnium euidenter sumẽtur ex numeris. Additio ergo illa multiplicis primæ super multiplex secundæ, non autem multiplicis tertiæ super multiplex quartæ, de qua loquitur auctor in diffinitione, latitudinẽ habet ad istos 4 modos prædictos, & ipsos cõprehendit. Vnde sensus istius diffinitionis est: cum sumptis sic multiplicibus ut proponit, fuerit maior proportio multiplicis primæ ad multiplex secundæ, quàm multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ: erit maior proportio primæ ad secũdam quàm tertiæ ad quartam, non diffiniuit autem sub hac forma. propter communem causam prius dictam. Vel possumus dicere, quòd additio multiplicis primæ super multiplex secundæ, & non multiplicis tertiæ super multiplex quartæ, de qua loquitur in præmissa diffinitione maioris improportionalitatis, proprie accipitur prout uerba diffinitionis sonant: & non se extendit nisi ad secundum quatuor prædictorum modorum: licet reuera quolibet illorum quatuor modorum sit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam: unde sensus illius diffinitionis est: cum sumptis sic multiplicibus ut proponit, si multiplici primæ existente maiori multiplici secundæ, non sit necessarium quod multiplex tertiæ sit maius multiplici quartæ: tunc erit maior proportio primæ ad secũdam quàm tertiæ ad quartam: propter hoc autem nõ posuit reliquos tres additionis modos in prædicta diffinitione, quia iste est illis omnibus magis planus, & ad dictam diffinitionem sufficiens. Nusquam enim est maior proportio primæ 4 quatuor quantitatũ ad secundã quam tertiæ ad quartam: quin cõtingat aliqua æque multiplicia ad primam & tertiã reperiri: quæ cum relata fuerint ad aliqua æque multiplicia secundæ & quartæ, inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secũdæ, non autem multiplex tertiæ super multiplex quartæ. Nec usquam contingit hoc reperire, quin sit maior proportio primæ ad secundam quam tertiæ ad quartã, ut demonstrabimus infra supra decimam huius. Possunt autem esse hæ quantitates improportionales diuersorum generum, sicut & quantitates incontinue proportionales si intra eas fuerit incontinua improportionalitas, ut si dicatur maior est proportio a ad b, quam c ad d. Si autem fuerit continua improportionalitas: erunt omnes eiusdem generis necessario sicut sunt in continua proportionalitate, ut si dicatur maior est proportio a ad b, quàm b ad c.



9 Est autem proportionalitas, ad minus inter tres terminos constituta.

CAMPANVS. Postquam auctor diffiniuit proportionem, proportionalitatem, & quantitates proportionales & improportionales: ostendit quis sit minimus numerus terminorum inter quos proportionalitas potest consistere: maximum autem nõ ponit, quia illum non contingit sumere: potest enim proportio quælibet continuari in terminis infinitis, siue fuerit rationalis proportio siue irrationalis. Ad proportionalitatem autem exiguntur ad minus duæ proportiones similes, eo quod proportionalitas sit similitudo proportionum. Quælibet autẽ proportio habet antecedens & consequẽs: ergo quælibet proportionalitas habet ad minus duo antecedentia & duo consequẽtia: hoc est, impossibile fieri in paucioribus quam tribus terminis, in quibus medius eorum anteedens est & consequens, & ideo proportionalitas erit continua: quare in tribus terminis ad minus erit continua proportionalitas constituta. Incontinua autem non erit in paucioribus quàm in 4, eo quod in ipsa quilibet terminus est tantum antecedens aut tantum consequens: idem intellige de minori numero terminorum improportionalitatis. si enim fuerit continua, erit ad minus inter tres terminos. Si incontinua, ad minus inter quatuor.

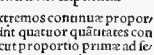
10 Si fuerint tres quantitates continue proportionales: dicetur proportio primæ ad tertiam, proportio primæ ad secundam duplicatam.

CAMPANVS. Diffinit proportionẽ quæ est inter extremos terminos cõtinuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ, & dicit qđ si fuerit proportio primi ad secun-

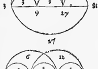
secundum, sicut secundi ad tertium: erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata, hoc est, ex duabus talibus composita: siue (quod idem est) erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secũdum duplicata, hoc est, in se multiplicata: uerbi gratia in numeris. Sint tres numeri continue proportionales, sintq; continue dupli, ut 2, 4, 8: proportio autem primi ad tertium, erit sicut proportio primi ad secundum in se multiplicata: proportio autem primi ad secundũ est dupla: dupla uero in se multiplicata, producit quadruplam: unde proportio extremorum est quadrupla, uidelicet duplum dupli: uel secundum priorem expositionem, proportio extremorũ est sicut proportio primi ad secundum duplicata, quia quadrupla constat ex duabus duplis.

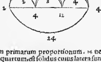
11 **Cum fuerint quatuor quantitates continue proportionales, proportio primæ ad quartam, dicetur proportio primæ ad secundam triplicata.**

CAMPANVS. Diffinit proportionem quæ est inter extremos continuæ proportionalitatis in quatuor terminis constitutæ: & dicit si fuerint quatuor quãtitates continue proportionales: erit proportio primæ ad quartã, sicut proportio primæ ad secundam triplicata, hoc est, ex tribus talibus composita, quoniam tres tales inueniuntur in ea: siue (quod idem est) erit proportio primæ ad quartam, sicut primæ ad secundam triplicata, hoc est in se, postea in productũ multiplicata: uerbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continue proportionales, sintq; continue tripli, ut sint 1, 3, 9, 27: proportio primi ad quartum erit sicut proportio primi ad secundum in se, postea in productũ multiplicata: proportio autem primi ad secũdum, est tripla: tripla uero in se multiplicata: producit noncuplam, & tripla in noncuplam, producit uigincuplamseptuplã: erit itaq; proportio extremorum uigincuplaseptupla, quod est triplum tripli. Vel secundum priorem expositionem, proportio extremorum est sicut proportio primi ad secũdum triplicata, quia uigincuplaseptupla constat ex tribus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continuæ proportionalitatis inter plures quam quatuor terminos constitutæ, propter id quod dimensiones in rebus naturalibus repertæ, non excedunt ternarium. Denominatio autem proportionis duarum quantitatũ quibus nullum interponitur medium, habet naturam lineæ. Earum uero quibus interponitur unum medium in continua proportionalitate: habet naturam superficiei, eo quod fit ex multiplicatione denominationis duarum primarũ in se. Omne autẽ quod ex multiplicatione lineæ in lineã producitur, naturam habet superficiei: si in se quidem, quadrati: si uero in alteram, parte altera longioris. Sed proportionis earum quãtitatum denominatio quibus in continua proportione duo media interponuntur: naturam habet solidi: quia prouenit ex multiplicatione denominationis duarum primarũ primo in se: ex qua multiplicatione producitur superficies deinde in productum, ex qua multiplicatione prouenit solidum siue corpus: omne etenim q^d ex multiplicatione lineæ in superficiẽ producitur, crescit in solidũ. Est ergo ac si diceret proportio duarum quantitatum, est simplex interuallum, & habens naturam simplicis dimensionis ut lineæ: proportionalitas antem trium, est duplex interuallum, & habens naturam duplicis dimensionis ut superficiei: proportionalitas autem quatuor, est triplex interuallum, & habens naturam trinæ dimensionis aut solidi. Et quia dimensiones ulterius non procedunt: ideo non diffiniuit proportionem contentã inter extremos proportionalitatis in quinq; terminis, aut pluribus constitutæ: uel non diffiniuit poportionem in his, quia earum proportio habetur ex prædictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis proportio extremorum constat ex proportione primorum duplicata, & in quatuor terminis constat, ex eadem triplicata, in quinq; terminis constat ex eadem quadruplicata, & in sex ex eadem quincuplicata: unde quemadmodũ in tribus terminis continue proportionalibus proportio extremorum continet proportionẽ primorũ bis, & in 4 terminis ter, sic in quinq; terminis cõtinebit quater, & in sex quinquies, & ita deinceps: ut semper proportio extremorum in terminis cõtinue proportionalibus toties contineat proportionem primorum quot sunt omnes termini, minus



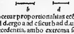
nus uno. Similiter quoque si proportio extremorum continuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ, est ea quæ producitur ex proportione primorum in se semel multiplicata, & in quatuor in se bis multiplicata, in quinque terminis ea quæ producitur ex proportione primorum in se ter multiplicata, & in sex terminis quater, & sic semper termini fuerint duobus plures multiplicationibus, siue ut multiplicationes sint æquales medijs extremis interpositis. Et nota quod etiam in proportionalitate cõtinua extremorũ, proportio producitur ex omnibus proportionibus intermedijs, ut ex prædictis apparet, & quod proportio extremorum continuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ denominatur a quadrato, in quatuor uero terminis cõstitutæ denominatur à cubo, quorum quidem quadrati & cubi latus est denominatio proportionis primi ad secundum, uerbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continuæ proportionales qui sint continue tripli 1, 9, 27, 81, proportio primi ad secundum, denominatur à ternario, est enim tripla, primi uero ad tertium, à nouenario qui est quadratus ternarij, nã ipsa est nõcupla. At uero proportio primi ad quartũ denominatur à 27 qui est cubus denominationis proportionis primi ad secũdũ uidelicet ternarij, ipsa enim est uigincupla septupla. Et proportio extremorum improportionalitatis continuæ in tribus terminis constitutæ, denominatur à superficiali nõ quadrato, cuius latera sunt denominationes ipsarũ proportionum, in quatuor uero terminis cõstitutæ: denominatur a solido nõ cubo, cuius tria latera sunt denomationes trium proportionum, quod etiam patet in numeris. Sint quatuor numeri continuæ improportionales, qui sint 2, 4, 12, 48 in quibus proportio primi ad secundum est dupla, secũdi ad tertium tripla, & ideo primi ad tertium sexcupla, tertij uero ad quartum quadrupla. & Senarius ergo qui est denominatio proportionis primi ad tertium, est superficialis, cuius latera sunt 2 & 3 quæ sunt denominationes duarum primarum proportionum. 24 uero qui est denominatio proportionis primi ad quartum, est solidus cuius latera sunt 2, 3, & 4, quæ sunt denominationes trium proportionum inter illos quatuor terminos existentium.





11 Quantitates quæ sunt in proportione una, antecedens ad consequentem & antecedens ad consequentem, dicetur econtrario sicut consequens ad antecedentem, sic consequens ad antecedentem. Itémque permutatim sicut antecedens ad antecedentem, sic etiam consequens ad consequentem.

CAMPANVS. Diffinit species proportionalitatis, quæ sunt sex, uidelicet conuersa, permutata, disiuncta, euersa, & æqua. Sũt autem hæ species, quasi quidam modi arguendi. Diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem & permutatam, in quibus manent antecedentia & consequentia eadem secundum substantiam (quod non est in disiuncta, coniuncta, aut euersa) & in quibus nihil extra sumitur ut inequa. Vocat autem antecedens, primũ extremum proportionis: consequens uero uocat secundum. Vult itaque per hanc diffinitionẽ, quod si fuerit proportio a ad b sicut c ad d, & ex hoc ergo concludam ergo b ad a sicut d ad c, uidelicet ut faciam de antecedentibus consequentia, & de consequentibus antecedentia: quod iste modus arguendi uocetur proportionalitas ecõtrario siue conuersa. Si autem sic arguam a ad b sicut c ad d, ergo a ad c sicut b ad d, uidelicet ut ambo extrema primæ proportionis fiant antecedentia, ambo extrema secundæ, consequentia: uult quod iste modus arguendi uocetur proportionalitas per

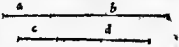


mutata,& in isto modo arguendi fit antecedens secundæ proportionis, consequens primæ,& consequens primæ, antecedens secundæ.

13 **Coniuncta uero proportionalitas dicitur, quoties sicut antecedens cũ consequente ad consequens, sic etiam antecedens cum consequente ad cõsequens.**

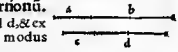
CAMPANVS. Diffinit coniunctam, disiunctam,& euersam, in quibus etiam nihil extra sumitur, sed termini non manent in ipsis ijdem secundum substantiam,& uult quod si ita fuerit ut sit a ad b, sicut c ad d,& ego ex hoc cõcludam ergo totius a b ad d b sicut totius c d ad d, quod iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.

14 **Disiuncta uero proportionalitas, dicitur augmentorum antecedentiũ supra consequentia æqua comparatio.**



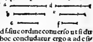
CAMPANVS. Vult quod si fuerit proportio totius a b ad b sicut totis c d ad d,& ex hoc ego concludam ergo a ad b sicut c ad d, quod iste modus arguendi uocetur disiuncta proportionalitas.

15 **Euersa proportionalitas, dicitur quorumlibet antecedentiũ ad augmẽta sui supra consequentia sua similitudo proportionũ.**

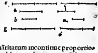


CAMPANVS Vult quod si fuerit a b ad b, sicut c ad d,& ex hoc ego cõcludam ergo a b ad a sicut c d ad c, quod iste modus arguendi dicatur euersa proportionalitas.

16 **Aequa proportionalitas dicitur, quantitatibus plurimis propositis, alijsque secundum eundem numerum in una proportione applicatis mediorum æquali numero remoto, utrorumque summorum similitudo proportionum.**



CAMPANVS. Diffinit æquam proportionalitatem, quæ ad probandum propositum ad extra sumitur.& uult quod si sumãtur quotlibet quantitates, ut a b c, itemq́ totidem aliæ, siue sint eiusdem generis cum primis siue alterius ut d e f, fuerintq́ secundæ in proportione primarum siue eodem ordine ut si dicatur a ad b sicut d ad e,& b ad c sicut e ad f, siue ordine conuerso ut si dicatur a ad b, sicut e ad b. & b ad c sicut d ad e. & ex hoc concludatur ergo a ad c sicut d ad f, quod iste modus arguendi uocetur æqua proportionalitas. Horum autem sex modorum arguendi qui dicuntur species proportionalitatis, quatuor probat autor in litera infra in isto quinto. Permutatam quidem proportionalitatẽ, probat in 16 huius, disiunctam uero, in 17, coniunctam in 18, æquam uero proportionalitatem, demonstrat in 22 & 23; sed in 22, cum quantitates duorum ordinum eodem ordine sunt proportionales, in 23 uero: cum & sunt proportionales ordine conuerso. Conuersam uero proportionalitatem aut euersam non demonstrat, eo quod conuersa patet ex diffinitione quantitatum incontinue proportionalium. Euersa autem patet ex permutata adiuuante 19 ut super eandem 19 sumus dicturi. Qualiter autem cõuersa proportionalitas ex diuisione quantitatum incontinue proportionalium manifesta fit, demonstremus nũc. Sit ergo proportio a ad b, sicut c ad d, uolo ergo demõstrare quod erit b a d a, sicut d ad c. Sumãtur e ad a,& f ad c, æque multiplicia, similiter quoque g ad b,& h ad d, æque multiplicia, eritque per conuersionẽ diffinitionis quãtitatum incontinue proportionalium, ut e,& g itemque f & h similiter se habeant in additione diminutione & æqualitate intelligo tunc b primum, a secundũ, d tertium, c quartum, sumptaq́ sunt ad primum & tertiũ, g & h æque multiplicia. Itemque ad secundũ & quartũ, e & f, æque multiplicia. Et quia multiplicia primi & secundi quæ sunt g & e similiter se habent multi-

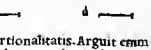


plicia

plicibus tertij,& quarti quæ sunt h & f,adinuicem in additione,diminutione & æqualitate,erit per dictā diffinitionē proportio b primi ad a secundū,sicut c tertij ad d,quartum,quod est propositū. Cōstat itaq; modus arguendi qui dicitur conuersa proportionalitas. Huius autem quinti libri principia plurimis difficillima esse uidentur, & quibusdam conclusionibus quas ex ipsis demonstrat,magis ab intellectu distantia. Nihil enim uidetur intellectui immediatius adhærere,quàm quòd duarum quarūlibet quantitatum æqualium sit ad tertiam quamlibet una proportio, quod tamen huius quinti septima demonstrat,ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis,quæ ab intellectu primo uidetur quamplurimum esse remota,quis enim nō facilius duarū quantitatū æqualiū ad aliquā tertiā,eādem esse proportionē cōcedat: quàm quatuor quantitatum si multiplicia primæ & tertiæ æqualiter sumpta multiplicibus secūdæ & quartæ æqualiter sumptis similiter se habuerint in additione,diminutione & æqualitate,esse proportionē primæ ad secundā sicut tertiæ ad quartam: Verū si subtiliter intuemur liquido constabit non posse uniri intellectui quod proportio duarum quantitatum æqualiū ad tertiā sit una,nisi per quid est esse proportionē unam,si enim quis ignoret quid est esse proportionē unā eandē proportionē alteri,quomodo cognoscet duarū quantitatū æqualiū esse eandē proportionē ad tertiā: Indiget igitur proculdubio intellectus antequam illam quæ uidebatur cōceptibilis propositio,apprehendat,huius rei quæ per ipsius diffinitionē habebitur cognitione,postmodū utrū ea diffinitio duabus quantitatibus æqualibus ad tertiam comparatis cōueniat pertractatione. quod si diffinitio inuenta fuerit illis quantitatibus conuenire,concludetur propositum, sin autem oppositum. Nō est igitur immediata propositio,quàm superficialis apprehensio immediata iudicauit. Similiter quoque immediatius iudicat prima apprehensio adhærere intellectui quod duarū quantitatū inæqualium maior est proportio maioris earum ad aliā quam minoris ad eandem,quàm demonstrat 8 huius,quàm quod 4 quantitatum sit maior proportio primæ ad secundam quam tertiæ ad quartam,cum multiplicibus ad primam & tertiā æqualiter sumptis,itemq; alijs ad secundā & quartam æqualiter: multiplex primæ addit super multiplex secundæ, & multiplex tertiæ non addit super multiplex quartæ,ex quo quæ prædicta est propositio demōstratur, sed similiter nec ipsa potest intelligi nisi per quid est esse proportionem maiorem. Igitur oportuit Euclidē quæ quantitates dicūtur proportionales,& quæ improportionales diffinire. Proportionales autem,sunt quarū proportio una est,& improportionales,quarum proportiones diuersæ. Itaque diffiniuit quantitates quarū proportio una est,& eas in quibus connectuntur extrema non dissociatis medijs, quas uocauit continue proportionales,& dixit hanc proportionalitatem,in tribus terminis ad minus existere,propter hoc quod unum saltem bis sumendum est medium,& eas in quibus accidit interruptio mediorum,& hæc sunt incōtinue proportionales,& hæc proportionalitas ad minus exigit quatuor terminos,propter alterius medij sumptionē. Et diffiniuit etiā quātitates quæ sunt improportionales,quarū est maior una proportio quā sit alia. Et si esset omnis proportio scita siue rationalis,tūc facile esset intellectui cognoscere quæ proportiones essent una & quæ diuersæ. Quæ enim haberent unam denominationē,essent una: quæ autē diuersas,diuersæ. hæc autem facilitas manifesta est ex arithmetica,quoniā omniū numerorū proportio scita & rationalis est. Vnde Iordanus in secūdo arithmeticæ suæ diffiniens quæ proportiones sunt eædem & quæ diuersæ,dicit easdem esse quæ eandem denominationem recipiunt. Maiorem uero,quæ maiorem, & minorē, quæ minorē. Sed infinitæ sunt proportiones irrationales,quarum denominatio scibilis non est,quare cum Euclides consideret in hoc libro suo proportionalia communiter non contrahendo ad rationales uel irrationales quoniam considerat proportionem repertam in continuis quæ communis est ad istas,non potuit diffinire identitatē proportionū,idētitatē denominationū, sicut arithmeticus,eo quod multarū proportionum (ut dictū est) sunt denominationes simpliciter ignotæ, diffinitionē autem oportet fieri ex notis,unde malitia proportionū irrationaliū,coegit Euclidē tales diffinitiones ponere. Quia ergo nō potuit (ut patet ex præmissis) diffinire proportionalitatem siue identitatem proportionum per identitatem habitudinum siue denominationum ipsorum terminorum propter irrationalitatem habitudinum & in conueniētiam terminorum: coactus est refugere ad terminorū multiplicia, ut ex illorū habitudinibus quantum ad excessum & æqualitatem consideratis æquis numerositatibus sumptorū,per quod ad naturam irrationalitatis reducūtur,propositā diffinitionē uenetur, nihil enim in quocūq; inæqualitatis genere, terminis magis idē, q̄ eorū multiplicia, nec terminorū habitudinibus, quā multiplicū habitudo. Et quia proportio est duarū quātitatū eiusdē generis certa habitudo cōsiderata in eo q̄ sunt æquales, aut altera maior, ideo idētitas proportionū existentium inter primam 4 quantitatum ad secundam, & tertiam ad quartam, est similis æqualitas primæ ad secundam, & tertiæ ad quartam aut similis maioritas, aut similis minoritas hæc autem similis æqualitas, aut similis maioritas, aut similis minoritas tunc est inter quatuor quaslibet quantitates, cum est inter omnes eacum æqualiter multiplices.

Quod ergo dicit in quinta diffinitione, quātitates quæ dicūtur cōtinuā proportionalitatē habere, sunt quarū æque multiplicia aut æqua sunt aut æqne sibi sine interruptione addūt aut minuūt: est ac si diceret, omnes illas quantitates uoco continue proportionales (q͛d est eas similiter esse æquales cōtinue, & similiter cōtinue esse maiores, & similiter cōtinue esse minores) quarū omnes æque multiplices, aut sibi inuicē sunt, similiter cōtinue æquales, uel similiter cōtinue maiores, uel similiter cōtinue minores quod est etiā ipsas multiplices esse cōtinue proportionales, quod si hoc alicubi in multiplicibus dissonat, eas dico nō esse cōtinue proportiōales. Quod autē dicit in sexta diffinitiōe. Quātitates quæ dicūtur esse secundū proportionē unā prima ad secundā & tertia ad quartā &c. est ac si diceret omnes 4 quātitates uoco incontinue proportionales, & se habere primā ad secundā, sicut tertia se habet ad quartā (quod est primā ad secundā. & tertiā ad quartā similiter se habere in æquando aut addēdo aut minuendo) quarū omnes æque multiplices primæ & tertiæ ad omnes æque multiplices secundæ & quartæ similiter se habent aut in æquando aut addendo aut minuēdo, quod est etiam multiplices primæ in eadē proportione se habere ad multiplices secūdæ, ut quā multiplices tertiæ se habēt ad multiplices quartæ, quod si hoc alicubi dissonat in multiplicibus, dico non esse proportionē primæ ad secundā sicut tertiæ ad quartā. Quod autem dicit in 8 diffinitione, est ac si diceret, maiorē proportionē uoco 4 quātitatū primæ ad secundā quàm tertiæ ad quartā (quod est primā magis excedere secūdā quam tertia excedat quartā) quarū aliqua ex multiplicibus primæ addit super aliquam ex multiplicibus secūdæ, aliqua ex multiplicibus tertiæ sumpta secundū numerationem multiplicis primæ, non addente super aliquē ex multiplicibus quartæ sumpta secūdū numerationem multiplicis secundæ, quod est esse maiorem proportionē multiplicis primæ ad multiplicem secūdæ, quam multiplicis tertiæ ad multiplicem quartæ.

Diffinitiones autē istas nisi sunt aliqui demonstrare, quorū Ametus filius Ioseph temtauit eas demōstrare in epistola sua quā de proportiōe & proportionalitate cōposuit, & accepit tria per modū positionis tanquā principia, quæ dicit esse per se nota & probatiōe non indigere. Quocū primū est q͛d si fuerint 4 quantitates, quarū sit proportio primæ ad secundā sicut tertiæ ad quartā, erit econuerso proportio secūdæ ad primā sicut quartæ ad tertiā: & hic est modus arguēdi, quē uocauit superius Euclides cōuersam proportionalitatē. Et errauit, quoniā dixit propositionē esse per se notā: cuius tamen antecedens & consequens sunt ignota. Ignotum est enim quid sit esse proportionē primæ quātitatis ad secūdam sicut tertiæ ad quartam, quare hoc ignoto posito, impossibile est intelligere quid ex ipso sequatur. Similiter quoque quia consequens est ignotum, impossibile est intelligere quid ad ipsam antecedat. Secundum principium eius fuit, quod si fuerint 4 quantitates quarum sit proportio primæ ad secundam sicut tertiæ ad quartam, si prima sit maior secunda, erit tertia maior quarta, & si minor, minor, & si æqualis, æqualis. Tertium fuit quod si fuerint 4 quātitates quacum sit proportio primæ ad secundam sicut tertiæ ad quartā, erit primæ ad quodlibet multiplex secundæ, sicut tertiæ ad æque multiplex ex multiplicibus quartæ. Et accidit sibi in istis duobus principiis idem peccatum. quod accidebat in primo, accepit enim in omnibus ignota similiter tanquam nota: quare non demonstrauit. peccauit etiam in secunda demonstratione & in quinta, in quarum qualibet arguit ex 8 uel ex 10



huius quæ probantur ex diffinitione incōtinuæ proportionalitatis. Arguit enim sic, si proportio a b ad e est maior quàm g ad d, sit ergo ut n b partis a b ad e, sicut g ad d, per quod apparet ipsum supponere quod duarum quantitatum a b & n b inæqualium relatarum ad e maior maiorem & minor minorem ad ipsam obtinet proportionem, uel quod quantitas quæ ad e habebit minorem proportionem quā habeat a b, erit minor sior a b, quorum primum demonstrat 8 huius, & secundum 10. Nam cum uult is sumere quantitatem quæ se habeat ad e in proportione g ad d, dabo tibi maiorem aut minorem aut æqualem a b indifferenter sicut uoluero, quare aut non demonstrat aut accidit sibi circulus, & principia esse ignotiora conclusionibus. Supponenda sunt igitur cum Euclide principia tanquam nota, & non ipsa ex conclusionibus, sed cõclusiones ex ipsis demonstrandæ sunt.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER QVINTVS.

Euclides ex Zamberto. Diffinitiones.

PArs est magnitudo magnitudinis minor maioris quando minor metitur maiorẽ. 2 Multiplex autẽ, maior minori, quãdo eã metitur minor. 3 Ratio, est duarũ magnitudinũ eiusdem generis* aliquatenus adinuicem quædã habitudo. 4 Proportio uero est rationũ * identitas 5 Rationem habere adinuicem magnitudines dicũtur, quæ possunt multiplicatæ inuicem excedere. 6 In eadem ratione magnitudines dicuntur esse, prima ad secundam, & tertia ad quartam: quãdo primæ tertiæ æque multiplices, secundæ & quartæ æque multiplices, iuxta quãuis multiplicationẽ utraq; utrãq; uel una excedũt, uel una æquales sunt, uel una deficiũt sumptæ adinuicem.

*κατὰ πηλικότητα, id est quo ad quantitatem quod ad quantitatem pertinet.
*ὁμοιότης

7 Eandẽ autẽ habentes rationem magnitudines, proportionales uocẽtur, 8 Quando uero æque multipliciũ multiplex primæ excesserit multiplicem secundæ, multiplex autem tertiæ nõ excesserit multiplicem quartæ, tunc prima ad secundam maiorem rationẽ habere dicetur, quàm tertia ad quartã. 9 Proportio autẽ in tribus terminis, *minima est. 10 Quãdo tres magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiam duplicem rationẽ habere dicetur quàm ad secundam. Quando autẽ quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartam triplicẽ rationẽ habere dicetur quàm ad secundã Et semper deinceps una plus, quo ad proportio fuerit. 11 *Similis rationis magnitudines dicuntur, antecedentes antecedentibus & consequentes consequentibus. 12 Permutata ratio, est acceptio antecedẽtis ad antecedẽs, & cõsequentis ad consequens. 13 *Cõuersa ratio, est acceptio cõseqoentis tanquã antecedẽtis ad antecedẽs tanquam ad consequẽs. 14 Cõpositio rationis, est acceptio antecedẽtis cũ cõsequẽte, sicut unius, ad ipsum consequẽs. 15 Diuisio rationis, est acceptio excessus quo excedit antecedẽs ipsum cõsequẽs, ad ipsum cõsequẽs. 16 Cõuersio rationis, est acceptio antecedentis ad excessum quo excedit antecedens ipsum cõsequens. 17 Aequa ratio, est pluribus existentibus ma-

*ad minus
*ὁμόλογα
*ἀνάπαλιν λόγος e contra uertit alibi
*ἀναστροφὴ λόγου

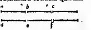
vel Ne.i.binis gnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine una sumptis & in eadem ratione quando fuerit sicut in primis magnitudinibus prima ad ultimam, sic in secundis magnitudinibus prima ad ultimam. Vel aliter. Acceptio extremarum per subtractionem mediarum. 18 Ordinata proportio, est cum fuerit antecedens ad consequens, sicut antecedẽs ad cõsequẽs & consequens ad rem aliam, sicut cõsequens ad rem aliã. 19 Inordinata proportio, est cũ fuerit antecedẽs ad cõsequens sicut antecedẽs ad cõsequẽs, & cõsequens ad rem aliam sicut res alia ad antecedẽs. 20 Extẽsa proportio, est uãdo fuerit sicut antecedẽs ad cõsequens sic antecedens ad consequens, fuerit autem & sicut consequens ad rem aliam, sic consequens ad rem aliam.

21 Perturbata autem proportio, est quando tribus existentibus magnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine, fit sicut quidem in primis magnitudinibus antecedens ad consequens sic in secondis magnitudinibus antecedens ad consequens, sicut autem in primis magnitudinibus cõsequens ad rem aliam, sic in secundis res alia ad antecedens.

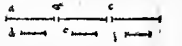
Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 SI fuerint quotlibet quantitates aliarum totidem æquæ multiplices, aut singulæ singulis æquales, necesse est quemadmodum una illarum ad sui comparem, totum quoque ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se habete.

CAMPANVS Sint quotlibet quantitates quæ sint a b, c, aliarũ totidem quæ sint d e f, æque multiplices, unaquæque ad sui comparem, aut singulæ sint singulis æquales, ita uidelicet quod sicut a est multiplex d, ita b est multiplex e, & c, multiplex f, uel si a est æqualis d, quod similiter b sit æqualis e, & c æqualis f, dico quod sicut se habet a ad d, ita se habet aggregatum ex omnibus quæ sunt a b c, ad aggregatum ex omnibus quæ sunt d e f.



Quod si singulæ singulis sint æquales, patet propositum per hanc communem scientiam, si æqualibus æqualia addantur, tota quoq; erũt æqualia. Si autem sint omnes suis cõparibus æque multiplices, diuisis eis secundum quantitatem suarum submultiplicium, erit aggregatum ex prima parte a & prima b, & prima c, æquale aggregato ex d e f. per prædictam communem scientiam adiuuante hac quæ eidem sunt æqualia inter se sunt æqualia. Similiter quoque aggregatũ ex secundis partibus quantitatum a b, erit æquale aggregato ex d e f. sicque de cæteris, & quia hoc poterit totiens fieri quotiens d continetur in a, erit ut æquale aggregatum ex d e f, totiens cõtineatur in aggregato ex a b c, quotiens d, continetur in a. Quia ergo quotiens d numerat a, totiens aggregatum ex d e f, numerat aggregatum ex a b c, patet quod sicut a est multiplex ad d, ita aggregatum ex a b c, aggregati ex d e f, quod est propositum.

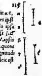


Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 Si fuerint quotcunque magnitudines quotcunque magnitudinum æqualium numero singulæ singularum æque multiplices, quotuplex est unius una magnitudo, totuplices erunt & omnes omnium.

THEON ex Zamb. Sint quodcunque magnitudines α β, γ δ, quotcunque magnitudinũ ε, ζ, æqualiũ numero, æque multiplices, singulæ singularũ. Dico quod quotuplex est α β, ipsius ε, totuplices erunt α β, & γ δ, ipsarũ ε, ζ, quos

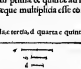
Quoniã enim æque multiplex est αη, ipsius ε, & γθ, ipsius ζ, quotcũque igitur magnitudines sunt in αη, æquales ipsi ε, totidẽ & in γθ, sunt æquales ipsi ζ. Dirimatur quidẽ αβ, in magnitudines æquales ipsi ε, hoc est αι, & ιη, & γκ, ipsi ζ, æquales magnitudines hoc est γκ, & κθ. Erit nimirũ multitudo ipsarum γκ, & κθ, multitudini ipsarum αι, & ιη, æqualis. Et quoniam æqualis est αι, ipsi ε, & γκ, ipsi ζ, & αι, & γκ, ipsis ε ζ, sunt æquales, & per hoc quoniam æqualis est ιβ, ipsi ε, & κδ, ipsi ζ, & γκ, & κδ, ipsis ε ζ. Quotcunque igitur sunt in αβ, æquales ipsi ε, tot & in ipsis αβ, & γδ, sunt æquales ipsis ε ζ, quotuplex igitur est αη, ipsius ε, totuplices sunt αβ, & γδ, ipsarũ ε ζ. Si fuerint igitur quotcunque magnitudines quotcũque magnitudinum æqualiũ numero singulæ singularum æque multiplices, quotuplex est una magnitudo unius, totuplices erunt & omnes omnium, quod demonstraſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 SI fuerint sex quantitates quarum prima ad secũdam atque tertia ad quartam æque multiplices, quinta uero ad secundam atque sexta ad quartam æque multiplices, totum primæ & quintæ ad secundam totumque tertiæ & sextæ ad quartam æque multiplicia esse conueniet.

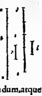
CAMPANVS Sint sex quantitates, a prima, b secunda, c tertia, d quarta e quinta, f sexta. Sintq́ a & c, æque multiplices ad b, & d. Itẽque e, & f, sint æque multiplices ad easdẽ. Dico qđ sicut totum aggregatũ ex a & e, est multiplex ad quantitatem b, ita totum aggregatum ex c & f, est multiplex ad quantitatem d. Nam quia numerus secundum quem b continetur in a, est æqualis numero secundum quem d continetur in c, similiter quoque numerus secundũ quem b continetur in e, est æqualis numero secundum quẽ d continetur in f, erit per communẽ scientiam quæ est si æqualibus æqualia addãtur & tota quoque erunt æqualia, numerus secũdum quẽd continetur in aggregato ex a & e, æqualis numero secundum quem d continetur in aggregato ex c & f, quare sicut aggregatũ ex a & e, est multiplex ad b, ita aggregatum ex c & f, est multiplex ad d, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

2 Si prima secundæ æque fuerit multiplex, & tertia quartæ, fuerit autem & quinta secũdæ æque multiplex & sexta quartæ, & cõposita prima & quinta, secundæ æque multiplex erit, & tertia & sexta quartæ.

THEON ex Zamb. Prima enim αβ, secundæ γ, æque multiplex esto, & tertia δε, ipsius ζ, quartæ, sit autẽ & quinta βη, secundæ γ, æque multiplex, & sexta εθ ipsius ζ, quartæ. Dico quod composita prima & quinta αη, ipsius γ, secundæ æque multiplex erit, & tertia & sexta δθ, ipsius ζ, quartæ. Quoniam enim æque multiplex est αβ, ipsius γ, & δε, ipsius ζ, quot magnitudines igitur sunt in αβ, æquales ipsi γ, totidem magnitudines sunt & in δε, æquales ipsi ζ. ac per hoc, & quot sunt in βη, æquales ipsi γ, tot etiam sunt in εθ, æquales ipsi ζ. Quot igitur sunt in tota αη, æquales ipsi γ, tot sunt in tota δθ, æquales ipsi ζ. Quotuplex igitur est αη, ipsius γ, totuplex est δθ, ipsius ζ. Et composita igitur prima & quinta αη, ipsius γ, secundæ æque erit multiplex & tertia & sexta δθ, ipsius ζ, quartæ. Si prima igitur secundæ æque fuerit multiplex & tertia quartæ, fuerit autem & quinta secũdæ æque multiplex & sexta quartæ, etiam composita prima & quinta, secundæ æque multiplex erit, & tertia & sexta quartæ, quod demõstraſſe oportuit.

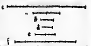


Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 SI fuerint primum secundi & tertiũ quarti æque multiplicia, ad primum uero & tertium multiplices sumantur æquales, erunt multiplex primi ad secundum, atque multiplex tertij ad quartum æque multiplicia.

CAMP. Sit sex quãtitates, a prĩa, b scđa, c tertia, d quarta, e quĩta, f sexta, sintq́ a ad b & c ad d, itẽq́ e ad a & f ad c, æque multiplices. Dico q sicut e est multiplex ad b, ita f ad d

Diuidatur enim e secundū quantitatem a sui multiplicis, & f secundum quantitatem c, eritq́ propter æqualitatem partium e ad a, & partium f ad c, ut quælibet partium e sit ita multiplex ad b, sicut quælibet partium f ad d. Quia ergo sicut prima pars e est multiplex ad b ita prima pars est multiplex ad d, itémque sicut secunda pars e est multiplex ad b, ita secunda f ad d, ergo erit per præmissam ut aggregatum ex duabus primis partibus e sit ita multiplex ad b, sicut aggregatum ex duabus primis partibus e f ad d. Et quia rursus tertia pars e (si sit aliqua tertia pars) est ita multiplex ad b sicut tertia f ad d, erit per eandem ut totū aggregatū ex tribus primis partibus e sit ita multiplex ad b, sicut totum aggregatum ex tribus primis partibus f ad d. Sicq́ (si plures fuerint partes e & f) componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus, concludes quod sicut e est multiplex ad b ita f ad d per præmissam totiens sumptā quot fuerint partes in e aut in f, minus una, sicq́ patet propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 3

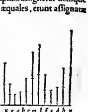
3 Si primum secundi æque fuerit multiplex & tertium quarti, sumantur autem æque multiplicia primi & tertij, etiam ex æquo eorum quæ sumpta sunt utrunque utriusque æque erit multiplex, alterum quidem secundi, alterum autem quarti.

THEON ex Zamb. *Primum enim α secūdi β, æque sit multiplex, & tertiū γ, ipsius δ, quarti, sumanturq́ ipsorū α γ, æque multiplicia ε ζ, & η θ. Dico quod æque multiplex est ε ζ, ipsius β, & η θ, ipsius δ. Quoniā enim æque multiplex est ε ζ, ipsius α, & η θ, ipsius γ, quot igitur sunt magnitudines æquales in ε ζ, ipsi α, tot etiā sunt magnitudines in η θ, æquales ipsi γ. Dirimatur quidē ε ζ, in magnitudines æquales ipsi α, hoc est ε κ & κ ζ, & η θ, in æquales ipsi γ, hoc est η λ, & λ θ, erit utiq; æqualis multitudo ipsorū ε κ, & κ ζ, multitudini ipsorū η λ, & λ θ. Et quoniā æque multiplex est α, ipsius β, & γ ipsius δ, æqualis autē est ε κ, ipsi α, & η λ, ipsi γ, æque igitur est multiplex ε κ, ipsius β, & η λ, ipsius δ. Ac per hoc iam æque multiplex est κ ζ, ipsius β, & λ θ, ipsius δ. Quoniā igitur primū ε κ, ipsius β, secundi æque est multiplex & tertiū η λ, ipsius δ, quarti est autem & quintū κ ζ, ipsius β, secundi æque multiplex & sextū λ θ, ipsius δ, quarti, & compositū igitur (per 2 quinti) primum & quintū ε ζ, ipsius β, secundi æque est multiplex, & tertium & sextum η θ, ipsius δ quarti. Si primum igitur secundi æque fuerit multiplex & tertiū quarti, sumanturq́ primi & tertij æque multiplicia, etiā ex æquo eorum quæ sumpta sunt utrumq; utriusq; æque erit multiplex, alterum secundi, alterum autem quarti, quod oportebat demonstrare.*

Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 SI fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad quartum, ad primum autem & tertium æque multiplicia assignētur itemque ad secundum & quartum multiplices æquales, erunt assignatæ multiplices eodem ordine proportionales.

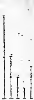
CAMPANVS. Sit proportio a primi ad b secundū. sicut c tertij ad d quartū, sumanturq́ e ad a, & f ad c, æque multiplicia: itēque g ad b, & h ad d, æque multiplicia. Dico quod proportio e ad g, est sicut f ad h. Sumam k ad e, & l ad f, æque multiplicia, itemque m ad g: & n ad h, æque multiplicia. Et quia e & f, sunt æque multiplicia ad a, & c, itemq́ k & l æque multiplicia ad e & f, erunt per præmissam k & l, æque multiplicia ad a & c, per eandem quoq́ erunt m & n, æque multiplicia ad b, & d. Quare per cōuersionem diffinitionis incōtinuæ proportionalitatis, k ad m, & l ad n. similiter se habebunt in addendo, diminuendo & æquādo. Quia ergo k & l sunt æque multiplicia ad e & f, itemq́ m & n, æque multiplicia ad g & h, erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis proportio e ad g, sicut f ad h, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 4

4 Si primum ad secundum eandem habuerit ratione͂,& tertium ad quartum,etiam æque multiplicia primi & tertij ad æque multiplicia secundi & quarti iuxta quamuis multiplicationem,eandem habebunt ratione͂ sumpta adinuicem.

THEON ex Zamb. Primum enim α,ad secundum β,eandem habeat rationem,quam tertiu͂ γ,ad quartu͂ δ. Et sumantur quide͂ ipsoru͂ α γ,æque multiplicia,ε ζ,& ipsoru͂ β δ,alia utcu͂q; multiplicia η θ. Dico quod sicut se habet ε,ad ipsum η,sic se habebit ζ,ad ipsum θ. Sumantur enim ipsoru͂ ε ζ, æque multiplicia κ & λ,& ipsorum η θ,alia quomodocu͂q; æque multiplicia,hoc est μ,& ν. Et quoniam æque multiplex est ε,ipsius α,& ζ,ipsius γ,& sumpta sunt ipsoru͂ ε ζ,æque multiplicia κ & λ,igitur κ.(per 3 quinti) æque multiplex est ipsius α,& λ,ipsius γ,& propterea, æque multiplex est quoq; μ,ipsius β,& ν,ipsius δ. Et quoniam est ut α,ad β sic γ,ad δ,& sumpta sunt ipsoru͂ κ λ,æque multiplicia κ λ,ipsorum autem β δ,alia quomodocu͂q; æque multiplicia,hoc est μ,ν,si igitur excedit κ,ipsum μ,excedit & λ,ipsum ν,& si æquale,æquale,& si minus,minus,(per 6 diffinitionem ter ij) Sunt autem κ λ,ipsorum ε ζ æque multiplicia,& μ ν,ipsoru͂ η θ,alia quomodocu͂q; æque multiplicia. Est igitur ut ε,ad η,sic ζ,ad θ. Si primum igitur ad secundum eandem habuerit rationem & tertiu͂ ad quartum,etiam æque multiplicia primi & tertij ad æque multiplicia secundi & quarti iuxta quamuis multiplicationem eandem ratione͂ habebunt sumpta adinuicem,(per 6 diffinitionem quinti. Quod oportebat demonstrare.



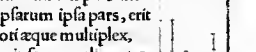
LEMMA siue assumptio. Quonia͂ igitur demo͂strata͂ est quod si excedit κ,ipsum μ excedit quoq; & λ,ipsum ν,& si æquale,æque:& si minus,minus:manifestu͂ est quod si μ,ipsum κ,excedit & ν,excedit ipsum λ & si æquale,æquale:& si minus,ac per hoc erit ut η,ad ε,sic θ,ad ζ.

CORRELARIVM Hinc manifestu͂ est quod si quatuor magnitudines proportionales fuerint,& contra quoque proportionales erunt.

Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 Si fuerint duæ quantitates quarum una sit pars alterius, minuaturque ab utraque ipsarum ipsa pars, erit reliquu͂ reliquo atque totum toti æque multiplex, Vel sic,minuaturq; ab utraque ipsarum ipsa pars aliquota, erit reliquum reliqui tota pars,quota totum totius.

CAMPANVS Sit quantitas a b tota pars quantitatis c d,quota est e b ipsius a b,minuaturq; a b ex qua͂titate c d,& sit residuu͂ f c,eritq; f d,æqualis a b,similiter quoq; minuatur e b ex qua͂titate a b.sitq; residuum e a. Dico quod quota pars est qua͂titas a b quantitatis c d tota est quantitas a e quantitatis c f. Cu͂ enim f d sit æqualis a b,erit f d,ita multiplex e b,sicut c d est multiplex a b,pona͂ itaq; d g ita multiplice͂ a e,sicut f d,est multiplex e b eritq; ex prima huius qua͂titas f g,ita multiplex a b,sicut f d,est multiplex e b,& quia sic fuit c d,multiplex a b,sicut f d,fuit multiplex e b erit utraque duaru͂ quantitatu͂ c d f,g,æque multiplex qua͂titatis a b,quare per co͂munem scientiam,c d & f g sunt æquales adinuicem,dempta igitur ab utraq; earu͂,qua͂titate f d,erit c f æqualis d g. Et quia d g fuit ita multiplex a e sicut f d,e b.& ideo sicut a b,e b quare & sicut c d,a b,erit c f,ita multiplex a e,sicut tota c d totius a b,quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

5 Si magnitudo magnitudinis æque fuerit multiplex, & ablata ablatæ,& reliqua reliquæ,ita erit multiplex ut tota totius est.

THEON ex Zamb. Magnitudo etenim α β,magnitudinis γ δ,æque multiplex esto,atque & ablata α ε,ablatæ γ ζ. Dico quod & reliqua ε β,reliquæ δ ζ,æque erit multiplex atq; tota α β,totius γ δ,est multiplex. Quotuplex est α ε,ipsius γ ζ,totuplex fiat ε β,ipsius γ η. Et quonia͂ (per 1 quinti,æque multiplex est α ε,ipsius γ ζ,& η β,ipsius γ δ,ponitur aute͂ æque multiplex α ε,ipsius γ ζ,& α β,ipsius η ζ, æque igitur est multiplex α β,utriusq; ipsoru͂ η ζ,& γ δ,æqualis igitur est η ζ,ipsi γ δ. Co͂munis auferatur γ ζ, reliqua igitur η γ,reliquæ δ ζ,est æqualis. Et quonia͂ æque multiplex est α ε, ipsius γ ζ,& ε β, ipsius η γ, æqualis autem est η γ,ipsi δ ζ,æque igitur est multiplex α ε,ipsius γ ζ,& ε β,ipsius ζ δ. Aeque autem ponitur multiplex

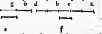
tiplex

tiplex αε, ipsius γζ, & αβ, ipsius γδ, æque igitur est multiplex εβ, ipsius ζδ, & αβ, ipsius γδ. Et reliqua igitur εβ, reliquæ ζδ, æque multiplex erit: quotuplex est tota αβ, totius γδ. Si magnitudo igitur magnitudinis æque fuerit multiplex & ablata ablatæ: & reliqua reliquæ æque multiplex erit, quotuplex est tota totius. Quod demonstrasse oportuit.

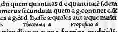
Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 SI fuerint duæ quantitates ad alias duas æque multiplices duæq; minores à duabus maioribus utraque à sua multiplice subtrahantur, erunt duo reliqua earundem partium æque multiplicia, aut eis æqualia.

CAMPANVS Sint quantitates a b ad c. & d e ad f, æque multiplices, subtrahantur que c ex a b, & f ex d e, & sint residua ex a b quidem a g, ex d e, d h, eritq; g b, æqualis c, & h e æqualis f, dico quod duo residua a g & d h erunt æqualia duabus quantitatibus c f, aut eis æque multiplicia. Sit ergo primo a g, æqualis c, dico quod d h est æqualis f. Sumam enim quantitatẽ e k, equalẽ f, eritque per præmissas hypotheses, ut toties f sit in h k, quoties c in a b, quare sicut a b est multiplex c, ita h k, est multiplex f, sed sic etiam d e, erat multiplex eiusdem f, erit igitur per communẽ scientiam, h k æqualis d e, dẽpta igitur cõmuni earum quãtitate h e, erit d h, æqualis f, quod est propositũ.



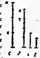
Si autẽ a g sit multiplex c, ponam ut e k sit æque multiplex f, eritque ut prius, ut toties f sit in h k, quoties c in a b, sed toties erat etiã in d e, erit igitur ut prius, d e æqualis h k, & d h, e k, quare sicut a g est multiplex c, ita d h est multiplex f, quod est propositum. Aliter idem. Cum secundum eundem numerũ contineat quantitas a b quantitatem c, secundũ quem quantitas d e quantitatẽ f, demptáque ab eo unitate remaneat unitas uel numerus secundum quem a g, continet c, & secundũ quem d h, continet f, patet quantitates a g, & d h, esse æquales aut æque multiplices quantitatibus c & f.



Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 6

6 Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æque fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earundem æque fuerint multiplices, etiam reliquæ eisdem uel æquales, sunt, uel æque ipsarum multiplices.

THEON ex Zamb. Duæ enim magnitudines αβ γδ, duarum magnitudinũ ε, & ζ, æque multiplices, & ablatæ aliquæ αη, & γθ, earundem ε, & ζ, æque sint etiam multiplices. Dico quod & reliquæ ηβ, & θδ, eisdem ε, & ζ, aut sunt æquales, aut earum æque multiplices. Sit enim primum, ηβ, ipsi ε, æquale, Dico quod & θδ, ipsi ζ, est æquale. Ponatur enim ipsi ζ, æqualis γκ. Et quoniam æque multiplex est αη, ipsius ε, & γθ, ipsius ζ, æqualis autem est ηβ, ipsi ε, & κγ, ipsi ζ, æque igitur est multiplex αβ, ipsius ε, & κθ, ipsius ζ. Aeque autem ponitur multiplex αβ, ipsius ε, & γδ, ipsius ζ. Aeque igitur est multiplex κθ, ipsius ζ, & γδ, ipsius ζ. Quoniam igitur utraque ipsarũ κθ, & γδ, ipsius ζ, æque est multiplex, æqualis igitur (per 1 cõmunem sententiã,) est κθ, ipsi γδ. Cõmunis auferatur γθ, reliqua igitur κγ, reliquæ θδ, est æqualis. Sed ζ, ipsi κγ, est æqualis, θδ, igitur, ζ, est æqualis, Quare si ηβ, æqualis est ipsi ε, & θδ, ipsi ζ, erit æqualis. Similiter quoq; ostendemus quod & si multiplex fuerit ηβ, ipsius ε, tam multiplex erit & θδ, ipsius ζ. Si duæ igitur magnitudines duarũ magnitudinum æque fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earũdẽ æque fuerint multiplices, & reliquæ eisdẽ aut æquales, aut earũ æque multiplices erunt, Quod demũstrare oportebat.



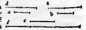
Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 SI duæ quantitates inæquales ad quãlibet comparẽtur, earũ ad illam erit una proportio, itemq; ad illas proportio illius, una est.

CAMPANVS Sint duæ quantitates a b, æquales, quæ comparentur ad quãlibet tertiã ut ad c, dico q eadẽ est proportio a ad c, & b ad c, itẽq; eadem c ad a, & c ad b. Primũ sic probatur. Cum enim c sit consequens ad a primã, & ad b tertiam, ipsa erit in ratione secundæ & quartæ. Sumam igitur d ad a primam, & e ad b tertiam æque multiplices, & sumam f, quamlibet ex multiplicibus c, quæ est secunda & quarta. Et quia a & b quarum sunt æque multiplices d e, positæ sunt æquales, erit ut si d diui

datur

datur secundum quantitatem a,& e secundum quantitatem b, quod partes utrobique sunt numero quæ æquitate æquales, numero quidem, per hypothesin propter æqualitatem multiplicationis utrobique · quantitate autẽ per hanc communem scientiam quoties oportuit repetitam, quæ eidem sunt æqualia sibiinuicem sunt æqualia.

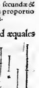


Quia igitur prima ex partibus d est æqualis primæ ex partibus e, & secunda secundæ, & cæteræ ceteris, suntq; tot partes in d quot sunt in e, erit per primam huius, d æqualis e. Quare per communem scientiam, si duæ quantitates æquales comparentur ad aliam tertiam aut ambæ quantitates d & e sunt similiter maiores f, aut similiter minores, aut sibi æquales, igitur ex diffinitione continuæ proportionalitatis, quæ est proportio a primæ ad c secundam, eadem est tertiæ ad c, quartam. quod est propositum. Secundum eodem modo probabis ordine conuerso, ut c ponatur prima & tertia: a uero secunda, b quarta. Cum uero quantitas f, quæ est æque multiplex primæ & tertiæ, sit aut similiter maior quantitatibus d & e quæ sunt æque multiplices secundæ & quartæ, aut similiter minor, aut eis æqualis: erit per eandem diffinitionem proportio c primæ ad a secundam sicut c tertiæ ad b, quartam. Quod est propositum.

Euch. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 7

7 Aequales, ad eandem, eandem habent rationem, & eadem, ad æquales

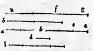
THEON ex Zamb. *Sint æquales magnitudines α β, alia autem utcunque magnitudo γ. Dico quod utraque ipsarum α β, ad ipsam γ, eandem habet rationem, & γ, ad utramque ipsarũ α β. Sumantur (per 3 quinti,) ipsarum α β, æque multiplices, sintq; δ ε, ipsius autem γ, alia utcũque multiplex, sitq; ζ. Quoniam igitur æque multiplex est δ ipsius α, & ε, ipsius β. æqualis autẽ est α, ipsi β, æqualis igitur est (per primam cõmunem sententiam.) & δ, ipsi ε. Alia autem quæcũque ζ, multiplex ipsius ε, si excedit igitur δ ipsum ζ, excedit & ε, ipsum ζ. & si æqualis, æqualis & si minor, minor. Et sunt quidem δ ε, ipsarum α β, æque multiplices, & ζ, ipsius γ, alia quæcũque multiplex. Est igitur ut α, ad γ, sic β, ad γ, dico iam quod & γ, ad utramq; ipsarum α β, eandẽ habet rationem, Eisdem namque dispositis, similiter ostẽdemus quod æqualis est δ ipsi ε, alia autem quædam est ζ. Si igitur excedit ζ, ipsum δ, excedit quoque ipsum ε, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor. At ζ, ipsius γ, multiplex est, & δ ε, ipsarum α β, aliæ quæuis sunt æque multiplices. Est igitur sicut γ ad β, sic etiam γ, ad α. Aequales igitur ad eandem habent rationem, & eadem, ad æquales, quod fuerat demonstrandum.*



Eucli. ex Camp, Propositio 8

8 SI duæ quatitates inæquales ad unam quantitatem proportionẽtur, maior quidem maiorem, minor uero minorem obtinebit proportionem. Illius autem ad illas, ad minorem quidẽ proportio maior, ad maiorem uero minor erit.

CAMPANVS. Sint duæ quãtitates inæquales a & b c, sitque maior b c, & proportionentur ad eandẽ quãtitatẽ quæ sit d, dico qđ maior est proportio b c ad d quàm a ad d, & quod ecõtrario maior est d ad a quam d ad b c. Primũ sic probatur. Ponã c b, æqualẽ a, & multiplicabo totiẽs e c, quod proueniat quantitas maior d sitque f g, & sumam k f, ita multiplicẽ b e, & similiter h ita multiplicẽ a, sicut f g. est multiplex e c, eritq; per primã huius h ita multiplex a: sicut k g, est multiplex b c, erit etiã h æqualis k f: propter hoc quod earum submultiplices que sunt a & b e, positæ sunt æquales. Ponã quoq; quod h nõ sit minor d, sed æqualis aut maior, toties enim multiplicabo unã quanq; triũ quantitatũ e c, h e, & a, æqualiter, quod f g multiplex e c proueniat maior d, & quod h multiplex a nõ proueniat minor eadẽ, deinde toties multiplicabo d, quod proueniat quãtitas maior h, sitq; in prima quãtitas multipliciũ d quæ sit maior h, sub qua sumam maximam multiplicẽ d, aut sibi æqualẽ si m est prima in ordine multipliciũ d, que sit l eritq; ut l, nõ sit maior h, & constabit m ex d & h propter id quod omnẽ multiplex cõstat ex proximo precedenti multiplici & simplo, ut triplum ex duplo & simplo excepto primo multiplici quod cõstat ex bis simplo. Quia ergo h est equalis.



kf

k f, non erit k f minor l, itaque k f & d non efficient minus quam l & d, quare non efficient minus quàm m, & quia f g, est maior d, erit k g maior quam m. Intelligo igitur quãtitatem b c primam, d secundam, a tertiam, d quartam, & quia ad primam & tertiã sumpta sunt æque multiplicia uidelicet k g & h, similiter quoque ad secundam & quartam æque multiplicia immo idem in ratione duorũ quod est m, & addit k g, multiplex primæ super m multiplex secundæ, non addit autẽ h multiplex tertiæ super m multiplex quartæ, erit per diffinitionem maioris improportionalitatis, maior proportio b c primæ ad d secundam quàm a tertiæ ad d quartam, quod est primum. Secundum probabis per eandem diffinitionem conuerso ordine, ut d sit prima & tertia, a secunda b c quarta, addit enim m multiplex primæ, super h multiplicem secundæ, non addit autem m multiplex tertiæ super k g. multiplicẽ quartæ, quare maior est proportio d ad a quam d ad b c quod est secundum. Ex huius autem demonstrationis modo, patet sufficientia diffinitionis maioris improportionalitatis, quam posuit author in principio huius quinti. Nusquam enim est maior, proportio primæ quatuor quantitatũ ad secundam quam tertiæ ad quartam: quin cõtingat aliqua æque multiplicia ad primã & tertiã reperiri, quæ cum relata fuerint ad aliqua æque multiplicia secundæ & quartæ, inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secũdæ, non autẽ multiplex tertiæ super multiplex quartæ. Hæc autẽ multiplicia sic reperiemus, sicut demõstrabitur infra supra 11 huius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 8

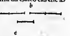
8 In æqualium magnitudinum maior ad eandem, maiorem rationem habet, quàm minor, & eadem ad minorem, maiorem rationem habet, quàm ad maiorem.

THEON ex Zamb. *Sint inæquales magnitudines, α β, & γ, & sit maior α ε, quàm γ. Alia autem quæuis, sit ut δ. Dico quod α β, ad δ, maiorem rationem habet, quàm γ ad δ, & δ ad γ, maiorem rationem habet, quàm ad α ε. Quoniam enim maior est α ε, quàm γ ponatur ipsi γ, æqualis ε ι, minor iam ipsarum α ι, & α β, multiplicata: maior aliquando fiet quàm δ. Sit primum α ι, minor quàm ι ε. Et multiplicetur α ι, quoad quod fiet, maius sit ipso δ, & sit illius multiplex ζ κ, quod maius est quàm δ. Et quàm multiplex est ζ κ, ipsius α ι, tam multiplex esto κ θ, ipsius ι ε, & κ, ipsius γ, & sumatur ipsius δ duplum, sitq; illud λ, triplum postmodũ: sitq; illud μ, & deinceps uno plus, quoad sumptum multiplex fiat ipsius δ, primo maius quàm κ, sumatur q; & sit ν, quadruplum quidem ipsius δ, primo autem maius quàm κ. Quoniam igitur κ, ipso ν, primo est minor κ, igitur ipso μ, non est minor. Et quoniam æque multiplex est ζ κ, ipsius α ε, atque æque multiplex est ζ κ, ipsius α ι, æque igitur est multiplex, (per 1 quinti,) ζ θ ipsius α ε. Sed æque multiplex est ζ κ ipsius α ι, & κ ipsius γ, æque igitur multiplex est ζ θ, ipsius α ε, & κ, ipsius γ. igitur ζ θ, & κ, ipsarum α ε, & γ, æque sunt multiplices, (per eandẽ.) Rursus quoniã æque est multiplex κ θ, ipsius ι β, & κ ipsius γ, æqualis aũt est ι β, ipsi γ, æqualis igitur est & κ θ, ipsi κ. At κ, non est minor quàm μ neq; igitur κ θ, est minor quàm μ. Maior autẽ est ζ κ, quàm δ, tota igitur ζ θ, simul ambabus δ & μ, maior est, Sed ambæ δ & μ, ipsi ν, sunt æquales: quandoquidẽ μ, ipsius δ triplũ est, ambæ autẽ μ, & δ, ipsius δ quadruplices sunt, est autem ν, ipsius δ, quadruplum: ambæ igitur μ & δ, ipsi ν sunt æquales. Sed ζ θ, ipsis μ & δ maior est, igitur ζ θ, ipsum ν excedit. Sed κ, ipsum ν, nõ excedit, & sunt quidẽ ζ θ & κ, æque multiplices ipsarum α β, & γ, & ν, ipsius δ, alia quæuis est multiplex. Igitur α ε, ad δ maiorem rationem habet, quàm γ, ad δ. Dico iam quod & δ, ad γ, maiorem rationẽ habet, quàm δ ad α β. Nam illis sic descriptis similiter ostẽdemus quod ν, maior quidem est quàm κ, non uero maior quàm ζ θ: & est quidẽ ν ipsius δ, multiplex. Ipsæ uero ζ θ, & κ ipsarum α β & γ, aliæ quæuis æque multiplices. Igitur δ ad γ, maiorem rationem habet: quàm δ ad α β. Sed iam α ι, maior est quàm ι ε, iam minor ι ε multiplicata: maior aliquando fiet quàm δ. Multiplicetur, & esto κ θ, multiplex quidem ipsius ι β, tam multiplex fiat & ζ κ ipsius α ι, & κ, ipsius γ, similiter ostendemus quod ζ θ, & κ ipsarum α ε, & γ, æque sunt multiplices. Sumaturq; similiter ν multiplex quidem ipsius δ, primo autem maior quàm ζ κ quare rursus ζ κ nõ est minor quàm μ, maior autem est κ θ, quàm δ. Tota igitur ζ θ, ipsas δ μ. hoc est ipsam ν, excedit, & κ ipsam ν, non excedit. Quoniam & ζ κ, quæ maior est quàm κ θ, hoc est quàm κ ipsam ν, non excedit pariter q; superiora consequuti demonstrationem conficiemus. Inæqualium igitur magnitudinum maior ad eandem, maiorem rationem habet, quàm minor & eadem ad minorem, maiorem rationem habet quàm ad maiorem. Quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 SI fuerit aliquarum quantitatum ad unam quãtitatem proportio una, ipsas esse æquales, si uero unius ad eas proportio una, ipsas æquales esse necesse est.

CAMPANVS. Sit duarum quantitatum a & b, proportio una ad c, dico eas esse æquales, & si econuerso fuerit eadem proportio c ad utrãq; earum, adhuc dico eas esse æquales, hæc est conuersa septimæ huius. Primum sic patet. Si enim non sunt æquales, sed altera earum maior, utpote a, erit per primam partem præmissæ, maior proportio a ad c, quam b ad c, quod est contra hypothesin Secundum quoque patet, quia si a est maior b, erit per secundam partem præmissæ, maior proportio c ad b, quam ad a, quod est etiam contra hypothesin



Eucli ex Zamb. Theorema 9 Propositio 9

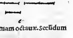
9 Quæ ad eandem, eandem habent rationem, æquales adinuicem sunt, & ad quas eadem, eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales.

THEON ex Zamb. *Habeat inquam utraque ipsarum α ϵ, ad γ, eandẽ rationem. Dico quod æqualis est α, ipsi ϵ Si autem non utraque ipsarum α ϵ, ad ipsam γ, eandem non haberet rationem, (per 8 quinti,) habet autem, æqualis igitur est α, ipsi β Habeat rursus γ, ad utrãq; ipsarum α β, eandem rationẽ. Dico quod æqualis est α, ipsi β, si autem non, ipsa γ, ad utramq; ipsarum α ϵ, non haberet eandem rationem, habet autem, æqualis igitur est α, ipsi ϵ Quæ ad eandem igitur, eandẽ habet rationem, adinuicem sunt æquales, & ad quas eadem, eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales. Quod demonstrandum fuerat.*

Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 SI fuerit unius quantitatis ad quantitatem unam proportio maior, quantitatem maiorem esse. Si uero unius ad eaudem proportio maior, minorem esse necesse est.

CAMPANVS. Quod si fuerit maior proportio a ad c quàm b ad c, dico a esse maiorem b, & si fuerit maior c ad b quam c ad a, adhuc dico a esse maiorem b. Hæc est conuersa 8. Primum patet per primam partem 7 & per primam 8, nam per primam partem septimæ, non erit a æqualis b, nec etiam minor, per primam octauæ. Secũdum uero, patet ex secundis partibus earundem.



Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 10

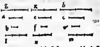
10 Ad eandem, rationem habentium, maiorem rationem habens, illa maior est, ad quam autem eadem maiorem rationẽ habet, illa minor est.

THEON ex Zamb. *Habeat enim α, ad γ, maiorem rationem, quàm β, ad γ, Dico quod α, maior est quàm β. Si autem non, aut est α, ipsi ϵ, æqualis, aut ea minor, æqualis autem minime est α, ipsi ϵ, utraque etenim ipsarum α β, ad γ, eandem rationem haberet (per 9 quinti) non habet autem, igitur α, ipsi β minime æqualis est. Neque etiam minor est α, quàm β, nam α, ad ipsum γ, minorem rationem haberet, quàm β, ad γ, (per 8 quinti) non habet autem, igitur α, quàm β, minor non est. Ostẽsum autem est, quod neque est æqualis, maior igitur est à. quàm β. Habeat rursus γ ad ϵ, maiorem rationem, quàm γ ad α. Dico quod minor est ϵ, quàm α Si autem non, aut est ei æqualis aut ea minor, æqualis quidem non est, β ipsi α. Nam γ, ad utramque ipsarum α β, eandem haberet rationem, (per 6 quinti,) non habet autem, igitur α, ipsi β, minime est æqualis. Neque etiam maior est ϵ, quàm α, nam γ. ad β, minorem rationem haberet, quàm ad α, (per 8 quinti,) non habet autem. Igitur maior nõ est ϵ quàm α. patuit autem quod neque æqualis est, minor igitur est β, quàm α. Ad eandem igitur rationem habentium, maiorem rationem habens, maior est, & ad quam eadem maiorem rationem habet, ipsa minor est. Quod erat demonstrandum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 SI fuerint quantitatum proportiones alicui uni æquales, ipsas quoque proportiones sibi inuicem æquales esse necesse est.

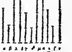
CAMPANVS Propositionem hanc quam Euclides in principio primi annumerauit inter cõmunes animi conceptiones, quæ eidem sunt æqualia sibi quoq; sunt æqualia, prout de quantitatibus intelligitur, hic demõstrat prout proportionibus accõmodatur. Sit ergo utraque duarum proportionum quæ sunt a ad b, & c ad d, æqualis proportioni quæ est e ad f. Dico proportiones quæ sunt a ad b & c ad d, sibi inuicem esse æquales. Sumam enim g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplices, itẽq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplices. Et quia per hypothesin proportio e ad f est sicut a ad b, & similiter sicut c ad d, erit per conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis his sumptam si k addit super n, quod g addat super l, & h super m. & si k minuit ab n, q; g minuat ab l, & h ab m. & si k est æqualis n, quod g sit æqualis l, & h æqualis m. Quia igitur g ad l, & h ad m similiter se habent in addendo, diminuendo & æquando, mediãtibus k n, & erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, a ad b sicut c ad d. Q. d. est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 11

11 Quæ eidem sunt eædem rationes, & adinuicem sunt eædem.

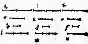
THEON ex Zamberio. *Sunt enim sicut α, ad β, sic γ, ad δ, sicut uero γ, ad δ, sic ε, ad ζ. Dico quod est sicut α β, sic ε, ad ζ. Sumantur enim ipsarum α γ ε, æque multiplices, sintq; η θ κ, ipsarum uero β δ ζ, aliæ quæuis æque multiplices, sintq; λ μ ν. Et quoniam est sicut α, ad β, sic γ, ad δ, & sumptæ sunt ipsarum α γ, æque multiplices η θ, ipsarum autẽ β δ, aliæ quæuis æque multiplices λ μ, si igitur excedit η, ipsum λ, excedit & θ, ipsum μ, & si æquale, æquale: & si deficit, deficit, (per conuersionẽ 6 diffinitionis quinti.) Rursus quoniã sicut est ε, ad ζ, sic est γ, ad δ, & sumptæ sunt ipsarum γ ε, æque multiplices θ κ, & ipsarum δ ζ, aliæ quæuis æque multiplices μ, & ν, si igitur excedit θ, ipsum μ, excedit quoque κ, ipsum ν, & si æquale, æquale: & si minus, minus, (per eandẽ.) Sed si excedit θ, ipsum μ, excedit quoq; & η, ipsum λ, & si æquale, æquale: & si minus, minus. (per eandem cõuersionẽ.) Quare si excedit η, ipsum λ, excedit & κ, ipsum ν, & si æquale, æquale: & si minus, minus: (per eandem.) Sunt autem η κ ipsarum α, ε, æque multiplices, & λ ν, ipsarũ β ζ, aliæ quæuis æque multiplices. Est igitur sicut α, ad β, sic est ε, ad ζ. Quæ igitur eidem eædem sunt rationes, & adinuicem sunt eædem (per 6 diffinitionem) quod demonstrasse oportuit.*



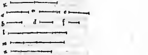
Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 SI fuerit proportio primi ad secũdum sicut tertij ad quartum, tertij uero ad quartum maior quàm quinti ad sextum, erit proportio primi ad secundum maior, quàm quinti ad sextum.

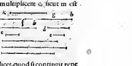
CAMPANVS Sicut in præcedenti, quod hic demõstrat in proportionibus, cõceptibile est in quantitatibus, uidelicet quod si duæ quantites fuerint sibi inuicem æquales, quæcunque fuerit una earum maior, eadẽ maior erit & reliqua. In proportionibus tamen hoc demonstratur, ut si sit proportio a ad b sicut c ad d, c uero ad d, sit maior quàm e ad f. erit quoq; a ad b, maior q̃ e ad f. Sumã enim g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplices itẽq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplices. Et quia per hypothesin proportio c ad d est sicut a ad b, & maior quam e, ad f: erit per conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis si h addit super m, ut g addat super l, & per cõuersionẽ diffinitiõis maioris improportionalitatis, quod non sit necesse k addere super n. Quia igitur mediantibus h & m si g addit super l, nõ est necesse k addere super n: erit per diffinitionẽ maioris improportionalitatis, maior proportio a ad b quàm e ad f quod est propositum.



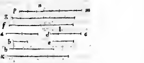
CAMPANI additio. Simili quoque modo probabis, quod si sit a ad b sicut c ad d, & c ad d, minor quàm e, ab f, erit a ad b minor quàm e ad f. Cum enim sit c ad d minor q̃ e ad f: erit e ad f. maior quàm c ad d, per conuersionem igitur diffinitionis maioris impro proportionalitatis, si k addit super n, nõ est necesse q h addat super m, sed si h nõ addit super m, g non addit super l, ergo si k addit super n, nõ est necesse ut g addat super l, per diffinitionẽ igitur maioris improportionalitatis, maior erit proportio e ad f, q̃ a ad b, ergo econuerso minor erit a ad b quàm e ad f, q est propositũ. Ex modo autẽ demõstrationis octauæ huius, & hac fiet manifestũ q si fuerit primæ quatuor quãtitatũ ad secũdam maior proportio quàm tertiæ ad quartam, cõtinget reperire aliqua æque multiplicia primæ & tertiæ, quæ cum cõparabũtur ad aliqua æque multiplicia secundæ & quartæ, inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secundæ, non autem multiplex tertiæ super multiplex quartæ. Quod sic patet.



Sit enim maior proportio a b ad c, quam d ad e. Ponam ergo ut sit proportio a f ad c, sicut d ad e, eritque per hanc 10 & per 10 a f minor a b & sit minor in quantitate f b, quam multiplicabo toties, quod proueniat quãtitas maior c, quæ sit g h, hac conditione ut d toties multiplicata producat quantitatem nõ minorem e, quæ sit K, tunc ponam ut l g sit ita multiplex a f, sicut g h est multiplex f b, aut K p, eritq́ per primam huius l h, ita multiplex a b, sicut K d. Deinde ponam quod m sit prima quãtitas multiplex e, quæ sit maior K, & ponam n ita multiplicem c, sicut m est multiplex e, eritque per præmissas hypotheses & conuersionem diffinitiõis incontinuæ proportionalitatis quãntitas n prima, multipliciũ c, quæ erit maior l g, nec erit l g minor c. Sumam ergo sub n, maximam multiplicium c, aut sibi æqualem si forsan n sit prima multiplicium eius, quæ sit o, constabitque n, ex o & c, quia ergo l g non est minor o, & g h est maior c, erit l h, maior n, quare cum K sit minor m, patet propositum.



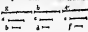
Conuersam quoque huius demonstrare possumus, uidelicet, quod si contingit reperire aliqua æque multiplicia primæ & tertiæ, quarum multiplex primæ addat super aliquod multiplex secundæ, & multiplex tertiæ nõ addat super multiplex quartæ, maior erit proportio primæ ad secundam quam tertiæ ad quartam, quod sic probatur. Sint quatuor quantitates, a prima, b secunda, c d tertia, e quarta, sintq́ f ad a, & g ad c d, æque multiplicia, similiter h ad b & k ad e, æque multiplicia, & addat f super h, non addat autẽ g super K, dico quod maior est proportio a ad b quam c d ad e. Si enim æqualis, per conuersionẽ diffinitionis incontinuæ proportionalitatis addet g, super k, quod est contra hypothesin. Si autem minor, sit c l ad e sicut a ad b, eritque per huius 10, c l minor c d & sit minor in quantitate l d. Ponam igitur ut m n sit ita multiplex c l, & n p multiplex l d, sicut f est multiplex a, eritque per primam huius m, p ita multiplex c d, sicut f est multiplex a. utraque igitur duarum quantitatum m p & g, est æque multiplex quantitatis c d, ergo ipsæ sunt æquales, nam hæc illatio, demonstrata est in 7 huius. Et quia g non est maior K, non erit m p maior eadem. Sed per conuersionem diffinitionis incõtinuæ proportionalitatis m n est maior K, eo q f est maior h, ergo m n, est maior m p, quod est impossibile. Quare relinquitur propositum.



Eucli. ex Camp. Propositio 12

13 SI fuerint quotlibet quantitatum ad totidem alias proportio una, erit quoque quæ proportio unius ad unam, eadem proportio harum omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

CAMPANVS. Quod prima proposuit de multiplicibus, hæc proponit de omnibus proportionibus, unde hæc est cõmunior illa, eo quod omnis multiplicitas est pro portio, non autem econuerso. Sit igitur a ad b, & c ad d, & e ad f una proportio, dico quòd quæ est proportio a ad b, eadem est compositi ex a c e, ad compositum ex b d, f. Sumã g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplicia, itemq́ l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplicia, eritque per primam huius, compositum ex g h k, ita multiplex compositi ex a c, e, sicut g est multiplex a, similiter per eandem, compositum ex l m n, erit ita multiplex compositi ex b d f, sicut l est multiplex b, & per conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis bis sumptam si g addit super m, & h addit super m, & k super n, & si minuit, minuit, & si æquat, æquat: ergo per communem scientiã si g addit super l, compositum ex g h k, addit super compositum ex l m n, & si minuit, minuit: & si æquat, æquat: ergo per diffinitionẽ incontinuæ proportionalitatis, proportio a ad b, est sicut compositi ex a c e, ad compositum ex b d f, quod est propositum.

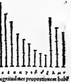


Hæ sequentes duæ propositiones 12 scilicet & 13 ex Zamberto, duabus præcedentibus ex Campano, præpostero ordine respondent 12 unius 13 alterius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propositio 12

12 Si fuerint quælibet magnitudines proportionem habentes, erit sicut una antecedentium ad unam consequentium, sic omnes antecedẽtes ad omnes consequentes.

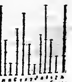
THEON ex Zamb. *Sint quotcunque magnitudines proportionem habentes α β γ δ ε ζ, sicut α, ad β, sic γ, ad δ, & ε, ad ζ, Dico quod est sicut α, ad β, sic est α γ ε, ad β δ ζ. Sumantur enim æque multiplices ipsarum α γ ε, sintq́ κ θ η, & ipsarum β δ ζ, aliæ quævis æque multiplicas, sintq́ λ μ ν. Et quoniam est sicut α, ad β, sic γ, ad δ, & ε, ad ζ, & sumptæ sunt, ipsarum α γ ε, æque multiplices κ θ η, & ipsarũ β δ ζ, aliæ quævis æque multiplices hoc est λ μ ν, si igitur excedit κ, ipsum λ, excedit & θ, ipsum μ, & η, ipsum ν, & si æquale, æquale: & si minus, minus: (per cõuersionẽ 6 diffinitionis quinti.) Quare & si excedit κ, ipsum λ, excedunt & κ θ η, ipsas λ μ ν, & si æqualis, æquales: & si minor, minores, (per eãdem. Et est κ, quidem, & κ θ η, ipsius α, & ipsarum α γ ε, æque multiplices. Quoniam (per primam quinti,) si fuerint quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum æqualium numero, singulæ singularũ æque multiplices, quàm multiplex est una unius magnitudinum, tam multiplices erunt, & omnes omnium. Ac per hoc, etiam λ, & λ μ ν, ipsius β, & β δ ζ, æque sunt multiplices. est igitur sicut α ad β, sic α γ ε, ad β δ ζ. (per 6 diffinitionem quinti.) Si fuerint igitur quotcunque magnitudines proportionem habẽtes, erit sicut una antecedentium ad unam consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes, quod demonstrandum fuerat.*



Eucli ex Zamb. Theorema 13 Propositio 13

13 Si prima ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam, tertia autem ad quartam maiorem rationem habeat quàm quinta ad sextam, prima quoque ad secundam maiorem rationem habebit quàm quinta ad sextam.

THEON ex Zamb. *Prima enim α, ad secundam β, eandem habeat rationẽ & tertia γ, ad quartam δ, tertia uero γ, ad quartam δ, maiorem habeat rationem quàm quinta ε ad sextam ζ. Dico quod & prima α, ad secundã β, maiorem rationem habebit, quàm quinta ε, ad sextũ ζ. Quoniã γ, ad δ, maiorem rationem habet quàm ε ad ζ, sunt enim ipsarũ γ ε, quædã æque multiplices, & ipsarũ δ ζ, aliæ quævis sunt æque multiplices, ac multiplex ipsius γ, excedit multiplicẽ ipsius δ, multiplex autem ipsius ε, non excedit multiplicem ipsius ζ, sumantur igitur, & sint ipsarum γ ε, æque multiplices η θ, ipsarum autem δ ζ, aliæ quævis æque multiplices κ λ. Ita quidem ut η, excedat ipsum κ, & θ, ipsum λ, non excedat, & quàm multiplex quidem est η, ipsius γ, tam multiplex esto & μ, ipsius α, quàm multiplex autem est κ, ipsius δ, tam multiplex esto & ν, ipsius β, & quoniam est sicut α, ad β, sic γ, ad δ, &* sumpta

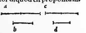


sumptæ sunt ipsarũ α γ, æque multiplices μ ν, ipsarũ autẽ β δ, aliæ quæuis æque multiplices ν κ; si excedit igitur μ, ipsam ν excedit & ν, ipsam κ, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor; (per cõuersionem sextæ diffinitionis quinti. Excedit autem (per constructionem) ipsam κ, excedit igitur & μ, ipsam ν, at θ, ipsam λ, non excedit, sunt autem μ θ, æque multiplices ipsarum α ι, & ν λ, ipsarum β ζ, aliæ quæuis æque multiplices. Igitur α, ad ε, maiorẽ habet rationẽ, quàm ι, ad ζ. Si prima igitur ad secundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam, tertia autem ad quartam maiorẽ rationẽ habeat quàm quinta ad sextam, prima ad secundam quoque maiorem rationem habebit, quàm quinta ad sextam, quod demonstrare oportebit.

Eucli. ex Camp. Propositio 14

14 SI fuerint quatuor quantitates proportionales, fueritque prima maior tertia. necesse est secundam quarta esse maiorem. Quod si minor, & minorem, si uero æqualis, & æqualem esse.

CAMPANVS Sit proportio a ad b, sicut c ad. Dico quod si a est maior c, b erit maior d, & si minor, minor, & si æqualis, æqualis. Si enim a sit maior c, erit per primam partem 8 huius. maior proportio a ad d quàm c ad d. Quare maior erit a ad d, quam ad b, ergo per secũdam partem 10 huius, b erit maior d, quod est propositum. Quod si a sit minor c, erit per primam partem 8, minor proportio a ad d, quàm c ad d. Quare maior erit a ad b, quàm ad d, per secundam ergo partem 10, b erit minor d. Si autem a sit æqualis c, erit per primam partem 7, a ad d sicut c ad d. Quare a ad d, sicut ad b, itaque per secundam partem 9, b erit æqualis d, sicque patet propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Prepositio 14

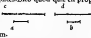
14 Si prima ad secundam eandem habuerit rationem & tertia quartam, prima uero tertia maior fuerit, & secunda, quarta maior erit, & si æqualis, æqualis. & si minor, minor.

THEON ex Zamberto. Primum enim α, ad secundum ε, eandem habeat rationem, & tertium γ, ad δ, quartum, maius autem esto α, quàm γ. Dico quod & β, maius est quàm δ. Quoniam enim α, est maior quàm γ, est autem alia quædam magnitudo β, igitur (per 8 quinti) α, ad β, maiorem rationem habet quàm γ, ad ε, Sicutque α, ad ε, sic γ. ad δ, maiorem rationem habet, quàm γ, ad β. Ad quod autem idem maiorem rationem habet, illud minus est (per 10 quinti,) minus igitur est δ, quàm ε, quare maior est β, quàm δ. Similiter quoque ostendemus quod & si æquale fuerit α, ipsi γ, æquale erit quoque & β, ipsi δ, & si minus fuerit α, quàm γ, minus erit quoque & β, quàm δ. Si prima igitur ad secundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam, prima autem tertia maior fuerit, & secunda quarta maior erit, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor: quod demonstrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 SI fuerint aliquibus quantitatibus æque multiplices assignatæ, erit ipsarum multiplicium atque submultiplicium una proportio.

CAMPANVS Sint c ad a, & d ad b, æque multiplices. Dico quod quæ est proportio a ad b, eadem est c ad d. Diuidatur c secundum quantitatem a. & d secũdum quantitatem b, suntque tot partes c, quot d, & quia quælibet pars c ad quamlibet partem d se habet sicut a ad b, erit per 11 huius, c ad d, sicut a ad b. quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 15

15 Partes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem.

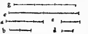
THEON ex Zamberto. Sit igitur æque multiplex α β, ipsius γ, & δ ε, ipsius ζ. Dico quod est sicut γ, ad ζ, sic est α ε, ad δ ε. Quoniam enim æque est multiplex α β, ipsius γ, & δ ε, ipsius ζ, quot igitur magnitudines sunt in α ε, ipsi γ, æquales, tot sunt in δ ε, æquales ipsi ζ. Diuidatur α β, in magnitudines æquales ipsi γ hoc est α κ, κ θ, θ ε, ipsum autẽ Δ ε, in magnitudines æquales ipsi ζ, hoc est δ κ, κ λ, & λ ε, erit iam magnitudo ipsorum α κ, κ θ, & θ β, æqualis multitudini

ipsorum δ κ, κ λ, & λ ι. Et quoniam α κ, κ θ, & θ ε, sibi inuicem sunt æquales, & δ κ, κ λ, & λ ι, quoque sibi inuicem sunt æquales, est igitur sicut α κ, ad δ κ, sic est κ θ, ad κ λ, & θ ε, ad λ ι, erit igitur (per 12 quinti,) sicut unum antecedentium ad unum consequentium, sic omnia antecedentia ad omnia consequentia. Est igitur sicut α κ, ad δ κ, sic est α ε, ad δ ι, æqualis autem est α κ, ipsi γ, ipsum autem δ κ, ipsi ζ, est igitur sicut γ, ad ζ, sic est α ε, ad δ ι. Partes igitur eodem modo multiplicium, eandem habent rationem sumptæ adinuicem, quod demonstraße oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 16

16 SI fuerint quatuor quãtitates proportiõales, permutatim quoq; proportionales erunt.

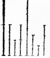
CAMPANVS. Sit proportio a ad b, sicut c ad d. Dico quod erit a ad c sicut b ad d. Et iste est modus arguendi, qui dicitur proportionalitas permutata, cuius demõstratio sic patet. Sumã e ad a, & f ad b, æque multiplices, itẽq; g ad c & h ad d, æque multiplices, eritq; per præmissam e ad f, sicut g ad h, quare per 14 si e addit super g, & f addit super h, & si minuit, minuit & si æquat, æquat: per diffinitionẽ igitur incõtinuæ proportiõalitatis erit a ad c, sicut b ad d. Quod est propositũ. Necesse est autem, ut in permutata proportionalitate sint omnes quatuor quantitates, eiusdem generis.



Eucli ex Zamb. Theorema 16 Propositio 16

16 Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & uicissim proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. *Sint quatuor magnitudines proportionales α β γ δ, sicut α, ad β, sic γ, ad δ. Dico quod & uicissim proportionales erunt, sicut α, ad γ, sic β, ad δ. Sumantur quidem ipsarum α β. æqui multiplices ε ζ, & ipsarũ γ δ. & aliæ quæuis, æque multiplices η θ, & quoniam æque multiplex est ε, ipsius α, & ζ, ipsius β, partes aũt eodem modo multipliciũ eandẽ habent rationẽ sumptæ adinuicem (per præcedentem,) est igitur sicut α ad β, sic ε, ad ζ. Sicut autem α, ad β, sic & γ, ad δ, & sicut igitur γ, ad δ, sic ε, ad ζ, (per 11 quinti. Rursus quoniam η θ, ipsarum γ δ. æque sunt multiplices, partes autem eodem modo multiplicium eandem habent rationem sumptæ adinuicem (per 15 quinti,) est igitur sicut γ, ad δ, sic est η, ad θ. Sicut autem γ, ad δ, sic ε, ad ζ. & sicut igitur ε, ad ζ, sic η, ad θ, (per 11 quinti.) Si quatuor autem magnitudines proportionales fuerint, prima uero tertia maior sit, & secũda quarta maior erit, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor: (per 14 quinti.) Si igitur excedit ε, ipsum η, excedit & ζ, ipsum θ & si æquale, æquale & si minus, minus: (per 6 diffinitionem quinti.) Sunt autem ε ζ, ipsarum α β, æque multiplices, & η θ, ipsarum γ δ aliæ quæuis æque multiplices. Est igitur sicut α, ad γ, sic est β, ad δ. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, & uicißim proportionales erunt, quod demonstraße oportuit.*



Eucli ex Camp. Propositio 17

17 SI fuerint quantitates coniũctim proportionales, easdem disiũctim quoque proportionales esse.

CAMPANVS. Demonstrato modo arguendi qui dicitur proportionalitas permutata, demonstrat illum qui dicitur proportionalitas disiuncta. Sit itaque proportio a b ad b c, sicut d e ad e f. Dico quod erit a c ad c b, sicut d f ad f e. Sumam enim g h ad a c, & h k ad c b, itemque l m ad d f, & m n ad f e, æque multiplices. Eritque per primam huius, g k ita multiplex a b: sicut g h est multiplex a c. & l n, ita multiplex d e sicut l m est multiplex d f, & ideo per præmissas hypotheses, g k, est ita multiplex a b, sicut est l n, d e. Ponam iterum k p ad c b, & n q, ad f e, æque multiplices, eruntque per secundam, h p ad c b, & n q ad f e, æque multiplices, per conuersionem igitur diffinitionis inconnnuæ proportionalitatis. si g k addit super h p, l n, addit super m q, & si minuit, minuit: & si æquat, æquat: demptis itaque com-

mu

munibus h κ & m n: erit per communem scientiam, ut si g h addit super κ p, quod l m addit super n q: & si minuit, minuit: & si æquat, æquat: ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio a c ad c b, est sicut d f ad f e, quod est propositũ.

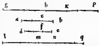
Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 17.

17 Si compositæ magnitudines proportionales fuerint: diuisæ quoq; proportionales erunt.

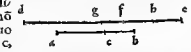
THEON ex Zamberio. *Sint compositæ magnitudines proportionales α ε, β ε, γ δ, δ ζ, sicut α ε ad ε ε, sic γ δ ad δ ζ. Dico quod & diuisæ, proportionales erunt sicut α ε ad β ε, sic ε ζ ad δ ζ. Sumãtur enim ipsarum α ε, ε β, γ ζ, ζ δ, æque multiplices η θ, θ κ, λ μ & μ ν: ipsarum autem ε β & ζ δ, aliæ quæuis æque multiplices, hoc est κ ξ & ν π. Et quoniam æque multiplex est η θ ipsius α ε, & θ κ ipsius ε β: æque igitur est multiplex η θ ipsius α ε, & η κ ipsius α β (per primam quinti). Aeque autem est multiplex η θ ipsius α ε, & λ μ ipsius γ ζ: æque igitur est multiplex η κ ipsius α β, & λ μ ipsius γ ζ (per 11 eiusdem. Rursus quoniam æque est multiplex λ μ ipsius γ ζ, & μ ν ipsius δ ζ: æque igitur est multiplex λ μ ipsius γ ζ, & λ ν ipsius γ δ (per primam eiusdem. æque autem erat multiplex λ μ ipsius γ ζ & η κ ipsius α β. Aeque igitur est multiplex η κ ipsius α β, & λ ν ipsius γ δ: igitur η κ & λ ν, ipsarum α β & γ δ æque sunt multiplices. Rursus quoniam æque multiplex est θ κ ipsius ε β, & μ ν ipsius ζ δ: est autem & κ ξ ipsius ε β æque multiplex, & ν π ipsius ζ δ: & compositum igitur (per 11 eiusdem) θ ξ ipsius ε ϐ æque multiplex est, & μ π ipsius ζ δ. Et quoniam est sicut α β ad ε β, sic est γ δ ad δ ζ. & sumptæ sunt ipsarum quidem α ϐ & γ δ æque multiplices η κ & λ ν: ipsarum autem ε β & ζ δ aliæ quæuis æque multiplices, hoc est, θ ξ & μ π: si igitur excedit η κ ipsam θ ξ, excedit & λ ν ipsam μ π: & si æqualis, æqualis & si minor, minor (per conuersionem 6 diffinitionis quinti). Excedat nempe η κ, ipsam θ ξ: & igitur cõmuni ablata θ κ, excedit η θ ipsam κ ξ. Sed si excedit η κ ipsam θ ξ: excedit & λ ν ipsam μ π excedat igitur λ ν, ipsam μ π: & communi ablata μ ν, excedit & λ μ ipsam ν π. Quare si excedit η θ ipsam κ ξ. excedit & λ μ ipsam ν π. Similiter iam ostendemus quod & si æqualis fuerit η θ ipsi κ ξ æqualis erit & λ μ ipsi ν π: & si minor, minor: sunt autem η θ & λ μ, ipsarum α ε & ε ζ æque multiplices, & κ ξ & ν π, ipsarum ε ϐ & ζ δ aliæ quæuis æque multiplices: est igitur sicut α ε ad ε β: sic est ε ζ ad ζ δ (per 6 diffinitionem quinti. Si compositæ magnitudines igitur proportionales fuerint: diuisæ quoq; proportionales erunt: quod demonstrasse oportuit.*

Eucli ex Camp. Propositio 18.

18 SI fuerint quantitates disiunctim proportionales, coniunctim quoq; proportionales erunt,



CAMPANVS. Demonstrat modum arguẽdi quid dicitur proportionalitas coniuncta: & est modus cõuersus prioris. Ad cuius demonstrationem, resumatur dispositio præmissæ, & maneant omnes eius hypotheses: excepto quod ponatur esse proportio a c ad c b sicut d f ad f e: dico quod erit proportio a b ad b c, sicut d e ad f e: sequitur enim ex hac hypothesi & alijs hypothesibus præmissæ de multiplicibus æqualiter sumptis, per conuersionem diffinitionis incontiuuæ proportionalitatis, si g h addit super k p, quod l m addat super n q: & si minuit, minuat: & si æquat, æquet: ergo positis cõmunibus h κ & m n: sequitur per cõmunem scientiam, si g κ addit super h p, quod l n addat super m q: & si minuit, minuat: & si æquat, æquet: quare per diffinitionem incõtinuæ proportionalitatis, erit proportio a b ad b c: sicut d e ad e f, quod est propositum. Aliter idem indirecte sic. Cũ sit proportio a c ad c b sicut d f ad f e, nõ est autẽ a b ad b c sicut d e ad e f: sit ergo proportio d e ad aliquam aliam quantitatem: sicut a b ad b c, quæ aut erit maior e f, aut minor: si enim ei esset æqualis, constaret propositum. Sit itaq; primo maior, & sit e g: eritq; per præmissam a c ad c b, sicut d g ad e g: quare d g ad e g, est sicut d f ad f e. Sequitur igitur per 14, q͛ cum d g prima sit minor d f tertia: erit ergo g e secũda minor e f quarta: sed erat propositũ q͏ͥ esset maior. Sit ergo proportio d e ad minorẽ e f, quæ sit e h, sicut a b ad b c: eritq; per præmissã a c ad c b sicut d h ad h e: quare per 11, d h ad h e, sicut d f ad f e: & q a d͛ b prima

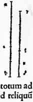


 est maior d f

d f, tertia erit per 14 e h secunda, maior e f, quarta. quod quia est impossibile, sequitur propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 18 Propositio 18 Cõuersa præcedentis.

18 Si diuisæ magnitudines proportionales fuerint, compositæ quoq; proportionales erunt.

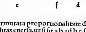


THEON ex Zamb. Sint disiunctæ magnitudines proportionales α ε, ε β, γ ζ, & ζ δ, sicut α ε, ad ε β, sic γ ζ, ad ζ δ. Dico quod & compositæ proportionales erunt, sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad δ ζ. Si autem non est, sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad ζ δ, erit sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad minorem ipsa ζ δ, aut ad maiorem. Sit prius ad minorē δ η. Et quoniam est sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad δ η, compositæ magnitudines proportionales sunt, quare etiam diuisæ proportionales erūt. (per 17 quinti. Est igitur sicut α ε, ad ε β, sic γ η, ad η δ, supponitur aūt sicut α ε, ad ε β, sic γ ζ, ad ζ δ. Et sicut igitur (per 11 quinti.) γ η, ad η δ, sic γ ζ, ad ζ δ, maior autē est prima γ η, tertia γ ζ, maior igitur est (per 14 quinti.) secūda η δ, ipsa ζ δ, quarta. Sed & minor, quod est impossibile. Igitur non est sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad minorem ipsa ζ δ. Similiter quoque ostendemus quod neque ad maiorem, ad eandem igitur. Si disiunctæ igitur magnitudines proportionales fuerint, & compositæ quoque proportionales erunt, quod demonstraße oportuit.

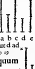
Eucli. ex Camp. Propositio 19.

19 Si à duobus totis duæ portiones abscindātur, fueritque totum ad totum quantum abscisum ad abscisum, erit reliquum ad reliquū quantum totum ad totum.

CAMPANVS Quod quinta proponit de multiplicibus. hæc proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus, unde est illa tanto communior, quanto multiplicitate proportio. Sint igitur duæ quantitates a b, & c d, à quibus abscindantur duæ quæ sint b e & d f, sitque proportio totius a b, ad totam c d, sicut b e, abscisæ, ad d f abscisam, dico quod eadem erit a e residui ad c f, residuum: quæ est totius a b ad totam c d. Cum enim sit a b ad c d sicut b e ad d f: erit permutatim a b ad b e, sicut c d ad d f, & disiunctim a e ad e b, sicut c f ad f d, & iterū permutatim a e ad c f, sicut e b, ad f d. & quia sic erat a b ad c d, patet propositum.

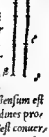


CAMPANI additio. Ex hac autem decimanona, & permutata proportionalitate demonstratur modus arguendi, qui dicitur proportionalitas euersa. ut si sit a b ad b e, sicut c d ad d f, dico quod erit b a ad a e sicut d c ad c f, quia cum sit a b, ad b e, sicut c d ad d f, erit permutatim a b ad c d sicut b e ad d f, quare per hanc 19, b a ad d c, sicut a e ad c f, igitur permutatim b a ad a e, sicut c d ad c f, quod est propositum. Cõuersa quoque proportionalitas, quam ex diffinitione incontinuæ propornonalitatis demonstrauimus in exponendis principijs huius quinti, potest hic quoque demonstrari indirecte ex permutata proportionalitate & 9 huius, ut si sit proportio a ad b sicut c ad d, dico quod erit b ad a sicut d ad c, sin autem sit d ad e, sicut b ad a, & quia a ad b est sicut c ad d, erit permutatim a ad c sicut b ad d, & quia iterum b ad a, sicut d ad e: erit quoque permutatim b ad d sicut a ad e, quare erit a ad e, sicut d ad c, si igitur e non sit æquale c, accidet impossibile & contrarium secundæ partis 9, si autem æqualis, erit b ad a sicut d ad c, quod est propositū.



Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 19

19 Si fuerit sicut totum ad totum, sic ablatum ad ablatum, & reliquum ad reliquum, erit sicut totum ad totum.



THEON ex Zāb. Esto sicut totū α β, ad totū γ δ, sic ablatū α ε, ad ablatū γ ζ. Dico quod & reliquū ε β, ad reliquū ζ δ, erit sicut totū α β, ad totū γ δ. Quoniā enim est sicut totū α β, ad totū γ δ, sic α ε, ad γ ζ, & uicissim quoq; (per 16 quinti) sicut α β, ad α ε, sic & δ γ, ad γ ζ. Et quoniā cōpositæ magnitudines proportionales sunt. (per 17 & 18 quinti) etiā disiunctæ proportionales erūt, sicut igitur β ε, ad ε α, sic δ ζ, ad γ ζ, & uicißim igitur (per 16 quinti) est sicut β ε, ad δ ζ, sic ε α, ad ζ γ. Sicut autē α ε, ad γ ζ, sic supponitur totū α β ad totū γ δ, & reliquū igitur ε β, ad reliquū ζ δ, erit sicut totū α β, ad totū γ δ. Si fuerit igitur sicut totū ad totū sic ablatū ad ablatū, & reliquū ad reliquū erit sicut totū ad totū, quod demōstrandum erat. Et quoniā ostensum est quod sicut est α β, ad γ δ, sic est ε β, ad ζ δ, & uicißim sicut α β, ad β ε, sic γ δ ad δ ζ, cōpositæ igitur magnitudines proportionales sunt (per 18 propositionem quinti.) ostensum est autem quod sicut β α, ad α ε, sic δ γ, ad γ ζ, & est conuertendo.

tendo. Hinc manifestum, quod si compositæ magnitudines proportionales fuerint, etiam conuertendo proportionales erunt, quod demonstrandum erat.

Eucli. ex Camp. Propositio 20

20 SI fuerint quotlibet quantitates aliæque secundum earum numerum quarum quæque duæ priorum secundum proportionem duarum postemarum necesse est in proportionalitate quidē, æqualitatis ut si fuerit prima priorum ultima maior, & posteriorum primam ultima esse maiorem. Quod si minor, & minorem. Si uero æqualis, & æqualem.

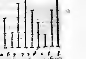
CAMPANVS Demonstraturus Euclides modum arguendi qui dicitur æqua proportionalitas, siue quantitates duorum ordinum directe siue peruersim proportionentur: præmittit duo antecedentia ad demonstrandum propositum necessaria. per quorum primum demonstratur æqua proportionalitas cum quantitates duorū ordinum directe proportionantur. secundum autem cum proportionantur peruersim proponit autem hæc duo antecedentia de quantitatibus duorum ordinum numero æqualibus: quæcunque fuerint. Vniuersaliter enim sumptis utrobique quantitatibus secundum quēcūq; numerum ueritatem habent, non est autem necesse ut demonstremus ea, nisi solum in tribus, hoc enim omnino sufficiens est ad propositum, de pluribus autem quibusq; patebit per æquam proportionalitatem cum ipsa demōstrata fuerit. Sint igitur tres quantitates a b e, sumanturq; tres aliæ quæ sint c d f, & sit proportio a ad b, sicut c ad d, & b ad e, sicut d ad f. dico quod si a est maior e, c erit maior f. & si minor, minor: & si æqualis, æqualis. Si enim est maior, erit per primam partem 8. maior proportio a ad b, quàm e ad b, quare per 11. maior erit c ad d, quàm e ad b. & quia per conuersam proportionalitatem, e ad b est sicut f ad d, erit c ad d maior quàm f ad d, itaque per primam partē 10 c est maior f, quod est propositū. Quod si a sit minor e, per easdem & eodem modo probabitur c esse minorem f erit enim minor proportio a ad b, quàm e ad b, per primam partem 8, ideo per 11 & per conuersam proportionalitatem, minor erit c ad d, quàm f ad d, & ideo per primam partem 10, erit c minor f. quod est propositum. Si autem a sit æqualis e: erit per primā partem 7 proportio a ad b sicut e ad b sicut e ad b, & ideo per secundam partem 11 & conuersam proportionalitatē. erit c ad d. sicut f ad d, quare per primam partē 9, c est æqualis f, quod est propositum.

CAMPANI additio. Quidam autē hanc conclusionē demōstrauerūt per proportionalitatē, permutatim, hoc modo, proportio a ad b, est sicut c ad d, ergo permutatim a ad c, sicut b ad d. & quia rursus b ad e sicut d ad f, erit permutatim b ad d sicut e ad f, sed erat b ad d, sicut a ad c, ergo per 11 erit a ad c. sicut e ad f. itaq; per 14. si a prima est maior e tertia, erit c. secūda maior f, quarta. & si minor, minor, & si æqualis, æqualis, quod est propositum. Isti autem errauerunt in sua demonstratione. quia si esset intentio Euclidis sic demonstrare, non oporteret ipsum præmittere hanc cōclusionem pro antecedente ad æquam proportionalitatem, si enim rursus fiat una permutatio proportionalitatis ad quam deuētum est. quæ est esse a ad c sicut e ad f, sequitur quod sit a ad e sicut c ad f, & hoc est æqua proportionalitas. Præterea eorum cōclusio non sequitur nisi omnes quantitates amborū ordinū fuerint generis unius Si enim a b e, sint lineæ & c d f, superficies, aut corpora, aut tempora, non erit tunc permutare proportiones. peccant igitur uniuersaliter dictum, particulariter demonstrantes.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 20

20 Si fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, binæ sumptæ & in eadem ratione, ex æquali autē prima tertia maior fuerint, & quarta sexta maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor.

THEON ex Zamb. Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eisdem æquales numero δ ε ζ, binæ sumptæ & in eadem ratione, sicut quidem α, ad β, sic δ ad ε, sicutque β, ad γ, sic ε, ad ζ. Ex æquali autẽ sit maior α, quàm γ, Dico quod & δ, quàm ζ, maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor. Quoniam enim maior est α, quàm γ, alia autem quædam β, maior autem ad eandem (per 8 tertij) maiorem rationem habet quàm minor, igitur α, ad β, maiorẽ rationem habet quàm γ, ad β. Sed sicut est quidem α, ad β, sic est δ, ad ε, sicutque γ, ad β, rursus sic ζ, ad ε. Et δ, igitur ad ε maiorem rationem habet quàm ζ, ad ε, (per correlarium 4 quinti. Ad eandem autem rationem habentium, maiorẽ rationem habens, maior est (per 10 quinti.) maior igitur est δ, quàm ζ. Similiter quoque ostendemus, quod si æqualis est α ipsi γ, æqualis erit & δ, ipsi ζ, & si minor, minor. Si fuerint igitur tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, binæ sumptæ & in eadem ratione, ex æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor: quod oportebat demonstrare.



Eucli. ex Camp. Propositio 21

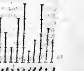
21 SI fuerint quotlibet quantitates aliæ que secundum earum numerum, quarum quæque duæ ex prioribus quibusque duabus ex posterioribus peruersim comparatæ secundum proportionem earum fuerint, necesse quoque est ut si fuerit in proportionalitate æqualitatis priorum prima ultima maior, & posteriorum prima ultima esse maiorem, si autem minor, & minorem. Si uero æqualis, & æqualem.

CAMPANVS. Secundum antecedens, sint tres quãtitates a b e, sumanturque aliæ tres quæ sunt f c d & sit proportio a ad b, sicut c ad d. & b ad e, sicut f ad c, dico quod si a est maior e, erit maior d, & si minor, minor: & si æqualis, æqualis, hoc autem probatur per easdem & eodem modo, quo præcedens, si enim a sit maior e, erit maior proportio a ad b quam e ad b, quare maior c ad, quã e ad b, & ideo maior quàm c ad f, maior igitur f, quam d, per secundam partem 10 quod est propositum. Quod si a sit minor e, erit tandem minor c ad d quam ad f, quare per eandẽ partẽ eiusdẽ f, erit minor d. Si autẽ a sit æqualis e, sequitur ut sit proportio c d sicut c ad f, igitur per secundam partem 9 erit f æqualis d, quod est propositum

Eucli. ex amb. Theorema 21 Propositio 21

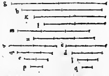
21 Si fuerint tres magnitudines & aliæ eisdem æquales numero, binæ sumptæ & in eadem ratione, fuerit autem perturbata earũ proportio, ex æquali uero prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit & si æqualis, æqualis: & si minor, minor.

THEON ex Zamberto. Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eisdem numero æquales δ ε ζ, binæ sumptæ, & in eadẽ ratione, sit autẽ earũ proportio perturbata sicut quidẽ α, ad β, sic ε, ad ζ, sicutque β, ad γ, sic δ, ad ε, ex æquali autẽ, α, quàm γ, sit maior, dico quod & δ, quàm ζ, maior erit, & si æqualis, equalis: & si minor, minor. Quoniam enim maior est α, quàm γ, & alia quædam β, igitur (per 8 quinti,) α, ad β, maiorem habet rationem quàm γ, ad β. Sed sicut quidem α, ad β, sic ε, ad ζ, sicutque γ, ad β, rursus sic ε, ad δ, & ε, igitur ad ζ, maiorem rationem habet, quàm ε, ad δ, (per correlarium quartæ quinti,) Ad quã autem eadem maiorem rationẽ habet illa minor igitur est ζ, quàm δ, maior igitur est δ, quàm ζ. Similiter quoque ostendemus, quod & si æqualis fuerit α, ipsi γ, æqualis erit & δ, ipsi ζ. & si minor, minor. Si fuerint igitur tres magnitudines & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ & in eadem ratione, fuerit que perturbata earum proportio, ex æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor: quod demonstrare oportebat.



22 SI fuerint quotlibet quantitates aliæq́ꝫ secundum earum numerum quarum quæque duæ secũdum proportionem duarum ex primis in æqua proportionalitate, proportionales erunt.

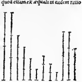
CAMPANVS Demonstratis antecedẽtibus ad æquam proportionalitatem, hic demonstrat eam, & primo, cum quãtitates duorum ordinum sunt directe proportionales. Non est autem necesse ut demonstraretur, nisi cum in utroque duorũ ordinũ sunt tantum tres quantitates Per hoc enim euidenter sequitur in utroque ordine fuerint quatuor quãtitates, & deinceps, & ideo etiam nõ oportuit eius antecedens demonstrari, non solũ cum in utroque ordine sunt etiã tres quãtitates. Sint igitur tres quantitates, a b, e, sumanturq́ꝫ tres aliæ quæ sunt c d f & sit proportio a ad b, sicut c ad d, & b ad e, sicut d ad f, dico quod erit a ad e, sicut c ad f. Sumam enim g ad a, & h ad c, æque multiplicia. Itẽque k ad b, & l ad d, æque & rursus m ad e, & n ad f, æque eritq́ꝫ per 4, g ad k, sicut h ad l, & k ad m, sicut l ad n, quare per 20, si g est maior m, erit h maior n, & si minor, minor: & si æqualis, æqualis. igitur per diffinitionem incõtinuæ proportionalitatis, proportio a ad e, est sicut c ad f, quod est propositum. Potest quinque hoc demõstrari per 15 huius, sumptis g k m, ad a b e, & h l n, ad c d f, æque multiplicibus, erit enim per 15, g ad k, sicut h ad l, & k ad m, sicut l, ad n. Cætera pertracta ut prius. Quod si fuerint quantitates plures tribus in utroque ordine utpote quatuor, additis p & q, ita quod sit e ad p, sicut f ad q, erit iterum a ad p, sicut c ad q, erit enim a ad e, sicut ad f: hoc enim demonstratum est, sublatis igitur b & d, erunt tres quantitates a e p, & aliæ tres c f q, ut proponitur, quare a ad p, sicut c ad q. Sicutq́ꝫ demonstratur de quatuor per tres, sublato uno medio, eodem modo demonstrabis de quinque per quatuor, sublatis duobus medijs, & de sex per quinque, sublatis tribus, & sic de cæteris.



Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 22

22 Si fuerint quælibet magnitudines & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione, etiam ex æquali in eadem ratione erunt,

THEON ex Zamb. Sint quælibet magnitudines α β γ, & aliæ eisdem æquales numero δ ε ζ, binæ sumptæ in eadem ratione, sicut quidem α, ad β, sic δ, ad ε, sicutq́ꝫ β ad γ, sic ε ad ζ. Dico quod etiam ex æquali in eadem ratione erunt, sicut α, ad γ, sic δ, ad ζ. Sumantur quidem ipsarum α δ, æque multiplices η θ, ipsarũ autẽ β ε, aliæ quæuis æque multiplices κ λ, & insuper ipsarũ γ ζ, aliæ quæuis multiplices μ ν. Et quoniam est sicut α, ad β, sic δ, ad ε, & sumptæ sunt ipsarum α δ, æque multiplices η θ, ipsarum autem β ε, aliæ quæuis æque multiplices κ λ, est igitur (per 4 quinti) sicut η, ad κ, sic θ ad λ, & per hoc sicut κ, ad μ, sic λ, ad ν. Quoniam igitur tres magnitudines sunt η κ μ, & aliæ eisdem æquales numero θ λ ν, binæ sumptæ & in eadem ratione, ex æquali igitur (per 20 quinti) si excedit η, ipsam μ, excedit & θ, ipsam ν, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor Sunt autem η θ, ipsarum α δ, æque multiplices, & μ ν, ipsarum γ ζ, aliæ quæuis æque multiplices: est igitur (per 6 diffinitionem quinti) sicut α, ad γ, sic δ, ad ζ. Si fuerint igitur quælibet magnitudines & aliæ æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione etiam ex æquali in eadem erunt ratione, quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 23

23 SI fuerint quotlibet quantitates aliæq́ꝫ secundum earum numerum, quarum ex prioribus quæque duæ secundum proportionem duarũ ex prioribus indirecte proportionatæ, in æqua proportionalitate proportionales erunt.

CAMPANVS Demonstrat æquam proportionalitatem in quantitatibus duorũ ordinum indirecte siue peruersim proportionatis. Nec est necesse quod demonstretur, nisi cum in utroque quocum ordinum sunt tantum tres quantitates, per hoc enim euidenter sequitur quæcunque ponantur in utroque ordine, sicut in præmissa de directe proportionatis demõstratum est. Sint igitur tres quantitates a b e, sumanturq; aliæ tres quæ sint f c d, & sit proportio a ad b, sicut c ad d, & b ad e, sicut f ad c, dico quod erit a ad e, sicut f ad d. Sumam enim g ad a. & h ad c. & k ad f, æque multiplicia. itemq; l ad b, & m ad e, & n ad d, æque eritq; per 4, d, ad l, sicut h ad n, & per 15, l ad m, sicut k ad h, quare per 21, si g addit super m, & k cadit super n: & si minuit, minuit: & si æquat, æquat ergo per diffinitionem incõtinuæ proportionalitatis, proportio a ad e, est sicut f ad d, quod est propositum.

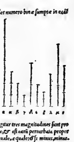
Potest quoque & hoc demonstrari per decimamtertiã huius, sumptis g l m ad a b e, & k, h, n, ad f c d, æque multiplicibus, erit enim per decimamquintam g ad l, sicut h ad n & l ad m, sicut k ad h, cætera pertracta ut prius. Cõuenientius tamen demonstrantur hæc & præmissa, secundum primum modum.

Quod si plures tribus fuerint quantitates in utroque ordine, utpote quatuor additis p & q, ita quod sit a ad b sicut d ad q, & b ad e, sicut c ad d, & e ad p sicut f ad c, erit iterum a ad p, sicut f ad q. erit enim per prædemonstrata a ad e, sicut c ad q. Sublatis igitur b & d, erunt tres quantitates a e p, & aliæ tres f c q. ut proponitur, quare a ad p, sicut f ad q. Sic igitur demõstratur de quatuor per tres, sublato uno medio. Eodem modo demonstrabis de quinque per quatuor, sublatis duobus medijs, & de sex per quinque, sublatis tribus, & sic in cæteris.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 23* *Propositio 23*

23 Si fuerint tres magnitudines aliæ'que eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio, etiã ex æquali in eadem ratione erunt.

THEON ex Zamberto. *Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadẽ ratione δ ε ζ, sit autem perturbata ipsarum proportio, sicut quidem α ad β, sic ε ad ζ, sicutq; β, ad γ, sic δ, ad ε. Dico quod est sicut α, ad γ, sic est δ, ad ζ. Sumantur, inquam, ipsarũ α β δ, æque multiplices η θ κ, ipsarũ autẽ γ ε ζ. aliæ quævis æque multiplices λ μ ν. Et quoniam æque sunt multiplices η θ, ipsarum α β, partes autem eodem modo multiplicium eandẽ habẽt rationẽ (per 15 quinti,) est igitur sicut α, ad β, sic η, ad θ. Ac per hoc, etiam sicut ε, ad ζ, sic μ, ad ν, & est sicut α, ad β, sic ε, ad ζ, & sicut igitur η ad θ, sic μ, ad ν, (per 11 quinti) Et quoniam est sicut β, ad γ, sic est δ ad ε, & sumptæ sunt ipsarum quidem β δ, æque multiplices θ κ, ipsarum autẽ γ ε, aliæ quævis æque multiplices λ μ, est igitur sicut θ, ad λ, sic κ, ad μ, & uicissim (per 16 quinti,) sicut β, ad δ, sic γ, ad ε. Et quoniam θ κ, ipsarum β δ, æque sunt multiplices, partes autẽ æque multipliciũ eandẽ habent rationẽ (per 15 quinti) est igitur sicut β, ad δ, sic θ, ad κ. Sed sicut β ad δ sic γ ad ε, & sicut igitur θ, ad κ, sic λ, ad μ, (per 11 quinti) Rursus quoniam λ μ, ipsarũ γ ε, æque sunt multiplices, est igitur γ, ad ε, sic λ ad μ, Sed sicut γ ad ε, sic θ, ad κ, & sicut θ, ad γ, sic λ, ad μ, & uicissim (per 16 quinti) sicut θ, ad λ, & κ ad μ. Ostensum autem quod sicut η, ad θ, & sic μ, ad ν. Quoniã igitur tres magnitudines sunt proportionales η θ λ, & aliæ, eisdem æquales numero κ μ, ν, binæ sumptæ in eadẽ ratione, & est earũ perturbata proportio, ex æquali igitur (per 21 quinti) si excedit η, ipsum λ, & excedit κ ipsum ν, & si æquale, æquale: & si minus, minus. Sunt autem η κ, ipsarum α δ, æque multiplices, & λ ν, ipsarum γ ζ, æque sunt multiplices, est igitur sicut α, ad γ, sic δ, ad ζ, (per 6 diffinitionem quinti. Si fuerint igitur tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata ipsarum proportio, etiam ex æquali in eadem ratione erunt. Quod demõstrasse oportuit.*

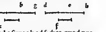


Eucli. ex Camp. *Propositio 24*

Si fue-

24 SI fuerit proportio primi ad secundum tanquam tertij ad quartum: proportio uero quinti ad secũdum tanquã sexti ad quartum, erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad secundum, tanquam sexti & tertij pariter acceptorum ad quartũ.

CAMPANVS. Quod secunda proposuit de multiplicibus, hæc proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus: unde hæc est illa tanto communior, quãto multiplicitate proportio & se habet ad illam, quemadmodum 15 ad primã.



Sit igitur proportio a b ad c, sicut d e ad f: & item b g ad c, sicut e h ad f: dico quod proportio a g ad c, est sicut d h ad f. Erit enim per cõuersam proportionalitatem, c ad b g, sicut f ad e h: quare per 22. erit in æqua proportionalitate a b ad b g: sicut e d ad e h: ergo cõiunctim per 18, a g ad g b, sicut d h ad h e: itaque per 22, erit in æqua proportionalitate a g ad c, sicut d h ad f, quod est propositum.

Eucli. ex Camp. Theorema 24. Propositio 24.

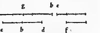
24 Si primum ad secundum eandem habuerit rationẽ & tertium ad quartum, habuerit autem & quintum ad secundum eandem rationem & sextum ad quartũ: etiam composita primum & quintum ad secundum, eandem habebunt rationem, & tertium & sextum ad quartum.

THEON ex Zamberto. *Primum etiam α β, ad secundum γ eandem habeat rationem, & tertium δ ε ad quartum ζ, habeat autem & quintum β κ, ad secundum γ: eandem rationem & sextum ε θ ad quartum ζ. Dico quod etiam composita primum & quintum α κ ad secundum γ eandem habebunt rationem: ac tertium & sextum δ θ ad ipsum ζ quartum. Quoniam enim est sicut β κ ad γ, sic est ε θ ad ζ: conuersim quoq; sicut γ ad β κ, sic ζ ad ε θ. Quoniam igitur est sicut α β ad γ, sic δ ε ad ζ, sicut autem γ ad β κ, sic ζ ad ε θ. ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut α β ad β κ, sic δ ε ad ε θ. Et quoniam disiunctæ magnitudines proportionales sunt, compositæ quoq; proportionales erunt (per 18 quinti) sicut igitur α κ ad κ β, sic δ θ ad θ ε: est autem & sicut β κ ad γ, sic ε θ ad ζ ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut α κ ad γ, sic δ θ ad ζ. Si primũ igitur ad secundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum, habuerit aũt quintũ ad secundum eandem rationem, & sextum ad quartum: etiam composita primum & quintum ad secundũ eandẽ habebunt rationẽ & tertiũ & sextum ad quartũ. quod oportebat demonstrare.*

Eucli. ex Camp. Propositio 25.

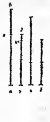
25 II fuerint quatuor quantitates proportionales, fueritq; prima earum maxima, & ultima minima, primam & ultimam pariter acceptas cæteris duabus maius esse necessario comprobatur.

CAMPANVS. Quod hic proponitur, nõ habet locum: nisi cum omnes quatuor quantitates sunt eiusdem generis. Sint igitur quatuor quantitatũ eiusdem generis, proportio a b ad c d, sicut e ad f: sitq; a b, maxima. Neq; oportet ponere quod f sit minima: quia ipsum ex hoc sequitur, quod a b posita est maxima: unde non posuit hoc auctor in conclusione tanquam positionẽ: sed posuit tanquam præcedentis positionis conclusionẽ. Dico quod cum ita fuerit, maius erit aggregatum ex a b & f, quam ex c d & e. Cum enim a b sit maior e, abscindã ex a b, g b æqualem e: similiter quoq; quia c d est maior f, abscindam ex c d, h d æqualem f. Eritq; per hypothesin a b ad c d, sicut g b ad h d, quare per 19, a g residuum ad c h residuum: sicut totum a b ad totum c d. Cum ergo a g se habet ad c h sicut a b ad c d, sed a b est maior c d. quare a g maior est c h: additis igitur utriq; duabus quantitatibus g b & h d, erit per cõmunem scientiam, aggregatum ex a b & h d maius aggregato ex c d & g b: & quia d h posita est æqualis f, & g b e: maius erit aggregatum ex a b & f, quàm aggregatũ ex c d & e: quod est propositum.



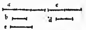
25 Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima earum & minima, reliquis maiores erunt.

THEON ex Zamberto. *Sint quatuor magnitudines proportionales $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, ϵ, ζ: sicut $\alpha\beta$ ad $\gamma\delta$, sic ϵ ad ζ. Sit autem maxima earum $\alpha\beta$, minima uero ζ. Dico quod ipsæ $\alpha\beta$ & ζ, ipsis $\gamma\delta$ & ϵ maiores sunt. Ponatur, inquã, (per tertiã primi) ipsi ϵ æqualis $\alpha\eta$, & ipsi ζ æqualis $\gamma\theta$. Quoniam igitur est sicut $\alpha\beta$ ad $\gamma\delta$, sic ϵ ad ζ: æqualis autem est ϵ ipsi $\alpha\eta$, & ipsi ζ æqualis $\gamma\theta$: est igitur sicut $\alpha\beta$ ad $\gamma\delta$, sic $\alpha\eta$ ad $\gamma\theta$, & quoniam est sicut totum $\alpha\beta$ ad totum $\gamma\delta$, sic ablatum $\alpha\eta$ ad ablatum $\gamma\theta$: & reliquum igitur $\eta\beta$ (per 19 quinti) ad reliquũ $\theta\delta$ erit sicut totũ $\alpha\beta$ ad totum $\gamma\delta$. Maior autem est $\alpha\beta$, quàm $\gamma\delta$. maior igitur est $\eta\beta$, ipsa $\theta\delta$. Et quoniam æqualis est $\alpha\eta$ ipsi ϵ, & $\gamma\theta$ ipsi ζ: igitur $\alpha\eta$ & ζ sunt æquales ipsis $\gamma\theta$ ϵ. Et quoniam si inæqualibus æqualia addantur tota inæqualia fient (per quartam communem sententiam) cum igitur $\eta\beta$ & $\theta\gamma$ sint inæquales, & $\eta\beta$ maior sit, & ipsi quidem $\eta\beta$ addantur $\alpha\eta$ & ζ, ipsi uero $\theta\delta$ addantur $\gamma\theta$ & ϵ, producentur $\alpha\beta$ & ζ maiores ipsis $\gamma\delta$ & ϵ. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima earum, reliquis maiores erunt, quod demonstrare oportebat.*



Nouem sequentes propositiones quas ad 25 adiecit Campanus, nihil in Zamberto eis respondens habent: nec plures 25 in uetustioribus Euclidis exemplaribus reperiuntur: quare ex additione Campani esse uidentur.

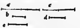
26 SI fuerit quatuor quantitatum proportio primæ ad secũdam maior quàm tertiæ ad quartam, erit conuersim è contrario secundæ ad primam minor quàm quartæ ad tertiam.



CAMPANVS. Sit proportio a ad b, maior quàm c ad d: dico quod erit è conuerso, modo contrario minor proportio b ad a, quàm d ad c. Si enim est eadem b ad a quæ est d ad c: erit è conuerso a ad b ut c ad d: sed non est, immo maior. At uero si est b ad a maior quam d ad c, sit e ad a, ut d ad c: eritq; ex duodecim, e ad a minor q̃ b ad a: quare ex prima parte decimæ e est minor b. Ideoq; ex secũda parte s, maior erit proportio a ad e, quàm a ad b: & quia per cõuersam proportionalitatem, a ad e, sicut c ad d: erit ex duodecima, proportio c ad d maior quàm a ad b, sed erit minor, relinquitur ergo propositum. Possumus quoq; (si libet) astruere propositum ostensiue: manifestum enim est ex prima parte decimæ, quod illa quantitas cuius ad b est eadem proportio quæ est c ad d, est minor a: eo quòd ponitur maior proportio a ad b quàm c ad d: illa ergo quantitas sit e: cum sit igitur proportio e ad b ut c ad d: erit è conuerso b ad e, ut d ad c. Constat autem ex secunda parte octauæ, quod proportio b ad a: minor est quam proportio b ad e. Itaq; per duodecimam, proportio b ad a: est minor q̃ d ad c. Quod uolumus.

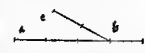
27 Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam, erit permutatim maior proportio primæ ad tertiam quàm secundæ ad quartam.

CAMPANVS. Sit hic quoq; proportio a ad b maior, quàm c ad d: dico quod erit permutatim maior proportio a ad c, quàm b ad d. Eadem enim non erit, quia tunc quoq; esset permutatim a ad b, sicut c ad d. Neq; minor: nam si hoc ponatur: sit itaque e ad c,



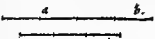
e ad c,ut b ad d: eritq; ex duodecima, maior proportio e ad c, quàm a ad c: quare ex prima parte decimæ, e est maior a. Itaq; per primam partem octauæ, proportio e ad b, est maior quàm a ad b. Et quia positum est ut sit e ad c, sicut b ad d: erit permutatim e ad b, sicut c ad d: ex duodecima igitur, maior erit proportio c ad d, quàm a ad b, sed positum erat oppositum, uerum ergo est propositum. Ostensiue quoq; idem, quemadmodum in præmissa. Sumpta enim e ad b, ut c ad d: erit ex prima parte decimæ, e minor a: quia ex prima parte octauæ, maior erit a ad c, quam e ad c. Sed ex permutata proportionalitate, est e ad c, ut b ad d: igitur ex duodecima a ad c: est maior quàm b ad d, quod est propositum.

28 **Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ ad secundam sit maior proportio quàm tertiæ ad quartam: erit quoq; coniunctim maior proportio primæ & secundæ ad secundam quàm tertiæ & quartæ ad quartam.**

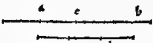


CAMPANVS. Sit maior proportio a ad b, quàm c ad d: dico quod maior erit totius a b ad d, quàm totius c d ad d: quia ipsa neq; erit æqualis, neq; minor. Si enim æqualis tunc erit disiunctim, a ad b ut c ad d. Si autem est minor, sit e b ad b, ut c d ad d: eritq; ex duodecima, maior proportio e b ad b, quàm a b ad b: itaq; ex prima parte decimæ, e b, est maior quam a b: & per conceptionem, e maior quàm a, quare ex prima parte octauæ, maior est proportio e ad b, q̃ a ad b: sed e ad b est ut c ad d per disiunctam proportionalitatem: eo quod erat e b ad b: ut c d ad d: ergo per duodecimam, c ad d, est maior q̃ a ad b: hoc autem est contra hypothesin. Idem etiam ostensiue. Cum enim propositum sit quod maior sit proportio a ad b, quàm c ad d: sit proportio e ad b, ut c ad d: eritq; ex prima parte decimæ, e minor a. Ideoq; ex communi scientia, e b erit minor q̃ a b: quare ex prima parte octauæ, maior erit proportio a b ad b, quàm e b ad b. At uero proportio e b ad b, est per coniunctam proportionalitatem, sicut c d ad d: positum enim est, ut sit e ad b, tanquam c ad d: igitur ex duodecima, maior est a b ad b, quàm c d ad d: quod est propositum.

29 **Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ & secundæ ad secundã sit maior proportio quàm tertiæ & quartæ ad quartam: erit quoq; disiunctim proportio primæ ad secundam maior quàm tertiæ ad quartam.**

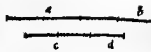


CAMPANVS. Sit proportio a b ad b, maior quàm c d ad d: dico quod erit disiũctim, proportio a ad b, maior quàm c ad d: alioqui erit æqualis uel minor. Quod si æqualis: erit per coniunctam proportionalitatem a b ad b, ut c d ad d. Si aũt minor, erit maior c ad d, quàm a ad b: ergo per præmissam, maior erit c d ad d, q̃ a b ad b qđ est incõueniens, quia positũ est quod minor: uerũ est ergo quod dicitur. Quod etiam ostensiue astruemus, hoc modo. Ponemus enim ut proportio e b ad b, sit tanquam proportio c d ad d: eritq; ex prima parte 10: e b minor quàm a b: quare ex communi scientia e est minor quam a: minor igitur est ex prima parte 8, proportio e ad b, quàm sit a ad b: sed proportio e ad b, est sicut c ad d, ex disiuncta proportionalitate: itaq; ex 11, proportio a ad b, est maior quàm sit c ad d, quod est propositum.



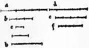
30 **Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ & secundæ ad secundã sit maior proportio quàm tertiæ & quartæ ad quartam, erit euersim minor proportio primæ & secundæ ad primam quàm tertiæ & quartæ ad tertiam.**

CAMPANVS. Sit maior proportio a b ad b, quàm c d ad d: dico quod euersim minor erit proportio a b ad a, quàm c d ad d: erit enim disiunctim ex præmissa, maior proportio a ad b, quàm c ad d. Itaque per 26, erit è conuerso minor b ad a, quàm d ad c: quare per ante præmissam, coniunctim minor erit b ad a, quàm c d ad c, quod est propositum.



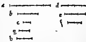
31 Si fuerint tres quãtitates in uno ordine, itemq́ue tres in alio, fueritq́ue primæ priorum ad secundam maior proportio quàm primæ posteriorum ad secundam, itemq́ue secundæ priorum ad tertiam maior quàm secundæ posteriorum ad tertiam: erit quoque primæ priorum ad tertiam maior proportio, quàm primę posteriorum ad tertiam.

CAMPANVS. Sint tres quantitates, a, b, c, itemq́ue aliæ tres, d e f: sitq́ue maior proportio a ad b, quàm d ad e. Itemq́ue maior b ad c, quàm e ad f: dico quod maior erit proportio a ad c, quàm d ad f. Sit enim g ad c, ut e ad f: eritq́ue ex prima parte 10, g minor b: quare ex secunda parte 8, proportio a ad g, est maior quàm a ad b: multo maior ergo est proportio a ad g, quàm d ad e: sit itaque h ad g, ut d ad e: eritq́ue ex prima parte 10. a maior h: quare ex prima parte 8, proportio a ad c maior est quàm proportio h ad c. At uero proportio h ad c, est per æquam proportionalitatem, sicut d ad f: est enim h ad g, ut d ad e, & g ad c, ut e ad f: igitur ex 12, proportio a ad c, est maior quàm d ad f, quare constat propositum.



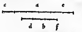
32 Si fuerint tres quantitates in uno ordine, itemq́ue tres in alio, fueritq́ue proportio secundæ priorum ad tertiam maior quàm primæ posteriorum ad secundam, itemq́ue primæ priorum ad secundam maior quàm secũdæ posteriorum ad tertiam, erit maior proportio primæ priorum ad tertiam, quàm primæ posteriorum ad tertiam.

CAMPANVS. Sint enim tres quantitates in uno ordine, a, b, c: itemq́ue tres in alio, d, e, f, quemadmodũ in præmissa. sitq́ue maior proportio b ad e & maior a ad b, quàm e ad f: dico quod maior erit a ad c, quam d ad f. Sit enim g ad c, ut d ad e: eritq́ue g minor b, per primam partem 10: quare maior erit proportio a ad g, quàm a ad b, per secundam partem 8: igitur multo maior est a ad g, quàm e ad f. Sit itaque h ad g, ut e ad f. eritq́ue a maior h, ex prima parte 10: quare proportio a ad c, maior est quam h ad c, ex prima parte 8. At uero ex 23, proportio h ad c, est tanquã d ad f: eo quod est g ad c, ut d ad e, & h ad g, ut e ad f: igitur ex 12 maior est proportio a ad c, quàm d ad f, quod est propositum.



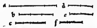
33 Si fuerit proportio totius ad totũ, maior quàm abscisi ad abscisum, erit residui ad residuum, maior proportio quàm totius ad totum.

CAMPANVS. Sint duæ quantitates a, & b, a quibus abscindatur c & d: & residua sunt e & f: sitq́ue maior proportio a ad b, quàm c ad d: dico quod maior erit proportio e ad f, quam a ad b: erit enim ex 27, permutatim maior proportio a ad c, quam b ad d: quare ex 30, erit euersim minor proportio a ad e, quàm b ad f, igitur rursus ex 27, permutatim minor erit a ad b: quam e ad f, quod est propositum.



Si quotlibet

34 Si quotlibet quantitates ad totidem alias cõparentur, fueritq́ cuiuslibet præcedẽtis ad suã relatiuã maior proportio q̃ alicuius subsequẽtis ad suã, erit omniũ harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio q̃ alicuius subsequentiũ ad suã parẽ, aut etiam q̃ omniũ pariter acceptarũ ad oẽs pariter acceptas, minor aũt quàm primæ ad primam.



CAMPANVS. Sint tres quantitates a, b, c, relatæ ad totidem alias quæ sint d, e, f, sitq́ maior proportio a ad d, quàm b ad e, & b ad e sit maior q̃ c ad f: dico qđ proportio a, b, c, pariter acceptarum ad d, e, f, pariter acceptas, est maior quàm b ad e, uel maior quàm c ad f, & etiam maior quàm b & c pariter acceptarum ad e & f pariter acceptas: & ipsa est minor quàm a ad d. Cũ enim sit a ad d maior quàm b ad e: erit permutatim a ad b maior quàm d ad e: & coniunctim a b ad b, maior quàm d e ad e: & iterum permutatim a b ad d e, maior quàm b ad e: quare per præmissam a ad d: est maior quam a b ad d e. Eodemq́ modo probatur maiorem esse b ad e, quàm b c ad e f: itaq́ maior proportio est a ad d, quàm b c ad e f: quare permutatim maior est a ad b c, quàm d ad e f: & coniunctim maior a b c ad b c, quàm d e f ad e f: & iterum permutatim maior a b c ad d e f, quàm c b ad e f: quare per præmissam, maior est a ad d, quàm a b c ad d e f, quod est propositum.

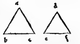
SEXTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER SEXTVS.

Euclides ex Campano. Diffinitiones.

1 SVperficies similes dicũtur, quarũ anguli unius angulis alterius æquales, lateraq́ æquos angulos continentia proportionalia.

CAMPANVS. Vt si trigonus a b c fuerit æquiangulus trigono d e f, fueritq́ angulus a æqualis angulo d, & angulus b æqualis angulo e, & proportio a b ad d e sicut a c ad d f, & b c ad e f, ipsi erunt similes.



2 Superficies mutuorũ laterum, sunt inter quarũ latera, incontinua ptoportionalitas retransitiue habetur.

CAMPANVS. Vt si duorũ quadrilaterorũ a b c, d e f, proportio a b lateris primi ad d c latus secundi fuerit sicut proportio e f lateris secundi ad b c latus primi, illa duo quadrilatera dicuntur mortuorum laterum siue mutekesia.

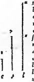
3 Linea dicitur diuidi secundũ proportionẽ habentẽ medium & duo extrema, quando eadẽ est proportio totius ad maiorẽ sui sectionẽ quæ est maioris ad minorẽ.

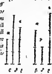
Eucli. ex Zamb. Diffinitiones.

κατὰ μίαν singillatim.

SImiles figuræ rectilineæ, sunt quæ & angulos æquales habent † ad unum, & quæ circa angulos æquales sunt latera proportionalia. 2 Reciprocæ autem figuræ, sunt quãdo in utraq; figura antecedentes & consequẽtes termini rationales fuerint. 3 Extrema & media ratione, recta linea diuidi dicitur, quando fuerit sicut tota ad maius segmentum, sic maius ad minus. 4 Altitudo uniuscuiusq; figuræ, est à uertice ad basin perpẽdicularis deducta. 5 Ratio ex duabus rationibus, aut ex pluribus constare dicitur, quando rationum quantitates multiplicatæ, aliquã efficiunt quantitatem.

THEON ex Zamb. *Sit enim α β ad γ δ rationem habens datam, ueluti duplam aut triplam aut quamlibet aliam. & γ δ ad ε ζ, eandem quoq; datam. Dico quod ipsius α β & ε ζ ratio, constat ex α β ad γ δ, & ex γ δ ad ε ζ. Vel quod ipsius α β ad γ δ rationis quantitas multiplicata in ipsius γ δ ad ε ζ rationis quantitatem, efficit ipsius α ε ad ε ζ rationem. Sit enim primum α ε quàm γ δ maior. & γ δ ipsa ε ζ. & sit quidẽ α ε, ipsius γ δ dupla. & γ δ ipsius ε ζ tripla quoniã igitur γ δ ipsius ε ζ tripla est, ipsius autẽ γ δ, dupla est α β. igitur α β ipsius ε ζ sexicupla est: quoniam si triplum alicuius duplicamus, fit sexicuplum. hoc enim est proprie cõpositio. Vel sic. Quoniam α β dupla est ipsius γ δ, diuidatur α ε in ipsi γ δ æqualia, hoc est α κ, & κ β. Et quoniã γ δ ipsius ε ζ tripla est. æqualis autem est α κ ipsi γ δ. & α κ igitur ipsius ε ζ tripla est. Id propterea, & κ ε ipsius ε ζ tripla est. Tota igitur α β, ipsius α ζ sexicupla est. Ipsius igitur α ε ad ε ζ ratio connectitur per γ δ medium limitem, composita ex ipsius α ε ad γ δ & γ δ ad ε ζ ratione. Similiter autem & si minor fuerit γ δ, utraq; ipsarum α ε & ε ζ, idipsum colligitur. Sit enim rursus α β ipsius γ δ tripla. at γ δ ipsius ε ζ sit dimidia: & quoniam γ δ ipsius ε ζ dimidia est. ipsius autem γ δ tripla est α ε. igitur α ε sesquialtera est ipsius ε ζ si enim alicuius dimidiũ triplicamus, habebit ipsum semel & dimidium At quoniam ab ipsius γ δ tripla est, & γ δ ipsius ε ζ dimidia est, qualiũ est α ε æqualium ipsi γ δ trium, taliũ est ε ζ duorum. Quare sesquialterum est α ε ipsius ε ζ. Igitur ratio ipsius α β ad ε ζ. connectitur per γ δ medium limitem: composita ex ipsius α ε ad γ δ, & γ δ ad ε ζ ratione. Sed iam rursus sit γ δ utraq; ipsarum α β & ε ζ maior, & sit quidem α β ipsius γ δ dimidium, & γ δ ipsius ε ζ sesquitertium. Quoniam igitur qualium est α β duorum, talium est γ δ quatuor. qualium autem γ δ quatuor, talium ε ζ trium & qualium igitur α ε duorum, taliũ ε ζ trium. connectitur igitur rursus ratio ipsius α ε ad ε ζ, per γ δ mediũ limitem, quæ duorum est ad tria similiter quoq; & in pluribus, & in reliquis casibus. Et manifestum est quod si à composita ratione quæuis una compositarum auferatur: uno simplicium eiectio. reliqua compositarum assumetur.*

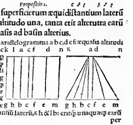




Eucli. ex Camp. Propositio 1.

1 SI duarum rectilinearum superficierum æquidistantium laterũ siue triãgulorum, fuerit altitudo una, tanta erit alterutra earũ ad alteram, quanta sua basis ad basin alterius.

CAMPANVS. Sint duo parallelogramma a b c, d e f: æqualis altitudinis: dico esse proportionem eorum sicut b c ad e f: ponam illa duo parallelogramma sup lineã unã, quæ sit g m: erũtq; propter hoc q sunt æqualis altitudinis, inter lineas æquidistantes, quarũ sit altera k n, deinde ex linea g m, sumam g c multiplicẽ secundũ quemcũq; numerũ uoluero, ad b c, & diuidã eam in partes æquales b c, in punctis h & b, a quibus & puncto g, ducã æquidistantes lineæ a b, quæ sunt g k & h l: & cõplebo supficies æquidistantiũ laterũ, k h & l b: eritq; unaquæq; earũ

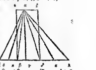


per 36 primi: æqualis a c: quare ſicut linea g c eſt multiplex lineæ b c: ita ſuperficies c κ, ſuperficiei a c. Si ſimiliter quoq; ad lineã e f ſumã ex linea g m, lineã f m multiplicẽ ſecundũ quencũq; numerũ uoluero ad e f, & cõplebo, ſuperficiẽ æquidiſtãtiũ laterũ ducta linea m n æquidiſtãter lineæ d e, eritq; ſupficies n f ita multiplex ſupficiei d f, ſicut linea m f lineæ e f. Et q̃a per 36 primi ſi linea g c eſt maior linea f m, ſupficies κ c eſt maior ſuperficie f, & ſi minor, minor, & ſi æqualis, æqualis, erit per diffinitionẽ incõtinuæ ꝓportiõalitatis, eadẽ proportio baſis b c ad baſin e f, quæ eſt ſuperficiei a c ad ſuperficiẽ d f, quod eſt propoſitũ. De triangulis unius altitudinis idẽ probabis & eodem modo per 38 primi ductis lineis ab extremitatibus earũ quas ad baſes ſumes multiplices, ad uertices triangulorum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 1.

1 Triangula & parallelogramma, quæ ſub eadem ſunt altitudine, ad ſe inuicem ſunt ut baſes.

THEON ex Zamberio. Sint triangula quidem α β γ, & α γ δ, parallelogramma uero ε γ, & γ ζ, ſub eadẽ altitudine exiſtentia perpendiculari ſcilicet ab α, in β δ, ducta. Dico quod eſt ſicut β γ, baſis ad γ δ, baſin. ſic eſt α β γ, triangulũ ad α γ δ, triangulum, & ε γ, parallelogrammũ ad γ ζ, parallelogrammũ. Producatur inquã (per 2 poſtulatum,) δ β ex utraque in θ λ, ſigna, & ponantur (per 2 primi) ipſi quidem β γ, baſi, æquales, quotcunq; β η, & η θ, ipſi autem γ δ, baſi æquales quotcunq; δ κ, & κ λ. Connectanturq; α η, α θ, α κ, & α λ. Et quoniam γ β, β η, & η θ, ſibijnuicem ſunt æquales, & triangula quoque α θ η, α η β, & α β γ, ſibijnuicem ſunt æqualia (per 38 primi.) Quod multiplex igitur eſt θ γ, baſis, ipſius β γ, baſis, tam multiplex eſt & triangulum α θ γ, trianguli α β γ. Id propterea, quàm multiplex eſt λ γ, baſis, ipſius δ γ baſis, tam multiplex eſt & α λ γ, triangulum, ipſius α δ γ, trianguli, & ſi æqualis eſt θ γ, baſis, ipſi γ λ, baſi, æquum eſt (per 38 primi) triãgulum α θ γ, triangulo α γ λ, & ſi baſis θ γ, excedit baſim γ λ, excedit & triangulum α θ γ, triangulum α γ λ, & minor, minus, (per 6 diffinitionem quinti.) Quatuor iam exiſtentibus magnitudinibus duabus quidem baſibus hoc eſt β γ, & γ δ, duobus autẽ triangulis hoc eſt α β γ, & α γ δ, ſumptæ ſunt æque multiplices, ipſius quidem β γ, baſis, & ipſius α β γ, triãguli, baſis uidelicet θ γ, & triangulum α θ γ, ipſorum autem γ δ, baſis & α δ γ, trianguli: alia quæuis æque multiplicia, hoc eſt baſis γ λ, & triangulum α λ γ, & demonſtratum eſt quod ſi excedit baſis θ γ, baſim γ λ, excedit quoque & triangulum α θ γ, triangulũ α λ γ, & ſi æqualis: æquale, & ſi minor, minus, Eſt igitur ſicut baſis β γ, ad baſim γ δ, ſic triangulum α β γ, ad triangulum α γ δ, (per ſextam diffinitionem quinti.) Et quoniam (per 41 primi ipſius quidem trianguli α β γ, duplum eſt parallelogrammum ε γ, ipſius autem α γ δ, trianguli duplum eſt (per eandem) parallelogrammum ζ γ, partes autem eodem modo multiplicium (per 15 quinti) eandem habent rationem: eſt igitur ſicut triangulũ α β γ, ad triangulũ α γ δ, ſic parallelogrammũ ε γ, ad parallelogrammum γ ζ. Quoniam igitur patuit ſicut quidem baſis β γ, ad baſin γ δ, ſic triangulũ α β γ ad triangulum α γ δ, ſicutque triangulum α β γ, ad triangulum α γ δ, ſic parallelogrammum ε γ ad parallelogrammum ζ γ, & ſicut igitur (per 11 quinti) baſis β γ, ad baſin γ δ, ſic parallelogrammum ε γ, ad parallelogrammum ζ γ. Triangula igitur & parallelogramma ſub eadem altitudine exiſtentia, ad ſe inuicem ſunt ſicut baſes, quod demõſtrare oportebat.



Eucl. ex Camp. Propoſitio 2.

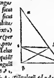
2 Si linea recta duo trianguli latera ſecans, reliquo fuerit æquidiſtans, eam duo illa latera proportionaliter ſecare. Si uero proportionaliter ſecet, eam reliquo lateri æquidiſtare neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius duo latera a b, & a c ſecet linea d e, æquidiſtãter tertio lateri quod eſt b c, dico quod erit proportio a d ad d b ſicut a e ad e c, & econuerſo, ſi fuerit proportio a d ad d b ſicut a e ad e c, linea d e erit æque diſtãs lineæ b c, protraham enim duas lineas e b & d c, eritque per 37 primi, triangulus e d b, æqualis triangulo d e c, propter id quod ipſi ſunt ambo ſuper lineam d e, inter lineas æquidiſtantes, itaque per ſecundam partem 7 quinti, proportio trianguli a d e ad utrumque illorum, erit una, ſed proportio eius per præmiſſam ad triangulum e d b, eſt ſicut lineæ a d ad lineam d b, & ad triãgulũ d e c, ſicut lineæ a e ad lineã e c. Nam ipſe cũ utroq; illorũ eſt æqualis altitudinis, quare erit proportio a d ad d b, ſicut a e ad e c, quod eſt primũ. Et ſi hoc fuerit: erit per præmiſſam, ipſius a d e ad utrũq; illorũ ꝓportio una, quare per ſecundã partẽ 9 quinti, ipſi ſunt adinuicẽ æquales, & quia ipſi ſunt ſuper eandem baſin, uidelicet lineam d e, & ex eadem parte: erit per 39 primi.

linea d e æquidistans lineæ b c, quod est secundum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

2 Si trianguli ad unum laterum ducta fuerit aliqua recta linea parallelus proportionaliter secat ipsius triaguli latera, & si trianguli latera proportionaliter secta fuerint, ipsas sectiones connectẽs recta linea, parallelus ad reliquum erit ipsius trianguli latus.



THEON ex Zamberto. Trianguli enim α β γ. parallelus ad latus β γ, agatur δ ε. Dico quod est sicut β δ, ad δ α, sic est γ ε, ad ε α. Cōnectantur enim β ε, & γ δ, æquale igitur est (per 37 primi) triāgulū β δ ε, triāgulo γ δ ε, in eadem enim sunt basi δ ε, & in eisdem parallelis δ ε, & β γ. Aliud autem quoddam triangulum α δ ε, æqualia autem (per 7 quinti) ad idem eandem habent rationem. Est igitur sicut triangulum β δ ε, ad triangulum α δ ε, sic triangulum γ δ ε, ad triangulum α δ ε. Sed sicut quidem triangulum β δ ε, ad triangulum α δ ε, sic est β δ, ad δ α, sub eadem namque altitudine perpẽdiculari scilicet ab ε, in α β, ducta cū sint, ad seinuicẽ sunt sicut bases (per 1 sexti.) Ac propterea sicut triangulum γ δ ε, ad triangulum α δ ε, sic γ ε, ad ε α, & sicut igitur (per 11 quinti) β δ, ad δ α, sic γ ε, ad ε α. Sed iam ipsius α β γ, trianguli, latera α β, & α γ, proportionaliter secentur, sicut β δ, ad δ α, sic γ ε, ad ε α, & cōnectatur δ ε. Dico quod parallelus est δ ε, ipsi β γ. Eisdẽ nāq; dispositis, quoniā est sicut β δ, ad δ α, sic γ ε, ad ε α, sed sicut quidẽ β δ, ad δ α, sic triāgulū β δ ε, ad triangulū α δ ε, (per 1 sexti) sicut aūt γ ε, ad ε α, sic triangulū γ δ ε, ad triangulum α δ ε, (per eandem,) & sicut igitur (per 11 quinti,) triangulum β δ ε, ad triangulū α δ ε, sic triangulū γ δ ε, ad triangulū α δ ε. Vtrūq; igitur ipsorū β δ ε, & γ δ ε, triāgulorū, ad α δ ε, eandem habet rationẽ (per 9 quinti.) Aequale igitur (per eandẽ) est triangulū β δ ε, triāgulo γ δ ε, & in eadem sunt basi δ ε, æqualia autem triāgula & in eadem basi existentia, etiā in eisdem sunt parallelis (per 39 primi) parallelus igitur est δ ε, ipsi β δ. Si trianguli ad unum latus igitur acta fuerit parallelus aliqua recta linea, proportionaliter secat triāguli latera, & si triāguli latera proportionaliter secta fuerint, ipsas sectiões coniūgens recta linea, parallelus erit ad reliquū trianguli latus. Quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 SI ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad basin ducta, angulum illum per æqualia secet, duas partes ipsius basis reliquis eiusdem trianguli lateribus proportionales esse. Si uero duæ partes basis quas linea ab angulo ducta distinguit, reliquis triāguli lateribus proportionales fuerint, lineam illā angulum per æqualia diuidere necessario comprobatur.

CAMPANVS Sit trigonus a b c, cuius angulum a diuidat linea a d per æqualia, dico quod proportio b d ad d c. est sicut b a ad a c, & econuerso, protraham enim b e, æquidistantẽ a d, & producam c a, quousque concurrat cum b e, in puncto e, eritque per primam partem 29 primi, angulus e b c, æqualis angulo b a d, & per secundam partem eiusdem, angulus e, angulo d a c, quare angulus e, est æqualis angulo e b a, ergo per sextam primi, e a, est æqualis a b, & ideo per primam partem septimi quinti, proportio e a ad a c. est sicut b a ad a c, sed per præmissam, e a, ad a c, est sicut b d ad d c. ergo b a ad a c, sicut b d ad d c, qđ est primum. Secunda pars quæ est conuersa primæ partis, probabitur conuerso modo. Manente enim eadem dispositione, si fuerit proportio b a ad a c, sicut b d ad d c, quia per præmissam e a ad a c est sicut b d ad d c, erit eadẽ proportio e a ad a c, quæ est b a ad a c, ergo per primā partem, 9 quinti e a & a b sunt æquales. quare per 5 primi duo anguli e & e b a. sunt æquales, igitur per primam & secundam partem 29 primi angulus b a d, est æqualis angulo d a c, quod est secundum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 3

3 Si trianguli angulus bifariam secetur, dispescens autem angulum recta linea secuerit & basin, basis segmenta eandem habebunt rationem reliquis ipsius trianguli lateribus, & si basis segmenta eandem habuerint rationem reliquis ipsius trianguli lateribus, â uertice ad sectionem con

iuncta

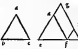
iuncta recta linea bifariam dispescit ipsius trianguli angulum.

THEON ex Zamberto. Sit triangulum α β γ, seceturque (per 9 primi,) angulus β α γ, bifariam per rectam lineam α δ. Dico quod est sicut β δ, ad γ δ, sic est β α, ad α γ. Excitetur enim (per 31 primi) per γ, ipsi δ α, parallelus γ ε, & extensa β α, ei concurrat in ε, & quoniam in parallelos α δ, & ε γ, recta linea α γ, cecidit, angulus igitur α γ ε, (per 29 primi,) æqualis est angulo γ α δ. Sed angulo γ α δ, is qui est sub β α δ, supponitur æqualis, & angulus igitur β α δ, ei qui sub α γ ε, est angulo, est æqualis. Rursus quoniam in parallelos α δ, & ε γ, recta linea cecidit β ε, (per 28 primi,) angulus exterior β α δ, æqualis est angulo interiori α ε γ, ostensum autem est quod angulus α γ ε, angulo β α δ, est æqualis, & angulus α γ ε, igitur, angulo α ε γ, est æqualis, quare & latus α ε, lateri α γ, (per 6 primi,) est æquale. Et quoniã trianguli β γ ε, ad unũ latus ε γ, parallelus acta est α δ, proportionaliter igitur est (per 2 sexti, & per 11 quinti) sicut β δ, ad δ γ, sic β α, ad α ε. Aequalis autem est, α ε, ipsi α γ, est igitur sicut β δ, ad δ γ, sic β α ad α γ. Sed esto sicut β δ, ad δ γ sic β α, ad α γ, & connectatur α δ. Dico quod bifariam secatur angulus β α γ, per rectam lineam α δ. Eisdem namque dispositis, quoniam est sicut β δ, ad δ γ, sic est β α, ad α γ, sed sicut β δ, ad δ γ, sic β α, ad α ε, (per secundã sexti,) trianguli enim β γ ε, ad unũ latus ε γ, acta est parallelus α δ, & sicut igitur β α, ad α γ, sic β α, ad α ε, (per 9 quinti,) æqualis igitur est α γ, ipsi α ε, quare & angulus qui sub α ε γ, (per quintã primi,) ei qui est sub α γ ε, est æqualis. Sed qui est sub α ε γ, (per 29 primi) exteriori qui est sub β α δ, est æqualis, angulus autẽ α γ ε, ei qui uicissim est sub γ α δ, angulo est æqualis: igitur β α δ, æqualis est angulo γ α δ. Angulus igitur β α γ, bifariam discinditur sub α δ, recta linea. Si trianguli angulus igitur bifariam secetur eum autem dispescens recta linea secuerit & basin: basis segmenta eandem habebunt rationem reliquis trianguli lateribus, & si basis segmenta eandem habuerint rationem reliquis trianguli lateribus, à uertice ad basin coniũcta recta linea bifariam secat ipsius trianguli angulum, quod erat demonstrandum.

Euch. ex Camp. Propositio 4

4 Omnium duorum triangulorum quorum anguli unius angulis alterius sunt æquales, latera æquos angulos continentia sunt proportionalia.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f æquianguli: sitq́ angulus a æqualis angulo d: & angulus b, angulo e: & angulus c angulo f: dico quod proportio d e ad a b, & d f ad a c: est sicut e f ad b c: ponam enim ambos triangulos super lineam unã quæ sit e c: ita quod duo anguli unius qui erũt super hanc lineam, sint æquales duobus alterius qui erunt super eandem: non quidem medius medio aut extremus extremo: sed medius unius, extremo alterius: & ponam duos eorum medios angulos in eodem puncto coire, sitq́ a f c: ipse idem triangulus qui erat a b c: & quia angulus a f c est æqualis angulo e, angulus d f e angulo c per hypothesim erit per primam partem 28 primi, linea a f æquidistans d e, & d f æquidistans a c: complebo igitur superficiem æquidistantium laterum: quæ sit g: eritq́ per 34 primi, g a æqualis d f, & g d æqualis a f. Quia ergo per secundam huius g a ad a c, sicut e f ad f c, & per eandem e d ad f c sicut e d ad d g: erit per 7 quinti d f ad a c: & per eandem e d ad f a, sicut e f ad f c, quod est propositum.



Euch. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 4.

4 Æquiangulorum triangulorum proportionalia sunt latera: quæ circũ æquales angulos, & similis sunt rationis quæ æquali bus angulis latera subtenduntur.

THEON ex Zamberto. Sint triangula æquiangula α β γ & δ γ ε, æquum habentia angulum qui sub α β γ, ei qui sub δ γ ε, est angulo, & angulum qui sub β α γ ei qui sub δ γ ε, & insuper angulum qui sub α γ β, ei qui sub δ ε γ. Dico quod triangulorum α β γ & δ γ ε, latera sunt proportionalia, quæ circum æquales sunt angulos: eiusdem q́ rationis, quæ æqualibus angulis latera subtenduntur. Ducatur enim in rectam lineam β γ, ipsi γ ε. Et quoniam anguli α β γ & α γ β duobus rectis sunt minores (per decimamseptimam primi) æqualis autem est angulus α γ β ei qui est sub δ

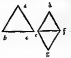
ε γ, est

ε γ, angulo: anguli igitur α ε γ & δ ε γ, duobus rectis sunt minores. Igitur β α & ε δ, productæ, in congressum ueniunt. Congrediantur conueniantq; in ζ: & quoniam per hypothesin angulus δ γ ε angulo α β γ est æqualis, parallelus est (per 28 primi) β ζ ipsi γ δ. Rursus quoniam per hypothesin, angulus α γ ε æqualis est angulo δ ε γ parallelus est (per 28 primi) α γ ipsi ζ ε. Parallelogrammum igitur est, ζ α δ γ. Aequalis igitur est ζ α, ipsi δ γ, & α γ ipsi ζ δ. Et quoniam (per 2 sexti) trianguli β ζ ε ad latus unum ζ ε parallelus acta est α γ: est igitur sicut ε α ad α ζ, sic ε γ ad γ ε. Aequalis autem est α ζ ipsi γ δ. Sicut igitur (per 11 quinti) β α ad γ δ, sic β γ ad γ ε: & uicißim (per 16 quinti) sicut α ε ad β γ, sic δ γ ad γ ε. Rursus quoniam parallelus est γ δ ipsi β ζ: est igitur (per 2 sexti) sicut β γ ad γ ε, sic ζ δ ad δ ε. Aequalis autem est ζ δ ipsi α γ. Sicut igitur β γ ad γ ε, sic α γ ad δ ε: uicißim igitur (per 16 quinti) sicut ε γ ad γ α, sic γ ε ad ε δ. Quoniam igitur demonstratum est quod sicut α β ad ε γ, sic δ γ ad γ ε: sicut autem β γ ad γ α, sic γ ε ad ε δ: ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut β α ad α γ, sic γ δ ad δ ε. Proinde æquiangulorum triangulorū proportionalia sunt. quæ circū æquales angulos sunt latera, eiusdemq; rationis: quæ æqualibus angulis latera subtenduntur, quod fuit demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 5.

5 **Omnium duorum triangulorum quorum cunctorum laterum sese respicientium est proportio una, anguli lateribus proportionalibus contenti, æqui sibijnuicem esse probantur.**

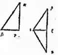
CAMPANVS. Hæc est conuersa prioris. Nec fecit ex ea & præmissa unam conclusionem, sicut fecit in secunda & tertia huius: quia nec eadem figuratione nec eisdem medijs demonstratur quibus præcedēs. Sint itaq; duo triāguli a b c, d e f, sitq; proportio a b ad d e, & a c, ad d f, sicut b c ad e f, dico quod angulus a. est æqualis angulo d. & angulus b, angulo e, & angulus c, angulo f. Constituā super lineā e f, in opposita parte triāguli d e f, angulum f e g. æqualem angulo b, & angulum e f g, æqualē angulo c, eritque per 32 primi, angulus g. æqualis angulo a: ergo per præmissam, proportio a b ad e g, & a c ad f g sicut b c ad e f, quare a b ad d e. sicut ad e g, & a c ad d f, sicut ad f g, igitur per secundam partem 9 quinti, d e, est æqualis e g, & per eandem d f, æqualis f g, quare per 8 primi, duo trianguli d e f, & g e f, sunt æquianguli, quia ergo triāgulus g e f, est est etiā æquiangulus triangulo a b c, constat propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5.

5 **Si duo triāgula, latera proportionalia habuerint, æquiangula erūt triangula, & æquales habebūt angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur.**

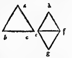
THEON ex Zamberto. Sint bina triangula α β γ & δ ε ζ, latera proportionalia habentia sicut α β ad β γ, sic δ ε ad ε ζ sicutq; ε γ ad γ α, sic ε ζ ad δ ζ. Et præterea sicut β α ad α γ, sic ε δ ad δ ζ. Dico quod æquiangulum est α ε γ triangulum, triangulo δ ε ζ: æqualesq; habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtendūtur. hoc est, angulum α ε γ angulo δ ε ζ & angulum ε γ α angulo ε ζ δ: & insuper angulum β α γ, angulo ε δ ζ. Constituatur (per 23 primi) enim ad rectam lineam ε, ad signaq; in ea ε, ζ. angulo quidem α β γ æqualis angulus ζ ε η, angulo autem α γ β æqualis qui est sub ε ζ η. Reliquus igitur angulus qui sub ε α γ. reliquo qui sub ε η ζ est æqualis: æquiangulum igitur est triangulum α β γ, triangulo ζ ε η. Triangulorum igitur α β γ & ε η ζ proportionalia sunt latera, quæ circum æquales sunt angulos (per 4 sexti) eiusdemq; triangulis latera subtenduntur. Est igitur sicut α ε ad β γ, sic η ε ad ε ζ. Sed sicut α β ad ε γ, sic supponitur δ ε ad ε ζ. Igitur sicut δ ε ad ε ζ, sic η ε ad ε ζ utrunq; igitur ipsorum δ ε & η ε, ad ε ζ eandem habet rationem. Aequalis igitur (per 9 quinti) est δ ε, ipsi ε ζ. Id propterea, & δ ζ, ipsi ζ η est æqualis. Quoniam igitur æqualis est δ ε ipsi ε η, communis autem ε ζ. duæ igitur δ ε & ε ζ duabus η ε & ε ζ sunt æquales. & basis δ ζ basi ζ η est æqualis. Angulus igitur δ ε ζ (per 8 primi) angulo η ε ζ est æqualis, & triangulum δ ε ζ (per 4 primi) triangulo η ε ζ est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus δ ζ ε angulo η ζ ε, & angulus ε δ ζ angulo ε η ζ. Et quoniam angulus ζ ε δ angulo η ζ ε est æqualis, sed angulus η ε ζ angulo α β γ: & angulus α β γ igitur et qui sub ζ ε δ angulo est æqualis. Id propterea, & angulus α β γ, angulo δ ζ ε est æqualis: & insuper angulus qui ad α, et qui ad δ. Aequiangulum igitur est triangulum α γ ε, triangulo δ ε ζ. Si bina triangula igitur, latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur: quod erat demonstrandum.



Eucli. ex Camp. Propositio 6.

6 OMnes duo trianguli quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, lateraq; illos duos æquos angulos cootinentia proportionalia, sunt inter se inuicem æquiaoguli.

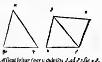
CAMPANUS. Maneat prior dispositio, & sit solũ angulus b, æqualis angulo d e f, & proportio a b ad d e, sicut b c ad e f: dico adhuc duos triãgulos a b c, d e f esse æquiangulos. Cũ sit prima per 4 huius propter hypotheses præmissæ conclusionis, a b ad e g, sicut b c ad e f: erit a b ad d e, sicut a b ad e g: quare per secũdam partem nonæ quinti d e, est æqualis e g. Quia ergo duo latera d e & e f trigoni d e f sunt æqualia duobus lateribus e g & e f trigoni g e f, & angulus e unius angulo e alterius, quia uterq; est æqualis angulo b: ipsi erunt per quartã primi, æquianguli: & quia e g f est etiã æquiangulus a b c, patet propositum.



Eucli ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

6 Si bioa triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, & circũ æquales angulos latera proportionalia, æquiangula erũt triangula & æquales habebũt angulos sub quibus eiusdẽ rationis latera subtendũtur.

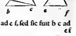
THEON ex Zamberto. Sint bina triangula α β γ, & δ ε ζ, unum angulum qui sub β α γ, uni angulo qui sub ε δ ζ, æqualem habentia, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia, sicut β α, ad α γ, sic ε δ, ad δ ζ. Dico quod triãgulum α β γ, æquiangulum est ipsi triangulo δ ε ζ, & æqualẽ habebit angulum α β γ, angulo δ ε ζ, & angulum α γ β, angulo δ ζ ε. Cõstituatur enim (per 23 primi,) ad rectam lineam δ ζ, ad signaq; in ea δ ζ, utriq; ipsorum β α γ & ε δ ζ, æqualis angulus ζ δ η, angulo autem α γ β, æqualis angulus δ ζ η, reliquus igitur angulus qui ad β, reliquo angulo qui ad η est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulũ α β γ, triãgulo δ η ζ. Proportionaliter igitur est, sicut β α, ad α γ, sic η δ, ad δ ζ, (per 4 sexti. Receptum autem est, quod sicut β α, ad α γ, sic ε δ, ad δ ζ, & sicut igitur (per 11 quinti) ε δ, ad δ ζ, sic η δ, ad δ ζ. Aequalis igitur est (per 9 quinti) ε δ ipsi δ η. Et communis δ ζ. Duæ iam ε δ, & δ ζ, duabus η δ, & δ ζ: sunt æquales, & angulus ε δ ζ, (per hypothesin) angulo η δ ζ, est æqualis. Basis igitur ε ζ, (per 4 primi,) basi η ζ, est æqualis, & triangulum δ ε ζ, (per eandem) triangulo η δ ζ, est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus δ ζ η, angulo δ ζ ε, & qui ad η, ei qui ad ε. Sed angulus qui sub δ ζ η, ei qui sub α γ β, est æqualis, & angulus α γ β, igitur ei qui sub δ ζ ε, est æqualis. Receptum autẽ est, quod angulus β α γ, et qui sub ε δ ζ, est angulo æqualis est, & reliquus igitur qui ad β, reliquo qui ad ε, est æqualis, æquiãgulum igitur est triangulũ α β γ, triangulo δ ε ζ. Si bina triangula igitur unum angulũ uni angulo æqualem habuerint, circum uero æquales angulos latera proportionalia: æquiangula erunt ipsa triangula, & æquales habebunt angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur, quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 SI fuerint duo trianguli quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, duóque suorum reliquorum angulorum lateribus proportiooalibus contenti duorum uero demum reliquorũ uterque aut neuter recto aogulo minor, necesse est illos duos triangulos omnibos suis angulis inter se inuicem æquiangulos esse.

CAMPANUS. Sint duo trianguli a b c, d e f, sitq; angulus a, æqualis angulo d, & proportio a c ad d f, sicut c b ad f e, & uterque duorum angulorum b & e, aut neuter, sit minor recto, dico eos esse æquiangulos. Si enim angulus c unius est æqualis angulo f alterius, patet propositum per præmissam. Sin autem, sit c maior, fiatq; angulus a c g, æqualis eidem, eritque per 32 primi, triangulus a g c, æquiangulus triangulo d e f, quare per quartam huius, proportio a c, ad d f, sicut g c, ad e f, sed sic fuit b c ad e f

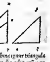


e f, ergo per 9 quinti, g c & b c. sunt æquales, ergo per quintã primi angulus b, est æqualis angulo b g c. Si ergo neuter duorum angulorum b & e fuerit minor recto: accidet duos angulos unius trianguli non esse minores duobus rectis, quod esse non potest per 17 primi. Quod si uterq; fuerit minor recto: erit angulus a g c maior recto per 13 primi: quare & angulus e sibi æqualis, est etiam recto maior, quod est contra hypothesim: quare destructo opposito remanet propositum. Oportet autem utrunq; angulorũ reliquorum, aut neutrum, esse minorem recto: possibile enim est in eodem triangulo ut in triangulo a b c, lineam g c esse æqualem b c: & ideo erit a c ad utramq; earum una proportio per 7 quinti. Nec tamen erunt trianguli a g c & a b c æquianguli, quamuis unus angulus unius sit æqualis uno angulo alterius, imo idem ut angulus a: & proportio lineæ a c prout est latus magni ad a c prout est latus parui: sicut b c latus magni ad g c latus parui: utraq; enim æqualis, & hoc est, propter hoc q́d angulus g minoris, est maior recto: & angulus b maioris. minor: Nam in omni triangulo duum æqualium laterum, uterq; angulorum qui sunt ad basin, est minor recto.

Eucli. ex Zamb Theorema 7. Propositio 7.

7 **Si bina triangula unum angolum uni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorum uero utrunq; simul aut mioorem aut non minorem recto, æquiangula erũt triangula, & æquales habebunt angulos circum quos proportionalia sunt latera.**

THEON ex Zamberto. Sint bina triangula α β γ & δ ε ζ. unum angulum uni angulo æqualem habẽtia, eum scilicet qui sub β α γ ei qui est sub ε δ ζ. Circum autem alios angulos α β γ & δ ε ζ, latera proportionalia sicut α β ad β γ, sic δ ε ad ε ζ. Reliquorum uero qui ad γ, ζ, primo utrunq; simul maiorem recto. Dico quod æquiangulum est α β γ triangulũ, ipsi δ ε ζ triangulo: & æqualis erit angulus α β γ, angulo δ ε ζ: & reliquus qui ad γ, reliquo qui ad ζ. Si enim inæqualis est angulus α β γ ei qui sub δ ε ζ est angulo, alter eorum maior est. Sit maior angulus α β γ: & constituatur (per 23 primi) ad α β rectam lineam ad signumq; in ea β, ipsi δ ε ζ angulo æqualis angulus α β η. Et quoniã æqualis est angulus qui ad α ei qui est ad δ, & angulus α β η ei qui sub δ ε ζ: reliquus igitur angulus α η β reliquo angulo δ ζ ε est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulm α β η, triangulo δ ε ζ. Est igitur (per 4 sexti) sicut α β ad β η, sic δ ε ad ε ζ.
* ὑπόκειται *Sicutq; δ ε ad ε ζ. * recipitur, sic α β ad β γ. Et sicut igitur (per 11 quinti) α β ad β γ, sic α β ad β η. Igitur (per 9 quinti) α β, ad utrunq; ipsorum β γ & β η, eandem habet rationem æqualis igitur est β γ ipsi β η. Quare per quintã primi, & angulus qui ad β η γ, angulo qui sub β γ η est æqualis: sed minor recto subijcitur angulus qui ad*
* ἐκτός *γ. minor igitur recto est angulus qui sub β η γ. Quare (per 13 primi) & * altrinsecus ipsi angulus α η β, maior est recto & ostensum est quod æqualis est ei qui ad ζ. & qui ad ζ igitur. maior est recto. Subijcitur autem minor recto, quod est absurdum. igitur inæqualis minime est angulus α β γ, angulo δ ε ζ. Aequalis autem est & qui ad α signum ei qui ad δ: & reliquus qui ad γ igitur, reliquo qui ad ζ est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ. Sed rursus supponatur uterq; eorum qui ad γ ζ, non minor recto. Dico rursus quod & sic est æquiangulum triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ. Eisdem nempe dispositis, similiter demonstrabimus quod æqualis est β γ, ipsi β η: quare & angulus qui ad γ. ei qui sub β η γ est æqualis. At non minor recto est angulus qui ad γ neq; igitur minor recto est angulus qui est sub β η γ. Trianguli igitur β η γ (per 17 primi, duo anguli duobus rectis nõ sunt minores, q́d est impossibile. Non igitur rursus inæqualis est angulus α β γ, angulo δ ε ζ, æqualis igitur. est autẽ angulus qui ad α, ei qui ad δ æqualis. Reliquus igitur qui ad*



γ, reliquo qui ad ζ est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ. Si bina igitur triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorũ uero utrunq; simul uel minorem uel non minorem recto. æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos circum quos proportionalia sunt latera, quod oportuit demonstrasse.

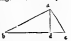
Eucli. ex Camp. Propositio 8.

8 **SI ab orthogonij angulo recto, ad basin linea perpendicularis ducatur, fient duo trianguli partiales, toti triaogulo & sibijunicem similes.**

CORRELARIVM

Vnde etiam manifestum est, quia in omni triangulo rectangulo, si ab eius angulo recto ad basin perpendicularis ducatur, erit ipsa perpendicularis inter duas sectiones ipsius basis proportionalis. Itemq́ utrumq́ latus inter totam basin atque sibi conterminalem basis portionem.

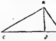
CAMPANVS. Sit trigonus a b c, orthogonus, eiusque angulus a, rectus, à quo ducatur a d perpendicularis ad basin, dico quod uterque duorum triangulorum partialium qui sunt a b d, a d c, similis est totali triangulo a b c, & unus eorum alteri: est enim uterque ipsorum æquiāgulus totali per 32 primi, eo quod uterque est orthogonius & in uno angulo cōmunicat cum totali, quare & sibi inuicem sunt æquianguli, ita quod angulus b est æqualis angulo d a c. & angulus b a d, angulo c, & duo anguli qui sunt ad d, sibi inuicem & angulo a totali æquales, quare per 4 huius latera æquos eorum angulorum angulos respicientia: sunt proportiōalia, ergo per diffinitionem sunt similes, quod est propositum. Vtrumq́ correlarium ex his euidenter apparet.



Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 8

8 **Si in triangulo rectangulo ab angulo recto in basin perpendicularis agatur, quæ ad perpendicularem triangula, similia sunt toti & adinuicem.**

THEON ex Zamb. *Sit triangulum rectangulum α β γ, rectum habens eum qui sub β α γ, angulum, & excitetur (per 12 primi) ab α, in ε γ, perpendicularis α δ. Dico quod simile est utrumque ipsorum α ε δ, & α δ γ, triangulorum, toti α β γ, & insuper adinuicem. Quoniam enim (per 4 postulatum.) æqualis est angulus ε α γ, angulo α δ β, rectus enim uterque est, communis autem est ipsorum duorum triangulorum α β γ, & α ε δ, angulus qui ad ε, reliquus igitur angulus α γ β, reliquo ε α δ, est æqualis (per 32 primi. Aequiangulum igitur est triangulum α β γ, triangulo α ε δ. Est igitur (per 4 sexti) sicut γ β, subtendens angulum rectum, α β γ. trianguli ad β α, subtendentem rectum angulum ipsius α β δ, trianguli, sic eadem α β, subtendens angulum qui ad γ, trianguli α ε γ, ad β δ. subtendentem æqualem angulum β α δ, ipsius α β δ, trianguli, & insuper α γ, ad α δ, subtendentem angulum qui ad ε, communem duorum triangulorum. Triangulum igitur α ε γ, triangulo α β δ, æquiangulum est (per 7 sexti) & quæ circum æquales angulos sunt, latera proportionalia habet. Simile igitur est triangulum α β γ, triangulo α ε δ, (per 1 diffinitionem sexti. Similiter iam ostendemus quod & triangulo α δ γ, simile est triangulum α β γ, utrumque igitur ipsorum α β δ, & α δ γ, triangulorum simile est toti α β γ. Dico etiam quod & adinuicē sunt similia triangula α β δ, & α δ γ. Quoniam enim rectus angulus β δ α, recto angulo α δ γ, est æqualis (per 4 postulatum) sed & angulus, β α δ ei qui ad γ ostensum est quod est æqualis: reliquus igitur qui ad ε, reliquo qui sub δ α γ, est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum α ε δ, triangulo α δ γ, est igitur sicut ε δ, ipsius α β δ, trianguli subtendens angulum qui sub β α δ, ad δ α ipsius α δ γ, trianguli subtendentē angulū qui ad γ, æqualem ei qui sub β α δ, sic ipsa α δ, trianguli α ε δ, subtendens angulum qui ad β, ad δ γ. subtendentē angulū qui sub δ α γ, ipsius trianguli α δ γ, æqualem ei qui ad ε, & insuper β α ad α γ, subtendens rectos angulos. Simile igitur est triangulum α β δ, triangulo α δ γ. Si in rectangulo triangulo igitur ab angulo recto in basin perpendicularis agatur, triangula quæ circum perpendicularem similia sunt toti & adinuicem, quod demonstrasse oportuit.*

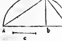


CORRELARIVM. *Ex hoc manifestum est, quod si in rectangulo triangulo ab angulo recto in basin perpendicularis agatur acta, ipsius basis segmentis media proportionalis est. Et insuper ipsius basis & uniuscuiusq́ segmentorum, latus quod ad segmentum, medium proportionale est, quod erat demonstrandum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 **DVabus lineis propositis tertiam inter eas sub proportionalitate continua collocare.**

CAMPANVS. Sint duæ lineæ propositæ a b & c, inter quas uolo unam lineam in proportionalitate continua collocare. Adiungam unam earum alteri, sitque tota ex eis composita, a d, ita quod b d, sit æqualis c, & super totam describo semicirculum a e d, & produco b e usque ad circūferentiam, perpendicularem ad lineam a d, dico lineam b e, esse quam quærimus, produco enim li-

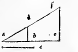


n neas

neas e a & e d, eritque per 30 tertij, angulus e totalis: rectus, quare per primam partem correlarij præmissæ, proportio a b ad b e, sicut b e ad b d, quod est propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 **Duabus lineis datis, tertiam eis in continua proportionalitate subiungere.**



CAMPANVS Sint duæ lineæ propositæ a b & c: quibus uolo tertiam in continua proportionalitate subiungere. Coniungo lineam c angulariter ut contingit, cum linea a b. sitq; a d: ei æqualis. & produco lineã a b usque ad e: donec fiat b e æqualis a d. & protracta linea b d: a puncto e duco lineam sibi æquidistantem. quam & lineã a d: produco quousque concurrant in puncto f, dico igitur lineam d f, esse quam quærimus. est enim per secundã huius, proportio a b ad b e: sicut a d ad d f, ed a ab ad b e: est sicut a b ad a d per 2 partem 7 quinti. quare a b ad a d: sicut a d ad d f. quod est propositum.

CAMPANI additio. Quod si propositis tribus lineis uelimus inuenire quartam, ad quam sit proportio tertiæ sicut primæ ad secundã: ex prima & secunda fiat linea una & toti compositæ tertia angulariter adiungatur, & a communi termino primæ & secundæ: ducatur linea ad extremitatem tertiæ. & ab altero termino secundæ ducatur huic lineæ æquidistans: quousque concurrat cum tertia in cõtinuum rectũque protracta. eritque per secundam huius, linea quã hæc æquidistans abscindet: quæ quæritur. quemadmodum si in hac figura fuerit prima a b, secunda b e, tertia a d: erit quarta d f.

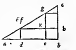
Eucli. ex Camp. Propositio 11.

11 **AB assignata linea, quotamcumque iubearis, partem abscindere.**

CAMPANVS Sit a b linea assignata, ab ea uolo aliquotam partem utpote tertiam abscindere, coniungo ei angulariter ut contingit lineam indefinitæ quantitatis: quæ sit a c, a qua reseco tres æquas portiones: quæ sunt a d, d e, & e c, & produco lineas c b & d f: sibi æquidistãtes, dico a f esse tertiam a b, est enim per secundam huius, proportio c d ad d a, sicut b f ad f a, quare cõiunctim, c a ad d a: sicut b a ad f a. Cum igitur c a sit tripla ad d a: patet f a esse tertiam a b, quod est propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 12.

12 **Duabus lineis propositis altera indiuisa altera per partes diuisa, indiuisam quidẽ ad modum diuisæ diuidere.**



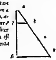
CAMPANVS. Sint duæ lineæ quas angulariter ut cõtinget coniungam a b & a c, sitque a b diuisa in tres uel qualescũque portiones: signatis in ea punctis d & e, uolo secundum easdem portiones diuidere lineam a c, cum igitur ipsas angulariter coniunxero: protraham lineam b c & æquidistantes ei d f & e g. dico istas æquidistantes diuidere lineam a c: in partes proportionales partibus a b, protraham enim f a æquidistãtem a b, quæ secet e g in puncto k, eritque per secundã huius, proportio g f ad f a: sicut e d ad d a & c g ad g f sicut h k ad k f, quare & sicut b e ad e d per 34 primi & secundã partem 7 quinti, quod est propositum. Oportet autem secundã huius toties repetere: quot erunt partes lineæ a b, minus una. At uero 34 primi & 7 quinti, minus duabus.

Quinque sequentes ex Zamberto Euclidis propositiones, præpostero ordine quatuor ex Campano præcedentibus respondent, nona undecimæ, decima duodecimæ. undecima & duodecima decimæ cũ additione, decimatertia nonæ.

Eucli.

Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 9

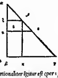
9 **Data recta linea, imperatam partem abscindere.**



THEON ex Zamberto. Sit data recta linea α β, oportet iam ex ipsa α β, imperatam partem abscindere. Imperetur tertia, & ducatur ab α recta linea α γ, faciens angulum cum α β, & sumatur contingens signum super α γ, sitque illud δ. & ponatur ipsi α δ, (per 2 primi,) aequalis δ ε, & ε γ, & connectatur β γ, & per δ, ipsi ς γ, (per 31 primi,) parallelus excitetur δ ζ. Quoniam igitur trianguli α β γ, ad unum latus ς γ, acta est ζ δ, parallelus, proportionaliter igitur est (per 2 sexti,) sicut γ δ, ad δ α, sic β ζ, ad ζ α, dupla autem est γ δ, ipsius δ α, dupla est igitur & β ζ, ipsius ζ α. Tripla igitur est β α, ipsius α ζ. Data igitur recta linea α β, imperata tertia pars ablata est α ζ, quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 10

10 **Datam rectam lineam nō sectam, datae rectae lineae sectae similiter secare.**



THEON ex Zamberto Sit quidem data recta linea non secta α β, secta uero sit α γ, oportet iam lineam α ς, non sectam, secare similiter lineae α γ, sectae. Sit linea α γ, secta in signis quidem δ ε, & sitae sint, ut angulum contingentem comprehendant, & connectatur β γ, & per δ, ipsi β γ, paralleli excitentur δ ζ, & ε η, (per 31 primi,) & per δ, ipsi α β, parallelus excitetur δ θ κ, (per eandem) parallelogrammum igitur est utrunque ipsorum ζ θ, & θ β, aequalis igitur est quidem δ θ, ipsi ζ η, & θ κ, ipsi η β, & quoniam triãguli δ κ γ, ad unum laterum κ γ, recta linea acta est θ ε, proportionaliter igitur parallelus (per 2 sexti) sicut γ ε, ad ε δ, sic κ θ, ad θ δ, aequalis autem est κ θ, ipsi ς η. & θ δ, ipsi η ζ. Est igitur (per 2 quinti) sicut γ ε, ad ε δ, sic β η, ad η ζ. Rursus quoniam trianguli α η ε, ad unum latus ε η, parallelus acta est ζ δ, proportionaliter igitur est (per 2 sexti) sicut ε δ, ad δ α, sic η ζ, ad ζ α, patuit autẽ quod sicut γ ε, ad ε δ, sic β η, ad η ζ. Est igitur sicut quidem γ ε, ad ε δ, sic β η, ad η ζ, sicut autem ε δ, ad δ α, sic η ζ, ad ζ α. Data igitur recta linea non secta α β, datae rectae lineae sectae α γ, similiter secta est, quod facere oportebat.

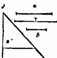
Eucli. ex Zamb. Problema 3 Propositio 11

11 **Duabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem inuenire.**

THEON ex Zamberto. Sint duae datae rectae lineae, ς α, & α γ, & sitae sint angulum comprehendentes contingentem, oportet ipsis β α, & α γ, tertiam proportionalem inuenire. Producantur enim α ς & α γ, ad signa δ ε, & ponatur (per 2 primi,) ipsi α γ, aequalis β δ, & cõnectatur ς γ, & per δ, (per 31 primi) ipsi ς γ, parallelus excitetur δ ε. Quoniam igitur trianguli α δ ε, ad unum latus δ ε, acta est parallelus ς γ, proportionaliter est (per 2 sexti) sicut α ς, ad ς δ, sic α γ, ad γ ε, aequalis autem est ς δ, ipsi α γ, est igitur sicut α ς, ad α γ, sic α γ, ad γ ε. Duabus igitur datis rectis lineis α β, & α γ, tertia proportionalis eis inuenta est γ ε, quod oportebat facere.

Eucli. ex Zamb. Problema 4 Propositio 12

12 **Tribus datis rectis lineis, quartam proportionalem inuenire.**



THEON ex Zamberto. Sint datae tres rectae lineae α β γ, oportet ipsis α β γ, quartam proportionalẽ inuenire. Ponantur duae rectae lineae δ ε, & δ ζ, angulũ contingentem comprehendentes eum qui est sub ε δ ζ, & ponatur (per 2 primi) ipsi quidem α, aequalis δ η, ipsi autem ς, aequalis η ε, & insuper ipsi γ, aequalis δ θ, & connecta η θ, parallelus ei excitetur (per 31 primi) per ε, sitq; ε ζ. Quoniam igitur trianguli δ ε ζ, ad unum latus ε ζ, acta est parallelus η θ, igitur (per 2 sexti,) est sicut δ η, ad η ε, sic δ θ, ad θ ζ, aequalis autem est δ η, ipsi α, & η ε, ipsi ς, & δ θ, ipsi γ, est igitur sicut α ad β, sic γ, ad θ ζ. Tribus igitur datis rectis lineis α ς γ, quarta proportionalis inuenta est θ ζ, quod oportebat facere.

Eucli. ex Zamb. Problema 5. Propositio 13.

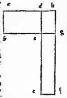
13 **Duabus datis rectis lineis, mediam proportionalẽ inuenire.**

THEON ex Zamberto. Sint duae rectae lineae α β & ς γ, oportet iam ipsarũ α β, & β γ, mediam proportionalem inuenire. Disponantur (per 14, primi,) rectas lineas, describaturque super α γ semicirculus α δ γ, & excitetur (per 11 primi,) à signo β, ipsi α γ, ad angulos rectos β δ, & connectantur α δ, & δ γ. Quoniam (per 31 tertij,) in semicirculo angulus est, qui sub α δ γ, rectus est, & quoniam in rectangulo triangulo α δ γ, à recto angulo in basin perpendicularis deducta est δ β, igitur (per correlariū octauæ sexti) δ β, ipsius basis segmentis α β, & β γ, media proportionalis est. Duabus igitur datis rectis lineis α β, & β γ, media proportionalis inuēta est δ β, Quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 15

63 Si duæ superficies æquidistantium laterum quarum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, æquales fuerint, latera duos æquos angulos cōtinentia mutekesia esse. Si uero latera duos æquos angulos continentia, mutekesia fuerint, duas superficies esse necesse est.

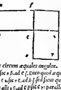
CAMPANVS. Sint duæ superficies b c d & c e f g, æquidistantium laterum & æquales, sitque angulus c unius, æqualis angulo c alterius, dico proportionem b c ad e g, esse sicut e c ad c d, & si proportio b c ad c g fuerit sicut e c ad c d, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales. dico illas duas super æquidistantium laterum, esse æquales. Coniungam enim eas angulariter, uidelicet angulum c unius cum angulo c alterius, ita quod duo latera earum quæ sunt b c & c g fiant linea una eruntque similiter duo reliqua latera d c & c e linea una, alioqui sequeretur per præsentem hypothesin, quæ est angulum c unius esse æqualem angulo c alterius, & per 15 primi, partem esse æqualem toti, complebo itaque superficiem æquidistantium laterum, productis lineis a d & f g, quousque cōcurrant in h, eritque per primam partem 7 quinti, utriusque superficiem c h proportio una, & quia per primam huius, proportio superficiei a c ad superficiē c b, sicut lineæ e c ad lineā c g, & superficiei c f ad eandem superficiem c h. sicut e c ad c d, manifesta est prima pars propositæ conclusionis. Secunda pars sic patet, per primam enim huius, est proportio b c ad c g, sicut a c ad c h. & e c ad c d, sicut c f ad eandem c h, & quia positū est quod proportio b c est ad c g sicut e c ad d: erit utriusque duarum superficierum a c & e g ad superficiem c h una proportio, ergo per primam partem 9 quinti, a c, est æqualis c f: sicque patet secunda pars.



Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 15

83 Aequalium, & unum uni æqualem habentium angulum parallelogrāmorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos & quorum parallelogrammorum unum angulum uni angulo æqualem habentium reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt æqualia.

THEON ex Zamberto. Sint æqualia parallelogramma α β, & ϵ γ, æquales habentia angulos qui ad ϵ, & constituantur (per decimamquartam primi) in rectas lineas, δ β & γ ε, in rectas lineas igitur sunt ζ β, & ϵ η, Dico quod ipsorum α β, & ϵ γ, reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos, hoc est quod sicut est β δ, ad ϵ ε, sic est η ϵ, ad β ζ. Compleatur namque parallelogrammum ζ ε. Quoniam igitur (per hypothesin æquum est α β, parallelogrammum ipsi β γ, parallelogrammo, aliud autem quoddam ζ ε, est igitur (per septimam quinti,) sicut α ϵ, ad ζ ε, sic β γ, ad ζ ε. Sed sicut quidem α β, ad ζ ε, sic δ β, ad β ε, sicut que β γ, ad ζ ε, sic η β, ad β ζ. & sicut igitur (per primam quinti,) δ β, ad ϵ ε, sic η ϵ, ad β ζ, Ipsorum igitur α β, & ϵ γ, parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos.

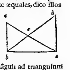


Verū sint latera reciproca, quæ circū æquales sunt angulos, estoq; sicut δ β, ad ϵ ε, sic η β, ad ϵ ζ. Dico quod æquale est parallelogrammū α ϵ, ipsi ϵ γ, parallelogrammo, Quoniam enim est sicut δ β, ad ϵ ε, sic η ϵ, ad β ζ. sed sicut quidem δ β, ad ϵ ε, sic (per 1 sexti) α β, parallelogrammum ad ζ ε, parallelogrammū, sicut aūt η ϵ, ad ϵ ζ sic ϵ γ: parallelogram logrammum ad ζ ε, & ut igitur (per 11 quinti) α β, ad ζ ε, sic δ γ, ad ζ ε, æquum igitur est α β, parallelogrammum, ipsi β γ, parallelogrammo. Aequalium igitur & æquiangulorum parallelogrammorum reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos, & quorum æquiangulorum parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt æqualia. quod demonstraße oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 14

14 SI duo trianguli quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, æquales fuerint, latera duos angulos æquos continentia erunt mutekesia. Si uero latera duos æquos angulos cõtinentia fuerint mutekesia, duo trianguli æquales esse comprobantur.

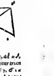
CAMPANVS Sint duo trianguli a b c, c d e, æquales, sitque angulus c, unius, æqualis angulo c alterius, dico proportionem a c ad c e, esse sicut d c ad c b, & si fuerit proportio a c ad c e, sicut d c ad c b, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales, dico illos duos triangulos esse æquales. Coniungam enim eos angulariter ita quod latera a c & c e, fiant linea una eruntq; similiter b c, & c d, linea una, aliter sequeretur partem esse æqualem toti per 15 primi, & protraham lineam b e, eritque per primam partem 7 quinti, utriusque dictorum triangulorum ad triangulum c b e, proportio una, & quia per primam huius, primi eorum ad ipsum est, sicut a c ad c e, & secundi eorum ad eundem sicut d c ad c b, manifesta est prima pars propositæ conclusionis. Secunda pars econuerso probatur, quia a c ad c e est sicut primi triãguli ad triangulum b c e, & d c ad c b, sicut secundi ad eũdem (per primã huius,) & quia positum est ut sit a c ad c e, sicut d c ad c b, erit utriusque dictorum triangulorum ad triangulum b c e una proportio, quare per primam partem 9 quinti, ipsi sunt æquales, sicque patet secũda pars.



Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 15

15 Æqualium & unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, & quorum unum uni angulum æqualem habentium triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. ea quoque sunt æqualia.

THEON et Zamberto. Sint æqualia triangula α β γ, & α δ ε, unum uni æqualem habentia angulum, eũ scilicet qui sub β α γ. ei qui sub δ α ε. Dico quod ipsorum α β γ, & α δ ε, triangulorum reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos, hoc est sicut γ α, ad α δ, sic ε α, ad α β. Constituantur enim (per 14 primi) in rectas lineas, γ α, ipsi α δ. In directum igitur est ε α, ipsi α β, & connectatur β δ. Quoniam igitur (per hypothesin) æquum est triangulum α β γ, triangulo α δ ε, aliud autem quoddam β α δ, est igitur (per 7 quinti) sicut triangulum β α γ, ad ipsum β α δ, triangulum sic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ. Sed sicut quidem γ α β, ad β α δ, sic γ α, ad α δ, sicut autem (per primam sexti,) ε α δ, ad β α δ, sic ε α, ad α β, & sicut igitur (per 11 quinti) γ α ad α δ, sic ε α, ad α β. Triangulorum igitur α β γ, & α δ ε, reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. Verum reciproca sint latera ipsorum α β γ, & α δ ε, triangulorum, estoq; sicut γ α, ad α δ, sic ε α, ad α β. Dico quod æquum est triangulum α β γ, triangulo α δ ε. Connexa enim rursus β δ, quoniam est sicut γ α, ad α δ, sic ε α, ad α β, sed sicut quidem γ α, ad α δ, sic triangulum α β γ, ad triangulum β α δ. sicut autẽ ε α, ad α β, sic triãgulũ ε α δ, ad triangulũ β α δ, sicut igitur triangulum α β γ, ad triangulum β α δ, sic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ. Vtrumque igitur ipsorum α β γ, & ε α δ, ad β α δ, eandem habet rationem, Aequum igitur est (per nonam quinti,) triangulum α β γ, triangulo ε α δ, Aequalium igitur & unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. Et quorum unum uni æqualem habentium angulũ triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: ea quoque sunt æqualia, quod demonstrare oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 SI fuerint quatuor lineæ proportionales, quod sub prima & ultima rectangulum continetur, æquum erit ei quod sub duabus reliquis. Si uero quod sub prima & ultima continetur, æquum fue-

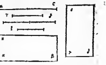
rit ei quod duabus reliquis continetur rectangulum, quatuor lineas proportionales esse conuenit.

CAMPANVS. Sint quatuor lineæ a b c d, proportionales, sitque proportio a ad b, sicut c ad d, dico quod superficies contenta sub a & d, æqualis est superficiei contentæ sub b & c, & superficies cōtēta sub a & d, est æqualis superficiei contentæ sub b & c. Et si superficies cōtenta sub a & d est æqualis superficiei cōtētæ, sub b & c, dico quod proportio a ad b est sicut c ad d. Fiāt enim superficies cōtēta sub a & d, & superficies cōtenta sub b & c. Si ergo est proportio a ad b sicut c ad d, latera illarū superficierū erūt mutekefia, sed & anguli ab eis contenti æquales: quia utraq; est rectorum angulorū, quare per secundā partē 15. huius, ipsi sunt æquales: quod est primum. Secūdū patet per primā partem eiusdem, si enim ipsæ sunt æquales, quia omnes anguli earū sunt recti: latera earum erūt mutekefia, quare proportio a ad b, sicut c ad d, quod est secūdū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 16

16 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub medijs continetur rectāgulo. Et si sub extremis comprehensum rectangulū æquum fuerit ei quod sub medijs continetur rectangulo, quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. *Sint quatuor rectæ lineæ proportionales αβ γδ ε ζ, sicut αβ, ad γδ sic ε, ad ζ. Dico quod sub ipsis αβ, & ζ, comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub γδ, & ε, continetur rectangulo. Excitetur enim (per 11 primi,) ab α γ, signis, ipsis αβ, & γδ, rectis lineis, ad angulos rectos α η, & γ θ, & ponatur (per secundam primi,) ipsi ζ, æqualis α η, ipsi autem ε, æqualis γ θ, compleanturq; η β, & θ δ, parallelogramma. Et quoniam est sicut αβ ad γδ, sic est ε, ad ζ, æqualis autem est ε, ipsi γ θ, & ζ, ipsi α η, est igitur sicut αβ, ad γδ, sic γ θ, ad α η. Igitur (per 14. sexti) β η, & δ θ, parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Quorum autem parallelogrammorum æquiangulorum reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt æqualia. Aequum igitur est parallelogrammum β η, ipsi δ θ, parallelogrammo, & est β η, id quod sub αβ, & ζ, æqualis enim est α η, ipsi ζ. At δ θ, id est quod sub γδ, & ε, æqualis enim est γ θ ipsi ε. Igitur quod sub αβ, & ζ, continetur rectangulum: æquum est ei quod sub γδ, & ε, continetur rectangulo. Sed iam quod sub αβ, & ζ, comprehenditur rectangulum, æquum esto ei quod sub γδ, & ε, continetur rectangulo. Dico quod quatuor rectæ lineæ proportionales erūt, sicut αβ, ad γδ sic ε, ad ζ. Eisdem namque constructis quoniam quod sub αβ, & ζ, æquum est ei quod sub γδ, & est quidem quod sub αβ, & ζ, ipsum β η, æqualis enim est α η, ipsi ζ, quod autem sub γδ, & ε, est ipsum δ θ, æqualis enim est γ θ, ipsi ε, igitur β η, æquū est ipsi δ θ, & æquiangula sunt. Aequalium autem & æquiangulorū parallelogrammorū (per 14. sexti) reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. Est igitur (per 10 quinti,) sicut αβ, ad γδ, sic γ θ, ad α η, æqualis autem est γ θ, ipsi ε & α η, ipsi ζ est igitur sicut αβ ad γδ, sic ε, ad ζ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis cōprehensum rectangulū, æquum est ei quod sub medijs comprehenditur rectangulo, & si quod sub extremis comprehenditur rectangulū æquum fuerit ei quod sub medijs continetur rectangulo, ipsæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt quod oportebat demonstrare.*

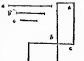


Eucli. ex Camp. Propositio 16

16 SI fuerint tres lineæ proportionales, quod sub prima, & tertia rectangulum continetur, æquum erit ei quod à secunda quadrato describitur. Si uero quod sub prima & tertia continetur æquum ei quadrato quod à secūda producitur, ipsæ tres lineæ proportionales erunt.

CAM-

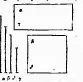
CAMPANVS. Sic proportio lineæ a ad lineam b, sicut lineæ b ad lineam c, dico quod superficies contenta sub a & c. æqualis est quadrato b. & si superficies contenta sub a & c est æqualis quadrato b, dico quod proportio a ad b est sicut b ad c. hoc autem est euidens per præcedentem, posita alia linea quæ sit æqualis b, ita quod b sit in ratione secundæ & tertiæ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propositio 17

17 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulũ, æquum est ei quod à media quadrato. Et si quod sub extremis continetur rectangulum, æquum fuerit ei quod à media quadrato, ipsæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. Sint tres rectæ lineæ proportionales α β γ, sicut α ad β, sic β ad γ. Dico quod sub α γ, comprehensum rectangulum, æquum est ei quod ex β, quadrato. Ponatur (per 2 primi,) ipsi β, æqualis δ. Et quoniam est (per hypothesin,) sicut α ad β, sic β ad γ, æqualis autem est β, ipsi δ, est igitur (per 7 quinti,) sicut α ad β, sic δ ad γ. Si quatuor autem rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulũ, æquum est ei quod sub medijs continetur rectangulo) per 16 sexti. Igitur quod sub α γ, æquum est ei quod sub β δ. Sed quod sub β δ, id est quod fit ex β, æqualis enim est β, ipsi δ. Igitur quod sub α γ, comprehenditur rectangulum, æquum est ei quod ex β, quadrato. Sed iam quod sub α γ, esto æquale ei quod ex β. Dico quod est sicut α ad β, sic β ad γ. Eisdem namque constructis, quoniam quod sub α γ, æquum est ei quod ex β, sed quod ex β, id est quod sub β δ, æqualis enim est β, ipsi δ, igitur quod sub α γ, æquum est ei quod sub β δ. Si autem quod sub extremis æquum fuerit ei quod sub medijs, quatuor rectæ lineæ proportionales sunt (per 16 sexti. Est igitur sicut α ad β, sic δ ad γ. Aequalis autem est β, ipsi δ, sicut igitur α ad β, sic β ad γ. Si tres igitur rectæ lineæ proportionales fuerint; quod sub extremis comprehenditur rectãgulũ, æquũ est ei quod à media quadrato. Et si quod sub extremis comprehenditur rectangulum æquũ fuerit ei quod à media quadrato: tres rectæ lineæ proportionales erũt, quod oportebat demonstrare.



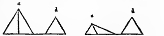
Eucli. ex Camp. Propositio 17.

17 Si fuerint duo trianguli similes, proportio alterius ad alterum est tanquam proportio cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum lateris alterius duplicata.

CORRELARIVM

Manifestum etiam ex hoc, quia omnium trium linearũ continue proportionalium quanta est prima ad tertiam, tanta erit superficies constituta super primam ad superficiem constitutam super secundam cum fuerit ei similis in lineatione & creatione.

CAMPANVS Sint duo trianguli a b c & d e f similes, eruntque per primam diffinitionem, æquianguli, & laterũ proportionalium. Sit ergo angulus a, æqualis angulo d, & angulus b angulo e, & angulus c, angulo f, eritq; pportio a b ad d e, & a c ad d f, sicut b c ad e f, dico quod proportio trianguli a b c ad triangulum d e f, est sicut proportio b c ad e f. duplicata. Subiungatur enim secũdũ doctrinam 10 huius, duabus lineis b c & e f, tertia in cõtinua proportionalitate: quæ sit c g, protracta aut resecata c b, si c g fuerit ea maior aut minor: & producatur linea g a, eritque per secundam partẽ 14 huius, triangulus a g c, æqualis triangulo d e f, propter id quod

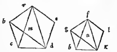


proportio a c ad d f est sicut e f ad c g, & angulus c æqualis angulo f: quare per secundã partem 7 quinti, trianguli a b c ad utrunq; illorũ, erit una proportio, sed per primam huius, proportio trianguli a b c ad triãgulum a g c, est sicut b c ad g c. At uero proportio b c ad c g, sicut b c ad e f duplicata, per 10 descriptionem quinti: ergo proportio trianguli a b c ad triangulum d e f, est sicut proportio b c ad d f duplicata, quod est propositum. Si autem c g sit æqualis b c, erit per secundam partem 14 huius: triangulus a b c æqualis triangulo d e f æqualis autem proportio componitur ex æquali duplicata uel triplicata uel quotienscunque sumpta. Istam eandem passionem possemus eodem modo & per eadem media demonstrare de superficiebus æquidistãtium laterum similibus, sumpta solum 15 præsentis, loco 14. Non demonstrat autem eam, quia per sequentem demonstratur uniuersaliter de omnibus superficiebus similibus. Quare per correlarium quod uniuersaliter proponitur de omnibus superficiebus similibus, nondum patet nisi de triangulis. sed demonstrata sequente, patẽs erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic & non in sequente quia est correlarium huius, non autem sequentis, ex modo enim demonstrationis huius, sua ueritas manifestata est: non ex modo illius.

Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 Omnes duæ superficies similes multiangulæ, sunt diuisibiles in triangulos similes atque numero æquales, estq; proportio alterius earum ad alteram, sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius, proportio duplicata.

CAMPANVS Sint gratia exẽpli, duo pentagoni a b c d e, f g h k, l similes, dico quod ipsi sunt diuisibiles in triangulos similes numero æquales, & quod proportio alterius eorum ad alterũ: est sicut a b ad f g proportio duplicata, ducãtur enim lineæ duæ a c & a d, itémque f h & f k, eritque per præsentem hypothesin & per 6 huius, triangulus a b c, æquiangulus triangulo f g h, & triangulus a e d, triangulo f l k. Similiter quoque per hanc communem scientiam. Si ab æqualibus æqualia demas quæ relinquuntur æqua sunt, erit triangulus a c d, æquiangulus triangulo f h k. Nam ipsi pẽtagoni, positi sunt æquianli, & laterum proportionalium. & quia trianguli in quos diuiduntur sunt adinuicem æquianguli, ut probatum est: erunt etiam & similes per 4 huius. & diffinitionem similium superficierum, quare cum ipsi sint numero æquales, patet primum. Secundum sic: protrahantur b d quæ secet a c in puncto m, & g k quæ secet f h in puncto n, eritq; triangulus b c d, æquiãgulus triãgulo g h k per 6 huius & præsentem hypothesin, quare & triãgulus a b m triangulo f g n, & a m d, f n k, ergo per 4 huius, proportio b m ad g n est sicut a m ad f n, & a m ad f n, sicut m d ad n k: quare per 11 quinti, b m ad g n, sicut m d ad n k, ergo permutatim b m ad m d, sicut g n ad n k. Sed per 1 huius, a b m ad a m d, & b c m ad c m d, sicut b m ad m d. & per eãdem f g n ad f n k, & g n h ad h n k. sicut g n ad n k, ergo per 11 quinti, a b c ad a c d, sicut f g h ad f h k, quare permutatim a b c ad f g h, sicut a c d ad f h k. Eadem ratiõe probabis quod & sicut a c d ad f l k, ergo per 11 quinti totius pentagoni ad totum pentagonũ, sicut a b c ad f g h, per præmissam igitur est proportio pentagoni a c d ad pentagonum f h k, sicut proportio a b ad f g duplicata: quod est propositum. Ex quo rursus patet correlarium præcedentis. Aliter potest demonstrari secundum, cum enim trianguli in quos pentagoni diuiduntur sint adinuicem similes, erit per præcedẽtem proportio a b c ad f g h sicut b c ad g h duplicata, & a c d ad f h k, sicut c d ad h k duplicata, & a e d ad f l k: sicut d e ad k l duplicata, quia igitur omnes hæ proportiones duplicatæ sunt æquales propter hoc quod positum est simplas esse æquales: erit per 11 quinti totius pentagoni ad totum pentagonum, sicut lateris unius ad suum relatiuũ latus alterius proportio duplicata.

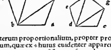


Eucli. ex Camp. Propositio 19

19 Supra datam lineam, datæ superficiei similem superficiem describere.

CAMPANVS Sit data linea a b, supra quam uolo constituere superficiem similem datæ superficiei quæ sit pentagona, & sit c d e f g: diuido hunc pentagonum in triangulos

los ductis lineis d f, & d g, & super pūctum a constituo angulum æqualē angulo c, ducta linea a h, & super punctum b, constituo alium angulum, qui sit a b h, æqualem angulo c d g, protracta linea b h quousque concurrat cū a h in puncto h, eritq; per 32 primi angulus a h b, æqualis angulo c g d, & ideo per 4 huius latera duorum triangulorū g c d & h a b, proportionalia. Facio quoque angulum h b k, ducta linea b k: æqualem angulo g d f, & angulum k b l: ducta linea b l, æqualem angulo d g f, & angulum b k l ducta linea k l, æqualē angulo d f e, eritque perfectus pentagonus qui constituendus erat super lineam a b, est enim æquiangulus dato pentagono propter æqualitatem angulorum triāgulorum, in quos est uterque diuisus, sed & laterum proportionalium, propter proportionalitatem laterum ipsorum triangulorum, quæ ex 4 huius euidenter apparet, quare per diffinitionem similium superficierum, pentagonus cōstitutus super lineam a b, est similis pentagono dato, quod est propositum.

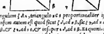


Tres ex Zamberto sequentes propositiones, tribus præcedentibus ex Cāpano, conuerso ordine respondent prima ultimæ: media primæ & ultima mediæ.

Eucli ex Zamb. Problema 6 Propositio 18

18 A data recta linea, dato rectilineo simile similiterq; positū rectilineum describere.

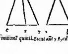
THEON ex Zamberto. *Sit data quidem recta linea α β, datum uero rectilineum γ ε, oporteat iam à data α β recta linea, ipsi γ ε, rectilineo simile similiterque positum rectilineum describere. Connectantur δ ζ, & constituatur (per 23 primi) ad α β, rectam lineam, ad signaque in ea α β, ei qui ad γ, est angulo æqualis angulus η α β, ei autem qui est sub γ δ ζ, æqualis angulus α β η, reliquus igitur qui sub γ ζ δ, ei qui sub α η β, est æqualis, æquiangulū igitur est ζ γ δ, triangulum, ipsi η α β, triangulo (per 4 sexti,) proportionaliter igitur est sicut ζ δ, ad η β, sic ζ γ, ad η α, & γ δ, ad α β. Rursus constituatur (per 23 primi) ad β η, rectam lineam ad signaq; in ea β η, ei qui sub δ ζ ε, est angulo æqualis angulus β η θ, ipsi autem ζ δ ε, qui est sub η β θ. Reliquus igitur qui ad ε, reliquo qui ad θ, est æqualis, æquiangulum igitur est triangulum ζ δ ε, triangulo η β θ proportionaliter igitur est (per 4 sexti,) sicut ζ δ, ad η β sic ζ ε, ad η θ, & ε δ, ad θ β, ostensum autem est quod sicut ζ δ, ad η β, sic ζ γ, ad η α, & γ δ, ad α β, & sicut igitur (per 11 quinti,) γ ζ, ad α η, sic γ δ, ad α β, & ζ ε, ad η θ, & insuper ε δ, ad θ β. Et quoniam æqualis est angulus γ ζ δ, angulo α η β, & angulus δ ζ ε, angulo β η θ, totus igitur qui sub γ ζ ε, toti qui sub α η θ, est æqualis. Id propterea, & qui sub γ δ ε, ei qui sub α β θ æqualis. Est aūt & qui ad γ, ei qui ad α, æqualis, & qui ad ζ, ei qui ad θ, æquiangulum igitur est α θ, ipsi γ ε, & ea quæ circum æquales angulos sunt latera, ei proportionalia habet. Simile igitur est (per primam diffinitionem sexti α θ, rectilineum, ipsi γ ε, rectilineo A data igitur recta linea α β, dato rectilineo γ ε, simile, similiterq; positum rectilineū descriptum est α θ, quod facere oportebat.*



Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propositio 19

19 Similia triangula, adinuicem in dupla sunt ratione laterum similis rationis.

THEON ex Zamberto. *Sint similia triangula α β γ, & δ ε ζ, æqualem habentia eum qui ad β, angulum ei qui ad ε, sicutque α β, ad β γ, sic δ ε, ad ε ζ, ita ut β γ, & ε ζ, similis rationis sint. Dico quod triangulum α β γ, ad triangulum δ ε ζ, duplicem habet rationem, quàm β γ, ad ε ζ. Sumatur namque (per 10 sexti,) ipsarū β γ, & ε ζ, tertia proportionalis β η, ut sit sicut β γ, ad ε ζ, sic ε ζ, ad β η. connectaturque α η. Quoniam igitur est sicut α β ad β γ, sic δ ε, ad ε ζ, uicissim igitur (per 16 quinti, sicut α β ad δ ε, sic β γ, ad ε ζ. Sed sicut β γ ad ε ζ, sic est ε ζ, ad β η, & sicut igitur (per 11 quinti,) α β, ad δ ε, sic ε ζ, ad β η. igitur (per 11 sexti,) α β η, & δ ε ζ, triangulorum reciproca latera: quæ circum æquales angulos Quorum autem unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos ea quoque sunt æqualia (per eandem) Aequale igitur est triangulum α β η, triangulo δ ε ζ, & quoniam est sicut β γ, ad ε ζ, sic ε ζ, ad β η, si autem tres rectæ lineæ proportionales fuerint, prima ad tertiam duplicem habebit rationē, quàm ad secūdā, igitur β γ, ad β η, duplicē rationē habetq; ad ε ζ, (per 10 diffinitionē quinti. Sicut aūt γ β, ad β η sic*



sic(per 1 sexti) α β γ triangulum ad α ε η triangulum. Triangulum igitur α ε γ ad α ε η (per eandem diffinitionem) duplicem rationem habet, quàm ε γ ad η ζ. Aequale autem est triangulum α β η, triangulo δ ε ζ. Igitur & triangulum α ε γ, ad triangulum δ ε ζ duplicem rationem habet, quàm β γ ad ε ζ. Similia igitur triangula, adinuicem in duplici ratione sunt similis rationis laterum, quod oportebat demonstrare.

CORRELARIVM. Ex hoc utriq; manifestum est, quod si tres rectæ lineæ proportionales fuerint: sicut prima ad tertiam, sic quod à prima triangulum ad id quod est à secunda simile similiterq; descriptum: quoniã ostensum est quod sicut γ β ad β η, sic triangulum α β γ ad triangulum δ ε ζ, quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 20.

Similia polygona, in similia triangula diuiduntur, & inæqualia numero, & + æqua ratione totis, & polygonum ad polygonum duplicem rationem habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus.

ὁμόλογα

THEON ex Zamberto. Sint similia polygona, α β γ δ ε & ζ η θ κ λ similis autem rationis, esto α β ipsi ζ η. Dico quod α β γ δ ε & ζ η θ κ λ polygona, in similia triangula diuiduntur, & in æqualia numero, & * æqua ratione totis: & polygonum α β γ δ ε ad polygonum ζ η θ κ λ, duplam rationem habet, quàm α ε ad ζ η. Connectantur β ε, ε γ, η λ, & λ θ. & quoniam polygonum α ε γ δ ε (per hypothesin) simile est polygono ζ η θ κ λ: æqualis est angulus β α ε, ei qui sub η ζ λ est angulo, & est sicut β α ad α ε, sic η ζ ad ζ λ. Quoniã

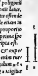
ὁμόλογα

igitur duo triangula sunt α ε ε & ζ η λ unum angulum uni angulo æqualem habentia: circum autem æquales angulos latera proportionalia: æquiangulum igitur est (per sextam sexti) triangulum α β ε triangulo ζ η λ: quare & simile. Aequalis aũt est & angulus α β ε, angulo ζ η λ est autem & totus α β γ, toti ζ η θ æqualis, propter similitudinẽ polygonorum. Reliquus igitur angulus ε ε γ, reliquo angulo λ η θ est æqualis: & quoniam ob similitudinem ipsorũ α ε ε & ζ η λ triangulorũ, est sicut ε β ad β λ, sic λ η ad ζ η, sed & propter similitudinem polygonorum est sicut α β ad β γ, sic ζ η ad η θ ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut ε β ad ε γ, sic λ η ad η θ: & circum æquales angulos ε β γ & λ η θ, latera proportionalia sunt: æquiangulum igitur est (per 6 sexti) triangulum ε ε γ, triangulo λ η θ. Quare & triangulum ε β γ, ipsi triangulo λ η θ est simile. Id propterea etiam (per 3 sexti diffinitionem, triangulum ε γ δ, simile est triangulo λ θ κ. Polygona igitur α ε γ δ ε & ζ η θ κ λ, in similia triangula diuisa sunt, & æqualia numero.

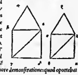
Dico insuper quod similis rationis sunt totis, hoc est, quod sunt proportionalia, & quidem antecedentia α ε ε, ε β γ & ε γ δ sequentia autem illorum ζ η λ, λ η θ & λ θ κ, & quod polygonum α β γ δ ε, ad polygonum ζ η θ κ λ, duplam rationem habet, quam similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est, α ε ad ζ η. Connectantur enim α γ & ζ θ & quoniam propter similitudinem polygonorum, æqualis est angulus α β γ angulo ζ η θ, & est sicut α β ad ε γ, sic ζ η ad η θ. æquiangulum est igitur (per sextam sexti) triangulum α β γ triangulo ζ η θ. æqualis igitur est angulus β α γ, angulo η ζ θ & qui sub β γ α, ei qui sub η θ ζ. & quoniam æqualis est angulus β α μ angulo η ζ ν: patuit autẽ quod angulus α β μ angulo ζ η ν est æqualis: & reliquus igitur angulus α μ ε, reliquo ζ ν η est æqualis. Aequiangulum igitur est (per 6 sexti) triangulum α β μ, triangulo ζ η ν. Similiter quoq; ostendemus quod & triangulum β μ γ, æquiangulum est triangulo η ν θ, proportionaliter igitur est (per 3 sexti) sicut quidem α μ ad μ β, sicut ζ ν ad ν η. Sicut autem ε μ ad μ γ, sic η ν ad ν θ. Quare ex æquo (per 22 quinti) sicut α μ ad μ γ, sic ζ ν ad ν θ. Sed sicut α μ ad μ γ, sic triangulum α β μ ad triangulum μ β γ, & α μ ε ad ε μ γ, ad seinuicem enim sunt sicut bases (per 1 sexti). Et sicut unum antecedentium ad unum sequentium (per 12 quinti) sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Sicut igitur (per conuersionem primæ diffinitionis sexti) triangulum α μ β ad triangulum β μ γ, sic α β ε ad γ β ε. Sed sicut α μ β ad ε μ γ, sic α μ ad μ γ: & sicut igitur (per 11 quinti) α μ ad μ γ sic triangulum α ε ε ad triangulum ε β γ. Id propterea, & sicut ζ ν ad ν θ, sic triangulum ζ η λ ad triangulum η λ θ. Estq; sicut α μ ad μ γ, sic ζ ν ad ν θ, & sicut igitur (per 11 quinti, triangulum α ε ε ad triangulum ε ε γ, sic triangulum ζ η λ ad triangulum η λ θ & uicissim (per 16 quinti) sicut triangulum α ε ε ad triangulum ζ η λ: sic triangulum ε ε γ ad triangulum η λ θ. Similiter quoq; ostendemus connexis β δ & η κ. quod & sicut triangulum ε β γ ad triangulum λ η θ, sic triangulum ε γ δ ad triangulum λ θ κ. Et quoniam est sicut triangulum α β ε ad triangulum ζ η λ, sic triangulum ε β γ ad triangulum λ η κ, & etiam triangulum ε γ δ ad triangulum λ θ κ, & sicut igitur (per 12 quinti, unum antecedentium ad unum sequentium: sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Est igitur triangulũ α β ε ad triãgulum ζ η λ, sic polygonũ α ε γ δ ε ad polygonũ ζ η θ κ λ. Sed triangulum α β ε ad triangulum ζ η λ, duplam rationẽ habet, quam α ε similis rationis latus ad ζ η similis rationis latus. Similia enim triãgula in duplici ratione sunt similis rationis laterũ (per 19 sexti) & polygonũ igitur α ε δ ε ad polygonũ ζ η θ κ λ duplam habet rationẽ, quã α β similis rationis latus ad ζ η similis rationis latus. Similia igitur polygona

lygona in similia triangula diuiduntur, & inæqualia numero, & æqua ratione totis, & polygonum ad polygonum ὁμόλογα duplam rationem habet, quam similis rationis latus ad similis rationis latus, quod demonstrare oportebat.

PRIMVM CORRELARIVM Proinde in uniuersum manifestum est, quod similes rectæ lineæ figuræ adinuicem in dupla sunt ratione, similis rationis laterum, & si ipsarum α β & ζ η proportionalem accipiamus ξ. ipsa α β ad ξ duplam habet rationem quàm α β ad ζ η: habet autem & poligonũ siue quadrilaterũ ad quadrilaterũ duplam rationẽ, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est, α ϐ ad ζ η: patuit autem hoc in triangulis. Similiter autem & in similibus quadratis ostendetur, quod in duplici ratione sunt similis rationis laterũ, patuit autem & in triangulis. Proinde etiam in uniuersum est manifestum, quod si tres rectæ lineæ proportionales fuerint: erit sicut prima ad tertiam: sic quæ à prima species ad eam quæ à secunda similis & similiter descripta est.



ALITER. Demonstrabimus aliter & expeditius, similis rationis esse triangula. Instituantur enim rursus α ϐ γ δ ε & ζ η θ κ λ polygona: & connectantur β ε, ε γ, η λ, & λ ζ. Dico quod est sicut triangulum α ϐ ε ad ζ η λ. sic ε β γ ad κ η θ, & γ δ ε ad θ κ λ. Quoniam enim simile est triangulum α ϐ ε triangulo ζ η λ: igitur (per 19 sexti, triangulum α β ε ad ζ η λ duplam habet rationem quàm ϐ ε ad η λ. Id propterea & triangulum β ε γ, ad triangulum η λ θ duplam habet rationem, quàm β ε ad η λ. Est igitur sicut triangulum α β γ ad triangulum ζ η λ, sic triangulum β ε γ, ad η λ θ. Rursus quoniam triangulum ε β γ, simile est triangulo λ η θ igitur ε β γ ad λ η θ duplam habet rationem quam γ ε recta linea ad θ λ. Id propterea, & triangulum ε γ δ duplam rationem habet ad triangulum λ θ κ, quàm γ ε ad θ λ. Est igitur sicut triangulum β ε γ ad λ η θ, sic γ δ ε ad λ θ κ. Patuit autem & sicut ε β γ ad λ η θ sic α β ε ad ζ η λ: & sicut igitur (per 11 quinti) α β γ ad ζ η λ sic β ε γ ad η λ θ, & ε γ δ ad λ θ δ ad λ θ κ & sicut igitur (per 12 quinti) unum antecedentium ad unum consequẽtium sic omnia antecedentia ad omnia consequentia: & reliqua ut in priore demonstratione: quod oportebat demonstrare.



Eucli. ex Camp. Propositio 20.

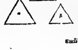
20 **SI fuerint uni superficiei similes, quaslibet superficies sibijnuicem similes esse est.**

CAMPANVS. Sit uterq; pentagonorum a b c, d e f, similis pentagono g h k: dico eos esse similes sibijnuicẽ. Est enim uterq; eorum æquiangulus pentagono g h k: per conuersionem diffinitionis similium superficierum: quare sunt æquianguli adinuicem. Similiter quoque per conuersionem eiusdem diffinitionis, proportio a b ad g h, sicut a c ad g k, & g h ad d e, sicut g k ad d f: ergo per æquam proportionalitatem, a b ad d e, sicut a c ad d f. Eodem modo probabis reliqua latera pentagonorum a b c & d e f, continentia æquos angulos: esse proportionalia. Per diffinitionem itaque similium superficierum: ipsi sunt similes adinuicem: quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 21.

21 **Quæ eidem rectilineo sunt similia, & adinuicem sunt similia.**

THEON ex Zamberto. Sit utrunq; ipsorum α, β, rectilineorum, simile ipsi γ. Dico quod & α ipsi β est simile. Quoniam enim simile est α ipsi γ, æquiangulum est & ei (per conuersionem primæ diffinitionis sexti) & quæ circum æquales angulos sunt latera, proportionalia habet. Rursus quoniam β simile est ipsi γ: æquiangulum igitur est & ei per eandem, & quæ circum æquales sunt angulos latera proportionalia habet: utrunq; igitur ipsorum α, β, ipsi γ æquiangulum est (per 6 sexti: & quæ circa æquales sunt angulos latera habet proportionalia, quare per eandem & α ipsi β æquiangulum est, & quæ circum æquales sunt angulos latera habet proportionalia. Simile igitur est ε ipsi α, quod oportebat demonstrare.

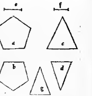


Eucli.

Eucli.ex Camp. Propositio 21.

21 SI fuerint quotlibet lineæ proportionales, atque super binas & binas similes superficies designentur, ipsæ quoq; superficies erunt proportionales. Si uero super binas & binas, similes superficies constitutæ fuerint proportionales: ipsas quoq; lineas proportionales esse necesse est.

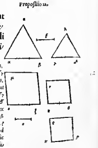
CAMPANVS. Si quatuor lineæ proportionales, a, b, c, d, sitq; proportio a ad b, sicut c ad d: dico quod si superficies similes constituantur super a & b, utpote duo pentagoni similes, & aliæ similes constituātur super c & d, utpote duo anguli similes, erit ꝓportio pentagonorum sicut triangulorum. Quod si fuerint pentagoni similes & similiter triāguli similes, fueritq; proportio pentagoni ad pentagonum sicut trianguli ad triangulū: dico quod erit ꝓportio a ad b sicut c ad d.



Subiungantur enim lineis a & b, e, & lineis c & d, f, in cōtinua proportionalitate, sicut docet 10 huius: eritq; per 22 quinti, & per æquam proportionalitatem, a ad e, sicut c ad f: quia ergo per correlarium 17 huius, proportio pentagonorum, est sicut a ad e & triangulorum sicut c ad f: erit ꝓportio pentagonorū sicut triangulorum: & hoc est primū. Secundum sic patet. Sint duo pentagoni similes, & duo trianguli similes, sitq; proportio pentagonorum, sicut triangulorum: dico quod proportio a ad b, est sicut c ad d. Sit enim c ad g, sicut a ad b, hoc enim qualiter fiat, dictum est supra 10 huius, & super g fiat sicut docet 19 huius, superficies similis illi quæ est constituta super lineā c: eritq; per præmissam, similis ei quæ constituta est super lineam d: eritq; etiam per primā partem huius 21, quæ proportio pentagoni a ad pentagonum b: eadem trianguli c ad triāgulum g: sed eadem erat etiā trianguli c ad triangulum d. ergo per secundam partē 9 quinti, triangulus d. est æqualis triangulo g. Et quia sunt similes, erit linea g æqualis lineæ d, per primam partem 17 huius, cum super lineas c d & g sint trianguli: uel secundum partē 15: cum fuerint quælibet aliæ figuræ multiangulæ: æqualitas enim nō producitur ex aliqua proportione duplicata uel triplicata uel quoueslibet sumpta, nisi ex æquali: erit itaq; c ad d sicut a ad b: quod est propositum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 15. Propositio 22.

22 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint etiam quæ ab eis rectilinea similia similiterq; descripta, proportionalia erunt. Et si ab ipsis rectilinea, proportionalia fuerint: ipsæ quoq; rectæ lineæ proportionales erunt.



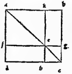
THEON ex Zamberto. *Sint quatuor rectæ lineæ αβ, γδ, εζ, & ηθ, sicut αβ ad γδ, sic εζ ad ηθ. Describanturq; (per 18 sexti) ab ipsis αβ & γδ, similia similiterq; posita rectilinea καβ & λγδ. Ab ipsis autem εζ & ηθ, per eandem similia similiterq; posita rectilinea μζ & νθ. Dico quod est sicut καβ ad λγδ, sic est μζ ad νθ. Sumatur enim inq; (per 11 sexti) ipsarū αβ & γδ, tertia proportionalis ξ: ipsarum autem εζ & ηθ, tertia proportionalis ο, & quoniam est sicut αβ ad γδ, sic εζ ad ηθ, sicut autem γδ ad ξ, sic ηθ ad ο: ex æquali igitur (per 22 quinti, sicut αβ ad ξ, sic εζ ad ο. Sed sicut quidem αβ ad ξ, sic & καβ ad λγδ (per correlarium secundum 20 sexti. Sicut autem εζ ad ο, sic μζ ad νθ. Sed iam esto, sicut καβ ad λγδ, sic μζ ad νθ. Dico quod est sicut αβ ad γδ, sic εζ ad ηθ. Fiat enim (per 22 sexti) sicut αβ ad γδ, sic εζ ad πρ, & describatur (per 18 sexti) ex πρ, utriq; ipsorum μζ & νθ simile, similiterq; positum σρ. Quoniam igitur est sicut αβ ad γδ, sic εζ ad πρ, & de* pta sint, ab ipsis quidē α β, & γ δ, similia similiterq́; posita κ α β, & λ γ δ, ab ipsis autem ε ζ, & π ρ, similia similiterq́; posita μ ζ, & σ ρ, est igitur sicut κ α β, ad λ γ δ, sic μ ζ, ad σ ρ, positū autē est quod sicut κ α β, ad λ γ δ, sic μ ζ, ad ν θ, & sicut igitur (per 11 quinti) μ ζ, ad σ ρ, sic μ ζ, ad ν θ, igitur (per 9 quinti) μ ζ, ad utrūq; ipsorū ν θ, & σ ρ, eādē habet rationē, æquale igitur est ν θ, ipsi σ ρ. Est autē ei & simile similiter positū: æqualis igitur est η θ, ipsi π ρ. Et quoniā est sicut α β, ad γ δ, sic ε ζ, ad π ρ, æqualis autem est π ρ, ipsi η θ, est igitur sicut α β, ad γ δ, sic ε ζ, ad η θ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ab ipsis rectilinea similia similiterque descripta, proportionalia erūt, & si ab ipsis rectilinea similia similiterq́; descripta proportionalia fuerint, & ipsæ rectæ lineæ proportionales erunt, quod demonstraße oportuit.

LEMMA. Quod autem si rectilinea æqualia & similia fuerint similis rationis latera ipsorum æqualia inuicem sunt, sic demonstrabimus, sint æqualia & similia rectilinea ν θ, & σ ρ, sitq́; sicut θ η, ad θ ν, sic ρ π ad π σ. Dico quod æqualis est ρ π, ipsi η θ. Si autem inæquales sint, earum altera maior est, sit maior ρ π, quàm θ η, & quoniam est sicut ρ π, ad π σ, sic θ η, ad η ν, & uicißim quoque (per 16 quinti,) sicut ρ π, ad θ η, sic π σ, ad η ν, maior autem est ρ π, ipsa θ η, maior igitur & π σ, quàm η ν. Quare & ρ σ, maius est ipso θ ν, sed & æquale (per hypothesin, quod est impoßibile, inæqualis igitur minime est π ρ, ipsi θ η, æqualis igitur. Quod demonstrasse oportuit.

Eucli, ex Camp. Propositio 22

22 **Cunctæ superficies æquidistantium laterum, quæ circa diametrū consistunt, toti parallelogrammo atque sibi inuicem sunt similes.**

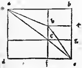
CAMPANVS. Situt in parallelogrammo b d cuius diameter a c, consistant superficies g h & f k æquidistantium laterum circa diametrum dico eas esse similes toti parallelogrammo & sibi inuicem. est enim per secūdā huius, b g ad g c & d h ad h c, sicut a e ad e c, ergo coniunctim b c ad c g & d c ad c h, sicut a c ad c e, quare per 11 quinti, b c ad c g: sicut d c ad c h, sed etiā sicut a b ad e g cū a b sit æqualis d c, & e g, h c, eodē modo erit a d ad e h, sicut a b ad e g, & d c ad h c, quia ergo ista parallelogrāma sunt æquiangula, cōstat per diffinitionem similium superficierum g h esse simile b d. Simili quoque modo probatur f k esse simile eidem, propter hoc qđ b a ad a k & d a ad a f, est sicut c a ad a e per secundam huius & coniūctam proportionalitatem, quare per 20 huius f k, est etiam simile g h, sitq; patet totum.



Eucli. ex Camp. Propositio 23

23 **Si in suo spatio parallelogrammum partiale distinctum toti parallelogrammo simile atque secundum suum illius esse fuerit, circa eiusdem diametrum consistit.**

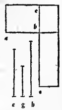
CAMPANVS Sitũt in parallelogrammo b d sic distinctum parallelogrammum f g, quod sit ei simile & secūdum suū esse id est participās cum eo in angulo c. dico; quod parallelogrammum f g consistit circa diametrum parallelogrāmi h d, & est hæc conuersa præcedentis, producam enim a e c, quæ si fuerit diameter parallelogrāmi b d, constat propositū. Sin autem sit a h c diameter eius, & ducatur h k: æquidistās f c, eritque per præmissam parallelogrammum f k, simile parallelogrammo b d, ergo per conuersionem diffinitionis similium superficierum proportio b c ad k c, est sicut d c ad f c: sed per eandem conuersionē dictæ diffinitionis, proportio b c ad g c est sicut d c ad f c: propter id quod parallelogrammum f g, positum est simile parallelogrāmo b d.



b d, ergo per 11 quinti. proportio b c ad g c, est sicut b c ad k c, utraque enim est sicut d e ad f e, quare per secundã partẽ nonæ quinti, g c est æqualis K c pars uidelicet toti quod est impossibile. Erit igitur a e c diameter paralellogrammi b d, quod est propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 24.

24 **Omnium duarum superficierum æquidistantium laterum quarum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis proportio alterius ad alteram, est quæ producitur ex duabus proportionibus suorum laterũ duos æquos angulos continentiũ.**

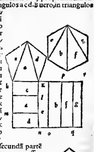


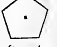
CAMPANVS Sint duæ superficies æquidistãtium laterum, a c & e d, sitque angulus b unius, æqualis angulo b alterius, dico quod proportio unius ad alterã producta ex proportione a b ad b d. & c b ad e, disponam enim has duas superficies penitus sicut disposui eas in 15 huius adiuncto ad utranque parallelogrammo c d, & ponã ut proportio lineæ f ad lineam g, sit sicut a b ad b d, & g ad h sicut c b ad b e, qualiter enim hoc fiat, dictum est supra 8 huius, eritque per primam huius & 11 quinti, a c ad c d, sicut f ad g, & c d ad d e, sicut g ad h, quare per 22 quinti erit in æqua proportionalitate a c ad d e: sicut f ad h: & quia f ad h producitur ex f ad g & g ad h, ut dictum est in fine expositionis 11 diffinitionis quinti: erit ut a c ad d e, producatur ex eisdem. quare constat propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 25

25 **Datæ superficiei similem, aliiq; propositæ æqualem designare.**

CAMPANVS Sint propositæ duæ superficies rectilineæ. A, pentagona. B, hexagona: uolo facere unam superficiem similem A, & æqualem B, utramq; propositarum superficierum resoluo in triangulos. A quidem in triangulos a c d. B uero, in triangulos e b f g. & super basin trianguli a, quæ sit h K: cõstituo secũdũ doctrinã 44 primi superficiẽ æquidistãtiũ laterũ rectãgulã, æqualẽ c: quæ sit h l, & l m æqualẽ d, ut sit tota superficies: æquidistãtiũ laterũ h n, cõstituta super basin k æqualis pentagono A. Eodem modo super lineam K n quæ est secundũ latus huius superficiei h n, constituo aliã superficiem rectangulam æqualem hexagono B quia facio K o æqualem e: & o p æqualem b: & p q, æqualem b f: & q r, æqualẽ g: ut sit tota rectangula superficies n r, æqualis hexagono B, & pono per 9 huius, lineã f t, proportionalẽ inter lineã h K & lineã K r, & super eam secundũ doctrinã 19 huius, constituo superficiem u similem superficiei A, dico ipsam esse quã quærimus, & æqualẽ superficiei B. Cum enim tres lineæ h k f t, & k r sint continue proportionales, & super primã & secundam sint constitutæ superficies similes uidelicet A & u, erit per correlariũ 17 huius. A ad u, sicut h K ad k r, quare (per primã huius) sicut h n ad n r. & ideo per primam partẽ 7 quinti, sicut A ad n r. & propter hoc per secundã partẽ eiusdẽ, sicut A ad B, itaque per secundã partẽ 9 quinti u est æqualis B: quod est propositum. Hoc etiam possumus ex permutata proportionalitate facile probare: quia cũ sit A ad u sicut h n ad n r: erit permutatim A ad h n sicut u ad n r. & quia A est æqualis h n: erit u æqualis n r: quare u est etiam æqualis B per hanc cõmunẽ scientiã: quæcũq; uni & eidẽ sunt æqualia, inter se sunt æqualia. Nõ est autem necessarium ut superficies h l, l m: & m n æquidistantium laterũ æquales triangulis c a d: aut superficies k o, o p, p q & q r æquales triangulis e b f h, sint rectangulæ: sed ut angulus ex





f

trin-

trinsecus superficiei l m, sit æqualis angulo intrinseco superficiei l h: & extrinsecus m n intrinseco m l. Similiter quoque ut extrinsecus superficies κ o, sit æqualis intrinseco superficiei h n, & extrinsecus o p, intrinseco κ o, sicq; de cæteris. Cũ enim sic fuerit erit unaquaque linearum κ n & sibi opposita h m, itemque h r, & sibi opposita n q, linea una per ultimam partem 29 primi & per 14 eiusdem quoties oportuerit æqualiter repetitas, propter id quod omnes superficies h l, l m, & m n, itemq; κ o, o p, p q, & q r, sunt æquidistantium laterum, & angulus extrinsecus cuiusque sequentis est æqualis intrinseco eam præcedentis, quare duæ superficies h n & n r, erunt æquidistantium laterum & inter lineas æquidistãtes & æqualis altitudinis. Cætera ergo argue ut prius.

Quatuor ex Zamberto sequentes propositiones, præcedentibus quatuor ex Campano ordine peruerso respondent, prima tertiæ, secunda primæ, tertia quartæ, quarta secundæ.

Eucli ex Zamb. Theorema 17 Propositio 23

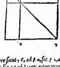
23 Æquiangula parallelogramma rationem adinuicem habent compositam ex lateribus.

THEON ex Zamberto. *Sint æquiangula parallelogramma α γ, & γ ζ, æqualem habentia angulum β γ δ, angulo ε γ η. Dico quod parallelogrammũ α γ, ad parallelogrammũ γ ζ, rationẽ habet compositã ex lateribus, hoc est ex ea, quàm habet β γ, ad γ η, & ex ea, quã habet δ γ, ad γ ε, ponatur enim, (per 14 primi,) ut sit in rectas lineas β γ, ipsi γ η, in rectas lineas igitur est (per eãdẽ) δ γ, ipsi γ ε. Cõpleaturq; parallelogrãmũ, δ η, & ponatur quædã recta linea, κ, & fiat (per 12 sexti,) sicut quidẽ β γ, ad γ η, sic κ, ad λ, sicutq; δ γ, ad γ ε, sic λ ad μ, proportiões igitur ipsius κ, ad λ, & ipsius λ, ad μ, eædẽ sunt ipsis ratiõibus laterum β γ, ad γ η, & ipsius δ γ, ad γ ε. Sed ipsius κ, ad μ, ratio, componitur ex ratione ipsius κ, ad λ, & ipsius λ, ad μ. Quare & κ ad μ rationẽ habet compositã ex lateribus. Et quoniã est sicut β γ, ad γ η, sic α γ, parallelogrãmum ad γ θ (per primam sexti,) sed sicut β γ, ad γ η, sic κ, ad λ, & sicut igitur (per 11 quinti,) κ, ad λ, sic α γ, ad γ θ. Rursus quoniã est sicut δ γ, ad γ ε, sic γ θ, parallelogrammũ ad γ ζ, parallelogrammum, sed sicut δ γ, ad γ ε, sic λ, ad μ. & sicut igitur (per eandẽ) λ ad μ, sic γ θ, parallelogrammum ad γ ζ, parallelogrammũ. Quoniã igitur ostensum est quod sicut quidẽ κ ad λ, sic α γ, parallelogrammũ ad γ θ, parallelogrammũ, sicut aũt λ ad μ, sic γ θ, parallelogrãmũ, ad γ ζ, parallelogrãmũ: ex æquo igitur (per 22 quinti) sicut κ ad μ, sic α γ parallelogrammũ ad γ ζ, parallelogrãmũ. At κ ad μ, rationem habet compositam ex lateribus, & α γ, parallelogrammum igitur ad γ ζ rationem habet confectam ex lateribus. Aequiangula igitur parallelogramma adinuicem rationem habent compositam ex lateribus, quod demonstrare oportebat.*

Eucli. ex Zamb. Theorema 18 Propositio 24

24 Omnis parallelogrammi, quæ circa dimetientem parallelogramma, similia sunt toti. & adinuicem.

THEON ex Zamberto. *Sit parallelogrammum α β γ δ, dimetiens uero illius α γ, circum autem α γ, parallelogramma sint ε η, & θ κ. Dico quod utrumque ipsorum ε η, & θ κ, parallelogrammorum, simile est toti α β γ δ, & adinuicem. Quoniam enim trianguli α β γ, ad unum latus β γ, acta est parallelus ε ζ, proportionaliter est (per 2 sexti,) sicut γ ζ, ad ζ α, sic δ κ, ad κ α. Sed sicut γ ζ, ad ζ α, sic ostensa est & β ε, ad ε α. Et sicut igitur (per 11 quinti) β ε, ad ε α, sic δ κ, ad κ α, & componendo igitur (per 18 quinti) sicut β α, ad ε α, sic δ α, ad α κ, & per 16 quinti) sicut β α, ad α δ, sic ε α, ad α κ: parallelogrammorum igitur α β γ δ, & ε κ proportionalia sunt latera, quæ circum communẽ angulum β α δ sunt: & quoniam parallelus est κ ζ, ipsi δ γ, æqualis est (per 19 primi) angulus α κ ζ, angulo α δ γ, & qui sub κ ζ α, ei qui sub δ γ α, & communis duorum triãgulorũ α δ γ, & α ζ κ: angulus qui sub δ α γ. Aequiangulũ igitur est triangulũ δ α γ, triangulo α κ ζ. Idq; propterea, & triangulũ α β γ, æquiãgulum est triangulo α ε ζ, & totum α β γ δ, parallelogrammum ipsi ε κ, parallelogrãmo æquiangulum est, proportionaliter igitur est (per 4 sexti) sicut α δ, ad δ γ, sic α κ, ad κ ζ, sicutq; δ γ, ad γ α, sic κ ζ, ad ζ α. Sicut autem α γ, ad γ β, sic α ζ, ad ζ ε, & insuper sicut γ β, ad β α, sic ζ ε, ad ε α & quoniam ostensum est sicut quidem δ γ ad γ α, sic κ ζ, ad ζ α, sicut uero α γ, ad γ β, sic α ζ ad ζ ε: ex æquo igitur est (per 22 quinti) sicut δ γ ad γ β, sic κ ζ, ad ζ ε. Parallelogrammorum igitur α β γ δ, & ε κ, proportionalia sunt latera:*

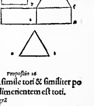


quæ circum æquales angulos. Simile igitur est (per primam diffinitionē sexti) parallelogrammū α β γ δ, parallelogrammo ι κ. Id propterea, & parallelogrammum α β γ δ, parallelogrammo κ θ, est simile, utrumq; igitur ipsorum ι κ & θ κ, parallelogrammorum, ipsi α β γ δ, parallelogrammo simile est. Quæ autem eidem rectilineo similia, & sibi inuicem sunt similia (per 21 sexti) igitur & ι κ, parallelogrammum ipsi θ κ, parallelogrammo simile est. Omnis igitur parallelogrammi quæ circa dimetientem parallelogrāma, similia sunt toti & adinuicem, quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Zamb. Problema 7 Propositio 25

25 Daro rectilineo simile, & aliĳ dato æquale idem constituere.

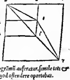
THEON ex Zamberto. Sit quidem datum rectilineam cui oportet simile constituere, α β γ, cui autem oportet æquale, δ, oportet iam ipsi α β γ, simile, ipsi autem δ æquale, idem constituere, prætendatur (per 44 primi) igitur ad β γ, ipsi triangulo α β γ, æquale: parallelogrammum β ε, & ad γ ε, ipsi δ, æquale parallelogrammum γ μ, in angulo qui sub ζ γ ε. qui æqualis est ei, qui sub γ β λ. In rectam lineam igitur est (per 14 primi, β γ, ipsi γ ζ: & λ ε, ipsi ε μ. Sumaturq; (per 13 sexti,) ipsarum β γ, & γ ζ, media proportionalis κ θ, describaturq; (per 18 sexti, ex κ θ, ipsi α β γ, simile, similiterq; positum κ κ θ. Et quoniam est sicut β γ, ad κ θ, sic κ θ, ad γ ζ, si autem tres fuerint rectæ lineæ proportionales sicut prima ad tertiam sic quæ à prima est species ad eam quæ à secūda similis similiterq; descripta; est igitur (per correlarium secundū 20 sexti) sicut β γ, ad γ ζ, sic triangulum α β γ, ad triangulum κ κ θ. Sed sicut β γ, ad γ ζ, sic β ε, parallelogrāmum ad ε ζ, parallelogrammum. Et sicut igitur (per primam sexti) triangulum α β γ, ad triangulum κ κ θ, sic β ε, parallelogrammum ad ε ζ, parallelogrammum: uicissim quoque igitur (per 16 quinti) sicut triangulum α β γ, ad β ε, parallelogrammum, sic triangulum κ κ θ, ad parallelogrammum ε ζ, æquale autem est triangulum α β γ, parallelogrammo β ε, æquale igitur est triāgulum κ κ θ, ipsi ε ζ, parallelogrammo: sed parallelogrammum ε ζ, ipsi δ est æquale, & κ κ θ, igitur, ipsi δ est æquale, est autem κ κ θ, ipsi α β γ simile, Dato igitur rectilineo α β γ, simile, & aliĳ dato δ, æquale, idem κ κ θ, constitutam est, quod facere oportebat.



Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 26

26 Si à parallelogrāmo parallelogrammū auferatur, simile toti & similiter positum, communem angulū habēs ei, circū eundē dimetientem est toti.

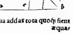
THEON ex Zamberto. A parallelogrammo enim α β γ δ, parallelogrāmum auferatur α ζ, simile ipsi α β γ δ, & similiter positum, cōmunem angulū habens ei qui sub δ α β. Dico quod circum eandem diametrum est α β γ δ, ipsi α ζ. Non enim at si possibile est, sit eorum dimetiens α η γ, & excitetur (per 31 primi, ab η utrique ipsarum α δ, & β γ, parallelus θ κ. Quoniā igitur circum eandem dimetientem est α β γ δ, ipsi κ η, simile est (per 24 sexti,) α β γ δ, ipsi α η, est igitur sicut δ α, ad α β, sic η α, ad α κ, (per conuersionem 1 diffinitionis sexti. Est autē propter similitudinem ipsorū α β γ δ, & ι η, sicut δ α, ad α β, sic η α, ad α ι. Igitur per 9 quinti,) η α, ad utrāque ipsarum α κ, & α ι, eandem habet rationem, æqualis igitur est α κ, ipsi α ι, minor maiori, quod absurdum est. Igitur α β γ δ, non est circa eandem dimetientem ipsi κ η. Circa eandem igitur dimetientem est α β γ δ, parallelogrammum, ipsi α ζ, parallelogrammo. Si à parallelogrammo igitur parallelogrāmū auferatur, simile toti & similiter positum cōmunem angulū habens ei, circa eandem dimetientem est toti. Quod ostendere oportebat.



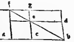
Eucli. ex Camp. Propositio 26

26 SVper dimidium datæ lineæ parallelogrammum designatum. maius est eo parallelogrammo cui datæ lineæ applicato deest ad completionem lineæ simile & super diametrum consistens super dimidium collocati.

CAMPANVS Sit data linea a b, super cuius dimidium c b, constituatur parallelogrammū c d, cuius diameter b e, & ad lineam a b applicetur parallelogrāmū a f, cuius unū latus secet e c in pūcto g ita quod ad complementū totius lineæ a b desit superficies f b quæ sit similis superficiei c d, & cōsistens circa diametrū eius dico tūc q parallelogrāmū c d est maius parallelogrāmo a f. sit enim per 1 huius, a g æquale g b, & per 43 primi, c f æquale f d, ergo per hāc cōmunē sciētiā si æqualibus æqualia addas tota quoq; fient æqua-



æqualia, erit gnomo constans ex tribus parallelogrammis quæ sunt c f, f b, & f d, æqualis parallelogrãmo a f, quare parallelogrammũ c d, est maius parallelogrãmo a f, in parallelogrammo e f, quod est propositũ. Idẽ etiã esset si superficies a f fieret altior superficie c d: ut uidere potes in secũda figura in qua etiã per primã huius a g: est æquale g b: demptis itaq; utrinq; duobus supplemẽtis superficiei f b: excedet parallelogrammum c d, parallelogrammũ a f in parallelogrammo f e.



Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 27

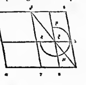
27 Omnium parallelogrammorũ ad eandem rectam lineã* proiectorum deficiẽtiumq; * specie parallelogrammis, similibus, similiterq; positis ei quod à dimidia descriptum est, maximum est quod à dimidia proiectum parallelogrammum simile existẽs* sumpto.

παραβαλλομένων applicatorum.

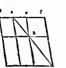
εἴδει, id est figuris

ἐλλείμματι, id est defectu

THEON ex Zãb. Sit recta linea α β, & secetur (per 10 primi,) bifariam in γ, prætenditur quoque (per 28 sexti,) ad α β, rectam lineam, parallelogrammũ α δ, deficiens specie parallelogrammo δ β, simili, similiterq; descripto ei quod à dimidia ipsius α β, hoc est γ β. Dico quod omniũ ad α β, comparatorum parallelogrammorum & deficiẽtium specie parallelogrammis similibus similiterq; positis ipsi δ β, maximum est α δ. Prætendatur enim ad α β, rectam lineam parallelogrãmũ α ζ, deficiens specie parallelogrãmo ζ β, simili similitérque posito ipsi δ β. Dico quod maius est α δ, ipso α ζ. Quoniã enim simile est δ β, parallelogrammũ ipsi ζ β, parallelogrãmo: circũ eandẽ igitur sunt dimetientẽ (per 26 sexti,) excitetur eorũ dimetiens δ β, & describatur figura. Quoniam igitur (per 42 primi) æquũ est ζ γ, ipsi ζ ι, cõmune apponatur ζ β, totũ igitur γ θ toti κ ι, est æquale. Sed γ θ, ipsi γ κ, est, æquale (per 36 primi) quoniã & recta α γ, rectæ γ β æqualis. Igitur κ γ, ipsi & ι κ, est æquale. Cõmune apponatur γ ζ, totũ igitur α ζ, toti λ μ ν, gnomoni est æquale. Quare parallelogrãmũ δ β, hoc est α δ, hoc est α δ, ipso α ζ. parallelogrãmo maius est, omnium igitur ad eandem lineam consistentium parallelogrammorũ & deficientium specie parallelogrammis, similibus, similiterque positis ei quod à dimidia describitur: maximũ est quod à dimidia comparatum est, quod oportebat demonstrare.

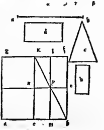


ALITER Sit enim rursus α β, dissecta bifariam in γ, & comparatũ α λ, deficiens specie ipso λ β. Comparetur q; rursus ad α β, parallelogrammũ α ι, deficiens ipso ι β. simili similiterq; posito ipsi λ β, quod à dimidia fit ipsius α β. Dico quod à dimidia comparatum, α λ maius est ipso α ι. Quoniã enim simile est ι β. ipsi λ β, circum eãdem dimetientem sunt (per 26 sexti Sit eorum dimetiens ι β, describaturq; figura, & quoniã æquũ est λ ζ, ipsi λ θ, quoniã & rectæ ζ κ, rectæ κ θ, est æqualis: maius igitur est λ ζ, ipso κ ι, æquũ autem est λ ζ ipsi δ λ, maius igitur est & δ λ ipso κ ι, commune esto κ δ, totum igitur α λ, toto α ι, maius est quod demonstrare oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 27

27 TRilatera superficie ꝓposita æquũ ei super quãlibet assignatã lineam parallelogrãmũ designare, cui desit ad cõplendã lineã alij superficiei propositæ simile parallelogrammũ quod secundum eiusdẽ suũ esse parallelogrãmo super dimidium datæ lineæ collocato minime maius existat.



CAMPANVS Sit assignata linea a b. & propositus triangulus c, propositumq; parallelogrammũ d. uolo super lineam a b: designare parallelogrammum æquale triangulo c, ita quod desit ad cõplen

o 3 dam

dam lineam a b parallelogrammū simile d. & sit ita conditionatum quod triangulus c non sit maior parallelogrāmo simili d, collato super dimidium lineæ a b, alioquin ad impossibile laboraretur. per præmissam. Diuido igitur lineā a b per æqualia in pūcto e & secūdū doctrinā 19 huius super eius eius medietatē b e cōstituo parallelogrammū e f simile d, & cōplebo super totā lineā a b: parallelogrāmū b g. Quia igitur c nō est maior parallelogrāmo e f, sed æqualis ei aut minor sicut positū est, si fuerit ei æqualis, erit parallelogrāmū e g quale intēditur per 36 primi coadiuuāte prima parte 9, & per diffinitionē similiū superficierū & 20 huius. Si aūt minor, sit minor in superficie aliqua, cui æqualis & similis d fiat secūdū doctrinā 25 huius quæ sit h, eritque h similis e f per 20 huius. quare per cōuersionē diffinitionis, æquiangula sibi & proportionaliū laterū. protrahā igitur in parallelogrāmo e f diametrū b k, & resecabo latera k f, & e k superficiei e f, ad mēsurā laterū superficiei h, protractis lineis l m & n o æquidistantibus lateribus superficiei e f. secantibus se in pūcto p, ut superficies k p sit æqualis & similis superficiei h eritq; per 25 huius pūctū p, in diametro k b: protracta itaq; o n usq; ad a d, dico parallelogrāmū a p esse quale proponitur. Deest enim sibi ad cōplementū lineæ a b parallelogrammū p b, quod per 22 & 20 huius est simile parallelogrāmo d. Sed ipsum etiā parallelogrāmū a p est æquale triāgulo c Est enim per primā huius, a n æquale n b, ergo per 43 primi, & hāc cōmunē scientiā si æqualibus æqualia addas, tota quoque fient æqualia, parallelogrāmū a p est æquale gnomoni n b l, & quia iste gnomo est æqualis triāgulo c propter id quod parallelogrammum e f positum fuit esse maius triangulo c in parallelogrammo h, quod est æquale parallelogrammū k p, patet propositum.

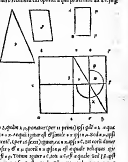
Eucli. ex Zamb. Problema 8 Propositio 28

28 Ad data rectā lineā dato rectilineo æquale parallelogrāmū cōparare, deficiēs specie paralellogrāmo simili dato. Oportet iā datū rectilineū cui* expedit æquū cōparare, nō maius esse eo qd' à dimidia cōparatū similibus existētibus sūptis & eius quod a dimidia & cui expedit simile deficere.

cui

* oportet

THEON ex Zāb. Sit quidē data recta linea α ϐ. datū uero rectilineū cui oportet æquū prætēdere ad α ϐ. sitq; illud γ, nō maius existēs eo quod à dimidia cōparatū est similibus existētibus sūptis, cui autē expedit simile deficere, δ, oportet iā ad datā rectā lineā α ϐ, dato rectilineo γ æquale parallelogrāmū prætēdere deficiēs specie parallelogrāmo simili existēte ipsi δ. Secetur (per 10 primi) α ϐ bifariā in signo ε. Describaturq; (per 18 sexti, ab ε ϐ, ipsi δ, simile similiterq; positū ε ϐ ζ η. Cōpleaturq; α η, parallelogrāmū. Id α η, aut æquū est ipsi γ, aut eo maius per determinationē. Si quidē igitur æquū est α η, ipsi γ, quod quærimus factū iam est. Cōparatū siquidē esset ad datā rectā lineā α ϐ, dato rectilineo γ æquū parallelogrāmū α η deficiēs specie parallelogrāmo η ϐ, simili ipsi δ. Si aūt nō est maius θ ε, q̄ γ, æquale autē θ ε, ipsi η ϐ, maius igitur & η ϐ, quā γ. Quo aūt maius est η ϐ, quā γ, tali excessui (per 25 sexti) æquale, ipsi δ, simile similiterq; positū idē cōstituatur κ λ μ ν. Sed ipsi η ϐ, ipsum δ est simile. & κ μ, igitur, ipsi η ϐ, est simile. Esto igitur similis rationis κ λ, ipsi η ε, & λ μ, ipsi η ζ. Et quoniā æquū est η ϐ, ipsis γ κ μ, maius igitur est η ϐ, quàm κ μ. Maior igitur est η ε, quam κ λ, & η ζ, quàm λ μ, ponatur (per 11 primi) ipsi quidē κ λ æqualis η ξ, ipsi aūt λ μ, æqualis η ο, & cōpleatur parallelogrāmū ξ η ο π. Aequū igitur est & simile ο ξ ipsi κ μ. Sed κ μ, ipsi η ϐ est simile, & ο ξ igitur ipsi η ϐ, est simile. Circū eādē dimetientē, (per 26 sexti) igitur, eā η π, ipsi η ϐ, Sit eorū dimetiens η π ϐ, & describatur figura. Quoniā igitur æquū est ϐ η, ipsis γ & κ μ quorū η π ipsi κ μ est æquale reliquus igitur υ φ χ, gnomon reliquo γ est æqualis, & quoniam æquum est ο ρ, Totum igitur ο ϐ, toti α ϐ, est æquale. Sed ξ ϐ, ipsi τ ε, fit æquale. quoniā & latus α ε, lateri ε ϐ, est æquale, & τ ε, igitur, ipsi ο ϐ. est æquale. Cōmune applicetur ξ ζ, totum igitur τ σ toti φ χ υ, gnomoni æquū est. Sed φ χ υ gnomon ipsi γ, ostēsum est quod est æqualis, & τ σ igitur: ipsi γ æquū est. Ad datam rectā lineā igitur α ϐ, dato rectilineo γ æquū parallelogrāmū comparatum est τ σ deficiens specie parallelogrāmo π ϐ, simili existēti ipsi δ, quoniam π ϐ, ipsi κ π, simile est. Quod erat propositum.

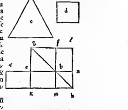


Eucli. ex Camp. Propositio 30

30 SVper datā lineā datæ superficiei trilateræ æquū parallelogrāmū cōstituere, quod addat super cōpletionē datæ lineæ superficiem æquidi-

quidistantium laterum datæ superficiei æquidistantium laterum similem.

CAMPANVS. Sit ut prius data linea a b, & datus triãgulus c, datũq; parallelogrã-mum d, uolo super lineã a b cõstituere parallelogrammũ æquale triãgulo c, quod ad-dat super totã lineã a b, parallelogrãmũ simile d. Diuido lineã a b per æqualia in pun-cto e, & super eius medietatẽ e b. facio e f similẽ d, secundũ quod docet 19 huius, & secun-dum doctrinã 25 huius, facio k l cuius diameter g h, similẽ d & æqualẽ duabus superfi-ciebus e f & c, eritq; per 20 huius k l similis e f. Superposi-ta igitur superficie k l superficiei e f ita quod ambæ cõmu-nicent in angulo g: erit per 25 huius superficies e f, cõsistẽs circa diametrũ superficiei k l: quare punctũ b est in diame-tro g h, cõplebo igitur parallelogrãmũ a h quod dico esse quale proponitur, quod cõstat protractis linea f b usque ad m, & linea e b, usque ad n. Est enim per primã partẽ hu-ius, a k æquale k b, & ideo per 43 primi est etiã æquale n f, addito ergo utriq; e h. erit per cõmunẽ sciẽtiã a h æquale gnomoni e h f, sed iste gnomo est æqualis triãgulo c, quia parallelogrãmũ k l positum fuit æquale duabus superfi-ciebus c & e f, ergo parallelogrammum a h est æquale c, & addit ad cõplementum lineæ a b parallelogrammum m n, quod per 21 & 20 huius est simile parallelogrãmo d, qua-re cõstat perfectum esse quod uolumus.

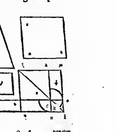


CAMPANI additio Possumus aut ad lineam datam adiũ-gere parallelogrammum æquale nõ solũ trilateræ super-ficiei positæ, sed & cuiuslibet rectilineæ figuræ propositæ quæcũq; ipsa fuerit: cui desit ad cõplendã lineã datã superficiei æquidistãtiũ laterũ propositæ sicut docet præmissa, obseruata cõditione eius ne laboretur ad impossibile per ante præmissam, uel qđ ad-dat super cõpletionẽ lineæ superficiẽ æquidistantiũ laterũ similẽ superficiei propositæ sicut proponit cõclusio præsens. Propositã enim superficiem cui æquale parallelogrã-mum debet ad lineã datã adiũgi quod addat aut diminuat ad cõpletionẽ lineæ paral-lelogrammũ simile parallelogrãmo dato: resoluemus in triãgulos, & ipsis mediãtibus describemus superficiẽ æquidistãtiũ laterum, totali superficiei propositæ æqualẽ, hoc autẽ qualiter fiat & si scire uolueris: require 25 huius. Dehinc super duplũ basis eius æ-qualis altitudinis triãgulũ cõstituemus, quẽ (si 44 primi diligẽter inspexeris) parallelo grammo prius designato inuenies esse æqualẽ, quare & superficiei propositæ, huic er-go triãgulo si æquale parallelogrãmũ ad lineam datã adiũxeris quod addat ad cõple-mentum lineæ aut minuat parallelogrammũ simile parallelogrãmo dato secundũ qđ docet hæc & præmissa: quod propositũ erat te perfecisse non dubites.

Eucli. ex Zamb. Problema 9 Propositio 29

29 Ad datã rectã lineam, dato rectilineo æquale parallelogrãmũ prætẽde-re. excedẽs specie parallelogrãmo simili dato.

THEON ex Zãb. Sit quidẽ data recta linea α ε, datũ uero rectilineũ cui expedit ad α ε, æquale parallelogrãmũ prætẽdere γ. Cui aũt oportet simile prætẽdere δ, oportet iã ad α β, rectã lineã ipsi γ, rectilineo æquum parallelogrãmũ prætẽdere excedẽs specie parallogrãmo simili ipsi δ. Secetur (per 10 primi,) α β, bifariã in ε, & describatur (per 6 sexti) ex ε β ipsi δ simile similiterq; positũ parallelogrãmũ β ζ, & ambobus quidẽ β ζ γ æquale, ipsi aũt δ, simile similiterq; positũ, idẽ cõstituatur η θ, Simile igi-tur est η θ, ipsi β ζ. Similis aũt rationis esto η θ, ipsi ζ λ, & η κ, ipsi ζ ε. Et quo-niã maius est η θ, ipso ζ β, maior igitur est quidẽ η θ, ipsa ζ λ. & η κ, ipsa ζ ε. Extendãtur ζ λ, & ζ ε, & ipsi quidẽ η θ, æqualis esto ζ λ μ, ipsi autẽ η κ, æqualis esto ζ ε ν. Cõpleaturq; μ ν. Igitur μ ν, ipsi η θ, æquũ est & simile, sed η θ, ipsi ε λ. est simile. Igitur (per 26 sexti μ ν ipsi ε λ. est simile, circum igitur eãdẽ diametrũ cõsistũt ε λ & μ ν. Excitetur eorũ dimetiẽs ζ ξ & de-scribatur figura. quoniã igitur æquũ est ζ θ ipsis ε λ et γ sed η θ, ipsi μ ν, est æquale, & μ ν igitur ipsis ε λ γ, est æquale. Cõmune auferatur ε λ, reli-quus igitur ψ χ φ gnomõ ipsi γ est æqlis. Et quoniã α ε, ipsi ε β: est æqlis æquũ est per 36 primi et α ν ipsi ν β hoc est (per 43 primi ipsi λ ο cõe ape-

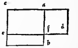


ponatur ι ζ, totum igitur α ζ, æquum est ipsi φ χ ψ, gnomoni. Sed φ χ ψ gnomon æqualis est ipsi γ. Igitur α ζ, ipsi γ est æquale. Ad datam igitur rectam lineam α ϐ, dato rectilineo γ, æquale parallelogrammum comparatum est α ζ, excedens specie parallelogrammo π ο simili existente ipsi δ. Igitur δ, simile est ipsi ϐ ζ, & ϐ ζ ipsi ο π, est simile, circum enim eandem dimetientem consistunt, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 29.

29 Qvamlibet lineam propositam, secundum proportionem habentem medium duóque extrema secare.

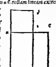
CAMPANVS Sit proposita linea a b: quam uolo diuidere secundũ proportionem habentẽ mediũ & duo extrema. Ex ipsa describo quadratum b c. & ad eius latus a c adiungo secundũ quod docet præmissa, parallelogrammũ c d æquale quadrato b c: quod sit simile b c, sitque latus parallelogrãmi c d, quod æquidistat a c. d e, & secet lineã a b in puncto f. Dico, lineã a b esse diuisam in puncto f sicut proponitur. Est enim a d quadratũ, propter id quod est simile b c, quare a f, est æquale f d, sed & f e est æqualis a b: propter id quod est æqualis a c per 34 primi, & quia c d æquale b c: dempto ab utroque c f: erit a d æquale e b, & angulus f unius angulo f alterius. ergo per 15 huius latera sunt mutekesia: ergo e f ad f d sicut a f ad f b & quia e f est æqualis a b, & f d: erit a b ad a f sicut a f ad f b: ergo per diffinitionem est diuisa ut proponitur. Idẽ etiã potest demõstrari ex 11 secũdi. Diuidatur enim a b in puncto f: secundũ quod docet 11 secundi, sitque e b quod continetur sub tota a b & eius parte f b ita quod f e sit æqualis a b & a d sit quadratum a f est itaque per prædictã 11 secũdi e b: æquale a d. Quod restat arguere ut prius per 15 huius, uel sic: cum A b sit diuisa in puncto f secundum quod docet 11 secundi: quod fit ex a b prima in f b tertiam est æquale quadrato a f secundæ: ergo per secundã partem 16 huius proportio a b primæ ad a f, secũdam est sicut a f secundæ ad f b tertiã: per diffinitionem itaque diuisa est a b ut proponitur.



Eucli. ex Zamb. Problema 10 Propositio 30

τεμεῖν secare Datam rectam lineam terminatam, extrema ac media ratione dispescere.

THEON ex Zamberto. *Sit data recta linea terminata α ϐ, oportet iam ipsam α ϐ, rectam lineam extrema* *τεμεῖν *& media ratione *dispescere. Describatur enim, (per 46 primi) ex α ϐ, quadratum ϐ γ. Comparetúrque (per 29 sexti,) ad α γ, ipsi ϐ γ, æquum parallelogrammũ γ δ excedens specie α δ, simili ipsi ϐ γ. Quadratũ autẽ est β γ, quadratũ igitur est & α δ, & quoniã æquũ est ϐ γ, ipsi γ δ, cõmune auferatur γ ι, reliquum igitur ϐ ζ, reliquo α δ est æquale, est autẽ & æquiangulũ. Igitur (per diffinitionem 2 tertij, & per 14 sexti) ipsorum ϐ ζ, & δ α, reciproca sunt latera: quæ circũ æquales angulos. Est igitur sicut ζ ι, ad ι δ, sic α ι, ad ι ϐ. Aequalis autem est ζ ι, ipsi α γ, hoc est ipsi α ϐ. Ipsa autẽ ι δ, ipsi α ι. Est igitur sicut β α, ad α ι, sic α ι, ad ι β, maior autem est (per 34 primi,) α β, quàm α ι: maior igitur est & α ι, quàm ι ϐ. Igitur α ϐ, recta linea extrema & media ratione secta est, in ι, & maius segmentum ipsius est α γ, quod fecisse oportuit.*



ALITER *Sit data recta linea α ϐ, oportet ipsam iã α β, extrema, & media ratione secare, secetur enim α ϐ, in γ, (per 11 secundi) ut quod sub α ϐ, & ϐ γ, æquum sit ei quod ex γ α, quadrato. Quoniã igitur quod sub α β & β γ. æquũ est ei quod ex γ α, est igitur (per 17 huius) sicut ϐ α, ad α γ sic α γ, ad γ β. Igitur α ϐ, media & extrema diuisa est ratione in γ, quod oportebat facere.*

Eucli. ex Camp. Propositio 30

30 SI fuerint duo anguli super unum angulum constituti quorum duo latera angulum illum continentia duobus alijs eorum lateribus æquidistent, fuerintq́ illa quatuor latera secundum æquidistantiam relata, proportionalia, illos duos triangulos super unam lineam rectam constitutos esse necesse est.

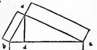
CAMPANVS Sint duo anguli a b c, d c e constituti super angulum a c d. sitque a c æquidistans d e & d c: a b, & sit proportio a c ad d e, sicut a b ad d c, dico quod duæ bases eorũ b c & c e, sunt linea una. Est enim angulus a æqualis angulo d: quia uterq; eorũ est æqualis angulo a c d per primam partem 29 primi, igitur per præsentem hypothesin

sin & 6 huius: ipsi trianguli sunt æquianguli, & angulus b, est æqualis angulo d c e, & angulus a c b angulo e, quare per 32 primi tres anguli qui sunt ad c, sunt æquales duobus rectis, ipsi enim æquãtur tribus angulis utriuslibet duobus triangulorum, ergo per 14 primi b c, est linea una quod est propositũ.

Eucli. ex Camp. *Propositio 31*

31 **In omni triãgulo rectãgulo superficies lateris quod subtẽditur angulo recto, æqualis est superficiebus duorũ laterũ angulũ rectum continentiũ pariter acceptis, cũ fuerint similes ei in lineatione & creatiõe.**

CAMPANVS Quod proponit penultima primi de superficiebus quadratis, proponit hic penultima sexti de omnibus superficiebus similibus, unde hæc est illa tanto uniuersalior, quanto superficies laterata quadrato. Sit itaque triangulus rectangulus a b c, cuius angulus a sit rectus. Dico quod superficies constituta super latus b c, est æqualis duabus superficiebus constitutis super a b & a c, cum omnes tres superficies fuerint similes in figura & situ. Ducam perpẽdicularẽ a d, ad lineam b c, eritq́ per secundam partẽ correllarij 8 huius, proportio b c ad c a, sicut c a ad d c, & c b ad b a, sicut b a ad d b. Si itaque super quãlibet trium linearum b c, c a & a b fiat superficies similis alijs in figura & situ, erit per correllarium 17 huius proportio superficiei constitutæ super b c primam ad constitutam super c a secũdam, sicut b c primæ ad d c tertiam: & itẽ eiusdem superficiei constitutæ super b c primam ad constitutam super a b secundã sicut b c primæ ad d b tertiam per idẽ correlariũ. Quare per conuersam proportionalitatẽ superficiei a c ad superficiẽ c b, sicut c d ad c b, & similiter superficiei a b ad superficiem b c, sicut b d ad superficiẽ b c, & ponatur a c prima & c b secunda & quarta. & c d superficies tertia, & a b superficies quinta, & b d superficies sexta, & arguatur per 24 quinti quod proportio superficiei constitutæ super b c ad duas superficies cõstitutas super c a & c b simul: est sicut b c ad c d & d b simul. quia igitur b c est æqualis duabus lineis c d & d b simul sumptis, erit superficies constituta super b c æqualis duabus superficiebus constitutis super c a & a b simul sumptis: quod est propositum.



CAMPANI *additio* Conuersam quoq́ huius possumus facile demonstrare per modũ demõstrationis ultimæ primi, sit enim triãgulus a b c, sitq́ superficies cõstituta b c æqualis duabus superficiebus cõstitutis super duas lineas a b & a c sibi similibus. Dico quod angulus a est rect9, ponã enim angulum c a d rectũ & lineã a d æqualẽ a b, & claudo superficiem ducta linea d c, eritq́ per hanc 31 superficies constituta super c d æqualis duabus constitutis super duas lineas c a & a d similibus, quare etiam constitutæ super b c sibi simili, hæc enim posita est æqualis duabus constitutis super a b & a c sibi similibus, erit ergo linea b c æqualis c d, quare per 8 primi angulus a est rectus. Quod est propositum.

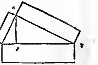
Sequentes duæ ex Zamberto propositiones, duabus præcedẽtibus ex Campano præpostero ordine respondent.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 21* *Propositio 31*

31 **In rectangulis triangulis quæ ab rectum angulum subrendente latere species, æqualis est eis quæ ab rectum angulum comprehendentibus lateribus speciebus similibus similiterq́ descriptis.** *vide figura*

THEON *ex Zamberto.* *Sit triangulum α ϐ γ, rectum habens angulum qui sub ϐ α γ. Dico quod quæ ex ϐ γ, species, æqualis est eis quæ ex β α, & α γ, speciebus similibus sim literque descriptis. Excitetur (per 11 primi,) perpendicularis α δ, Quoniã igitur in triangulo rectãgulo α β γ, ab α recto angulo β γ, in basin perpendicularis acta est α δ, triangula α β δ, & α δ γ, quæ ad perpendicularem, similia sunt toti α ϐ γ, & sibi muicem (per 8 sexti,) quoniam simile est α ϐ γ, ipsi α ϐ δ, est igitur sicut γ ϐ, ad ϐ α, sic α β, ad ϐ δ. At quoniam tres rectæ lineæ proportionales sunt est igitur (per correlarium secundum 20 sexti,) sicut prima ad tertiam sic quæ à prima species ad eam quæ*

à secunda



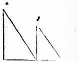
à secūda similis similiterq́; descripta est. Sicut igitur γε, ad εδ, sic species quæ ex εγ, ad eā quæ ex βα, similis similiterq́; descripta est. Id propterea & sicut βγ, ad γδ, sic species quæ ex β ad eā quæ ex γα. Quare sicut εγ, ad εδ, & δγ, sic quæ ex βγ, species ad eas quæ ex εα, & αγ, similes similiterq́, descriptæ sūt. Aequalis aūt est εγ, ipsius βδ, & δγ, æqualis igitur est, species quæ ex εα, & αγ, sunt speciebus similibus similiterq́, descriptis. In rectangulis igitur triangulis, quæ ad rectum angulū subtendentē species, æqualis est eis quæ ad rectum angulum cōprehendentibus speciebus similibus similiterq́; descriptis, quod demōstraſſe oportuit.

ALITER. Quoniam (per correlarium primū 20 sexti,) similes figuræ in dupla sunt ratione similis rationis laterum, igitur quæ ex εγ, est species ad eam quæ ex εα, duplā rationem habet quam γβ, ad εα, habet autem & quod ex βγ, quadratū ad id quod ex α, quadratum duplā rationem quàm γα, ad εα, & sicut igitur quæ ex γβ, species ad eam quæ ex βα, speciem: sic quadratum quod ex γε, ad quadratum quod ex εα. Id propterea & sicut species quæ ex εγ, ad speciem quæ ex γα, sic quadratū quod ex εγ ad quadratum quod ex γα, Quare & sicut species quæ ex βγ, ad species quæ ex βα, & αγ, sic quadratū quod ex, εγ, ad quadrata quæ ex εα, et αγ. Quadratū aūt quod ex βγ, æquū est eis quæ ex βα, & αγ, quadratis (per 47 primi,) æqualis igitur est species quæ ex εγ, eis quæ ex εα, & αγ, speciebus similibus similiterq́; descriptis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propositio 32

32 Si duo triangula componantur ad unum angulum, duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, ut quæ eiusdem rationis eorum latera sint etiam parallela, reliqua ipsorum triangulorum latera in rectam lineam erunt.

THEON ex Zamberto. Sint bina triangula αεγ, & δγι, duo latera βα, & αγ. duobus lateribus δγ, & δι, proportionalia habentia, sicut quidem αε, ad αγ, sic δγ, ad δι, parallelum autem αβ, ipsi δγ, & αγ, ipsi δι. Dico quod in rectam lineam est βγ, ipsi γι. Quoniam enim parallelus est αε, ipsi δγ, & in eas incidit recta linea αγ, anguli igitur (per 29 primi *utrobiq; qui sub εαγ, & αγδ, sibi inuicem sunt æquales. Id propterea & angulus γδι, angulo αγδ, est æqualis. Quare angulus εαγ, angulo ιδγ. est æqualis, & quoniam duo triangula sunt αβγ, δγι, unum angulum qui ad α, uni angulo qui ad δ, æqualem habentia, circum autem æquales angulos latera proportionalia, sicut quidem βα, ad αγ. sic γδ, ad δι, æquiangulum igitur est (per 6 sexti, triangulum αβγ, triangulo δγι. Aequalis igitur est angulus αβγ, angulo δγι, patuit autē quod angulus αγδ, æquus (per 29 primi) angulo εαγ. Totus igitur angulus αγι, duobus αβγ, & βαγ, est æqualis. Communis apponatur angulus αγε. Igitur anguli αγι, & αγε, eis qui sunt sub γαε, αγε, & γεα. sunt æquales. Sed anguli εαγ, γεα, & αγβ, (per 32 primi) duobus rectis sunt æquales, & anguli igitur αγι, & αγβ, duobus rectis sunt æquales. Ad aliquam autem rectam lineam αγ. ad signū que in ea γ, duæ: rectæ lineæ βγ, & γι, non ad easdem partes ductæ, æquos *utrobique sub αγι, & αγε, duobus rectis æquales efficiunt angulos, (per 14 primi,) in rectam lineam igitur est βγ, ipsi γι. Si bina igitur triangula componantur ad unum angulum, duo latera duabus lateribus proportionalia habentia, ut eorum similis rationis latera etiam parallela sint, reliqua ipsorum triangulorum latera in rectam lineam erunt. Quod demonstrasse oportuit.



ἐναλλάξ

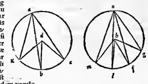
ἐφεξῆς

Eucli. ex Camp. Propositio 32

32 Si in circulis æqualibus supra centrum siue supra circunferentiā anguli cōsistant, erit angulorū proportio tanquam proportio arcuū illos angulos suscipientium.

CAMPANVS Sint circuli, a b c cuius centrū d, & e f g cuius centrū h: æquales, super quorū centra fiant duo anguli b d c & f h g, & super eorum circunferentias alij duo qui sint b a c &, f e g, dico quod proportio angulorū tam eorū qui sunt super centra quā eorū qui super circūferētias est sicut arcus b c ad arcū f g. Continuabo enim illis duobus arcubus alios arcus æquales: siue secundū eundē numerū siue secundum diuersos, sitq́ arcus k b æqualis b c, & uterque duorum arcuum l m & f l. æqualis f g, & producā lineas k d, k a, m h, l h, m e & l e. erūtque per 26 tertij: anguli qui sunt ad d adinuicem æquales, similiter quoque & qui sunt ad h, adinuicē æquales, Idē, etiā de ijs qui

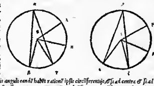
qui sunt ad a, & de ijs qui sunt ad e, sicut igitur arcus k c est multiplex arcus b c, ita angulus k d c anguli b d c. & angulus k a c anguli b a c, similiter sicut arcus m g est multiplex arcus f g, ita angulus m h g anguli f h g, & angulus m e g anguli f e g, sed si arcus k c est æqualis arcui m g, angulus k d c est æqualis angulo m h g, & angulus k a c angulo m e g, & si maior, maiores, & si minor, minores per 26 tertij: per diffinitionem itaque in continuæ proportionalitatis proportio arcus b c ad arcũ f g, est sicut anguli b d c ad angulum f h g, & sicut anguli b a c ad angulũ f e g, quod est propositum. Idem intellige in eodem circulo,



Eucli. ex Zamb. Theorema 25 Propositio 33

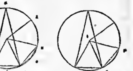
33 **In æqualibus circulis anguli eandem habent rationem ipsis circunferentijs in quibus consistunt, & si ad centra & si ad circunferentias fuerint constituti, tum etiam sectores, ut puta ad centra constituti.**

THEON ex Zãb. *Sint æquales circuli αβγ, & δεζ, ad eorũq; centra η θ, anguli sint βηγ, et εθζ, ad eorũ circunferentias uero, anguli qui sub βαγ, & εδζ. Dico quod est, sicut circunferentia βγ, ad circunferentiam εζ, sic est angulus βηγ, ad angulum εθζ, & angulus βαγ, ad angulum εδζ, & insuper ηβγ, sector ad θεζ, sectorem. Ponatur (per 28 tertij) ipsi quidem βγ, circunferentiæ æquales quotcunque ordine hoc est γκ, & κλ, ipsi autem εζ, quotcunque æquales circunferentiæ ζμ, & μν. Connectanturque ηκ, ηλ, θμ, & θν. Quoniam igitur æquales sunt βγ, γκ, & κλ, circunferentiæ ad inuicem, æquales (per 27 tertij) quoque sunt anguli βηγ, γηκ, & κηλ. Quotuplex igitur est βλ, circũferẽtia ipsius βγ, circũferẽtiæ, totuplex est & angulus βηλ, anguli βηγ. Id propterea etiã quotuplex est νε, circũferẽtia ipsius εζ, circunferẽtiæ, totuplex est & angulus νθε, ipsius εθζ. Si igitur æqualis est circũferẽtia βλ, ipsi circunferentiæ εν, æqualis est & angulus βηλ, angulo εθν, & si maior est βλ, circunferentia quam εν, circunferentia, maior est & angulus βηλ, angulo νθε, & si minor, minor. Quatuor iam existentibus magnitudinibus, duabus, inquam, circunferentijs βγ, & εζ, binisque angulis hoc est βηδ, & εθζ, suscipiuntur quidem ipsius βγ, circunferentiæ atque ipsius anguli βηγ, æque multiplices hoc est βλ circunferentia & angulus βηλ, ipsius autem εζ circunferentiæ & anguli εθζ, circunferentia εν, & angulus εθν. Ostensum autem est, quod si circunferentia βλ, excedit circunferẽtiam εν, angulus quoque βηλ excedit angulum εθν, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor. Est igitur (per 6 diffinitionẽ quinti) sicut βγ, circunferentia ad εζ, circunferentiam: sic angulus βηγ ad angulum εθζ. Sed sicut angulus βηγ, ad angulum εθζ, sic angulus βαγ, ad angulum εδζ, duplus enim est (per 20 tertij) uterq; utriusq;. Et sicut igitur βγ, circunferentia ad εζ circunferentiam, sic angulus βηγ, ad angulum εηζ, & angulus βαγ, ad angulum εδζ. In æqualibus igitur circulis anguli eandẽ habẽt rationẽ ipsis circũferentijs, & si ad centra & si ad circunferẽtias cõstituti fuerint, quod demõstrasse oportuit.*



Dico etiã quod & sicut βγ, circũferentia ad εζ, circunferentiã, sic ηβγ, sector ad θεζ, sectorẽ. Cõnectantur βγ & γκ, & assumptis super βγ, & γκ, circũferentijs ξ ο signis, cõnectãtur βξ, ξγ, γο, & οκ. Et quoniã (per 15 diffinitionẽ primi) duæ βη, & ηγ, duabus γη et ηκ, sunt æquales, æqualesq; angulos cõprehendũt, et basis βγ, ipsi γκ est æqualis, triãgulũ igitur ηβγ, (per 4 primi) triãgulo ηγκ, est æquale. Et quoniã æqualis est βγ, circũferentia ipsi γκ, circũferẽtiæ, & reliqua igitur quæ in totũ circulũ αβγ, circũferentia reliquæ quæ in eundẽ totũ αβγ, circulũ circũferentiæ est æqualis. Quare et angulus βξγ, ipsi γοκ, est æqualis. Simile igitur (per 10 diffinitionẽ tertij) est βξγ, segmentũ, ipsi γοκ, est segmẽto, & in æqualibus sunt rectis lineis βγ & κγ. Quæ autem super æqualibus rectis lineis similia circulorum segmenta consistunt, ea adinuicem sunt æqualia (per 24 tertij): segmentum igitur βξγ, ipsi γοκ, segmento est æquale, est autem & triangulum ηβγ, triangulo ηγκ, æquale. Totus igitur sector ηβγ, toti ηγκ, sectori est æqualis. Id propterea & ηκλ, sector, utrique ipsorum ηβγ, & ηγκ, est æqualis. Tres igitur sectores ηβγ, ηγκ, & ηκλ, sibi inuicem sunt æquales. Id propterea

pterea & θ ι ζ, θ ζ μ, & θ μ ν, sectores, sibi inuicem sunt æquales. Quotuplex igitur est β λ, circunferentia ipsius ε γ circunferentiæ, totuplex est & λ κ β, sector ipsius κ β γ, sectoris. Id propterea & quotuplex est ι ν, circunferentia ipsius ι ζ, circunferentiæ, totuplex est & θ ι ν sector ipsius θ ι ζ, sectoris. Si igitur æqualis est β λ, circunferentia ipsi ι ν circunferentiæ, æqualis est & β κ λ, sector ipsi ι θ ν, sectori. Et si excedit ε λ, circũferentia ipsam ι ν, circunferentiã, excedit quoq; & β κ λ, sector ipsum θ ι ν, sectorẽ, & si deficit: deficit. Quatuor iam existẽtibus magnitudinibus, duabus inquam β γ, & ι ζ, circunferentiis, duobusque κ ε γ, & ι θ ζ, sectoribus, suscipiũtur æque multiplices ipsius quidem β γ circunferentiæ & ipsius κ β γ sectoris, hoc est β λ, circũferentia & κ β λ, sector ipsius autẽ ι ζ: circunferentiæ & ipsius θ ι ζ, sectoris, circunferentia nempe ι ν, & sector θ ι ν. Et ostensum est quod si circunferentia ε λ excedit ipsam circunferentiam ι ν, excedit quoque & β κ λ, sector ipsum ι θ ν, sectorem, & si æqualis, æqualis: & si deficit deficit. Est igitur (per conuersionem diffinitionis sexti, sicut circũferentia ε γ, ad ι ζ, sic κ ε γ, sector ad θ ι ζ, sectorem.



CORRELARIVM Et manifestum est quod sicut sector ad sectorem, sic angulus ad angulum.

SEXTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER SEPTIMVS.

Ex Campano triplex principiorum genus. Primum. Diffinitiones.

Vnitas, est qua unaquæq; res una dicitur. 2 Numerus, est multitudo ex unitatibus composita. 3 Naturalis series numerorum, dicitur in qua secundum unitatis additionem fit ipsorum computatio. 4 Differentia numerorum, appellatur numerus quo maior abundat à minore. 5 Numerus primus dicitur, qui sola unitate metitur. 6 Numerus compositus dicitur quẽ alius numerus metitur. 7 Numeri contra se primi dicuntur, qui nullo numero excepta sola unitate numerantur. 8 Numeri adinuicem compositi siue cõmmunicantes dicuntur, quos alius numerus quàm unitas metitur, nullusque eorum est ad alium primus. 9 Numerus per alium multiplicari dicitur, qui toties sibi coaceruatur, quoties in multiplicante est unitas. 10 Productus uero dicitur, qui ex eorum multiplicatione crescit. 11 Numerus aliũ numerare dicitur, qui secundũ aliquẽ mltiplicatus illũ producit. 12 Pars, est numerus numeri minor maioris, cum minor maiorẽ numerat. Et qui numeratur numerantis multiplex appellatur. 13 Denominans, est numerus secundum quem pars sumitur in suo toto. 14 Similes dicuntur partes, quæ ab eodẽ numero denominantur.

Prima

15 Prima simpla numeri pars, est unitas. 16 Quādo duo numeri partem habuerint cōmunem, tot partes maioris dicetur esse minor, quoties eadem pars fuerit in minore, totæ uero, quoties ipsa fuerit in maiore. 17 Numeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem, in eo quod est maioris pars uel partes. Maioris uero ad minorem, secundum quod eum continet & eius partem uel partes. 18 Cum fuerint quotlibet numeri cōtinue proportionales, dicetur proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata, ad quartum uero triplicata. 19 Cum continuatæ fuerint eædem uel diuersæ proportiones, dicetur proportio primi ad ultimum, ex omnibus composita. 20 Denominatio dicitur proportionis minoris quidem numeri ad maiorē, pars, uel partes ipsius minoris quæ in maiore sunt. Maioris autem ad minorem, totum uel totū & pars uel partes, prout maior superfluit. 21 Similes siue una alij eadem dicuntur proportiones, quæ eandem denominationē recipiūt. Maior uero, quæ maiorem. Minor autem, quæ minorem. 22 Numeri uero quorum proportio una, proportionales appellantur. 23 Termini siue radices dicuntur, quibus in eadem proportione minores sumi impossibile est.

Petitiones.

1 Cuilibet numero, quotlibet posse sumi æquales prout libet, uel multiplices. 2 Quolibet numero, aliquem quantūlibet sumere posse maiorem. 3 Seriem numerorum, in infinitum posse procedere.

4 Nullum numerum in infinitum posse diminui.

Communes animi conceptiones.

1 Omnis pars, minor est suo toto. 2 Quicunq; eiusdē siue æqualium fuerint æque multiplices, ipsi quoq; erūt æquales. 3 Quibus idem numerus æque multiplex fuerit, siue quotum æque multiplices fuerint æquales, & ipsi etiam erunt æquales. 4 Omnis numeri pars est unitas, ab ipso denominata. 5 Omnis pars est minor, quæ maiorē habet denominationē, maior uero, quæ minorem. 6 Quilibet numerus totus est ab unitate, quota pars ipsius est unitas. 7 Quicunque numerus in unitatem ducitur, seipsum producit. & in seipsum numerat. Vnitas quoq; in quemcunq; ducta, producit eundem. 8 Quicunq; numerus numerat duos, numerat quoq; compositum ex illis. 9 Quicunq; numerus numerat aliquem, numerat omnem numeratū ab illo. 10 Quicunq; numerus numerat totum & detractum, numerat residuum.

FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEMENTORVM LIBER SEPTIMVS.

Euclidis ex Zamberto. *Diffinitiones.*

VNitas, eſt qua unumquodq; eorum quæ ſunt unum dicitur. 2 Numerus autem, ex unitatibus compoſita multitudo. 3 Pars, eſt numerus numeri minor maioris, quãdo dimetitur maiorem. 4 Partes autem, quando non metitur. 5 Multiplex uero, maior minoris, quando eum metitur minor. 6 Par numerus, eſt qui biſariã diuiditur. 7 Impar uero, qui biſariam non diuiditur, uel qui unitate differt à pari. 8 Pariter par numerus, eſt quem par numerus metitur per numerũ parem. 9 Pariter autem impar, eſt quem par numerus metitur per imparem numerum.

10 Impariter uero par, eſt quem impar numerus dimetitur per numerum parem. 11 Impariter uero impar numerus eſt, quem impar numerus metitur per imparem numerũ. 12 Primus numerus, eſt quem unitas ſola metitur. 13 Primi adinuicem ſunt numeri, quos unitas ſola dimetitur cõmunis menſura. 14 Compoſitus numerus, eſt quem numerus aliquis metitur. 15 Compoſiti autem adinuicem numeri, ſunt quos numerus aliquis cõmunis dimenſor metitur. 16 Numerus numerum multiplicare dicitur, quãdo quotæ ſunt in ipſo unitates toties componitur multiplicatus, & gignitur aliquis. 17 Quando autem bini numeri ſeſe adinuicem multiplicantes, aliquem fecerint, factus, planus appellatur. Latera uero illius, multiplicantes ſeſe inuicem numeri. 18 Quando uero tres numeri ſeſe multiplicãtes adinuicem fecerint aliquem, factus ſolidus appellatur, latera uero illius, multiplicantes ſeſe inuicem numeri.

19 Quadratus numerus, eſt qui æque æqualis, uel qui ſub duobus æqualibus numeris continetur. 20 Cubus uero, qui æque æqualis æque uel qui ſub tribus æqualibus, numeris continetur. 21 Numeri proportionales, ſunt quando primus ſecundi, & tertius quarti æque fuerit multiplex, uel eadem pars uel eædem partes.

Similes plani & ſolidi numeri, ſunt qui proportionalia habent latera.

Perfectus numerus, eſt qui ſuipſius partibus eſt æqualis.

Eucli. ex Camp. *Propoſitio 1.*

SI à maiore duorum numerorũ minor detrahatur donec minus eo ſuperſit, ac deinde de minore ipſum reliquũ donec minus eo relinquatur, itemq; à reliquo primo reliquum ſecundum quouſque minus eo ſuperſit, atq; in huiuſcemodi continua detractione nullus fuerit

fuerit reliquus qui ante relictum numeret usque ad unitatem, eos duos numeros contra se primos esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo numeri a b & c d, c d, minor: detrahaturque c d ex a b quoties potest, & sit residuũ e b, qui erit minor c d, alioqui posset ex ipso adhuc detrahi c d, detrahatur & ipse e b ex c d, quoties potest, sitque residuũ f d, sed & f d detrahatur ex e b quoties potest, & sit residuum g b, quod sit unitas, dico tunc numeros a b & c d, esse contra se primos. Si enim sunt compositi, numerabit eos communiter per diffinitionem aliquis numerus præter unitatem, qui sit h, & quia h numerat c d, numerabit a e per penultimã conceptionẽ, & quia idem numerat a b, numerabit etiam e b per ultimam conceptionẽ. ergo & c f per penultimã, quare & f d per ultimam, ergo & g e per penultimã. ergo & g b per ultimam, & quia g b est unitas, sequitur numerũ esse partem unitatis uel sibi æqualem, quod est impossibile. Erunt igitur a b & c d, contra se primi, quod est propositum.

a . . . . e . . . g . b

c . . . . . f . . . d

h . .

CAMPANI additio. Quod si duo numeri a b & c d sint contra se primi, non erit in hac mutua detractione status anteque ad unitatem perueniatur. Et est istud conuersum eius quod autor proponit. Si autem in hac mutua detractione fuerit status antequam perueniatur ad unitatem, sit ut g b sit numerus qui detrahatur ab f d, & nihil sit residuum: igitur g b numerat f d, ergo per penultimam conceptionem, numerat & e g, & quia etiam numerat seipsum, numerabit per antepenultimam conceptionem totum e b, ergo per penultimam numerat c f. Sed ostensum est prius quod numerat f d, ergo per antepenultimam numerat totum c d, quare per penultimam numerat a e, & quia ostensum est prius quod etiam numerat e b, sequitur per antepenultimã ut etiam numeret a b: quia igitur numerus g b numerat utrumque duorum a b & c d, numeri a b & c d sunt compositi: non igitur contra se primi, quod est contra hypothesin. Per hanc ergo uiam, propositis quibusque duobus numeris, inuestigamus utrum ipsi sint contra se primi. si enim tali facta mutua detractione perueniatur ad unitatem, ipsi sunt contra se primi. Si autem sit status anteque perueniatur ad unitatem, ipsi sunt compositi.

a . . . . e . . . g . b

c . . . . f . . . d

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 **Si duobus numeris inæqualibus expositis, sublato semper minore, à maiore reliquus minime metiatur præcedentem quoad assumpta fuerit unitas, qui à principio numeri, primi adinuicem erunt.**

THEON ex Zamb. *Duobus namque inæqualibus numeris propositis αβ & γδ, sublato semper minore à maiore, reliquus minime metiatur præcedentem quoad sumpta fuerit unitas. Dico quod ipsi αβ & γδ, primi adinuicem sunt, hoc est quod ipsos αβ & γδ unitas sola dimetitur. Si autem αβ & γδ non sunt primi adinuicem, eos aliquis numerus metietur. metiatur, estoque ε, & γδ ipsum βζ metiens, relinquat se minorem ζα: at αζ ipsum δη metiens, relinquat se minorem ηγ. & ηγ ipsum ζθ metiens, relinquat unitatem θα. Quoniam igitur ε ipsum δγ metitur, & γδ ipsum βζ metitur, igitur & ε ipsum βζ metitur: metitur autem & totum βα, & reliquum igitur αζ metietur. At αζ ipsum δη metitur, & ε igitur ipsum δη metietur: metietur autem & totum δγ, & reliquum igitur γη metietur. At ε η ipsum ζθ metitur, & ε igitur ipsum ζθ metietur: metitur autem & totum ζα, & reliquã igitur αθ metietur unitatem, numerus existens, quod est impossibile. Igitur ipsos αβ & γδ nullus numerus metietur. Igitur αβ & γδ, primi adinuicem sunt, quod demonstrare oportebat.*

ε . . .

δ . . . . η . . γ

β . . . . . . ζ . . θ . α

Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 **PRopositis duobus numeris adinuicem compositis, maximum numerum communem eos numerantem inuenire.**

CORRELARIVM.

Vnde manifestum est quia omnis numerus duos numeros numerans, numerat numerum maximum ambos numerantem.

CAMPANVS. Sint duo numeri compositi a b & c d, minor, c d, quia ergo numerat eos communiter aliquis numerus per diffinitionem, uolo inuenire maximũ numerum eos cõmuniter numerantẽ. Secundum modum & similitudinẽ prioris, minuo minorem de maiori, quoad possum, uidelicet c d de a b, & sit residuum e b, iterumque e b de c d quoad possum,

a . . . . e . . . . b

c . . . . f . . . d

g . . . .

& sit residuum f d, & quia huius diminutio non potest fieri infinities per ultimam petitionem, nec potest etiam ad unitatem peruenire in proposito per praecedentem, quia tunc essent numeri propositi contra se primi, quod est contra hypothesin, sit ut cum detraxero f d ex e b quoad potero, quod nihil sit residuũ: dico tunc f d esse maximum numerum numerantem a b & c d. Quod enim numeret eos, patet per penultimam & antepenultimam conceptionẽ, alternatim quoties oportuerit repetitas, sicut in demonstratione conuersae praecedentis. Numerat enim f d, e b, quia cum ab ipso detrahitur quoad potest. nihil fit residuum, ergo & c f per penultimam conceptionem, ergo & c d per antepenultimam, quare & a e per penultimam, igitur & a b per antepenultimam. Quod autem nullus maior f d, numeret a b, & c d, sic patet. Si enim fieri potest, sit numerus g maior f d. numerans utrumque duorum numerorum a b & c d: quia igitur g numerat c d, numerabit per penultimam conceptionem a e, & quia numerat a b, numerabit per ultimam e b, ergo per penultimam numerat c f. & quia etiam numerat c d, numerabit per ultimam f d, maior, uidelicet, minorem, quod est impossibile. Ex hoc secundo processu liquet correlarium.

a . . . . e . . . . b
c . . . . f . . . d
g . . . .

Eucli ex Zamb. Problema 1 Propositio 2

2 **Duobus numeris datis non primis adinuicem, maximam eorum communem dimensionem inuenire.**

THEON ex Zamberio. *Sint dati bini numeri non primi adinuicem, αβ & γδ: oportet iam ipsorum αβ & γδ, maximam dimensionem inuenire. Si quidem γδ ipsum αβ metitur, metitur autem & seipsum. Igitur γδ, ipsorum γδ & αβ communis dimensio est, & manifestum est quod maxima, nullus enim maior ipso γδ, ipsum γδ metietur. Si autem γδ non metitur ipsum αβ, ipsorum αβ & γδ sublato (per primam septimi) semper minore à maiore, sumetur numerus aliquis qui metietur praecedentem. unitas quidem non sumetur. Si autem non, erunt αβ & γδ primi adinuicem. quod non supponitur. Sumetur aliquis numerus igitur qui metietur praecedentem, & γδ quidem ipsum βε metiens, (per primam septimi) relinquat se minorem εα: αε autem ipsum γδ metiens, relinquat se minorem γζ & γζ, ipsum αε metiatur. Quoniam igitur γζ ipsum αε metitur, & αε ipsum δζ metitur: igitur γζ ipsum δζ metietur, metitur & seipsum, & totum igitur γδ metietur. At γδ ipsum βε metitur, & εζ igitur ipsum βε metitur: metitur autem & εα, igitur & totum βα metietur: metietur quoque ipsum γδ, igitur γζ ipsos αβ & γδ metitur. Igitur γζ ipsorum αβ & γδ cõmunis dimensio est. Dico enim quod & maxima, si γζ ipsorum αβ & γδ non est maxima communis mensura, metietur ipsos αβ & γδ numeros aliquis numerus maior existens ipso γζ metiatur, estque η. Et quoniam η ipsum γδ, & γδ ipsum βε metitur, & η igitur ipsum βε metitur. Metitur autem & totum αβ, & reliquum igitur αε metietur: at αε ipsum δζ metitur, & η igitur ipsum δζ metietur. metietur autem & totum γδ, & reliquum igitur γζ metietur, maior minorem, quod est impossibile. Igitur ipsos αβ & γδ numeros numerus non metietur, maior existens ipso γζ. Igitur γζ ipsorum αβ & γδ maxima est cõmunis mensura, quod oportebat facere.*

β . . . . α
δ . . . . γ
β . . . . ε . . . . . α
δ . . . . . ζ . . γ
β . . . . ε . . . . . α
η . . .
δ . . . . ζ . . . γ

CORRELARIVM. *Ex hoc manifestum est quod si numerus binos numeros metitur, & maximam communem eorum dimensionem metietur.*

Euch. ex Camp. Propositio 3

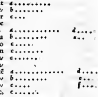
3 **PRopositis tribus numeris adinuicem compositis, maximum numerorum eos communiter numerantium inuenire.**

CAMPANVS. Priusquam hanc tertiam conclusionem demonstremus, demonstrandum arbitramur ipsius antecedens, uidelicet, propositis tribus numeris, qualiter poterimus certificare an ipsi sint adinuicem compositi. Sint itaque tres numeri a, b, c, de quibus uolo uidere utrum ipsi sint adinuicem cõpositi: per primam igitur inquiro an duo primi qui sunt a & b sint adinuicẽ primi, quod si sic, non erunt a, b, c, adinuicẽ compositi per diffinitionem. Si autem a & b sunt adinuicẽ compositi, sit per praecedentem d maximus numerus eos numerans, qui si numerat c, erunt per diffinitionem, a, b, c, adinuicem compositi. Si autem non numerat ipsum, sed ipsi c, & d quidem sunt contra se primi, non erunt a, b, c, adinuicem cõpositi, nam quicunque numeraret eos, numeraret etiam d per correlarium praecedentis, sicque essent d & c compositi, quod est

a . . . .
b . . . .
c . . .

a . . . . d . . . .
b . . . . e . .
c . . . .
c . . . .
c . . . .

contra



contra hypothesin. Si autem c & d sunt cõpositi, erũt etiam a, b, c adinuicem compositi. Sit enim per præmissam, e, maximus numerans c & d, qui etiam per penultimam conceptionem numerabit a & b, quare per diffinitionem a, b, c, sunt adinuicem compositi. Simili quoq; modo scietur, propositis quotlibet pluribus quàm tribus, an omnes sint adinuicem compositi. Propositis itaque tribus qui sunt adinuicem compositi, qui etiam sint a, b, c, uolo inuenire maximum numerum numerantem omnes. Sumo secundum doctrinam præmissæ, d maximum numerantẽ a & b, qui si numerat c, ipse est quem quærimus: alioqui per correlarium præcedentis sequeretur maiorem numerare minorem. Si autem non numerat c, erunt tamen c & d adinuicem compositi per hypothesin & correlarium præcedentis & diffinitionem: sit igitur maximus eos numerans e, dico e esse maximum numerantem a, b, c. Quod enim eos numeret, patet per hanc ultimam hypothesin quæ est ipsum esse maximum numerantem c & d, & per penultimam conceptionem. Et quod nullus eo maior numeret eos, sic patet: sit enim si potest fieri, f maior e, qui numeret a, b, c, qui cum numeret a & b, numerabit per correlarium præmissæ d, & quia etiam numerat c, numerabit per idem correlarium e, maior, uidelicet, minorem, quod est impossibile. Non erit igitur numerus aliquis maior e, numerans a, b, c, quod est propositum.

CAMPANI additio. Simili quoq; modo inuenietur maximus numerus, numerans quotlibet plures tribus adinuicem compositos. Vnde non oportuit Euclidem de pluribus tribus hoc docere, quia idem est modus & ars in tribus & pluribus.

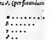
Ex ultimo autem huius demonstrationis processu, possumus etiam istud correlarium huic tertiæ conclusioni adijcere.

CORRELARIVM. Vnde manifestum est quod omnis numerus numerans quotlibet adinuicem compositos, numerat maximum numerantẽ eos omnes, & etiam maximos numerantes binos & binos eorum.

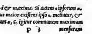
Eucli. ex Zamb. Problema 2. Propositio 3

3 Tribus numeris datis non primis adinuicem, maximam eorum communem mensuram inuenire.

THEON ex Zamberto. *Sint dati tres numeri non primi adinuicem α, β, γ, oportet iam ipsorum α, β, γ, maximam communem dimensionem inuenire. Sumatur ipsorum α, β, maxima communis mensura δ, (per secundam septimi.) Iam ipse δ, ipsum γ aut metitur aut non metitur, metiatur primum: metitur autem ipsos & α, β. Igitur δ metitur ipsos α, β, γ. Igitur δ, ipsorum α, β, γ communis dimensio est. Dico iam quod & maxima. Si autem δ ipsorum α, β, γ non est maxima communis mensura, metietur ipsos α, β, γ, numeros aliquis numerus maior ipso δ. Metiatur, & esto ε. Quoniam enim ε metitur ipsos α, β, γ, metietur igitur & ipsos α, β. Igitur & ipsorum α, β, maximam communem mensuram metietur, (per correlarium secundæ septimi.) Ipsorum autem α, β, maxima cõmunis mensura est δ. Igitur γ ipsum δ metietur, maior minorem, quod est impossibile (per constructionem.) Ipsos igitur α, β, γ, numeros, numerus aliquis non metietur maior existens ipso δ. Igitur δ, ipsorum α, β, γ, maxima communis dimensio est.*



Non metiatur iam δ ipsum γ. Dico quod primum δ & γ, non sunt primi adinuicem. Quoniam enim α, β, γ, (per hypothesin) non sunt primi adinuicem, metietur eos aliquis numerus. At ipsos α, β, γ, metiens, metietur & ipsos α, β, & ipsorum α, β, maximam mensuram δ, metietur (per correlarium secundæ septimi.) Metitur autem & γ. Ipsos igitur δ, γ, numeros, numerus aliquis metietur: igitur δ & γ, non sunt primi adinuicem. Sumatur (per primam septimi) igitur ipsorum δ, γ, maxima communis mensura ε, & quoniam ε ipsum δ metitur, at δ ipsos α, β, metitur, & ε igitur ipsos α, β, metitur: metitur autem & γ. Igitur ε ipsos α, β, γ, metitur. Igitur ε ipsorum α, β, γ, communis dimensio est. Dico autem quod & maxima. Si autem ε ipsorum α, β, γ, non est maxima mensura, ipsos α, β, γ, numeros metietur aliquis numerus maior existens ipso ε, metiatur, & esto ζ. Et quoniam ζ ipsos α, β, γ, metitur, & ipsos α, β, metitur, & ipsorum α, β, igitur communem maximam



mensuram metietur (per correlarium secundæ septimi.) ipsorum autem α, β, maxima communis mensura est δ. Igitur ζ ipsum δ metitur: metitur autem & γ. Igitur ζ ipsos δ, γ, metitur, & ipsorum δ, γ, maximam communem mensuram metietur (per idem.) At ipsorum δ, γ, maxima communis mensura est ε. Igitur ζ ipsum ε metitur, maior minorem, quod est impossibile. Ipsos igitur α, β, γ, numeros numerus aliquis non metitur maior existens ipso ε. Igitur ε ipsorum α, β, γ, maxima communis dimensio est, quod fecisse oportuit.

α . . . .
β . . . .
γ . . . .
δ . . . .
ε . . .
ζ . . .

CORRELARIVM. Proinde manifestũ est, quod si numerus aliquis tres numeros metitur, & maximã eorum cõmunem dimensionẽ metietur. Similiter autem & pluribus numeris datis non primis adinuicẽ, maxima cõmunis dimensio inuenietur.

Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 **OMnium duorum numerorũ inæqualium, minor, maioris aut pars est, aut partes.**

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, b, minor, dico quod b est pars uel partes a. Aut enim b numerat a, aut non, si numerat, pars eius est per diffinitionẽ. Si non numerat ipsum, aut ergo sunt adinuicem primi, aut non, si non sunt adinuicem primi, habebunt per diffinitionem partem communem, quæ quoties fuerit in b tot partes a dicetur esse b per diffinitionẽ: si autem sint adinuicem primi, quia tamen omnis numeri pars est unitas ab ipso denominata, patet idem per unitates.

a . . . .
b . . . .
b . . . . . .
b . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 4

4 **Omnis numerus, omnis numeri minor maioris aut pars est aut partes.**

THEON ex Zamberto. *Sit bini numeri α, βγ, & sit minor βγ. Dico quod βγ ipsius α, aut pars est aut partes. Ipsi enim α, βγ, aut primi adinuicem sunt, aut non: sint primum α, βγ, primi adinuicem. Diuiso etenim βγ in eas quæ in ipso sunt unitates, erit unaquæque unitas earum quæ in βγ, pars aliqua ipsius α, proinde partes est βγ, ipsius α. Non sint autem ipsi α, βγ, primi adinuicem. Iam βγ ipsum α aut metitur, aut non metitur. Si quidem igitur βγ ipsum α metitur, pars est βγ ipsius α. Si autem non, sumatur (per secundam septimi) ipsorum α, βγ, maxima communis mensura, sitque δ. Diuidatur βγ in æquales ipsi δ, hoc est βε, εζ & ζγ. Et quoniã δ ipsum α metitur, pars est δ ipsius α: æqualis autem est δ unicuique ipsorum βε, εζ & ζγ: & unusquisque igitur ipsorum βε, εζ & ζγ, ipsius α est pars. Quare partes est βγ ipsius α. Omnis igitur numerus, omnis numeri minor maioris aut pars est aut partes, quod demonstrare oportebat.*

α . . . .
β . . . . γ
β . . . . γ
β . . . ε . . . ζ . . . γ
δ . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 **SI fuerint quatuor numeri, quorum primus tota pars secundi quota tertius quarti, erunt primus & tertius pariter accepti tota pars secundi & quarti pariter acceptorum, quota primus secundi.**

CAMPANVS. Volens Euclides hos libros de numeris aliquo præcedentiũ non indigere, sed per seipsos stare, partem eius quod proposuit per primam quinti de quantitatibus in genere, proponit per hanc quintam huius septimi de numeris. Sint igitur quatuor numeri a, b, c, d, sitque b tota pars a, quota d, c: dico quod b & d pariter accepti sunt tota pars a & c pariter acceptorũ, quota b est a: diuisis enim a & c secũdum quantitatem b & d, argumentare sicut in prima quinti: erit enim ut totidem sint partes a, quot c per positionem, & ut aggregatum ex prima parte a & prima c, sit æquale aggregato ex b & d: similiter quoque & aggregatum ex secunda parte a & secunda c, & quia hæc aggregatio toties potest fieri quoties cõtinetur b in a, sequitur ut numerus æqualis aggregato ex b & d, toties contineatur in aggregato ex a & c, quoties b continetur in a, quare constat propositum.

a . . . . c . . . . . .
b . . . . d . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 5

5 **Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & uterque utriusque eadem pars erit, quæ unus unius.**

THEON ex Zamberto. *Numerus enim α, numeri βγ esto pars, & alter δ alterius εζ eadem pars, quæ est α ipsius βγ. Dico quod uterque α, δ, utriusque βγ & εζ eadem pars est, quæ &*

α . . . . . .

α ipsius

α ipsius εγ. Quoniam enim α pars est ipsius βγ, eademq́ pars est δ ipsius ιζ, quot igitur sunt in ipso βγ numeri æquales ipsius α, tot sunt & in ipso ιζ numeri æquales ipsi δ. Diuidatur, inquam, βγ in æquales ipsi α, hoc est βη & ηγ, & ιζ in æquales ipsi δ, hoc est ιθ & θζ, erit iam æqualis multitudo ipsorum βη & ηγ, multitudini ipsorũ ιθ & θζ. Et quoniã æqualis est βη ipsi α, & ιθ ipsi δ, igitur βη & ιθ, α, δ sunt æquales. Id propterea etiam ηγ ipsi α est æqualis, & θζ ipsi δ: ipsi igitur ηγ θζ ipsis α δ æquales sunt. Quot igitur sunt in ipso βγ numeri æquales ipsi α, tot sunt & in εγ & ιζ æquales ipsi α, δ. Quotuplex igitur est βγ ipsius α, totuplex est & uterque εγ & ιζ, utriusq́ α, δ. Quæ igitur pars est α ipsius εγ, eadem pars est, & uterque α, δ, utriusq́ βγ & ιζ. quod oportebat demonstrare.

β . . . . . . η . . . . . . γ
δ . . . .
ι . . . . . θ . . . . . ζ

Euclides ex Campano. Propositio 6

6 SI fuerint quatuor numeri quorum primus totæ partes secundi quotæ tertius quarti, erunt primus & tertius pariter accepti totæ partes secundi & quarti pariter acceptorum, quotæ primus secundi.

CAMPANVS. Quod proposuit præmissa de parte, proponit ista de partibus. Sint itaq; ut prius quatuor numeri a, b, c, d, sitq́; ut b sit tot & totæ partes a, quot & quotæ d est c: dico quod b & d pariter accepti erunt tot & totæ partes a & c pariter acceptorũ, quot & quotæ b est a. Dico autem tot & totas, quia partium pluralitas duobus numeris diffinitur, quorum alter numerator dicitur, alter denominator, ut cum dicimus tres quintæ, ternarius numerat, quinarius denominat. Quia igitur b est partes a, sit ut sint partes eius numeratæ ab h & denominatæ a k, eritq́; similiter per positionem, d partes c numeratæ ab h & denominatæ a k. Vna itaq; partium b sit e, & una partium d sit f, eritq́; per hypothesin, e pars b denominata ab h, & pars a denominata a k. Similiter quoq; & f erit pars d secundum h, & pars c secũdum k. Compositus igitur ex e & f fit g, eritq́; per præmissam, g pars b & d pariter acceptorum, secundum h, itemq́; per eandem erit pars a & c pariter acceptorum, secundum k: quare per 16 diffinitionem erunt b & d pariter accepti partes a & c pariter acceptorũ numeratæ ab h & denominatæ a k, eo quod eorum communis pars est g minoris secundum h & maioris secundum k, & quia sic erat b, a, constat propositum

a . . . . . . c . . . .
b . . . . d . . . .
g
e . . f . . . .
h . .   k . . .

CAMPANI annotatio. Potes autem & per hanc & præmissam, quod proponit de quatuor numeris, ad quotlibet numeros ampliare, quot si quotlibet numeri minores ad totidem maiores comparentur, fuerintq́; singuli singulorum tota pars aut partes, quota uel quotæ primus secũdi, erunt quoq; omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorũ, quota uel quotæ primus secundi, quod facile probatur per hanc & præmissam, quoties oportuerit repetitas. Et si crederemus esse intentionem Euclidis assumere ex prius demonstratis, aliqua ad demonstrationem eorum quæ hic proponit, ex 15 quinti facile demonstrassemus hanc sextam. Nunc autem quia uidetur oppositum (aliter enim superuacue proposuisset multa de numeris, quæ demonstrata sunt in quinto de quantitatibus in genere) necesse habuimus proprijs uti demonstrationibus tanquã ex prioribus nihil sumentes, solis huius septimi contenti principijs: propter quod & petitiones & communes animi conceptiones, proposito proprias non inconuenienter huius septimi principio apposuimus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 6

6 Si numerus oumeri partes fuerit, & alter alterius eædem partes, & uterque utriusque eædem partes erunt, quæ unus unius.

THEON ex Zamberto. Numerus enim αβ, numeri γ esto partes, & alter δι, alterius ζ eædem partes, quæ αε ipsius γ. Dico quod & uterq; αε & δι, utriusq; γ, ζ, eædem partes sunt, quæ αε ipsius γ. Quoniã enim quales partes est αβ ipsius γ, eædem partes est & δι ipsius ζ: quot igitur partes sunt in ipso αε ipsius γ, tot partes & in δι, ipsius ζ. Diuidatur quidem αε in partes ipsius γ, hoc est αη & ηβ, necnon δι in partes ipsius ζ, hoc est δθ, & θι. Erit multitudo ipsorum αη, ηθ æqualis multitudini ipsorum δθ, θι: & quoniam qualis pars est αη ipsius γ, talis pars est & δθ ipsius ζ: qualis igitur pars est αη ipsius γ, talis pars est ut uterque αη & δθ utriusq; γ, ζ. Id propterea & qualis pars ηε ipsius γ, talis pars est & uterque ηε & θι utriusq; γ ζ. Quales igitur partes sunt αε ipsius γ, tales partes sunt & uterque αε & δι utriusq; γ, ζ quod demonstrare oportebat.

α . . . η . . . β
γ . . . .
δ . . . . θ . . . . ι
ζ . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 SI fuerint duo numeri quorum unus alterius pars, detrahaturque ab ambobus ipsa pars, erit reliquus tota pars reliqui, quota totus totius.

CAMPANVS. Quod proponit hic Euclides de numeris, proposuit superius in quinta quinti de quantitatibus in genere. Sit ita ut quota pars est totus a totius b, totus sit c detractus ab a, d detracti a b: dico quod tota erit e residuus a f residui b, quota est totus a totius b, & hæc est quasi conuersa quintæ. Sit enim per petitionem, e tota pars g, quota c est d, eritque per 5, tota pars a compositi ex g & d, quota est c, d: quare & quota est a, b: igitur per secundam conceptionem compositus ex g & d est æqualis b: dempto itaque ab utroque numero, d, erit g æqualis f. quare erit e tota pars f, quota est a, b, tota enim erat e, g, quod est propositum.

g

b
f . . . . d . . . .
a
e . . . . . c . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 7

7 Si numerus numeri pars fuerit qualis ablatus ablati, & reliquus reliqui pars erit qualis totus totius.

THEON ex Zamberto. *Numerus enim αβ numeri γδ pars esto, qualis ablatus αε ablati γζ. Dico quod & reliquus εβ reliqui ζδ eadem est pars, qualis est totus αβ totius γδ. Qualis enim pars est αε ipsius γζ, talis pars esto & εβ ipsius γη. Et quoniam qualis pars est αε ipsius γζ, talis pars est & εβ ipsius γη, qualis igitur pars est αε ipsius γζ, talis est (per 5 septimi) & αβ ipsius ζη. Qualis autem pars est αε ipsius γζ, talis pars supponitur αβ ipsius γδ. Qualis pars igitur est αβ ipsius ζη, talis pars est αβ ipsius γδ: igitur αβ, utriusque ipsorum ηζ & γδ eadem pars est: æqualis igitur est ζη ipsi γδ. Communis auferatur γζ. Reliquus igitur ηγ reliquo ζδ est æqualis. Et quoniam qualis pars est αε ipsius γζ, talis pars est εβ ipsius ηγ, æqualis autem est ηγ ipsi ζδ, qualis igitur pars est αε ipsius γζ, talis pars est & εβ ipsius ζδ. Sed qualis pars est αε ipsius γζ, talis pars est & αβ ipsius γδ: qualis igitur pars est εβ ipsius ζδ, talis pars est & αβ ipsius γδ. Et reliquus igitur εβ reliqui ζδ talis est pars, qualis totus αβ totius γδ, quod oportebat demonstrare.*

η . . . . γ . . . . ζ . . . . δ
α . . . . . ε . . . β

Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 SI à duobus numeris (quorum alter alterius partes) propositis partes illæ subtrahātur, erit reliquus reliqui eædem partes quæ est totus totius.

CAMPANVS. Hæc est quasi conuersa sextæ, ut si sit quot & quotæ partes est totus a totius b, tot & totæ c detractus a, b, ad detracti a b, erit e residuus a, tot & totæ partes f residui b, quot & quotæ est a, b. Sit enim g una partium a, & h una partiū c, eritque propter hypothesin, g tota pars a, quota h, c, & tota b, quota h, d: detrahatur igitur b d g, & remaneat k, eritque k per præmissam, tota pars e, quota g, a, & tota f per eandem, quota g, b: quia igitur e & f habent partem cōmunem quæ est k, erit per 16 diffinitionem, e partes f tot quidem quota pars est k, e, & totæ, quota est k, f. & quia tot & totæ erat a, b, patet propositum.

b
f . . . d . . . . . .
a
e . . . c . . . .
g . . k .
h . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 8

8 Si numerus numeri partes fuerit quæ ablatus ablati, & reliquus reliqui eædem partes erit, quæ totus totius.

THEON ex Zamberto. *Numerus enim αβ, numeri γδ partes esto, quæ ablatus αε, ablati γζ. Dico quod reliquus εβ, reliqui ζδ eædem partes est, quæ totus αβ totius γδ. Ponatur enim ipsi αβ æqualis ηθ. quæ igitur partes est ηθ ipsius γδ, eædem partes est & αε ipsius γζ. Diuidatur quidem ηθ in ipsius γδ partes, hoc est ηκ & κθ & αε in ipsius γζ partes, hoc est αλ & λε, erit autem æqualis multitudo ipsorū ηκ & κθ multitudini ipsorum αλ & λε, & quoniam qualis pars est ηκ ipsius γδ talis pars est & αλ ipsius γζ, maior autem est γδ ipso γζ, maior igitur est & ηκ ipso αλ, ponatur ipsi αλ æqualis μη. Igitur qualis pars est ηκ ipsius γδ, talis pars est*

α . . . λ . . . . . . β
γ . . . . ζ . . . δ
η . . . μ . κ . . . . ν . θ

pars est & ε μ ipsius γ ζ: & reliquus igitur μ κ (per 7 septimi) reliqui ζ δ eadem pars est, sicut totus ε κ totius γ δ. Rursus quoniam qualis pars est κ θ ipsius γ δ talis pars est & ε λ ipsius γ ζ, maior autem est γ δ ipso γ ζ, maior igitur est & θ κ ipso ε λ, ponatur ipsi ε λ æqualis κ ν Qualis igitur pars est κ θ ipsius γ δ, talis pars est & κ ν ipsius γ ζ. & reliquus igitur ν θ (per 7 septimi) reliqui ζ δ eadem pars est, quæ totus κ θ totius γ δ, patuit autem quod & reliquus μ κ reliqui ζ δ eadem pars est, qualis totus ε κ totius δ γ. & uterque igitur μ κ & ν θ (per 5 septimi) ipsius δ ζ eædem partes est, quæ totus θ ε totius γ δ. Aequalis autem est uterq; simul μ κ & ν θ ipsi ε β. At θ ε ipsi α. & reliquus igitur ε β, reliqui ζ δ eædem partes est, quæ totus α β totius γ δ, quod oportebat demonstrare.

α . . . . λ . . . . ε . . β

ε . . . μ . κ . . . ν . θ

γ . . . . ζ . . . δ

Eucli. ex Camp. Proposítio 9

9 SI fuerint quatuor numeri quorũ primus secundi tota pars quota tertius quarti, erit permutatim tota pars aut partes primus tertij, quota pars aut partes secundus quarti.

CAMPANVS. Sit a primus tota pars b secundi, quota c tertius d quarti: sintq; a & b minores c & d, aliter enim esset econuerso ei quod proponit, dico quod quota pars uel partes est a, c, tota uel totæ est b, d: diuidantur enim, b quidem secundum quantitatẽ a, d uero secũdum c, eruntq; per præsentẽ hypothesin, tot partes b, quot d, & quia unaquæq; partium b est æqualis a, & unaquæq; d, c. est autem a, c, pars aut partes per præsentem hypothesin & per quartã huius, erit unaquæq; partium b suæ comparis ex partibus d ut prima primæ secunda secundæ sicq; de cæteris, tota pars aut partes quota uel quotæ est a, c, per 5 igitur uel 6 sub disiunctione quoties oportuerit repetitas, erit tota pars aut partes b, d, quota uel quotæ est a, c, quod est propositum.

b . . . . . . d . . . .

a . . . c . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Proposítio 9

9 Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & uicissim qualis pars est uel partes primus tertij, eadem pars erit uel partes secundus quarti. THEON ex Zamberto. Numerus enim α numeri β γ esto pars, & alter δ alterius ε ζ eadem pars, qualis est α ipsius β γ: minor autem esto α ipso δ. Dico quod & uicissim qualis pars est α ipsius δ uel partes, eadem pars est uel partes β γ ipsius ε ζ. Quoniam enim qualis pars est α ipsius β γ, talis pars est & δ ipsius ε ζ. quot igitur sunt in β γ numeri æquales ipsi α, tot sunt & in ε ζ æquales ipsi δ. Diuidatur quidem β γ in ipsi α æquales, hoc est β η & η γ, & ε ζ in ipsi δ æquales, hoc est ε θ & θ ζ, est iam æqualis multitudo ipsorum β η & η γ, multitudini ipsorum ε θ & θ ζ: & quoniam æquales sunt β η & η γ numeri adinuicẽ, & ε θ & θ ζ numeri, sibyinuicem sunt æquales, & æqualis est multitudo ipsorum β η & η γ multitudini ipsorum ε θ & θ ζ qualis igitur pars est β η ipsius ε θ uel partes, eadem pars est η γ ipsius θ ζ uel eædem partes. Itaq; qualis pars est β η ipsius ε θ uel partes, talis pars est (per 2 quinti & 5 septimi) & uterq; β γ utriusq; ε ζ uel eædem partes, æqualis autem est η β ipsi α, & ε θ ipsi δ. Qualis igitur pars est α ipsius δ uel partes, eadem pars est & β γ ipsius ε ζ uel eædem partes, quod oportebat demonstrare.

α . . . .

β . . . . η . . . . γ

δ . . . . .

ε . . . . . θ . . . . ζ

Eucli. ex Camp. Proposítio 10

10 SI fuerint quatuor numeri quorum primus totæ partes secundi quotæ tertius quarti, erit permutatim primus tota pars aut partes tertij quota uel quotæ secundus quarti.

CAMPANVS. Sint quatuor numeri ut prius, quorũ similiter minores sint a & b, sitq; a totæ partes b, quotæ c est d. dico quod quota pars aut partes est a, c, tota uel totæ est b, d. Diuidantur enim minores in partes illas qui sunt a & c. eruntq; per præsentem hypothesin tot partes a, quot c, & qa unaquæq; ex partibus a est tota pars b, quota quælibet ex partibus c est d (hoc enim habemus ex nostra hypothesi) erit permutatim per præmissam ut quota pars aut partes est b, d, tota uel totæ sit unaquæq; ex partibus a suæ cõparis ex partibus c: per quintam igitur uel 6 sub disiunctione quoties oportuerit repetitas, erit tota pars aut partes b, d, quota uel quotæ est a, c, quod est propositum.

a . . . . b . . . . . .

c . . . . d . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Proposítio 10

10 Si numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eædem partes, & uicissim

cissim quæ partes est primus tertij uel pars, eædem partes erit & secundus quarti uel eadem pars.

THEON ex Zamb. *Numerus enim $\alpha\beta$, numeri γ partes esto, & alter $\delta\varepsilon$, alterius ζ eædem esto partes, sit autem $\alpha\beta$, ipso γ δ minor. Dico quod & uicissim quales partes est $\alpha\beta$ ipsius $\delta\varepsilon$ uel pars, eædem partes est & γ ipsius ζ uel eadem pars. Quoniam enim quales partes est $\alpha\beta$ ipsius γ, eædem partes est & $\delta\varepsilon$ ipsius ζ, quot igitur sunt in ipso $\alpha\beta$ partes ipsius γ, tot & in $\delta\varepsilon$ sunt partes ipsius ζ. Diuidatur quidem $\alpha\beta$ in ipsius γ partes (æquales,) hoc est $\alpha\kappa$ & $\kappa\beta$. Itidemq; $\delta\varepsilon$ in ipsius ζ partes (æquales) hoc est $\delta\theta$ & $\theta\varepsilon$, erit iam æqualis multitudo ipsorũ $\alpha\kappa$ & $\kappa\beta$, multitudini ipsorum $\delta\theta$ & $\theta\varepsilon$. Et quoniam qualis pars est $\alpha\kappa$ ipsius γ eadem pars est & $\delta\theta$ ipsius ζ, uicissim quoq; (per præcedentẽ) qualis pars est $\alpha\kappa$ ipsius $\delta\theta$ uel partes, eadẽ pars est & γ ipsius ζ uel eædẽ partes. Id propterea qualis pars est $\kappa\beta$ ipsius $\theta\varepsilon$ uel partes, talis pars est & γ ipsius ζ uel partes. Quare qualis pars est $\alpha\kappa$ ipsius $\delta\theta$ uel partes, eadem pars est & $\alpha\beta$ ipsius $\delta\varepsilon$ uel eædẽ partes (per diffinitionẽ.) Sed (per 6 septimi) qualis pars est $\alpha\kappa$ ipsius $\delta\theta$ uel partes, talis pars ostensus est & γ ipsius ζ uel eædem partes. & (per 11 quinti) quales igitur partes est & $\alpha\beta$ ipsius $\delta\varepsilon$ uel pars, eædem partes est & γ ipsius ζ uel eadem pars, quod oportebat demonstrare.*

Hæc undecima, in Zamberto nullam habet respondentem.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 SI fuerint quatuor numeri proportionales, quorũ primus secundo & tertius quarto sit maior, erit secundus tota pars aut partes primi, quota uel quotæ quartus tertij. Quod si secundus fuerit tota pars aut partes primi quota uel quotæ quartus tertij, quatuor numeros proportionales esse conueniet.

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, sicut c ad d, sintq; a & c maiores. Dico quod quota pars aut partes est b, a, tota uel totæ est d, c, & econuerso. Erit enim per conuersionẽ diffinitionis similum proportionũ, ut quoties b in a, toties sit d in c, & si qua pars aut partes b superfluunt in a, tota pars aut partes d superfluant in c, si itaque contineatur b in a sine superfluitate partis, quia toties sine superfluitate continetur d in c, erit per diffinitionẽ similum partium quota pars b a, tot ad c. Quod si quotieslibet cõtinetur b a cum superfluitate partis toties continetur d in c cum superfluitate similis partis, distinctio a secundũ b ut superfluitate, atq; e secundũ d ut superfluat f, erit tota pars e, b quota f, d. At quia toties continetur b in differẽtia a ad e, quoties d in differentia c ad f, erit per cõmunem scientiam toties e in a quoties f in c: cum igitur a & b habeant e partem cõmunem, similiter c & d, f, sit itaq; e in b quones f in d, itemq; e in a quoties f in c, erit per 16 diffinitionẽ, b tot & totæ partes a, quot & quotæ d c. Si autem quotieslibet b cõtinetur in a cum superfluitate quotlibet partiũ, toties continetur d in c cum superfluitate totidem & similiũ partium, distinctio a secũdum b ut superfluat e, similiter c secũdum d ut superfluat f, erit e tot & totæ partes b, quot & quotæ f, d. Sumpta itaq; una ex ipsis, argumentandũ ut prius, sicq; patet primũ. Secũdum sic. Sit b, a, tota pars aut partes, quota uel quotæ d, c, dico quod erit proportio a ad b, sicut c ad d: si enim est tota pars, constat propositũ. Si autẽ totæ partes, diuisis eis secundũ partes illas, patebit toties esse b in a, quoties d in c, & totam partem aut partes b, superfluere in a, quota an quotæ d superfluunt in c, per diffinitiotiẽ itaq; est proportio a ad b, sicut c ad d, sicq; liquet totum.

Eucli. ex Camp. Propoitio 12

12 SI à duobus numeris secundum suas proportiones duo numeri detrahantur, erit proportio reliqui ad reliquum tanquam proportio totius ad totum.

CAMPANVS. Quod proposuit Euclides in 19 quinti de quantitatibus in genere, proponit hic de numeris. Vt si sit proporno totius a ad totum b sicut c detracti ab a ad d detractũ a b, erit e residui a ad f residuũ b, sicut a ad b. Si enim a sit minor b, erit per præsentem hypothesin

thesin & per conuersionem diffinitionis, c tota pars aut partes d, quota uel quotæ est a,b, per 7 igitur uel 8, erit e tota pars aut partes f, quota uel quotæ est a,b, per diffinitionē igitur erit proportio una, quod est propositum. Quod si a sit maior b, erit per primā partē præmissæ quota pars aut ptes b,a, tota uel totæ d,c, quare per 7 uel 8, tota uel totæ erit f,e, itaque per secundā partem præmissæ erit e ad f, sicut a ad b, quare constat propositū.

CAMPANI annotatio. Cedunt autem huic, 7 & 8, hæc enim sola quod ambæ illæ, continet. Volunt autem quidam secundam partem huius probare per 19 quinti, sed si hoc intenderet Euclides, cū ista proponat particulariter quod illa uniuersaliter, uane (illa demōstrata in quinto) proposuisset hāc hic in septimo, & quia iterū non demonstrant eam simpliciter per 19 quinti. At uero nec modū demonstrationis illius possunt affirmare ad demonstrationem huius, cum illa demonstretur in quantitatibus in genere per proportionalitatē permutatā quæ infra demonstratur in numeris. Existimo autē, & rationabiliter conuinci uidetur Euclidem (quem uultū demonstratoris arithmetici, gratia decimi in quo sine numerorū aliqua præcognitione transire nō poterat constat assumere) idcirco plurima eorū quæ in quinto de quantitatibus in genere demonstrauit, hic repetere demōstranda de numeris, quoniā per alia principia propria uidelicet numerorū, quæ magis nota sunt intellectui q̄ ea per quæ processit in quinto, ipsa demonstrare intendit, principia enim quinti propter malitiā quantitatū incōmunicantiū difficilia sunt: principia uero numerorū, magis ultro se intellectui applicant faciliusque quàm illa. Egent enim illa intellectui magis disposito.

Hæc sequens undecima Euclidis ex Zamberto propositio, duodecimæ præcedenti ex Campano respondet.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 11

11 Si fuerit sicut totus ad totum sic ablatus ad ablatum, & reliquus ad reliquum erit sicut totus ad totum.

THEON ex Zamb. *Esto sicut totus α β ad totum γ δ, sic ablatus α ε ad ablatum γ ζ. Dico quod & reliquus ε β ad reliquū ζ δ, est sicut totus α β ad totum γ δ. Quoniam enim est sicut α β ad γ δ sic α ε ad γ ζ, qualis igitur pars est α β ipsius γ δ uel partes, eadem pars est & α ε ipsius γ ζ uel eædem partes: & reliquus igitur ε β (per 8 septimi, reliqui ζ δ eadem pars est uel partes, quæ α β ipsius γ δ: est igitur (per 11 quinti) sicut ε β ad ζ δ, sic α β ad γ δ. Quod oportebat demonstrare.*

Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 SI fuerint quotlibet numeri proportionales, quantus erit unus antecedens ad suum consequentem, tanti erunt omnes antecedentes pariter accepti ad omnes consequentes pariter acceptos.

CAMPANVS. Quod proponit Euclides per 15 quinti de quantitatibus in genere, proponit per hanc de numeris. Vt si sint a,b, & c,d, & e,f proportionales, dico quod quæ est proportio a ad b ea est quæ a,c,e pariter acceptorū ad b d,f pariter acceptos. Si enim a,c,e sint minores b,d,f, erit per conuersionē diffinitionis quota pars aut partes a b, tota uel totæ c,d & e,f: per 5 ergo uel per 6 quoties oportuerit repetitas, erit quota pars uel partes a,b, tota uel totæ a,c,e pariter accepti b,d,f pariter acceptorū, quare per diffinitionē, proportio una. Si autem a,c,e, sunt maiores b,d,f, erit per per primam partem 11, quota pars uel partes b,a, tota uel totæ d,c & f,e, per 5 ergo uel 6 quoties oportuerit repetitas, erit quota pars uel partes b,a, tota uel totæ b,d,f, pariter accepti a,c,e pariter acceptorū itaque per secūdam partē 11, proportio a ad b sicut a,c,e pariter acceptorū, ad b,d,f pariter acceptos, quod est propositū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 12

12 Si fuerint quotcunque numeri proportionales, erit sicut unus antecedentium ad unum sequentiū, sic omnes antecedentes ad omnes consequētes.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunque numeri proportionales α, β, γ, δ, sicut α ad β sic γ ad δ. Dico quod est sicut α ad β, sic sunt α & γ ad β & δ. Quoniam enim (per hypothesin) est sicut α ad β sic γ ad δ, qualis igitur pars est α ipsius β uel partes eadem pars est & γ ipsius δ uel partes, & (per 5 septimi) uterque igitur α, γ, utriusque β, δ, eadem pars est uel eædem partes, quæ α ipsius β: est igitur (per 11 quinti) sicut α ad β, sic α γ ad β δ, quod erat demonstrandum.*

Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 SI fuerint quatuor numeri proportionales, permutatim quoque proportionales erunt.

CAMPANVS. Modum arguendi qui dicitur proportionalitas permutata quam demonstrauit Euclides per 16 quinti in genere, proponit hic demonstrandũ in numeris. Vt si sit proportio a ad b sicut c ad d, erit permutatim a ad c sicut b ad d, erit enim a maior b aut minor, similiter quoq; & maior c aut minor.

Sit itaq; primo minor utroq;, erit ergo per præsentem hypothesin & conuersionem diffinitionis, a tota pars aut partes b. a . . b . . . . c . . . d . . . . . . quota uel quotæ c, d, per 9 itaq; uel 10, erit permutatim a tota pars aut partes c, quota uel quotæ b, d, quare per diffinitionẽ proportio una. Sit secundo a maior utroq;, erit per primam partem 11, ut quota pars aut partes est b, a, a . . . . . . b . . . c . . . . d . . tota uel totæ sit d, c, quare per 9 uel 10 tota pars aut partes erit b, d, quota uel quotæ c, a. Igitur per secundam partem 11 erit a ad c, sicut b ad d. Sit tertio a maior b, & minor c, eritq; per primam partem 11 tota pars aut partes b, a, a . . . . b . . c . . . . . . d . . . quota uel quotæ est d, c, quare per 9 uel 10 quota uel quotæ est a, c, tota uel totæ erit b, d, per diffinitionẽ itaq; proportio una. Vltimo quoq; sit a minor b maiorq; c, eritq; ut tota pars aut partes sit c, d, quota uel quotæ est a, b, a . . . b . . . . . . c . . d . . . . per 9 itaq; uel 10 erit tota uel totæ d, b, quota uel quotæ c, a, quare per secundã partem undecimæ, b ad d, sicut a ad c, sicq; constat propositũ. Huic autem cedunt 9 uel 10, quia hæc sola quod ambæ illæ proponit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 13

13 Si quatuor numeri proportionales fuerint, & uicissim proportionales erunt.

THEON ex Zamb. *Sint quatuor numeri proportionales α, β, γ, δ, sicut α ad β, sic γ ad δ. Dico quod & uicissim proportionales erunt, sicut α ad γ, sic β ad δ.* α . . . . β . . . . *Quoniam enim (per hypothesin) est sicut α ad β sic γ ad δ, qualis igitur pars est* γ . . . . δ . . . *α ipsius β uel partes, eadem pars est & γ ipsius δ uel partes (per 6 septimi.) Vicissim igitur qualis pars est α ipsius γ uel partes, eadem pars est & β ipsius δ uel partes (per 9 septimi & 10 eiusdem.) Sicut igitur α ad γ, sic β ad δ (per 11 quinti) Quod erat demonstrandũ.*

Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 SI fuerint quotlibet numeri aliiq; secũdum eorum numerũ, omnesq; duo ex prioribus secundũ proportionẽ omniũ duorũ ex posterioribus, in proportione æqualitatis proportionales erunt.

CAMPANVS. Modum arguendi qui dicitur æqua proportionalitas quã demonstrauit Euclides per 22 quinti de quantitatibus in genere, proponit hic demonstrandũ in numeris directæ proportionalitatis: æquam autem proportionalitatẽ quam demonstrauit per 23 quinti de quantitatibus indirectæ proportionalitatis, non proponit demonstrandum in numeris, sed eam demonstrabimus infra super 19 huius, nec est necessarium ut prædemonstremus in numeris, quod demonstratũ est per 11 quinti de quãtitatibus in genere, uidelicet, si quotlibet proportiones in numeris fuerint uni æquales uel eædem, ipsas esse sibi æquales uel easdem, hoc enim manifestum est per diffinitionem. Vt si a ad c & e ad f, a . . . . c . . . . e . . . . b . . . . b . . . f . . sit sicut b ad d, erit tam a, c quàm e, f tota pars aut partes, quota uel quotæ b, d, aut toties cõtinebit a, c, & f, quoties b, d, & tota pars aut partes superfluẽt e in a, & f in e, quota uel quotæ d in b, quia ergo quota pars aut partes est a, c, tota uel totæ est e, f, aut quoties a continet c toties e, f, & quota pars aut partes c superfluũt in a tota uel totæ f in e. erit per diffinitionẽ a ad c sicut e ad f. Sint igitur uti proponitur numeri a, b, e & alij totidem c, d, f, sitq; a ad b, a . . . . c . . . . b . . . . . . d . . . c . . . . f . . sicut c ad d, & b ad e, sicut d ad f dico quod erit in æqua proportionalitate a ad e, sicut c ad, f, erit enim per præmissam a ad c sicut b ad d, sed & b ad d, sicut e ad f: quare a ad c, sicut e ad f: igitur per eandem a ad e, sicut c ad f, idem erit sumptis pluribus, sicq; constat propositum.

CAMPANI additio. Quoniam autem Euclides cæteras quatuor species proportionalitatis quæ sunt conuersa, coniuncta, disiuncta, euersa, proponit demonstrandas in numeris, conueniens arbitramur eas quas non autor tanq; facile demonstrabiles

prætermisit

prætermisit demonstrare. Primum itaque demonstrabimus conuersam, ut si sit a ad b, sicut c ad d, dico quod erit econuerso a........c....... b.... d... b ad a, sicut d ad c: si enim fuerit a minor b, tunc quoque erit c minor d, & tota pars aut partes a, b, quota uel quotæ c, d, quare per secundam partem 11, erit b ad a, sicut d ad c: si autẽ fuerit a maior b, erit quoque & c maior d, & per primam partem 11 b tota pars aut partes a, quota uel quotæ d, c, per diffinitionem igitur, b ad a, sicut d ad c.

Disiunctam proportionalitatem ostendere.

Vt si sit a b ad b, sicut c d ad d, erit a ad b, sicut c ad d, erit enim permutatim a b ad c d, sicut b ad d, & per 11 sicut a ad c, a......... b... c......d.. quia ergo a ad c, sicut b ad d, erit permutatim a ad b, sicut c ad d.

Coniunctæ proportionalitati demonstrationem affetre.

Vt si sit a ad b, sicut c ad d, erit a b ad b, sicut c d ad d: erit enim per- a......b... mutatim a ad c, sicut b ad d: quare per 11 a b ad c d, sicut b ad d, permuta- c....d.. tim igitur erit a b ad b, sicut c d ad d.

Euersam propoltionalitatem restat in numeris stabilire.

Vt si sit a b ad b, sicut c d ad d, erit a b ad a, sicut c d ad c, erit enim a......b... permutatim a b ad c d, sicut b ad d, quare per 11 sicut a ad c, permutatim c....d.. igitur erit a b ad a, sicut c d ad c, patet itaque totum. Ex his quoque leue est demonstrare in numeris, quod Euclides proponit per penultimam quinti de quantitatibus in genere, uidelicet.

Si proportio primi ad secundum fuerit sicut tertij ad quattum, quinti quoque ad secundum sicut sexti ad quartũ, erit proportio primi & quinti pariter acceptorũ ad secundũ sicut tertij & sexti pariter acceptorũ ad quartũ.

Vt si sit a ad b, sicut c ad d, itemque e ad b, sicut f ad d, erunt a & e pariter accepti ad b, sicut c & f pariter accepti ad d, erit enim per a.........e.... c......f... conuersam proportionalitatem b ad e, sicut d ad f: quare per b.... d... æquam proportionalitatem a ad e, sicut c ad f, ergo coniunctim a & e ad e, sicut c & f ad f, itaque per æquam proportionalitatem a & e ad b, sicut c & f ad d, quod est propositũ. Eodemque modo probabis econuerso, si sit b ad a, sicut d ad c, itemque b ad e, sicut d ad f, erit b ad a & e, sicut d ad c & f, erit enim per conuersam proportionalitatẽ a ad b, sicut c ad d: quare per æquam a ad e, sicut c ad f, & cõiunctim a & e ad e, sicut c & f ad f, igitur econuerso e ad a & e, sicut f ad c & f, per æquam itaque prrportionalitatẽ erit b ad a & e, sicut d ad c & f, quod erat propositum. Ex hoc quoque manifestum rst quod si fuerit proportio quotlibet numerorũ ad primum sicut totidem aliorum ad secundum, erit aggregati ex omnibus antecedẽtibus ad primum, ad primum, sicut aggregati ex omnibus antecedentibus ad secundum, ad secundum. Itemque econuerso si fuerit proportio primi ad quotlibet numeros sicut secundi ad totidem alios, erit primi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum, sicut secundi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema* 12 *Proposi͡tio* 14

14 Si fuerint quotcunque numeri, & alij eisdem æquales numero* cum duobus sumpti & in eadem ratione, & ex æquali in eadem ratione erunt. *ἀνὰ δύο bini, duo & duo*

THEON ex Zamberto. *Sint quotcunque numeri α, β, γ & alij eisdem æquales numero cum duobus sumpti in eadem ratione δ, ε, ζ, sicut quidem α ad β, sic δ ad ε, sicut que β ad γ, sic ε ad ζ. Dico quod & ex æquali est sicut α ad γ, sic δ ad ζ. Quoniam enim (per hypothesin) est sicut α ad β, sic δ ad ε, & uicissim igitur (per 13 septimi) est sicut α ad δ, sic β ad ε. Rursus quoniam est sicut β ad γ, sic est ε ad ζ, uicissim igitur (per eandem) est sicut β ad ε, sic γ ad ζ. Sicut autem β ad ε, sic α ad δ, & sicut igitur (per 11 quinti) α ad δ, sic γ ad ζ. Vicissim igitur (per 13 septimi) est sicut α ad γ, sic δ ad ζ, quod oportuit demonstrasse.*

Eucli. ex Camp. Propositio 16

16 SI numeret unitas aliquem numerum quoties quilibet tertius aliquem quartum, erit quoq; permutatim ut quoties unitas numerat tertium, toties secundus numeret quartum.

CAMPANVS. Vt si sit unitas ad a, sicut b ad c, erit permutatim unitas ad b, sicut a ad c. Non superfluit autem hæc, demonstrata permutata proportione, non enim ex illa potest concludi quod hic proponitur. Nam illa demonstrata est de quatuor numeris proportionalibus, unitas uero non est numerus per diffinitionem. Hoc ergo modo pateat propositum. Diuidatur a per unitates, & c, secundum quantitatē b, eruntq; per præsentē hypothesin tot partes a, quot c, & quia unaquæq; partium a est unitas, & unaquæq; partium c est æqualis b, erit ut quoties unitas in b, toties unaquæq; partium a in sua compari ex partibus c, per modum itaq; demonstrationis quintæ, sequetur toties esse a in c, quoties unitas in b, quod est propositum.

unitas b ..

a .... c ....

Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 15

15 Si unitas numerum aliquem metiatur, pariter autem alter numerus alium quempiam numerum metiatur, & uicissim pariter unitas tertium numerum metietur, & secundus quartum.

THEON ex Zamberto. *Vnitas, inquam, α numerum aliquem βγ metiatur, pariter autem alius numerus δ, alium quempiam numerum εζ metiatur. Dico quod & uicissim pariter α ipsum δ numerum metietur, & βγ ipsum εζ. Quoniam enim æque α unitas ipsum βγ numerum metitur, & δ ipsum εζ: quot igitur sunt in βγ unitates, tot sunt in εζ numeri æquales ipsi δ. Diuidatur, inquam, βγ in eas quæ in eo sunt unitates, hoc est βη, ηθ & θγ. Ipse uero εζ in ipsi δ æquales, hoc est εκ, κλ & λζ. est iam æqualis multitudo ipsorum βη, ηθ & θγ, multitudini ipsorum εκ, κλ & λζ: & quoniam βη, ηθ & θγ unitates sibi inuicem sunt æquales, & εκ, κλ & λζ numeri sibi inuicem sunt æquales, & est æqualis multitudo ipsarum βη, ηθ & θγ unitatum multitudini ipsorum εκ, κλ & λζ numerorum, est igitur sicut βη unitas ad εκ numerum, sic est ηθ unitas ad κλ numerum, & θγ unitas ad λζ numerum: erit igitur (per 12 septimi) & sicut unus antecedentium ad unum consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes. Est igitur sicut βη unitas ad εκ numerum, sic βγ ad εζ. æqualis autem est βη unitas ipsi α unitati, & εκ numerus ipsi δ numero. est igitur (per 11 quinti) sicut α unitas ad δ numerum, sic βγ ad εζ. pariter igitur α unitas ipsum δ numerum metitur, & βγ ipsum εζ, quod oportuit demonstrasse.*

α .

β . η . θ . γ

δ . .

ε . . κ . . λ . . ζ

Eucli. ex Camp. Propositio 17

17 SI duorum numerorū uterque ducatur in alterum, qui inde producentur erunt æquales.

CAMPANVS. Sicut si ex a in b proueniat c b, & ex b in a proueniat d, erunt c & d æquales. Cum enim b multiplicatus per a producat c, erit per conuersionē diffinitionis b in c, quoties unitas in a, ergo per præmissam, erit a in c, quoties unitas in b. Et quia toties est a etiam in d, quia ex b in a fit d, sequitur ut toties sit a in c quoties in d, per conceptionem igitur c & d sunt æquales.

unitas

.

a ... b ....

CAMPANI annotatio. Possumus quoq; hanc conclusionem alio modo proponere. Si duorum numerorum uterque ducatur in alterum idem numerus utrobique proueniet, ut si ex a in b proueniat c, idem etiam ex b in proueniet. Quia enim ex a in b fit c, erit prius per conuersionem diffinitionis b in c quoties unitas in a. Et permutatim per præmissam a in c, quoties unitas in b, quia igitur a toties sibi coaceruatur in c, quoties in b est unitas, sequitur per diffinitionem quod ex b in a fit c.

c ....

d ....

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 16

16 Si bini numeri multiplicantes se adinuicem, fecerint aliquos, geniti ex eis æquales adinuicem erunt.

THEON ex

THEON ex Zamberio. Sint bini numeri α, β, & α quidem ipsum β multiplicans, efficiat γ, & β ipsum α multiplicās efficiat δ. Dico quod æqualis est γ ipsi δ. Quoniam enim α ipsum β multiplicans, γ fecit, & β igitur ipsum γ metitur per eas quæ in α sunt unitates: metitur autem & ε unitas ipsum α numerum per eas quæ in eo sunt unitates: pariter igitur (per 11 quinti) ε unitas ipsum α numerū metitur & β ipsum γ. Vicißim igitur (per 15 septimi) pariter ε unitas ipsum β numerum metitur, & α ipsum γ. Rursus quoniam β ipsum α multiplicans, fecit ipsum δ, igitur α ipsum δ metitur per eas quæ in ipso β sunt unitates. Metitur autem & ε unitas, ipsum β per eas que in eo sunt unitates: pariter igitur (per 11 quinti) ε unitas ipsum β numerum metitur, & α ipsum δ: pariter autem ε unitas ipsum β numerum metitur, & α ipsum γ. Pariter igitur α, utrunq; γ, δ, metitur: æqualis igitur est γ ipsi δ, quod erat demonstrandum.

ε .
α . .
β . . . .
γ . . . .
δ . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 SI unus numerus in duos ducatur, tantus erit duorum inde productorum alter ad alterum, quantus duorum multiplicatorum alter ad alterum.

CAMPANVS. Multiplicet a utrunq; duorum numerorū b & c, & proueniant d & e. Dico quod erit proportio d ad e, sicut b ad c: sequitur enim per conuersionē diffinitionis eius quod est multiplicari, ut b in d, & c in e sit, quoties unitas in a: quare per diffinitionē, proportio d ad b, est sicut e ad c: æqualiter enim eos continent, quia quoties unitatem, ergo permutatim d ad e, sicut b ad c, quod est propositum.

d . . . . . . e . . . .
b . . . c . . . .
a . .
.
Vnitas

Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 17

17 Si numerus duos numeros multiplicans, fecerit aliquos, geniti ex eis eandem rationem habebunt quam multiplicati.

THEON ex Zamb. Numerus enim α duos numeros β, γ, multiplicans, efficiat ipsos δ, ε. Dico quod est sicut β ad γ, sic est δ ad ε. Quoniam enim α ipsum β multiplicans, ipsum δ fecit, & β igitur ipsum δ metitur per eas quæ in α sunt unitates. Metitur autem & ζ unitas, ipsum α numerum, per eas quæ in eo sunt unitates. Pariter igitur ζ unitas ipsum α numerum metitur, & β ipsum δ. est igitur sicut ζ unitas ad α numerum, sic est β ad δ. Propterea iam & sicut ζ unitas ad α numerum, sic γ ad ε: & sicut igitur (per 11 quinti) β ad δ, sic γ ad ε. Vicißim igitur (per 15 septimi) est sicut β ad γ, sic est δ ad ε. Si igitur numerus duos, & reliqua quæ sequuntur, quod oportebat demonstrare.

ζ .
α . . .
β . . . .
γ . . . . .
δ . . . .
ε . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 19

19 SI duo numeri unum multiplicent, erit proportio duorum inde productorum tanquam duorum multiplicantium.

CAMPANVS. Ex conuersione antecedentis præmissæ, cōcluditur hæc eadem passio quæ in præmissa, ut si uterq; duorum numerorum b & c multiplicet a, & proueniant d & e, erit d ad e, sicut b ad c: erit enim per ante præmissam ut ex a in b & c fiant d & e: quare per præmissam d ad e, sicut b ad c, quod est propositum.

d . . . . . . e . . . .
a . .

CAMPANI annotatio. Potes autem quod proponit per hanc & præmissam de duobus numeris, ad quotlibet numeros ampliare, quod si unus multiplicet quotlibet, erit productorum & multiplicatorum una proportio. Similiter quoq; si quotlibet multiplicent unum erit, erit productorū & multiplicantium una proportio, quod per hanc & præmissam quoties oportuerit repetitas, facile probabis. Hic autem (ut supra polliciti sumus) demonstrare uolumus æquam proportionalitatem in quotlibet numeris duorum ordinum indirectæ proportionalitis, quam demonstrat Euclides per 23 quinti, in quantitatibus in genere. Dicimus igitur:

b . . . c . . . .

Si quotlibet numeri totidem alijs fuerint indirecte proportionales, extremi quoq; in eadem proportione proportionales erunt.

Vt si sit a ad b, sicut d ad f, & b ad c, sicut c ad d, erit a ad e, sicut c ad f: ducatur enim c in d & f, & proueniãt g & h, eritq; per præmissam g ad h, sicut d ad f, quare & sicut a ad b, ducatur item f in d, & proueniat k: eritq; per hanc 19 g ad k, sicut c ad f, & quia ex f in d fit k, fiet idem econuerso per 16 ex d in f, quia igitur ex c & d in f fiunt h & k, erit per hanc 19, h ad k, sicut c ad d, quare sicut b ad c, & quia iam ostensum est quod est g ad h sicut a ad b, erit per 15, a ad c sicut g ad k, sed sic erat etiã c ad f: est igitur a ad e, sicut c ad f, quod est propositũ. Idem probabis si fuerint in utroq; ordine numeri plures tribus quemadmodũ probatur in 23 quinti, de quantitatibus pluribus tribus.

g . . . .
h . . . .
a . . . . c . . . .
b . . . . . . d . . .
c . . . . f . .
k . . . . . .

Eucli. ex Zamb. *Theorema 16* *Propositio 18*

18 **Si duo numeri numerum aliquem multiplicantes, fecerint aliquos, geniti ex eis eandem habebunt rationem quam multiplicantes.**

THEON *ex Zamberto. Duo enim α, β, numerum aliquem γ multiplicantes, efficiant ipsos δ, ε. Dico quod est sicut α ad β, sic est δ ad ε. Quoniã α enim multiplicans ipsum γ, fecit ipsum δ, & γ igitur ipsum α multiplicans, facit ipsum δ, id propterea γ ipsum β multiplicans, ipsum ε fecit. Numerus iam γ duos numeros α, β, multiplicans, fecit ipsos δ, ε. Est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic est δ ad ε, quod oportuit demonstrasse.*

α . . . .
β . . . . .
γ . . .
δ . . . .
ε . . . .

Eucli. ex Camp. *Propositio 20*

20 **SI fuerint quatuor numeri proportionales, quod ex ductu primi in ultimum producetur, æquum erit ei quod ex ductu secundi in tertium. Si uero quod ex primo in ultimum producetur, æquum est ei quod ex secundo in tertium, illi quatuor numeri sunt proportionales.**

CAMPANVS. Quod proposuit Euclides per 15 sexti, de quatuor lineis proportionalibus, proponit hic de quatuor numeris proportionalibus, uerbi gratia. Sit proportio a ad b, sicut c ad d, fiatq; ex a in d, e, & b in c, f: dico quod e & f sunt æquales, & econuerso. Ducatur enĩ a in b, & fiat g, eritq; per 18 g ad e, sicut b ad d, & quia per 17 ex b in a fit g, & ex eodem b in c, f, erit per 18 g ad f, sicut a ad c: æquales igitur sunt f & e, quod est primum. Nec oportet prædemõstrare si unius numeri ad duos sit una proportio, quod sunt æquales, aut si ipsi sunt æquales, quod unius ad ipsos sit una proportio. Si enim est una proportio g ad e & ad f, aut ipse erit tota pars uel partes e quota uel quotæ idem est f, & tunc per conceptionem patet e & f esse æquales, aut toties g continebit e quoties f, & superfluent in eo tota pars uel partes e quota uel quotæ in eodem superfluent f, & tunc etiam per conceptionem patet eos esse æquales. Quod si ipsi fuerint æquales patet per conceptionẽ, quod aut g erit tota pars uel partes e quota uel quotæ f, & tunc per diffinitionẽ erit ipsius g ad utrunq; eorum proportio una, aut æqualiter continebit utrunq; cum superfluitate similium & tot numero partium, & tunc etiam per diffinitionem erit eius ad utrunq; proportio una.

e . . . .
g . . . .
f . . . .
a . . . . . . c . . . .
b . . . d . .

Secundum sic patet. Sit e productus ex a in d, æqualis f producto ex b in c: dico proportio a ad b est, sicut c ad d & est hæc conuersa primæ partis. Sit enim ut prius g, qui fit ex a in b, & quia e & f sunt æquales, erit g ad utrunq; eorum proportio una, & quia ut prius per 18, g ad f sicut a ad c, & ad e sicut b ad e, erit a ad c, sicut b ad d, quare permutatim a ad b, sicut c ad d.

CAMPANI annotatio. Non proponit autem Euclides de tribus numeris continue proportionalibus, quod ille qui ex ductu primi in tertium producitur, sit æqualis quadrato medij, & si ille qui ex primo in tertium producitur, fuerit æqualis quadrato medij, quod illi tres numeri sint continue proportionales, sicut proponit in 16 sexti. de tribus lineis: hoc enim facile demonstratur per hanc 20, medio illorum trium numerorum, æquali assumpto, quemadmodũ in sexto de tribus lineis probatur per quatuor, assumpta quarta æquali mediæ.

Eucli. ex

Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propositio 19

19 Si quatuor numeri proportionales fuerint, qui ex primo & quarto fit, æquus est ei qui ex secundo & tertio. Et si qui ex primo & quarto fit numerus æqualis fuerit ei qui ex secundo & tertio, ipsi quatuor numeri proportionales erunt.

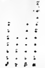
THEON ex Zamberto. *Sint quatuor numeri proportionales α, β, γ, δ, sicut α ad β, sic γ ad δ: & α quidem ipsum δ multiplicans, efficiat ipsum ε, & β ipsum γ multiplicans, efficiat ipsum ζ. Dico quod æqualis est ε ipsi ζ. Ipse autem α ipsum γ multiplicans, efficiat ipsum η. Quoniam igitur α ipsum γ multiplicans, ipsum η fecit, multiplicans autem ipsum δ, ipsum ε fecit, numerus iam α duos numeros γ, δ, multiplicans, ipsos η, ε, fecit, & igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, sic est η ad ε. Sicut autem γ ad δ, sic α ad β: & sicut igitur (per 11 quinti) α ad β, sic η ad ε. Rursus quoniam α ipsum γ multiplicans, ipsum η fecit, sed β ipsum γ multiplicans, ipsum ζ fecit, duo iam numeri α, β, numerum aliquem γ multiplicantes, ipsos fecerunt η, ζ: est igitur (per 18 septimi) sicut α ad β, sic η ad ζ, sed sicut α ad β, sic η ad ε, & sicut igitur (per 11 quinti) η ad ε, sic η ad ζ. Igitur η ad utrunque ipsorum ε, ζ, eandem habet rationem: æqualis igitur est ε ipsi ζ (per 7 quinti). Sit uero rursus æqualis ε ipsi ζ. Dico quod est sicut α ad β, sic est γ ad δ. Eisdem namque dispositis, quoniam α ipsos γ, δ, multiplicans, ipsos η, ε, fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, sic η ad ε. æqualis autem est ε ipsi ζ est igitur sicut η ad ε, sic η ad ζ (per secundam partem septimæ quinti.) Sed sicut quidem η ad ε, sic γ ad δ. sicut igitur γ ad δ, sic η ad ζ: sicut autem η ad ζ, sic α ad β. (per 18 septimi) sicut igitur (per 11 quinti) α ad β, sic γ ad δ. Quod oportebat demonstrare.*

Eucli ex Zamb. Theorema 18 Propositio 20

20 Si tres numeri proportionales fuerint, qui sub extremis æqualibus est ei qui à medio. Et si qui sub extremis æqualibus fuerit ei qui à medio, ipsi tres numeri proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. *Sint tres numeri proportionales α, β, γ, sicut α ad β, sic β ad γ. Dico quod qui ex ipsis α, γ, æquus est ei qui ex β. Ponatur enim ipsi β æqualis δ: est igitur sicut α ad β, sic δ ad γ. Igitur qui ex ipsis α, γ, æquus est ei qui ex β, δ. atqui ex β, δ, æquus est ei qui ex β: æqualis enim est β ipsi δ. Qui igitur ex α, γ, æquus est ei qui β.*

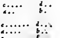
Sed qui ex α, γ, æquus esto ei qui ex β. Dico quod sicut α ad β, sic est β ad γ. Quoniam enim qui ex α, γ, æquus est ei qui ex β, qui uero ex β, æquus est ei qui ex β, δ, est igitur (per undecimam quinti) sicut α ad β, sic δ ad γ, æquus autem est β ipsi δ: est igitur sicut α ad β, sic β ad γ, quod erat demonstrandum.



Euclides ex Campano. Propositio 21

21 NVmeri secundum quamlibet proportionem minimi, numerant quoslibet in eadem proportione, minor minorem & maior maiorem æqualiter.

CAMPANVS. Sint a & b, minimi numeri in sua proportione, sitque c ad d, sicut a ad b: dico quod a numerat c, & b, d, æqualiter. Cum sit enim a ad b, sicut c ad d, erit permutatim a ad c, sicut b ad d: erit igitur a, c tota pars uel partes, quota uel quotæ b, d: si itaque fuerit pars, constat propositum. At si partes, sit e una partium a, & f una partium b, & quia tota pars est e, c per hypothesin quota f, d, erit per diffinitionem proportio e ad c, sicut f ad d, quare permutatim e ad f, sicut c ad d, quare etiam sicut a ad b: non sunt itaque a & b, minimi suæ proportionis, quod est contrarium positis.



Similiter quoq;.

Quotlibet numeri, siue in eadem proportione siue in diuersis minimi, numerant omnes in eadem proportione quisque suum correlarium æqualiter.

Vt si sint a,b,c, minimi in eadem proportione uel in diuersis, sintq; in eadem uel eisdem d,e,f, ita quod sit d ad e, ut a ad b, & e ad f, ut b ad c: dico quod a numerat d, & b, e, & c, f, æqualiter: quia enim est a ad b, ut d ad e, erit permutatim a ad d, ut b ad e: & quia b ad c, ut e ad f, erit etiam permutatim b ad e, ut c ad f, quare b ad e, & c ad f, sicut a ad d, & quia a, b, c, sunt minores d, e, f, erit b, e, & c. f, tota pars aut partes, quota est a, d. Si itaq; pars, constat propositum. At si partes, sit g una partium a, & h una partium b, & k una c, eritq; per præsentem hypothesin tota pars h, e, & k, f, quota g, d: quare per diffinitionem h ad e, & k ad f, sicut g ad d, permutatim igitur erit g ad h, ut d ad e, & h ad k, ut e ad f: quare g ad h, ut a ad b, & h ad k, ut b ad c, quia ergo g, h, k, sunt minores a, b, c, & in eadem proportione, sequitur contrarium positi.

d . . . . e . . . . f . . . .

a . . . . b . . . c . .

d . . . . e . . . . e . . . .

a . . . . b . . . c . .

g . . . b . . k .

Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 21

21 Minimi numeri eandem rationem habentium eis, metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, maior maiorem, minor minorem.

THEON ex Zamberto. *Sint enim minimi numeri eandem rationem habentium ipsis α, β, ipsi γδ & εζ. Dico quod æqualiter γδ ipsum α metitur, & εζ ipsum β. Ipse enim γδ, ipsius α non est partes. Si enim possibile, esto γδ ipsius α partes: & εζ igitur ipsius β eædem partes est, quæ & γδ ipsius α. Igitur quot sunt in γδ, partes ipsius α, tot sunt & in εζ, partes ipsius β. Diuidatur quidem γδ in ipsius α partes, hoc est γη & ηδ. Sic & εζ in ipsius β partes, hoc est εθ & θζ, erit iam æqualis multitudo ipsorum γη & ηδ, multitudini ipsorum εθ & θζ: & quoniam æquales sunt γη & ηδ numeri adinuicem, sunt autem & εθ, θζ numeri inuicem æquales, estq; multitudo ipsorum γη & ηδ æqualis multitudini ipsorum εθ & θζ: est igitur (per 7 quinti) sicut γη ad εθ, sic ηδ ad θζ. Erit igitur (per 12 septimi) & sicut unus antecedentiũ ad unum sequentium, sic omnes antecedentes ad omnes sequentes. Est igitur sicut γη ad εθ, sic γδ ad εζ. Igitur γη & εθ, ipsis γδ & εζ in eadem ratione sunt, minores existentes eis, quod est impossibile. Supponuntur enim ipsi γδ & εζ minimi, eandem rationem habentium eis. Igitur γδ minime partes est ipsius α, pars igitur. & εζ igitur ipsius β eadem pars est quæ & γδ ipsius α, pariter igitur γδ ipsum α metitur, & εζ ipsum β, quod oportebat demonstrare.*

γ . . . η . . . δ

ε . . . θ . . ζ

α . . . .

β . . . .

Huic ex Zamberto propositioni respondet id quod supra, ad 19 addidit Campanus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 22

22 Si fuerint tres numeri, & alij eisdem æquales numero,* cum duobus
ἀνὰ δύο λαμβανόμενοι sumpti & in eadem ratione, fuerit autem perturbata eorum proportio, &
ex æquali in eadem ratione erunt.

THEON ex Zamberto. *Sint numeri α, β, γ, & alij eisdem æquales numero δ, ε, ζ, cum duobus sumpti, & in eadem ratione: sit autem perturbata eorum proportio. sicut quidem α ad β, sic ε ad ζ. & sicut β ad γ, sic δ ad ε. Dico quod & ex æquali est sicut α ad γ, sic est δ ad ζ. Quoniam enim est sicut α ad β, sic ε ad ζ, qui igitur ex α, ζ, (per 20 septimi) æqualis est ei qui ex β, ε. Rursus quoniam est sicut β ad γ, sic est δ ad ε, qui igitur ex δ, γ, æqualis est ei qui ex β, ε. ostensum autem est quod qui ex α ζ, æquus est ei qui ex β, ε. & qui ex α, ζ igitur, (per 20 septimi,) æquus est ei qui ex δ, γ. Est igitur (per 11 quinti) sicut α ad γ, sic δ ad ζ, quod oportebat demonstrare.*

α . . . . . .

β . . . .

γ . . .

δ . . . .

ε . . . .

ζ . . . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 22

22 Si fuerint duo numeri secundum suam proportionem minimi, ipsi erunt adinuicem primi.

CAMPANVS

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, secundum suam proportionẽ minimi: dico quod ipsi sunt contra se primi. Si enim non, numeret eos c secundum d & e: eritq; per 18 d ad e, sicut a ad b, & quia d & e sunt minores a & b, sequitur a & b non esse suæ proportionis minimos, quod est contrariũ positioni.

a . . . . . . b . . . . .
c . .
d . . . . e . . .

Similiter quoq;.

Si fuerint quotlibet numeri in continuatione suarum proportionum (siue eadem siue diuersæ fuerint) minimi, nullus numerus numerabit omnes.

a . . . . b . . . . c . . . . . .
d . .
e . . . . . f . . . . g . . .

Vt si sint a, b, c, minimi in continuatione suarum proportionum: dico quod nullus numerabit omnes. Sin autẽ, numeret os d, a quidem secundum e, b uero secundum f, & c secundum g: eritq; per 18 e ad f, sicut a ad b, & f ad g, sicut b ad c, quia ergo e, f, g, sunt minores a, b, c, & secundum proportionẽ eorum, non erunt a, b, c, quales positi sunt, quod est inconueniens. Quanquã autem nullus numeret a, b, c, si fuerint minimi, potest tamen esse ut quoslibet duos ex eis numeret unus, ducto etenim quolibet numero in aliquem ad se primum, ac utroq; eorum in aliquem tertium ad utrunq; primum, prouenient tres numeri quorum quique duo erunt compositi, nullus tamen numerabit omnes. Sint enim a, b, c, tres numeri quorum quisque sit primus ad alios, ducaturq; a in b & c, & proueniat d & e, itemq; b in c, & proueniat f, dico quosq; duos ex d, e, f, esse adinuicem compositos, tamen nullus numerabit omnes. Duos quosq; patet esse compositos: a enim numerat d & e, b uero d & f, & c, e & f, quod autẽ nullus numeret omnes, patebit, prius demonstrato quod a est maximus numerans d & e, b quoq; maximus numerans d & f, & c maximus numerans e & f. Hoc autem sic constat, si enim a non est maximus numerans d & e, sit itaque g, numeretq; d secundum h, & e secundum k, erit per secundam partem 20 a ad g, sicut h ad b, itemq; per eandem a ad g, sicut k ad c. Quia ergo a est minor g, erit b minor h, & k minor c, & quia b ad k, sicut b ad c, utraque enim est sicut d ad c per 15 bis assumptam, sunt autem h & k minores b & c, erit per immediate sequentem, & per hanc hypothesin, quod b & c sunt contra se primi, reperire minimis minores, quod quia est impossibile, erit a maximus numerans d & e. Eodemq; modo probabitur quod b sit maximus numerans d & f, & c maximus numerans e & f, si quis ergo numerat d, e, f, per correlarium secundæ ter assumptum ipse numerabit a, b, c, sed quisque eorum primus erat ad reliquos. Accidit igitur impossibile.

g . . . . . h . . . . k . . .
a . . . . b . . . c . .
d . . . . e . . . . f . . . . . .

Similiter quoq;.

Quotlibet numeri quos unus non numerat, secundum continuationem suarum proportionum sunt minimi.

a . . . . b . . . . c . . . . . .
d . . . . . e . . . . . f . . .
g . .

Vt sit sint a, b, c, quilibet numeri quos omnes nullus numerat: dico quod ipsi sunt in continuatione suarum proportionũ minimi. Alioquin sint minimi d, e, f, qui per 21 numerabunt a, b, c, quisque suum relatiuum æqualiter: sit ergo ut secundum g, eritq; per 17 ut uiceuersa g numeret a, b, c, secundum d, e, f, quare accidit contrarium positioni.

Eucli ex Zamb. Theorema 21 Propositio 23

23 Primi numeri adinuicem, minimi sunt eandem rationem habentium eis.

THEON ex Zamberto. *Sint primi numeri adinuicem α, β. Dico quod ipsi α, β, minimi sunt eandem rationem habentium eis: si autem α & β non sunt minimi eandem habentiũ rationem eis, erunt aliqui numeri ipsis α, β,* *minores in eadem ratione existentes ipsis α,β, sint autem γ,δ. Quoniam igitur minimi numeri eandem rationem habentium, eis metiuntur eandem rationem habentes pariter, maior maiorem, minor minorem (per 21 septimi) hoc est antecedens ipsum antecedentem, & consequens ipsum consequentem, æqualiter igitur γ ipsum α metitur, & δ ipsum β. Quoties iam γ ipsum α metitur, tot unitates sint in ε, & δ igitur ipsum ζ metitur, per eas quæ in ipso ε sunt unitates, & quoniam γ ipsum α metitur per eas que in ipso sunt unitates, igitur & ε ipsum α metitur per eas quæ in ipso γ sunt unitates. Id propterea & ε ipsum ζ metitur, per eas quæ in ipso δ sunt unitates. Igitur & ε ipsos α,β, metitur primos existentes adinuicem. Quod est impossibile (per 13 diffinitionem septimi.) Non erunt igitur aliqui numeri ipsis α, ζ, minores in eadem ratione existentes ipsis α, ζ. Minimi igitur sunt α & β eandem rationem habentium eis. Quod oportuit demonstrasse.*

α . . . . . .
β . . . .
ε . . .
γ . . . .
δ . . .

Sequens ex Campano 23, præcedenti 23 ex Zamberto respondet: præcedens autem ex Campano 22, sequenti ex Zamberto 24.

Eucli. ex Camp. Propositio 23

23 QVilibet numeri contra se primi, sunt secundum suam proportionem minimi.

CAMPANVS. Hæc est conuersa præmissæ, ut si duo numeri sint a & b contra se primi, ipsi erunt secundum suam proportionem minimi, sin autem, sint minimi in eadem proportione (si possibile est) c & d, constat itaque per 21 quod c numerat a, & d, æqualiter: sit igitur ut secundum e, erit per 17 ut uiceuersa e numeret a & b, a quidem secundum c, & b secundum d: non sunt igitur a & b contra se primi, quod est contra hypothesin.

a . . . . . . b . . . . .
e . .
c . . . . d . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propositio 24. Conuersa præcedentis.

24 Minimi numeri eandem rationem habentium eis, primi adinuicem sunt.

THEON ex Zamberto. *Sint minimi numeri eandem rationem habentium eis α. β. Dico quod α, β, primi adinuicem sunt. Si autem α, β, adinuicem non sunt primi, metietur aliquis numerus ipsos α, ζ, metiatur, & esto γ: & quoties quidem γ ipsum α metitur, tot unitates sint in δ: quoties autem γ ipsum ζ metitur, tot unitates sint in ε. Et quoniam γ ipsum α metitur per eas quæ in δ unitates existunt, igitur & γ ipsum δ multiplicans ipsum α fecit: id propterea & γ ipsum ε multiplicans, ipsum β fecit: numerus igitur γ duos numeros δ, ε, multiplicans, ipsos α β fecit. Est (per 17 septimi, & per 11 quinti) igitur sicut δ ad ε, sic est α ad ζ: ipsi igitur δ, ε ipsis α, ζ, in eadem sunt ratione minores existentes, quod est impossibile. Ipsos igitur α, ζ numeros, numerus aliquis non metietur. Igitur ipsi α, ζ, primi inuicem sunt. Quod demonstrasse oportuit.*

α . . . .
β . . . .
γ . . . .
δ . . .
ε . .

Eucli. ex Camp. Propositio 24

24 SI fuerint duo numeri contra se primi, si quis unum eorum numeret, ad alterum esse primus necessario comprobatur.

CAMPANVS. Sint a & b contra se primi, c uero numeret a. Dico quod c primus est ad b, alioquin, numeret eos d, quæ per penultimam cōceptionem numerabit etiam a, non sunt ergo a & b, contra se primi, d enim nnmerat ambos.

a . . . . b . . . . .
c . . d . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 23 Propositio 25

25 Si bini numeri, primi adinuicem fuerint, unum eorum metiens ad reliquum primus erit.

THEON ex Zamberto. *Sint bini numeri primi adinuicem α & β. Ipsum autem α metiatur aliquis numerus γ. Dico quod & γ. β, primi adinuicem sunt. Si autem γ, ζ non sunt adinuicem primi, metietur ipsos γ, ζ, aliquis numerus: metiatur, & esto δ. Et quoniam δ ipsum γ metitur, & γ ipsum α metitur, & δ igitur ipsum α metitur: metitur autem & β. Igitur δ ipsos α, β, metitur, primos adinuicem existentes, quod est impossibile (per 13 diffi-*

α . . . .
β . . . .
γ . . .
δ . . . .

nitionem

nitionem septimi.) Ipsos igitur ε, γ, numeros numerus aliquis non metietur. Ipsi igitur γ, ε, primi adinuicem sunt, quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 25

25 Si fuerint duo numeri ad alium quemlibet primi, qui ex ductu unius in alterum producetur, ad eundem erit primus.

CAMPANVS. Sit uterque duorum numerorum a & b, primus ad c, & ex a in b sit d. Dico quod d est primus ad c, aliter enim numeret eos e, d, quidem secundum f: eritq; per secundam partem 20, a ad e, sicut f ad b, & quia a & c sunt primi, & e numerat c, ipse erit per 24 primus ad a quare per 23 a & e, sunt secundum suam proportionem minimi: sequitur ergo per 21, ut e numeret b, & quia positum est quod ipse numeret c, non erunt b & c contra se primi, quod est contra hypothesin.

a . . .   b . . . .
c . . . . .
d . . . .
e . .   f . . . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 29 Propositio 26

26 Si bini numeri ad aliquem numerum primi fuerint, & ex eis genitus ad eundem primus erit.

THEON ex Zamberto. Bini enim numeri α, β ad aliquem numerū γ, primi sint, & α ipsum β multiplicans, ipsum δ efficiat. Dico quod ipsi γ, δ, primi sunt adinuicem. Si autem γ, δ, non sunt primi adinuicem, metietur eos aliquis numerus, metiatur, & esto ε. Et quoniam γ, α, primi adinuicem sunt, ipsum autem γ metitur aliquis numerus ε, igitur ε, α, (per 25 septimi) primi sunt adinuicem. Quoties tam ε metitur ipsum δ, tot unitates sint in ζ: & ζ igitur ipsum δ metitur, per eas quæ in ε sunt unitates. Igitur ε ipsum ζ multiplicans, ipsum δ fecit. Sed & α ipsum β multiplicans, ipsum δ fecit: æqualis igitur est qui ex ε, ζ, ei qui ex α, β. Si autem qui sub extremis æquus fuerit ei qui sub medijs, quatuor numeri proportionales sunt (per 19 septimi.) Est igitur (per 11 quinti) sicut ε ad α, sic est β ad ζ. Ipsi autem α, ε, primi: ipsi autem primi, & minimi. minimi autem numeri (per 21 septimi) eandem rationem habentium eis, metiuntur eandem rationem habentes pariter, maior maiorem minor minorem, hoc est antecedens antecedentem, & consequens consequentem. Igitur ε ipsum β metitur. metitur autem & γ, igitur ε ipsos γ, β, metitur primos existentes adinuicem, quod est impossibile (per 13 diffinitionem septimi.) Ipsos igitur γ, δ, numeros, numerus aliquis non metietur. Ipsi igitur γ, δ, primi adinuicem sunt. Quod oportebat demonstrare.

α . .   β . . .
γ . . . . .
δ . . . . . .
ε . . .
ζ . .

Euclides ex Campano. Propositio 26

25 Si fuerint duo numeri contra se primi, qui ex uno eorum in seipsum producitur, ad reliquum est primus.

CAMPANVS. Sint contra se primi a & b, & ex a in se fiat c. Dico quod c primus est ad b: sit enim d, æqualis a, eritq; d primus ad b, & ex a in d, fiet c, per præmissam igitur patet c primum esse ad b, quod proposuimus.

a . . .   b . . . .
c . . . .
d . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 25 Propositio 27

27 Si duo numeri primi adinuicem fuerint, qui ex uno eorum fit, ad reliquum primus erit.

THEON ex Zamberto. Sint bini numeri primi adinuicem α, β, & α seipsum multiplicans, ipsum δ efficiat. Dico quod ipsi β, γ, primi adinuicem sunt. Ponatur enim ipsi α, æqualis δ. Et quoniam α, β, primi adinuicem sunt, æqualis autem est α ipsi δ, & δ, β: igitur primi adinuicem sunt: uterque igitur ipsorum δ, α, ad β primus est. & qui ex δ, α, igitur fit, ad β primus est (per 26 septimi.) Qui autem ex δ. α, fit numerus, est γ, igitur γ, β, primi adinuicem sunt, quod erat demonstrandum.

α . .   β . . . .
γ . . . .
δ . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 27

27 Si duobus numeris ad alios duos comparatis, uterque ad utrunque fuerit primus, qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus producetur erit primus.

CAMPANVS

CAMPANVS. Sint a & b, priores, c & d, posteriores: sitq; uterque duorum a & b, primus ad utrunq; duorum c & d, & ex a in b sit e, & ex c in d, f: dico quod e primus est ad f. Hoc autem 25 ter assumpta euidenter cõcludit. Cum enim fiat e ex a in b, quorũ uterq; primus est a ad c & ad d. erit per ipsam e primus ad c, & itẽ per ipsam primus ad d. Quia item f fit ex c in d, quorum uterq; primus est ad e, erit rursus per ipsam f primus ad e, quod est propositũ.

a . . b . . . . .
e . . . .
c . . . d . . . .
f . . . .

Eucli ex Zamb. *Theorema 26* *Propositio 28*

28 Si bini numeri ad binos numeros uterque ad utrunque primi fuerint, & qui ex eis fient, primi adinuicem erunt.

THEON *ex Zamberto. Bini enim numeri α, β, ad binos numeros γ, δ, uterque ad utrunq; primi sint: & α quidem ipsum β multiplicans, efficiat ipsum ε, & γ ipsum δ multiplicans, efficiat ipsum ζ. Dico quod ε, ζ, primi sunt adinuicem. Quoniam enim uterque ipsorum α, β, ad ipsum γ primus est, & qui ex α, β, igitur fit (per 26 septimi) ad γ primus est: qui autem fit ex α, β, est ε. igitur ε, γ, primi sunt adinuicem. Id propterea & ipsi ε, δ, primi sunt adinuicem: & uterque igitur ipsorum γ, δ, ad ε primus est. & qui ex γ, δ, igitur, ad ε primus est, (per eandem.) Qui autem fit ex γ, δ, est ζ. Igitur ε, ζ, primi sunt adinuicem. Quod erat demonstrandum.*

α . . .
β . . . . .
ε . . . .
γ . .
δ . . . .
ζ . . . .

Eucli. ex Camp. *Propositio 28*

28 SI fuerint duo numeri contra se primi, ducaturq; eorum uterque in seipsum, erunt inde producti contra se primi. Itemq; si in utrunque productorum suum ducatur principium, erunt quoq; producti contra se primi.

CAMPANVS. Sint a & b, contra se primi, ducaturq; uterque in se, & proueniant ex a quidem c, ex b uero d: itemq; ducatur a in c, & proueniat e, & b in d, & proueniat f: dico c & d esse cõtra se primos, itemq; e & f, contra se primos. Est enim per 26 c primus ad d: per eandem igitur erit d primus ad a & ad c, sicq; constat primum, quod est c & d esse contra se primos.

a . .
c . . . .
e . . . .
b . . .
d . . . .
f . . . .

Reliquum sic, est enim uterque duorum numerorum a & c, primus ad utrunq; duorum b & d, itaq; per 27 erit e primus ad f, quod est reliquũ. Non solum autem erit e primus ad f, sed etiam per 25, ad b & ad d, itemq; per eandem f ad a & c. Sicq; si infinities duceretur utrunq; productorum in suum principium, essent omnes producti contra se primi, & non solum, sed quilibet eductus ab a, ad quemlibet eductum a b.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 27* *Propositio 29*

29 Si bini numeri primi adinuicem fuerint, & multiplicans uterq; seipsum fecerit aliquos, qui ex eis fiunt, primi adinuicẽ erunt. Et si qui in principio, genitos multiplicãtes fecerint aliquos, & illi quoq; primi adinuicem erunt, & semper circa extremos hoc continget.

THEON *ex Zamberto. Sint bini numeri primi adinuicem α, β. & α seipsum multiplicans, efficiat γ, ipsum uero γ multiplicãs, efficiat ε. At β seipsum multiplicans, efficiat δ, ipsum autem δ multiplicans, efficiat ζ. Dico quod γ, δ, & ε, ζ, primi sunt adinuicem. Quoniam enim α, β, primi adinuicẽ sunt, & α seipsum multiplicans fecit ipsum γ, igitur γ, β, primi sunt adinuicem (per 27 septimi.) Quoniam igitur γ, β, primi sunt adinuicem, & β seipsum multiplicans ipsum δ fecit, igitur γ, δ, primi sunt adinuicem. Rursus quoniam α β primi adinuicẽ sunt (per eandem) & β seipsum multiplicans, ipsum δ fecit. Igitur α, δ, primi sunt adinuicem (per eandem). Quoniam igitur bini numeri α, γ, ad binos numeros β, δ, uterque ad utrunq; primi sunt (per 27 septimi) & qui ex α, γ, igitur fit ad eum qui ex β, δ, primus est, qui autem ex α, γ, est ε, qui ex δ, β, uero est ζ. igitur ε, ζ, primi sunt adinuicem. Quod oportuit demonstrasse.*

α . . .
γ . . . .
ε . . . .
β . . . .
δ . . . .
ζ . . . .

Euclides ex Campano. Propositio 29

29 SI fuerint duo numeri contra se primi, qui ex ambobus coaceruatur, ad utrunque eorum erit primus. Si uero ex ambobus coaceruatus ad utrunque eorum fuerit primus, duo quoque numeri adinuicem erunt primi.

CAMPANVS. Sint a & b, contra se primi, dico quod ex eis compositus a b, ad utrunque eorum erit primus, & econuerso: nam si d numerat totum a b, & alterum eorum, numerabit per cõmunem scientiam & reliquũ: quare non erunt contra se primi, sed hoc positum fuerat, patet ergo primum. Secũdum sic. Sit a b primus ad utrunque suorum componentiũ qui sunt a & b, dico quod a & b, sunt contra se primi. Posito enim quod d numeret utrunque duorum numerorum a & b, sequitur per cõmunem scientiam quod etiam numeret a b ex eis compositum, quare ad neutrum duorum numerorum a & b, erit a b primus, sed positum erat quod esset ad utrunque. accidit igitur impossibile.

a . . . b . . . .
d . .

CAMPANI annotatio. Eodem quoque modo si coaceruatus ex duobus, primus fuerit ad alterũ, primus quoque erit ad reliquum: ideoque & coaceruati inter se. Sit enim compositus ex a, b, primus ad a, dico quod erit etiam primus ad b, alioqui numeret eos d, qui per conceptionẽ numerabit & a, cum numeret totum & detractum: hoc autem inconueniens, erat enim compositus ex a & b, primus ad a.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28 Propositio 30

30 Si bini numeri, primi adinuicem fuerint, & uterque simul ad alterum ipsorum primus erit. Et si uterque simul ad unum aliquem eorum primus fuerit, & qui in principio numeri, primi adinuicem erunt.

THEON ex Zamb. *Componantur enim bini numeri primi adinuicem, α β & β γ. Dico quod & uterque α β γ. simul ad alterum ipsorum α ϛ, ϛ γ, primus est. Si autem γ α & α β primi adinuicem non sunt, metietur eos aliquis numerus. metiatur, & esto δ. Quoniam igitur δ ipsos γ α & α β metitur, & reliquum igitur ϛ γ metietur. Metitur autem & ϛ α. Igitur δ ipsos α ϛ & ϛ γ metitur, primos existentes adinuicem. quod est impossibile (per 13 diffinitionem septimi.) ipsos igitur γ α & α β numeros, numerus aliquis non metietur. Igitur γ α & α ϛ, primi adinuicem sunt. Id propterea iam & ipsi γ α & β γ. primi sunt adinuicem. Igitur α γ. ad utrunque ipsorum α ϛ & ϛ γ primus est. Sint rursus γ α & α β. primi adinuicem. Dico quod ipsi α ϛ & β γ primi adinuicem sunt. Si enim ipsi α ϛ, β γ, primi non sunt adinuicem, metietur ipsos α ϛ & ϛ γ, numerus aliquis. metiatur, & esto δ, & quoniam δ utrunque ipsorum α ϛ & ϛ γ metitur: & totum igitur γ α, metietur: metietur autem & ipsum α ϛ. Igitur δ ipsos γ α, α ϛ primos adinuicem existentes metietur. quod (per 13 diffinitionem septimi) est impossibile. Ipsos igitur α β & ϛ γ numeros, numerus aliquis non metietur. Ipsi igitur α ϛ & β γ, primi adinuicem sunt. Quod oportuit demonstrasse.*

α . . . . β . . . . . γ
δ . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 30

30 OMnis numerus compositus, ab alio primo numeratur, Zamb. 33

CAMPANVS. Sit a quilibet numerus compositus Dico quod aliquis primus numerat ipsum, quia enim est cõpositus, numerabitur ab aliquo numero qui sit b, qui si fuerit primus. uerum erit quod dicitur: si autem compositus, sit c qui numerat eum, qui etiam per communem scientiam numerabit a: si ergo ipse fuerit primus, constat quod dicitur. At si compositus, necessario numerabit eum alius qui sit d, qui etiam per communem scientiam numerabit a, de quo ratiocinare ut prius Quia ergo quoties occurrit compositus necesse est minorem assumere, qui compositũ occurrentem numeret, sequitur ut tandem deueniatur ad aliquem primum, alioquin accidet impossibile & contrarium petitioni, numerum in infinitum decrescere.

a . . . .
b . . . .
c . . . .
d . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 33

31 Omnis numerus, aut est primus, aut à primo numeratur. Zamb. 34

CAMPANVS. Sit a quilibet numerus, dico ipsum esse primum, uel numerari a primo, quia si non est primus, erit compositus, quilibet autem talis, ab aliquo primo numeratur per præmissam: a igitur, uel primus est uel a primo numeratur, quod proponitur.

a . . . . .
a . . . .
. . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 32

Zamb. 31 **Omnis numerus primus, ad omnem quem non numerat est primus.** 32

CAMPANVS. Sit a numerus primus non numerans b, dico quod a & b, sunt contra se primi: si enim c numerat eos, non est uerum quod a sit primus.

a . . . . . b . . . .
c . .

Eucli. ex Camp. Propositio 33

Zamb. 33 **Si numerus ex duobus productus, ab aliquo primo numeretur, necesse est eundem primum alterum illorum duorum numerare.** 33

CAMPANVS. Sit c productus ex a in b, & sit d numerus primus qui ponatur numerare c: dico quod d numerat a uel b. numeret enim c, secundũ e: si ergo non numerat a, erit primus ad ipsum per præmissam, & ideo erunt secundum suam proportionem minimi per 23, & quia a ad d, sicut e ad b, per secundam partem 20, sequitur ut d numeret b per uigesimamprimam, quod est propositum.

a . . . . b . . . . . .
c . . . .
d . . . e . . . .

CORRELARIVM. Vnde manifestũ est, quod si aliquis numerus numerat productum ex duobus, uel si eidem fuerit cõmensurabilis, cõmensurabilis quoque erit alteri eorũ.

Campanus
30 31 32 33

Quatuor præcedentes ex Campano Euclidis propositiones, quatuor sequentibus ex Zamberto propositionibus hoc præpostero ordine respondent.

33 34 31 32
Zambertus

Eucli ex Zamb. Theorema 29 Propositio 31

Omnis primus numerus, ad omnem numerum quem non metitur primus est. 31

THEON ex Zamb. *Sit primus numerus α, & ipsum β non metiatur. Dico quod ipsi β, α, primi adinuicem sunt. Si autem ipsi α, β, non sunt adinuicem primi, aliquis numerus eos metietur, metiatur γ. ipse γ. non est unitas. Quoniam igitur γ ipsum β metitur, & α non metitur ipsum β, igitur γ ipsi α non est idem. Et quoniam γ ipsos α, β, metitur, & α igitur metitur primum existentem, non existens ei idem, quod est impossibile (per 13 diffinitionẽ septimi). Ipsos igitur α, β, numerus aliquis non metietur. Igitur ipsi α, β, primi adinuicem sunt, quod oportuit demonstrasse.*

α . . . . β . . . .
γ . . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 30 Propositio 32

Si bini numeri multiplicantes se adinuicem fecerint aliquem, factum autem ex eis metitur aliquis primus numerus, & unum eorum qui in principio metietur. 32

THEON ex Zamb. *Bini enim numeri α, β, multiplicantes se adinuicem, ipsum efficiant γ, ipsum autem γ metiatur aliquis numerus primus δ. Dico quod δ, unum ipsorũ α, β, metitur. Ipsum α non metiatur, estque primus δ. Igitur α, δ, primi adinuicem sunt (per præcedentem). Et quoties δ ipsum γ metitur, tot unitates sint in ε. Quoniã igitur δ ipsum γ metitur per eas quæ in ε sunt unitates: igitur δ ipsum ε multiplicans, ipsum γ efficit. Atqui & α ipsum β multiplicãs, ipsum efficit γ: æqualis igitur est qui ex δ, ε, ei qui ex α, β. Est igitur (per 19 septimi) sicut α ad δ, sic β ad ε. Ipsi autem δ, α, primi sunt, primi autem & minimi, minimi uero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, maior maiorem, & minor minorem (per 21 septimi) hoc est antecedens antecedentem, sequens sequentem. Igitur δ ipsum β metitur. Similiter quoque ostendemus quod & si δ ipsum β non metiatur, metietur & α. Igitur δ, unum ipsorum α, β metitur. Quod erat demonstrandum.*

ε . . . .
δ . . .
γ . . . .
β . . . . . .
α . .

Eucli ex Zamb. Theorema 31 Propositio 33

Omnis compositus numerus, sub alicuius primi numeri dimensionem cadit. 33

THEON ex Zamb. *Sit compositus numerus α. Dico quod α sub alicuius primi numeri dimensionem cadit. Quoniam enim α compositus est, metietur eum aliquis numerus (per 14 diffinitionem septimi) metiatur, & esto β, & si β primus est, manifestũ iam est quod quærimus (per eandem.) Si autem compositus, metietur eum aliquis numerus (per eandem) metiatur, & esto γ. Et quoniam γ ipsum β metitur, & β ipsum α metitur, & γ igitur ipsum α metitur, & si quidem γ primus est, manifestum iam est id quod quæritur. Si autem compositus, eum aliquis numerus metietur: tali uero facta consideratione, sumetur aliquis numerus primus qui metietur præcedentem, qui & ipsum α metietur. Si autem non sumetur, metientur ipsum α numerũ infiniti numeri, quorũ alter altero minor est, quod est impossibile in numeris. Sumetur igitur aliquis primus numerus qui metietur præcedentem.*

γ . . .
β . . . .
α . . . .

præcedentem, qui & ipsum α metietur. Omnem igitur compositum numerum, primus aliquis numerus dimetitur. quod oportuit demonstraße.

ALITER *Sit compositus numerus α. Dico quod eum aliquis primus numerus metitur. Quoniam compositus est ipse α, metietur eum aliquis numerus (per 14 diffinitionē septimi) & sit minimus metientiū eum β. Dico quod β primus est. Si autem β, primus non est, metietur igitur eum aliquis numerus. Cadat sub dimēsionem ipsius γ. Igitur γ ipso β minor est, & quoniam γ ipsum β metitur, & β ipsum α metitur, & γ igitur ipsum α metitur minor existens ipso β ipsum α metientium minimo quod absurdum est. Igitur β non est compositus, sed primus,*

α . . . .
β . . .
γ . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 32 Propositio 34

34 Omnis numerus, aut primus est, aut eum aliquis primus metitur.

THEON ex Zamb. *Sit numerus α. Dico quod est α, aut est primus, aut eum aliquis numerus primus metitur. Si quidem primus est α, factum iam est id quod quæritur. Si autem compositus, eum aliquis numerus primus metietur (per 33 septimi.) Omnis igitur numerus, aut primus est, aut eum aliquis primus numerus metitur quod oportuit demonstraße.*

α . . .
α . . . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 34

34 NVmeros secundum proportionem numerorum assignatorum minimos inuenire.

CORRELARIVM

Vnde manifestum est, maximum numerum duos commmuniter numerantem, secundum minimos illius proportionis eos numerare.

CAMPANVS Sint a & b numeri propositi, secundum quorum proportionem uolumus inuenire minimos, si ergo fuerint contra se primi, sunt quales inquirimus: per 23. si autem compositi sumatur (ut docet secunda) maximus eos communiter numerans qui sit c, numeretque eos secundum d & e, eruntque in eadē proportiōe per 18 quos dico esse quales quærimus. Sin autem, sint f & g, qui per 21 numerabunt a & b æqualiter, sit igitur ut secundum h eritque per secundam partem 20 c ad h, sicut f ad d, uel sicut g ad e: quare c est minor h, itaque cum h numeret a & b non fuit c maxima eos numerans, sed erat positum quod sic ergo contra hypothesin.

a . . . . . . b . . . .
c . .
d . . . e . . . .
f . . g . . .
h . . . . .

CAMPANI *additio.*

Nomeros secundum continuitatem proportionum numerorum assignatorum minimos reperire.

CORRELARIVM

Vnde etiam manifestum est maximum numerum quotlibet communiter numerantem, secundum minimos proportionum eorum eos numerare.

Vt si sint a b c secundū quorū proportiones uolumus minimos inuenire: siue fuerint in eadē proportione siue in diuersis. si nullus numerus nūerat eos omnes, ipsi sunt quos quærimus. per 25, hoc enim ibi demonstratum est. Si autē unus numerat omnes, sumatur ut docet tertia maximus eos cōmuniter numerans qui sit d, numeretque eos secundū e f g, qui erunt in eadem proportione per 18. dico eos esse quos quærimus, alioqui sint h k l, qui per 21 numerabunt a b c, æqualiter. sit ut secundum m, eritque per secundam partē 20 d ad m, ut h ad e, uel k ad f, uel l ad g. Minor est igitur d quàm m. quare cum m numeret a b c. non fuit d maximus eos numerans, quare sequitur impossibile: fuit enim d. maximus numerans a b c.

a . . . . . . b . . . . c . . . .
d . .
e . . . f . . . . g . . . . . .
h . . k . . . l . . . . .

Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propositio 35

35 Numeris datis quotcunque, inuenire minimos easdem rationes habentiom eis.

THEON ex Zamberto. Sint dati quotcunque numeri α β γ. Oportet iam inuenire minimos eãdẽ rationem habentium eisdem α β γ. Ipsi enim α β γ, aut primi adinuicem sunt aut non. Siquidẽ ipsi α β γ, primi sunt adinuicem, minimi sunt eandem rationem habentiũ eis (per 23 septimi) Si autẽ non sumatur (per 3 septimi ipsorum α β γ, maxima communis dimensio δ. & quoties δ, unũquenq; ipsorum α β γ, metitur: tot unitates sint in unoquoque ipsorum ε ζ η, & unusquisque igitur ipsorum ε ζ η, unũquenq; ipsorum α β γ, metitur per eas quæ in ipso δ sunt unitates. Igitur ipsi ε ζ η, ipsos α β γ: æque metiuntur. Igitur (per 15 septimi.) ipsi ε ζ η. ipsis α β γ, in eadem sunt ratiõe. Dico iam quod & minimi. Si enim ipsi ε ζ η, non sunt minimi eandem rationem habentium eisdem α β γ: erunt aliqui numeri ipsis ε ζ η, minores in eadem ratione existentes ipsis α β γ. Sint θ κ λ; æquo igitur θ metitur ipsum α. & uterq; ipsorũ κ λ, utrũq; ipsorum β γ. Quoties autem θ ipsum α metitur, tot unitates sint in ipso δ μ, uterq; igitur (per 21 septimi) ipsorum κ λ, utrunq; ipsorum β γ, metitur per eas quæ in μ sunt unitates. Et quoniam θ ipsum α metitur per eas quæ in μ, sunt unitates, & μ igitur ipsum α metitur per eas quæ in θ sunt unitates. Id propterea μ utrũq; ipsorũ β γ, metitur per eas quæ in utrũq; ipsorũ κ λ, sunt unitates. Igitur μ, ipsos α β γ, metitur. Et quoniam θ ipsum α metitur per eas quæ in μ sunt unitates, igitur θ ipsum μ multiplicans, ipsum α, fecit. Id propterea & ε, ipsum δ multiplicans, ipsum effecit α. Aequalis igitur est qui ex ε δ, ei qui ex θ μ, (per 16 septimi.) Est igitur (per 19 septimi,) sicut ε ad θ, sic est μ, ad δ, maior autem est ε, ipso θ, maior igitur est, & μ ipso δ. & metitur ipsos α β γ, quod est impoßibile. Supponitur namq; δ, ipsorum α β γ, maxima communis dimensio. Igitur non erunt aliqui numeri, minores ipsis ε ζ η, in eadem existentes ratione ipsis α β γ. Igitur ε ζ η, minimi sunt eandem rationem habentiũ ipsis α β γ, quod fecisse oportuit.

α . . . . . .
β . . . .
γ . . . .
δ . . .
ε . . .
ζ . . . .
η . . . . . .
θ . .
κ . . .
λ . . . .
μ . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 35

35 QVilibet duo numeri minimos numeros suæ proportionis maior minorem & minor maiorem multiplicantes, minimum ab ipsis numeratum producunt.

CORRELARIVM

Vnde manifestum est minimum quem duo numerant, quemlibet ab eis numeratum numerare.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, minimiq; in eorum proportiõe c & d. eritq; per primam partem 20, ut ex a in d, & b in c fiat idem numerus qui sit e, quem dico esse minimum numeratum ab a & b, aliter enim, sit f, quem numerent a & b secundum g & h, eritque per secundam partem 20, h ad g sicut a ad b, & sicut c ad d, & per 15 erit c ad h, sicut e ad f, cum itaque per 21 c numeret h, e numerabit f, maior minorẽ, quia ergo hoc est impossibile constat uerum esse quod dicitur.

a . . . . b . . . . . .
c . . d . . .
e . . . .
f . . . .
g . . . h . . . .

Eucl. ex Camp. Propositio 36

36 PRopositis quotlibet numeris minimum ab eis numeratum reperire.

CORRELARIVM

Manifestum etiam ex hoc est, minimũ numerum quẽ quotlibet numerant, quemlibet ab eis numeratum numerare.

CAMPANVS. Sint propositi numeri a, b, c, d. Volo inuenire minimum numerum numeratum ab eis. Inuenio itaque primo minimum numeratum ab a & b, quod si a numerat b non erit alius quã b, si autem non numerat eum nec econuerso, si ipsi sunt contra se primi, ex uno in alterũ prouenit, erit minimus per 23, & præmissam Quod si sunt communicantes: sumantur minimi eorũ proportione, ut docet 34 & maiore in minorem eorũ multiplicato, proueniet e, qui erit minimus numeratus ab eis per præmissam. Simili quoque modo inueniatur minimus numeratus ab e & c, qui sit f, eritque f, minimus numeratus ab a b c, sed & minimus quem numerant f & d, sit g, eritque g minimus quem nnmerant numeri propositi, quod enim omnes ipsum numerent

a . . . .
b . . . . . .
c . .
d . . .
e . . . .
f . . . .
g . . . .
h . . . .

merent.patet per conceptionem.sed si non est minimus, ponatur ergo h, quem quia numerãt a & b, numerabit etiã ipsum,e per correlarium præmissæ.per idem quoque correlariũ,numerabit ipsum f,sed & g,maior itaq; numerat minorẽ.qđ est impossibile CAMPANI *additio.* Hæc & præmissa proponitur in alia loco sub tribus conclusionibus, quarũ prima æquiualet præmissæ.secũda componitur ex coerelarijs ambobus. tertia proponit de tribus·quod hæc de quotlibet numeris. Est itaque prima.

Zamb. 36 **Datis duobus numeris, minimum ab eis numeratum inuenire.**

Dati numeri sint a & b, quorũ minor si numerat maiorem, est maior quem quærimus, alio qui maior eorũ numeraret minorẽ se. Si aũt neuter neutrũ numeret, si ipsi sunt cõtra se primi, erit qui ex a in b prouenit (qui sit c) minimus omniũ quẽ numerãt a & b. Nã si minorẽ eo numerauerint, esto d, quẽ nũerent secundũ e & f, eritq; per secũdã partẽ 20 a ad b, sicut f ad e, & quia a & b sunt suæ proportionis minimi per 33, numerabit a f, per 21. & quia per 15 est c ad d sicut a ad f, nã ex b in a & f fiũt c & d, sequitur c numerare d. sed erat d minor c, quare impossibile. Si autẽ a & b sint cõmunicantes, negociare propositũ ut in 35. Secunda trium conclusionũ ex ambobus correlarijs est confecta.

a... b....
c............
d..........
e.. f.....

Zamb. 37 **Si plures numeri numerum unum numerent, necesse est ut minimus quem numerant eundem numerum numeret.**

Vt si sit quilibet numerus quẽ nũerat a & b, d: minimusq; ab eisdẽ numeratus c. erit ut c, numeret d. cum enim sit d maior c, si c non numerat ipsum· numerabit tamen aliquid eius. sitque plurimum quod numerat e, & residuũ sit f, eritq; f minus c, quia igitur a & b numerãt c: numerabũt per cõmunem scientiã & e sed numerabunt d, itaque per aliam cõmunẽ sciẽtiã numerabũtur f, inconueniens ergo sequitur quod c non fuit minimus quẽ numerãt a & b idẽ quod cõuinces & eodẽ modo de quolibet nũerato a quotlibet pluribus, scilicet quod minimus ab illis quotlibet pluribus numeratus eundem numeret. Vltima trium conclusionum.

a... b...
d
c.......... f...
e......

Zamb. 38 **Propositis tribus numeris, minimum numerorum ab eis numeratorũ inuenire.**

Tres numeri propositi sint a, b, c, minimusq; quem numerant a, & b, sit d, qui sumetur ut prima trium conclusionum docet. Si igitur c numerat d, scito d esse quem quærimus. Si enim a, b, c, minorem eo numerant, sit e, quem per præmissam conclusionem numerabit d, quod est impossibile. Si autem c non numerat d· sumatur e minimus numeratus ab eis. Quod autẽ e numeretur ab a, b, c, patet, quia c numerat ipsum. & d similiter, ergo & a, b: qui numerant d, quare e numerabitur ab a, b, c Eritq; e minimus quẽ numerant a, b, c. Sin autem, sit f, quem per præmissam conclusionem numerabit d, sed c numerat f, quia a, b, c, numerantũ e, quare c, d numerabunt eum, quare c, d, numerabunt eum: quare per præmissam e numerabit eum, maior minorem, quod esse non potest Idem inuenies & eodem modo: quotlibet propositis.

a... b.... c.......
d............
e..........

a... b.... c........
d............
e..............................
f..................

Duæ præcedentes ex Campano propositiones, 35 scilicet & 36, tribus ex Zamberto sequentibus Euclidis propositionibus sic respondent, ut correlarium 35 ex Campano, 37 ex Zamberto respondeat. 36 autem ex Campano, sit ad 36 & 38 ex Zamberto propositiones uniuersales.

Eucli. ex Zamb. *Problema* 4 *Propositio* 36

36 **Duobus numeris datis, inuenire quem minimum metiũtur numerum.**

THEON ex Zãb. *Sint dati bini numeri α ϐ. oportet iam inuenire quem minimũ numerũ metiuntur. ipsi α ϐ certe aut primi sunt adinuicem, aut nõ. Sint prius α, β, primi adinuicẽ & α, ipsum ϐ, multiplicans. efficiat ipsum γ, & igitur ipsum α multiplicans, ipsum effecit γ, (per 16 septimi. igitur ipsi α, ϐ, ipsum γ metiuntur. Dico iam quod & minimum. Si autem non, ipsi numeri α ϐ, metiuntur aliquem numerum minorem existentem γ, metiantur, & esto δ, &*

quoties α, ipsum δ, metitur, tot unitates sint in ι, quoties autē ε, ipsum γ, metitur, tot unitates sint in ζ. Igitur α, ipsum ι, multiplicans, effecit ipsum δ, & β, multiplicans ipsum γ, effecit ipsum δ, æqualis igitur est qui ex α ι, ei qui ex ε ζ. est igitur (per 15 septimi,) sicut α ad β, sic est ζ, ad ι, ipsi autē α β, sunt primi, primi autē (per 23 septimi,) & minimi, minimi uero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter: maior maiorē, & minor minorem. Igitur (per 21 septimi) β, metitur ipsum ι, sequēs uidelicet sequentē. Et quoniā α, ipsos ε, ι, multiplicās ipsos γ, δ, fecit. est igitur (per 17 septimi,) sicut ε, ad ι sic γ ad δ. At β, ipsum ι, metitur, metitur ergo & γ, ipsum δ, maior minorē, quod est impossibile. Igitur ipsi α, ε, non metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso γ, quando ipsi α, ε, primi adinuicem fuerint. Igitur γ, minimus est qui sub ipsorum α, β, dimensionem cadit. Non sint primi ipsi α, β, adinuicem, & sumantur (per 33 septimi) minimi numeri eandem rationem habentium ipsis α, β, sintq; ζ, ι, æqualis igitur est qui ex α, ι, ei qui ex ε, ζ, (per decimamnonam septimi,) & α, ipsum ι multiplicans: efficiat ipsum γ, & β, igitur ipsum α multiplicās effecit ipsum β. Igitur α, β ipsum γ, metiuntur. Dico iam quod & minimum, si non: metiuntur ipsi numeri α, β, aliquē numerum minorem existentem ipso γ, metiantur, & esto δ, & quoties quidem α, ipsum δ, metitur: tot unitates sint in ε. Quoties autem β, ipsum δ metitur: tot unitates sint in θ, α, igitur ε multiplicans: effecit ipsum δ, ipse β, uero ipsum θ, multiplicans, effecit ipsum δ, æqualis igitur est qui ex α, ε, ei qui ex β, θ. Est igitur (per decimānonā septimi,) sicut α, ad β, sic est θ, ad ε. Sicut autem α, ad β, sic ζ ad ι, & (per undecimam quinti,) igitur sicut ζ, ad ι, sic θ ad ε, ipsi autem ζ, ι: minimi uero eandem rationem habentes æque metiūtur: maior maiorem, & minor minorem, (per 21 septimi) igitur ι, ipsum ε, metitur, & quoniam α, ipsos ι, ζ, multiplicans, ipsos fecit γ δ, est igitur, (per 17 septimi,) sicut ι ad ε, sic est γ, ad δ. At ι, ipsum ε metitur, & ι, igitur ipsum δ, metitur, maior minorem, quod est impossibile. Ipsi igitur α, β, non metientur aliquem numerum minorem existētem ipso γ, igitur γ, minimus existens: sub ipsorum α, β, dimensionem cadit, quod oportuit facere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 33 Propositio 37

37 Sibini numeri numerum aliquem mēsi fuerint, & minimus qui sub eorum dimensionem cadit, eundem metietur.

THEON ex Zamberto. Bini enim numeri α, β, numerum aliquem γ δ metiantur, minimus uero sit ε. Dico quod ε quoque ipsum γ δ, metitur. Si autem ε, ipsum γ δ, non metitur, ipsum δ ζ, metiens ipse ε, relinquat seipso minorem hoc est γ ζ, & quoniam ipsi α ε, ipsum ε metiuntur, at ε, ipsum δ ζ, & ipsi α, ε, igitur ipsum δ ζ, metientur, metiuntur autē & totum δ, & reliquū igitur γ ζ, metientur minorem existentem ipso γ: quod est impossibile. Haud igitur non metitur ε, ipsum γ δ, metitur ergo quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propositio 38

38 Tribus numeris datis, inuenire quem minimum numerū metiuntur.

THEON ex Zamberto. Sint dati numeri α, ε, γ, oportet iam inuenire, quem minimum numerum metiuntur. Suscipiatur enim (per 36 septimi) minimus numerus δ, qui sub ipsorum α, β, dimensionem cadat. Iam γ, ipsum δ, aut metitur, aut non metitur. metiatur prius, metiuntur autem & ipsi α, β, ipsum γ. Igitur ipsi α, ε, γ, ipsum δ, metiuntur. Dico quod & minimum. Si autem non: ipsi α, β, γ, numeri metientur numerum minorem ipso δ, metiantur ε. Quoniam ipsi α, ε, γ, ipsum ε, metiuntur, igitur & α, ε, ipsum ε metiuntur, & minimus igitur quem ipsi α, β, metiuntur, metietur ipsum ε, per 37 septimi. At minimus quem ipsi α, ε, metiuntur, est δ. Igitur δ, ipsum ε, metietur, maior minorē, quod est impossibile. Ipsi α, ε, γ, igitur, non metientur numerum aliquem minorem existentem ipso δ, igitur ipsi α, ε, γ, minimum δ, metiuntur. Non metiatur rursus γ, ipsum δ, & suscipiatur (per 36 septimi) minimus numerus ε, quem metiuntur ipsi γ, δ. Quoniam α, ε, ipsum δ, metiuntur, at δ, ipsum ε, metitur, & α, ε, ipsum ε, igitur metiuntur. metitur autem & γ, ipsum ε, igitur ipsi α, ε, γ, ipsum ε, metiuntur. Dico quod & minimum, si autem non ipsi α, ε, γ, metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso ε, metiantur ζ. Quoniam ipsi α, β, γ, ipsum ζ, metiuntur, & ipsi α, ε, igitur ipsum ζ, metiuntur, & minimus igitur quem α, ε, metiuntur, ipsum ζ, metietur (per 37 septimi,) minimus aūt quē ipsi α, ε, metiūtur, est δ, igitur δ, ipsum ζ, metitur, metitur aūt & γ, ipsum ζ. Igitur ipsi δ, γ, ipsum ζ, metiuntur, quare (per eandē) & minimus quē ipsi γ, δ, metiūtur ipsum ζ, metietur. At minimus quem ipsi γ, δ, metiūtur, est ε. Igitur ε ipsum ζ metitur maior minorem, quod est impossibile. ipsi α, β, γ, igitur non metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso ε. Igitur ε minimus est, quem ipsi α, β, γ, metiuntur, quod oportebat facere.

Eucli. ex Camp. Propositio 37

37 Si numerus aliquis alium numerum numeret, erit in numerato pars à numerante denominata.

CAM-

CAMPANVS Huius sensus est, quod omnis numerus numeratus a ternario: habet tertiam, & numeratus a quinario: habet quintam sicq; de cæteris ut si b numeret a, erit in a pars denominata a b. nūeret enim ipsum, quoties unitas in c, eritque per 16 ut c quoque toties numeret a, quoties unitas in b, quare tota pars est c, a: quota unitas b, & quia unitas est pars omnis numeri ab ipso denominata per communem scientiam: erit c pars a, denominata a b, quod est propositum.

unitas
.
e . . . c . .
a . . . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 34 Propositio 39

39 Si numerum aliquis numerus metiatur, mensus cognominatam partē habebit metienti.

THEON ex Zamb. Numerum enim α, numerus aliquis ε, metiatur. Dico quod α, cognominatam partem habet ipsi ε. Quoties enim β, ipsum α metitur, tot unitates sint in γ. Quoniam ε, ipsum α, metitur per eas quæ in γ, sunt unitates, metitur autem & δ, unitas ipsum γ, per eas quæ in eo sunt unitates, æque igitur (per 15 septimi,) δ, unitas ipsum γ, numerum metitur, & ε, ipsum α. Vicißim igitur (per 15 eandē,) æque δ unitas ipsum ε metitur numerū, γ, ipsum α. Qualitatis igitur pars est δ, unitas ipsius β, nūeri talis pars est & γ, ipsius α. At δ, unitas pars est ipsius β ei cognominata, & γ, igitur ipsius α, pars est cognominata ipsi β. Quare α, partem habet γ cognominatam ipsi β, quod erat demonstrandum.

α . . . .
ε . . . .
γ . . .
δ .

Eucli. ex Camp. Propositio 38

38 SI numerus aliquis partem quotamcunque habeat, numerabit ipsum numerus ad illam partem dictus.

CAMPANVS Hæc est cōuersa præmissæ: cuius est intētio, quod omnis numerus habens tertiam, numeratur a ternario, & habens quintam, a quinario. sicque de cæteris, ut si b sit pars a denominata a c, sequitur ut c nūeret a, quia enim b est pars a denominata a c, sed & unitas est pars c denominata ab ipso c per conceptionem, sequitur ut quoties unitas numerat c, toties b numeret a, itaque per 16 quoties unitas b, toties c, numerat a, quare constat propositum. Aliter idem. Cum sit b pars a, sit tota unitas c, eritque per hanc communem scientiam, unitatem esse partem omnis numeri ab ipso denominatam c, denominans b in a & quia est b in a quoties unitas in c, evidenter sequitur propositum per 16.

unitas
.
b . . c . . .
a . . . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 35 Propositio 40

40 Si numerus partem habuerit quamlibet, eum numerus cognominatus parti, metietur.

THEON ex Zamb. Numerus inquam α, partem habeat quamlibet β, & ipsi ε, parti cognominatus sit numerus γ. Dico quod γ, ipsum α, metitur. Quoniam enim β, ipsius α, pars est cognominata ipsi γ, est autem & δ unitas ipsius γ, pars cognominata ei: qualis igitur pars est δ, unitas ipsius γ, numeri: talis pars est & ε ipsius α, æque igitur δ unitas ipsum γ numerum metitur: & β, ipsum α. Vicißim igitur (per 15 septimi,) æque δ, unitas ipsum ε numerum metitur: & γ ipsum α, & γ igitur ipsum α metitur quod erat demonstrandum.

α . . . .
β . . . .
γ . .
δ .

Eucli. ex Camp. Propositio 39

39 NVmerorum mioimum, propositatum denominationum habeotem partes inueoire.

CORRELARIVM

Ex quo manifestū est, quod minimus oumerus numeratus a quolibet, est minimus habens partes denominaras ipsis.

CAMPANVS. Sint a, b, c, d denominantes partes propositas. & e minimus numeratus ab eis sumptus secundum 36. Ipsum e dico esse quem quærimus Sint enim secundū quos numerant ipsum f, g, h, k: eritq; per 16 & hāc cōmunem scientiam, unitas est pars omnis numeri ab ipso dicta. ut uiceuersa f, g, h, k numerent e secundum a, b, c, d, quare sunt partes eius ab illis dictæ. est igitur e babens partes propositarum denominationum. Minimus etiā, quoniam si alter fuerit ut l, sint partes l dictæ ab eis m, n, p, q: eritq;

e . . . .
a . . f . . . . .
b . . . g . . . .
c . . . . h . . .
d . . . . . k . .

per 16 & prædictam communem scientiam a,b,c,d, uiceuersa partes l dictæ ab m,n,p,q, quare non erat e minimus quem numerãt a,b,c,d, quod est inconueniens.

CAMPANI annotatio. Habito minimo, si cura est habere secundum, aut quotũcunque libet, si secũdum quidem sum, e duplũ minimi, si tertiũ, triplũ, & ad hunc modũ in alijs. Cum enim omnis multiplex ipsius e numeretur ab a,b,c,d, per hanc communẽ scientiã omnis numerus numerans alium, numerat omnem numeratũ ab illo: necesse est per 37 ut omnis multiplex e habeat partes denominatas ab a,b,c,d, si itaque duplus e, nõ fuerit secundus habens partes propositarũ denominationũ, erit alius, quẽ sicut sequitur esse maiorem e, sic sequitur esse minorem duplo, & quia illum numerant a,b,c,d, per 35: sequitur per correlarium 36 quod e numeret eũdem, quod est impossibile, cum enim numeret se: numeraret per hanc cõmunẽ scientiam, omnis numerus numerans totũ & detractũ: numerat residuum, differentiam illius ad se, quæ cum sit minor eo, maior numerus numeraret minorem, quod esse non potest. Sequitur itaque duplum e, esse secundum numerũ habentem propositarum denominationum partes. Similiter quoque argues triplum e esse tertium: probato duplo esse secũdum. alioqui quia esset triplo minor & duplo maior: sequeretur e numerare aliquem inter ipsius duplum & triplum, quod ut prius patet, est impossibile: probato autem triplo esse tertium: ad huius similitudinem probabis quadruplum esse quartum, & sic in cæteris.

l ....
m ....
n ......
p ....
q ...

CAMPANI additiones.

Minimum numerum habentem partes propositarum denominationum sumptarum continue, reperire.

Vt minimum numerum habentem secundam quæ secunda habeat tertiam, quæ etiam terna habeat quartam, aut qualitercunque contingat eas ab eisdem uel diuersis denominari. Multiplicare oportet denominatorem primæ partis in denominatorem secundæ, & ex eis productum in denominatorem ternæ, productumque quoque in denominatorem. sicque de cæteris usque ad ultimam, a prima, uel usque ad primam ab ultima, & qui prouenerit erit qui inquiritur, ut proposito 60 uel 54. Hoc autem ita esse demonstratiue sic habeto. Sint numeri partes propositas denominantes a,b,c, uolumus inuenire minimum numerum qui habeat partẽ denominatam ab a, ita quod illa pars habeat partem denominatã a b, sed & hæc aliã dictam a c. Ducatur itaque c in b, & proueniat e, & e in a, & proueniat f, eũ dico esse quem quærimus. Cum enim f proueniat ex a in e, erit e pars f dicta ab a, sed & propter hoc erit c pars e dicta a b, & quia unitas est pars c dicta ab ipso c, patet f habere partes ut proponitur. Si ergo f non fuerit minimus: sit g, sitq́ h pars eius dicta ab a & k pars h dicta a b, l quoque pars k dicta a c, eritq́ per 15, f ad g, ut e ad h & e ad h, ut c ad k, itemq́ c ad k, ut unitas ad l, quare permutatim f ad e, ut g ad h, & e ad c, ut h ad k, & c ad unitatẽ ut k ad l, ergo per 15, erit in proportione æqualitatis f ad unitatẽ, ut g ad l, ergo permutatim erit f ad g, ut unitas ad l, quare cũ g sit minor f, erit l minor unitate, sequitur igitur impossibile: partẽ numeri, minorẽ esse unitate erit itaque f minimus, habẽs partes ut proponitur. Quo inuento si cura fuerit habere secũdum aut quotũcũq; libet, per minimi multiplices (ut prius dictum est) sumendi erunt, hoc autem 39 proponitur in alio secundum hunc modum.

f ....
e ....
c .... b ... a ..
unitas
.
g ....
h ....
k ....
l ..

Propositis partibus quotiscunquelibet, minimum numerum eas continentium inuenire.

Vt si partes propositæ sint a,b,c, sintq́ eas denominantes d,e,f, & sumatur minimus quẽ numerant d,e, f, qui sit g. hũc dico esse quem quærimus, erunt enim in eo propositæ partes per 37, qui si nõ fuerit minimus eas continens: sit ergo h, quem numerabunt d,e,f, per 35 igitur non erit g minimus numeratus ab eis. quod est inconueniens, quia minimus erat:

a tertia d ...
b quinta e .....
c sexta f ......
g ....
h ....

CAMPANI annotatio. Intelligo uero partes a,b,c, indeterminate poni, non sub quantitate certa, aliter enim non esset necessarium ut minimus numerus quem numerant d, e,f, esset e,f,esset minimus continens partes propositas,plurimas enim contingit partes reperire,quas numerus numeratus ab eorum denominatoribus non continet,uerbi gratia Tres numeri qui sunt 120.90.& 72.sunt eiusdem numeri partes,primus quidem tertia, secũdus uero quarta,& tertius quinta,nec tamẽ minimus quẽ numerant denominatores eorũ qui est 60:partes istas cõtinet Instandũ igitur est(si partes sub certa quãtitate ponantur)primæ consequentiæ huius demõstrationis.Non enim sequitur ut arguit per 37 si ternarius hunc numerat,ergo hic numerus positus est eius tertia,sed ergo habet tertiam,quapropter idem est quod proponitur secundum utrunq; modũ, sed secundum primum:conuenientius uidetur quod intẽditur proponi Attendere autem oportet cum omnis pars habeat quantitatem.quod in eo cõtingit ponere quotlibet & quaslibet partes secundum quantitatem,& inquirere quis minimus eas continet: & sub quibus denominationibus Minimum autem eas continentem constat esse minimum numeratum ab eis:secundum quos uero numerat:sunt qui illas in illo denominant Contingit iterum ponere quotlibet & quaslibet denominationes,& inquirere in quo minimo hæ denominationes reperiuntur & secundum quas quantitates. Minimum quoque constat esse minimum numeratum ab illis,secundum quos uero numerant:sunt qui quantitates determinãt,utrobique autem idcirco inquiritur minimus, quia infiniti sunt hinc quidem qui has partes continent,inde uero in quibus hæ denominationes reperiuntur.Contingit rursus ponere quotlibet partes & totidem denominationes uel quotlibet denominationes &totidem partes,non autem quaslibet cũ quibuslibet:sed certas cum certis.Si enim ponam partes tres,quatuor,quinque & denominationes earum 6,7,8,& inquiram quis numerus continet has partes sub istis denominationibus:similis ero inquisitori uano quærenti impossibile. Certas igitur conuenit ponere partes cum denominationibus certis & nõ ut cõtingit,& inquirere quis numerus positas partes sub positis denominationibus continet,non autem quos minimus,unicus enim est,nam siue proposita fuerit una pars & una denominatio, siue plures & plures,non erit sumere plures numeros quod propositum erit cõtinentes. Solus enim est cuius ternarius est quinta:non plures.Solus quoque cuius ternarius octaua,& senarius quarta:nõ plures.Ideoq; proponẽtem partes & denominationes ipsarum in toto,non est quærere quis minimus continet has partes sub istis denominationibus:sed quis unus continet proponentem autem partes tantũ,cõtingit quærere quis minimas continet & à quibus in eo denominantur:solas quoque proponẽtem denominationes,cõuenit quærere quæ partes ab illis dictæ & in quo minimo reperiuntur Conuenientius autem uidetur partes per denominationes,inquirere, quã denominationes per partes,diuersitatem quidem denominationum nõ partium:comitatur proportionum diuersitas.

Eucli.ex Zamb. Problema 6 Propositio 41

41 **Numerum inuenire,qui minimus existens habeat datas partes.**

THEON ex Zamb. *Sint datæ partes α,β,γ,oportet iam numerum inuenire, qui minimus existens habeat ipsas α,β,γ.partes.Sint (per 39 septimi,)ipsæ α,β,γ,partes cognominatæ numeris δ,ε,ζ,& sumatur,(per 38 septimi η,minimus numerus, quem δ,ε,ζ.metiuntur. Quoniam igitur ipsi δ,ε,ζ,metiuntur η, cognominatam partem habet η,ipsis δ,ε,ζ,(per 39 septimi.ipsis aũt δ,ε,ζ,cognominatæ partes sunt α,β,γ.Igitur η,habet partes α,β,γ.Dico quod & minimus existens Si autẽ η,non existat minimus habens ipsas α,β,γ,partes:erit aliquis numerus minor ipso η,qui habebit ipsas partes α,β,γ. Sit (per 40 septimi,) θ,quoniam θ,habet ipsas partes α,β,γ,igitur numeri cognominati partibus α,β,γ, metientur ipsum θ,partibus autem α,β,γ,numeri δ,ε,ζ,cognominatæ sunt.Igitur ipsi δ,ε,ζ. ipsum θ metientur, qui minor est ipso η. Quod est impossibile.Non erit igitur aliquis numerus minor ipso η:qui habeat ipsas α,β,γ,partes:quod oportebat demonstrare.*

a secunda d ..
b tertiæ e ...
c quarta f ....
g ....
h ....

SEPTIMI LIBRI FINIS

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEMENTORVM LIBER OCTAVVS.

Ex Campano. Diffinitiones

Latera numerorum dicuntur, quorum multiplicatione numeri producuntur. 2 Superficialis appellatur numerus, qui sub duobus lateribus continetur. 3 Solidus uero, qui sub tribus, ex quorum continua multiplicatione habet procreari. 4 Quadratus, est numerus superficialis æqualibus lateribus consistens. 5 Cubus, est solidus æqualibus consistens lateribus. 6 Similes dicuntur numeri superficiales siue solidi, quorũ latera sunt proportionalia.

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 SI numerorum quotlibet continuæ proportionalitatis duo extremi fuerint contra se primi, eos omnes secundum suam proportionem minimos esse necesse est.

CAMPANVS. Sint continue proportionales a, b, c, duoque extremi qui sunt a, c, sint contra se primi, dico quod in eadem proportione non reperientur totidem minores. Si autem contingit: sint d, e, f, eritque per 15 septimi, a ad c, sicut d ad f, & quia a & c sunt minimi in sua proportione per 23 eiusdem, sequitur per 21 ut a numeret d, & c, f, maiores scilicet minores, quod esse non potest.

a . . . . b . . . . . . c . . . .

d . . . e . . . . . f . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 SI fuerint quotcunque numeri continue proportionales extremi uero ipsorũ primi adinuicem fuerint, minimi sunt eãdem rationem habentium eis.

THEON ex Zamberto. *Sint quotcunque numeri continue proportionales α, β, γ, δ, extremi autem ipsorum hoc est α, δ, primi sint adinuicem. Dico quod ipsi α, β, γ, δ, minimi sunt eandem rationem habentium eis. Si autem non: sint minores ipsis α, β, γ, δ, ipsi ε, ζ, η, θ, in eadem ratione existentes eis. Et quoniam ipsi α, β, γ, δ, in eadem sunt ratione ipsis ε, ζ, η, θ, & æqualis est multitudo ipsorum ε, ζ, η, θ, at α, δ, multitudini ipsorum α, β, γ, δ, æque igitur est sicut α ad δ, sic ε, ad θ. primi sunt adinuicem. primi uero, & minimi (per 14 septimi,) minimi autem numeri metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, antecedens antecedentem, & sequens sequẽtem (per 21 septimi.) Metitur igitur α, ipsum ε, maior minorem, quod est impossibile. Igitur ipsi ε, ζ, η, θ. minores existentes ipsis α, β, γ, δ, in eadem non sunt ratione ipsis. Igitur α, β, γ, δ, minimi sunt eandem rationem habentium eis quod oportebat demonstrare.*

α . . . .
β . . . .
γ . . . .
δ . . . .
ε . . . . . .
ζ . . . .
η . . . .
θ . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 NVmeros quotlibet continuæ proportionalitatis, secundum proportionem datam minimos, inuenite,

CORRELARIVM

Vnde manifestum erit, quòd si fuerint tres numeri continuæ proportionalitatis secundum eam minimi, duo extremi erunt quadrati, quod si fuerint quatuor, erunt extremi cubi.

CAMPANVS Sint datæ proportionis minimi, a & b ducaturq; a in se, & fiat c, & in b, & fiat d, b, quoque in se, & proueniat e, eruntque c, d, e, continue proportionales in proportione a ad b per 18 & 19 septimi. Et quia c & e sunt contra se primi per 25 eiusdem: erunt c, d, e, secundum datam proportionem minimi per præmissam. Ducatur iterum a in omnes illos, & proueniant f, g, h, & b in e, & proueniat k, & erunt etiam f, g, h, k, continue proportionales in proportione a, ad b, per 18 & 19 septimi: minimi quoque per 25 eiusdem & præmissam. Hac uia & ratione inuenientur quinque, uel sex, uel quotlibet.

a ..
b ...
c ....
d ......
e ....
f ....
g ....
h ....
k ....

2 Eucli ex Zamb. Problema 1 Propositio 2

Numetos inuenire continue proportionales minimos, quotcunq; imperauerit quispiam, in data ratione.

THEON ex Zamberto. Sit data ratio in minimis numeris, ipsius α ad β, oportet iam numeros inuenire continue proportionales minimos quotcunque imperauerit quispiam in ipsius α ad β, ratione. Imperentur iam quatuor, & α, seipsum multiplicans, efficiat γ, ipsum uero β, multiplicans, efficiat ipsum δ: & insuper β, seipsum multiplicans, ipsum efficiat ε. Et insuper α, ipsos γ, δ, ε, multiplicans, ipsos ζ, η, θ, faciat, at β, ipsum ε, multiplicans efficiat ipsum κ. Et quoniam α, seipsum multiplicans ipsum effecit γ, ipsum autem β, multiplicans fecit ipsum δ, numerus iam α, binos numeros α, β, multiplicans effecit γ, δ. Est igitur (per decimāseptimā septimi,) sicut α, ad β, sic est γ, ad δ. Rursus quoniā α, ipsum β, multiplicans ipsum δ, fecit, at β, seipsum multiplicans ipsum fecit ε, uterque igitur ipsorum α, β, ipsum β, multiplicans effecit utrunque ipsorum δ, ε. Est igitur (per 18 septimi, sicut α, ad β, sic est δ ad ε. Sed sicut α, ad β, sic est γ, ad δ, & sicut igitur (per undecimam quinti,) γ, ad δ, sic est δ, ad ε. Et quoniam α, ipsos γ, δ, multiplicans ipsos ζ, η, fecit, est igitur (per 17 septimi,) sicut γ, ad δ, sic est ζ, ad η, Sicut autem γ, ad δ, sic erat α, ad β, & sicut igitur (per undecimam quinti,) α, ad β, sic est ζ, ad η. Rursus quoniam α, ipsos δ, ε, multiplicans, ipsos effecit η, θ, est igitur (per eandem 17,) sicut δ ad ε, sic est η ad θ, sed sicut δ ad ε, sic est α, ad β, & sicut igitur (per undecimam quinti) α, ad β, sic η, ad θ. & quoniam ipsi α, β, ipsum ε, multiplicantes, ipsos effecerunt θ, κ: est igitur (per 18 septimi, sicut α ad β, sic θ, ad κ, patuit autem quod & sicut α ad β, sic ζ, ad η, & η ad θ, & sicut igitur (per undecimam quinti,) ζ ad η, & η ad θ, sic est θ ad κ. Igitur ipsi γ, δ, ε, & ζ, η, θ, κ, proportionales sunt in ipsius α ad β ratione. Dico quod & minimi quoniam, enim ipsi α, β, minimi sunt eandem rationem habentium eis, minimi autem eandem rationem habentium primi sunt adinuicem (per 21 septimi,) ipsi α, β, igitur primi sunt adinuicem, & uterque ipsorum α, β, seipsum multiplicans, utrunque ipsorum γ, ε, fecit: utrunque autem ipsorum γ, ε, multiplicans: utrunque ipsorum ζ, κ, fecit. Igitur (per uigesimamnonam septimi,) ipsi γ, ε, & ζ, κ, primi sunt adinuicem. Si autem fuerint quotlibet numeri continue proportionales, extremi autem ipsorum primi adinuicem fuerint: minimi sunt eandem rationem habentium eis, (per primam octaui.) ipsi γ, δ, ε, igitur & ζ, η, θ, κ, minimi sunt eandem rationem habentium ipsis α, β, quod oportuit fecisse,

α ...
β ....
γ ....
δ ....
ε ....
ζ ....
η ....
θ ....
κ ....

PORISMA siue correlarium. Proinde manifestum est, quod si tres numeri continue proportionales minimi fuerint eandem rationē habentium eis: extremi eorum quadrati sunt, si autem quatuor, cubi.

Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 SI numeri quotlibet continue proportionales secundum suam propor

proportionem fuerint minimi, duos eorum extremos cõtra se primos esse necessario comprobatur.

CAMPANVS. Hæc tertia est conuersa primæ. Sint enim a, b, c, d, cõtinue proportionales, & secundum suam proportionem minimi, dico quod a & d extremi, erunt ad inuicem primi, minimi enim in proportione a ad b, sint e & f, eruntque per 21 septimi contra se primi, per hos ergo duos secundum doctrinam præmissæ inueniantur totidem cõtinue proportionales & minimi quot sunt numeri propositi, primo quidem tres qui sunt h k, deinde quatuor: qui sunt l, m, n, p, & ad hunc modum continue per additionem unius, quousque fiant tot quot sunt numeri propositi ut sunt hic l, m, n, p, sequitur ergo l, m, n, p, æquales esse a, b, c, d, eo qđ in eadem proportione sunt utrique minimi, & quia l & p sunt contra se primi per 28 septimi, erũt quoque a & d illis æquales, cõtra se primi, quod est propositum.

a ....
b ....
c ....
d ....
e ..
f ...
g ....
h ......
k ....
l ....
m ....
n ....
p ....

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 3 Conuersa primæ.

3 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, minimi eandẽ rationem habentium eis, eorum extremi primi adinuicem erunt.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunque numeri continue proportionales, minimi eandem rationem habentiũ eis, α, β, γ, δ. Dico quod extremi eorum hoc est α, & δ, primi adinuicem sunt. Sumantur enim (per 2 octaui uel 35 septimi,) bini numeri minimi in ipsorũ α, β, γ, δ, ratione: hoc est ε ζ. Tres autem η θ κ, & sem per deinceps uno plus, quoad assumpta multitudo æqua sit multitudini ipsorũ α, β, γ, δ. Suscipiãtur, sintq; λ μ ν ξ. igitur (per 29 septimi) eorum extremi λ ξ, primi adinuicem sunt. Quoniam enim ε ζ, primi sunt, uterque autem eorum se ipsum multiplicans utrũq; ipsorũ η, κ, fecit utrunq; autem ipsorũ η, κ, multiplicans utrũque ipsorum λ, ξ, fecit igitur (per 29 septimi,) ipsi η, κ, primi sunt & λ, ξ. Et quoniam ipsi α, β, γ, δ, minimi sunt eandem rationem habentium eis, sunt autẽ & λ, μ, ν, ξ, minimi in eadem ratione existentes ipsis α, β, γ, δ. & æqualis multitudo ipsorum α, β, γ, δ, multitudini ipsorum λ, μ, ν, ξ, unusquisque igitur ipsorũ α, β, γ, δ, unicuique ipsorũ λ, μ, ν, ξ, est æqualis, æqualis igitur est α, ipsi λ, & δ ipsi ξ, & quoniam ipsi λ ξ, primi adinuicem sunt, æqualis autem est λ ipsi α, & ξ, ipsi δ, igitur & ipsi α, δ, primi sunt adinuicem, quod demonstraße oportuit.*

α ....
β ....
γ ....
δ ....
ε ...
ζ ....
η ....
θ ....
κ ....
λ ....
μ ....
ν ....
ξ ....

Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 Similitudinem assignatarum proportionum in minimis numeris secundum ipsas proportiones continuatim proportionalibus inuenire.

CAMPANVS. Assignatæ proportiones in minimis terminis inueniantur ut docet 34 septimi, sintque prima inter a & b, secunda inter c & d, tertia, inter e & f, sic quoque de pluribus si fuerint plures, uolo has proportiones in quatuor minimis numeris continuare. Sumo ergo g minimum quem numerant b & c & quoties b numerat ipsum g, toties a nũeret h, id quoq; toties numeret k, quoties c g. Itaq; si e numerat k, sit ut f numeret l, erũtq; h, g, k, l, quos quærimus cõstat enĩ per 18 septimi, q; sit h ad g, sicut a ad b, et g ad k, sicut c ad g, at k ad l, sicut

a ......
b .....
c ....
d ...
e .....
f ...
h ....
g ....
k ....
l ....
m ....
n ....
p ....
q ....

cit e ad f. Minimi quoque, nam si alij sint minimi ut m n p q, oportebit per 21 septimi, bis assumptam ut uterque duorum b & c numeret p, quare & g numerabit eundem per correlarium 35 septimi, quod est inconueniens. Sunt igitur h, g, k, l minimi.

At uero si e non numerat k, sit m minimus numeratus ab eis scilicet e & k, quẽm quoties numerat k, toties h numerat n, & g toties p, eruntq; per 16 septimi, n p m, in proportione h g k, quare n ad p, ut a ad b, & p ad m, ut c ad d, sed quoties e nũerat m, toties f nũeret q, & erit per eãdẽ m ad q, sicut e ad f. Manifestũ igitur q̃ assignatæ pportiones, cõtinuatæ sunt in quatuor nũeris qui sunt n p m q. Qui si nõ fuerint minimi, sint (si possibile est) alij qui sint r, s, t, x, quia itaq; per 21 septimi, bis assumptã uterq; duorum numerorũ b & c numerat s, sequitur per correlarium 35 septimi, ut g numeret eundem, quare etiam k numerabit t, at quia per 21 septimi, ut e numerat eundem t, non erit m minimus quem numerant k & e. Hac ratione quartam illis & quotlibet alias sine omni offendiculo cõtinuare poteris

a . . . b . .
c . . . . d . . .
e . . . . . f . . . .
g . . . .
h . . . .
k . . . . . .
n . . . .
p . . . .
m . . . .
q . . . .
r . . . .
s . . . .
t . . . .
x . . . .

Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 4

4 ## Rationibus datis quibuscunque in minimis numeris, numeros inuenire continue proportionales minimos in datis rationibus.

THEON ex Zamb. *Sint datæ rationes in minimis numeris, ipsius α ad β, & ipsius γ ad δ, & ipsius ε ad ζ, oportet iam numeros inuenire continue proportionales minimos, in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, ratione. Sumatur enim κ minimus numerus quem metiuntur β γ. & quoties quidem β, ipsum κ, metitur, toties α, ipsum θ metiatur, quoties autem γ ipsum κ metitur, toties δ, ipsum λ, metiatur. At ε, ipsum λ aut metitur, aut non metitur. Metiatur primum. Et quoties ε ipsum λ metitur: toties & ζ, ipsum μ metiatur. & quoniam α, ipsum θ, æque metitur & β, ipsum κ, est igitur (per 17 septimi.) sicut α ad β, sic est θ, ad κ. Id propterea & sicut γ ad δ, sic κ ad λ, & insuper sicut ε ad ζ, sic λ ad μ, igitur ipsi θ κ λ μ, continue sunt proportionales, & in ipsius α ad β, & ipsius γ ad δ, & insuper ipsius ε ad ζ, ratione. Dico quod & minimi. Si autẽ ipsi θ κ λ μ, non sunt continue proportionales minimi in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus: erunt aliqui numeri minores ipsis θ κ λ μ, in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ rationibus: sint autem ν ξ ο π. Et quoniam est sicut α ad β, sic ν ad ξ, ipsi autem α β, minimi, minimi autem (per 21 septimi) metiuntur eadem habentes æque, maior maiorem & minor minorem, hoc est antecedens antecedentẽ, sequens sequentem. igitur β, ipsum ξ metitur. Id propterea & γ, ipsum ξ metitur. Igitur γ β, ipsum ξ, metiuntur, & minimus igitur quem ipsi β γ, metiuntur (per 37 septimi) ipsum ξ metietur minimus autem quem ipsi β γ metiuntur est κ. Igitur κ ipsum ξ metitur maior minorem quod est impossibile. Non erunt igitur aliqui numeri minores (per 15 septimi.) ipsis θ κ λ μ, continue proportionales in ipsius α, ad β, & γ ad δ & ε ad ζ, ratione. Non metiatur iam ε, ipsum λ, & sumatur (per 36 septimi,) minimus numerus quem metiuntur ipsi ε λ, & sit ν, & quoties quidem λ, ipsum ν, metitur, toties uterque ipsorum θ κ utrunq; ipsorum ξ ο metiatur. Quoties autẽ ε, ipsum ν, metitur, toties & ζ, ipsum π, metiatur. Et quoniã θ ipsum ξ, & κ, ipsum ο, æque metitur: est igitur sicut θ ad κ, sic est ξ ad ο. Sicut autem θ ad κ, sic est α ad β, & sicut igitur (per 11 quinti) α ad β, sic ξ ad ο. Id propterea etiam sicut γ ad δ, sic est ο ad ν. Rursus quoniam quoties ε, ipsum ν metitur, toties & ζ, ipsum π, est igitur sicut ε ad ζ, sic est ν ad π. Igitur ipsi ξ ο ν π, continue proportionales sunt in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus. Dico quod & minimi. Si autem ipsi ξ ο ν π non sunt continue proportionales*

α . . .
β . . . .
γ . .
δ . . .
ε . . . .
ζ . . . . .
θ . . . . . .
κ . . . .
κ . . . .
λ . . . .
ν . . . .
ξ . . . . . .
μ . . . .
ο . . . .

α . . . . β . . . . . .
γ . . δ . . .
ε . . . . ζ . . . .
θ . . . .
κ . . . .
λ . . . .
ξ . . . .
ν . . . .
μ . . . .
ο . . . .
π . . . .
ρ . . . .
σ . . . .
τ . . . .

tionales

tionales minimi in ipsorum α β γ δ ε ζ rationibus, erunt aliqui numeri ipsis ξ ν, μ ο, minores, continue proportionales in ipsorum α β γ δ ε ζ, rationibus. Sint π ρ σ τ, Et quoniã est sicut π ad ρ, sic est α, ad β, ipsi autem α β, minimi, minimi autem (per 21 septimi) metiuntur eandem rationem habentes eis æqualiter antecedens antecedentem & sequens sequentem, igitur β, ipsum ρ metitur. Id propterea etiam γ, ipsum ρ, metitur. Igitur ipsi β, γ, ipsum ρ metiuntur, & minimus igitur per 36 septimi, quem ipsi β γ, metiuntur, ipsum metietur ρ. minimus autẽ quem ipsi β γ, metiuntur, est ν. Igitur ν ipsum ρ metitur, estq; sicut π, ad ρ, sic est α, ad σ, & α igitur ipsum σ metitur, metitur autem & ε, ipsum σ. Igitur ipsi ε ν, ipsum σ, metientur, & minimus quem ipsi ε ν, metiuntur, (per eandem, (metietur ipsum σ. Minimus autẽ quem ipsi ε ν, metiuntur: est μ. Igitur μ, ipsum σ metitur, maior minorem, quod est impossibile. Igitur non erũt aliqui numeri minores ipsis ν ξ, μ ο, continue proportionales in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus. Igitur ipsi ν ξ, μ ο. continue proportionales minimi sunt in ipsorum α β γ δ ε ζ, rationibus, quod oportuit fecisse.

Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 Omnium duorum numerorum compositorum proportio unius ad alterum, est ex laterum suorum producta proportionibus.

CAMPANVS. Quod proponit 24 sexti de superficiebus æquidistantium laterum, proponit hæc de numeris cõpositis. Sint duo numeri compositi a b, latera a, sint c & g, latera b, sint e & f. dico itaq; quod proportio a ad b, constat ex ea quæ est c ad e & d ad f. Sit enim ut ex d in e, fiat g. Quia ergo ex d in c fit a, & ex f in e fit b, per conuersionẽ diffinitionis laterum: erit per 18 septimi, a ad g, sicut c ad e. & per 19 eiusdem g ad b, sicut d ad f: quare per diffinitionem, proportio a ad b, composita est ex ea quæ est c ad e, & ea quæ est d ad f, quod est propositum.

a . . . .
b . . . .
c . .
d . . . . . .
e . . . .
f . . . . .
g . . . .

CAMPANI annotatio. Nec est necessarium ut continuemus proportiones laterum (uidelicet eam quæ est c ad e & eã quæ est d ad f) in minimis numeris repertis, secundum doctrinam præcedentis, ut docẽt quidam, hoc enim est proposito præter necessarium. Arguũt enim posito quod illi minimi sint h k l, ita quod sit h ad k sicut c ad e & k ad l, sicut d ad f, proportionem h ad l esse compositam ex propositorum laterum proportionibus. Sumptóque g fieri ex d in e, arguunt a ad g, ut h ad k, quia ut c ad e, & g ad h ut k ad l, quia ut d ad f, ideoque secũdum æquã proportionalitatem, & a ad b: ut h ad l, concludunt igitur a ad b, cõponi ex quibus h & l, uerum quidem sed non necessarium assumpto.

a . . . .
g . . . .
b . . . .
c . .
e . . . .
d . . . . . .
f . . . .
h . . . .
k . . . .
l . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

5 Plani numeri, adinuicem rationem habent compositam ex lateribus.

THEON ex Zamberto. Sint plani numeri α β, ipsius quidem α, latera sint γ δ, ipsius autem β, sint ε ζ. Dico quod α ad β, rationem habet ex lateribus compositam. Rationibus enim datis quas habent γ ad ε, & δ, ad ζ, suscipiantur (per 4 octaui) numeri continue proportionales minimi in ipsorum γ ε, & δ ζ, rationibus sintq; η θ κ ut sit sicut γ ad ε, sic est η, ad θ. sicutque δ, ad ζ, sic θ, ad κ. ipsi igitur η θ κ habent laterum rationes. Sed ipsius η ad κ ratio cõposita est ex ea quam habet η ad θ, & ex ea quam habet θ, ad κ, ipsi igitur η ad κ, rationem habet ex lateribus compositam, Dico igitur quod est sicut α ad β, sic η ad κ, ipse enim δ ipsum ε multiplicans: efficiat ipsum λ. Quoniã δ ipsum γ, multiplicans ipsum fecit α, multiplicans autẽ ipsum ε efficit λ, est igitur (per 17 septimi,) sicut γ ad ε, sic est α, ad λ. Sicut autem γ ad ε, sic η ad θ, & sicut igitur (per 11 quinti,) η, ad θ, sic α ad λ. Rursus quoniã ε ipsum δ, multiplicans ipsum fecit λ, sed & ipsum ζ, multiplicans ipsum fecit β. est igitur (per 17 septimi,) sicut δ ad ζ, sic est λ, ad β. Sed sicut δ ad ζ, sic est θ, ad κ, & sicut igitur (per 11 quinti) θ, ad κ, sic λ, ad β patuit autẽ quod sicut η ad θ, sic est α ad λ. Aeque igitur est (per 14 septimi,) sicut η ad κ, sic est α, ad β, ipse autẽ η ad κ, rationẽ habet cõpositam ex lateribus. & α, igitur ad β, rationẽ habet compositã ex lateribus, quod oportuit demõstrasse.

α . . . .
λ . . . .
β . . . .
γ . . . .
δ . . . . . .
ε . . . .
ζ . . . .
η . . . .
θ . . . .
κ . . . .

Eucli.ex Camp. Propositio 6

6 SI numerorum quotlibet continue proportionalium primus secundum noo numeret.nullus eorum oumerabit ultimum.

CAMPANVS Sint a.b,c,d,e,cõtinue proportionales.dico quod si a nõ numeret b,nullus eorũ numerabit e. Manifestum autẽ est quod si ipsum numeret.omnes numerabunt e.& simpliciter quilibet præcedens quemlibet sequẽtem. Si autem nõ numerat ipsum,patet quod d non numerabit e,nec simpliciter aliquis eorum proxime sequẽtem e, quia sunt posin continue proportionales. Sed quod nullus alius ut c numeret ipsum, sic constat. Sumantur secundum doctrinã 2 huius,totidem minimi continue proportionales in proportione eadem:quot sunt ipse c & omnes sequentes,qui sunt f.g.h,eruntq́ per 3 huius & f & h,contra se primi,& quia per æquam proportionem cad e ut f ad h, cum f non numeret h.nec c numerabit e,eodẽ modo nec aliquis aliorũ,quare liquet quod propositum est.

a ....
b ....
c ....
d ....
e ....
f ....
g ......
h ....

Eucli.ex Zamb. Theorema 4 Propositio 6

6 Si fuerint quotcunque numeti cõtinue proportionales, primus autem secundum non metiatur, & alius nullus nullum metietur.

THEON ex Zamberto. *Sint numeri continue proportionales α,β,γ,δ,ε. Ipse autem α,ipsum β, non metiatur.Dico quod & alius nullus,nullum metietur. Quod quidem ipsi α,β,γ,δ,ε.continue adinuicem sese non metiũtur manifestum est:quia neque α,ipsum β metitur,dico iam quod neque alius ullus,ullũ aliũ metietur.Dico quod neque α,ipsum γ metitur,quot enim sunt ipsi α,β,γ,tot sumãtur (per 35 septimi,) minimi numeri eandem rationem habentiũ ipsis α,β,γ,sintque ζ,η,θ. Et quoniam ipsi ζ η,θ,in eadem ratione sunt ipsis α,β,γ,& est æqualis multitudo ipsorum α,β,γ,multitudini ipsorum ζ,η,θ,ex æquali igitur (per 14 septimi,est sicut α,ad γ,sic est ζ,ad θ. Et quoniam est sicut α ad β,sic est ζ,ad η,non metitur autem α,ipsum β,igitur neque ζ ipsum η,metitur. Igitur ζ,non est unitas. Si enim ζ,esset unitas,omnem numerum metiretur. Et ζ,θ,(per 3 octaui,) primi sunt adinuicem Igitur neque ζ,ipsum θ, metitur. & est sicut ζ,ad θ,sic α,ad γ,neque igitur α,ipsum γ metitur. Similiter quoque ostendemus,quod neque alius ullus ullum metietur,quod oportuit demonstraße.*

Eucli.ex Camp. Propositio 7

7 SI numerorum continue proportionalium primus ultimum numeret,idem ipse & secundum numerabit.

CAMPANVS Sint qui prius,continue proportionales,dico si a numerat e ipse nũerabit b. alioqui ex præmissa non numeraret e, quod est contrarium & impossibile Non solum autem numerabit b: sed & omnes,& quisque eorum:quemlibet ipsum sequentem.

a ..
b ....
c ....
d ....
e ....

Eucli.ex Zamb. Problema 5 Propositio 7

7 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales,primus autem extremum metiatur,& secuodum quoque metietur.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunque numeri proportionales α,β,γ,δ,At α,ipsum δ metiatur. Dico quod & α,ipsum β metietur. Si autem non metitur α,ipsum β,neque alius ullus (per 7 octaui) alium ullum metietur, quod (per hypothesin) est impoßibile,supponitur enim α,ipsum δ metiri,metitur autem α,ipsum δ,metitur igitur & α, ipsum β,quod oportuit demonstraße.*

α ...
β ......
γ ....
δ ....

Eucli.ex Camp. Propositio 8

8 SI inter duos numeros numeri quotlibet in cootinua proportionalitate ceciderint,totidem inter omnes duos in eadem proportione relatos cadere necesse est.

CAMPANVS Sint a & b, inter quos cadunt c & d in cõtinua proportione habẽtes se in proportione e ad f, dico quod totidem cadunt inter e & f & in eadem proportione, quot inter a & b. Sint enim g, h, k, l, totidem minimi: quot sunt a & b qui inter eos cadunt, sumpti quemadmodum docet 2 huius, continue proportionales in eadem proportione, eruntq; per 3 g & l, cõtra se primi, & per æquã proportionalitatẽ erit g ad l, sicut a, ad b, ideoq; & sicut e ad f, & quia ipsi sunt in sua proportione minimi per 25 sep. sequitur per 21 eiusdẽ ut g numeret e, & l, f æqualiter, toties igitur nũeret h, m, & k, n, positisque m & n, inter e & f, cõstat per 15 septimi, e, m, n, f esse cõtinue proportiõales queadmodũ sunt h, k, l, & ideo queadmodũ a, c, d, b, quare patet quod dictũ est.

CAMPANI annotatio. Ex hac constat nullam superparticularem posse per æqualia diuidi, si enim hoc esset, oporteret inter duos numeros sola unitate distãtes numerũ cadere medium quod esse non potest ideoq; tonus in musica quem sesquioctaua continet proportio, in duo uera semitonia diuidi non potest, sed necessario diuiditur in minus semitonium & maius.

a . .
c . . . .
d . . . .
b . . . .
e . . .
m . . . . . .
n . . . .
f . . . .
g .
h . .
k . . . .
l . . . .

Eucli. ex Zamb. *Theorema 6* *Propositio 8*

8 Si inter duos numeros cõtinue proportionales ceciderint numeri, quot inter eos continue proportionales ceciderint numeri, tot & inter eandẽ rationem habentes eis continue proportionales cadent.

THEON ex Zamb. *Inter binos enim numeros α, β, continue proportionales cadant numeri γ, δ, & fiat, sicut α, ad β, sic ε, ad ζ. Dico quotquot inter ipsos α, β, cõtinue proportionales numeri cadunt, tot quoq; inter ipsos ε, ζ, cõtinue proportionales cadent. Quot enim sunt multitudine ipsi α, β, γ, δ, tot sumantur (per 35 septimi,) minimi numeri eandem rationem habentium eisdem α, β, γ, δ, sintq; η, θ, κ, λ. Igitur extremi ipsorum hoc est η, λ, primi sunt adinuicem (per 3 octaui. Et quoniã ipsi α, γ, & δ, β, ipsis η, θ, & κ, λ, in eadem sunt ratione, & æqualis est multitudo ipsorũ α, γ, & δ, β, multitudini ipsorum η, θ, & κ, λ, ex æquali igitur (per 14 septimi,) est sicut α, ad β, sic est η, ad λ. Sicut autem α, ad β, sic ε, ad ζ, ut igitur η, ad λ, sic est ε, ad ζ. Ipsi autem η, λ, primi sunt, primi autem, & minimi, minimi uero numeri, eandem rationem habentes eis æque metiuntur maior maiorem & minor minorẽ (per 21 septimi,) hoc est antecedens antecedentem & sequens sequentem. Aeque igitur η, ipsum ε metitur, & λ, ipsum ζ. Quoties autem η, ipsum ε metitur toties & uterque ipsorum θ, κ, utrunque ipsorum μ, ν, metiatur. Ipsi igitur η, θ, κ, λ, ipsos ε, μ, ν, ζ, æque metiuntur. Igitur (per 15 septimi,) ipsi η, θ, κ, λ, ipsis ε, μ, ν, ζ, in eadem sunt ratione. Sed ipsi η, θ, κ, λ, ipsis α, γ, δ, β, in eadem sunt ratione, & ipsi α, γ, δ, β, igitur, ipsis ε, μ, ν, ζ, in eadẽ sunt ratione. Ipsi autẽ α, γ, δ, β, continue sunt proportionales, & ipsi ε, μ, ν, ζ, igitur continue proportionales sunt. Quot igitur inter ipsos α, β, continue proportionales numeri ceciderunt, tot & inter ε, ζ, continue proportionales cadunt quod oportuit demonstraße.*

α . . .
γ . . . .
δ . . . .
β . . . .
η .
θ . . .
κ . . . .
λ . . . .
ε . .
μ . . . .
ν . . . .
ζ . . . .

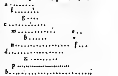
Eucli. ex Camp. *Propositio 9*

9 Si inter duos numeros contra se primos numeri quotlibet continua proportionalitate ceciderint, inter utrũnque eorum & unitatem totidem continua proportionalitate cadere necesse est.

CAMPANVS. Sint a & b contra se primi, inter quos cadant in continua proportionalitate c & d. Dico quod totidem erunt continue proportionales inter a & unitatem, itemque totidem inter b & unitatem. Sint enim in illa proportione minimi e & f, sumpti ut docet 14 septimi, ex quibus sumantur tres continue proportionales & minimi

in

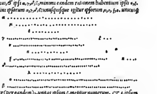
in eorum proportiōe prout docet 2 huius, qui sint g,h,k, deinde quatuor, qui sint l, m, n, p, & hoc toties fiat usquequo sic sumpti fiant totidē quot sunt nūeri propositi, ut sunt hic l,m,n,p. Constat itaque (cum sint a,c, d,b, in sua proportione minimi per primam huius, sintq́ l,m,n,p. totidē minimi in eadem, non sit autem possibile esse aliquid minus minimo) quod numeri l,m,n,p, æquales erūt numeris a,c, d,b, quisque suo relatiuo, est igitur l, æqualis a, & p, b. Manifestum autem est ex secunda huius, quod ex f in se fit k. & ex eodē in k, p, per diffinitionē igitur eius quod est multiplicari erit f, in k, k quoq; in p, quoties unitas est in f, itaque unitas, f, k, p. sunt continue proportionales, similiter autem & unitas e,g l. Sumptis ergo a & b loco l & p sibi æqualium erunt inter a & unitatem g, & e, & inter b & unitatem k & f, continue proportionales totidem, quot sunt inter a & b, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 9

9 Si bini numeri primi adinuicem fuerint, & inter eos continue proportionales ceciderint numeri, quot inter eos continue proportionales ceciderint numeri, tot quoque inter utrunque eorum & unitatem continue proportionales cadunt.

THEON ex Zamberto. *Sint bini numeri primi adinuicem α,β, & inter eos continue proportionales cadāt $\gamma,\delta,$ & ponatur ϵ unitas. Dico quotquot inter α,β, continue proportionales ceciderunt numeri, tot quoque inter utrunque ipsorum α,β, & ϵ, unitatem continue proportionales numeri cadent. Sumantur (per 35 septimi,) bini numeri minimi in ipsorum, $\alpha,\gamma,\delta,\beta$, ratione existentes, sintque, ζ,η, tres autem sintq́; θ,κ,λ, & semper ordinatim uno plus quo ad æqualis fiat multitudo ipsorum, multitudini ipsorum $\alpha,\gamma,\delta,\beta$, sumantur: sintq́ μ,ν,ξ,o. Manifestū iam est quod ζ, seipsum multiplicans, fecit ipsum θ, ipsum autem θ, multiplicans, ipsum effecit μ. & η, seipsum multiplicans, ipsum λ, effecit: ipsum autem λ, multiplicans, ipsum o fecit. Et quoniam ipsi μ,ν,ξ,o, (per hypothesim) minimi sunt eandem rationem habentium ipsis η,ζ, sunt autem (per 1 octaui, & ipsi $\alpha,\gamma,\delta,\beta$, minimi eandem rationem habentium ipsis η,ζ. & æqualis est multitudo ipsorum μ,ν,ξ,o. multitudini ipsorum $\alpha,\gamma,\delta,\beta$; unusquisque igitur ipsorum μ,ν,ξ,o. unicuiq; ipsorum $\alpha,\gamma,\delta,\beta$, est æqualis. Aequalis igitur est μ ipsi α, & o, ipsi β. Et quoniam ζ seipsum multiplicans, ipsum effecit θ, igitur (per 16 septimi,) ζ, ipsum θ, metitur per eas quæ in η, sunt unitates: metitur autem & ϵ, unitas ipsum ζ, per eas quæ in ipso sunt unitates, pariter igitur (per 15 septimi ϵ unitas ipsum ζ, numerum metitur, & ζ, ipsum θ. Est igitur sicut ϵ, unitas ad ζ, numerum, sic est ζ ad θ. Rursus quoniam ζ ipsum θ multiplicans, ipsum effecit μ igitur θ, ipsum μ, metitur per eas quæ in ζ sunt unitates. Metitur autē ϵ, unitas ipsum ζ numerum per eas quæ in ipso sunt unitates, æque igitur (per eandem) ϵ, unitas ipsum ζ, metitur numerum. & θ, ipsum μ. Est igitur sicut ϵ, unitas ad ζ, numerum. sic est θ, ad μ. Ostensum autem est quod & sicut ϵ, unitas ad ζ, numerum. sic est ζ, ad θ. & sicut igitur (per 11 quinti.) ϵ, unitas ad ζ numerum sic est ζ, ad θ, & θ ad μ. At μ, ipsi α, est æqualis, est igitur sicut ϵ unitas ad ζ numerum, sic est ζ, ad θ, & θ, ad α. Id propterea (per 7 & 11 quinti, & sicut ϵ, unitas ad η, numerum: sic θ ad λ, & μ ad β. Quot igitur inter ipsos α,β, continue proportionales ceciderint numeri, tot & inter utrunque ipsorum α,β, & ipsum ϵ, unitatem continue proportionales numeri cadunt, Quod erat demonstrandum.*



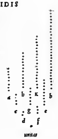
Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 Si inter utrunque eorum & unitatē quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint, ambobus numeris totidem continua proportionalitate interesse necesse est.

CAMPANVS Sint duo numeri a & b. sintq́; c & d c d inter a & unitatē e quoque & f inter b & unitatem, continue proportionales. Dico totidem esse inter a & b continue proportionales. Hæc est conuersa prioris, excepto quod ad subiectum

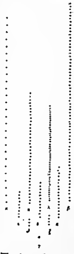
 præ-

præmissæ, appositum erat a & b esse contra se primos, quod non apponitur hic ad passionem, quapropter uniuersalior est passio huius: subiecto illius. Quia igitur quoties unitas in d, toties est d in c & toties c in a, constat quod ex d in se, fit c, & ex eodem d in c a. Similiter quoque ex f in se & in c, fient e & b. Ducatur itaque d in f, & productus sit g, itemque idem d ducatur in g & e, & sint producti h & k. Constat igitur ex 18 septimi, quod c ad g, ut d ad f, & ex 19 quod g ad e, ut d ad f, quare c, g, e, sunt continue proportionales in proportione d ad f. Item per 18 iterum sunt a ad h sicut c ad g, & h ad k sicut g ad e, & per 19 k ad b sicut d ad f, igitur sunt a, h, k, b, continue proportionales. Quare constat propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 10 Cōuersa præcedētis.

10 Si inter binos numeros & unitatem continue proportionales numeri ceciderint, quot inter utrunque ipsorum & unitatem continue proportionales ciderint numeri tot & inter eos continue proportionales cadent.



THEON ex Zamberto. Inter binos enim numeros α, β, & unitatem γ, continue proportionales cadant numeri δ, ε, & ζ, η. Dico quot quot inter utrunque ipsorum α, β, & ipsam γ unitatem, continue proportionales ceciderunt numeri: tot quoque inter α, β, continue proportionales cadent. Igitur δ, ipsum ζ, multiplicans, ipsum efficiat θ, uterque autem ipsorum δ, ζ, ipsum θ multiplicans, efficiat ipsos κ, λ. Et quoniam est sicut γ, unitas ad δ numerum sic est δ, ad ε, æque igitur ε, unitas ipsum δ, metitur numerum, & δ ipsum ε. Ipsa autem γ, unitas ipsum δ, numerum metitur per eas quæ in ipso sunt δ unitates, & δ, igitur numerus ε metitur per eas quæ in δ, sunt unitates. Igitur δ, seipsum multiplicans, ipsum ε, fecit. Rursus quoniam est sicut γ, unitas ad δ, numerum sic est ε ad α, æque igitur γ, unitas ipsum δ, numerum metitur, & ε, ipsum α. At γ unitas, ipsum δ, numerum metitur per eas quæ in ipso δ, sunt unitates, & ε, igitur ipsum α, metitur per eas quæ in ipso δ, sunt unitates. Igitur δ, ipsum ε multiplicans, ipsum α fecit. Id propterea etiam ζ, seipsum multiplicans, ipsum η, fecit, ipsum autem η, multiplicans, ipsum β, fecit. Et quoniam δ, seipsum multiplicans ipsum ε, fecit, ipsum autem ζ, multiplicans ipsum fecit θ, est igitur (per decimam septimam septimi.) sicut δ, ad ζ, sic est ε ad θ. Id propterea etiam sicut δ, ad ζ, sic θ, ad η, Et sicut igitur (per undecimā quinti,) ε ad θ, sic θ ad η. Rursus quoniam δ, utrunque ipsorum ε, θ, multiplicans, utrunque ipsorum α, κ, fecit: est igitur (per 17 septimi,) sicut ε ad θ, sic α, ad κ. Sed sicut ε, ad θ, sic est δ, ad ζ, & sicut igitur (per undecimam quinti) δ ad ζ, sic α, ad κ. Rursus quoniam uterque ipsorum δ, ζ, ipsum θ, multiplicans, utrunque ipsorum κ, λ, fecit: est igitur (per decimamseptimam septimi,) sicut δ, ad ζ sic κ ad λ. Sed sicut δ ad ζ, sic α, ad κ, & sicut igitur (per undecimam quinti,) α, ad κ, sic κ ad λ. Insuper quoniam ζ, utrunque ipsorum θ, η, multiplicans, utrunque ipsorum λ, β, fecit: est igitur (per 17 septimi,) sicut θ ad η, sic λ, ad β. Sicut autem θ ad η, sic δ ad ζ, & sicut igitur (per 11 quinti,) δ, ad ζ, sic λ ad β, patuit autem quod sicut δ ad ζ, sic α, ad κ, & κ ad λ, & λ ad β, igitur ipsi α, κ, λ, β, continue sunt proportionales. Quot igitur inter utrunque ipsorū α, β, & γ, unitatē, continue proportionales cadunt numeri tot & inter α, β, continue cadunt, quod demonstraſse oportuit.

Hæc undecima ex Campano, duauus ex Zamberto sequentibus respondent.

Eucli. ex Camp. Propositio 10

SI fuerint ambo quadrati, erit proportio unius ad alterum tanquam sui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si uero ambo fuerint cubi, erit proportio alterius ad alterum tanquam sui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo quadrati a & b, & duo cubi c, & d. latera tam quadratorũ quàm cuborum, sit e, quidem a & c, f uero, b & d. Dico quod proportio a ad b erit sicut e ad f duplicata, c uero ad d sicut eadem triplicata. Manifestum enim quod ex e in se fit a, & ex ipso e in a, c. sic quoque ex f in se fit b, & ex ipso in b. d, ducatur igitur e in f, & proueniat g, & in g & b, & proueniant h & k, eritq; per 15 septimi a ad g, sicut e ad f. & per 19 g ad b, sicut e ad f, igitur ex diffinitione, a ad b, sicut e ad f duplicata, quod est primum. Secundum eodẽ modo constat. Sunt enim per 18 iterum c ad h sicut a ad g, & h ad k. sicut g ad b. & per 19 k ad d. sicut e ad f, quare c, h, k. d, sunt etiam continue proportionales in proportione e ad f, per diffinitionem igitur erit c ad d, sicut e ad f, triplicata. quod est secundum.

c . . . .
a . . . .
e . .   b . . . .
g . . . . . .
f . . .   k . . . .
b . . . .
d . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 11

11 Duorum numerorum quadratorum, unus medius proportionalis est numerus, Et quadratus ad quadratum duplam habet rationem. quàm latus ad latus.

THEON ex Zamberto. *Sint quadrati numeri α, β. & ipsius quidem α, latus sit γ, ipsius uero β, sit latus δ. Dico quod ipsorum α, β, unus medius proportionalis est numerus. & α, ad β, duplam habet rationem quàm γ. ad δ. Ipse enim γ, ipsum δ, multiplicans, ipsum efficiat ε. Et quoniã α, quadratus est, latus autem eius est γ, igitur γ, seipsum multiplicans ipsum effecit α, id propterea & δ, seipsum multiplicans ipsum β fecit. Quoniam igitur γ, utrunque ipsorum γ. δ, multiplicans utrunque ipsorum α, ε, effecit, est igitur (per 17 septimi,) sicut γ ad δ, sic est α. ad ε. Rursus quoniam γ, ipsum δ, multiplicans ipsum effecit ε, ut δ, seipsum multiplicans ipsum effecit β. duo iam numeri γ. δ, unum & eundem multiplicantes δ, ipsos ε, β, effecerunt. Est igitur (per 18 septimi,) sicut γ ad δ, sic est ε ad β. Sed sicut γ ad δ, sic est α ad ε,) & sicut igitur (per 11 quinti) α ad ε, sic est ε ad β. ipsorum igitur α, β, unus medius proportionalis est numerus ε. Dico iam quod & α ad β, duplam rationem habet, quàm γ ad δ. Quoniam enim tres numeri proportionales sunt α, ε, β, igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β, duplam rationem habet quàm α ad ε. Sicut autem α ad ε, sic γ ad δ, igitur α ad β, duplam rationem habet, quàm γ latus ad δ latus, quod oportuit demonstraße.*

α . . . .
γ . . .
ε . . . .
δ . . . .
β . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 12

12 Duorum cuborum numerorũ, bini medij proportionales sunt numeri. Et cubus ad cubum triplam rationem habet, quàm latus ad latus.

THEON ex Zamberto. *Sint bini cubi numeri α, β. & ipsius quidem α. latus esto γ, ipsius autem β, latus esto δ. Dico quod ipsorum α, β, bini medij proportionales sunt numeri. & α ad β, triplam ratonẽ habet. quàm γ ad δ. Igitur γ, seipsum multiplicans, ipsum efficiat ε, ipsum autem δ, multiplicans, ipsum efficiat ζ, at δ seipsum multiplicans. ipsum η, faciat. Vterq; aũt ipsorũ γ, δ, ipsum ζ multiplicans, utrunque ipsorum θ, κ, faciat. Et quoniam α cubus est, ipsius autem latus est γ. igitur γ seipsum multiplicans ipsum effecit ε, ipsum autem ε, multiplicans ipsum α, confecit. Id propterea & δ seipsum multiplicans, ipsum η effecit: ipsum autem η, multiplicans. ipsum effecit β. Et quoniã γ utrunque ipsorum γ, δ, multiplicans, utrunq; ipsorũ ε, ζ, fecit: est igitur (per 17 septimi,) sicut γ ad δ, sic est ε, ad ζ. Id propterea etiam (per eãdem,) sicut γ ad δ, sic ζ ad η. Rursus quoniã γ utrũq; ipsorũ ε, ζ, multiplicans, utrũq; ipsorũ α, θ, fecit: est igitur sicut ε ad ζ, sic α ad θ. sicut aũt ε, ad ζ, sic γ ad δ. Et sicut igitur (per 11 quinti) γ, ad δ, sic est α, ad θ. Rursus quoniam uterque ipsorũ γ, δ, ipsum ζ multiplicans, utrũque ipsorũ θ, κ, fecit: est igitur (per 18 septimi) sicut γ ad δ, sic est θ ad κ. Rursus quoniam δ utrũque ipsorũ ζ, η, multiplicans, utrunque ipsorum κ, β, fecit: est igitur*

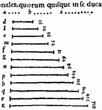
α . . . .
θ . . . .
κ . . . .
β . . . .
γ . . .
δ . . . .
ε . . . .
ζ . . . .
η . . . .

(per 17 septimi,) sicut ζ ad η, sic est α ad β, sicut autem ζ ad η, sic est γ ad δ, & sicut igitur (per 11 quinti,) γ ad δ, sic α ad β. Patuit aũt quod & sicut γ ad δ, sic est α ad ε, & ε, ad κ, & κ ad β. Ipsorum igitur α, β, bini medij proportionales sunt, hoc est ε, λ. Dico iam quod & α ad β triplam rationem habet, quàm γ ad δ. Quoniã enim quatuor numeri proportionales sunt α, ε, κ, β igitur (per 10 diffinitionem quinti,) α ad β, triplam habet rationem quàm α ad ε, sicut autem est α, ad ε, sic est γ ad δ. Igitur α ad β triplam rationem habet quàm γ ad δ. Quod oportuit demonstrasse.

Eucli, ex Camp. Propositio 12

12 SI numerorum continuæ proportionalitatis quisque in se ipsum ducatur, qui inde producentur sub continua proportionalitate esse. Quod si item in ipsos productos principia sua ducantur, inde quoque productos continuæ proportionalitatis esse necesse est. Idem'que in omnibus hoc modo productis extremitatibus.

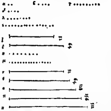
CAMPANVS Sint a, b, c, continue proportionales, quorum quisque in se ducatur, & proueniant ex a quidem, d, ex b uero e, ex c, f. Dico quod d, e, f, sunt continue proportionales. quod si item a ducatur in d & proueniat g, b quoque in e, & proueniat h, & c in f, proueniat k, dico etiam quod g, h, k, erunt continue proportionales. Sit enim ex a in b, l, & ex c in eundem, m, eruntque per 18 & 19 septimi, d l, e, m, f, continue proportionales in proportione a, b, c, itaque per æquam proportionalitatem argue d ad e, sicut e ad f, quod est primũ. Reliquũ sic: Ducatur a in l & proueniãt n & p, c quoque ducatur in e & m. & proueniãt q & r, eruntque per easdẽ g, n, p, h, q, r, k, cõtinue quoq; proportionales in proportione primorum, per æquã igitur proportionalitatẽ cõclude g ad h sicut h ad k quod est reliquum. Eadem erit ratio, quotiescunque primi in productos ducantur.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 13

13 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, & multiplicãs unusquisque seipsum fecerit aliquos, qui fiũt ex ipsis proportionales erũt. Et si qui in principio genitos multiplicantes, fecerint aliquos, & ipsi quoq; proportionales erunt, & semper circa extremos hoc euenit.

THEON ex Zamb. Sint quotlibet numeri cõtinue proportiõales α, β, γ, sicut α ad β sic β ad γ, & ipsi quidẽ α, β, γ, se ipsos multiplicãtes, efficiant ipsos δ, ι, ζ, ipsos autem δ, ζ, multiplicãtes, ipsos efficiant κ, θ, π, Dico quod & ipsi δ, ι, ζ, & ipsi κ, θ, π, continue sunt proportionales. Ipse nãque α, ipsum β multiplicans, ipsum efficiat λ, uterque aũt ipsorum α, β, ipsum multiplicans λ, efficiat utrũq; ipsorum μ, ν, & rursus ipse β, ipsum γ, multiplicãs, ipsum efficiat ξ, uterq; aũt ipsorũ β, γ, ipsum ξ multiplicans, utrunq; ipsorũ ο, π, faciat. Similiter iam ex præcedẽtis theorematis discursu ostẽdemus quod ipsi δ, λ, ι, & κ, μ, ν, θ, cõtinuæ sunt proportionales in ipsius α ad β, ratiõe, & ipsi ι, ξ, ζ, & θ, ο, π, κ sunt proportionales in ipsius β, ad γ, ratione. Et est sicut α, ad β, sic est β ad γ, & ipsi δ, λ, ι, igitur, ipsis ι, ξ, ζ, in eadẽ sunt ratione, & insuper ipsi κ, μ, ν, θ, ipsis θ, ο, π, κ & æqualis est quidẽ ipsorũ δ, λ, ι, multitudo, multitudini ipsorũ ι, ξ, ζ, ei autem quæ ipsorum est κ, μ, ν, θ, ea quæ ipsorum est θ ο, π, κ. Ex æquali igitur (per 14 septimi, est sicut quidẽ δ, ad ι, sic est ι, ad ζ. Sicut autem κ ad θ, sic est θ ad κ, quod demonstrare oportebat.



Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 SI quis quadratus numerus aliũ quadratũ numeret, latus quoq; suum, latus illius numerare probatur. Si uero latus suũ latus illius numeret, quadratus numerat quadratũ.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b quadrati, lateraq; eorũ c & d, dico quod si a numerat b, c quoq; numerabit d, & econuerso. Cõstat enim quod ex c in se fit a, ex d quoq; in se, b fiat igitur, e ex c in d, eruntq; per 18 & 19 septimi, a.e,b, cõtinue proportionales in proportione c ad d. Si igitur a numerat b, idem ipse per 7 huius, numerabit e, quare & c, d, quod est primum. Cõuersa sic patet. si c numerat d, a numerabit e. propter id quod proportio a ad e sicut c ad d, & si numerat e, ipse numerabit b, propter hoc quod sunt continue proportionales.

a ....
e ......
b ....
c ..
d ...

Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propositio 14

14 Si quadratus numerus quadratum numerũ mensus fuerit, & latus latus metietur. Et si latus latus metiatur, & quadratus quadratum metietur.

THEON ex Zamb. *Sint quadrati numeri α.β, latera uero ipsorũ sint γ,δ, at α ipsum β metiatur. Dico quod & γ ipsum δ metietur. Igitur γ, ipsum δ multiplicans, efficiet ipsum ε. Igitur (per 17 & 18 septimi, & 11 quinti, ac 13 octaui.) ipsi α.ε,β, continue proportionales sunt in ipsius γ ad δ ratione. Et quoniam ipsi α.ε,β, continue sunt proportionales, & metitur α ipsum β, metitur igitur (per 7 octaui,) & α ipsum ε. Estq; sicut α ad ε, sic γ ad δ, metitur igitur & γ ipsum δ. Sed iam metitur & γ ipsum δ. Dico quod & α ipsum β metiatur, eisdem namque dispositis similiter ostendemus quod ipsi α.ε,β. continue sunt proportionales in ipsius γ ad δ, ratione, & quoniã est sicut γ ad δ, sic est α ad ε, metitur autem γ ipsum δ, metitur igitur & α ipsum ε, & sunt ipsi α.ε,β, continue proportionales, metitur igitur & α ipsum β. Si quadratus igitur, & quæ sequuntur reliqua quod oportebat demonstrare.*

α ....
ε ....
β ....
γ ...
δ ....

Eucli. ex Camp. Propositio 14

14 SI cubus aliũ cubũ numeret, latus quoq; suũ, latus alterius numerabit. Si uero latus suũ, latus alterius nũeret, cubus nũerabit cubũ.

CAMPANVS Sint duo nũeri a & b cubi, lateraq; eorũ c & d. dico quod si a numerat b, c quoq; nũerabit d, & ecõuerso ducatur enim b in se & fiat e, d quoq; in se, & fiat f, cõstat igitur quod ex c in e fit a, & ex d in g, b, fiat itaq; f, ex c in d erũtq; per 17 & 19 septimi, e, f, g, cõtinue ptoportionales in proportione c ad d, sed & h, & k, prouenîant ex c in f & g, per easdẽ igitur erũt a, h, k, b: continue quoq; proportionales in eadem proportione, itaque si a numerat b. idem per 7 huius numerabit h, quare & c.d, est enim e ad d, sicut a ad h, constat igitur prima pars. Conuersa patet, sicut conuersa prioris. Nã si e numerat d, a quoque numerabit h, quem si numerat, necesse est ut numeret b.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propositio 15

15 Si cubus numerus cubum numerum mẽsus fuerit, & latus latus metietur, Et si latus latus mensum fuerit, & cubus cubum metietur.

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α. cubũ β metiatur, & ipsius quidẽ α, latus sit γ, ipsius autẽ β sit δ. Dico quod γ ipsum δ metitur. Igitur γ, seipsum multiplicãs ipsum efficiat ε. & insuper γ, ipsum δ multiplicans ipsum efficiat ζ. Ad δ seipsum multiplicãs ipsum efficiat η. Vterq; aũt ipsorũ γ.δ, ipsum ζ multiplicãs, utrũq; ipsorũ θ,κ, faciat. Manifestũ iam est (per 17 & 18 septimi & 11 octaui,) quod ipsi ε.ζ,η, & α.θ,κ,β, cõtinue sunt proportionales, in ipsius γ ad δ. ratione. Et quoniã ipsi α,θ,κ,β, cõtinue sunt proportiõales, & metitur α, ipsum β, metitur igitur (per 7 octaui) & α, ipsum θ. & est sicut α ad θ, sic est γ ad δ. Metitur igitur & γ ipsum δ. Sed iã metiatur γ, ipsum δ. Dico quod & α, ipsũ β metitur. Eisdẽ nãq; dispositis, similiter ostẽdemus quod ipsi α,θ,κ,β, cõtinue proportiõales sunt in ipsius γ ad δ, ratione. quoniã enim γ ipsum δ, metitur, estq; sicut γ ad δ, sic α ad θ. & α igitur ipsum θ metitur. Quare & α ipsum β metitur. Si cubus igitur nũerus & reliqua quod oportuit demõstrasse.*

α ....
θ ....
κ ....
β ....
γ ..
δ ....
ε ....
ζ ....
η ....

Eucl. ex Cãp. Proposi. 15

15 SI numerus quadratus quẽdam alium quadratũ nõ numeret, nec latus suũ, latus illius numerabit. Si uero latus suũ, latus illius non

numeret, quadratus is quadratum illum non numerat: ex necessitate conuincitur.

CAMPANVS. Hæc 15 proponit negationes conuerti, quæ affirmationibus quas 15 huius cõuerti proposuit opponũtur. Vt si sint duo numeri quadrati a & b, quorũ latera c & d. si a nõ numerat b, c quoqꝫ nõ numerabit d, e conuerso etiam si c non numerat d, nec a, b. Sit enim primo ut a non numeraret b, si itaque c numerat d, per secundam partem 15 huius & a numerabit b. quod est cõtrarium positioni, sicque patet primum. Secundum quoque sic: sit ut c non numeret d, itaque si a numeret b, per primã partem 15 necesse est ut c numeret d, necesse est igitur ut c numeret ipsum. cum numerat ipsum, quod est impossibile.

a .... b ....

c .. d ...

CAMPANI annotatio. Quemadmodũ autem necesse est conuerti negationes oppositas affirmationibus quas 15 demonstrauit conuerti, sic quoque necesse est eas negationes quæ opponuntur illis affirmationibus quas præmissa conuerti demonstrauit, cõuertantur. Vnde si cubus nõ numerat cubũ nec latus eius numerabit latus illius. e conuerso quoque si latus unius non numerat latus alterius, nec ipse cubus numerabit alterum cubum. demonstratur autem hoc per præmissam à destructione consequentis, sicut quod propositum est per 15, ideoque hoc auctor non proposuit, sed per id quod propositum est, ipsum dedit intelligi.

Hæ sequentes ex Zamberto duæ propositiones præcedenti ex Campano cum annotatione eiusdem respondent.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 16 Conuersa 14

16 Si quadratus numerus quadratum numerum mensus non fuerit, neqꝫ latus latus metietur. Et si latus latus mensum non fuerit, neque quadratus quadratum metietur.

THEON ex Zamberto. Sint quadrati numeri α, β: eorum autem latera sint γ, δ. At α, ipsum β non metiatur. Dico quod neque γ, ipsum δ, metietur. Si autem γ ipsum δ, metitur, metitur (per 14 octaui,) & α ipsum β: non metitur autem (per hypothesin) β, ipsum β, neque igitur γ, ipsum δ metietur. Non metiatur autem rursus γ, ipsum δ. Dico quod neque α, ipsum β, metietur. Si autem α, ipsum β metitur, & γ, (per 14 octaui.) ipsum δ. Nõ metitur autẽ γ, ipsum δ. (per hypothesin,) neque α igitur, ipsum β metietur, quod erat demonstrandum.

α ....

β ....

γ ...

δ ....

Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 17 Conuersa 15

17 Si cubus numerus cubum numerum non metiatur, neque latus latus metietur. Et si latus latus non metiatur, neque cubus cubum metietur.

THEON ex Zamb. Cubus enim numerus α, cubum numerum β non metiatur, & ipsius quidem α, latus esto γ, ipsius uero β, sit δ. Dico quod & γ, ipsum δ non metietur, Si enim γ ipsum δ metitur, & α, ipsum β metietur, (per 15 octaui,) non metitur autem α, ipsum β, (per hypothesin,) neque igitur γ, ipsum δ metietur. Sed iam non metiatur γ ipsum δ. Dico quod & α ipsum β non metietur, si enim α ipsum β, metitur, & γ, ipsum δ, metietur (per 15 octaui,) non metitur autem γ, ipsum δ, (per hypothesin,) neque α igitur ipsum β, metietur: quod oportuit demonstraße.

α ....

β ....

γ ......

δ ....

Eucli. ex Camp. Propositio 16

16 SI duo numeri superficiales fuerint similes, necesse est tertium numerum secundum proportionalitatem continuam eis interesse. Eritqꝫ proportio unius numeri ad alterum sibi similem, uelut unius lateris sui ad latus alterius ipsum respiciens proportio duplicata.

CAMPANVS Sint duo numeri a & b, superficiales & similes, dico quod inter ipsos cadet unus numerus in continua proportione, latera enim a sint c & d. b uero latera, sint e & f, erũtque ex conuersione diffinitionis numerorũ similiũ, c ad e, sicut d ad f, constat autem quod ex c in d fiat a, & ex e in f, b, fiat itaque

a ....

g ....

b ....

c ..

d ....

e ...

f .....

itaque g ex e in d. eritque per 19 septimi, a ad g. sicut c ad e. & per 18 eiusdem g ad b sicut d ad f, quare a ad g, sicut g ad b, est itaque g. continua proportionalitate medius inter a & b. quod est propositum. Correlarium autem patet, cum sit a ad b per diffinitionem sicut a ad g duplicata, quæ eadem est illi quæ est c ad e.

Eucli. ex Camp. Propositio 17

17 SI secundum continuam proportionalitatẽ tertius numerus duobus numeris intersit, illi duo numeri superficiales sunt & similes.

CAMPANVS Hæc est conuersa præmissæ. Vt si inter a & b sit c sub continua proportionalitate constitutus, a & b erunt superficiales & similes, sint enim d & e minimi in proportione qua continuantur a, c, b. qui per 21 septimi, numerabunt a & c æqualiter, sitque ut secundum f, & per eandem c & b æqualiter. sitque ut secundum g, erunt igitur per diffinitionem a & b superficiales. & erunt etiam per diffinitionem, d & f, latera numeri a, e quoque & g. latera numeri b. Quod autẽ ipsi sint similes, sic habeto, cum, cum enim ex d in g. fit c, & ex e in f fit idem c, erit per secundam partem 20 septimi, d ad e. sicut f ad g, per diffinitionem igitur a & b sunt similes, quod est propositum. Hoc autem ultimum quod est a & b esse similes, potest etiam per 19 & 18 septimi, & per has hypotheses quod a, c, b, sunt continue proportionales in proportione d ad e minimorum numerantium a & c secundum f, & c & b secundum g

a ....
c ....
b ....
d ..
e ...
f ....
g ......

Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 SI fuerint duo numeri solidi similes, necesse est eis duos numeros secundũ continuã proportionalitẽ interesse, eritq; proportio unius solidi ad alterũ sibi similẽ, uelut cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciẽs se proportiõaliter, proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b. solidi similes. dico quod inter ipsos cadent duo numeri in continua proportione. Sint enim latera numeri a, c, d. e: latera uero b, sint f, g, h. eruntq; ex conuersione diffinitionis numerorum similium, c ad f, & d ad g, sicut c ad h. Sit igitur ex c in d. k, & ex f in g. l, erũtque ex diffinitione, k & l. superficiales & similes. quare per 16 huius, unus numerus cadit inter eos medius secundũ proportionem c ad f. qui sit m. Manifestum autem est quod ex e in k, sit a & ex h in l, b. si igitur ex e in m & l fiant n & p, erunt per 18 septimi, a ad n sicut k ad m. & n ad p, sicut m ad l, quare a. n, p, sunt continue proportionales in proportione c ad f, & quia per 19 eiusdem p ad b sicut e ad h & ideo sicut c ad f, sequitur ut quatuor numeri a, n, p, b sint continue proportionales secundum proportionem c ad f, sunt itaque inter a & b duo numeri n & p, medij in continua proportionalitate suorum laterũ interpositi, quod est propositũ. Correlariũ autẽ patet, cũ proportio a ad b sit per diffinitionẽ sicut a ad n triplicata, quæ est eadẽ illi quæ est c ad f.

a ....
n ....
p ....
b ....
c ..
d ....
e ..
f ...
g ......
h ...
k ....
m ....
l ....

Eucli. ex Camp. Propositio 19

19 SI eis secundum cõtinuam proportionalitatem duo numeri interiacent, quilibet duo numeri, solidi sunt atque similes.

CAMP. Hæc est cõuersa præmissæ, ut si inter a & b sint duo numeri c & d medij in continua proportione, erunt a & b solidi & similes. Sumantur enim tres minimi in eadem proportione continue proportionales, qui sunt e, f, g, eruntque per 17 e, & g, superficiales & similes, sint ergo h & k, latera e, at l, & m. latera g eritque per correlarium 16 huius, e ad f. sicut h ad l, aut sicut k ad m. Manifestum autem est ex tertia quod e & g, sunt contra se

a ....
c ....
d ....
b ....
e .... h .. k .. n ..
f ......
g .... m ... l ... p ...

primi

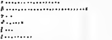
primi, ideoque per 23 septimi, in sua proportione minimi. & quia per æquam proportionalitatem sunt a ad d & c ad b sicut e ad g, sequitur per 21 septimi, ut ipsi numerent a & d æqualiter, quod sit secundum n, & item c & b æqualiter, quod secundum p. Quia igitur ex h in k fit e, & ex e in n fit a, sequitur per diffinitionem ut a sit solidus eiusque latera h, k, n, similiter quia ex l, in m fit g, & ex g in p, b, sequitur etiam ut b, sit solidus & eius latera l, m, p. Ipsos autem esse similes sic constabit. Cum ex g in n fiat d, & ex eodē in p, b, erit per 18 septimi, n, ad p, sicut d ad b. & quia sic erant h ad l, & k ad m, per diffinitionem manifestum est a & b, esse similes: quod est propositum.

Quatuor præcedentes ex Campano Euclidis propositiones scilicet 16, 17, 18, 19, quatuor sequentibus ex Zamberto propositionibus puta 18, 19, 20, 21, hoc ordine respondent, prima, primæ, secunda tertiæ, tertia secundæ, quarta quartæ.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 16* *Propositio 18*

18 Duorum similium planorum numerorum, unus medius proportionalis est numerus. Et planus ad planum duplam habet rationem, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus.

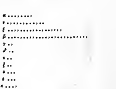
THEON ex Zamberto. *Sint bini plani similes numeri α, β. & ipsius α, latera sint γ, δ, ipsius autem β sint, ε, ζ. Et quoniam similes plani sunt, qui proportionalia habent latera, (per 21 diffinitionē septimi,) est igitur sicut γ ad δ, sic est ε, ad ζ. Dico igitur quod ipsorū α, β, unus medius proportionalis est numerus & α ad β, duplam rationem habet, quàm γ, ad ε, uel δ, ad ζ, hoc est quàm similis rationis latus, ad similis rationis latus. Et quoniā est sicut γ, ad δ, sic est ε, ad ζ, uicißim igitur est (per 13 septimi,) sicut γ, ad ε, sic est δ ad ζ. Et quoniā α planus est, ipsius aūt latera sunt γ, δ, igitur δ, ipsum γ, multiplicās, ipsum α fecit. Id propterea etiā ε, ipsum ζ, multiplicās, ipsum effecit β. At δ, ipsum ε multiplicās, ipsum efficiat η, & quoniā δ, ipsum quidē γ, multiplicās ipsū effecit α, ipsum aūt ε multiplicās ipsum fecit η, est igitur (per 17 septimi,) sicut γ, ad ε, sic est α ad η. Sed sicut γ, ad ε, sic est δ ad ζ, & sicut igitur (per 11 quinti,) δ ad ζ, sic α ad η. Rursus quoniam ε, ipsum quidem δ multiplicans ipsum effecit η, ipsum aūt ζ, multiplicans ipsum β, fecit: est igitur, (per 17 septimi,) sicut δ ad ζ, sic est η ad β, ostensum autem est quod & sicut δ, ad ζ, sic est α ad η, & sicut igitur (per 11 quinti,) α, ad η, sic est η, ad β. Igitur ipsi α, η, β, cōtinue sunt proportionales. Ipsorum igitur α, β, unus medius proportionalis est numerus. Dico iam quod & α, ad β, duplam rationē habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est quàm γ, ad ε, uel quàm δ, ad ζ. Quoniam enim ipsi α, η, β, continue proportionales sunt, igitur (per 10 diffinitionem quinti,) α, ad β, duplam habet rationem quàm ad η, & est sicut α, ad η, sic est γ, ad ε, & δ, ad ζ, & α, igitur ad β, duplam rationem habet quàm γ, ad ε, uel δ, ad ζ, quod erat demonstrandum.*



Eucli. ex Zamb. *Theorema 17* *Propositio 19*

19 Duorum similium solidorum numerorum, bini medij proportionales sunt numeri, Et solidus ad solidum simile triplam rationem habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus.

THEON ex Zamberto. *Sint bini similes solidi numeri, α, β, & ipsius quidem α, latera sint γ, δ, ε, numeri ipsius autē β, sint ζ, η, θ, & quoniam (per 21 diffinitionem septimi,) similes solidi latera habent proportionalia, est igitur sicut γ ad δ, sic est ζ, ad η, sicut autem δ ad ε, sic η ad θ. Dico quod ipsorum α, β, bini medij proportiōales sunt numeri, & quod α, ad β, triplam rationē habet, quàm γ, ad ζ, uel δ, ad η, uel insuper ε, ad θ. Igitur γ ipsum δ, multiplicans, ipsum efficiat κ, at ζ, ipsum η, multiplicans ipsum efficiat λ. Et quoniā ipsi γ, δ, ipsis ζ, η, in eadem sunt ratione ex ipsis γ, δ, gignitur κ, ex ipsis autem ζ, η, gignitur λ, igitur κ, λ, similes plani sunt numeri. Ipsorum igitur κ, λ, unus medius proportionalis est numerus (per 18 octaui) sit μ. Igitur μ ex ipsis δ, ζ, gignitur, quēadmodum ex præcedenti patuit theoremate. Est igitur sicut κ, ad μ, sic est μ, ad λ. Et quoniam δ, ipsum quidē γ, multiplicans fecit ipsum κ, ipsum aūt ζ, multiplicās fecit ipsum μ, est igitur (per 17 septimi) sicut γ, ad ζ, sic est κ, ad μ, sed sicut κ, ad μ, sic μ ad λ. Ipsi igitur κ, μ, λ, cōtinue sunt proportiōales, in ipsius γ, ad δ, ratiōe. Et*



quoniam

quoniam est sicut γ, ad δ, sic est ζ ad η, uicißim igitur (per 13 septimi,) est sicut γ, ad ζ, sic est δ, ad η. Rursus quoniã est sicut δ, ad ε, sic η, ad θ, uicißim igitur (per 13 septimi, est sicut δ, ad η, sic est ε, ad θ. Ipsi igitur κ, λ, μ, continue sunt proportionales in ipsius γ, ad ζ, & δ, ad η ratione, & insuper ipsius ε ad θ. Vterque iam ipsorum ε, θ, ipsum μ, multiplicans, utrũque ipsorum, ν, ξ, faciat. & quoniam α, solidus est, latera autẽ eius ipsi γ, δ, ε, igitur ε, eum qui ex γ, δ, multiplicans ipsum, effecit α, at qui gignitur ex γ, δ, est κ. Igitur ε, ipsum κ, multiplicans, ipsum effecit α. Id propterea etiam θ, ipsum qui gignitur ex ζ, η, hoc est λ, multiplicãs, ipsum effecit β. Et quoniam ε, ipsum κ multiplicans ipsum α, effecit, sed & ipsum μ, multiplicans ipsum ν, effecit, est igitur (per 17 septimi, sicut κ, ad μ, sic est α, ad ν. Sicut autem κ, ad μ, sic est γ, ad ζ, & δ, ad η, & insuper ε ad θ, sicut igitur γ ad ζ. & δ, ad η. & ε, ad θ, sic est α, ad ν. Rursus quoniam uterque ipsorum ε, θ, ipsum multiplicans μ, utrũq; ipsorũ ν, ξ, fecit, est igitur (per 18 septimi,) sicut ε, ad θ, sic est ν, ad ξ. Sed sicut ε, ad θ, sic est γ, ad ζ, & δ, ad η, & sicut igitur (per 11 quinti,) γ ad ζ. & δ, ad η, & ε ad θ, sic est α, ad ν. & ν, ad ξ. Rursus quoniã θ, ipsum μ, multiplicans ipsum fecit ξ, sed & ipsum λ, multiplicãs ipsum effecit β, est igitur (per 17 septimi,) sicut μ, ad λ, sic ξ, ad β. Sed sicut μ, ad λ, sic est γ, ad ζ, & δ, ad η & ε, ad θ, & sicut igitur γ, ad ζ, & δ, ad η, & ε, ad θ, sic non solum ξ ad β sed & α, ad ν, & ν ad ξ. Igitur ipsi α, ν, ξ, β: continue sunt proportionales in praedictis laterum rationibus. Dico insuper quod & α, ad β, triplam rationẽ habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus hoc est, quàm γ, numerus ad ζ, uel δ ad η, & insuper quàm ε, ad θ. Quoniam enim quatuor numeri continue sunt proportionales, hoc est. α, ν, ξ, β, igitur (per 10 diffinitionem quinti,) α, ad β, triplam rationẽ habet, quàm α, ad ν. Sed sicut α ad ν sic patuit γ, ad ζ, δ ad η, & insuper ε ad θ. Igitur α, ad β, triplã rationẽ habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est, quàm γ, numerus ad ζ, numerũ & δ, ad η, & ε ad θ, quod erat demonstrandũ.

α . . . .
ν . . . .
ξ . . . .
β . . . .
γ . .
δ . .
ε . .
ζ . .
η . . .
θ . . .
κ . . . .
μ . . . . . .
λ . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 18 Propositio 20

20 Si binorum numerorum unus medius proportionalis fuerit numerus, similes plani erunt ipsi numeri.

THEON ex Zamberto. Duorum enim numerorum α, β, unus medius proportionalis esto γ, numerus. Dico quod ipsi α, β, similes plani sunt numeri. Sumantur (per 35 septimi) enim minimi numeri eandem rationem habentiũ ipsis α, γ, β, duo, sintq; δ, ε. Est igitur sicut δ, ad ε, sic est α, ad γ, sed sicut α, ad γ, sic est γ, ad β, & sicut igitur (per 11 quinti,) δ, ad ε, sic γ ad β. Aeque igitur δ, ipsum α metitur, & ε, ipsum γ, quoties autẽ δ, ipsum α metitur, tot unitates sint in ζ. igitur ζ, ipsum δ multiplicans ipsum effecit α. Ipsum autem ε, multiplicans, ipsum fecit γ, quare α, planus est: latera autem eius sunt δ, ζ. (per 22 diffinitionẽ septimi.) Rursus quoniam ipsi δ, ε, minimi sunt eandem rationem habentium ipsis γ, β, aeque igitur (per 21 septimi,) δ, ipsum γ, metitur & ε, ipsum β. Quoties autẽ ε, ipsum β, metitur, tot unitates sint in ipso η. Igitur ε, ipsum β, metitur per eas quae in η, sunt unitates, igitur η, ipsum ε multiplicãs, ipsum effecit β, igitur planus est (per 23 diffinitionẽ septimi,) latera aũt eius sunt ε, η. Igitur ipsi α β, plani sunt duo numeri. Dico insuper quod & similes. Quoniam enim uterq; ipsorũ ζ, η, ipsum ε, multiplicans, utrunque ipsorũ γ, β, effecit, est igitur (per 17 septimi.) sicut ζ ad η, sicut est γ, ad β. Sicut autem γ, ad β, sic δ ad ε, & sicut igitur (per 11 quinti,) δ ad ε, sic ζ, ad η. Ipsi igitur α, β similes plani sunt numeri, eorum enim latera proportionalia sunt quod erat demonstrandum.

α . . . .
γ . . . .
β . . . .
δ . . .
ε . . . .
ζ . . . . . .
η . . . .

Hoc fiet, per 35 septimi, sumendo ipsorum aut α γ, aut γ β, maximam dimensionem per quam inuenientur duo in eadem ratione minimi, hoc est δ, ε.

Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 21

21 Si duorum numerorũ duo medij proportionales fuerint numeri similes solidi sunt ipsi numeri.

α . . . .
γ . . . .
δ . . . .
β . . . .
ε . . . .
ζ . . . .
η . . . .
θ . . .
κ . . .
λ . . . .
μ . . . .

THEON ex Zamberto. Duorum enim numerorum α, β, duo medij proportionales sint numeri γ, δ, dico quod ipsi α, β, similes solidi sunt. Sumantur enim (per 35 septimi, aut 2 octaui,) minimi numeri eandem rationem habentium eisdem α, γ, δ, β, tres: sintque ε, ζ, η. Igitur (per tertiã octaui) eorum extremi ε, η, primi adinuicẽ sunt, & quoniã ipsorũ ε, η, unus medius proportionalis est numerus, similes igitur plani sunt (per 20 octaui) Sint

Hoc fiet, per 35 sep. sumendo ipsorũ aut α γ δ, aut γ δ β, maximã dimẽsionẽ per quã inueniũtur tres in eadẽ ratione minimi. Aut ipsorũ uel α γ, uel γ δ, uel δ β, sumendo maximã dimensionẽ per quã sumẽtur duo in eadẽ ratione minimi, per quos per 2 octaui sumẽtur tres, hoc est ε, ζ, η

Sint igitur ipsius quidem ε latera θ,κ, ipsius autem ξ, sint λ,μ. Manifestum igitur est ex hoc, quod ipsi ε,ζ,η, continue proportionales sunt in ipsius θ ad λ ratione, & ipsius κ ad μ. Et quoniam ipsi ε,ζ,η, minimi sunt eandem rationem habentiū ipsis α,γ,δ, ex æquali igitur (per 14 septimi) est sicut ε ad η, sic est α ad δ. At ε,η, (per 3 octaui primi,) sunt, primi autem, & minimi, minimi uero, (per 21 septimi,) metiuntur eandem rationem habentes æqualiter: maior maiorem & minorem, hoc est antecedens antecedentem, & sequens sequentem: æque igitur ε ipsum α metitur, & η ipsum δ. quoties igitur ε ipsum α metitur: tot unitates sint in ipso ν. Igitur ν ipsum ε multiplicans, ipsum effecit α. At ε, est ex θ,κ, igitur ν eum qui ex θ,κ, gignitur multiplicans ipsum effecit α. Solidus igitur est α, latera autem eius sunt θ,κ,ν. Rursus quoniam ipsi ε,ζ,η, minimi sunt eandem rationem habentium ipsis γ,δ,β, æque igitur ε ipsum γ metitur & η ipsum ϐ. Quoties autem η ipsum θ metitur: tot unitates sint in ξ. Igitur η ipsum β metitur per eas quæ in ξ sunt unitates. Igitur ξ ipsum η multiplicans ipsum effecit β. At η, est ex λ,μ. Igitur ξ eum qui ex λ,μ, gignitur multiplicās ipsum fecit ϐ. Solidus igitur est β, latera autem eius sunt λ,μ,ξ. Igitur ipsi α,β, solidi sunt. Dico insuper quod & similes. quoniam ν ξ ipsum ε multiplicātes ipsos fecerunt α,γ, est igitur (per 18 septimi,) sicut ν ad ξ, sic est α ad γ, hoc est ε ad ζ. Sed sicut ε ad ζ, sic est θ ad λ, et κ ad μ. & sicut igitur (per 11 quinti,) θ ad λ, sic κ ad μ, & ν ad ξ, & sunt quidem ipsi θ,κ,ν, latera ipsius α, ipsi uero ξ,λ,μ, latera sunt ipsius β. Igitur ipsi α,ϐ, numeri solidi sunt similes, quod oportuit demonstrasse.

α ....
γ ....
δ ....
ϐ ....
ε ....
ζ ....
η ....
θ ...
κ ...
ν ...
λ ....
μ ....
ξ ....

Eucli. ex Camp. Propositio 20

20 SI trium numerorum continue proportionalium primus fuerit quadratus, tertium quoque quadratum esse.

CAMPANVS Sint tres numeri continue proportionales a,b,c, sitque a quadratus Dico quod c est etiam quadratus: sunt enim per 17 a & c superficiales & similes, cum igitur a sit quadratus: per hypothesin, erit c quadratus.

a .... b ...... c ....

Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 22

22 Si tres numeri continue proportionales fuerint, primusque fuerit quadratus, & tertius quadratus erit.

THEON ex Zamberto. Sint tres numeri continue proportionales α,ϐ,γ, primus autem sit quadratus Dico quod & tertius quadratus est, quoniam enim ipsorum α,γ, (per 20 octaui,) unus medius proportionalis est numerus ϐ, igitur α,γ, similes plani sunt, at quadratus est α, quadratus igitur est & γ, quod erat demonstrādum.

α ....
ϐ ....
γ ....

Eucli. ex Camp. Propositio 21

21 SI quatuor numerorum continue proportionalium primus fuit cubus, quartum cubum esse necesse est.

CAMPANVS Sint quatuor numeri continue proportionales a,b,c,d sitque a cubus, dico quod d est etiam cubus, constat enim per 19 quod a & d sunt solidi similes. & quia a est cubus per hypothesin, erit etiam d cubus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propositio 23

23 Si quatuor numeri continue proportionales fuerint, primus autem cubus fuerit, & quartus cubus erit.

THEON ex Zamberto. Sint quatuor numeri proportionales continue α,ϐ,γ,δ, sit autem α cubus, dico quod & δ cubus erit. Quoniam enim ipsorum α,δ, duo medij proportionales sunt numeri ϐ,γ, ipsi igitur α,δ, similes sunt solidi numeri, at α, cubus est, cubus igitur est & δ, quod demonstraße oportuit.

α ....
ϐ ....
γ ....
δ ....

Eucli.

Eucl. ex Camp. Propositio 22

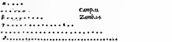
22 SI duorum numerorũ quorum proportio ſicut quadrati ad quadratum, fuerit unus quadratus, alterum quoq; quadratũ eſſe.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, in proportione duorum quadratorum qui ſunt c & d, ſitq; a uel b quadratus: dico reliquum eſſe quadratum. Cum enim c & d ſint quadrati, ſequitur eos eſſe ſuperficiales. Ideoq; per 18 cadet unus medius inter eos in continua proportione: quare per 8 inter a & b, per 26 igitur conſtat propoſitum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 22 Propoſitio 24

24 Si bini numeri rationem habuerint, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, primus autem fuerit quadratus, & ſecundus quadratus erit.

THEON ex Zamberto. Bini enim numeri α, β, adinuicem rationem habeant, quam quadratus numerus γ ad quadratum numerum δ. Ipſe autem α quadratus ſit, dico quod & β quadratus eſt. Quoniam ipſi γ, δ, ſunt quadrati, ipſi γ, δ, igitur ſimiles plani ſunt. Ipſorũ igitur γ, δ, (per 18 octaui) unus medius proportionalis eſt numerus. Et eſt ſicut γ ad δ, ſic eſt α ad β. Ipſorum igitur α, β, unus medius proportionalis eſt numerus. At α quadratus eſt, & β igitur quadratus eſt, quod erat demonſtrandum.



Camp. 22
Zamb. 24

Eucli. ex Camp. Propoſitio 23

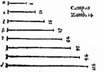
23 SI duorum numerorũ quorum proportio unius ad alterũ ſit ſicut cubi ad cubum, alteruter fuerit cubus, & alterum cubum eſſe.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b in proportione duorum cuborum qui ſunt c & d, ſitq; a uel b cubus: dico reliquũ eſſe cubum. Neceſſe eſt enim quod c & d ſint ſolidi ſimiles, quippe omnes cubi ſunt ſimiles & ſolidi, itaq; per 19 inter ipſos cadent duo medij in continua proportione: totidem igitur per 8 cadent inter a & b, itaque per 21 manifeſtum eſt quod dicitur.

Eucli ex Zamb. Theorema 23 Propoſitio 25

25 Si bini numeri adinuicem rationem habuerint, quam cubus numerus ad cubum numerum, primus autem cubus fuerit, & ſecundus cubus erit.

THEON ex Zamberto. Bini enim numeri α, β, adinuicem rationem habeant, quam cubus numerus γ ad cubum numerum δ, cubus autem eſto α. Dico quod & β cubus eſt. Quoniam enim ipſi γ, δ, cubi ſunt, ſunt igitur (per 19 octaui) ipſi γ, δ, ſimiles ſolidi. Ipſorum igitur γ, δ, bini medij ſunt proportionales (per 21 octaui) quot autem inter ipſos γ, δ, continue proportionales cadunt, totidem & inter eandem rationem habentes cadunt numeri. Quare & inter α β duo medij proportionales cadunt, (per 8 octaui) cadant ipſi ε, ζ. Quoniam igitur quatuor numeri α, ε, ζ, β, continue proportionales ſunt, & α cubus eſt, cubus igitur eſt (per 25 octaui) & β, quod oſtendere oportuit.

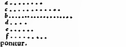


Camp. 25
Zamb. 24

Eucli. ex Camp. Propoſitio 24

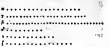
24 NVmerorum ſuperficialium ſimilium eſt proportio unius ad alterum, ſicut proportio quadrati ad quadratum.

CAMPANVS. Sint a & b ſuperficiales ſimiles, dico quod unus ad alterum eſt proportio, ſicut quadrati ad quadratum, erit enim per 18 inter eos unus numerus medius in cõtinua proportione qui ſit c, ſumptis itaque tribus minimis in ꝓportione eorum qui ſunt d, e, f, erunt per correlarium 2 d & f quadrati: & quia per æquam proportionalitatẽ eſt a ad b ſicut d ad f, conſtat uerum eſſe quod proponitur.



Eucl. ex Zamb. Theorema 24 Propositio 26

26 Similes plani numeri adinuicem rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.



THEON ex Zamber. Sint similes plani numeri α β. Dico quod α ad β rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Quoniam ipsi α, β, similes plani sunt, inter ipsos igitur α, β, unus medius proportionalis cadit numerus. (per 18 octaui.) Cadat, & sit γ, assumanturque (per 35 septimi) minimi numeri eandem ipsis α, β, γ, habentium rationem, sintque δ, ε, ζ. ipsi igitur ipsorum extremi, hoc est δ, ζ, sunt quadrati. Et quoniam est sicut δ ad ζ, sic α ad β, & ipsi δ, ζ, sunt quadrati, igitur α ad β rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, quod demonstrare oportebat.

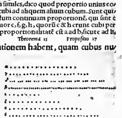
Eucl. ex Camp. Propositio 25

25 OMnium duorum solidorum similium est proportio unius ad alterum, sicut alicuius cubi ad aliquem cubum.

CAMPANVS. Sint a & b solidi similes, dico quod proportio unius eorum ad alterum, est sicut alicuius cubi ad aliquem alium cubum. Sunt quidem per 19 inter eos duo numeri medij secundum continuam proportionē, qui sint c & d, & in eorū proportione sint minimi quatuor e, f, g, h, quorū e & h erunt cubi per correlarium secūdæ: quia igitur per æquam proportionalitatē est a ad b, sicut e ad h, liquet propositū.

Eucl. ex Zamb. Theorema 25 Propositio 27

27 Similes solidi numeri adinuicem rationem habent, quam cubus numerus ad cubum numerum.



THEON ex Zamberto. Sint similes solidi numeri α, β. Dico quod α ad β rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum. Quoniam enim ipsi α, β, similes solidi sunt, inter ipsos igitur α, β, (per 19 octaui) bini cadunt numeri proportionales, cadunt, & sint γ, δ. Accipianturque (per 35 septimi) minimi numeri eandem habentium rationem ipsis α, γ, δ, β, sintque ipsis æquales multitudine ε, ζ, η, θ. ipsi igitur ε, θ, eorum extremi cubi sunt. estque sicut ε ad θ, sic α ad β. Et α igitur ad β rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum, quod oportuit demonstrasse.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEMENTORVM LIBER NONVS.

Ex Campano. Diffinitiones.

PAr numerus, est qui potest in duo æqualia diuidi. 1 2 Impar numerus, est qui in duo æqualia diuidi non potest, additque supra parem unitatē. 3 Pariter par, est quem cuncti pares eum numerantes, paribus uicibus numerant. 4 Pariter impar est quem cuncti pares eum numerantes, imparibus uicibus numerant. 5 Pariter par & impariter, est quem pares eum numerantes, quidam paribus quidam imparibus uicibus numerāt. 6 Impariter impar, quē cuncti impares eum numerantes, imparibus uicibus numerāt.

Perfectus

7 Perfectus numerus appellatur, qui omnibus partibus suis quibus numeratur, est æqualis. 8 Abundans dicitur, qui omnibus suis partibus minor est. 9 Diminutus uero, qui maior.

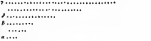
Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 SI fuerint duo numeri superficiales similes, qui ex ductu alterius in alterum producetur, numerũ quadratũ esse necesse est.

CAMPANVS. Sint a & b superficiales similes, ex quorum multiplicatione proueniat c, dico c esse quadratũ: fiat enim d ex a in se, eritq́ per 18 septimi d ad c, sicut a ad b, & quia inter a & b cadit medius secũdum continuam proportionalitatẽ per 16 octaui, sequitur per 8 eiusdem, ut unus quoq; cadat inter d & c, itaq; cum d sit quadratus, erit per 20 eiusdem. c quoq; quadratus, quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 Si bini similes plani numeri sese inuicem multiplicantes, aliquem fecerint, factus ex eis quadratus erit.



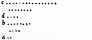
THEON ex Zamb. Sint bini similes plani numeri α, β, & α ipsum β multiplicans, ipsum efficiat γ. Dico quod γ quadratus est, ipse enim α seipsum multiplicans, ipsum δ efficiat, ipse igitur δ, quadratus est. Quoniam igitur α se ipsum multiplicans ipsum δ fecit, ipsum autem β multiplicans ipsum γ fecit: est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic δ ad γ. Et quoniam ipsi α, β, similes plani sunt numeri, unus medius (per 18 octaui) proportionalis cadit numerus ipsorum α, β. Si autẽ inter binos numeros continue proportionales, numeri proportionales ceciderint, quot inter ipsos cadunt totidem quoq; (per 8 octaui) & inter eandem rationem habentes cadent. Quare & inter ipsos γ, δ, unus medius proportionalis numerus cadit: est autem ipse δ, quadratus, quadratus igitur est γ, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 SI ex ductu alterius in alterũ tetragonus producatur, duo quilibet numeri sunt superficiales similes.

CORRELARIVM.

Ex his itaq; patens est, quia si tetragonus in tetragonũ ducatur, qui ex eis producetur, tetragonũ esse. Si uero ex ductu tetragoni in numerum aliquem, tetragonus producatur, illum numerum aliquem esse tetragonũ. Itemq́; si ex ductu tetragoni in numerum aliquem, non tetragonus producatur, eum numerum aliquem non tetragonum esse. Si uero tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur, qui inde producetur, non tetragonum esse necesse est.



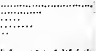
CAMPANVS. Hæc est conuersa prioris. Vt si ex a in b fiat c, fueritq́; c quadratus, erunt a & b, superficiales similes. Sit enim d ex a in se, eritq́; per 18 septimi, d ad c, sicut a ad b. Per 16 autẽ octaui, cum d & c sint superficiales similes, eo q́ sunt ambo quadrati, erit inter eos unus numerus medius secundum continuam proportionem per 8 itaq; eiusdem erit etiam unus inter a & b, igitur per 17 eiusdẽ, a & b sunt superficiales similes, quod est propositũ.

Prima pars correlarij patet per præmissam, sunt enim omnes tetragoni, superficiales similes. Secũda patet ex hac, cum sit solus tetragonus similis tetragono. Tertia pars patet, ex prima ipsius correlarij parte, à destructione consequẽtis. Quarta uero patet ex eiusdem parte secunda, à destructione consequentis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

2 Si bini numeri inuicem sese multiplicantes, quadratum fecerint, similes plani sunt.

THEON ex Zamb. Bini enim numeri α, β, inuicem sese multiplicantes, quadratū efficiant γ. Dico quod & ipsi α, β, similes plani sunt numeri. Ipse enim α seipsum multiplicās, ipsum δ efficiat: δ igitur quadratus est. Et quoniā α seipsum quidem multiplicās ipsum δ fecit, ipsum autem β multiplicans ipsum γ fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic δ ad γ. Et quoniam δ quadratus est, sed & γ, ipsi igitur δ, γ, similes plani sunt, ipsorū igitur δ, γ (per 18 octaui) unus medius proportionalis est numerus, & est ut δ ad γ, sic α ad β. Ipsorum igitur α, β, (per 8 octaui) unus medius est proportionalis. Si autem binorum numerorū unus medius proportionalis est numerus, (per 18 octaui,) similes plani sunt numeri: ipsi igitur α, β, similes plani sunt, quod oportuit demonstrasse.



Eucli. ex Camp. Propositio 3

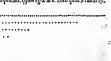
3 SI numerus cubus in seipsum ducatur, qui inde producetur erit cubus.

CAMPANVS. Sit a cubus, ex quo in se ducto fiat b, dico b esse cubum: sit enim c latus cubicū a, ex c uero in se, fiat d, patet itaq; q ex c in d, fit a: sunt igitur unitas, c, d, a, continue proportionales, quod ex 8 septimi, & præsentibus hypothesibus manifestū est, & quia a est a ad b, sicut unitas ad a, eo quod quoties unitas est in a toties a in b, erunt inter a & b, duo numeri medij secundum proportionalitatē continuam per 8 octaui, cum igitur ex hypothesi sit a cubus, erit per 21 eiusdem, b quoq; cubus, quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 3

3 Si cubus numerus seipsum multiplicās aliquē fecerit, factus cubus erit.

THEON ex Zamb. Cubus enim numerus α, seipsum multiplicans, ipsum efficiat β. Dico quod β cubus est. Accipiatur enim ipsius α, latus γ. & γ seipsum multiplicans, ipsum efficiat δ. manifestū iam est, quod γ ipsum δ multiplicās, ipsum effecit α. & quoniā γ seipsum multiplicās, ipsum δ fecit, igitur γ ipsum δ metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Sed & unitas ipsum γ metitur, per eas quæ in ipso sunt unitates. Est igitur sicut unitas ad γ, sic γ ad δ. Rursus quoniam γ ipsum δ multiplicās, ipsum effecit α, igitur & ipse δ ipsum α metitur per eas quæ in ipso γ sunt unitates. At unitas ipsum γ metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Est igitur sicut unitas ad γ, sic δ ad α. Sed sicut unitas ad γ, sic γ ad δ, & (per 11 quinti) igitur sicut unitas ad γ, sic γ ad δ & δ ad α. Ipsius igitur unitatis & α, bini medij sunt continue proportionales numeri γ, δ. Rursus quoniam α seipsum multiplicans, ipsum β fecit, igitur α ipsum β metitur per eas quæ in seipso sunt unitates. Metitur autem & unitas ipsum α per eas quæ in ipso sunt unitates. Est igitur sicut unitas ad α, sic α ad β. Ipsius autē α & unitatis, bini medij sunt proportionales numeri, & ipsorū igitur α β, bini medij proportionales sunt numeri (per 8 octaui.) Si autem binorū numerorū bini medij proportionales fuerint numeri, primus autem cubus fuerit & quartus cubus erit (per 23 octaui:) est autē α cubus, & β igitur cubus est, quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 4

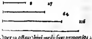
4 SI cubus in alium cubū ducatur, qui inde producetur erit cubus.

CAMPANVS. Sint a & b cubi, fiatq; c ex a in b: dico c esse cubum, fiat enim d ex a in se, eritq; per præmissam d cubus, & quia per 18 septimi, est a ad b, sicut d ad c, constat ex 23 octaui c esse cubum, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 4

4 Si cubus numerus cubum numetum multiplicans, aliquem fecerit, factus cubus erit.

THEON ex Zamb. Cubus enim numerus α, cubus numerū β multiplicans, efficiat γ. Dico quod γ cubus est. Ipse nanq; α seipsum multiplicans, ipsum efficiat δ. igitur δ cubus est (per præcedentem.) Et quoniam α seipsum multiplicās, ipsum δ fecit, ipsum autem β multiplicans, ipsum γ fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β sic δ ad γ. Et quoniam ipsi α cubi sunt, similes solidi sunt ipsi α, β. Ipsorum igitur α, β, (per 19 octaui) bini medij sunt proportionales numeri. Quare & (per 8 eiusdem ipsorum) δ, γ, bini medij proportionales sunt numeri, est autem δ cubus. cubus igitur est & γ, quod demonstrare oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 SI numerus cubus in numerū alium ducatur, fueritq́ꝫ productus cubus, in quem ductus est, numerū cubum esse necesse est.

CORRELARIVM.

Vnde & manifestum est, quia ex ductu cubi in non cubum, producitur non cubus. Ductoq́ꝫ cubo in numerum aliquem, si fuerit qui inde producitur non cubus, in quem ille ductus fuerit, necesse est esse non cubum.

CAMPANVS. Sit enim ex a cubo in b numerū, productus c cubus, dico b esse cubum: fiat enim d ex a in se, qui per antepræmissam erit cubus, quia igitur est per 15 sept. a ad b sicut d ad c, estq́ꝫ a cubus, sed & d & c cubi, erit per 25 octaui, b cubus, quod est propositū. Prima pars correlarij, patet ex hac quinta, à destructione consequentis, secunda, per præmissam, similiter à destructione consequentis.

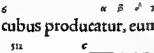
Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

5 Si cubus numerus numerū aliquem multiplicans, cubum fecerit, & multiplicatus cubus erit.

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α numerū aliquem ϵ multiplicans, cubum efficiat γ. Dico quod ϵ cubus est. Ipse enim α seipsum multiplicās, ipsum δ efficiat. Cubus igitur est (per 3 noni) & ipse δ, & quoniā α seipsum multiplicās ipsum δ fecit, ipsum autem ϵ multiplicās ipsum γ fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut α ad ϵ, sic δ ad γ, & quoniam ipsi δ, γ, cubi sunt, similes solidi sunt. Ipsorū igitur δ, γ, (per 19 octaui) bini medij sunt proportionales numeri. Estq́ꝫ sicut δ ad γ, sic est α ad ϵ: & ipsorū igitur α, ϵ, (per 8 eiusdem) bini medij sunt proportionales numeri, estq́ꝫ α cubus: cubus igitur & ϵ, quod oportuit demonstrasse.*

Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 SI ex ductu cuiusdā numeri in seipsum cubus producatur, eum esse cubum necessario cōprobatur.



CAMPANVS. Sit ut ex a in se fiat b, sitq́ꝫ b cubus: dico ergo a esse cubū. Fiat enim c ex a in b, eritq́ꝫ ex diffinitione, c cubus: & quoniā constat ex 15 septi. q̄ sit a ad b, sicut b ad c, cum sint b & c cubi, sequitur ex 23 octaui, a esse cubum, quod est propositū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 6

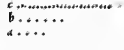
6 Si numerus seipsum multiplicans, cubum fecerit, & ipse cubus erit.

THEON ex Zamb. *Numerus enim α seipsum multiplicans, cubum efficiat ϵ. Dico quod α cubus est. Ipse enim α ipsum ϵ multiplicās, ipsum efficiat γ. Quoniā igitur α seipsum quidē multiplicans ipsum ϵ fecit, ipsum autem ϵ multiplicās ipsum γ fecit, igitur γ (per 4 noni) cubus est, Et quoniā α seipsum multiplicās ipsum ϵ fecit, ipsum autem ϵ multiplicās ipsum effecit γ, sicut igitur (per 17 sept.) α ad ϵ, sic ϵ ad γ. Et quoniā ipsi ϵ, γ, cubi sunt, similes solidi sunt, ipsorū igitur ϵ, γ, (per 19 octaui) bini sunt medij proportionales numeri, estq́ꝫ sicut ϵ ad γ, sic α ad ϵ, & ipsorū igitur α ϵ bini medij sunt proportionales numeri (per eandem:) est autem ϵ cubus, cubus igitur est & α, quod ostendere oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 SI numerus compositus in numerū quemlibet ducatur, qui inde producetur erit solidus.

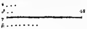
CAMPANVS. Sit a numerus cōpositus, qui ducatur in b, & proueniat c, dico c esse numerum solidum. Cúm enim a sit cōpositus, numeratur ab aliquo numero, qui sit d, numeretq́ꝫ eum secūdum e. Quia igitur ex e in d fit a, & ex a in b, c, erit ex diffinitione solidorū c solidus, eiusq́ꝫ latera e, d, b, quod est propositū.



Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 7

7 Si cōpositus numerus numerū aliquem multiplicās, aliquē fecerit, factus solidus erit.

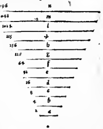
THEON ex Zamb. *Compositus enim numerus α numerū aliquem ϵ multiplicans, ipsum γ efficiat. Dico quod γ solidus est. Quoniam enim α compositus est, eum aliquis numerus metietur (per diffinitionē) metiatur eum δ, & quoties δ ipsum α metitur, tot unitates sunt in ε. Igitur ε ipsum δ multiplicans, ipsum effecit α. Et quoniam α*



ipsum β multiplicans, ipsum γ fecit, & α est ex δ, ε, qui igitur ex δ, ε, ipsum β multiplicans, ipsum effecit γ: & β igitur eum qui ex δ, γ, multiplicans, ipsum γ fecit. Igitur γ solidus est, latera autem ipsius, sunt ipsi δ, ε, β, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 SI fuerint numeri ab unitate continue proportionales, tertius ab unitate erit quadratus, ac deinceps uno semper intermisso. Quartus uero ab unitate, cubus, ac deinceps duobus semper intermissis. Itemq; semptimus ab unitate, est quadratus cubicus, ac deinceps quinque semper intermissis quadratus cubicus continuo sequitur.



CAMPANVS. Sint continue proportionales, unitas, a, b, c, d, e, f, g, h, k, l, m, n. Dico b esse quadratũ, & d, omisso, c, & sic alios uno semper obmisso, unde simpliciter omnes existentes in locis imparibus, sunt quadrati, ut sunt tertius, quintus & septimus. Dico item c esse cubũ, & f, duobus obmissis, & sic in cæteris. Omnisq; simpliciter est cubus, cuius ab unitate locus addit super ternariũ, uel quemlibet multiplicẽ ipsius ternarij unitatẽ, ut sunt quartus, septimus, decimus, tertiusdecimus & sextusdecimus in hoc enim cõueniunt omnes qui duos transmittunt. Itemq; dico f ab unitate septimũ, esse quadratũ cubicũ, & similiter n, quinq; numeris intermissis, idemq; in cæteris. Simpliciter autem dico, cuius locus ac unitate addit super senarium, uel quẽlibet multiplicẽ ipsius unitatẽ, ut sunt septimus, tertiusdecimus, decimusnonus, & uicesimusquintus, illum esse quadratũ cubicum, quadratũ quidem, quoniam eius locus impar, cubum autem quoniam super multiplicẽ ternarij addit unitatem, quippe senarij multiplices, cũctos ternarij necesse est esse multiplices. Quæ autẽ proposita sunt, sic constat. Est enim ex hypothesi a in b, quoties unitas in a, itaq; b, ex diffinitione quadratus. Quia igitur b, c, d, sunt continue proportionales, cũ b sit quadratus, patet ex 17 uel 20 octaui, d esse quadratũ. Eadem ratione & f, quia d, e, f, sunt continue proportionales, & d est quadratus. Idem in cæteris uno intermisso. Constat itaq; primum. Secundum sic. Cum sit b in c quoties a in b ex hypothesi, sequitur a diffinitione ut ex a in b suum quadratum fiat c, igitur ex diffinitione cubi, c est cubus. At quia c, d, e, f, sunt cõtinue proportionales, sed & f, g, h, k, est autẽ c cubus, necesse est per 19 uel 21 octaui, ut f quoq; sit cubus, ideoq; & k. Idemq; in cæteris, duobus transmissis. Quare liquet secũdum. Quoniam autem in f septimo, & in n tertiodecimo, cæterisq; quinq; medios obmittentibus, simpliciter uero & in omnibus quorum locus super quemlibet multiplicẽ senarij addit unitatem, terminantur quadratorũ & cuborum computationes, in his quidem unius, in illis autem duorũ obmissione, sequitur ipsos esse quadratos ex huius prima parte, & cubicos ex secunda, quare quadrati cubici. Constat ergo totum quod dicitur.

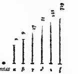
Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 8

8 Si ab unitate quotcunq; numeri ordine proportionales fuerint, tertius ab unitate quadratus est, & unum relinquentes omnes, quartus autem cubus, & binos relinquentes omnes, septimus uero cubus simul & quadratus, & quinque relinquentes omnes.

ỹs continue THEON ex Zamberto. *Sint ab unitate quilibet * ordinatim proportionales numeri, α, β, γ, δ, ε, ζ. Dico quod tertius quidem ab unitate, scilicet, β, est quadratus, & unum relinquentes omnes, quartus autem γ est cubus, & binos relinquentes omnes, septimus uero, cubus & simul quadratus, & quinq; relinquẽtes omnes. Quoniam enim est sicut unitas ad α, sic α ad β, æque igitur metitur unitas ipsum α numerum, & α ipsum β, at unitas ipsum α metitur*

per eas

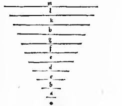
per eas quæ in α sunt unitates, igitur & α ipsum β metitur per eas quæ in ipso α sunt unitates & quoniam α ipsum β metitur per eas quæ in ipso α sunt unitates, igitur α seipsum multiplicans, ipsum effecit β, quadratus igitur est β. Et quoniam ipsi β, γ, δ, ordinatim sunt proportionales, & β quadratus est, igitur (per 22 octaui) & δ quadratus est, & iam id propterea & ζ quadratus est. Similites iam demonstrabimus quod & unum relinquentes, quadrati sunt omnes. Dico iam quod & quartus ab unitate, hoc est γ, cubus est, & binos relinquentes omnes. Quoniam enim est sicut unitas ad α numerum sic β ad γ, æque igitur unitas ipsum α numerum, & β ipsum γ metitur, at unitas ipsum α metitur per eas quæ in α sunt unitates, igitur & β ipsum γ metitur per eas quæ in ipso α sunt unitates, & α igitur ipsum β multiplicans, ipsum effecit γ. Quoniam igitur α seipsum quidem multiplicans, ipsum effecit β, ipsum autem β multiplicans ipsum γ fecit, cubus igitur est ipse γ. Et quoniam ipsi γ, δ, ε, ζ, ordinatim sunt proportionales, ipse autē γ cubus est, & ζ igitur (per 22 octaui) cubus est. Demonstratū autem est, quod ζ septimus ab unitate existens, quadratus est. Igitur ζ cubus est & quadratus. Similiter iam ostendemus quod & quinque relinquentes cubi sunt omnes & quadrati, quod oportuit demonstrasse.



Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 SI numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis, unitatem sequens quadratus fuerit, cæteri quoq; omnes erunt quadrati. Si uero qui unitatē sequitur fuerit cubus, cæteri quoq; omnes erunt cubi.

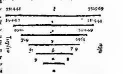
CAMPANVS. Sint qui prius continue proportionales ab unitate, sitq; a quadratus, dico omnes esse quadratos. Aut sit idem cubus, tunc quoq; dico omnes esse cubos, b enim constat esse quadratum per præmissam, quia ergo a ad b, sicut b ad c, ex 22 octaui, sequitur c esse quadratum, idem quoq; ex eiusdem 17 uel 20 potes arguere. De sequētibus autem idem eodemq; modo probabis, quare patet primum. Secūdum autem sic. Cum b fiat ex a in se, si fuerit a cubus, erit per tertiam ipse quoq; cubus, c uero constat esse cubum per præmissam, itaque per 25 octaui, d omnesq; sequentes cubicos esse probabis, est enim a ad b, sicut c ad d. Idem quoq; arguere potes ex 19 uel 21 eiusdem, sunt enim a, b, c, d, sed & b, c, d, e, singuliq; quatuor continue sumpti, continue proportionales.



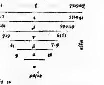
Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 9

9 Si ab unitate quotcunq; numeri *consequenter proportionales fuerint, ipsi qui uero post unitatem quadratus fuerit, & reliqui omnes quadrati erunt. Et si qui post unitatem cubus fuerit, & reliqui omnes cubi erunt.

THEON ex Zamberto. Sint ab unitate consequenter proportionales, quotcunq; numeri α, β, γ, δ, ε, ζ, qui uero post unitatem, α sit quadratus. Dico quod & reliqui omnes quadrati erunt. Quod quidem tertius ab unitate, & sit quadratus & unum relinquentes omnes, patet (ex præcedenti). Dico quod & reliqui omnes quadrati sunt. Nam quoniam ipsi α, β, γ, ordinati sunt proportionales, & α est quadratus, igitur (per 22 octaui) & γ est quadratus. Rursus quoniam ipsi β, γ, δ, ordine sunt proportionales, & β est quadratus, & δ igitur (per 22 octaui) est quadratus. Similiter iam ostendemus quod & reliqui omnes quadrati sunt. Sed iam esto α cubus. Dico quod reliqui omnes cubi sunt. Quod quidem quartus ab unitate, hoc est γ cu-



bus est, & binos relinquētes omnes, (ex præcedenti) patet. Dico iam quod & reliqui omnes cubi sunt. Quoniam enim est sicut unitas ad α, sic α ad ε, æque igitur unitas ipsum α numerum metitur, & α ipsum ε metitur. Vnitas autem ipsum α metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. & α igitur ipsum ε metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Igitur α seipsum multiplicās, ipsum β fecit. Est autem & α cubus. Si autē cubus numerus seipsum multiplicans fecerit aliquē, factus cubus est (per 3 noni,) & β igitur cubus est. Et quoniā quatuor numeri ordine proportionales sunt ipsi α, β, γ, δ, & α cubus est, & δ igitur (per 25 octaui) cubus est. Iam id propterea & ε cubus est, & similiter reliqui omnes sunt. Quod oportuit demonstrasse,



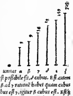
Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 SI numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis, unitatē sequens non quadratus fuerit, non erit aliorū quisq; quadratus, exceptis ab unitate tertio & ijs qui deinceps uno semper intermisso reperiūtur tetragoni. Si uero secuodus ab unitate non fuerit cubus, nullus cæterorū erit cubus, exceptis ab unitate quarto & deinceps ijs qui duorū semper intermissione formantur cubicis.

CAMPANVS. Hæc ex opposito subiecti præmissæ, infert partē oppositi passionis. Dico autem partem, quoniam ex 8 constat omnes in locis imparibus constitutos esse quadratos, omnesq; quorū locus super ternarium uel quemlibet ipsius multiplicem addit unitatē, esse cubos. Sint itaq; qui prius ab unitate continue proportionales, non sit autem a quadratus, sed nec cubus, dico nullum ex omnibus esse quadratū aut cubicum, nisi quos octaua proponit. Si enim quis alius ponatur quadratus, sequitur per 22 octaui, a esse quadratū. Quod si cubus, sequitur per 23 eiusdem, a esse cubum, quorum utrunq; contrarium est hypothesi. Constat ergo propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 10

10 Si ab unitate quotcuuq; numeri ordinatim proportionales fuerint, qui uero post unitatem non fuerit quadratus, neq; alius ullus quadratus erit, exceptis tertio ab unitate & unum relinquentibus omnibus, & si qui post unitatem, cubus noo fuerit, neq; alius ullus cubus erit exceptis quarto ab unitate & binos relinquentibus omnibus.



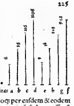
THEON ex Zamber. Sint ab unitate ordinatim proportionales quilibet numeri α, β, γ, δ, ε, ζ, qui uero post unitatem α non sit quadratus. Dico quod neq; alius ullus quadratus erit exceptis tertio ab unitate & unum relinquentibus omnibus. Si enim possibile, esto γ quadratus, est autem & ε quadratus, ipsi igitur ε, γ, admuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratū numerum. Estq; sicut β ad γ, sic α ad β, ipsi igitur α, β, admuicē rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratū numerū. quare (per 26 octaui) ipsi α, ε, similes plani sunt, & quadratus est ε, igitur α est quadratus, quod non suppositū est. Igitur γ non est quadratus, neq; ullus alius eadem ratione, exceptis ab unitate tertio & unum relinquentibus omnibus. Sed iam α non sit cubus. Dico quod neq; alius ullus cubus, erit exceptis ab unitate quarto & binos relinquentibus omnibus. Si enim est possibile sit δ cubus. Est autem & γ cubus (per 8 noni) quartus enim ab unitate. Estq; sicut γ ad δ, sic β ad γ, igitur β ad γ rationē habet quam cubus numerus ad cubum numerū, quare (per 27 octaui) ipsi β, γ, similes solidi sunt, & cubus est γ, igitur β cubus est. Estq; sicut unitas ad α, sic α ad β. At unitas metitur ipsum α per eas quæ in ipso sunt unitates, igitur & α ipsum β metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Igitur α seipsum multiplicās, ipsum ε cubum efficit. Si uero numerus seipsum multiplicans, cubum fecerit, & ipse cubus erit (per 6 noni). Cubus igitur est & α, quod suppositū non est. Igitur δ cubus non est. Similiter iam ostendemus quod neq; alius ullus cubus est, præter quartū ab unitate & binos relinquētes omnes, quod ostendendū fuerat.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 SI numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis aliquis numerus primus ultimum numeret, eum quoq; qui unitatem sequitur numerare necesse est.

CAMPANVS

CAMPANVS. Sint usq; ad d continue proportionales ab unitate: sitq; e numerus primus, de quo ponatur, ipsum numerare d: dico quod idem numerabit a. Nam si non, erit ad ipsum primus per 31 septimi, & quia ex a in se fit b, sequitur ex 25 eiusdem, ut ipse quoq; sit primus ad b, sed & ad c & ad d, sequitur ipsum esse primum per 25 eiusdem, eo φ ex a in b fit c, & ex eodem in c, d, non ergo numerat d, cum sit primus ad ipsum, quare accidit contrariũ hypothesi. Idem aliter.



Cum sit e primus, si non numerat a, primus erit ad ipsum per 31 septimi, itaq; per 32 eiusdem. erunt minimi in sua proportione: quia autẽ e ex hypothesi numerat d, sit ut secundum f, constat uero φ ex a in c, fiat d, ergo per secũdam partem 30 septimi, erit a ad e, sicut f ad c, quare per 21 eiusdẽ, e numerabit c, & sit ut secundũ g, & quia ex a in b fit c, sequitur quoq; per easdem & eodem modo ut e numeret b: esto ergo φ secundũ h, & quoniã rursus ex a in se fit b, necesse est iterum per easdem ut e numeret a, sed positũ erat non numerare, ergo accidit impossibile.

Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 IN numeris ab unitate continue proportionalibus, minor maiorem numerat, secundũ aliquẽ in illa proportionalitate dispositũ.

CAMPANVS. Sint ab unitate usq; ad f continue proportionales dico nullum ipsorũ numerare f, nisi secũdum aliquem aliorũ. Constat enim φ e numerat ipsum f secundum a, est enim e ad f, ut unitas ad a. Sed & d numerat eundem f secundũ b, est nanq; per æquam proportionalitatem d ad f, ut unitas ad b. De c quoq; patet eodem modo quod secũdum seipsum numeret eum. Econuerso quoq; a numerat eum secundum e, eo φ sicut unitas ad e, ita a ad f, b uero secũdum d, est enim ut unitas ad d, ita b ad f. uerũ igitur est quod proponitur. Quippe quotus quisq; qui proponitur ultimum numerare, fuerit sub ultimo secũdum totum supra unitatem, numerare ipsum conuincitur per æquam proportionalitatem & diffinitionem.

f ....
e ....
d ....
c ....
b ....
a ..
unitas .

Sequentes duæ ex Zamberto Euclidis propositiones, duabus præcedentibus ex Campano ordine præpostero respondent.

Eucli ex Zamb. Theorema 5 Propositio 11

11 Si ab unitate quotcunq; numeri cõtinue proportionales fuerint, minor maiorem metitur per aliquem præexistentẽ in proportionalibus numeris.

THEON ex Zamb. Sint ab unitate α, quotcunq; numeri con tinuæ proportionales β, γ, δ, ε. Dico quod ipsorum β, γ, δ, ε, minor β, ipsum ε maiorem metitur per aliquem ipsorũ γ, δ. Quoniam enim est sicut α unitas ad β, sic δ ad ε, æque igitur α unitas ipsum β numerũ metitur, & δ ipsum ε. uicißim igitur (per 15 septimi) æque α unitas ipsum δ metitur, & β ipsum ε. At α unitas ipsum δ metitur, per eas quæ in ipso sunt unitates: & β igitur ipsum ε metitur per eas quæ in ipso δ sunt unitates. Quare minor β ipsum ε maiorem metitur per aliquem numerum præexistentem in proportionalibus numeris, quod ostendere oportuit.

ε ....
δ ....
γ ....
β ..
α .

Eucli ex Zamb. Theorema 12 Propositio 12

12 Si ab unitate quotlibet numeri cõtinue proportionales fuerint, quot primorũ numerorũ ultimũ metient̃, tot & eum qui apud unitatẽ est metiẽtur.

THEON ex Zamb. Sint ab unitate quotlibet continue proportionales numeri α, β, γ, δ. Dico quod quot primorũ numerorũ ipsum δ metiuntur, tot quoq; & ipsum α metientur: metiatur enim ipsum δ numerus aliquis primus ε. Dico quod ε ipsum α metitur, non enim metiatur ε ipsum α, est autem ε primus. omnis autem numerus ad omnem numerũ quem non metitur primus est (per 31 septimi.) ipsi igitur α, ε primi sunt adinuicẽ. Et quoniam ε ipsum δ metitur, metiatur ipsum per ζ. Igitur ε ipsum ζ multiplicãs, ipsum effecit δ. Rursus quoniam α ipsum δ metitur per eas quæ in ipso δ sunt unitates, igitur α ipsum γ multiplicans, ipsum δ effecit. Sed & ε ipsum ζ multiplicans, ipsum δ effecit.

effecit. Igitur qui ex α,γ, et qui ex ε,ζ, est æqualis. Est igitur sicut α ad ε, sic est ζ ad γ. At ipsi α,ε, primi, primi uero & minimi, minimi autem metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 septimi) antecedens antecedentem sequens sequentem: metitur igitur ε ipsum γ, metiatur ipsum per ε. Igitur ε ipsum ε multiplicans, ipsum effecit γ. Sed ne tollatur & α ipsum ε multiplicans, ipsum effecit γ: qui igitur ex α,ε, et qui ex ε,ε, est æqualis. Est igitur sicut α ad ε, sic ε ad γ. Ipsi autem α,ε, primi, primi uero & minimi, minimi autem numeri, (per 21 septimi) metiuntur eandem rationem habentes eis æqualiter, antecedens antecedentem, & sequens sequentem: metitur igitur ε ipsum ε, metiatur ipsum per θ, igitur ε ipsum θ multiplicans, ipsum β effecit. Sed & α seipsum multiplicans, ipsum effecit β, qui igitur ex ε,θ, et qui ex α est æqualis, est igitur sicut ε ad α, sic α ad θ. At ipsi α,ε, primi, primi autē & minimi, minimi uero (per 21 septimi) metiuntur eandem eis rationem habentes æqualiter, antecedens antecedentē & sequens sequentē. Igitur ε ipsum α metitur, sed & non metitur, quod est impossibile. Ipsi igitur α, ε, non sunt adinuicem primi. Compositi igitur. At cōpositos numeros, aliquis primus numerus metitur. Ipsi igitur α,ε, sub alicuius numeri primi dimensionem cadunt, & quoniam ε primus supponitur. At primus numerus subalterius numeri mensuram non cadit (per diffinitionē) quam sub seipsius, igitur ε ipsos α,ε, metitur, quare ε ipsum α metitur: metitur autem & δ. Igitur ε ipsos α,δ, metitur: similiter iam demōstrabimus quod quot numeri primi ipsum δ metiuntur, tot & ipsum α metietur, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 Quotlibet numeris ab unitate cōtinue proportionalibus, si qui unitatem sequitur fuerit numerus primus, maximum eorum nisi de numeris in illa proportionalitate dispositis, nullus numerabit.

CAMPANVS. Sintut prius usq; ad d, continue proportionales ab unitate, sitq; a numerus primus. Dico quod nullus numerabit ultimum, nec simpliciter aliquem eorum, nisi aliquis eorum qui antecedit ultimum, uel eum qui ponitur numerari. Sit enim (si possibile est) e diuersus ab eis, qui numeret d, qui si fuerit primus, per 11 numerabit a: non igitur est a primus, quod est contra hypothesin. Si autem ipse fuerit compositus, necesse est per 31 septimi, ut aliquis primus numeret eum, qui nō erit nisi a. Nam si est alius ab a ut f, cum necesse sit ipsum numerare d, arguetur etiā eundem numerare a per 11, sic quoq; a non erit primus. Est igitur a primus, numerans e. Quoniam autem e numerat d, sit ut secundum g, eritq; per secundā partem 20 septimi, a ad e, sicut g ad c: fit enim d ex a in c. Quare cum a numeret e, & g numerabit c, sitq; ut secundum h, sequiturq; ut a numeret g, sicut sequebatur ut numeraret e, alioqui si g quidē est primus, cum numeret c, sequitur per 11 ipsum numerare a. Si autem compositus per eandem sequitur numerū primum numerantē g, numerare a, quod est inconueniens. Itaq; a numerat eum. sequitur ergo per secūdam partem 20 septimi, ut h numeret quoq; b, eo q; tam ex g in h constat produci c, numeret h itaq; ipsum, secundum k. Constat autem (ut prius de g) quod a numeret h. Nam si non, non erit a primus itaq; per secūdam partem 20 septimi, sequitur ut k numeret a: fit enim tam ex a in se quam ex h in k, b. Manifestum est autem k non esse a, nullus enim numerorū g,h,k, est aliquis ex a,b,c,d: si enim g esset aliquis ex eis, cū ipse numeret d secundū e, esset per præmissam, e quoq; aliquis ex eis, sed non erat, igitur g. Similiter cum h numeret c secundū g, non erit h aliquis ex a,b,c, nam esset per præmissam & g: ostensum est autē q; non, nec igitur h. Eadē ratione nec k, cum enim ipse numeret b secundū h, si ipse esset a, cōuinceretur per præmissam, h quoq; esse a. At non erat, nec igitur k erit a. Numerat autē ipsum, non est, itaq; a primus, quod est impossibile.

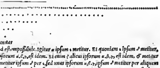
ALITER idem. Si e diuersus ab a,b,c,d, numerat d, sit ut secundum f, & quia a numerus primus numerat d productum ex e in f, sequitur ex 33 septimi, q; ipse numeret e uel f, numeret ergo e: quia igitur tam ex a in c, quàm ex e in f fit d, erit per secundam partem 20 septimi, a ad e sicut f ad c, numerat itaq; f, c, sit ut secūdum g, eritq; per 33 septimi, ut a quoq; numeret f uel g, sitq; ut f. Sequiturq; per secundā partem 20 eiusdem, ut g numeret b, sitq; ut secundū h. Vt prius igitur, a numerabit g uel h, & sit ut nu-

ut numeret g, h ergo per secũdam partem 20 numerabit a. Si itaq; h non est æqualis a, non erit a primus. Quod est contra hypothesin. Si autẽ æqualis, erit unusquisq; numerorũ g, f, e, aliquis ex a, b, c, d, per præmissam quoties oportet assumptã. Non est igitur e diuersus ab eis, quod est etiã contra hypothesin. Itaq; constat uerum esse quod proponitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propositio 13

13 **Si ab unitate quotlibet numeri ordinatim proportionales fuerint, qui uero post unitatem primus fuerit, maximum nullus alius metietur præter præexistentes in proportionalibus numeris.**

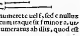
THEON ex Zamberto. *Sint ab unitate quotlibet numeri continue proportionales α, β, γ, δ, qui uero post unitatem, sit primus, hoc est α. Dico quod maximum eorum δ nullus alius metietur, præter ipsos α, β, γ. Si enim possibile, metiatur ipsum ε, & ε nulli ipsorum α, β, γ, δ, sit idem, manifestum quod ε primus non est. Si enim ε primus est, & ipsum δ metitur, & ipsum α metietur primum existentem, ei idem non idem existens, quod est impossibile. Igitur ε primus non est. Compositus igitur. Omnis autem compositus numerus, sub alicuius primi mensuram cadit. Dico qđ eum nullus alius metietur præter α. Si enim aliquis alius primus ipsum ε metitur, & ε ipsum δ metitur, & ipse igitur ipsum δ metietur: quare & ipsum α metietur primum existentem, cum ei non sit idem, quod est impossibile. Igitur α ipsum ε metitur. Et quoniam ε ipsum δ metitur, metiatur ipsum per ζ. Dico quod ζ nulli ipsorum α, β, γ, est idem. Si enim ζ alicui ipsorum α, β, γ, est idem, & metitur ipsum δ per ε, unus igitur ipsorum α, β, γ, metitur ipsum δ per ε, sed unus ipsorum α, β, γ, ipsum δ metitur per aliquem ipsorum α, β, γ, igitur ε uni ipsorum α, β, γ, est idem, quod non supponitur. Igitur ζ uni ipsorum α, β, γ, non est idem. Similiter iam ostendemus quod α ipsum ζ metitur, ostendentes rursus quod ζ non est primus. Si enim est primus, & metitur ipsum δ, & ipsum α metitur primum existentem non existens ei idem, quod est impossibile. Igitur ζ non est primus. Compositus igitur, & perinde eum aliquis primus metietur. Dico quod eum nullus alius primus metietur præter α. Si enim aliquis alius primus ipsum ζ metitur, at ζ ipsum δ metitur, & ille igitur ipsum δ metietur, quare & ipsum α metietur primum existentem, cum ei non sit idem, quod est impossibile. Igitur α ipsum ζ metitur. Et quoniam ε ipsum δ metitur per ζ, ipse igitur ε ipsum ζ multiplicans, ipsum effecit δ. Sed & α ipsum γ multiplicans, ipsum δ fecit: qui igitur ex α, γ, ei qui ex ε, ζ, est æqualis. proportionaliter igitur est sicut α ad ε, sic ζ ad γ. At α ipsum ε metitur, & ζ igitur ipsum γ metitur, metiatur ipsum per κ, similiter ostendemus quod ipse κ nulli ipsorũ α, β, est idem & quod eum metitur ipse α. Et quoniam ζ ipsum γ metitur per κ, igitur κ ipsum ζ multiplicans ipsum fecit γ, sed & α ipsum β multiplicãs ipsum fecit γ: qui igitur ex α, β, ei qui ex ζ, κ, est æqualis: proportionaliter igitur est sicut α ad ζ, sic κ ad β: metietur autem α ipsum ζ, metitur igitur & κ ipsum β, metiatur ipsum per θ. Similiter iam ostendemus quod ipsi α non est θ idem: & quoniam κ ipsum β metitur per eas quæ in θ sunt unitates, igitur κ ipsum θ multiplicãs ipsum effecit β. Sed & α seipsum multiplicans, ipsum β fecit. Qui ex θ, κ, igitur, ei qui ex α quadrato est æqualis. Est igitur sicut θ ad α, sic α ad κ. metitur autem α ipsum κ. metitur igitur & θ ipsum α primum existentem, non existens ei idem, quod absurdũ est. Igitur ipsum δ maximũ alter numerus non metietur præter ipsos α, β, γ, quod oportuit ostendere.*



Eucli. ex Camp. Propositio 14

14 **SI propositus fuerit numerus, minimus quem numerãt primi assignati, non numerabit eum aliquis numerus primus præter illos assignatos.**

CAMPANVS. Sit a minimus numerus numeratus a numeris primis qui sunt b, c, d. Dico φ alius primus præter eos non numerabit a. Sin autem, sit e primus numerans eum secundum f: quia ergo quilibet numerorũ b, c, d, numerat a productum ex e in f, est autem quilibet eorum primus, sequitur ex 33 septimi, ut quilibet eorum numeret e uel f, sed e nullus numerat cum sit primus: quilibet ergo eorum numerat f, cum itaque sit f minor a, utpote qui numerat eum secundum e, non erit a minimus numeratus ab illis, quod est inconueniens.

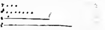


Eucli. ex

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 14

14 Si minimum numerum primi numeri mensi fuerint, nullus alius primus numerus ipsum metietur præter eos qui in principio metiuntur.

THEON ex Zamberto. *Minimus enim quem ipsi β, γ, δ, primi metiuntur, sit α. Dico quod ipsum α nullus alius primus numerus metietur, præter β, γ, δ. si enim possibile, metiatur eum primus numerus ε, & nulli ipsorū β, γ, δ, esto idem. Et quoniam ε ipsum α metitur, ipsum metiatur per ζ. ipse igitur ε ipsum ζ multiplicans, ipsum effecit α. Et ipsum α, primi numeri β, γ, δ, metiuntur: si autem bini numeri sese inuicem multiplicantes fecerint aliquem, factum uero ex eis metiatur aliquis primus numerus, & unum eorum qui in principio metietur (per 32 septimi) ipsi igitur β, γ, δ, unum ipsorum ε, ζ, metientur. Ipsum autem ε non metientur, nam ε primus est, & nulli ipsorum β, γ, δ, est idem. ipsum igitur ζ metiuntur minorem existentem ipso α, quod est impossibile. Nam α supponitur minimus quem ipsi β, γ, δ, metiuntur. Ipsum igitur α, numerus primus non metietur præter β, γ, δ, quod oportuit demonstrare.*

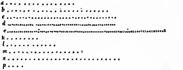


Hæc decimaquinta sequens ex Campano propositio, nullam in Zamberto respondentem habet.

Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 SI quotlibet numeri continue proportionales secundum suam proportionem fuerint minimi, quicunque aliquem illorum numerat, alteri terminorum illius proportionis erit cōmensurabilis.

CAMPANVS. Sint a, b, c, d, e, cōtinue proportionales & minimi secundum proportionē f ad g qui sint in sua proportione minimi, & ponatur h numerare c. Dico quod h est cōmensurabilis f uel g, sumātur enim in eadē proportione quatuor minimi, qui sunt k, l, m, n, constat autem ex 2 octaui, quod ex f in m fit c, alioqui contingeret esse minus minimo, quod esse non potest. Itaque per correlarium 33 septimi, erit h cōmensurabilis f uel m, quod si f, constat propositum: si autem m, sumantur in eadem proportione tres minimi qui sint p, q, r, eritque ex 2 octaui, ut m fiat ex f in r, ne minus minimo aliquid esse cogamur concedere: quare per prædictum correlarium h est cōmensurabilis f uel r, sed nō erat f, sic enim constabat propositū: cōmensurabilis igitur est r, qui cum ex 2 octaui, fiat ex g in se, sequitur ex dicto correlario, ut h sit cōmensurabilis g, quod est propositum.



Eucli. ex Camp. Propositio 16

16 SI fuerint numeri quotlibet continue proportionales in sua proportione minimi, quilibet eorum ad compositum ex reliquis primus esse necessario comprobatur.

CAMPANVS. Sint a, b, c, continue proportionales & minimi: dico compositum ex a, b, c, primum esse ad d. Si enim non, aliquis numerus qui sit e, compositum ex a, b, c, numerabit & d, per præmissam igitur erit e, cōmunicans alteri terminorum illius proportionis qui sunt f & g, erit itaque numerus aliquis numerans e, & alterū

duorum

duorũ f,g,qui ſit h: quia ergo h numerat e,numerabit d, & compoſitũ ex a,b,c,& quia numerat f uel g,quorum uterque numerat utrunq; mediorum,& ſimpliciter omnes ſi plures duobus ſint,ex 2 octaui,ſequitur ut ipſe numeret b & c,ergo & a, quia numerat totum a,b,c,non ſunt igitur a & d cõtra ſe primi,quod eſt inconueniens per 3 octaui.

a . . . .
b . . . .
c . . . .
d . . . .
a . . . . b . . . . c . . . .
a . . . . b . . . . d . . . .
e ————
f . .
g . . .
h ——

Similiter quoq; conſtabit, compoſitũ ex a,b,d,primum eſſe ad c.Si enim ut prius c numerat ambos, ſequitur per præmiſſam,ut aliquis numerus quia etiam ſit h, numeret e & alterum duorum f,g,itaq; h numerat c,& totum a,b,d,ſed & b,cum utraq; radicum numeret omnes medios:igitur & compoſitum ex a & d. Et quia neceſſario numerat alterum duorum a,d,cum numeret alterum duorum f, g, numerabit & reliquum. Non ſunt igitur a & d contra ſe primi, & ita idem ut prius.

CAMPANI annotationes. Demonſtrant autem idem aliter de tribus cõtinue proportionalibus & minimis ſine adminiculo præmiſſæ,probant enim ex quibuſq; duobus compoſitũ primum eſſe ad reliquum. Sint itaq; tres continue proportionales & minimi a, b,c,quorum termini d & e: dico tunc compoſitũ ex a & b,primum eſſe ad c,& compoſitum ex b & c,ad a,itemq; ex a & c,ad b. Manifeſtum enim eſt ex ſecũdo octaui,quod ex d in ſe,fit a,& in e,fit b,& ex e in ſe,c,& ex 22 ſeptimi,q; d & e ſunt contra ſe primi. Itaq; ex prima parte 29 eiuſdem,erit totus d e primus ad utrunq; eorum:quia igitur uterq; numerorum d & d e primus eſt ad e, erit per 25 eiuſdem qui ex d in d e producitur(& ipſe eſt compoſitus ex a & b) primus ad e: ſequitur ergo per 26 eiuſdem ut etiam cõpoſitus ex a & b ſit primus ad c, fit enim c ex e in ſe,ſimili quoq; demõſtratione probabis compoſitũ ex b & c primum eſſe ad a.

a . . . .
b . . . . . .
c . . . .
a . . . . b . . . . . .
c . . . .
b . . . . . . c . . . .
a . . . .
d . .
e . . .
d . . e . . .

At uero compoſitum ex a & c,primum eſſe ad b,ſic habeto.Cum ſit enim uterq; duorum d & e primus ad totũ d e, erit per 25 ſeptimi, qui ex d in e producitur (& ipſe eſt b) primus ad d e,itaq; per 26 eiuſdem qui ex d e in ſe prouenit (& ipſe eſt qui componitur ex a & c & duplo b) primus erit ad b:ſequitur ergo compoſitũ ex a & c primum eſſe ad b, neceſſe enim eſt ut ex duobus compoſitus cum primus fuerit ad unum eorum ex quibus componitur, ſit primus ad reliquũ: demonſtratum autem eſt hoc ſupra 29 ſeptimi. Oportet autem ſtabilire ad robur iſtius demonſtrationis compoſitũ ex a & b produci ex d in compoſitum ex d & e, ſuppoſito quod ex d in ſe fit a & ex eodem in e, b, itemq; quod ex d e in ſe producatur compoſitum ex a & c & duplo b,ſuppoſito eo quod prius,& quod ex e in ſe ſit c. Huius itaq; gratia proponimus hæc demonſtranda.

a . . . .
b . . . . . .
c . . . .
a . . . . c . . . .
b . . . . . .
d . .
e . . .
d . . e . . .

1 **Quod ſit ex ductu unius numeri in quotlibet, tantum eſt quantũ quod ex ductu eiuſdem in compoſitum ex illis.**

Idem proponit prima ſecũdi de lineis. Sit enim ut ex a in b & in c & in d,proueniant e & f & g. Dico quod ex a in compoſitum ex b & c & d,prouenit compoſitũ ex e & f & g. Sequitur enim ex conuerſione diffinitionis eius quod multiplicatur,ut tota pars ſit b,e, tota c, f, ſed & d tota g, quota eſt unitas a,per 5 itaque ſeptimi,tota quoq; pars erit compoſitus ex b & c & d, cõpoſiti ex e & f & g, quota eſt unitas a, ergo per diffinitionẽ ex a in compoſitum ex b & c & d,ſit compoſitus ex e & f & g,quod eſt propoſitum.

a . .
b . . . c . . . . d . . . .
e . . . . . . f . . . . g . . . .
a . .
b . . . c . . . . d . . . .
e . . . . . . f . . . . g . . . .

2 **Quod ſit ex ductu quotlibet numerorum in unum, æquum eſt ei quod**

fit ex composito eorum in eundem.

Hoc est conuersum eius quod modo demonstratum est. Vt si ex b & c & d in a, fiant e & f & g. fiet quoque compositus ex his ex illorum composito in eundem, quod ex 17 septimi, & præmonstrato facile concluditur.

b... c.... d.....
a..
e...... f....... g.........
b... c.... d.....
a..
e...... f....... g.........

3 **Quod fit ex ductu quotlibet numerorũ in quotlibet alios, æquum est ei quod fit ex composito horum in compositum illorum.**

Vt si a,b,c, multiplicent d,e,f, quilibet quemlibet, iunganturque producta, dico aggregatum ex productis esse æquale producto ex composito ex a & b & c, in compositum ex d & e & f. Est enim per præmissam quod fit ex composito ex a, b, c, in d, quantum quod ex singulis in illum d, sic & in e & in f: ex composito autem horum a, b, c, in quemlibet illorum d, e, f, per ante præmissam fit quantum ex composito in compositum, itaque constat propositum.

a.. b... c....
d.... e...... f.......
a..b...c....
d....e......f.......

4 **Numero in quotlibet partes diuiso, tantũ est quod fit ex toto eo in se, quantum quod ex eo in omnes suas partes.**

Idem proponit secunda secundi de lineis. Vt si a diuidatur in b, & c & d, dico quod tantum fit ex a in se, quantum in omnes illos b, c, d: posito enim e æquali a, constat ex prima harum incidentiũ tantum fieri ex e in a, quantum in omnes partes a, sed per conceptionem ex e in a fit quantum ex a in se, & ex e in partes a, quantum ex a in easdem. Manifestum ergo est, uerum esse quod dicitur.

b..c....d....
e.........

5 **Numero in duo diuiso, quod fit ex toto in alterum diuidentiũ, tantum est quantum quod ex eodem in se & in alterum.**

Idem proponit tertia secundi de lineis. Sit enim a diuisus in b & c, dico tantum fieri ex a in c, quantum ex c in se & in b. Nam quod ex a in c, est quantum quod ex c in a, per 17 septimi. Sumpto itaque d æquali c, erit a in c, quantum d in a. At per primam harum, d in a, est quantũ in b & c. Quia ergo d in a & in b & in c, est quantum c in a & in b & in se propter æqualitatem c & d, constat propositum.

a
b.....c...
d...

6 **Numero in duo diuiso, quod ex ductu totius in se, est quantum quod ex ductu utriusque diuidentium in se & alterius eorum bis in alterum.**

Idem proponit quarta secundi de lineis. Vt si a diuidatur in b & c, dico tantum fieri ex a in se, quantum ex b in se & c in se, & ex b bis in c. Est enim per 4 harum, quod ex a in se, quantũ quod ex eo in b & in c: ex eo autẽ in b, per præmissam est quantũ ex b in se & in c, at ex a in c, per eandẽ est quantum ex c in se & in b. Et quia ex c in b tantum est, quantum ex b in c per 17 septimi, liquet uerum esse quod proponitur.

a
b......c...

7 **Numero per duo æqualia duoque inæqualia diuiso, quod fit ex maiori inæqualium in minorem cum quadrato intermedij æquum est quadrato medietatis totius.**

Idem proponit de lineis 5 secundi. Vt si a b diuidatur in duos numeros æquales, qui sint a c & c b. itemque in duos inæquales, quorum sit maior a d, & minor d b, dico quod illud quod fit ex toto a d in d b cum quadrato c d, æquale est quadrato c b. Per præmissam enim, quadratum c b est æquale quadrato c d & quadrato d b & ei quod fit ex b d in c d bis. Sed ex b d in se & in c d tantum fit, quantum in c b per primam harum, & ideo quantum in a c. Itaque ex b d in se & in c d bis, quantum ex ipso b d in a d: per eandem igitur, quadratum c b superat id quod fit ex b d in a d in quadrato c d, constat ergo propositum.

a.......c...d...b

Cum

8 Cum fuerit numerus in duo æqualia diuisus, eiq́ alius oumerus adiunctus, quod fit ex ductu totius compositi in adiuoctum cum quadrato medietatis, æquum est quadrato compositi ex dimidio & adiuncto.

Idem proponit 6 secundi de lineis. Sit enim a b diuisus in duos æquales numeros, qui sint a c & c b, addaturq́ ei numerus b d. dico illud quod fit ex toto a d in d b, cũ quadrato b c, esse æquale quadrato c d. Est enim ex 6 harum, quadratum c d æquale quadrato d b & quadrato b c, & ei quod fit ex d b in b c bis. Sed per primam harum, ex b d in se & in b c bis, est quantum ex b d in d a, sunt enim a c & c b, æquales. Itaq́ quadratum c d superat id quod fit ex b d in d a, in quadrato c b, quod est propositum.

a . . . . c . . . . b . . . . . d

9 Cum numerus io duo diuiditur, quod fit ex toto in se cum eo quod ex altero diuidentium in se, est æquum ei quod ex toto in eundem bis cum eo quod ex altero in se.

Idem proponit 7 secundi de lineis. Sit enim numerus a diuisus in b & d dico quadratum a cum quadrato d, tantum esse quantũ quod fit ex a in d bis cum quadrato b. Constat quidem ex 6 harum quod quadratum a tantum est, quantum quadratum d & quadratum b & quod fit ex d in b bis. Itaq́ quadratum a cum quadrato d, tantum est quantum quod ex d bis in se & bis in b cum quadrato b. Sed ex d bis in se & bis in b, fit quantum ex d bis in a, per primam harum: ergo quod fit ex d bis in a cum quadrato b, est quantum quadratum a cum quadrato d, quare patet propositum.

a
b . . . . d . . . .

10 Cum fuerit oumerus io duo diuisus, eiq́ additus æqualis uni diuidentium, quadratum totius compositi æquum est quadruplo eius quod fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

Idem proponit 8 secundi de lineis. Sit numerus a b diuisus in a c & c b, cui addatur b d, qui ponatur æqualis c b.

a . . . c . . . . . b . . . . . d

Dico quadratum a d tantum esse, quantũ est id quod fit ex a b in b d quater cum quadrato a c. Est namq́ ex 6 harum, quadratum a d, æquum quadrato a b & quadrato b d, & ei quod fit ex a b in b d bis. Et quia quadratum b d est æquale quadrato c b, erit quadratum a d æquale quadrato a b & quadrato c b, & ei quod fit ex a b in b d bis. Per præmissam autem, est quadratum a b cum quadrato c b, quantum quadratum a c cum eo quod fit ex a b in b c bis. Itaq́ quadratum a d tantum est quantum quod ex a b in b d bis. & ex a b in b c bis, cum quadrato a c. Et quia ex a b in b c tantũ fit quantum in b d, constat uerum esse quod propositum est.

11 Cum fuerit numerus in duo æqualia duoq́ inæqualia diuisus, quadrata amborum inæqualium pariter accepta, duplum sunt quadrato medietatis & quadrato eius quo maior portio excedit minorem pariter acceptis.

Idem proponit 9 secundi de lineis. Sit enim a b diuisus per duos æquales qui sint a c & c b, & per duos inæquales qui sint a d & d b. Dico quod quadrata duorum numerorum a d & d b pariter accepta, sunt duplum duobus quadratis duorum numerorum a c & c d pariter acceptis. Est enim per 6 harum, quadratum a d, quantum quadratum a c & quadratum c d, & duplum eius quod fit ex a c in c d. Quia autem a c est æqualis c b, erit quadratum a d quantum quadratum b c & quadratũ c d & duplum eius quod fit ex b c in c d. Itaq́ quadratum a d cum quadrato b d, sunt quantum quadratum b c & quadratum c d & duplum eius quod fit ex b c in c d, & quadratum b d. Duplum autem eius quod fit ex b c in c d cum quadrato b d. est æquale quadrato b c & quadrato c d per 9 harum. Ergo quadrata duorum numerorum a d & d b, sunt quantum quadrata duorum numerorum b c & c d duplicata. Et quia b c & c a sunt æquales, patet propositum.

a . . . . c . . . d . . . b

12 **Cum fuerit numerus in duo æqua diuisus, aliusq; adiunctus, quadratum totius compositi cum quadrato adiuncti, duplum sunt ad quadratũ medietatis ipsius cum quadrato compositi ex medietate & adiuncto.**

Idem proponit 10 secundi de lineis. Sit enim numerus a b diuisus in duos æquales a c & c b, sitq; sibi adiunctus numerus b d: dico quadratum a d cum quadrato b d, duplum esse ad quadratum a c cum quadrato c d. Cum sit enim numerus c d in duo diuisus, sibiq; sit a c additus æqualis uni diuidentium, erit per 10 harum, quadratum a d quantũ quod fit ex c d in c a quater, cum quadrato b d. Quia uero a c est æqualis c b, erit quadratum a d quantũ quod fit ex d c in c b quater, cum quadrato b d. Itaq; quadratum a d cum quadrato b d, erit quantũ quod fit ex d c in c b quater, cum duplo quadrati b d. Hoc autem per 19 harum, duplum est ad quadratum c d cum quadrato c b. Cum igitur sit quadratum c b æquale quadrato a c, constat propositum.

a . . . . c . . . . b . . . d

13 **Numerum aliquem ita diuidere, ut quod sub toto & una eius portione continetur æquum sit quadrato alterius, est impossibile.**

Quod 11 secundi proponit faciendum in lineis, demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim quilibet numerus, a b. Dico impossibile esse ipsum sic diuidi, ut proponitur: sic enim diuideretur secundum proportionẽ habentem medium & duo extrema, ut patet ex diffinitione & 20 septimi. Si autem potest, diuidatur in c, sitq; a b ad b c, sicut b c ad c a: erit itaque a c minor c b, detrahatur igitur ab eo æqualis sibi qui sit c d, quia igitur est proportio totius a b ad totũ b c, sicut b c detracti ab a b ad c d detractũ ab b c, erit eadem a c residui a b ad b d residuũ b c, quare b c ad c d, sicut c d ad d b, erit igitur c d, maior d b. Detracto itaq; d e de c d ut sit d e æqualis d b, erit etiã proportio b c ad c d, sicut c d ad d e, quare sic d b residui c b, ad c e residuum c d: potest igitur c e detrahi ab e d, non erit itaque finis istius detractionis, quod est impossibile. Nunc ad propositum reuertamur.

a . . . . . . c . . . . . e . . d . . b

Eucli. ex Zamb. *Theorema 15* *Propositio 15*

15 **Si tres numeri continue proportionales fuerint minimi, eandem eis habentium rationem, bini quilibet compositi ad reliquum primi erunt.**

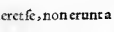
THEON ex Zamber. *Sint tres numeri continue proportionales, minim. eandem eis habentium rationem α, β, γ. Dico quod ipsorum α, β, γ, bini quilibet compositi, ad reliquum primi sunt, scilicet α β ad γ. & β γ ad α. & α γ ad β. Assumantur (per 35 septimi) bini minimi numeri eandem enim ipsis α, β, γ, habentium rationem, sintq; δ ε, ε ζ, manifestum iam est quod δ ε seipsum multiplicans, ipsum effecit α, & ipsum ε ζ, multiplicans, ipsum β fecit. & insuper ε ζ seipsum multiplicans, ipsum effecit γ. Et quoniam ipsi δ ε, ε ζ, minimi sunt, primi adinuicem sunt (per 24 septimi) Si autem bini numeri primi adinuicem fuerint, & uterque simul ad alterum primus est (per 30 septimi.) igitur δ ζ. ad utrunque ipsorum δ ε, ε ζ. primus est. Sed & δ ε ad ε ζ primus est. Ipsi igitur δ ζ, δ ε, ad ipsum ε ζ primi sunt. & qui ex δ ζ, δ ε, igitur, ad ε ζ (per 26 septimi) primus est. Si uero bini numeri primi fuerint adinuicem, qui ex uno eorum gignitur ad reliquum primus est (per 27 septimi) quare qui ex δ ζ, δ ε, ad eum qui est ex ε ζ, primus est. Sed qui ex ζ δ, δ ε, est qui ex δ ε una cum eo qui ex δ ε, ε ζ. (per 3 secundi.) Qui igitur ex δ ε una cum eo qui ex δ ε, ε ζ, ad eum qui ex ε ζ primus est. Est autẽ qui ex δ ε, ipse α, qui uero ex δ ε, ε ζ. ipse β, qui autẽ ex ε ζ, est γ. Ipsi α, β, igitur cõpositi, ad γ primi sunt. Similiter ostẽdemus quod ipsi β, γ. ad α primi. Dico iam quod ipsi α, γ. ad β primi sunt. nam quoniã δ ζ ad utrunq; ipsorũ δ ε. ε ζ, primus est, & qui ergo ex δ ζ, ad eum qui sub δ ε, ε ζ, primus est. Sed ei qui ex δ ζ, æquales sunt qui ex δ ε, ε ζ, una cum eo qui bis est sub δ ε, ε ζ. Si enim quæ ex δ ε una cum eo quæ ex ε ζ, & qui sub δ ε, ε ζ, non essent primi, cum cõmunis dimensio metiatur compositum, non erunt qui ex δ ε, ε ζ, una cum eo qui sub δ ε, ε ζ. & qui sub δ ε, ε ζ, primi. At iterum cum communis dimensio metiatur & compositũ. non erunt qui ex δ ε, ε ζ, una cum eo qui sub δ ε, ε ζ bis. & qui sub δ ε, ε ζ, adinuicem primi, cuius contrarium est ostensum.*

α . . . . β . . . .
γ . . . .
β . . . . γ . . . .
α . . . .
γ . . . . α . . . .
β . . . .
δ . . . . ε

Et qui ex δ ε, ε ζ, igitur una cum iis qui bis sub δ ε, ε ζ, ad eum qui sub δ ε, ε ζ, primi sunt. Diuidendo quoque qui ex δ ε, ε ζ, una cum eo qui sub δ ε, ε ζ, primi sunt ad eum qui sub δ ε, ε ζ. Insuper diuidendo, qui ex δ ε, ε ζ, ad eum qui sub δ ε, ε ζ, primi sunt. Est autem qui ex δ ε, ipse α, qui ex ε ζ, ipse γ, qui uero sub δ ε, ε ζ, ipse β. Ipsi ergo α, γ, compositi, ad β primi sunt, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 17

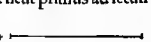
17 SI fuerint duo numeri contra se primi, quantus est primus eorum ad secundum, tantum esse secundum ad tertium quemquam impossibile est.



CAMPANVS. Sint a & b contra se primi, dico impossibile esse, aliquem eis in continua proportionalitate adiungi. Si enim potest, sit c, quia igitur a ad b, sicut b ad c, sunt autem a & b in sua proportione minimi per 23 septimi, sequitur per 21 eiusdem, ut a numeret b, qui cum etiam numeret se, non erunt a & b contra se primi, quod est contrarium positioni.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propositio 16

16 Si bini numeri primi adinuicem fuerint, non erit sicut primus ad secundum, sic secundus ad aliquem alium.

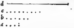


THEON ex Zamber. Bini enim numeri α, β, primi sint adinuicem. Dico quod non est sicut α ad β, sic β ad aliquem alium. Si enim possibile, sit sicut α ad β, sic β ad γ. Ipsi autem α, β, primi sunt: primi autem & minimi (per 23 septimi) minimi uero, metiuntur eandem rationem habentes, æqualiter (per 21 septimi) antecedens antecedentem & sequens sequentem: metitur igitur α ipsum β, antecedens antecedentem metitur autem & seipsum, igitur α ipsos α, β, metitur primos adinuicem existentes, quod est absurdum, non est igitur sicut α ad β, sic β ad γ, quod ostendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 18

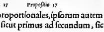
18 SI quotlibet numerorū continue proportionalium duo extremi fuerint contra se primi, quantus est primus ad secundum, tantum esse ultimum ad aliquem alium est impossibile.

CAMPANVS. Sint a, b, c, continue proportionales, sintque a & c contra se primi: dico quod in eadem proportione non potest eis adiungi alius. Si enim potest, sit d. Quia igitur est a ad b sicut c ad d, erit permutatim a ad c, sicut b ad d, sunt autem a & c, in sua proportione minimi, per 23 septimi, itaque per 21 eiusdem a numerat b, quare etiam numerat c, numerorū enim continue proportionaliū, si primus numerat secundum, ipse numerat omnes, & simpliciter quilibet præcedens quemlibet sequentem, at quia etiam numerat se, non erunt a & c contra se primi, quod est inconueniens.



Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propositio 17

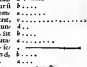
17 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, ipsorum autem extremi primi adinuicem fuerint, non erit sicut primus ad secundum, sic ultimus ad aliquem alium.



THEON ex Zamber. Sint quotcunque numeri continue proportionales α, β, γ, δ, ipsorum autem extremi α δ sint primi adinuicē. Dico quod non est sicut α ad β, sic δ ad aliquem alium. Si enim possibile, esto sicut α ad β, sic δ ad ε: uicissim igitur (per 13 septimi) est sicut α ad δ, sic β ad ε. Ipsi autem α, δ, primi sunt. primi autem & minimi, minimi uero numeri, metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 septimi) antecedens antecedentē, & sequens sequentem metitur igitur α ipsum β, estque sicut α ad β, sic β ad γ, & β igitur ipsum γ metitur, quare & α ipsum γ metitur. & quoniam est sicut β ad γ, sic γ ad δ, metitur autem β ipsum γ, metitur igitur & γ ipsum δ. Sed α ipsum γ metitur, quare & α ipsum δ metitur. metitur autem & seipsum. Igitur α ipsos α, δ, metitur primos inuicem existentes, quod est impossibile. Non est igitur sicut α ad β, sic δ ad aliquem alium, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 19

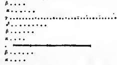
19 PRopositis duobus numeris, an sit eis tertius continue proportionalis, perscrutari.



CAMPANVS. Sint a & b duo numeri propositi, uolo inquirere, an eis possit tertius sub continua proportionalitate adiungi. Igitur si ipsi sunt contra se primi, impossibile est per 17, si uero compositi, ducatur b in se, & proueniat c, quē si a numerat, erit, si uero non numerat, non erit. Numeret enim eum secundum d, qui erit quem quærimus per 2 partem 20 septimi. Sit ergo ut non numeret eum, est tamen ut a ad b, sic b ad d, itaque quia ex b in se fit c, sequitur per primam partem 20 septimi, ut ex a in d sit idem: igitur a numerat c secundum d, sed erat positum quod non, quare sequitur impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propositio 13

18 Binis numeris datis, considerare si possibile est eis tertium proportionalem inuenire.

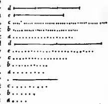


THEON ex Zamber. *Sint bini dati numeri α, β. suq;*opportunũ scrutari, si est possibile eis tertium inuenire proportionalem. Iam ipsa α, β, aut sunt primi adinuicē, aut non. Si quidem igitur primi sunt adinuicem, patet (per 16 noni, quod impßibile est eis inuenire proportionalem tertium. Sed iam non sunt ipsi α, β, primi adinuicē, & β seipsum multiplicãs ipsum efficiat γ. Iam α aut ipsum γ metitur, aut nõ metitur. Metiatur prius per δ. Ipse igitur α ipsum δ multiplicans, ipsum effecit γ. Sed & β seipsum multiplicans, ipsum γ effecit. qui ex α, δ, igitur, ei qui ex β est æqualis. Est igitur sicut α ad β, sic β ad δ (per secundam partem 19 septimi) ipsis igitur α β, tertius inuentus est δ. Sed iam non metiatur α ipsum γ. Dico quod ipsis α, β, impoßibile est tertium inuenire proportionalem numerum. Si enim poßibile, inueniatur δ. Igitur qui ex α, δ, ei est æquus qui ex β, qui autem ex β, est ipse γ. Igitur qui ex α, δ, æquus est ipsi γ. Quare α ipsum δ multiplicans, ipsum effecit γ. Igitur α, ipsum γ metitur per δ. Sed supponitur etiam non metiri, quod est impoßibile. Non est igitur poßibile ipsis α, β, tertium proportionalem inuenire, quando α ipsum γ non metitur, quod oportuit ostendere.*

Eucli. ex Camp. Propositio 20

20 DAtis tribus numeris continue proportionalibus, an sit aliquis quartus eis continue proportionalis inquirere.

CAMPANVS. Sint connnne proportionales a, b, c. Volo inquirere an alius eis sub continua proportionalitate possit adiungi, igitur si a & c sunt contra se primi, impossibile est per 18. Si autem cōpositus, sit d qui prouenit ex b in c, quem si numerat a, erit, si uero non numerat, nõ erit. Numeret enim eum secundum e, qui erit quem quærimus per secundam partem 20 septimi. Sit ergo ut non numeret eum, est tamen ut a ad b, sicut c ad e, itaque quia ex b in c fit d, sequitur per primam partem 20 septimi, ut ex a in e sit idem, ergo a numerat d secũdum e, sed positum erat quod non. Idem potes perscrutari, quotlibet continue proportionalibus propositis, si enim duo extremi sint contra se primi, finem habet intentio per 18, si autem compositi, ducto secundo in ultimum, si productum numeret primus, is secundum quem eum numerat, est quem quærimus per secundã partem 20 septimi, si autem primus productũ non numerat, nullus



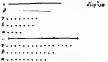
erit.

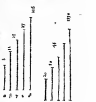
erit, quotlibet enim posito, per primam partem eiusdem secundum ipsum positum nu merabit primus productum, quod positum erat non numerare.

Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 19

19 **Tribus numeris datis, considerare si est possibile eis quartum inuenire proportionalem,**

THEON ex Zamber. Sint dati tres numeri α β, γ, sitq; * opportunũ coniectare, si possibile est eis quartum proportionalem inuenire. Iam ipsi α, β, γ, aut continue sunt proportionales & eorum extremi α, γ, sunt primi adinuicem, aut non sunt continue proportionales & eorum extremi primi sunt adinuicem, aut continue sunt proportionales & eorum extremi non sunt adinuicem primi, uel neq; sunt continue proportionales neq; eorum extremi primi sunt adinuicem. Si quidem igitur ipsi α, β, γ, continue sunt proportionales, & eorum extremi α, γ, sunt primi adinuicem, patet per 17 noni, quod est impossibile eis quartum proportionalem inuenire numerum. Non sint iam ipsi α, β, γ, continue proportionales, extremis rursus primis existentibus adinuicem. Dico quod & sic quantum proportionalem inuenire, est impossibile. Si enim possibile, inueniatur δ. Vt sit sicut α ad β, sic γ ad δ, fiatq; β ad γ, sic δ ad ε. Et quoniam est sicut quidem α ad β, sic γ ad δ, sicut autem β ad γ, sic δ ad ε, ex æquali igitur (per 14 septimi) est sicut α ad γ, sic γ ad ε. At α, γ, primi sunt, primi autem & minimi, minimi uero metiuntur eandem rationem habentes, antecedens antecedentem, & sequens sequentem, (per 21 septimi) metitur igitur α ipsum γ, antecedens antecedentem: metitur autem & seipsum. Igitur α ipsos α, γ, metitur primos adinuicem existentes, quod est impossibile: ipsis igitur α, β, γ, quartum proportionalem inuenire est impossibile. Sed iam rursus sint ipsi α, β, γ, continue proportionales, at α, γ, non sint primi adinuicem. Dico quod eis quartum proportionalem inuenire est possibile. Nam β ipsum γ multiplicans, ipsum efficiat δ. Igitur α ipsum δ aut metitur, aut non metitur. Metiatur prius ipsum per ε. Igitur α ipsum ε multiplicans, ipsum effecit δ. sed & β ipsum γ multiplicans ipsum δ effecit. Igitur qui ex α, ε, ei est æquus qui ex β, γ. proportionaliter igitur est sicut α ad β, sic γ ad ε. Ipsis igitur α, β, γ, inuentus est quartus proportionalis ε scilicet. Sed iam non metiatur α ipsum δ: dico quod ipsis α, β, γ, quartam proportionalem inuenire est impossibile. Si enim possibile, inueniatur ε. Igitur qui ex α, ε, ei qui ex β, γ, est æqualis. Sed qui ex β, γ, est ipse δ, & qui ex α, ε, igitur ipsi δ est æqualis. Igitur α ipsum ε multiplicãs, ipsum effecit δ. Igitur α ipsum δ metitur, sed & non metitur, quod est impossibile. Igitur ipsis α, β, γ, quartum proportionalẽ inuenire numerũ est impossibile, quãdo α ipsum δ non metitur. Sed iam ipsi α, β, γ, neq; continue sint proportionales neq; eorum extremi adinuicem sunt primi, & β ipsum γ multiplicans ipsum efficiat δ. Similiter ostendetur quod si quidem α ipsum δ metitur, possibile est eis proportionalẽ inuenire, si autem non metitur, est impossibile, quod ostendere oportebat.

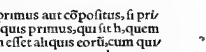




Eucli. ex Camp. Propositio 21

21 **DAtis quotlibet numeris primis, aliquem primum ab eis diuersum esse necesse est.**

CAMPANVS. Nihil aliud intenditur, nisi quod numeri primi sint infiniti, demonstrare. Sint enim a, b, c, numeri primi, dico esse aliquem primum diuersum ab eis, sit quidem d f minimus quem numerant, cui addita unitate fiat d g. qui est primus aut cõpositus, si primus, constat propositum, si compositus, numerat eum aliquis primus, qui sit h, quem non est possibile esse aliquem ex primis propositis. Si enim esset aliquis eorũ, cum quilibet ipsorum numeret d f, ipse quoque numeraret eundem, at quia numerat d g, oporteret ipsum numerare f g qui est unitas, quod est impossibile. Idem sequitur posito d f quotlibet numero quem numerant a. b. c, quare constat propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 20

20 **Primi numeri, plures sunt omni proposita multitudine primorum numerorum,**

THEON ex Zamb. Sint propositi primi numeri α,β,γ. Dico quod ipsis α,β,γ, plures sunt primi numeri. Accipiatur enim (per 39 septimi) minimus quem ipsi α,β,γ, metiuntur, sitq; δε, addaturq; ipsi δε unitas δζ, iam εζ aut est primus aut non, sit prius primus, inventi igitur sunt primi numeri α, β, γ, εζ, plures ipsis α,β,γ. Sed iam non sit εζ primus: igitur eum aliquis numerus primus metitur (per 34 septimi,) metiatur eum numerus primus η. Dico quod η nulli ipsorū α,β,γ, est idem. Si enim η alicui ipsorū α,β,γ, est idem, ipsi autem α,β,γ, ipsum δε metiuntur, igitur & η ipsum δε metietur, metitur autem & εζ, & reliquam δζ unitatem metietur η numerus existens, quod est absurdum. igitur η non est idem uni ipsorum α, β, γ, ipse autem supponitur & primus. Inventi igitur sunt primi numeri plures proposita multitudine ipsorum α,β,γ, ipsi α,β,γ,η, quod ostendere oportuit.

α ▪▪
β ▪▪▪
γ ▪▪▪▪▪▪▪▪▪▪▪▪▪▪▪▪▪▪▪▪▪
114 23
ε —————— δ . ζ
η ——————

Eucli. ex Camp. Propositio 22

22 SI coaceruentur quotlibet numeri pares, totus quoq; ab eis coaceruatus erit par.

CAMPANVS. Sit quisq; numerorū a,b,c, par. Dico ex eis compositum, esse parem: habet enim ex conuersione diffinitionis quisq; eorum, medietatem: sint ergo eorum medietates d,e,f, quia igitur sicut a ad d, sic b ad e, & c ad f, erit ex 15 septimi, sicut a ad d, sic totus a b c ad totum d e f, itaq; d e f est medietas a b c, ergo per diffinitionem a b c, est par, quod est propositum.

a . . b . . . . c . . . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propositio 21

21 Si pares numeri quotcunq; componantur, totus par est.

THEON ex Zamberto. Componantur enim numeri quilibet pares ipsi αβ, βγ, γδ, δε. Dico quod totus αε par est. Nam quoniam unusquisque ipsorum αβ, βγ, γδ, δε, par est, partem habet dimidiam, quare & totus αε habet partem dimidiam: numerus autem par est qui bifariam dividitur (per diffinitionem,) igitur αε par est, quod ostendere oportuit.

α . . . . β . . . . . . γ . . . . δ . . . . ε

Eucli. ex Camp. Propositio 23

23 SI numeri impares numero pares coaceruentur, totus quoq; ex eis coaceruatus erit par.

CAMPANVS. Sit quilibet numerorum a,b,c,d, impar: dico ex eis compositum, esse parem, dempta enim a quolibet unitate, constat residuos esse pares, & quia illę unitates, demptę componunt parem, cum sint numero pares, constat propositum per pręmissam.

a . . . b . . . . . c . . . . d . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propositio 22

22 Si impares numeri quotcunq; componantur, fuerit autem multitudo par, totus par erit.

THEON ex Zamberto. Componantur enim impares numeri quotcunq;, multitudine pares, αβ, βγ, γδ, δε. Dico quot totus αε par est. Nam quoniam unusquisq; ipsorum αβ, βγ, γδ, δε, impar est, ablata unitate ab unoquoq;, unusquisq; reliquus par erit Quare & compositus ex ipsis par erit (per 21 noni.) Est autem & unitatum multitudo par. Totus igitur αε par est, quod ostendere oportebat.

α . . . . . β . . . . ζ . . . . γ . . . . δ . . . ε

Eucli. ex Camp. Propositio 24

24 SI numeri impares numero impares coaceruentur, totum quoq; ex eis coaceruatum imparem esse.

CAMPANVS. Sit quilibet numerorum a,b,c, impar. Dico totum ex eis compositum esse imparem. Erit enim per pręmissam compositus ex a & b, par, & quia c, dempta unitate, est par, erit per antepręmissam totus a, b, c, dempta unitate, par. Per diffinitionem itaque constat totum esse imparem.

a . . . b . . . . . c . . . .

Eucli. ex

Eucli. ex Zamb. Theorema 23 Propositio 23

23 Si impares numeri quotcunque componantur, multitudo autem ipsorum fuerit impar, & totus impar erit.

THEON ex Zamberto. Componantur enim quotcunque impares numeri, quorum multitudo sit impar. α β, β γ, γ δ. Dico quod totus α δ impar est. Auferatur ab ipso γ δ unitas δ ε, reliquus igitur γ ε par est: est autem & α γ par, & totus igitur α ε par est, est autem δ ε unitas, totus igitur α δ impar est, quod ostendere oportuit.

α . . . . . β . . . . γ . . . . ε . δ

Eucli. ex Camp. Propositio 25

25 SI à numero pari numerus par detrahatur, reliquus erit par.

CAMPANVS. Sit a totus par, à quo detrahatur b, qui quoque sit par, & residuus sit c. Dico c esse parem, sit enim d medietas a, e quoque sit medietas b, detractoque e de d, sit reliquus f, erit per 13 septimi, c ad f, sicut a ad d, quare f est medietas, itaque c est par, quod est propositum.

a
. . . . d . . . . . f . . .
b c
. . . . . e . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 24 Propositio 24

24 Si à pari numero par auferatur, reliquus par erit.

THEON ex Zamberto. A pari enim α β, auferatur par. Dico quod reliquus α γ par est. Nam quoniam α β par est, habet partem dimidiam: iam id propterea & β γ, habet partem dimidiam, quare & reliquus γ α habet partem dimidiam par igitur est α γ, quod ostendere oportuit.

α . . . . γ . . . . β

Eucli. ex Camp. Propositio 26

26 SI de numero pari imparem tollas, qui relinquitur impar est.

CAMPANVS. Sit a b par, à quo tollatur a c, qui sit impar. Dico c b residuum esse imparem, subtrahatur enim ab a c, unitas quæ sit c d, eritque a d par, itaque per 25, d b quoque erit par. Quia igitur d c est unitas, sequitur c b esse imparem, quod est propositum.

a . . . . d . c . . . b

Eucli. ex Zamb. Theorema 25 Propositio 25

25 Si à pari numero impar auferatur, reliquus impar erit.

THEON ex Zamberto. A pari namque numero α β, auferatur impar β γ. Dico quod reliquus γ β impar est. Auferatur ab ipso β γ, unitas γ δ, igitur δ β, par est. Est autem α β quoque par. & reliquus igitur α δ, par est, at γ δ est unitas, igitur α γ impar est, quod ostendere oportuit.

α . . . . γ . δ . . . . β

Eucli. ex Camp. Propositio 27

27 SI à numero impari detrahatur impar, reliquus erit par.

CAMPANVS. Sit a b numerus impar, à quo detrahatur b c, qui etiam sit impar: dico reliquum qui est a c, esse parem. Detrahatur enim ab utroque duorum numerorum a b & b c, unitas quæ sit b d, erit uterque duorum residuorum quæ sunt a d & d c, par, per præmissam itaque constat a c esse parem, quod est propositum.

a . . . . c . . . . d . b

Eucli. ex Zamb. Theorema 26 Propositio 26

26 Si ab impari numero impar auferatur, reliquus par erit.

THEON ex Zamberto. Ab impari namque α β, impar auferatur β γ. Dico quod reliquus γ α par est, nam quoniam α β impar est, auferatur unitas β δ: reliquus igitur α δ, par est. Iam id propterea & γ δ par est (per diffinitionem) quare & reliquus γ α par est, quod ostendere oportuit.

α . . . . γ . . . . δ . β

Eucli. ex Camp. Propositio 28

28 SI à numero impari numerum parem subtrahas, qui relinquitur impar est.

CAMPANVS. Sit a b impar, à quo detrahatur a c qui sit par. Dico b c residuũ esse imparem. Sit enim b d unitas, eritq; a d par. Et quia a c est par, erit per 25 c d par, cum itaq; sit d b unitas, erit c b impar, quod est propositum.

a . . . . . . c . . . . d . b

Eucli. ex Zamb. Theorema 27 Propositio 27

27 Si ab impari numero par auferatur, reliquus impar erit.

THEON ex Zamberto. Ab impari nanq; $\alpha\beta$, par auferatur $\beta\gamma$. Dico quod reliquus $\gamma\alpha$ impar est. Auferatur unitas $\alpha\delta$, igitur $\delta\beta$ par est: est autem $\beta\gamma$ par, & reliquus igitur $\gamma\delta$, par est, est autem & unitas $\delta\alpha$, igitur $\gamma\alpha$ impar est, quod ostendere oportuit.

α . δ . . . . γ . . . . β

Eucli. ex Camp. Propositio 29

29 SI numerus impar in numerum parem ducatur, qui inde producetur erit par.

CAMPANVS. Ex 23 manifestum est quod dicitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28 Propositio 28

28 Si impar numerus parem multiplicans, aliquem fecerit, qui gignitur par est.

THEON ex Zamberto. Impar enim numerus α, parem β multiplicans, ipsum efficiat. Dico quod γ par est. Nam quoniam α ipsum β multiplicans, ipsum γ fecit, igitur γ ex totidem ipsi β æqualibus quotæ sunt in α unitates componitur. estq; β par, igitur γ ex paribus componitur. Si uero numeri pares quotcunq; componantur, totus par est, (per 21 noni) igitur γ par est, quod ostendere oportuit.

γ . . . .
β . . . .
α . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 30

30 SI in imparem ducatur impar, qui producetur erit impar.

CAMPANVS. Hæc quoq; ex 24. manifesta est.

Hæ sequentes 2 ex Campano propositiones, nullas sibi ex Zamberto respondentes habent.

Eucli. ex Camp. Propositio 31

31 Si numerus impar numerum parem numeret, numero pari eum numerabit.

CAMPANVS. Si enim numero impari eum numeraret, ex impari in imparem fieret par, quod est inconueniens per præmissam.

Eucli ex Camp. Propositio 32

32 Si impar imparem numeret, impariter eum numerat.

CAMPANVS. Si enim pariter eum numeraret, ex numero impari in numerũ parem fieret impar, quod est inconueniens per 29.

Eucli. ex Zamb. Theorema 29 Propositio 29

29 Si impar numerus imparem numerum multiplicans, fecerit aliquem, factus impar erit.

THEON ex Zamberto. Impar enim numerus α, imparem numerum β multiplicans, ipsum efficiat γ. Dico quod γ impar est. Nam quoniam α ipsum β multiplicans, ipsum fecit γ, igitur γ ex totidem ipsi β æqualibus quotæ sunt in α unitates, componitur. Est autem uterq; ipsorum α, β, impar. Igitur γ ex imparibus conflatur numeris, quorum multitudo impar est. Quare (per 23 noni) impar est, quod ostendere oportuit.

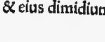
γ . . . .
β . . . . .
α . . .

CAMPANVS. Sit a numerus par cuius dimidium b, sitq́; c numerus impar qui numeret a, dico quod c numerabit b, numeret enim a secūdum d, eritq́; per 31, d numerus par. Esto igitur eius dimidiū, e, ducaturq́; c in e, & proueniat f, eritq́; per 18 septimi, a ad f, sicut d ad e, & quia etiam est a ad b, sicut d ad e, sequitur b & f esse æquales, cum itaq́; c numeret f, idem numerabit b, quod est propositū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 30 Propositio 30

30 Si impar numerus parem numerum mensus fuerit, & eius dimidium metietur.

THEON ex Zamb. Impar enim numerus α, parem numerum β metiatur. Dico quod & eius dimidium metitur. Nam quoniam α ipsum β metitur, ipsum metiatur per γ. Dico quod γ non est impar. Si enim possibile, sit impar. Et quoniam α metitur ipsum β per γ, igitur α ipsum γ multiplicans, ipsum effecit β. Igitur β componitur ex imparibus numeris, quorum multitudo impar est. Igitur β impar est, quod est absurdum, supponitur enim par. Igitur impar non est, par igitur est γ. Quare α ipsum β metitur pariter, & γ igitur ipsum β metitur per α habet autem uterq́; ipsorum γ, β, partem dimidiam, est igitur sicut γ ad β, sic dimidium ad dimidium: metitur autem γ ipsum β per α, & dimidium ipsius metietur ipsius β dimidium per α, igitur α, dimidium multiplicans ipsius γ dimidium ipsius β efficit. Igitur α ipsius β dimidium metitur, metiturq́; per ipsius γ dimidium. Idq́; propterea α ipsius dimidium metitur, quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 34

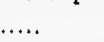
34 SI numerus impar ad aliquem fuerit primus, idem ad eiusdem duplum erit primus.

CAMPANVS. Sit a numerus impar primus ad b, cuius duplum sit c. Dico quod a est primus ad c, si n autem, numeret eos d. Cumq́; a sit impar, sequitur d esse imparem, quicunq́; enim impar parem numerat, pari numero eum numerabit per 31, per præmissam itaq́; a numerabit b, non sunt igitur a & b contra se primi, quod est contra hypothesin.

Eucli. ex Zamb. Theorema 31 Propositio 31

31 Si impar numerus ad numerum aliquem primus fuerit, & ad ipsius duplum primus erit.

THEON ex Zamb. Impar enim numerus α, ad numerum aliquem β, primus esto, ipsius autem β, duplus esto γ. Dico quod α ad γ primus est. Si autem α, γ, non sunt primi, metitur eos aliquis numerus, metiatur, & esto δ. est autem impar numerus α, impar igitur & δ. Et quoniam δ impar existens ipsum γ metiatur, est autem & γ par, igitur δ metietur ipsius γ dimidium (per præcedentem) Dimidium autem ipsius γ, est β, igitur δ ipsum β metitur, metitur autem & α. Igitur δ, ipsos α, β, metitur primos adinuicem existentes, quod est absurdum. Igitur α ad γ primus est. Ipsi igitur α, γ, primi sunt adinuicē, quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 35

35 NVmeri à duobus dupli, sunt pariter pares tantum.

CAMPANVS. Sint unitas a, b, c, d, continue proportionales, sitq́; a binarius. Dico omnes eos esse pariter pares, eisq́; secundum hanc proportionem in infinitū auctis, nullum alium esse pariter parem. De his quidem constat per diffinitionem, cum per 12 quilibet præcedens numeret quemlibet, sequentem per aliquem eorum quos omnes oportet esse pares, & nullus alius numeret aliquem eorum per 13 eo quod a qui est binarius unitatem sequens est primus. Quod autem nullus alius ab his sit pariter par, cōstat sic. Posito enim aliquo, diuidatur in duas medietates, eiusq́; medietas in duas, & hoc toties fiat, quousque numerus aut unitas diuisionem impediat, quod necesse est euenire per ultimam petitionem. Siquidem numerus hanc prohibeat, ipse erit impar, qui cum numeret pariter parem positum, non erat pariter par, qui positus est pariter par. Si autem unitas, non erit is alius a continue duplis ab unitate.

Eucli. ex

Eucli. ex Zamb. Theorema 32 Propositio 32

32 **A binario duplorum unusquisq;, pariter par est tantum.**

THEON ex Zamberio. A binario enim α, duplicentur quotcunq; numeri β, γ, δ. Dico quod ipsi β, γ, δ, pariter pares sunt tantum. Quod quidem unusquisq; pariter par est, manifestum est à binario enim est duplicatus. Dico quod & tantum. Exponatur unitas ε. Quoniam igitur ab unitate quotlibet numeri continue proportionales sunt, qui autem post unitatem α primus est, maximum ipsorum α, β, γ, hoc est ipsum δ nullus metitur præter ipsos α, β, γ. (per 13 noni.) Est autem unusquisq; ipsorum α, β, γ, pariter par. Igitur δ pariter par est tantum. Similiter iam ostendemus, quod & unusquisque ipsorum α, β, γ, pariter par est tantum, quod oportuit ostendere.

δ . . . .
γ . . . .
β . . . .
α . .
.
unitas

Eucli. ex Camp. Propositio 36

36 **NVmerus cuius medietas est impar, est pariter impar.**

CAMPANVS. Sit a numerus, cuius medietas quæ sit b, sit impar. Dico a, esse pariter imparem. Sit enim c binarius, manifestum itaque, quoniam ex c in b fit a. Sit autem d quilibet numerus par numerans a, qui numeret eum secundū e, eritq; per secundam partem 20 septimi, e ad b, sicut c ad d. Igitur e numerat b, quia c numerat d. Eritq; itaq; e numerus impar, erat enim & b, per diffinitionem igitur a est pariter impar.

a . . . .
b . . . . b . . .
c . . d . . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 33 Propositio 33

33 **Si numerus dimidium imparem habuerit, pariter impar est tantum.**

THEON ex Zamberio. Numerus enim α, dimidium habeat imparem. Dico quod α pariter impar est tantum. Quod quidem pariter impar, est manifestum: eius nanque dimidius impar existens, eum pariter metitur (per diffinitionem.) Dico quod & tantum. Si enim α pariter par est, & eius dimidias par est (per diffinitionem:) metietur igitur eum par numerus, per parem numerum. Quare & dimidium eius metietur (per 39 numerus) par, impar existens, quod est absurdum. Igitur α pariter impar est tantum, quod oportuit ostendere.

α . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 37

37 **OMnis numerus à duobus non duplus, cuius medietas est par, est pariter par & impariter.**

CAMPANVS. Sit numerus a, non duplus a duobus, cuius medietas quæ sit b, ponatur par: dico ipsum esse pariter parem & impariter. Sit enim c binarius, de quo manifestum est quod ipse numerat a secūdum b: quia uero a non est duplus a duobus, necesse est si eius medietas quæ est b, in alias duas medietates diuidatur, medietatisq; medietas in alias duas, ut tandem occurrat numerus impediēs diuisionem, qui propter hoc quod diuisionem non recipit, erit impar, sitq; is in quo sistit diuisio, d. In numero quippe necesse est stare, quia si usq; ad unitatem perueniret diuisio, esset a de numeris duplis a binario, de quibus nō est. de d uero manifestum est quod & ipse numerat a per hanc cōmunem scientiā. Omnis numerus alium numerat omnem numeratū ab illo. Numeret ergo eum secundum e, eritq; e, par, alioquin cum d sit maior impar, sequeretur per 30 a esse imparem. Quia igitur b numerus par numerat a secundū c, qui quoq; est par (est enim binarius) at uero c numerus par numerat eundem secundum d qui est impar, constat ex diffinitione numerum a esse pariter parem & impariter, quod est propositum.

a . . . .
b . . . . . . d . . .
c . . e . . . .

Eucli ex Zamb. Theorema 34 Propositio 34

34 **Si numerus neq; à binario fuerit duplus, neq; dimidium imparem habuerit, pariter par est & pariter impar,**

THEON ex Zamberto. Numerus enim α non sit à binario duplus, neq; dimidium habeat imparem. Dico quod α pariter par est & pariter impar, quod quidem α pariter par est, manifestum est: dimidium namq; non habet imparem. Dico iam quod & pariter impar est. Si enim ipsum α bifariam secuerimus, idq; semper efficientes, in quendam numerum * desinemus imparem, qui ipsum metietur α per parem numerum. Si enim non desinemus in quendam imparem numerum, qui per parem numerum metiatur ipsum α, ad binarium enim ueniemus, eritq; ipse α ex ijs qui à binario duplicati sunt, quod non supponitur.

α . . . .

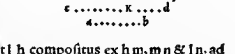
* καταντήσομεν incidemus

ponitur. Quare a, pariter impar est, patuit autẽ quod & pariter par. Igitur & pariter par & est pariter impar. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 38

38 SI de secundo atque ultimo numerorum continue proportionalium, æquale primi dematur, quantum est reliquum secũdi ad primum tantum esse reliquum ultimi ad coacervatum ex cunctis præcedentibus necessario comprobatur.

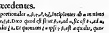
CAMPANVS Sint continue proportionales a b, c d, e f, g h, dematurq́ de c d, æqualis a b, qui sit c k, & de g h, qui sit g l. Dico tunc quod proportio k d ad a b, est sicut l h ad compositum ex e f, c d & a b. Sumatur ex g h, æqualis e f, qui sit g m, & æqualis c d, qui sit g n, eritq́ l n, æqualis k d. Manifestum autem per 11 septimi, quod cum sit g h ad g m sicut g m ad g n, erit h m residuum ad m n residuum, sicut g h ad g m, ideoq́ sicut e f ad c d, simili quoque modo erit m n ad l n, sicut c d ad a b. Permutatim igitur erit h m ad e f, & m n ad c d, sicut n l ad a b, itaque coniuncti per 13 septimi, erit l h compositus ex h m, m n & l n, ad compositum ex e f, c d & a b, sicut l n a ad b, ideoq́ sicut k d ad a b, quod est propositũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 35 Propositio 35

35 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, auferantur autem à secundo & ultimo æquales ipsi primo, erit sicut secundi excessus ad primum, sic ultimi excessus ad omnes se præcedentes.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunque numeri continue proportionales α, β, γ, δ, ε, ζ, incipientes ab α minimo auferaturque ab ipsis β γ, & ε ζ, ipsi α æqualis uterque ipsorum γ, κ, ζ, θ. Dico quod est sicut β, κ, ad α, sic est θ ε, ad α, ε, γ, δ. Ponatur enim ipsi quidem β, γ, æqualis ζ κ, ipsi autem δ, æqualis ζ λ. Et quoniam ζ κ ipsi γ β, est æqualis, quorum ζ θ, ipsi ι κ, est æqualis, reliquus igitur θ κ, reliquo γ ε est æqualis. Et quoniam est sicut ε ζ, ad δ sic est δ ad ε γ & ε γ, ad α, æquus autem est δ, ipsi ζ λ, & β γ, ipsi ζ κ & α ipsi ζ θ, est igitur sicut ε ζ, ad ζ λ, sic λ ζ, ad ζ κ, & κ ζ ad ζ θ, diuidẽdo ergo (per 17 quinti,) & sicut ε λ ad λ ζ, sic λ κ ad ζ κ, & θ ζ, ad ζ θ. Est igitur & sicut unus antecedentiũ ad unum sequentium, sic omnes antecedentes ad omnes sequentes. Est igitur sicut κ θ ad ζ θ, sic ε λ, λ κ, κ θ, ad ipsos λ ζ, ζ κ, ζ θ, æqualis autem est κ θ, ipsi θ κ, & ζ θ, ipsi α, ipsi autem ζ λ, ζ κ, ζ θ, ipsis δ, ε, γ, α, est igitur sicut ε κ ad α, sic ε θ, ad δ, β, γ, α. Est igitur sicut secundi excessus ad primum, sic est ultimi excessus ad omnes seipsum præcedentes. Quod ostendere oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 39

39 CVm coaptati fuerint numeri ab unitate continue dupli qui coniuncti faciant numerum primum, extremus eorum in aggregatũ ex eis ductus producit numerum perfectum.

CAMPANVS. Sint ab unitate continue dupli, a, b, c, d, ex eis autem & unitate coacervatus sit e: qui ponatur esse numerus primus in quem e multiplicetur d, & proveniat f g, dico f g esse numerum perfectum. Sumantur igitur h, k, l, continue dupli ad e, ut tot sint e, h, k, l, quot sint cõtinue dupli ad unitatẽ sumpti, eritq́ per æquã proportionalitatẽ, ad e, sicut d ad a, quare per primã partem 20 septimi ex a in l provenit, f g, nam ipse f g, provenit ex d in e. Et quia a est binarius, est f g duplus ad l, sunt igitur e, h, k, l, & f, g: continue proportionales. Dematur igitur ex h, æqualis e qui sit m h, & residuus h o, qui erit etiam æqualis e, itemq́ ex f g dematur eidem e æqualis qui sit f n, eritq́ per præmissam n g, quãtum aggregatum ex e & h & k & l. Sed & f n cum sit æqualis e, est quantum aggre

gatum ex a & b & c & d & unitate, itemq́; totus f g est quantus aggregatus ex omnibus his scilicet a,b,c,d & unitate & illis e,h,k,l, de quibus omnibus manifestum est, quod numerant eum scilicet f g, e quidem secundum h, & h secundum k, quod ex prima parte 19 septimi conuincitur, adiuuāte æqua proportionalitate sicubi opus fuerit. Est enim ut d ad c, sic k ad h, & ut d ad b, sic k ad e, per æquam proportionalitatem, quare & ex c in h, & ex b in k, necesse est prouenire f g, quem dudum produxerat d in e. Si igitur nullus alius ab his numerat f g, ipse erit per diffinitionem numerus perfectus. Quod autem nullus alius eum numeret, patet. Si enim hoc possibile est, sit p qui numeret eum secundū q, eritq́; per 33 septimi, ut e numeret alterū eorū, ponaturq́; quod numeret p. Et quia per secundam partem 20 septimi, est q ad d sicut e ad p, sequitur ut q numeret d quare cum a qui sequitur unitatē sit primus (est enim binarius) erit q per 13 huius aut a aut b aut c, quicunque autem horum fuerit, erit p, aut l, aut k aut h, si enim q fuerit a, constat quod p erit l, quod si fuerit b, p erit k, si autem c, p quoque erit h, non est igitur p diuersus ab illis ut fuerat positum, relinquitur ergo quod f g sit numerus perfectus. quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 36 Propositio 36

36 Si ab unitate quotcūq; numeri continue expositi fuerint in duplici proportione, quoad totus compositus primus fuerit, & totus in ultimum multiplicatus aliquem fecerit, qui gignitur perfectus erit.

THEON ex Zamb. Ab unitate siquidem exponantur quotcunque numeri continue in duplici proportione, quoad totus cōpositus primus sit α,β,γ,δ, & toti æquus esto ε, & ε ipsum δ multiplicās, ipsum efficiat ζη. Dico quod ζη perfectus est. Quot enim sunt multitudine ipsi α,β,γ,δ, totidem ab ε accipiantur in duplici proportione, hoc est ε, θ,κ,λ,μ. Ex æquali igitur (per 13 septimi,) est sicut α ad δ, sic est ε ad μ. Igitur qui ex ε,δ, ei est æquus qui ex α,μ, estq́; qui ex ε,δ, ipse ζη. Igitur qui ex α,μ, ipsi ζη, est æqualis. Igitur α, ipsum μ multiplicans, ipsum effecit ζη, igitur μ, ipsum ζη, metitur per eas quæ in α sunt unitates. Est autem binarius α, duplus ergo est ζη ipsius μ. Sunt autem & μ,λ,θ,κ,ε, continue dupli ces adinuicem, igitur ε, ξη,κ,λ,μ,ζ,η, continue sunt proportionales in duplici proportione. Auferatur iam à secundo κθ, & ultimo ζη, ipsi ε primo æqualis uterq; ipsorum θ ν, & ζ ξ, est igitur (per præcedentem,) sicut secundi numeri excessus ad primum, sic ultimi excessus ad omnes seipsum præcedentes, est igitur sicut ν κ, ad ε, sic est ξ η, ad ipsos μ,λ,κ,θ, ε. At est ν κ, ipsi ε, æquus, & ξ η, igitur ipsis μ,λ,θ,κ,ε, est æquus. Est autem & ξ ζ, ipsi ε æqualis, id est ipsis α,β,γ,δ, & unitati. Totus igitur ζ η, æquus est & ipsis ε,θ,κ,λ,μ, & ipsis α,β,γ,δ, & unitati, & sub eorum dimensionem cadit. Dico quod ipsum ζ η. nullus alius metitur, præter ipsos α,β,γ,δ,ε,θ,κ,λ,μ, & unitatem. Si enim possibile metiatur ipsum ζ η ipse ο, & ο nulli ipsorum α,β,γ,δ,ε,θ,κ,λ,μ, esto idem, & quoties ο ipsum ζ η metitur, tot unitates sint in π. Igitur ο ipsum π multiplicans ipsum fecit ζ η. Sed & ε ipsum δ multiplicans, ipsum effecit ζ η, est igitur (per 19 septimi,) sicut ε ad ο, sic π ad δ, uicissim igitur (per 9 septimi,) sicut ε ad π, sic ο ad δ. Et quoniam ab unitate continue proportiōales sunt ipsi α,β,γ,δ, qui uero post unitatem α primus est, igitur δ nullus alius numerus metitur præter α,β,γ, (per 13 noni,) Supponitur que nulli ipsorum α,β,γ, ipse ο, idē, igitur ipsum δ ipse ο, non metitur. Sed sicut ο ad δ, sic ε ad π, neque ε igitur ipsum π metitur, estq́; ε primus, omnis autem primus numerus ad omnem quem non metitur primus est (per 31 septimi. igitur ipsi ε,π, primi sunt adinuicem, primi autem & minimi, minimi uero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 septimi,) antecedens antecedentem, & sequens sequentem. Estq́; sicut ε ad π sic ο ad δ, æque igitur ε ipsum ο metitur, & π ipsum δ. Sed δ nullus alius metitur præter α,β,γ, igitur π, uni ipsorum α,β,γ, est idem. Sit π γ,δ, in eadem ratiōe, ex æquali ergo per 15, est sicut β ad δ, sic ε ad λ, igitur qui ex β,λ, ei qui ex δ,ε, est æqualis. Sed qui ex δ,ε, ei qui ex π,ο, est æqualis, & qui ex π,ο, igitur, ei qui ex β,λ, est æqualis, Est igitur sicut π ad β, sic λ ad ο, est que π, ipsi β idem, & λ, igitur ipsi ο est idem, quod est impossibile. Nā ο nulli expositorū supponitur idem: igitur ipsum ζ η, aliquis numerus non metitur præter α,β,γ,δ,ε,θ,κ,λ,μ, & unitatem, & ostensum est quod ζ η, ipsis α,β,γ,δ,ε,θ,κ, λ,μ, & unitati est æqualis, perfectus autem numerus est (per diffinitionem) qui suis partibus est æqualis, perfectus igitur est ζ η, quod ostendere oportuit.

NONI LIBRI FINIS

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER DECIMVS.

Ex Campano — Diffinitiones

QVantitates quibus fuerit una quantitas communis eas numerans, dicentur communicantes. 2 Quibus uero non fuerit una communis quãtitas eas numerans, dicentur incommensurabiles. 3 Lineæ in potentia communicantes dicuntur, quarum superficies quadratas una communis superficies numerat. 4 Lineæ incommensurabiles in potentia dicũtur, quarum superficies quadratas non numerat una communis superficies. Quæ cum ita sint, manifestum est quia omni lineæ positæ, multæ aliæ sunt incõmensurabiles, quædam in longitudine tantum, quædam in longitudine & potentia. 5 Omnis autem linea cum qua ratiocinamur posita, uocetur rationalis. 6 Lineæq́ ei communicantes, dicuntur rationes.
7 Eidem autem incommunicantes, dicuntur irrationales siue surdæ.
8 Omnis uero quadrata superficies de qua per hypothesin rationamur, dicitur rationalis. 9 Superficies uero ei communicantes, dicuntur rationales. 10 Eidem autem incommensurabiles superficies, dicuntur irrationales siue surdæ. 11 Latera uero quæ in illas quadratas possunt, dicuntur irrationalia.

Eucli. ex Zamb. — Diffinitiones

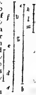
COmmensurabiles magnitudines dicuntur, quas eadẽ mensura dimetietur. 2 Incommensurabiles autem, quæ sub nullius communis mensuræ dimensionem cadunt. 3 Rectæ lineæ potentia commensurabiles sunt, quando quæ ab ipsis quadrata, eadem area dimetitur. 4 Incommẽsurabiles autem, quando nulla area communis mensura esse potest eorum quæ ex ipsis sunt quadratorũ. His expositis indicatur, quod proposita recta linea hoc est à qua & cubitales, & palmi, & digitales, ac pedales sumuntur mensuræ, ipsi sunt rectæ lineæ multitudine infinitæ commensurabiles & incommensurabiles. Commensurabiles quidem, aut potentia tantum, aut potentia & longitudine simul. Incommensurabiles uero, aut longitudine tantum, aut longitudine & potentia simul. 6 Vocatur igitur ipsa quidem proposita recta linea, rationalis. 7 Et quæ huic commensurabiles siue longitudine & potentia, siue potentia tantum, rationales. 8 Quæ autem incommensurabiles per utrunque, hoc est longitudine & potentia, irrationales appellantur. 9 Et quod quidem à proposita recta linea quadratum, rationale.

10 Et quæ huic commensurabilia, rationalia. 11 Et quæ huic incommensurabilia, irrationalia dicuntur. 12 Et ipsorum (si quadrata fuerint latera, sin autem, alia quæpiam rectilinea, ipsa potentes æqualiaq; ipsis quadrata describentes, irrationales uocentur.

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 Si duabus quantitatibus inæqualibus propositis maius dimidio à maiori detrahatur, itemque de reliquo maius dimidio dematur, deinceps quoque eodem modo, necesse est ut tandem minore positarum minor quantitas relinquatur.

CAMPANUS Sint duæ quantitates inæquales a & b c, b c maior: dico quod toties potest maius dimidio detrahi ab ipsa b c uel, eius residuo, quod necesse erit reliqui quantitatem minorē esse a, Multiplicetur enim a toties quousque excedat b c. sitq; eius multiplex d e f maius b c. Detrahatur itaq; ab ipsa b c, maius dimidio, quod sit b. d. itéq; ex residuo quod est g e, maius dimidio, quod sit g h, hoc quoque toties fiat, quousque b c diuisa sit in tot partes quoties a continetur in d e f Dico tunc quod ultimū residuū ut est hic h c, est minus a. Multiplicetur nanque h c, quoties est multiplicata a in d e f. sitque eius multiplex k l m. Quia igitur unaquæq; quantitatū k, l, m, est æqualis h c, sequitur ut & k sit minor b g, sed & l, minor g h, at quia m est æqualis h c. erit per conceptionem k l m minor b c, quare minor d e f Cū sit ergo d e f ad a sicut k l m ad h c, sitque d e f maior k l m, sequitur per 14 quinti, quod a sit maior h c, quod est propositum. Idemq; sequitur, si a maiori dimidium dematur itemq; de reliquo dimidium, fiatq; toties quousque maior diuidatur in tot partes quoties continetur minor in quolibet suo multiplice maiorem positarum quantumlibet excedente.



CAMPANI annotatio. Attendere autem oportet, quod huic propositioni uidetur decima quinta tertij contradicere, proponens angulum contingentiæ minorem fore quolibet angulo à duabus lineis rectis contento. Posito enim angulo quolibet rectilineo, si ab ipso maius dimidio dematur, itemq; de residuo maius dimidio, necesse uidetur hoc toties posse fieri quousque angulus rectilineus minor angulo cōtingentiæ relinquatur, cuius oppositum 15 tertij syllogizat. Sed hi nō sunt uniuoce anguli, non enim eiusdem sunt generis simpliciter curuum & rectum. At uero nec angulum contingentiæ toties contingit sumi, ut qualencunque rectilineum excedat, quod necessarium est (ut ex præhabita demonstratione patet) ad hoc ut consequens ex antecedente sequatur. Planum ergo est etiam quemlibet angulum rectilineum, infinitis angulis contingentiæ esse maiorem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 Duabus magnitudinibus inæqualibus expositis, si à maiore auferatur maius quàm dimidium, & eius quod relictum est maius quàm dimidium, idque semper fiat, relinquetur quædam magnitudo minor minore magnitudine exposita.

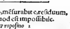
THEON ex Zāb. *Sint binæ magnitudines inæquales α β, γ, quarū maior sit α β Dico quod si ab ipsa α β, auferatur maius quàm dimidium, & reliqui maius quam dimidiū, & hoc semper fiat, relinquetur quædam magnitudo minor minore magnitudine exposita γ, Et quoniam minor est γ, igitur γ, multiplicata, maior tandem erit quàm α β, multiplicetur, & esto δ ε, ipsius quidem γ, multiplex, maior autem quàm α β. Diuidaturq; δ ε, in æquales ipsi γ, hoc est δ ζ, ζ η, η ε. Auferaturq; ab ipsa α β, maius quàm dimidium, β θ, & ab ipsa α θ, maius quàm dimidiū, hoc est θ κ, & hoc fiat semper, quoad quæ in α β, sunt diuisiones æquales sint multitudine eis quæ in ipso δ ε, sunt diuisionibus, sintque igitur α κ, κ θ, & θ β, diuisiones, æquales existentes multitudine ipsi ε δ ζ, ζ η, & η ε. Et quoniam maior est δ ε, quàm α β, ablatumq; est ab ipsa δ ε, minus, quàm dimidiū hoc est ε η, ab ipsa autem α β, maius quàm dimidium β θ, reliquum igitur η δ, reliquo θ α, maius est. Et quoniam maius est η δ, quàm θ α, ablatūq; ab ipsa η δ, dimidium hoc est η ζ, ex ipsa autem α θ, maius dimidio hoc est θ κ, reliquum igitur* δ ζ, reliquo α κ, maius est. Aequale autẽ est δ ζ, ipsi γ, & γ igitur, ipso α κ, maius est, minus igitur est α κ ipso γ. Relinquitur igitur ex α β, magnitudine ipsa α κ magnitudo, minor existẽs minore exposita magnitudine γ, quod oportuit demõstrasse. Similiter quoque ostendetur si dimidia sublata fuerint.

ALITER idem ostendere. Consistent binæ magnitudines inæquales α, ϐ, γ. Sit autem γ minor. Et quoniam minor est γ, igitur γ multiplicata, maior erit tandem quam α β, multiplicetur, & esto ξ μ, ipsius γ multiplex. Diuidaturque ζ μ, in ipsi γ æqualia, hoc est μ θ, θ ν, ν ξ. Et ab ipsa α β, auferatur maius quàm dimidiũ β ι, & ex ipsa ι α, maius quàm dimidium, hoc est ι δ, & hoc fiat, quoad quæ in ipsa ζ μ, diuisiones, æquales fiant ipsis quæ sunt in α β, diuisionibus, fiant autem sicut ϐ ι, ι δ, & δ α. Et ipsi δ α, unaquæq; ipsarum κ λ, λ ν, & ν ξ, esto æqualis, & hoc fiat, quoad diuisiones quæ sunt in α ξ, fiant æquales eis quæ sunt in μ ζ. Et quoniam β ι, maior est quàm dimidium ipsius α β, ipsa ϐ ι, maior est quàm ι α, multo maior igitur est ϐ ι, quàm δ α. Sed ipsi δ α, æqualis est κ λ, igitur β ι, maior est quàm ν ξ. Rursus quoniã δ ι, maior est quàm dimidiũ ipsius ι α, ipsa igitur δ ι maior est quàm δ α, sed ipsa δ α, æqualis est ipsi λ ν, igitur ipsa δ ι, maior est quàm λ ν. Tota igitur δ β, maior est quàm ξ λ. Sed ipsa δ α, æqualis est ipsi ν κ. Tota igitur α ϐ, maior est quam κ ξ. Sed ipsa, μ ξ, maior est quàm β α, multo maior igitur est μ ζ, quàm κ ξ. Et quoniã ξ ν, ν λ, & λ κ, sibi inuicẽ sunt æquales, & μ θ, θ ν, & ν ξ, sibi inuicẽ sunt æquales & æqualis est multitudo ipsarũ quæ in μ ζ, multitudini ipsarũ quæ in κ ξ, est igitur sicut κ λ, ad ξ ν, sic λ ν, ad ν θ, & ν ξ, ad θ μ, igitur (per 12 quinti,) sicut α λ, ad ξ ν, sic ξ κ, ad ξ μ. Maior autẽ est ζ μ, quàm κ ξ, maior igitur est & ζ ν, quàm λ κ. At ξ ν, æqualis est ipsi κ λ, ipsi α δ. Igitur γ maior est quàm α δ. Quod oportuit demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 SI fuerint duæ quantitates inæquales, detrahaturq; à maiori æquale minori donec minus eo supersit, ac deinde à minori ipsius reliqui æquale dematur donec minus eo relinquatur, denuo quoq; reliquo primo æquale reliqui secundi donec minus eo supersit auferatur, & in huiusmodi continua detractione nullum reliquum quod ante relictum numeret inueniatur, eas duas quantitates incommensurabiles esse necesse est.

CAMPANVS Simile huic proposuit prima septimi in numeris. Sint duæ quantitates inæquales a & b maior a, quibus (si fiat reciproca quoad potest detractio) nõ occurrat (etiam si infinities fiat) aliqua quantitas detractionem impediens, siue ante relictum numerans, dico eas incommensurabiles esse. Si autem sint cõmensurabiles, sit cõmunis earum mẽsura c. Detrahatur igitur b, ex a quoties potest, sitq; residuũ d, quod residuum detrahatur ex b quoties potest. & sit residuum e. Fiatq; toties ista detractio, quousq; ex alterutra duarũ quãtitatũ a & b, remaneat minus c, hoc enim necesse est esse possibile per præcedentẽ, sitq; hic e minus c. Cũ igitur c mẽsuret b detractam ab a. & etiam a, mensurabit per conceptionem, d residuum, ideoq; cum mensuret d detractum ab ipso b, & etiã ipsum b, mẽsurabit e, residuum, sed erat minus c, maior ergo quantitas, mensurat minorem, quod est impossibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

2 Si duabus magnitudinibus inæqualibus expositis: sublata semper minore à maiore reliqua minime metiatur præcedentem, incommẽsurabiles erunt ipsæ magnitudines.

THEON ex Zamb. Duabus enim magnitudinibus inæqualibus existentibus α ϐ, γ δ, & existente minore ipsa α β, sublata semper minore ipsa α ϐ, à maiore γ δ, reliqua nequaquã metiatur præcedentem. Dico quod incommensurabiles sunt ipsæ α ϐ, γ δ, magnitudines. Si enim sunt commensurabiles metietur (per 1 diffinitionem decimi,) eas aliqua magnitudo, metiatur si possibile est, & esto ι, & α β, ipsam δ ζ metiens, relinquat seipsa minorem γ ξ. At γ ζ ipsam β η metiẽs: (per 1 decimi,) relinquat seipsa minorem α η, & hoc semper fiat, quoad sumpta fuerit quædã magnitudo quæ sit minor quàm ι, fiat, & (per præcedentem) sumatur α η, minor quàm ι. Quoniam igitur ι ipsam α β metitur, sed α ϐ ipsam δ ζ metitur igitur ι ipsam δ ζ, metietur, metitur autem & totam γ δ, igitur & reliquam γ ζ metietur. Sed γ ζ, ipsam β η, metitur, & ι, igitur ipsam ϐ η metitur, metitur autem & totam α β, & reliquam igitur α η metietur, maior minorem, quod est impossibile. Ipsas igitur α ϐ, γ δ, nulla metietur magnitu-

 do

do, incommensurabiles igitur sunt ipsæ α β, γ δ, magnitudines. Si binæ igitur magnitudines inæquales exponantur, auferaturque semper à maiore minor, & reliqua tamen præcedentem non metiatur, ipsæ magnitudines erunt incommensurabiles, quod oportuit demonstrare.

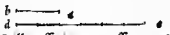
Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 PRopositis duabus quantitatibus inæqualibus communicantibus, maximam quantitatem communiter eas numerantem inuenire.

CORRELARIVM

Ex hoc itaque manifestum est, quæ duas metitur quãtitates, maximam quoque communiter ambas metientem metiri.

CAMPANVS. Huius demonstrationem, si 2 septimi non ignoras, non potes ignorare. Si enim numeri nomen in quantitatis nomen conuertas, idem prorsus hic & illic efficies, processus enim utrobique idem erit.



Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 3

3 Duabus magnitudinibus commensurabilibus datis, maximam earum communem inuenire mensuram.

THEON ex Zamb. Sint datæ binæ magnitudines commensurabiles α β, & γ δ, quarum minor sit α β, oportet iam ipsarum α β, & γ δ, maximam communem inuenire mensuram. Igitur α β, aut metitur ipsam γ δ, aut nõ. Si enim metitur, metitur autem & seipsam, igitur α β, ipsarum α β, & γ δ communis est dimẽsio. Et manifestum est quod & maxima, maior namque ipsa α β, magnitudine, ipsam α β, non metietur. Non metiatur autem α β, ipsam γ δ. Sublata igitur semper minore à maiore, id quod relinquitur metietur quandoque præcedentem, eo quia ipsæ α β, γ δ, sunt commensurabiles, & α β, ipsam ε δ metiens relinquat se ipsa minorem ε γ, at ε γ, ipsam ζ β, metiens relinquat se ipsa minorem, hoc est ζ α, at ζ α, ipsam γ ε metiatur. Quoniam igitur α ζ, ipsam γ ε metitur, sed γ ε, ipsam ζ β metitur, & α ζ, igitur ipsam ζ β metietur. Metitur autem & seipsam, & totam igitur α β metietur ipsa α ζ. Sed α β, ipsam δ ε metitur, igitur α ζ, ipsam ε δ metietur, metitur autẽ & γ ε, & totam igitur γ δ metitur. Igitur α ζ, ipsas α β, & γ δ metietur, igitur α ζ, ipsarum α β, & γ δ, cõmunis est dimensio. Aio quoque quod & maxima, si enim non erit aliqua magnitudo maior ipsa α ζ, quæ ipsas α β, & γ δ, metietur. Sitque, inquam, η. Quoniam igitur η ipsam α β, metitur, sed α β ipsam ε δ metitur, & η igitur ipsam ε δ metietur. Metitur autem & totam γ δ, & reliquam igitur γ ε metietur ipsa η. Sed γ ε ipsam ζ β, metitur, igitur & η, ipsam ζ β metietur, metitur autem & totam α β, & reliquã igitur α ζ metietur, maior minorem, quod est impossibile. Igitur maior aliqua magnitudo ipsa α ζ, ipsas α β & γ δ magnitudines non metietur. Igitur α ζ, ipsarum α β, & γ δ, maxima communis dimensio est. Duabus igitur magnitudinibus commensurabilibus datis α β, & γ δ, maxima communis dimensio inuenta est α ζ, quod fecisse oportuit.

CORRELARIVM. Ex hoc manifestum est, quod si magnitudo binas magnitudines mẽsa fuerit, & maximam earum communem dimensionem metietur.

Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 PRopositis tribus quantitatibus communicãtibus, maximam eas communiter numerantem inuenire.

CAMPANVS Hæc ex tertia septimi, sic patet, sicut præmissa ex secũda. Simulque correlarium ex hac deduces, ut illic ex secunda deductũ est.

Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 4

4 Tribus magnitudinibus commensurabilibus datis, maximam earum communem mensuram inuenire.

THEON ex Zamb. Sint datæ tres magnitudines commensurabiles α, β, γ, oportet iam ipsarum α, β, γ, maximam communem mensuram inuenire. Sumatur enim (per 3 decimi) ipsarum duarum α, β, maxima communis mensura, sitque illa δ. Igitur δ ipsam γ aut metitur, aut non metitur, metiatur primum. Quoniã igitur δ ipsam γ metitur, metitur autem & ipsas α β, igitur δ ipsas α, β, γ, metitur. Igitur δ, ipsarum α, β, γ, cõmunis dimensio est. Et manifestum quod maxima, maior namque quàm δ magnitudo, ipsas α, β, γ, non metietur. Si enim possibile, metiatur ipsas, α, β, γ, magnitudine δ maior ipsa ε. Et quoniam ε, ipsas α, β, γ metitur, metitur & ipsas α, β, & ipsarum igitur α β maximam communem mensuram metietur, hoc est ipsam δ, maior uidelicet minorem quod est impossibile.

Non metiatur iam δ ipsam γ. Dico primum quod commensurabiles sunt ipsæ γ, δ, Quoniã enim

commens

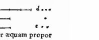
commensurabiles sunt ipsæ α,β,γ, metietur eas aliqua magnitudo, quæ uidelicet & ipsas α,β, metietur, quare & ipsarum α,β, maximam communem mensuram δ, metietur (per correlarium præcedentis, metitur autem & γ, quare dicta aliqua magnitudo metietur ipsas γ,δ. Cōmēsurabiles igitur sunt ipsæ γ δ. Sumatur (per 3 decimi, earū cōmunis maxima dimensio, sitq; ε. Quoniam igitur ε ipsam δ, metitur, sed δ ipsas α,β, metitur, & ε igitur α, β, metitur, metitur autem & γ, igitur ε ipsarum α,β,γ, communis est mensura. Dico quod & maxima. Si enim possibile, sit magnitudo ζ minor quàm ε, metiaturq; ζ ipsas α,β,γ. Et quoniam ζ ipsas α,β,γ, metitur, metitur & ipsas α,β, & ipsarum igitur α,β, (per præcedens correlarium) maximam communem mensuram metietur. At ipsarum α,β, maxima communis mensura est δ, Igitur ζ ipsam δ, metitur, metitur autem & γ, igitur ζ ipsas γ,δ metitur, & ipsarum ergo γ,δ, maximam communem mensuram (per præcedens correlarium) metietur ζ, maxima uero communis mensura ipsarum γ δ, est ε, igitur ζ ipsam ε metitur maior minorem, quod est impossibile. Ipsa igitur magnitudine ε, maior aliqua magnitudo, ipsas α,β,γ, non metitur. Igitur ε ipsarum α,β,γ, maxima communis est dimensio, si non metiatur δ ipsam γ. Si autem metiatur, ipsa est δ. Tribus igitur magnitudinibus commensurabilibus datis, maxima communis earum dimensio inuenta est, quod erat faciendum oportebat.

CORRELARIVM. Ex hoc proinde manifestum est, quod si magnitudo tres magnitudines mensa fuerit, & maximam quoque earum communem dimensionem metietur. Similiterq; & in pluribus & communis maxima mēsura, & subinde correlarium, inuenietur.

Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 OMnium duarum quantitatum communicantium est proportio tanquam numeri ad numerum.

CAMPANVS Sint duæ quantitates a & b, communicantes. Dico quod earum proportio est sicut alicuius numeri ad alium numerum. Sit enim c maxima quantitas communiter mensurans a & b, reperta ut docet secunda huius, quæ mensuret a secundum numerum d, & b secundum numerū e, eritq; a ad c ut d ad unitatem, eo quod sicut a est multiplex c, ita d est multiplex unitatis, ac c ad b, ut unitas ad e, quoniam sicut c est submultiplex b, ita unitas est sub multiplex e, igitur per æquam proportionalitatem a ad b ut d ad e, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

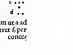
5 Commensurabiles magnitudines, adinuicem rationem habent quam numerus ad numerum.

THEON ex Zamberto. Sint commensurabiles magnitudines α,β. Dico quod α ad β rationem habet, quam numerus ad numerum. Quoniam enim commensurabiles sunt α,β, metietur eas aliqua magnitudo, metiatur, & esto γ. Et quoties γ ipsam α, metitur tot unitates sint in δ, quoties autem γ ipsum β metitur, tot unitates sint in ε. Quoniam igitur γ ipsum α metitur per eas quæ in δ sunt unitates & unitas metitur ipsum δ per eas quæ in ipso sunt unitates, æque igitur unitas ipsum δ metitur numerum, & γ magnitudo ipsam α, est igitur sicut γ ad α sic est unitas ad δ, contra igitur (per correlarium 4 quinti) sicut α ad γ, sic δ ad unitatem. Rursus quoniam γ ipsam β metitur per eas quæ in ε sunt unitates, metitur autē & unitas ipsum ε per eas quæ in eo sunt unitates, æque igitur unitas ipsum ε metitur. & γ ipsum β, Est igitur (per idem) sicut γ ad β, sic est unitas ad ε. Patuit autē quod & sicut α ad γ, sic δ ad unitatem, ex æquali igitur (per 22 quinti,) est sicut α ad β, sic est δ numerus ad ε numerum. Commensurabiles igitur magnitudines α,β, adinuicem rationē habent, quam numerus δ ad numerum ε, quod oportebat demonstrare. ἀνάπαλιν

Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 SI fuerint duæ quātitates quarū sit proportio unius ad alterā tanquam numeri ad numerum, eas duas communicātes esse necesse est.

CAMPANVS. Hæc est conuersa prioris. Vt si sit a ad b sicut numerus c ad numerum d, erunt duæ quātitates a & b cōmunicantes. Sit enim e toties mensurans b, quoties est unitas in d, & toties mensurans f, quoties unitas in c. Cum sit igitur f ad e ut c ad unitatem, ac e ad b ut unitas ad d, erit per æquam proportionalitatem f ad b ut c ad, quare etiam ut a ad b, Igitur per primam partem 9 quinti, f est æqualis a. Cum itaque e mensuret f, per



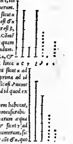
 conce-

conceptionem mensurabit a, igitur a & b communicantes: mensurabat enim & b, quod est propositum. Eucli ex Zamb Theorema 4 Propositio 6

6 Si binæ magnitudines adinuicem rationem habuerint quam numerus ad numerum, commensurabiles erunt ipsæ magnitudines.

THEON ex Zamberto. Binæ enim magnitudines α, β, ad inuicem rationem habeant, quam numerus δ ad numerũ ε. Dico quod commẽsurabiles sunt ipsæ α, β, magnitudines. Quot enim sunt in ipso α unitates, in tot æquales diuidatur (per 9 sexti) ipsa α. & uni earum æqualis esto γ. Quot autem unitates sunt in ε, ex totidẽ magnitudinibus ipsi γ æqualibus cõponatur ζ. Quoniã igitur quot sunt unitates in ipsa δ, tot magnitudines sunt & in ipsa α, æquales ipsi γ, qualis igitur pars est η, unitas ipsius δ, talis pars est & γ ipsius α. est igitur sicut γ ad α sic η, unitas ad ipsum δ. Metitur autem η, unitas ipsum δ numerũ, metitur igitur & γ, ipsum α. Et quoniã est sicut γ ad α, sic est η unitas ad numerum δ, & contra (per correlarium 4. quinti,) sicut est α ad γ, sic est δ numerus ad η unitatem. Rursus quoniam quot unitates sunt in ε, tot sunt & in ipsa ζ, æquales magnitudines ipsi γ, est igitur sicut γ ad ζ, sic η unitas ad ζ numerum. Patuit autem & sicut α ad γ, sic est δ ad unitatem η. Ex æquali igitur (per 22 quinti,) est sicut α ad ζ, sic est δ ad ε. Sed sicut δ ad ε, sic est α ad β. Igitur (per 11 quinti,) & sicut α ad β, sic est & α ad ζ. igitur α, ad utrãq; ipsarũ β, ζ, eandem habet rationem, æqualis (per 9 quinti,) igitur est β, ipsi ζ, metitur aũt γ, ipsam ζ, metitur igitur & β, sed & ipsam α. Igitur γ, ipsas α, β, metitur. Cõmẽsurabilis igitur est α ipsi β. Si binæ igitur magnitudines adinuicem rationem habuerint quam numerus ad numerum, commensurabiles erunt ipsæ magnitudines, quod erat ostendendum.

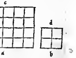
ἀνάπαλιν



CORRELARIVM. Ex hoc proinde manifestum est, si fuerint bini numeri δ, ε, & recta linea sicut α, quod datur & factu est possibile sicut numerus ad numerum sic recta linea ad rectam lineã. Si autem ut ipsarum α, ζ, media proportionalis sumpta fuerit, sicut β, erit sicut α ad ζ, sic quod ex ipsa α, ad id quod ex ipsa β, hoc est sicut prima α ad tertiam ζ, sic quod α prima ad id quod ex secũda simile similiterq; descriptum, (per correlariũ 19 sexti.) Sed sicut α ad ζ, sic est δ numerus ad ε numerum fit igitur sicut δ numerus ad ε, numerum, sic quod ex α, recta linea ad id quod ex β, recta linea.

ALITER idem ostendere. Binæ enim magnitudines α, β, adinuicem rationem habeant, quam numerus γ ad numerum δ, dico quod ipsæ magnitudines sunt commensurabiles. Quot enim sunt in ipso γ unitates, in tot æqualia diuidatur α, & uni earum æqualis esto ε. Est, igitur sicut unitas ad γ numerum, sic est ε ad α, est autem & sicut γ ad δ, sic α ad β, ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut unitas ad ipsum δ numerum, sic est ε ad β, metitur autem unitas ipsum δ metitur igitur ε ipsum β, metitur aũt & α, quoniam unitas ipsum ε. Igitur ε, utramq; ipsarum α, β, metitur ipsæ igitur α, β, commẽsurabiles sunt. & ε, ipsarum cõmunis est dimẽsio. Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 Omnium duarũ superficierum quadratarum quarum latera in longitudine cõmunicant, est proportio unius ad alteram, tanquã numeri quadrati ad numerum quadratum. Si uero fuerit proportio superficiei quadratæ ad superficiẽ quadratam tanquam proportio numeri quadrati ad numerũ quadratũ, erũt latera earũ in lõgitudine cõmunicantia. Quod si fuerit proportio superficiei quadratæ ad superficiẽ quadratã, nõ uelut numeri quadrati ad numerum quadratum, latera earum erunt in longitudine incommensurabilia.



CAMPANVS. Sint a & b, duæ lineæ quadratæ, quarũ quadrata sint c & d. Dico quod si a & b cõmunicant in lõgitudine, erit proportio c ad d sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ, & econuerso. Si autem proportio c ad d non sit sicut nũeri quadrati ad numerũ quadratũ, a & b erũt incõmẽsurabiles in lõgitudine, & ecõuerso. Verũtamẽ istud argumẽtũ quartũ nõ proponit. Primũ patet sic. Si a & b cõmunicant in longitudine, ipsæ per 5 erunt in proportione duorum numerorum qui sint e & f, quorũ quadrati sint g & h. Quia ergo est c ad d sicut a ad b proportio duplicata per 18 sexti, sequitur, ut sit etiam c ad d sicut e ad f duplicata, sed etiã est per 11 octaui

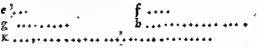
g . . . . h . . . .

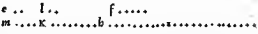
e . . . . f . .

ui

ni,g ad h ut e ad f duplicata, ergo c ad d, sicut g ad h, quod est primum. Secundum sic. Sit c ad d, sicut g numerus quadratus ad h numerum quadratum, dico quod a & b erūt in longitudine communicantes. Cum enim sit c ad d ut a ad b, duplicata per 18 sexti, & g ad h per 11 octaui ut e ad f duplicata, quare & simpla a ad b sicut simpla e ad f per 6 igitur sunt a & b communicantes. quod est secundum. Tertium uero patet ex primo à destructione consequentis. Similiter quartum patet ex secundo, à destructione consequentis,

CAMPANI annotatio. Ex tertia parte huius, nota diametrum esse incommensurabilem costæ. Cum enim sit quadratum diametri duplum quadrato costæ, dupla uero proportio nō sit sicut numerorum quadratorum, sequitur diametrum esse incommensurabilem costæ in longitudine. Alioqui cum quaternarius sit numerus quadratus, essent omnes pariter pares, quadrati, etiā alij infiniti qui non sunt quadrati. Ducit autem Aristoteles ad istud inconueniens, si diameter ponatur commensurabilis costæ, quod impar numerus erit æqualis pari, quod sic patet. Sit enim diameter a b commensurabilis lateri a c, eritque per 5 a b ad a c, sicut aliquis numerus ad alium. Sint ergo hi numeri e & f, qui sint minimi in sua proportione, eritque ob hoc, alter eorum impar. Si enim uterque par, non erunt minimi, quadrati quoque eorum sint g & h, si ergo e est impar, erit quoque ex 30 noni g impar, sit itaque k duplus ad h, eritque k ex diffinitione par. Quia igitur a b ad a c ut e ad f, erit per s sexti, & 11 octaui quadratū a b ad quadratum a c per penultimā primi. Et quia etiā k est duplus ad h, sequitur per 9 quinti ut g nūerus impar sit æqualis k nūero pari. Quod si e sit par, & f impar, erit proportio f ad dimidium e quod sit l, sicut a c ad dimidium a b, quod sit a d, & ideo erit proportio quadrati a c ad quadratū a d, sicut proportio numeri h qui est impar per 30 noni ad quadratū nūeri l, qui sit m, cui k ponatur esse duplus, eritque k per diffinitionē, par. At quia quadratū a c est duplū ad quadratū a d per penultimam primi, erit h duplus ad m, cūque k sit etiam duplus ad m, erit per 9 quinti numerus impar h æqualis k numero pari, quod est propositum.



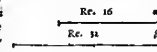


Sequentia duo ex Zamberto Theoremata. in Campano nihil respondens habent,

Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 7 Conuersa quintæ.

7 **Incommensurabiles magnitudines adiuuicem rationem non habent, quam numerus ad numerum.**

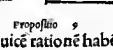
THEON ex Zamberto. *Sint incommensurabiles magnitudines, α, β, Dico quod α, ad β, rationem nō habet quam numerus ad numerum. Si enim habet α ad β, eam rationem quam numerus ad numerum, commensurabilis erit α ipsi β, (per sextam decimi Non est autem, igitur α ad β rationem non habet, quam numerus ad numerum. Incommensurabiles igitur magnitudines rationem non habent adinuicem, quam numerus ad numerum, quod oportuit demonstraße.*



Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propositio 8 Conuersa sextæ

8 **Si binæ magnitudines adinuicem rationem non habuerint quam numerus ad numerum incommensurabiles erunt ipsæ magnitudines.**

THEON ex Zamb. *Binæ enim magnitudines α, β, adinuicem non eam habeant rationem, quam numerus ad numerum. Dico quod ipsæ α, β, magnitudines sunt incommensurabiles. Si enim commensurabilis est α ipsi β, rationem habebit quam numerus ad numerum (per quintam decimi) non habet autē incōmensurabiles igitur sunt ipsæ α, β, magnitudines. Si binæ igitur magnitudines, & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.*



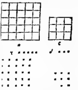
Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 9

9 **A lōgitudine cōmēsurabilib⁹ rectis lineis quadrata, adinuicē rationē habēt**

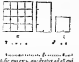
quàm

quàm quadratus numerus ad quadratum numerum. Et quadrata adinuicem rationem habentia quam quadratus numerus ad quadratum numerum, latera quoque habebunt longitudine cõmensurabilia. A longitudine uero in commensurabilibus rectis lineis quadrata, adinuicem rationẽ non habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Et quadrata adinuicem rationem non habentia quã quadratus numerus ad quadratum numerum, neque latera habebunt longitudine commẽsurabilia.

1 THEON ex Zamberto. Sint enim α, β, longitudine commensurabiles. Dico quod quadratum quod ex α, ad id quod ex β, quadratum rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Quoniam enim commensurabilis est α, ipsi β, longitudine, igitur α ad β, rationẽ habet quam numerus ad numerum (per 5 decimi,) habeat, inquam quam γ, ad δ. Quoniam igitur est sicut α ad β, sic est γ numerus ad δ numerum, sed ipsius quidẽ α ad β, rationis, dupla est ipsius α quadrati ad ipsius β, quadratum ratio (similes namque figuræ (per 19 sexti & per correlarium primum 20 sexti.) in dupla sunt ratione similis rationis laterum) ipsius autem γ, numeri ad δ, numerum rationis, dupla est ratio ipsius γ quadrati ad ipsius δ quadratũ (Binorum etenim quadratorum numerorũ (per 11 octaui,) unus medius proportionalis est numerus, & quadratus ad quadratũ duplam rationem habet quam latus ad latus: est igitur sicut quadratum quod ex α, ad quadratum quod ex β, sic ex γ, numero quadratus numerus ad eum qui ex δ, numero quadratum numerum.



ALITER idem demonstrare. Quoniam enim commensurabilis est α, ipsi β, rationem habet (per decimi.) quam numerus ad numerum, habeat autem quam γ ad δ, & γ, seipsum multiplicans, efficiat ε, ipsum autem δ multiplicans, efficiat ipsum ζ, at δ, seipsum multiplicans, efficiat ipsum η. Quoniam igitur γ seipsum multiplicans ipsum efficit ε, at multiplicans ipsum δ fecit ipsum ζ, est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, hoc est sicut α, ad β, sic est ε ad ζ. Sed sicut α ad β, sic id quod ex α, ad id quod sub α, β, (per 1 sexti.) Est igitur sicut quod ex α, ad id quod sub α, β, sic ε ad ζ. Rursus quoniã γ ipsum δ multiplicãs ipsum effecit ζ, δ aũt multiplicans ipsum effecit η, est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ hoc est α ad β, sic est ζ ad η. Sed sicut α ad β, sic est quod sub α, β, ad id quod ex β, est igitur sicut id quod sub α, β, ad id quod ex β, sic est ζ ad η, Sed sicut quod ex α, ad id quod sub α, β: sic ε ad ζ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) sicut quod ex α ad id quod ex β, sic est ε, ad η, est autem uterque ipsorum ε, η, quadratus, ε quidem ab ipso γ, at η, est ab ipso δ. Quod igitur ex α, ad id quod ex β, eam habet rationem quam quadratus numerus ad quadratum numerum, quod oportebat demonstrare.

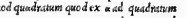


2 Sed iam esto sicut quadratum quod ex α, ad id quod ex β, sic qui ex γ, quadratus ad eum qui ex δ quadratum. Dico quod α, ipsi β, commensurabilis est longitudine. Quoniam enim est sicut quadratum quod ex α ad id quadratum quod ex β, sic qui ex γ, quadratus ad eũ qui ex δ quadratum, sed ipsius quidem quadrati quod ex α, ad id quod ex β, ratio, est dupla eius quæ est ipsius α ad β, quadrati autem qui ex γ numero, ad eum qui ex δ numero quadratum (per undecimã octaui) ratio, dupla est eius rationis quæ est ipsius γ numeri ad ipsum δ numerum, est igitur sicut α ad β sic est γ numerus ad δ numerum. Igitur α ad β, eam habet rationem quàm γ numerus ad numerum. Commensurabilis est igitur (per sextam decimi, α, ipsi β longitudine.

ALITER idem demonstrare. Sed habeat iam quod ex α, ad id quod ex β, eam rationem quam quadratus numerus ε ad quadratum numerum η. Dico quod commensurabilis est α ipsi β. Sit enim ipsius ε, latus γ, ipsius autem η, sit δ, & γ, ipsum δ multiplicans, ipsum efficiat ζ. Ipsi igitur ε, ζ, η, continue sunt proportionales, in ea quæ est ipsius γ ad δ ratione, (per 17 & 18 septimi,) Et quoniam eorum quæ ex α, & β, medium proportionale est id quod sub α β, (per 17 sexti) & ipsorum ε, η, ipse ζ, est igitur sicut quod ex α, ad id quod sub α, β, sic ε ad ζ, sicut autem quod sub α, β ad id quod ex β, sic ζ ad η. Sed sicut quod ex β ad id quod sub α, β, sic est α, ad β. Igitur α, & β, commensurabiles sunt, rationem etenim habent, quam numerus ε ad numerum ζ, hoc est γ ad δ. Quod oportebat demonstrare.

α Re. 18

β Re. 9



Sed iam incommmensurabilis esto α, ipsi β longitudine. Dico quod quadratum quod ex α ad quadratum quod est β eam non habet rationem, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Si enim quadratum quod ex α, ad id quadratum quod ex β, eam habet rationem quam numerus quadratus ad numerum quadratum, commẽsurabilis erit α ipsi β, nõ est autem. Igitur quadratum quod ex α, ad id quadratum quod ex β, (per præcedentẽ,) eã non habet rationem, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Rursus quadratum quod ex α ad id quadratum quod ex β rationem non habeat, quam numerus quadratus ad numerum

numerum quadratum. Dico quod incommensurabilis est α, ipsi β longitudine. Si enim fuerit commensurabilis α ipsi β, quadratum quod ex α ad quadratum quod ex β, eam habebit rationem quam numerus quadratus ad numerum quadratum, non habet autem. Igitur commensurabilis non est α ipsi β longitudine. Incommensurabilis igitur est α, ipsi β longitudine. A longitudine commensurabilibus igitur quadrata, & quæ sequuntur reliqua, quod demonstrasse oportuit.

CORRELARIVM

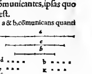
Et manifestũ est ex his, quod longitudine commensurabiles rectæ lineæ, omnino sunt potentia, quæ autem potentia, non omnino longitudine, longitudine uero incommensurabiles, non omnino potentia, quæ autem potẽtia, omnino & longitudine.

Quoniam enim ex longitudine commensurabilibus rectis lineis quadrata rationem habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, at quæ rationem habent quam numerus ad numerum, commensurabilia sunt (per 6 decimi,) longitudine igitur commensurabiles rectæ lineæ, non solum longitudine sunt commensurabiles, sed & potentia. Rursus quoniam quæcunque quadrata rationem habent quam numerus ad numerum commensurabilia sunt (per 6 decimi.) at quatenus rationem habent quam quadratus numerus ad numerum quadratum eorum latera longitudine commensurabilia sunt, quæcunque igitur qudrata rationem non habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, sed simpliciter quam aliquis numerus ad numerum, commensurabilia potentia quidẽ habent latera, non autem & longitudine. Quare longitudine quidem commensurabiles rectæ lineæ, omnino & potentia, quæ autem potentia, non omnino longitudine, nisi rationem habuerint eorum quadrata quàm quadratus numerus ad quadratum numerum. Dico iam quod & quæ longitudine incommensurabiles, nõ omnino & potentia. Quandoquidem quadrata commensurabilia, possunt rationem habere non quidem quam quadratus ad quadratũ, sed simpliciter quam aliquis numerus ad numerum, & ob id potentia commensurabilia latera habebunt, & longitudine incommensurabilia. Quare quæ longitudine incommensurabiles rectæ lineæ, non omnino & potentia. Sed longitudine existentes incommensurabiles possunt & potentia esse incommensurabiles, si eorum quadrata sunt incommensurabilia. Quæ autem potẽtia incõmensurabiles, omnino & longitudine incommensurabiles. Si enim longitudine commensurabiles fuerint, erunt quoque & potentia commensurabiles. Supponuntur autem & incommensurabiles, quod est absurdum. Quæ igitur potentia incommensurabiles, omnino & longitudine.

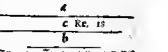
Eucli. ex Camp. *Propositio 8*

8 **SI fuerint duæ quantitates uni quantitati cõmunicantes, ipsas quoq; inuicem commensurabiles esse necesse est.**

CAMPANVS Sit utraq; duarũ quantitatum a & b, cõmunicans quantitati c, dico a & b esse cõmẽsurabiles. Est enim per 5, a ad c, sicut numerus ad numerũ. similiter quoq; per eadẽ, c ad b, sicut nũerus ad numerũ. Sit itaq; numerus d ad numerũ e, sicut a ad c, nũerusq; f ad nũerũ g sicut c ad b. At proportiones quæ sunt d ad e & f ad g, continentur in tribus terminis qui sunt h. k. l, ut docet 4 octaui. eritq; per æquã proportionalitatẽ, a ad b. sicut h numerus ad l numerũ, per 6 igitur sunt a & b. cõmunicãtes, quod est propositũ.



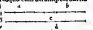
CAMPANI *additio*. Ex hac quoq; sequitur, quod si fuerint duæ quãtitates sibi inuicẽ cõmunicãtes, cuicũq; una earũ cõmunicat, & reliqua, & cuicũq; una nõ cõmunicat, nec reliqua. Sint enim duæ quãtitates a & b cõmunicantes: ponaturq; quælibet quantitas quæ sit c, cũ qua cõmunicet a, dico q; b cõmunicabit cũ eadẽ, qđ ex hac octaua patet cũ utrũq; earũ cõmunicet cũ a, ex hypothesi. Quod si iterũ a & b sint cõmunicãtes ut prius, ponatur c quælibet quãtitas cũ qua nõ cõmunicet a, dico qđ b non cõmunicabit cũ eadẽ. Si enim c communicaret cum b, quum a quoq; per hypothesin cõmunicet cum eodẽ, b essent per hanc octauã a & c cõmunicantes, sed positum erat, quod non essent. Quare constat quod diximus.



Eucli. ex Camp. *Propositio 9*

9 **SI fuerint duæ quantitates communicantes, totum quoq; ex eis cõfectum utriq; earum erit communicans. Si uero fuerit totum utrique commensurabile, erunt ambæ commensurabiles.**

CAMPANVS. Sint duæ quãtitates a & b cõmẽsurabiles, dico totũ ex eis compositũ quod sit c, utrique earũ esse commensurabile, & econuerso. Adhuc quoq; si totũ ex eis cõpositũ uni earum cõmunicet, dico qđ cõmunicabit alteri, & ipsæ similiter inter se etiã cõmucommunicabunt. Idem quoque in contrario, si enim a & b sint incommunicātes, dico quod c utrique earum erit incommunicans, & econuerso, si c alteri earum sit incōmunicant, erit quoque incōmunicans & alteri. & ipsæ etiam inter se. Sint itaque primum a & b communicantes, sitque earum communis mensura d, quæ cum utramq; earum numeret, per conceptionem similem antepenultimæ septimi, numerabit & c quare per diffinitionem c communicabit utrique earū scilicet a & b. Ecōuerso quoq; si c cōmunicet utrique earum, sit omnium communis mēsura d, constat itaque per diffinitionem, a & b communicantes esse. Sed communicet c cum altera earū quæ sit a, dico quod communicabit cū b. & a etiam & b communicabunt adinuicem: sit enim d communiter mensurans c & a. Quia igitur d mensurat totum & detractum, per conceptionem ipsa mensurabit residuum uidelicet b, per diffinitionem ergo, & c communicat cū b, & a communicat quoque cum b.

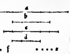


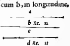
CAMPANI *additio.* Si autem a & b sint incommunicantes, erit c incommunicans utrique earū. Si enim cum utraque seu etiam cum altera earum communicaret, & ipsæ communicarent adinuicem, quod est contra hypothesin. Similiter quoque econuerso sic est incommunicans utriq; earum seu etiam alteri earū. erit quoque incommunicās reliquæ, & ipsæ inter se, quod palam est ex prædemonstratis, a destructione cōsequentis.

Eucli. ex Camp. *Propositio 10*

10 **Omnium quatuor quātitatum proportionalium, si fuerit prima communicās secundæ, tertia quoque erit communicās quartæ. Si uero prima incommensurabilis fuerit secūdæ, tertia quoque incommensurabilis erit quartæ.**

CAMPANVS. Sint quatuor quantitates proportionales a, b, c, d: dico quod si a communicat cum b, c quoq; communicabit cum d quod si a est incommensurabilis b, c quoq; erit incommensurabilis d. Et si a communicabit cum b in potentia tantum, c quoque communicabit cū d in potentia tantū, ueruntamē illud non proponit autor quia facile patet ex demonstratione priorum. Si enim a communicat cum b, erit per 5 a ad b sicut numerus ad numerum, sit ergo sicut e ad f. At quia est per hypothesin a ad b sicut c ad d erit c ad d. sicut numerus e ad numerū f, per 6 igitur est c cōmunicās cum d, quod est primum Secundum patet ex primo à destructione consequentis. Si enim a est incommensurabilis b oportet c esse incommensurabilem d, nam si esset ei commensurabilis, cum sit ut c ad d sic a ad b, per hypothesin, esset per primam partem a communicans cum b. sed non erat. Quare constat totum quod proponit autor Quod autem adiūximus, uidelicet quod si a communicat cum b in potentia tātum, c. communicat cum d in potentia tantum, sic patet. Cum enim a non communicet cum b, in longitudine, nec c quoq; ex parte secūda huius. communicabit cum d in longitudine. At uero cum quadratum a communicet cum quadrato b ex hypothesi. erit per 5, quadratū lineæ a ad quadratum lineæ b. sicut numerus ad numerum qui sint e & f. Et quia quadratum c ad quadratū d sicut quadratum a ad quadratum b, erit etiam quadratum c ad quadratum d, sicut numerus e ad numerum f, per 5 igitur c & d, communicant in potentia. & quia non communicant in longitudine. constat propositum.

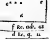




Eucli. ex Camp. *Propositio 11*

11 **Proposita qualibet recta linea, duas ei incommensurabiles alteram in longitudine tantum, alteram in longitudine & potentia rectas lineas inuenire.**

CAMPANVS Sit linea a proposita, uolo duas lineas reperire. quarum una communicet cum a in potentia tantum, altera ueru sit incommensurabilis ei in longitudine ne & in potentia. Sumo itaque duos numeros nequaquam se habentes in proportione aliquorum numerorum quadratorum, sintq́ hi b & c, quos facile est sumere, cũ quilibet quadratus numerus ad quẽlibet non quadratum eam habeat proportionẽ quã nequaquã habent aliqui numeri quadrati, confirmante hæc 22 octaui. Duobus talibus numeris sumptis inuenio lineam d, ad cuius quadratum se habeat quadratum lineæ a sicut numerus b ad numerum c. Hãc autem lineam ita reperio. Diuido lineam a in tot partes æquales quot sunt unitates in numero b, quod facile facio adiuuãte 11 uel 12 sexti, dehinc super extremitatem lineæ a, erigo lineam e perpẽdiculariter, in qua toties cõtineatur una ex partibus a, quoties unitas est in c. Quia igitur ex prima sexti proportio quadrati lineæ a ad superficiem quæ fit ex a in e est sicut a ad e, & ideo sicut numeri b ad numerum c: ponatur d medio loco proportionalis inter a & e sicut docet 9 sexti. Quia tunc per primam partem 6 eiusdẽ quadratum erit æquale superficiei productæ ex a in e, erit proportio quadrati lineæ a ad quadratũ lineæ d, sicut numeri b ad numerũ c quare a & d, sunt cõmẽsurabiles in potentia ex diffinitione. & per ultimam partem, ipse sunt incommensurabiles in longitudine, reperta est itaque d prima linea, quam propositum erat inquirere. Alteram sic reperio interpono ut docet 9 sexti. lineam f medio loco proportionalem inter a & d, eritque per correlariũ 17 sexti quadratum a ad quadratum f, sicut a ad d, itaque per secundam partẽ 10, quadratum a est incommensurabile quadrato f, igitur linea f est incommensurabilis lineæ a in potentia, quare & in longitudine, est itaque f secunda linea quam propositũ erat reperire, Et sic patet propositum.



Eucli. ex Camp. *propositio 12*

12 Omnium quatuor linearum proportionalium si prima tanto amplius possit secunda quantum est quadratum alicuius lineæ communicantis sibi in longitudioe, necesse est tertiam quoque tanto amplius posse quarta, quantum est quadratum alicuius lioeæ communicantis sibi in longitudine. Quod si fuerit prima potentior secoda quadrato alicuius lineæ incommensurabilis sibi in longitudioe, erit quoque tertia potentior quarta quadrato alicuius lioeæ sibi iocommensurabilis in longitudine.

CAMPANVS Sint quatuor lineæ proportiõales a, b, c, d, sitque a maior b, & c maior d, sit quoque a potentior b, quadrato lineæ e: & c potẽtior d quadrato lineæ f. dico quod si a communicere in lõgitudine, c quoque cõmunicabit f in longitudine, quod si a non communicat e in longitudine, nec c communicabit f in longitudine. Quod & si a cõmunicat e in potentia tantum, c quoque cõmunicabit f in potentia tantũ. Veruntamen istud ultimum non proponit autor, quia facile patet ex priorum demõstratione. Cũ sit enim proportio a ad b sicut c ad d, erit quadrati a ad quadratũ b, sicut quadrati c ad quadratũ d. Et quia quadratũ a est æquale quadratis duarum linearum b & e, similiter quadratum c quadratis duarum linearum d & f, erit proportio quadratorum duarum linearum b & e ad quadrarum e, sicut quadratorum d & f ad quadratum f, ergo disiũctim erit quadratum b ad quadratum e, sicut quadratum d ad quadratum f, ergo b ad e sicut d ad f, item per æquam proportionalitatem erit a ad e, sicut c ad f, ergo per primã partem decimæ constat prima pars huius, & per secundam secunda. & per tertiam ibi adiunctam, tertia hic adiuncta.

Quioque præcedentes propositiones ex Campano cum suis additionibus, sequẽtibus septem ex Zamberto cũ sibi præmissis lemmatibus hoc ordine respondent. Octaua apud Campanum cũ additione. duode cimæ & decimætertiæ ex Zamberto propositionibus respondet. Nona apud Campanū cum additione, decimæquintæ & decimæsextæ ex Zamberto propositionibus Decima autem & undecima apud Campanū, decimæ, & undecimæ ex Zāberto propositionibus præpostero respondent ordine. Duodecima uero apud campanum, decimæquartæ ex Zamberto propositioni respondet.

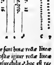
THEON Lemma.

Quoniam autem ostensum est in arithmeticis (ex 26 octaui) quod similes plani numeri adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, & quod si bini numeri adinuicem rationem habuerint quam quadratus numerus ad quadratum numerum similes sunt ipsi plani numeri (per 24 eiusdem) manifestum ex his quod dissimiles plani numeri hoc est latera proportionalia non habentes, adinuicem rationem non habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Si enim habebunt, similes ipsi plani erunt, quod quidem non supponitur. Dissimiles igitur plani numeri adinuicem rationem nō habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Eucli ex Zamb. Problema 3 Propositio 10

10 Propositæ rectæ lineæ binas rectas incommensurabiles inuenire lineas, alteram quidem longitudine tantum, alteram autem & potentia.

THEON ex Zamberto. Sit proposita recta linea α, oportet iam ipsi α, binas rectas inuenire incommensurabiles, alteram quidem longitudine tantum, alteram autem & potentia. Ponantur bini numeri β, δ, adinuicem rationem non habentes quā quadratus numerus ad quadratū numerum, hoc est non similes plani, & fiat sicut ε ad γ, sic quod ex α quadratum ad id quod ex δ, quadratum, commensurabile igitur est quod ex α, ei quod ex δ, commensurabilis igitur potentia est α ipsi δ, & quoniam ε, ad γ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; igitur quod ex α ad id quod ex δ rationem habet quā quadratus numerus ad quadratum numerū, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) α ipsi δ, lōgitudine. Capiatur (per 13 sexti,) ipsarum α, δ, media proportionalis ι, est igitur sicut α ad δ, sic quod ex α, quadratum ad id quod ex ι, incommēsurabilis autem est α, ipsi δ longitudine, incommensurabile igitur est & id quod ex α quadratum, ei quod ex ι quadrato incommensurabilis igitur est α, ipsi ι, potentia. Propositæ igitur rectæ lineæ α, inuentæ sunt binæ rectæ lineæ incommensurabiles, longitudine, inquam, tantum ipsa δ, at ι potentia & longitudine. Propositæ igitur rectæ lineæ rationali, à qua diximus mensuras capi, uidelicet ipsi α, inuenta est tantum potentia commensurabilis δ, hoc est rationalis, potentia tantum commensurabilis, irrationalis autem ι, irrationales enim in uniuersum appellat, longitudinē & potentia ipsi rationali incommensurabiles.



Eucli ex Zamb. Theorema 8 Propositio 11

11 Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima autem secundæ fuerit commensurabilis, & tertia quartæ commensurabilis erit, & si prima secundæ incommensurabilis fuerit, & tertia quartæ incommensurabilis erit.

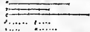
THEON ex Zamb. Sint quatuor magnitudines proportionales α, β, γ, δ, sicut α ad β, sic γ ad δ, sit autem α ipsi ζ commensurabilis. Dico quod & γ ipsi δ est commensurabilis. Quoniam enim commensurabilis est α ipsi ζ, rationem habet (per 5 decimi,) quam numerus ad numerum. Estq; sicut α ad ζ, sic γ ad δ igitur & γ ad δ habet rationem, quam numerus ad numerum. Commensurabilis igitur est γ ipsi δ. Sed iam α ipsi ζ incommensurabilis esto. Dico quod & γ ipsi δ est incōmensurabilis. Quoniā enim incommensurabilis est α ipsi ζ, igitur (per 7 quinti) α ad ζ, non habet rationem quam numerus ad numerum, & est sicut α ad ζ, sic γ ad δ. Igitur (per 8 decimi,) γ ad δ, non habet rationem quam numerus ad numerum. Incommensurabilis est igitur γ ipsi δ. Si quatuor igitur magnitudines, & quæ sequuntur reliqua, quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 12

12 Quæ eidem magnitudini commensurabiles, & adinuicem sunt commensurabiles.

THEON ex Zamb. Vtraque enim ipsarum α, ζ, ipsi γ sit cōmensurabilis. Dico quod & α ipsi ζ est commēsurabilis.

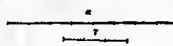
rabilis, Quoniam enim cōmensurabilis est α ipsi γ, igitur (per 5 decimi,) α ad γ, habet rationem quam numerus ad numerum, habeat quam δ ad ε. Rursus quoniam commensurabilis est γ ipsi β, igitur (per eandem) γ ad β habet rationem quam numerus ad numerum, habeat autē quam ζ ad η. Et rationibus datis quibuscunque, ea scilicet quam habet δ ad ε, & ζ ad η, capiantur (per 4 octaui) numeri continue proportionales in datis rationibus, sintque θ, κ, λ, sicut α ad ε sic θ κ, sicutque ζ ad η sic κ ad λ. Quoniā igitur est sicut α ad γ sic δ ad ε, sed sicut δ ad ε sic θ ad κ, est igitur (per 11 quinti,) sicut α ad γ, sic est θ ad κ. Rursus quoniam est sicut γ ad β, sic ζ ad η, sed sicut ζ ad η sic κ ad λ, & sicut igitur γ ad β, sic κ ad λ, est autem & sicut α ad γ, sic est θ ad κ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) est sicut α ad β, sic est θ ad λ. Igitur α ad β rationem habet, quam numerus θ ad numerum λ. Commēsurabilis est igitur (per 6 decimi,) α ipsi β. Quæ eidem igitur magnitudini commensurabiles, & adinuicem sunt commensurabiles. Quod oportuit demonstrasse.



THEON Lemma.

Si fuerint binæ magnitudines, & altera quidem commensurabilis fuerit eidem, altera uero incommensurabilis, incommensurabiles erunt ipsæ magnitudines.

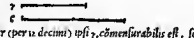
Sint enim binæ magnitudines α, β, & alia quædam γ, & α ipsi quidem γ esto commensurabilis: at β ipsi γ esto incommensurabilis. Dico quod & α, ipsi β est incōmensurabilis. Si enim commensurabilis est α ipsi β, est quoque & γ ipsi α, & γ igitur (per 12 decimi,) ipsi β est commensurabilis, quod non supponitur.



Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 13

13 Si binæ magnitudines commensurabiles fuerint, alteraque earum magnitudini alicui incommensurabilis fuerit, & reliqua eidem incommensurabilis erit.

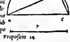
THEON ex Zamb. Sint binæ magnitudines commēsuræ α β, earumque altera uidelicet α, alicui hoc est γ sit incommensurabilis. Dico quod & reliqua β, ipsi γ incōmensurabilis est. Si enim cōmensurabilis est β ipsi γ, iā α ipsi β commensurabilis est, & α igitur (per 12 decimi) ipsi γ, cōmensurabilis est, sed & incommensurabilis, quod est impoßibile. Igitur β & γ sunt incommensurabiles. Si binæ igitur magnitudines commensurabiles fuerint, & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.



THEON Lemma.

Duabus datis rectis lineis inæqualibus, inuenire quo maius potest maior minore.

THEON ex Zamb. Sint binæ datæ inæquales rectæ lineæ α β, γ, quarum maior sit α β, oportet iā inuenire quo maius potest α β, quām ipsa γ. Describatur super α β, semicirculus α δ β, & in ipsum (per 1 quarti,) coaptetur ipsi γ æqualis α δ. cōnectaturque δ β, manifestum est iam quod angulus α δ β, rectus est, & quod α β, ipsa α δ, hoc est quām ipsa γ maius potest ipsa δ β. Similiter autem & duabus datis rectis lineis, potens ipsas sic inuenietur. Sint datæ binæ rectæ lineæ α δ, δ β, oporteatque inuenire potentem ipsas. Ponantur enim, ut α δ, δ β comprehendāt rectum angulū qui sub α δ β, connectaturque α β. Manifestum rursus est (per 47 primi,) quod ipsas α δ, δ β, potens, est ipsa α β.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 14

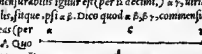
14 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, potueritque prima secunda maius eo quod fit ab eidem longitudine commēsurabili, & tertia quarta maius poterit eo quod fit ab eidem longitudine commensurabili. Et si prima secunda maius potuerit eo quod fit ab incommēsurabili eidem longitudine, & tertia quarta maius poterit eo quod fit ab eidem longitudine incommensurabili.

THEON ex Zamb. Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α, β, γ, δ, sicut α ad β, sic γ ad δ, & α quidē, ipsa β, maius possit eo quod fit ex ε, γ uero, ipsa δ, eo quod fit ex ζ. Dico quod si α ipsi ε est commensurabilis, commensurasurabilis est quoque γ ipsi ζ, sed si α, ipsi ε, incommensurabilis est, incommensurabilis est quoq; γ ipsi ζ. Quoniam enim est sicut α ad β, sic est γ ad δ, est igitur sicut id quod ex α, ad id quod ex β, sic est id quod ex γ, ad id quod ex δ. Sed ei quidem quod fit ex α, æqua sunt ea quæ fiũt ex ε, β, ei autem quod fit ex γ, æqua sunt ea quæ fiunt ex δ, ζ. Igitur (per 9 quinti) sicut quæ ex ε, β, ad id quod ex β, sic quæ ex δ, ζ, ad id quod ex δ, diuidendo igitur est (per 17 quinti,) quod sicut quod ex ε ad id quod ex β, sic est id quod ex ζ ad id quod ex δ. Est igitur & sicut ε ad β, sic est ζ ad δ. Conuersim igitur est (per 22 sexti, & correlarium 4 quinti,) sicut β ad ε, sic est δ ad ζ, est autem & sicut α ad β, sic est γ ad δ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) est sicut α ad ε, sic est γ ad ζ. Si igitur commensurabilis est α, ipsi ε, commensurabilis est quoque (per 11 decimi γ ipsi ζ, si uero incommensurabilis est α ipsi ε, incommẽsurabilis est γ ipsi ζ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales, & quæ sequuntur reliqua, quod erat demonstrandũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propositio 15

15 Si binæ magnitudines commensurabiles, compositæ fuerint, & tota utrique ipsarum commensurabilis erit. Et si tota uni earum commensurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines commensurabiles erunt.

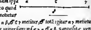
THEON ex Zamb. Cõponantur binæ magnitudines cõmensurabiles α β, β γ, Dico quod tota α γ, utriq; ipsarũ α β, β γ, commensurabilis est, Quoniã enim cõmensurabiles sunt ipsæ α β, β γ, ipsas aliqua magnitudo metietur (per primam diffinitionem decimi,) metiatur, & sit δ. Quoniã igitur δ ipsas α β, β γ, metitur, & totã α γ metietur, metitur autem & ipsas α β, β γ, igitur δ, ipsas α β, β γ, & α γ, metietur. Commensurabilis igitur est (per 12 decimi,) α γ, utriq; ipsarũ α β, β γ. Sed iã α γ, uni ipsarum α β, β γ, sit commensurabilis, sitque ipsi α β. Dico quod α β, β γ, commensurabiles sunt. Quoniã enim cõmensurabiles sunt α β, & α γ, metietur eas (per primam diffinitionem decimi.) aliqua magnitudo, metiatur, & esto δ. Quoniã igitur δ ipsas α β, β γ, metitur, & reliquã igitur metietur β γ, metitur aũt & α β, igitur δ, ipsas α β, β γ, metietur. Cõmensurabiles igitur sunt, α β, & β γ. Si binæ igitur magnitudines, & reliqua quæ sequuntur, quod oportebat demõstrare.



Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Proposito 16 Præcedentis conuersa.

Si binæ magnitudines incommensurabiles compositæ fuerint, & tota utriq; ipsarum incõmensurabilis erit. Et si tota uni ipsarum incommensurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines, incommensurabiles erunt

THEON ex Zamb. Cõponantur enim binæ magnitudines incommensurabiles α β, β γ. Dico quod tota α γ, utrique ipsarũ α β, β γ, incõmensurabilis est, Si enim γ α, & α β, incommensurabiles nõ sunt, ipsas aliqua metietur magnitudo (per 1 diffinitionẽ decimi,) metiatur si est possibile: sitq; δ, Quoniam igitur δ ipsas γ α, & α β, metitur, & reliquam β γ metietur, metitur autem & α β, igitur δ, ipsas α β, & β γ metietur. Commensurabiles igitur (per 1 diffinitionem decimi,) sunt ipsæ α β, β γ. Supponuntur autem quod & incommensurabiles, quod est impossibile, ipsas igitur α β, & α γ, aliqua magnitudo non metietur. Incommensurabiles igitur sunt ipsæ γ α, & α β. Similiter iam demonstrabimus, quod & ipsæ α γ, & γ β, incõmensurabiles sunt. Sed iam ipsa α γ, uni ipsarum α β, & β γ, incommẽsurabilis esto, & primum ipsi α β. Dico quod & ipsæ α β, β γ, incommensurabiles sunt, Si enim sunt cõmensurabiles, metietur eas aliqua magnitudo (per eãdẽ) metiatur, sitq; δ, Quoniã igitur δ ipsas α β, & β γ metitur, & totã igitur α γ metietur, metitur autem & α β. Igitur δ, ipsas γ α, & α β metitur. Cõmensurabiles igitur sunt ipsæ γ α & α β. Suppositæ uero sunt quod & incommensurabiles, quod est impossibile. Ipsas igitur α β, & β γ, aliqua magnitudo nõ metietur. Incommensurabiles igitur sunt ipsæ α β, β γ. Similiter iam demonstrabitur quod ipsa α γ, reliquæ β γ, incommensurabilis est. Si binæ igitur magnitudines, & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.

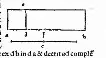


Eucli. ex Camp. Propositio 15

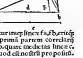
13 SI fuerint duæ lineæ inæquales quarum longiorẽ in duo cõmunicãtia diuidat superficies sibi adiũcta æqualis quartæ parti quadrati breuioris lineæ, cui adiunctæ superficiei desit ad complendam totam lineam superficies quadrata, necesse est ipsam lineã longiorem linea breuiori tanto amplius posse, quantum est quadratum alicuius lineæ communicantis eidem longiori in longitudine. Si uero longior fuerit potentior breuiori, augmento quadrati lineæ communicantis sibi in longitudine, eiq; adiungatur superficies æqualis quartæ parti quadra

ti breuioris lineæ, cui desit quadrata superficies, superficiem sibi adiun ctam, eandem lineam longiorem in duas portiones commensurabiles diui dere necesse est.

CAMPANVS Sint duæ lineæ inæquales a b & c, maior a b, & adiungatur ad lineam a b, quarta pars quadrati lineæ c, ita quod desit ad complēdam lineam a b, superficies quadrata, hoc enim est possibile per 27 sexti. Quod facile fiet hoc modo, Diuidatur a b in duas lineas a d & d b, ita quod inter eas cadat medietas lineæ c, cōtinue ꝓportiona lis. Hoc autem qualiter fiat, in fine demonstrationis huius docebitur. Eritque ex 16 sexti, superficies b d in d a quæ sit b e, æqualis quadrato medietatis lineæ c. quare ex 4 secū di erit eadē subquadrupla quadrati lineæ c, deest quoq; ad complendā lineā a b. super ficies quadrata, cum & a d sit æqualis d e. Dico itaque quod si superficies b e diui dat lineam a b in duo communicantia, erit linea a b potentior linea c in quadrato ali cuius lineæ secum cōmunicantis in longitudine, & econuerso. Cū enim sit linea a b ma ior linea c, non erit a d æqualis d b, sic enim esset superficies d e, quadrata, & quia ipsa est æqualis quadrato medietatis lineæ c, esset a d æqualis medietati c, & tota a b toti c, quod est contra hypothesin. Non est igitur a d æqualis d b. Itaque de maiori earū quæ sit d b, abscindatur d f, æqualis a d eritq; per 8 secundi quadratum totius a b, æquale ijs quæ sūt ex d b in d a quater & quadrato f b, quare linea a b, erit potētior linea c in qua drato lineæ f b, quā necesse est communicari toti a b, si linea a d est communicās lineæ d b, si enim hoc fuerit, erit d b communicans d f eius æquali, quare per 9, b f cōmunicat cū f d, & ideo toti a d & propter hoc cum tota a f, igitur & cum tota a b. Sic que patet primum. Conuersum huius sic patet. Sit a b potētior c in linea f b quæ communicet cum eo in longitudine Dico tunc quod quarta pars quadrati li neæ c addita ad lineam a b, ita quod desit superficies quadrata, diuidet lineam a b, in duo cōmunicātia Di uidatur enim f a per æqualia in d. & fiat superficies b e ex d b in d a & deerit ad complē dam lineam a b, superficies quadrata, eritq; per 8 secūdi, quadratū a b æquale quadru plo superficiei b e cum quadrato f b: igitur quadruplum superficiei b e est æquale qua drato c. cum superficies d e sit æqualis quartæ parti quadrati c. Dico igitur quod d b est communicans cum a d, cum sit f b communicans cum a b. Si enim hoc fuerit ut q̄d a d sit cōmunicans cum a b, erit etiam cōmunicans cum a f, per 9, quare & cum a d, sed & cum d f. itaque & d b est communicās cum a d. quod est secundum.



NVNC autem monstrandum est qualiter linea a b (cum ipsa posita fuerit maior li nea a c) possit sic diuidi ut inter partes eius cadat medietas lineæ c, cōtinue proportio nalis. Cum enim sic fuerit diuisa, superficies quæ fiet ex una in alterā, erit superficies æ qualis quadrato medietatis lineæ c, & ipsa erit superficies æqualis quartæ parti qua drati lineæ c, adiuncta ad lineā a b, ita quod desit superfi cies quadrata, hoc enim sic fiet. Diuisa a b per æqualia in d, linee tur super eam semicirculus a f b, & sumatur b e perpendicularis ad a b, quæ ponatur æqualis medie tati lineæ c. & ducatur e f æquidistans ad a b, usq; quo se cet circunferentiam semicirculi in puncto f. (necesse est enim ut secet eam, cū linea a b sit maior linea c,) & duca tur f g, perpendicularis ad a b, quæ cū per 34 primi sit æ qualis lineæ e b, erit quoq; æqualis medietati lineæ c Ducantur itaq; lineæ f a, f b, eritq; per primam partem 30 tertij, angulus a f b, rectus, & ideo per primā partem correlarij 8 sexti, erit linea f g medio loco proportionalis inter a g & g b, quare medietas lineæ c, quæ est sibi æqualis erit etiam proportionalis inter easdē, quod est nostrū propositū.



THEON Lemma.

Si ad aliquam rectam lineam* comparetur parallelogrammum deficiēs forma quadrata, ipsum comparatum æquū est ei quod (continetur) sub seg mētis rectæ lineæ, quæ ex ipsa comparatione sunt facta. παραβαλῶ apponatur applicetur.

THEON ex Zamb. Ad aliquã rectã lineam αβ. cõparetur parallelogrãmũ αδ, deficiens forma quadrata δβ. Dico quod αδ æquũ est ei quod sub αγ, γβ, & ex seipso manifestum est. Quoniam enim quadratum est δβ, æqualis est δγ, ipsi γβ, & αδ, est quod sub αγ, γδ, hoc est quod sub αγ, & γβ. Si ad aliquam igitur rectam lineam, & quæ sequuntur reliqua, quod fuerat demonstrandum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 17

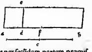
17 Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod ex minore æquum ad maiorem comparatum fuerit deficiens forma quadrata, & in commẽsurabilia ipsam diuiserit longitudine, maior minore maius poterit eo quod ex sibi longitudine commẽsurabili. Et si maior minore maius poterit eo quod fit à sibi commensurabili longitudine, quartæ uero parti eius quod à minore æquale ad maiorem comparatũ deficiens forma quadrata, in commensurabilia longitudine ipsam distribuet.

THEON ex Zamber. Sint binæ rectæ lineæ inæquales α, & βγ. quarum maior sit βγ, quartæ uero parti eius quod fit ex minore ipsa α, hoc est ei quod ex dimidio ipsius α, æquum ad ipsam βγ, cõparetur (per 28 sexti) parallelogrammum deficiens forma quadrata, sitq́, quod sub βδ, & δγ, cõmensurabilis autem esto (per hypothesin.) βδ ipsi δγ longitudine. Dico quod βγ, ipsa α maius potest, eo quod fit α sibi longitudine commensurabili. Secetur enim (per 10 primi.) βγ. bifariam in signo ε, ponaturq́ (per 3 primi,) ipsi δε, æqualis εζ, reliqua igitur δγ. æqualis est ipsi βζ. Et quoniam recta linea βγ, secta est in æqualia in signo ε, & in inæqualia in δ, igitur (per 5 secundi,) quod sub βδ, & δγ comprehenditur rectangulum una cum eo quod ex γδ. quadrato, æquũ est ei quod ex εγ quadrato. Et ipsa quadruplicia, quod igitur quater sub βδ, & δγ, una cũ eo quod ex εδ sumpto, æquũ est ei quod ex quater sumpto εγ quadrato. Sed ei quidẽ quod quater sub βδ & δγ, æquũ est id quod ex α quadratum, ei autẽ quod ex δε, quater sumpto, æquũ est id quod ex δζ, quadratum, dupla enim est δζ. ipsius δε. Ei autem quod ex εγ quater sumpto, æquum. est id quod ex βγ, quadratum, dupla enim rursus est βγ ad ipsam γε. Quæ igitur ex α & δζ quadrata, æqualia sunt ei quod ex βγ quadrato. Quare id quod ex βγ, eo quod ex α maius est, eo quod ex δζ. Igitur βγ, ipsa α maius potest, ipsa δζ, ostendendum quod & commensurabilis est βγ ipsi δζ. Quoniam enim commensurabilis est βδ, ipsi δγ longitudine, commensurabilis igitur est (per 15 decimi) & βγ. ipsi δγ. sed γδ, ipsis γδ, & βζ, commensurabilis est longitudine, æqualis enim est γδ ipsi βζ. & βγ igitur. ipsis βζ. & γδ longitudine commensurabilis est (per 12 decimi.) igitur (per 15) & βγ ipsi ζδ, commensurabilis est longitudine. Igitur βγ, quàm ipsa α maius potest, eo quod fit à sibi longitudine commensurabili. Sed iam ipsa βγ, quàm α maius possit eo quod à sibi commensurabili in longitudine, quartæq́ eius quod ex α æquale ad ipsam βγ, comparetur deficiens forma quadrata, sitq́ quod sub βδ, & δγ. Demonstrandum est quod cõmensurabilis est δγ longitudine. Eisdem namq́ dispositis: similiter ostẽdemus quod βγ quàm ipsa α maius potest, est eo quod ex ζδ. potest autem βγ. quàm ipsa α maius eo quod ex sibi commensurabili. Commensurabilis igitur est βγ, ipsi ζδ. longitudine. Quare & reliquæ utrique ipsarum βζ, & γδ, simul commensurabilis longitudine est βγ. Sed utraq́ βζ. & δγ, simul commensurabilis est ipsi δγ lõgitudine: æqualis enim est βζ ipsi δγ, & βγ, igitur cõmensurabilis est ipsi γδ, lõgitudine Manifestũ est igitur quod βδ ipsi δγ, est cõmensurabilis longitudine. Si fuerint igitur binæ magnitudines inæquales & reliqua, quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 14

14 SI fuerint duæ lineæ inæquales quarum longiorem diuidat in duas partes incõmensurabiles superficies æqualis quartæ parti quadrati breuioris sibi adiuncta, ita quod desit ad eius completionem superficies quadrata, erit longior, potẽtior breuiori, augmento quadrati lineæ incommensurabilis ipsi longiori in longitudine. Si uero longior, potentior fuerit breuiori, quadraro lineæ incommensurabilis ipsi longiori in lõgitudine, adiũgaturq́ ei superficies æqualis parti quartæ quadrati breuioris, defueritq́ longiori superficies quadrata, necesse est ut ipsa superficies sibi adiũcta eandẽ longiorem lineam in duas portiones incommensurabiles diuidat.

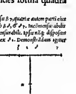
CAMPANVS Hæc 14 ex cõtrario antecedentis præmissæ infert contrarium consequentis præmissæ, & non differt eius dispositio à dispositione illius, sed & modus argumentandi utrobiq; idem. Si enim a d non communicet cum d b, nec d f sibi adæqualis communicabit cum eadem d b. itaq; per 9 d f non communicabit cum f b, quare neque a f, sunt enim a f & d f communicãtes tanquã numerãs & numeratũ, ideo neq; a b cõmunicabit cum linea f b. Quod si hoc fuerit uidelicet si a b non communicet cũ f b, nõ cõmunicabit cum a f. quare neq; cum a d aut d f, neq; igitur a b cum d a. Potest quoq; hæc 14 demõstrari per præmissam. prima pars huius ex secunda illius, & secũda ex prima, à destructiõe consequentis. Si enim a d & d b nõ communicent, nec etiã a b & f b communicabunt, nam si a b & b f communicarent, oporteret per secũdam partem præmissæ ut a d communicaret cum d b, sed positum est quod non. Eodem modo de secunda parte, si enim b a & b f non communicant, nec a d & d b communicabunt nam si sic. sequitur per primam partem præmissæ, ut a b & b f communicent quæ non communicant: quare patet propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 18 Præcedentis conuersa.

15 Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales. quartæ autem parti eius quod ex minore æquum ad maiorem comparetur deficiens forma quadrata, & in incommensurabilia ipsam diuiserit longitudine, maior minore maius potest eo quod ex sibi incommensurabili loogitudine. Et si maior minor maius potuerit eo quod ex sibi iocommensurabili, quartæ autem ipsius quod ex minote æquũ, ad maiorem comparatum fuerit deficiẽs forma quadrata, in incommensurabilia longitudine ipsam dispescit.

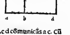
THEON ex Zãb. *Sint binæ rectæ lineæ inæquales α & βγ, quarũ maior sit βγ, quartæ autem parti eius quod ex α, ad ipsam βγ, æquale comparetur deficiens forma quadrata, sitq; quod sub βδ, & δγ. Incõmensurabilis autem esto βδ ipsi δγ. Dico quod βγ quàm ipsa α maius potest, eo quod à sibi incõmensurabili. Ipsis nãq; dispositis ut in præmissa, similiter demõstrabimus, quod βγ quàm ipsa α, maius potest eo quod ex δε. Demonstrãdum igitur quod incõmensurabilis est βγ ipsi δζ lõgitudine. Quoniã enim incommensurabilis est βδ ipsi δγ, incommensurabilis igitur est (per 16 decimi,) βγ ipsi γδ, longitudine. Sed ipsa δγ commensurabilis est utriq; & βζ & δγ simul, quia βζ ipsi δγ est æqualis, & βγ, igitur (per 15) ipsis βζ & δγ incommensurabilis est, & perinde (per 16 decimi,) & reliquæ ζδ, incommensurabilis est βγ longitudine. Et ipsa βγ quàm α maius potest, eo quod ex ζδ, Igitur ipsa βγ, quàm α, maius potest eo quod à sibi cõmensurabili longitudine. Posita iam rursus βγ maius quàm α, eo quod à sibi incõmẽsurabili, quartæ autẽ parti eius quod ex α, æquale ad ipsam βγ cõparetur deficiẽs forma quadrata, & esto id quod sub βδ & δγ. Demonstrãdũ quod incõmensurabilis est βδ ipsi δγ lõgitudine. Eisdẽ namq; dispositis, similiter demõstrabimus, quod ipsa βγ quàm α maius potest eo quod ex ζδ. Sed iã (per hypothesin,) ipsa βγ quàm α maius potest eo quod à sibi incommensurabili. Incõmensurabilis est igitur βγ ipsi ζδ longitudine. Quare (per 16 decimi,) & reliquæ βζ & δγ utriq; incõmensurabilis est βγ. Sed utraq; βζ & δγ, ipsi δγ commensurabilis est longitudine. Igitur (per 15 decimi,) βγ ipsi δγ incõmensurabilis est lõgitudine, quare & diuidendo, βδ, ipsi δγ incõmẽsurabilis est lõgitudine. Si binæ igitur rectæ lineæ, & reliqua quæ sequuntur, quod erat demonstrandum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 Omnis superficies rectãgula quã contioẽt duæ lineæ in lõgitudine rationales, rationalis esse probatur.

CAMPANVS Sint duæ lineæ a b & b c cõtinentes superficiẽ rectãgulã a c, rationales in longitudine, dico superficiẽ a c esse rationalẽ, descripto enim quadrato cuiusuis earũ, ut c d lineæ b c, erit per primã sexti c d ad a c, sicut b d ad a b. Quia igitur b d cõmunica in longitudine cũ a b ex hypothesi, eo quod b c sua æqualis, erit per primã partẽ decimæ, c d cõmunicãs a c. Cũ sit itaque c d rationalis per diffinitionẽ, erit & a c rationalis, quod est propositũ.

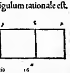


THEON Lemma.

Quoniam ostensum est quod quæ longitudine commẽsurabiles omni/no etiam potentia sunt commensurabiles, quæ autem potentia non omnino etiam longitudine, sed uidelicet, possunt & longitudine commensurabiles esse & incommensurabiles, manifestum quod si positæ rationali commensurabilis aliqua fuerit longitudine, rationalis appellatur, & ei commensurabilis non solum longitudine uerum & potentia, quæ enim lõgitudine commensurabiles, omnino & potentia. Si autem positæ rationali commensurabilis aliqua fuerit potentia, siquidem & longitudine dicitur, etiam rationalis & ei commensurabilis longitudine & potentia. Quæ uero expositæ rursus rationali commensurabilis existens potentia, longitudine fuerit ei incommensurabilis, dicitur sic rationalis, potentia tantum commensurabilis. Procli scholion. Rationales appellat, expositæ rationali longitudine & potentia commensurabiles, aut potentiã tantum. Sunt autem aliæ quoque rectæ lineæ quæ longitudine incommensurabiles sunt expositæ rationali, potentia uero tantum commensurabiles, & id propterea rursus appellantur rationales, commensurabiles adinuicem quatenus rationales. Sed commensurabiles adinuicem uel non solum potentia ueruntamen & longitudine, uel potentia tantum, & si longitudine quidem, & ipsæ rationales longitudine commensurabiles, audito quod & potẽtia. Si uero potentia tantum adinuicem sunt commẽsurabiles: appellantur & ipsæ rationales potentia tantum commensurabiles. Quod autem rationales commẽsurabiles sunt, hinc certum est. Quoniam enim rationales sunt quæ expositæ rationali sunt commensurabiles, quæ uero eidem commensurabiles & adinuicem sunt commensurabiles (per 12 decimi,) quæ rationales igitur, sunt commensurabiles.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propositio 19

19 Sub rationalibus longitudine commeosurabilibus rectis lioeis iuxta aliquem prædictorum modorũ comprehensum rectãgulum rationale est.



THEON ex Zãb. Sub ratiõalibus enim lõgitudine cõmensurabilibus rectis lineis α β, & ε γ, rectangulum comprehendatur α γ. Dico quod α γ, rationale est. Describatur enim (per 46 primi.) ex α ε, quadratũ α δ, ratiõale igitur est α δ. Et quoniã cõmensurabilis est α ε, ipsi β γ, longitudine, æqualis autẽ est α β, ipsi ε δ, commensurabilis est igitur ε δ, ipsi ε γ longitudine, estque sicut ε δ, ad ε γ, sic est δ α ad α γ. Commensurabilis autem est ε δ ipsi β γ, commensurabile igitur & δ α, ipsi α γ: rationale autem δ α, rationale igitur (per 11 decimi,) est & α γ. Quod sub rationalibus commensurabilibus igitur lõgitudine, & reliqua oportuit ostendisse.

Eucli. ex Camp. propositio 16

16 CVm adiuocta fuerit lineæ in loogitudine rationali superficies rationalis rectangula. latus eius secundum erit in loogitudine rationale, lateriq; primo in longitudine commensurabile.

CAMPANVS Hæc est quasi conuersa prioris. Vt si superficies a c adiuncta ad lineam ab rationalẽ in longitudine, fuerit ratiõalis, dico quod latus eius secundum quod est b c erit etiam rationale in longitudine, & communicans inter primo. Sit enim a d quadratum a b, eritq; rationale ex diffinitione, & propter hoc erit communicãs cum superficie a c rationali. Quia igitur per primam sexti sicut a d ad a c ita est etiam d b ad b c, comunicat autem d a cum a c, erit per primam partem decimæ b d communicans cum b c, ergo cum b a sua æquali. Sed b a, rationalis est, quare per diffinitionem & b c. Constat itaque propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propositio 20

20 Si rationale ad rationalem comparatum fuerit, latitudinem efficit rationalem, commensurabilẽq; ei ad quam comparatur longitudine.

THEON ex Zamb. Rationale enim à γ, ad rationalẽ iuxta aliquẽ prædictorum modorũ α ε, comparetur, latitudinem efficiens β γ. Dico quod rationalis est ε γ. & cõmensurabilis ipsi ε γ longitudine. Describatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum α δ. Rationale igitur (per 9 diffinitionem decimi) est α δ, rationale autem & α γ, cõmensurabile igitur (per cõuersionem 10 diffinitionis est δ α, ipsi α γ. Estq; sicut δ α ad α γ, sic est δ β, ad ε γ commensurabilis igitur est (per 11 decimi,) δ ε, ipsi β γ. Aequalis autem est δ ε, ipsi ε α, commensurabilis igitur est α β. ipsi ε γ. Rationalis autẽ est α ε, rationalis igitur est (per conuersionẽ 7 diffinitionis.) & ε γ, & commensurabilis ipsi ε α, longitudine. Si rationale igitur ad rationalem comparatum fuerit, & quæ sequũtur reliqua, quod erat ostendendum.

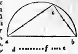
Subser

Subsequentes ex Campano propositiones 17 scilicet & 18 respondent 29 & 30 ex Zamberto infra suo loco & ordine dispositis.

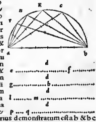
Eucli. ex Camp. Propositio 17

Duas lineas inuenire potentia tantum rationales commensurabiles, quarum longior plus possit breuiori, quadrato lineæ sibi commensurabilis in longitudine.

CAMPANVS Propositum est inuenire duas lineas rationales potentia tantum cōmunicantes, quarum longior sit potentior breuiori, quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine. Sumo itaque aliquam lineam rationalem quæ sit a b, super quam describo semicirculum a c b, & sumpto aliquo numero ut d e, diuido ipsum in duos numeros d f & f e, ita quod sit proportio d e ad d f sicut numeri quadrati ad numerum quadratum: non sit autem proportio d e ad f e ut numeri quadrati ad numerum quadratum, talis autem numerus est quilibet quadratus diuisibilis in quadratum & non quadratum, ut 9 qui diuiditur in 4 & 5, & omnes horum æque multiplices. Et inuenio lineã, a d ad cuius quadratũ se habeat quadratum lineæ a b, sicut numerus d e ad numerũ d f, qualiter autem ipsa reperiatur, in demonstratione 5 dictum est. Hãc lineam inuentam quæ necessario est minor a b, coapto per primam quarti intra semicirculum a c b, sitque a c, & subtrahã lineã c b. Dico duas lineas a b & c b, esse quas quærimus. Erit enim primã partem 30 tertij, angulus c rectus, & ideo per penultimam primi, quadratũ a b æquale est quadratis duarum linearũ a c & c b. Et quia proportio quadrati lineæ a b ad quadratũ lineæ a c est sicut d e ad f per hypothesin, erit per euersam proportionalitatem proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ c b, sicut d e ad f e, ergo quadratum c b. communicat cum quadrato a b per 6 huius, erit igitur quadratum c b, rationale per diffinitionem, cum communicet rationali superficiei. Et quia c b & a b sunt incommensurabiles per ultimam partem 7, constat duas lineas a b & c b esse rationales, potentia tantum communicantes. At quia linea a b est potentior linea c b in quadrato lineæ a c quæ per secundam partem septimæ communicat secum in longitudine, cõstat habitum esse propositum.



CAMPANI annotatio Si autem lineæ plures duabus potentia tantum rationales communicantes quarum una potentior longior sit qualibet aliarũ in quadrato alicuius lineæ secũ cõmunicãtis in lougitudine, reperire, sit ut prius linea a b rationalis in lõgitudine, super quã describatur semicirculus a c b, sumaturq; nũerus quadratus, qui sit diuisibilis in multos quadratos & nõ quadratos, quorũ nõ quadratorũ minime sit, ꝓportio sicut aliquorum numerorum quadratorũ, tales autem numeri ultro se offerunt, ut 36, qui est diuisibilis in 25 & 11, itemq; in 16 & 20, rursusq; in 9 & 27, ac iterum in 4 & 27, ac iterum in 4 & 32, istorum uero non quadratorum qui sunt 11, 20, 27, 32. adinuicem, nõ est proportio sicut alicuius numeri quadrati ad alium numerũ quadratum Esto igitur ut nũerus d quadratus, diuidatur in e quadratum & f non quadratum. Sitq; quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ a c, sicut numerus d ad numerum e, ducatur linea c b. & constat propositum ut prius demonstratum est a b & b c esse duas tales lineas quas inquirimus. Similiter quoq; diuidam d in g quadratum & h non quadratum, sitque quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ a k, sicut d ad g, & ducatur linea k b. eruntque ut prius duæ lineæ a b & k b, quales inquirimus. Eodem modo si rursus diuidatur d in l quadratum & m non quadratum, & ponatur



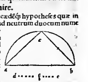
pro-

proportio quadrati lineæ a b ad quadratũ lineæ a n ſicut d ad l.& producatur n b, erunt duæ lineæ a b & b n quales inquirimus. Quod ſi rurſus diuidatur d in p quadratum & in q nõ quadratum,& fuerit proportio quadrati lineæ a b ad quadratũ lineæ a r ſicut d ad p,& protracta fuerit linea r b.erũt etiam duæ a b & b r,quales inquirimus. Sunt itaque lineæ a b,b c,b k,b n,b r,potentia tantũ rationales & in ea cõmunicantes, quarum una uidelicet a b eſt potentior qualibet aliarũ in quadrato lineæ ſecũ communicantis in longitudine. Si igitur quatuor linearum b c, b k, b n,b r, nulla communicat alij in longitudine,cõſtat propoſitum. Iſtud autẽ ſic probatur,patet enim ex præmiſſis,quod quadratũ lineæ b c ad quadratũ lineæ a b eſt ſicut numerus f ad numerũ d,& quadratũ lineæ a b ad quadratũ lineæ b k eſt ſicut numerus f ad numerũ d,& quadratũ lineæ a b ad quadratũ lineæ b k eſt ſicut numerus d ad numerũ h,ergo per æquã proportionalitatẽ quadratũ lineæ b c ad quadratum lineæ b k,eſt ſicut numerus f ad numerũ b,ſed nullus quatuor numerorũ f,h,m,k,ſe habet ex hypotheſi ad alium ſicut numerus quadratus ad numerum quadratum.quare per 3 partem ſeptimæ,duæ lineæ b c,b k,ſunt incommenſurabiles in longitudine.Eadem ratione quælibet duæ ex illis quatuor ſunt incommenſurabiles in longitudine.Liquet ergo quod uolumus.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 18

18 DVas lineas in potentia tantum rationales communicantes quarum longior plus poſſit breuiori quantum quadratum lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine inuenire.

CAMPANVS In hac quoq; remaneat eadem diſpoſitio eædẽq; hypotheſes quæ in præmiſſa.hoc ſolum mutato quod proportio numeri d e ad neutrum duorum numerorum d f & f e,ſit ſicut numeri quadrati ad numerum quadratũ.hoc aũt facile fiet,poſito d,e quolibet nũero quadrato diuiſo in duos numeros nõ quadratos,ut ſi d e ſit 9,& d f,6,& f e 3,argumẽtãdo ut prius,hoc dũtaxat excepto qđ a b & a c ſint incõmẽſurabiles in lõgitudine per ultimã partẽ 7.



CAMPANI additio Et ſciendũ quod duæ lineæ quales hæc & præmiſſa docẽt inuenire,cõponũt binomiũ,& minori earum abſciſa de maiori,quæ reliqua eſt dicitur reſiduũ. Nota etiam quod lineæ tantum potentia rationales communicantes,poſſunt eſſe una rationalis & alia irrationalis,ſicut latera tetragonica duarum ſuperficierum quarũ una ſit 25 pedum & alia 24,ſunt rationalia potentia tantum communicantia,latus enim primæ ſuperficiei eſt,latus uero ſecundæ non numeratur. Et poſſunt eſſe ambæ irrationales. ut latera tetragonica duarum ſuperficierum quarum una ſit 24 pedum & alia 23,neutrius enim numeratur latus,ſuntq; in longitudine incommenſurabilia ex ultima parte ſeptimæ, Quod ſi libeat etiam inuenire plures lineas duabus potentia tantum rationales communicantes,quarum una ſit potentior qualibet aliarũ in quadrato lineæ ſecum non cõmunicantis in longitudine,ſumatur talis numerus qui poſſit pluries ſic diuidi quod ipſius ad nullam ſuarum partium nec alicuius ad aliquã aliarum ſit proportio ut numeri quadrati ad numerũ quadratũ,ut 25,poteſt diuidi in 2 & 23,item in 5 & 20,& rurſus in 7 & 18.Et ſic proceſſus idem qui fuit in præmiſſa.

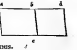
Eucli.ex Camp. Propoſitio 19

19 OMnis ſuperficies quam continent duæ lineæ potentialiter tãtum rationales communicantes,eſt irrationalis, diciturq; ſuperficies medialis,eiuſque latus tetragonicum ſcilicet quod in eam poteſt, eſt irrationale,diciturq; linea medialis.

CAMPANVS Sint duæ lineæ a b,b c,continentes ſuperficiem a c,rationales potentia tantũ communicantes,quæ qualiter reperiantur,ex præmiſſa & antepræmiſſam manifeſtum eſt,dico ſuperficiem a c eſſe irrationalem. Sit enim d c quadratum b c, eritque rationale per hypotheſin, eo quod linea b c eſt rationalis in potentia. Et quia ex prima ſexti a c ad c d ſicut a b ad b d, non communicat autem a b cum b d,quia ex hypotheſi non communicat cũ ſua æquali, quæ eſt b c, ſequitur per ſecundam partem 10 ut etiam a c non cõmunicet cum c d,quare per diffinitionem,ſuperficies

a c

a c est irrationalis, ideoq; & suum latus tetragonicum est etiã irrationale. Dicitur autem hæc superficies medialis, quoniã ipsa est medio loco proportionalis inter duas superficies rationales, uidelicet inter quadrata duarum linearũ ipsam cõtinentium. Et lineam potens in ipsam dicitur medialis, quoniam ipsa quoque est medio loco proportiõalis inter duas lineas potentia tantum rationales communicantes, & hæ duæ lineæ, sunt latera dictæ superficiei. Et hoc est quod uolumus.



THEON — Lemma.

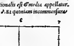
Potens irrationalem aream, irrationalis est.

Posita enim α, irrationalem aream, hoc est id quod ex α, quadratum æquale irrationale areæ. Dico quod α irrationalis est: si enim est rationalis, erit rationale quoq; id quod ex α quadratum. sic enim in diffinitionibus, non est autem. irrationalis igitur est α. Potens irrationalem igitur, & reliqua, quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Zamb. — Theorema 51 — Propositio 21

21 ## Sub rationalibus potentia tantũ commensurabilibus rectis lineis comprehensum rectangulum, irrationale est, illudq; potens irrationalis est, uoceturq; media.

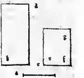
THEON ex Zamberio. *Sub rationalibus enim potentia tantum commensurabilibus rectis lineis α ϐ, & ϐ γ comprehendatur rectangulum α γ. Dico quod α γ, irrationale est potensq; illud irrationalis est & media appellatur. Describatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum α δ, rationale igitur est ipsum α δ. Et quoniam incommensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine (potentia namq; tantum supponuntur cõmensurabiles) æqualis autem est α ϐ ipsi ϐ δ, incommensurabilis igitur est & ϐ δ, ipsi ϐ γ longitudine. Estq; sicut δ ϐ ad ϐ γ, sic est α δ, ad α γ, incommensurabile igitur est (per 11 decimi) δ α, ipsi α γ. Rationale autem est δ α. irrationale igitur est α γ, quare & ipsum potens α γ, hoc est potens æquale ei quadratum, irrationalis est: uoceturq; media, eo quia ex ipsa quadratum, æquale est ei quod α ϐ, β γ, & eo quia ipsa media (per secundam partem 17 sexti,) proportionalis est ipsis α ϐ, & ϐ γ. Sub rationalibus igitur potentia tantum, & reliqua, quod oportuit demonstraße.*



Eucli. ex Camp. — Propositio 20

20 ## Cum adiuncta fuerit lineæ in longitudine rationali superficies æqualis quadrato lineæ medialis, latus eius secundũ potẽtialiter tantũ erit ratiõale, laterique primo in lõgitudine incõmẽsurabile.

CAMPANVS Hæc est quasi cõuersa præmissæ. Sit, a linea medialis, sitq; linea b c ratiõalis in longitudine, cui adiungatur superficies b d æqualis quadrato lineæ a. Quod hoc modo fiet. Subiũgatur duabus lineis b c & a, linea c d in continua proportionalitate ut docet 10 sexti, eritq; superficies ex b c in d æqualis quadrato lineæ a, per 16 eiusdem, dico latus eius secundũ, quod est d c, esse rationale in potẽtia tantũ, & incõmensurabile in lõgitudine lateri b c. Eritq; ex præmissa per diffinitionẽ lineæ medialis, ut linea a possit in aliquã superficiẽ cõtentã à duabus lineis potẽtia tantũ rationalibus cõmunicãtibus, quæ sit superficies e g cuius latera e f & f g. Erũtq; duæ superficies b d & e g per primam partem 15 sexti laterum mutuorũ, propter hoc quod ipsæ sunt æquales & rectãgulæ, proportio ergo b c ad e f, est sicut f g ad c d. Quare per 10 cũ b c cõmunicet in potẽtia cũ e f, eo quod quadrata utriusq; earum sunt rationalia ex hypothesi, f g cõmunicabit in potentia cũ c d. Cum igitur quadratum f g sit rationale per hypothesin, erit quoq; quadratũ c d rationale per diffinitionẽ. At quia superficies b d est irratiõalis sicut sua æqualis e g, per præmissam, sequitur ut quadratũ lineæ c d nõ communicet cũ superficie b d. Et quia quadratum lineæ c d ad superficiẽ b d est per primam sexti sicut c d ad c b, erit per secundã partem 10 ut c d non communicet cum b c. Quare cũ b c sit rationalis in longitudine ex hypothesi, erit c d irrationalis in longitudine, & potẽtia tantum rationalis. Patet ergo proposita conclusio.



THEON Lemma.

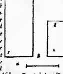
Si fuerint binæ rectæ lineæ, est sicut prima ad secundam sic quod à prima ad id quod sub duabus rectis lineis.

Sint binæ rectæ lineæ, ζ ε, ε η. Dico quod est sicut ζ ε, ad ε η, sic est quod ex ζ ε, ad id quod sub ζ ε, & ε η. Describatur enim (per 46 primi) ex ε ζ, quadratum δ ζ, compleaturque ζ η. Quoniam igitur est sicut ζ ε, ad ε η, sic est ζ δ, ad ζ η, & est quidem ζ δ, id quod ex ζ ε, at ζ η id est quod sub δ ε, & ε η, hoc est quod sub ζ ε, & ε η, est igitur sicut ζ ε, ad ε η, sic quod ex ζ ε, ad id quod sub ζ ε, & ε η, similiter quoque & sicut quod sub η ε, & ε ζ, ad id quod ex ε ζ, hoc est sicut η ε, ad ε ζ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 22

22 Quod à media ad rationalem comparatum, latitudinem efficit rationalem, & ei ad quam comparatur longitudine incommensurabilem.

THEON ex Zamberto. Sit (per 21 decimi) media quidem α, rationalis autem γ β, & ei quidem quod ex α, æqua ad β γ, comparetur (per 45 primi) area rectangula β δ, latitudinem efficiens γ δ. Dico quod rationalis est γ δ, & incommensurabilis ipsi γ β longitudine. Quoniã (per 21 decimi) α media est, potest comprehendi sub rationalibus potentia tantum commensurabilibus, possit ipsam η ζ, potest autem & β δ, æqualis igitur est β δ, ipsi η ζ, est autem & ei æquiangula. Aequaliũ autẽ & æquiangulorũ parallelogrãmorũ (per 14. sexti) reciproca sunt latera, quæ circũ æquales angulos, proportionaliter igitur est sicut β γ ad ε ζ, sic ε η ad γ δ, est igitur (per 22 sexti) & sicut id quod ex β γ, ad id quod ex ε ζ, sic est id quod ex ε η, ad id quod ex γ δ. Cõmensurabile autẽ est (per hypothesin) quod ex γ β, ei quod ex ε ζ, rationales enim est utraq; ipsarũ. Cõmensurabile igitur est (per 11 decimi) & quod ex ε η, ei quod ex γ δ, Rationale autem est quod ex ε η, rationale igitur & quod ex γ δ, rationalis igitur est γ δ. Et quoniã incommẽsurabilis est ε ζ, ipsi ε η longitudine (potẽtia enim tantũ sunt cõmensurabiles) sicut autẽ ε ζ, ad ε η, sic (per lemma præcedens) quod ex ε ζ, ad id quod sub ε ζ, & ε η, incõmẽsurabile igitur est (per 11 decimi) quod ex ε ζ, ei quod sub ζ ε, & ε η. Sed ei quidẽ quod ex ε ζ, commensurabile est id quod ex γ δ, rationales enim sunt potentia, ei autem quod sub ζ ε, & ε η, commensurabile est id quod sub δ γ, & γ β, æqualia enim sunt ei quod ex α. Incõmensurabile igitur est (per 13 decimi) quod ex γ δ ei quod sub δ γ, & γ β. Sicut autem quod ex γ δ, ad id quod sub δ γ, & γ β, sic (per lẽma præcedens) est δ γ ad γ β. Incõmensurabilis igitur est δ γ, ipsi γ β longitudine. Rationalis igitur est γ δ, & ipsi γ β longitudine commensurabilis. Quod erat demonstrandum.



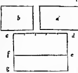
Eucli. ex Camp. Propositio 21

21 OMnis linea communicans mediali, est medialis.

CAMPANVS. Sit linea a medialis, cui ponatur linea b esse communicans siue in longitudine siue in potentia tantum. Dico quod etiam linea b est medialis. Sit enim linea c d rationalis in lõgitudine, cui adiungatur superficies c f æqualis quadrato lineæ a, & item superficies e g æqualis quadrato lineæ b, hoc autem qualiter fiat, in præmissæ demõstratione dictum est. Eritq; per præmissam linea d f rationalis in potentia tantum, & incommensurabilis lineæ c d. Et quia per primam sexti e g ad c f sicut f g ad d f, communicat autem e g cum c f eo quod quadratum b communicat cum quadrato a per hypothesin, quibus quadratis dictæ superficies positæ sunt æquales, sequitur per primam partem decimæ ut linea f g communicet cum linea d f, quare f g est rationalis in potentia tãtum, sicut est d f, & incommensurabilis in longitudine lineæ e f, cum linea d f sibi communicans sit incommensurabilis eidem e f, eo quod suæ æquali. Hoc enim probatum est in 8, quod si fuerint duæ quantitates cõmunicantes, cuicunque una earum non communicat, nec reliqua. itaque per 19 erit superficies e g medialis, & eius latus tetragonicũ quod est b, mediale Quod est propositum.

CAMPANI additio. Similiter quoq; omnis superficies communicans superficiei mediali, medialis esse cõuincitur. Si enim superficies

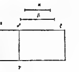
cies a medialis, cui ponatur superficies b esse cõmunicans, dico superficiem b esse medialem, quod sic constabit. Sit linea c d rationalis in lõgitudine, adiungaturq́ ei superficies c e, quæ sit æqualis superficiei a, quod hoc modo fiet. Inueniatur linea c f ad quã sic se habeat unũ ex lateribus superficiei a, sicut linea c d se habet ad reliquũ: hæc autẽ linea qualiter reperiatur, in 10 sexti dictum est, eritq́ ex 15 eiusdem superficies d f æqualis a. Itemq́ eodem modo ad lineam e f adiũgatur superficies e g, quæ sit æqualis b: erit itaq́ per 20 linea c f potentia tantum rationalis, erit quoq́ lineæ c d in longitudine incommensurabilis. Et quia a & b erant cõmunicantes ex hypothesi, erunt quoq́ c e & e g eis æquales cõmunicantes, itaq́ per primam sexti & per primã partem decimæ huius, erunt duæ lineæ c f & f g, cõmunicantes in longitudine. Est igitur linea f g rationalis in potentia tantum. & lineæ e f incõmensurabilis in longitudine, quare per 19 superficies e g erit medialis, cum linea e f sit rationalis in longitudine sicut c d sibi æqualis. Cum sit ergo b æqualis e g, erit quoq́ b medialis, quod est propositum. Et nota quod omnes superficies mediales communicantes, componunt superficiem medialem. Vnde tota d g est medialis, quia cum duæ lineæ c f & f g sint rationales in potentia tantum, & non communicãtes in longitudine, sequitur ut tota c g sit rationalis in potentia tantum, & non cõmunicans c d in longitudine, itaq́ per 19 d g est medialis. Eodemq́ modo si sint plures.



Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 23

23 ## Quæ mediæ commensurabilis, media est.

THEON ex Zamberto. *Sit media α. & ipsi α commensurabilis esto β. Dico quod & β media est. Exponatur enim rationalis γ δ, & ei quod ex α sit æquale ad γ δ comparetur area rectangula γ ε (per 45 primi), latitudinẽ efficiens ipsam ε δ. Rationalis igitur est (per præcedentem) ε δ, incommensurabilisq́ ipsi γ δ longitudine, ei autem quod ex β æquale ad γ δ comparetur (per 44 primi) area rectangula γ ζ, latitudinem efficiens δ ζ. Quoniam igitur commensurabilis est α ipsi β, commensurabile est quoq́ id quod ex α ad id quod ex β. Sed et quidem quod ex α, æquum est ε γ ei autem quod ex β, æquum est γ ζ. Cõmensurabile igitur est ipsi ε ζ, estq́ sicut ε γ ad γ ζ, sic est ε δ ad δ ζ. Cõmensurabilis igitur est (per 11 decimi) ε δ ipsi δ ζ longitudine. Rationalis autem est ε δ, & ipsi δ γ incommensuralis longitudine. Rationalis igitur est & δ ζ & ipsi δ γ longitudine incõmensurabilis. Igitur γ δ & δ ζ (per 13 decimi) rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Quod autem sub rationalibus potentia tantum cõmensurabilibus rectis lineis comprehenditur rectangulum, irrationale est (per 21 decimi) & illud potens, irrationalis est, appellaturq́ media potens igitur id quod sub γ δ & δ ζ, media est, potestq́ β quod sub γ δ & δ ζ sit, media igitur est β, quod erat ostendendum.*



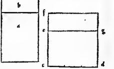
CORRELARIVM. *Hinc igitur est manifestum, quod mediæ areæ commensurabilis media est, possunt enim eas rectæ lineæ quæ potentia sunt commensurabiles, quarum altera media, quare & reliqua media est. Similiter autem eis quæ de rationalibus dicta sunt, sequitur & in medijs ut mediæ longitudine cõmensurabilis, media appelletur, eiq́ cõmensurabilis non tantum longitudine sed & potentia, quoniam in uniuersali longitudine cõmensurabiles omnino & potentia. Si uero mediæ commensurabiles potentia tantum, dicuntur mediæ potentia tantum commensurabiles.*

Eucli. ex Camp. Propositio 22

22 ## Omnis differentia qua abundat mediale à mediali, irrationalis esse probatur. Zamb. 26

CAMPANVS. Sit utraq́ duarũ superficierũ a b & a, medialis. dico quod superficies b quæ est earum differentia, est irrationalis. Sit enim linea c d rationalis in longitudine, cui adiungatur superficies d e æqualis superficiei a, & superficies d f æqualis totali superficiei a b, hoc autẽ qualiter fiat in præmissa docuimus. Quia ergo d f est æqualis a b & d e æqualis a, erit per conceptionẽ g f æqualis b. Si itaq́ superficies b non est irrationalis sed rationalis, erit & f g sua æqualis rationalis. At cũ

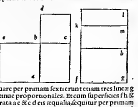
linea e g sit rationalis in longitudine sicut sua æqualis c d, erit per 15 linea e f rationalis in longitudine & cõmunicans lineæ e g, per 20 autem est utraque duarum linearum c e & e f potẽtialiter tantũ rationalis, & lineæ c d incõmensurabilis in longitudine, itaq; e f linea est incõmensurabilis lineæ c e in lõgitudine. Et quia per primam sexti quadratum lineæ e f ad superficiem quæ fit ex e f in c e est, sicut e f ad c e, sequitur per secũdam partem decimæ ut quadratum lineæ e f sit incõmensurabile superficiei factæ ex e f in c e, quare & ipsum quadratum erit incommensurabile duplo superficiei ex e f in c e, quadratũ uero c e cum sit rationale, est cõmunicans quadrato e f, totum igitur ex ambobus cõpositum erit per 9 cõmunicans quadrato e f. Et ideo incõmensurabile duplo superficiei ex e f in c e. Et quia per 4 secundi quadratum lineæ c f est æquale duobus quadratis duarum linearum c e & e f, & duplo superficiei ex c e in e f, & duplum superficiei c e in e f est incommensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f, sequitur per ea quæ addita sunt in 9, ut quadratũ c f sit incommensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f. At cum aggregatum ex his quadratis sit rationale, sequitur quadratum lineæ c f non esse rationale, & ideo linea c f non est rationalis in potentia, & idcirco non erit superficies d f medialis, neq; a b sibi æqualis, quod est inconueniens, cum sit contrarium positis. Relinquitur igitur quod superficies b, est irrationalis, quod est propositum.



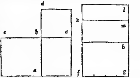
Eucli. ex Camp. Propositio 23

23 OMnis superficies quam continent duæ lineæ mediales potentialiter tantum cõmunicantes, aut rationalis est aut medialis.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c mediales potentia tantũ communicantes, dico quod superficies a c ab eis contenta aut est rationalis, aut medialis. Sint enim, c d quadratũ lineæ b c, & a e quadratum lineæ a b: eruntq; ex hypothesi hæc duo quadrata communicantia. & erit per primam sexti superficies a c medialis medio loco proportionalis inter ipsa quadrata. Sumatur igitur linea f g quæ sit rationalis in lõgitudine, cui adiungatur superficies f h æqualis quadrato a e, & h k æqualis superficiei a c, & k l æqualis quadrato d c, eruntq; hæ tres superficies f h, h k, & k l continue proportionales, sicut sunt æquales a e, a c, & d c, quare per primam sexti erunt etiam tres lineæ g h, h m, & m l, quæ sunt bases earum, continue proportionales. Et cum superficies f h & k l sint communicantes, sicut duo quadrata a e & c d eis æqualia, sequitur per primam sexti & decimam huius ut linea g h sit cõmunicans cum l m, utraque autem earum est rationalis, in potentia per 20 huius: igitur superficies unius earum in alteram est rationalis: omnis enim superficies quam continent duæ lineæ rationales in potentia, cõmunicantes in longitudine, necessario est rationalis, ut patet ex prima sexti & prima parte decimæ huius & ex diffinitione superficierum rationalium. Et quia ex prima parte decimæsextæ quadratum lineæ l m est æquale superficiei ex g h in m l, erit quadratũ lineæ h m rationale. Si ergo linea h m est rationalis in lõgitudine sibi cõmunicans lineæ k m quæ est æqualis lineæ f g, erit per 15 superficies h k rationalis, ideoq; & sua æqualis a c. Si autem h m sit irrationalis in longitudine siue incommensurabilis lineæ k m quæ est æqualis lineæ f g, cum ipsa sit rationalis saltem in potentia eo quod suum quadratum est rationale, erit ex 19 superficies h k medialis, quare & sua æqualis a c. Constat ergo propositum.



CAMPANI annotatio. Et nota quod si duæ lineæ a b & b c essent mediales in lon/ Zamb.24
gitudine cõmunicantes, esset superficies a c medialis tantum, esset enim superficies a c communicans utrique duorum quadratorum a e & c d per primam sexti & per præsentem hypothesin, & per 19 huius, & ideo superficies h k æqualis a c. esset communicans utrique superficiei f h & k l, igitur per primam sexti, & 10 huius linea h m esset cõmunicans utrique duarum linearum g h & l m. Et quia hæ ambæ essent rationales in potentia tantum, non cõmunicantes in longitudine lineæ f g, esset quoq; h m rationalis in potentia tantum, non cõmunicans in longitudine lineæ f g, quare per 19 esset superficies h k medialis tantum & ideo etiam a c sibi æqualis. Si autem duæ lineæ a b & b c essent mediales, neque in longitudine neque in potentia communicantes, superficies a c neque esset rationalis neque medialis, si enim sic esset, scilicet, quod duæ lineæ a b & b c essent mediales neque in longitudine neque in potentia cõmunicantes, essent duo quadrata a e & c d incommunicantia, itaq; & duæ superficies f h & k l eis æquales quoq; essent incommunicantes, quare & duæ lineæ g h & m l essent incommensurabiles per primam sexti. & per secundam partem decimi. Et quia utraque earum est rationalis tantum in potentia, per 20 esset superficies unius earum ad alteram medialis per 19. Cum ergo quadratũ lineæ h m sit æquale dictæ superficiei quæ fit ex g h in m l, per primam partem 16 sexti, esset per 19 linea h m linea medialis. per 15 ergo non esset superficies h k rationalis, nec etiam per 20 medialis, quare nec sua æqualis a c.

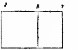


Præcedentes duæ ex Campano propositiones, scilicet, 22. & 23. tribus ex Zamberto sequentibus, uidelicet, 24. 25. & 26. inuerso ordine respondeot, 22. namq; ex Campano, 26. ex Zamberto, 26. autem ex Campano, cum additione, 24. & 25. ex Zamberto respondent.

Eucli ex Zamb. Theorema 21 Propositio 24.

24 Sub medijs longitudine commensurabilibus rectis lineis comprehensum rectangulum, medium est.

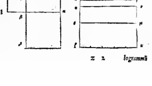
THEON ex Zamberto. *Sub medijs enim longitudine commensurabilibus rectis lineis α β, β γ. comprehendatur rectangulum α γ. dico quod α γ medium est. Describatur enim (per 49 primi) ex α β, quadratum α δ. medium igitur est α δ. Et quoniam cõmensurabilis est α β ipsi β γ longitudine, æqualis autem est α β ipsi β δ. commensurabilis igitur est δ β ipsi β γ longitudine. Quare & δ α ipsi α γ (per correlarium 15 decimi) commensurabile est. medium autem est δ α, medium igitur est & α γ, quod oportebat ostendere.*



Eucli.ex Zamb. Theorema 22 Propositio 25

25 Sub medijs potentia tantum commensurabilibus rectis lines comprehensum rectangulum, aut rationale aut medium est.

THEON ex Zamberto. *Sub medijs potentia tantum cõmensurabilibus rectis lineis α β, β γ. cõprehendatur rectangulũ α γ. Dico quod α γ. aut rationale, aut mediũ est. Describantur enim (per 46 primi) ex α β & β γ. quadrata α δ & β ε. medium est igitur utrumq; ipsorũ α δ & β ε. Exponatur ζ rationalis ζ η. ipsiq; α δ æquum ad ζ η comparetur (per 47 primi) rectangulũ paralle-*

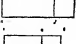


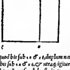
logrammũ κθ, ipſam latitudinẽ efficiens ζθ. Ipſi autem αγ ad θμ æquum compareturs (per eandem) rectangulum parallelogrammũ μκ, latitudinem efficiens θκ. Et inſuper (per eandem) ϛε æquum ſimiliter ad κν compareturs νλ, ipſam latitudinem efficiens κλ. In rectas lineas igitur ſunt ζθ, θκ, & κλ, & quoniam utrunq; ipſorum αδ & ϛε medium eſt, eſtq; æquale αδ, ipſi κθ, & ϛε ipſi νλ, medium igitur eſt & utrunq; ipſorum κθ, νλ, & ad rationalem ζκ comparata ſunt. Rationalis igitur eſt (per 22 decimi) utraq; ipſarum ζθ & κλ, & incõmenſurabilis ipſi ζκ longitudine. Quoniam igitur commenſurabile eſt αδ ipſi ϛε, cõmenſurabile igitur eſt (per 11 decimi) & κθ ipſi νλ, eſtq; ſicut κθ ad λν, ſic (per primam ſexti) eſt ζθ ad κλ. Cõmenſurabilis igitur eſt (per eandem 11) ζθ ipſi κλ longitudine. Ipſæ igitur ζθ, κλ, rationales ſunt longitudine cõmenſurabiles. Rationale eſt igitur (per 19 decimi) quod ſub ζθ, κλ. Et quoniam æqualis eſt quidem δβ ipſi βκ, & ξϛ ipſi βγ, eſt igitur ſicut δβ ad βγ, ſic eſt αβ ad ϛξ. Sed ſicut quidem δβ ad βγ, ſic eſt (per primam ſexti, & per 11 quinti) δα ad αγ, ſicut autem αϛ ad ϛξ, ſic eſt αγ ad γξ, eſt igitur ſicut δα ad αγ, ſic eſt αγ ad γξ, æquum autem eſt αδ ipſi κθ, & αγ ipſi μκ, & γξ ipſi νλ, eſt igitur (per 17 ſexti) ſicut κθ ad μκ, ſic eſt μκ ad νλ, eſt igitur ſicut & ζθ ad ipſam θκ, ſic eſt θκ ad ipſam κλ. Igitur quod ſub ζθ, κλ, æquum eſt ei quod fit ſub θκ. Rationale autem eſt quod ſub ζθ, ζλ, rationale igitur eſt & quod ex θκ. Rationalis eſt igitur (per 19 decimi) ipſa θκ, & ſiquidem commenſurabilis eſt ipſi θμ, hoc eſt ipſi ζκ longitudine, rationale eſt (per 22 decimi) ipſum νθ. Si autem incommenſurabilis eſt ipſi ζκ longitudine, ipſæ θκ & θμ rationales (per 22 decimi) potentia ſolum commenſurabiles, medium igitur eſt θκ. Igitur θν aut rationale eſt aut medium, æquum autem eſt θν ipſi αγ, igitur αγ uel rationale uel medium eſt. Sub medijs igitur potentia tantum cõmenſurabilibus, & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.

Euch. ex Zamb. Theorema 23 Propoſitio 26

26 Medium, non excedit medium rationali.

THEON ex Zamberto. Si enim poſsibile, medium αϛ, medium αγ excedat rationali δβ, ponaturq; rationalis ιζ, ipſiq; αβ æquum ad ιζ comparetur (per 44 primi) parallelogrammũ rectangulum ζθ, latitudinẽ efficiens ιθ: ipſi autem αγ æquum auferatur ζκ, reliquum igitur βδ (per tertiam cõmunem ſententiam) reliquo κθ eſt æquale. Rationale autem eſt δϛ, rationale igitur eſt & κθ. Quoniam igitur medium eſt utrunq; ipſorum αβ, αγ, eſtq; αϛ ipſi ζθ æquale (per correlarium 23 decimi) at αγ ipſi ζκ, medium igitur eſt utrunq; ipſorũ ζθ, ζκ, & ad rationem ιζ comparata ſunt. Igitur rationalis eſt utraq; ipſarum θι & ικ, & incommenſurabilis ipſi ιζ longitudine (per 22 decimi) Et quoniam rationale eſt δβ, eſtq; ipſi κθ æquale, rationale igitur eſt & κθ, ad rationalemq; ιζ comparatũ eſt, rationalis igitur eſt (per 20 decimi) κθ, & ipſi ιζ longitudine commenſurabilis. Sed ικ rationalis eſt, & ipſi ιζ longitudine incõmenſurabilis, incõmenſurabilis igitur eſt (per 13 decimi) ικ ipſi κθ longitudine, eſtq; ſicut ικ ad κθ, ſic quod ex ικ ad id quod ικ & κθ. Incõmenſurabile igitur eſt (per 11 decimi & lemma 22 decimi) quod ex ικ ei quod ſub ικ & κθ. Sed ipſi quidem quod ex ικ, cõmenſurabilia ſunt quæ ex ικ & κθ quadrata, rationalia etenim utraq;, ei autem quod ſub ικ & κθ cõmenſurabile eſt (per 14 decimi) id quod bis ſub ικ & κθ, duplum namq; eſt illius. Incõmenſurabilia igitur ſunt (per 16 decimi) quæ ex ικ & κθ, et quod bis ſub ικ & κθ, & utraq; igitur ſimul quæ ex ικ & κθ, & quod bis ſub ικ & κθ quod eſt id quod ex ιθ (per 4 ſecundi) incõmenſurabile eſt eis quæ ex ικ & κθ. Rationalia autẽ ſunt quæ ex ικ & κθ (per diffinitionẽ.) Irrationale igitur eſt qđ ex ιθ, irrationalis igitur eſt ιθ, ſed & rationalis, quod eſt impoſsibile: medium igitur mediũ non excedit rationali, quod erat oſtendendum.





Sequentes duæ ex Zamberto neutiquã in Campano reſpondentes habent.

Euch. ex Zamb. Problema 4 Propoſitio 27

27 Medias inuenire potentia tantum cõmenſurabiles, rationale comprehendentes.

THEON ex Zamberto. Exponantur binæ rationales potentia tantum commenſurabiles α, β, ſumanturq; (per 13 ſexti) ipſarum α, β, media proportionalis γ. Fiatq; (per 12 ſexti) ſicut α ad β, ſic γ ad δ. Et quoniam ipſæ α, β, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles, igitur quod ſub α, β, hoc eſt quod ex γ fit (per 21 decimi) medium eſt, media igitur eſt γ. Et quoniam eſt ſicut α ad β, ſic γ ad δ, ipſæ autem α, β, potentia tantum ſunt

commenſuracōmensurabiles, & γ, δ, igitur (per 11 decimi) potentia tantum sunt cōmensurabiles, estq; γ media, media igitur est (per 23 decimi) & δ. Ipsæ igitur γ, δ, (per constructionem) mediæ sunt potentia tantum cōmensurabiles. Dico quod & rationale comprehendunt. Quoniam enim est sicut α ad β, sic est γ ad δ, uicißim igitur (per 16 quinti) est sicut α ad γ, sic est β ad δ. Sed sicut α ad γ, sic γ ad ε, & sicut igitur (per 11 quinti) γ ad β, sic β ad δ, igitur quod sub γ, δ, æquum est ei quod ex β. Rationale autem est quod ex β. Rationale igitur est quod sub γ, δ. Inuentæ igitur sunt mediæ potentia tantum commensurabiles, rationale comprehendentes, quod fecisse oportuit.

α R. 9
γ R. R. 54
δ R. 6
δ R. R. 24

Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propositio 28

28 Medias comperire potentia tantum cōmensurabiles, medium comprehendentes.

THEON ex Zamb. Exponantur enim tres rationales potentia tantum cōmensurabiles, α, β, γ, suscipiaturq; (per 13 sexti) ipsarum α, β, media proportionalis δ. Fiatq; (per 12 sexti) sicut β ad γ, sic δ ad ε. Quoniam enim α, ε, rationales sunt, potentia tantum cōmensurabiles, igitur (per 21 decimi) quod sub α β, hoc est id quod ex δ, medium est; media igitur est δ. Et quoniam β, γ, potentia solum sunt cōmensurabiles, estq; sicut β ad γ, sic est δ ad ε, ipsæ igitur δ, ε, (per 11 decimi) potentia tantū sunt cōmensurabiles, media uero est δ, & igitur ε. Igitur ipsæ δ, γ, mediæ sunt potentia tantum commensurabiles. Dico quod & medium comprehendunt. Quoniam enim est sicut β ad γ, sic est δ ad ε, uicißim igitur (per 16 quinti) sicut β ad δ, sic est γ ad ε. Sicut autem β ad δ, sic δ ad α. Et sicut igitur (per 11 quinti) δ ad α, sic γ ad ε. Quod igitur sub α, γ, (per 16 sexti) æquum est ei quod sub δ, ε, medium autem quod sub α, γ, medium igitur (per correlarium 23 decimi) quod sub δ ε. Inuentæ igitur sunt mediæ potentia tantum commensurabiles, medium comprehendentes, quod fecisse oportuit.

α R. 16
δ R. R. 128
β R. 8
γ R. 6
ε R. R. 72

THEON Lemma.

Comperire duos quadratos numeros, ut ex eis cópositus sit quadratus.

THEON ex Zamb. Exponantur bini numeri α β & β γ, sintq; aut pares, aut impares. Et quoniam si à pari par auferatur, & si ab impari impar, (per 26 noni) reliquus erit par. si igitur ab α β pari par ε γ, aut ab impari α ε, impar ε γ auferatur, reliquus α γ par est. Secetur α γ bifariam in δ, sint autem ipsi α β, β γ, aut similes plani, aut quadrati, qui & ipsi similes plani sunt. Igitur qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ δ quadrato, æquus est (per 6 secundi) ei qui ex β δ quadrato, estq; quadratus qui sub α β, ε γ, quoniam patuit (per primam noni) quod si bini similes plani multiplicantes se adinuicem aliquem fecerint, factus quadratus est. Inuenti igitur sunt bini quadrati numeri qui sub α β, β γ, & qui ex γ δ, qui compositi, β δ quadratum conficiunt.

α . . . . . δ . . . . . γ . . . . β

CORRELARIVM. Ac manifestū quod inuenti sunt rursus bini quadrati, & qui ex β δ, & qui ex γ δ, ut & corū excessus qui sub α β, β γ, est quadratus, quando ipsi α β, β γ, similes fuerint plani. Quando autem non fuerint similes plani, inuenti sunt bini quadrati & qui ex β δ & qui ex δ γ, quorum excessus qui sub α ε & ε γ non est quadratus.

Lemma præcedentis oppositum.

Inuenire binos quadraros numeros, ut ex eis compositus non sit quadratus.

Sint enim α ε, ε γ, similes plani ut qui sub α ε, ε γ, (per primam noni) sit quadratus, sitq; par γ α, seceturq; γ α bifariam in δ. Manifestum iam est quod qui sub α ε, ε γ, quadratus una cum eo qui ex γ δ quadrato, æquus est ei qui ex β δ quadrato. Auferatur autem unitas δ ι. Igitur qui sub α ε & ε γ una cum eo qui ex γ ι, minor est eo qui ex β δ quadrato. Dico igitur quod qui sub α ε, ε γ, quadratus una cum eo qui ex γ ι, non est quadratus. Si enim est quadratus, uel est æqualis ei qui ex ε ι, uel eo minor.* Maior autem non erit, cum qui sub α ε, ε γ, quadratus una cum eo qui ex γ δ quadrato, hoc est qui ex β δ, primus sit maiorum quadrato qui ex β ι, unitas enim non secatur: maior autem est eo qui sub α β, ε γ, una cum eo qui ex γ ι, γ δ enim, ipso γ ι unitate maior. Sit autem (si poßibile est) prius qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ι, æqualis ei qui ex β ι, sitq; ipsius δ ι unitatis, duplus η α. Quoniam igitur totius α γ totius γ δ duplus est, quorum α η ipsius δ ι est duplus, & reliquus igitur (per 7 septimi) η γ reliqui ι γ duplus est, bifariam igitur ipse γ η, diuisus est in ι. Igitur qui sub η ε & β γ, una cum eo qui ex γ ι, æquus est ei qui ex ε ι quadrato. Sed qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ι, æquus supponitur ei qui ex ε ι quadrato. Qui sub η ε, ε γ, igitur una cum eo qui ex γ ι, æquus ei est qui sub α ε, ε γ, una cum eo qui ex γ ι. Cōmuni igitur sublato eo qui ex γ ι,* ducitur α ε æqualis ipsi η ε, quod est impossibile. Qui sub α ε, ε γ, igitur una cum eo qui ex γ ι, æquus non est ei qui ex ε ι. Dico iam quod neque minor eo qui ex ε ι. Si enim poßibile, sit ei qui ex β ζ æqualis, & ipsius

α . . η . . ε . δ . ι . ζ . . . γ . . . . β

Græcus sic habet. Maior autē non erit, ne scilicet secetur unitas, & ne qui sub α ε, ε γ una cum eo qui ex γ δ, q est ipsius δ ε quadratus, æquus sit ei qui sub α ε, ε γ una cum eo qui ex γ ι.

vnde[?] colligitur

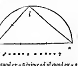
[illegible] ipsius δ ζ duplus ponatur θ α. * Conducaturq; duplus rursus θ γ ipsius γ ζ, & quod ipse θ γ bifariam sectus est in ζ,
colligetur ac per hoc is qui sub θ ε, ε γ, una cum eo qui ex ζ γ, æquus erit ei qui ex β ζ. Supponitur autem quod qui sub α ε, β γ, una cum eo qui ex γ ι, est æqualis ei qui ex β ζ. Conducetur igitur qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ι æqualis ei qui ex θ ε & ε γ una cum eo qui ex γ ζ, quod absurdū est. Igitur qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ι, æquus non est minori eo qui ex ε ι, patuit autem quod neq; ei qui ex ε ι, neq; eo maiori. Igitur qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ι, quadratus non est. Cum autem sit possibile & pluribus modis prædicta ostendere, sufficiant nobis tamen prædicta, ne materia longior existens longius protrahatur.

α . . ε . . θ . δ . ι . ζ . . . γ . . . . β

Eucli. ex Zamb. Problema 6 Propositio 29

29 Competite binas rationales potentia tantum cōmensurabiles, ut maior
Camp. 17 minore maius possit eo quod ex cōmensurabili sibi longitudine.

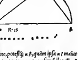
THEON ex Zamb. Exponatur enim quædam rationalis α ε, & bini quadrati numeri γ δ, δ ι, ut ipsorum residuus γ ι non sit quadratus (per correlarium 1 lemmatis 28 decimi,) & super α β describatur semicirculus α ζ β. Fiatq; sicut (per correlarium 6 decimi) δ γ ad γ ι, sic quod ex β α quadratū ad id quod ex α ζ quadratū, connectaturq; ζ ε. Quoniam igitur est sicut quod ex β α ad id quod est ex α ζ, sic γ δ ad δ γ, igitur quod ex β α ad id quod ex α ζ, eam habet rationem quam numerus γ δ ad numerū γ ι. Cōmensurabile igitur est quod ex β α, ei quod ex α ζ. Rationale autem quod ex α β, rationale igitur & id quod ex α ζ. Rationalis igitur est & α ζ. Et quoniam δ γ ad γ ι rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; quod ex α β igitur ad id quod ex α ζ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratū numerum. Igitur α β (per 9 decimi) ipsi α ζ longitudine incōmensurabilis est. Ipsæ igitur α ζ, α β, rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. Et quoniam est sicut δ γ ad γ ι, sic est quod ex α β ad id quod ex α ζ, conuertendo igitur (per correlariū 19 quinti) sicut γ δ ad δ ι, sic quod ex α ε ad id quod ex β ζ. At γ δ ad δ ι eam habet rationem quam quadratus numerus ad quadratū numerum. Quod igitur ex α β ad id quod ex β ζ, eam habet rationem quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Cōmensurabilis igitur est (per 9 decimi) α β ad β ζ longitudine. Et quod ex α β (per 47 primi) æquū est eis quæ ex α ζ & ζ β. Igitur α β ipsa α ζ maius potest ipsa β ζ sibi cōmensurabili. Inuentæ igitur sunt binæ rationales potentia tantum cōmensurabiles β α & α ζ, ut β maior ipsa α ζ maius possit eo quod ex ζ β sibi longitudine cōmensurabili. Quod facere oportebat.



Eucli. ex Zamb. Problema 7 Propositio 30

30 Competite binas rationales potentia tantum cōmensurabiles, ut maior
Camp. 18 minore maius possit eo quod fit à sibi longitudine incōmensurabili.

THEON ex Zamb. Exponatur rationalis α β. biniq; numeri quadrati γ ι & ι δ, ut ex eis compositus γ δ non sit quadratus (per lemma secundum 28 decimi.) Describaturq; super α β semicirculus α ζ β, fiatq; (per correlariū 6 decimi) sicut δ γ ad γ ι, sic quod ex α β ad id quod ex α ζ connectaturq; ζ β. Similiter iam ostendemus sicut in præcedenti, quod ipsæ ε α & α ζ rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. Et quoniam est sicut δ γ ad γ ι, sic est quod ex β α ad id quod ex α ζ, conuertendo igitur (per correlariū 19 quinti) sicut γ δ ad δ ι, sic quod ex α β ad id quod ex ζ β. At γ δ ad δ ι rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; igitur quod ex α β, ad id quod ex β ζ rationem habet quam numerus quadratus ad quadratū numerum. Incōmensurabilis igitur est α β ipsi β ζ longitudine, potestq; α β, quàm ipsa α ζ maius eo quod ex β ζ sibi incommensurabili. Ipsæ igitur α β, β ζ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles & α β quàm ipsa α ζ maius potest eo quod ex ζ β sibi longitudine incommensurabili, quod fecisse oportuit.

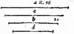


Eucli. ex Camp. Propositio 24

24 DVas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq; rationalem continentes, quatum longior sit potentior breuiore, augmento quadrati lineæ communicantis eidem longiori in longitudine, inuenire.

CAMPANVS. Cum omnes duæ lineæ mediales potentia tantum communicantes, contineāt superficiem rationalem aut medialem, ut ex præmissa patet, docet inuenire eas duas quæ cōtinent superficiem rationalem & eas quæ medialem. Vnde propositū est inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes, quarum longior possit

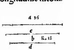
possit amplius breuiori in quadrato alicuius lineæ sibi cõmunicantis in longitudine, quæ contineant superficiem rationalem. Ad hoc secundum doctrinam 17 sumo duas lineas a & b potentia tantum rationales cõmunicantes, quarum longior quæ sit a, possit amplius breuiori quæ sit b, in quadrato alicuius lineæ secum cõmunicantis in lõgitudine, & ponam lineam c secundum doctrinam 9 sexti, medio loco proportionalẽ inter a & b, & ponam ut sit proportio a ad b, sicut c ad d, quod qualiter fiat, in 10 sexti dictũ est. Dico tunc duas lineas c & d, esse quas quærimus. Patet enim ex 19, quod superficies quam continent duæ lineæ a & b, est medialis. Et quia per primam partem 16 sexti, quadratũ lineæ c est dictæ superficiei æquale, erit igitur per 19 linea c medialis. Cum autẽ sit a ad b, sicut c ad d, & b communicet cum a in potentia tantum ex hypothesi, quia tam a quam b rationalis est in potentia, sequitur per 10 quod c quoq; communicet cum d in potentia tantum. Itaq; per 21 cum c sit linea medialis, erit etiam d medialis, & per primã partem 11, erit linea c potentior linea d, in quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine. Si ergo duæ lineæ c & d contineant superficiem rationalem, ipsæ sunt quales inquirimus. Eas autem continere superficiem rationalem, sic habeto. Cum sit a ad b, sicut c ad d, erit permutatim a ad c, sicut b ad d, sed erat a ad c, sic c ad b, igitur est c ad b, sicut b ad d, itaque per primam partem 16 sexti, superficies quam continent duæ lineæ c & d, est æqualis quadrato b, est autem quadratum b, rationale per hypothesin, cum ipsa sit rationalis in potentia. Superficies ergo quam continent duæ lineæ c & d, est rationalis. Quare constat propositum.



Eucli ex Camp. Propositio 25

25 DVas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq; rationalem continentes, quarum longior sit potentior breuiori, quadrato lineæ eidem longiori in longitudine incommensurabilis, inuenire.

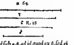
CAMPANVS. Positis duabus lineis a & b rationalibus potentia tantum cõmunicantibus, quarũ longior possit amplius breuiori in quadrato lineæ secum non communicantis in longitudine, quæ quidem reperiuntur secundum doctrinam 18, cæterisq; positionibus manentibus sicut in præmissa, argumentando modo consimili patebit duas lineas c & d esse quales quærimus. Et nota quod duæ lineæ quas hæc & præmissa docent inuenire, componunt bimediale primum, & minori earum abscisa de maiori, quæ reliqua est, dicitur residuum mediale primum.



Eucli. ex Zamb. Problema 8 Propositio 31

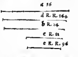
31 Comperire binas medias potentia tantum commensurabiles rationale comprehendentes, ut maior minore maius possit eo quod fit à sibi longitudine commensurabili. Camp. 24

THEON ex Zamb. *Exponantur (per 29 decimi) binæ rationales potentia tantum commensurabiles α, β, ut α maior existens, ipsa β minore maius possit eo quod ex sibi longitudine cõmensurabili, & ei quod sub α, β, comprehenditur æquum esto id quod ex γ. Medium autem est quod sub α, β, medium igitur est (per correlariũ 23 decimi) quod sub γ, media igitur est γ (per 21 decimi.) Ei uero quod ex β, æquũ esto quod sub γ, δ. Rationale autẽ est quod ex ζ, rationale igitur & quod sub γ, δ. Et quoniam (per 1 sexti) est sicut α ad δ, sic est quod sub α, β, ad id quod ex β, sed ei quidem quod sub α, β, æquum est id quod ex γ, ei autem quod ex β æquum est quod sub γ, δ, sicut igitur α ad β, sic quod ex γ ad id quod sub γ, δ. Sicut autẽ quod ex γ ad id quod sub γ, δ, sic est γ ad δ, & sicut igitur α ad β, sic γ ad δ. Cõmensurabilis autem est (per hypothesin) α, ipsi ζ potentia tantum. cõmensurabilis igitur (per 11 decimi) & γ ipsi δ potentia tantum. At γ, media est, media igitur est (per 2 decimi) & δ. Et quoniam est sicut α ad ζ & γ ad δ, at α ipsa ζ maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili, & γ igitur ipsa δ maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili. Inuentæ sunt igitur binæ mediæ potentia tantum cõmensurabiles γ, δ, rationale cõprehendentes, & γ ipsa δ maius potest eo quod ex sibi longitudine cõmensurabili. Similiter uero ostendetur & id quod ex incõmensurabili, quando α ipsa ζ maius potuerit eo quod fit ex sibi incommensurabili. Quod facere oportuit.* Camp. 25



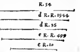
Eucli ex Camp. Propositio 26

26 DVas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq; medialem continentes, quarum longior breuiore tanto amplius possit quantum est quadratum alicuius lineæ incommensurabilis ipsi longiori in longitudine, inuenire.



CAMPANVS Cũ docuerit inuenire duas lineas mediales potentia tantũ cõmunicantes superficiemq; rationalẽ continẽtes, quarũ longior plus possit breuiori in quadrato lineæ secum cõmunicantis in longitudine, & secum incõmensurabilis in longitudine, nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes, superficiemq; medialem continentes quarum longior sit potentior breuiori in quadrato lineæ non secum cõmensurabilis, sed solum sibi incommensurabilis in longitudine, illud enim facile habetur ex isto. Sint itaq; tres lineæ sumptæ secundum doctrinam 18 a,b,c, potentia tantum rationales & in ea solum cõmunicantes, sitq; a potentior b & c, quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine, & ponatur d medio loco proportionalis inter a & b ut docet 9 sexti, & sit d ad e sicut a ad c, dico duas lineas d & e esse quales inquirimus. Cum sit enĩ quadratũ lineæ d æquale superficiei quæ continetur sub a & b per primam partem 16 sexti, sitq; superficies contenta sub a & b medialis ex 19 cum a & b sint potentia tantum rationales cõmunicantes, erit ex eadem linea d medialis. At quia a ad c sicut d ad e, communicat autem a cum c in potẽtia tantum ex hypothesi, sequitur ex 10 ut e quoq; communicet cum d in potentia tantum. Itaq; per 21 erit e linea medialis. Et etiam quia a est potentior c, quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine, erit quoq; per 12 d potentior e quadrato lineæ sibi incõmensurabilis in longitudine. Si igitur duæ lineæ d & e contineant superficiem medialem, constat eas esse quales inquirimus. Eas autẽ continere superficiẽ medialem, sic habetur. Cum sit ex hypothesi a ad c sicut d ad e, erit permutatim a ad d, sicut c ad e. Sed a ad d est sicut d ad b per hypothesin, itaq; d ad b sicut c ad e, igitur per primam partem 12 sexti superficies quam continent d & e, est æqualis ei quam continent c & b. Sed b & c continẽt superficiem medialem per 19, cum ipsæ sint rationales in potentia tantum communicantes ex hypothesi, itaque d & e continent

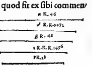
Zamb.32 superficiem medialem. Quod est propositum.



CAMPANVS. Si autẽ cura esset inuenire duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes superficiemq; medialem continentes, quarum longior esset potentior breuiori, quadrato lineæ secum cõmunicantis in longitudine, sumeremus tres lineas secundum doctrinam 17, a,b,c, potentia tantum rationales & in ea solum communicantes, & poneremus lineam a esse potentiorẽ linea c, quadrato alicuius lineæ sibi communicantis in longitudine, cætera uero manerẽt ut prius, & argumẽtatione consimili concluderemus, duas lineas d & e esse quales proponitur inquirere. Et nota quod duæ lineæ quas hæc 26 docet inuenire, componunt bimediale secundum, & minori earum abscisa de maiori, quæ reliqua est, dicitur residuum mediale secundum.

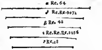
Eucli ex Zamb. Problema 9 Propositio 32

32 Inuenire duas medias potentia tantum cõmensurabiles medium comprehendentes, ut maior minore maius possit eo quod fit ex sibi commensurabili.



THEON ex Zamber. *Exponantur tres rationales potentia tantum cõmensurabiles α,β,γ, ut α (per 29 decimi) ipsa γ maius possit eo quod ex sibi cõmensurabili, & ei quidem quod sub α,β, æquum sit (per 13 & 17 sexti) quod ex δ, medium autẽ est quod sub α β, medium igitur est (per eandẽ) quod ex δ, & δ igitur media est. Ei autẽ quod sub β,γ, æquũ esto quod sub δ,ε. Et quoniã (per 1 sexti & lemma 21 decimi) sicut*

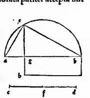
ſicut quod ſub α, β, ad id quod ſub β, γ, ſic eſt α ad γ, ſed ei quidem quod ſub α, β, æquum eſt id quod ex δ, ei autem quod ſub ζ, γ, æquū eſt id quod ſub δ, ε, eſt igitur (per 9 quinti) ſicut α ad γ, ſic quod ex δ ad id quod ſub δ, ε. Sicut autem quod ex δ ad id quod ſub δ, ε, ſic eſt δ ad ε, & ſicut igitur (per 11 quinti) α ad γ, ſic δ ad ε. Cōmenſurabilis autem eſt α ipſi γ potentia tantum, commenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) & δ ipſi ε potentia tantum. Media autem eſt δ, media igitur (per 22 decimi) eſt & ε. Et quoniam eſt ſicut α ad γ, ſic eſt δ ad ε, & α quàm γ maius poteſt eo quod ex ſibi cōmenſurabili, & δ igitur quàm ε maius poterit eo quod ex ſibi commenſurabili (per 14 decimi.) Dico inſuper quod comprehenſum ſub δ, ε, medium eſt. Quoniam enim æquum eſt quod ſub ζ, γ, ei quod ſub δ, ε, medium autem quod ſub ζ, γ, medium igitur (per correlarium 22) & quod ſub δ, ε. Inuentæ ſunt igitur duæ mediæ potentia tantum commenſurabiles δ, ε, medium comprehendentes, ut maior minore maius poſſit eo quod ex ſibi cōmenſurabili. Similiter iam rurſus oſtendetur & id quod ex incommenſurabili, quando α ipſa γ maius poterit eo quod ex ſibi incommenſurabili, quod facere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 27

27 DVas lineas potentialiter incommenſurabiles ſuperficiemq́ medialem continētes, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint rationale, inuenire.

CAMPANVS. Propoſitum eſt inuenire duas lineas incommenſurabiles tam in potentia ꝙ̄ in longitudine, quæ contineant ſuperficiem medialem, & quadrata ambarum pariter accepta faciant ſuperficiem rationalem. Ad hæc autem ſumo per 18, duas lineas a b & c d potētia tantum rationales cōmunicantes, quarū longior quæ ſit a b, ſit potētior c d, quadrato alicuius lineæ ſecum incōmenſurabilis in longitudine. Et ſuper lineam a b deſcribo ſemicirculū a e b. Et diuido lineam c d per æqualia ad punctum f. Et diuido lineam a b ad punctum g, ita quod linea e f cadat in medio loco proportionalis inter a g & g b, & qualiter hoc fiat, in 15 dictum eſt. Et pono ꝙ ſuperficies b h fiat ex a g in g b, eritq́ ex prima parte 16 ſexti, quadratū c f, æquale ſuperficiei b h. Et quia quadratū c f eſt æquale quartæ parti quadrati c d ex quarta ſecūdi, & quia ſuperficiei b h deeſt ad complendam lineam a b, ſuperficies quadrata cum a g ſit æqualis g h, & quia linea a b potētior eſt linea c d, quadrato lineæ ſibi incōmenſurabilis in longitudine ex hypotheſi, erit ex ſecunda parte 14 linea a g incōmenſurabilis lineæ g b. Educo igitur à puncto g perpendicularrem ſuper lineam a b uſq; ad circumferentiam ſemicirculi, quæ ſit g e, & protraho lineas a e & e b. Quas dico eſſe quales quærimus, erit enim e g æqualis c f, eo quod utraq; cadit medio loco proportionalis inter a g & g b, prima quidem per primā partem correlarij 8 ſexti, ſecunda uero per hypotheſin, propter quod, quadratum utriuſq; earum per primam partem 16 ſexti eſt æquale ſuperficiei a g in g b, quæ eſt b h, ipſæ igitur ſunt æquales. At quia per quartā ſexti propoſitio a e ad e b eſt ſicut a g ad g e, ſunt autem a g & g e & g b cōtinue proportionales, erit a e ad e b duplicata, ſicut a g ad g b, quare per 18 ſexti, erit quadratū lineæ a e ad quadratū lineæ e b, ſicut a g ad g b. Cum ſit igitur a g incōmunicans g b, erit per ſecūdam partem 10 quadratū a e incōmunicans quadrato e b, quare duæ lineæ a e & e b ſunt incōmenſurabiles in potentia. Et quia per penultimam primi quadratū a b eſt æquale quadratis duarū linearū a e & e b pariter acceptis, quadratū autem a b eſt rationale cum a b ſit rationalis in potentia per hypotheſin, erunt quoq; quadrata duarū linearū a e & e b pariter accepta, rationale. Si uero hæ duæ lineæ continent ſuperficiē medialem, habitū eſt propoſitū. Erat autē c d rationalis in potentia & in ea tantum cōmunicans lineæ a b, quare & c f, & ideo etiam g e ſibi æqualis erit potentia rationalis, & tantum in eadem cōmunicans cum a b, itaq; per 19 ſuperficies a b in g e eſt medialis. Quia igitur per 4 ſexti & per primā partem 15 eiuſdem ſuperficies a e in e b eſt ſuperficiei a b in g e æqualis, conſtat duas lineas a e & e b, eſſe quales uolumus.

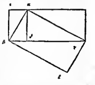


Et nota ꝙ duæ lineæ quas docet hæc 27 inuenire, componunt lineam maiorem, & minori earum abſciſa de maiori, quæ reliqua eſt, dicitur linea minor.

THEON

THEON Lemma.

THEON ex Zamberio. *Esto triangulum rectangulum αβγ, rectum habens qui sub βαγ, excitetur'q;* (per 11 primi) perpendicularis αδ. Dico quod sub γβ & βδ, æquum est ei quod ex βα, quod uero sub βγ, γδ, ei quod sub γα: quod autem sub δβ & δγ, æquum est ei quod ex αδ: & insuper id quod sub βγ, αδ, æquum est ei quod sub βα & αγ. In primis'q; quod id quod sub γβ & βδ æquum est ei quod ex αβ. Quoniam enim in rectangulo triangulo βαγ, ab angulo recto in basin, perpendicularis ducta est αδ, igitur (per 8 sexti) triangulũ αβδ & αδγ, similia sunt toti αβγ, & sibi inuicem. Et quoniam triangulum αβγ simile est triangulo αδε, est igitur sicut γβ ad βα, sic est αβ ad βδ. Igitur quod sub γδ & βδ, æquum est ei quod ex αβ. Id propterea iam quod sub βγ & γδ, æquum est ei quod ex αγ. Et quoniam si in rectangulo triangulo ab angulo recto in basin perpendicularis excitetur, excitata basis segmentorum media proportionalis est (per correlarium 8 sexti) est igitur sicut βδ ad δα, sic est αδ ad δγ. Igitur (per 17 sexti) quod sub βδ, δγ, æquum est ei quod ex δγ. Dico autem quod & id quod sub βγ & αδ, æquum est ei quod sub βα & αγ. Quoniã enim, ut diximus, αεγ simile est ipsi αγδ, est igitur sicut βγ ad αγ, sic βα ad αδ. Si fuerint autem quatuor rectæ lineæ proportionales, quod sub extremis (per 16 sexti) æquum est ei quod sub medijs, quod igitur sub βγ, αδ, æquum est ei quod sub βα, αγ. Vel etiam quando describemus εγ rectangulum parallelogrammum complebimus'q; αζ, æquum erit (per 41 primi) εγ ipsi αζ, utrunque enim eorum, ipsius αβγ trianguli duplum est, est'q; quod ex βα, αγ, id quod sub βγ, αδ, ipsum autem αζ est id quod sub βα & αγ. Quod igitur sub βγ, αδ, æquum est ei quod sub βα & αγ.



Eucli. ex Zamb. Problema 10 Propositio 35

33 Inuenire binas rectas lineas potentia incõmensurabiles, conficiẽtes conflatum ex quadratis quæ ab ipsis rationale, quod uero sub ipsis medium.

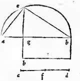
THEON ex Zamberio. Exponantur (per 30 decimi) binæ rationales potentia tantum commensurabiles αβ, βγ, ut maior αβ minore βγ maius possit eo quod ex sibi incommensurabili. Secetur'q; (per 10 primi) βγ bifariam in δ, & ei quod ex altera ipsarum βδ, δγ, (per 16 sexti) æquum ad ipsam αβ comparetur parallelogrammũ deficiens forma quadrata, sit'q; quod sub αε, εβ. Describatur'q; super αβ semicirculus αζβ, excitetur'q; (per 11 primi) ipsi αβ ad angulos rectos εζ, connectantur'q; αζ & ζβ. Et quoniam binæ rectæ lineæ sunt inæquales αβ, βγ, & αβ ipsa βγ maius potest eo quod a sibi incommensurabili, quartæ autem parti illius quod ab ipsa βγ minore, hoc est quod ab eius dimidio, æquum ad ipsam αβ parallelogrammum comparatum est deficiens forma quadrata, efficit'q; id quod sub αε, εϵ, incommensurabilis igitur est (per secundam partem 18 decimi) αε ipsi εϵ. Est'q; sicut αε ad εϵ, sic quod sub αβ & ϵε. Ei autem quod sub ϵα, & αε, æquum est id quod ex αζ. Quod autem sub αβ & ϵε (per lemma præcedentis) ei quod ex βζ est æquale. Incommensurabile igitur est quod ex αζ, ei quod ex ϵζ. Ipsæ igitur αζ, ζϵ, potentia sunt incommensurabiles. Et quoniam αϵ rationalis est, rationale igitur est (per 7 diffinitionem decimi) quod ex αϵ, quare & compositum ex eis quæ ex αζ, ζϵ, rationale est. Et quoniam rursus quod sub αε, εϵ, æquum est (per lemma præcedentis) ei quod ex εζ, supponitur autem id quod sub αε, εϵ, ipsi quod ex ϵδ æquale, æqualis igitur est ζε ipsi ϵδ. Dupla igitur est ϵγ, ipsius ζε. Quare & quod sub αϵ, ϵγ, duplum est eius quod sub αβ, εζ, medium autem est quod sub αϵ, ϵγ, medium igitur & id quod sub αβ, εζ, æquum autem est quod sub αϵ, εζ, ei quod sub αζ, ζϵ, medium igitur & quod sub αζ, ζβ, patuit uero quod & rationale compositum ex eis quæ ab ipsis quadrata. Inuentæ igitur sunt binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles αζ, ζβ, efficienter compositum ex eis quæ ab ipsis sunt quadratis rationale, & quod sub ipsis medium, quod erat agendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 28

25 DVas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemq; rationalem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale, inuenire.

CAMPANVS. Sit hic prorsus eadem dispositio quæ prius in præmissa. Sint autem duæ

duæ lineæ a b & c d. quales proponit 25, eruntque simili argumentatione præmissæ duæ lineæ a e & e b, quales hæc 15 proponit. Cum sit enim a b linea medialis, erit eius quadratum mediale per 19, & ideo quadrata duarum linearum a e & e b, sunt mediale per penultimam primi. Et quia a b in c d continet superficiem rationalem, sequitur etiam ut a b in c f. & ideo in g e sibi æqualem, contineat superficiem rationalem, itaque & a e in e b. Patet ergo quod quæritur. Vnde duæ lineæ quas hæc 25 docet inuenire, componunt lineam potentem in rationale & mediale, & minori earum abscisa de maiori, quæ reliqua est, dicitur linea quæ iuncta cum rationali componit totum mediale.



Eucli. ex Zamb. Problema 11 Propositio 34

34 Binas rectas lineas potentia incommensurabiles efficientes compositum ex ijs quæ ab ipsis sunt quadrata medium, quod uero sub ipsis rationale, comperire.

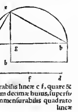
THEON ex Zamberto. *Exponantur binæ mediæ potentia tantum commensurabiles αβ, βγ, rationale comprehendentes quod sub ipsis, ut αε, ipsa εγ maius possit eo quod α sibi incommensurabili. Describaturque super ipsa αβ, semicirculus αδβ, seceturque (per 10 primi) εγ, bifariam in ι, compareturque (per 28 sexti) ad ipsam αε, ei quod ex ει æquum parallelogrammū forma deficiens α quadrata, sitque quod sub αζ, ζβ. Incommensurabilis igitur est αζ ipsi ζβ longitudine. Excitetur que (per 11 primi) ab ζ, ipsi αε ad angulos rectos ζδ, connectanturque ipsæ αδ & δβ. Quoniam igitur incommensurabilis est αζ ipsi ζε, incommensurabile est igitur & quod sub εα & αζ, ei quod sub αε & εζ. Aequale autem est id quod sub βα & αζ, ei quod ex αδ, quod autem sub αε, εζ, ei quod ex δε, incommensurabile igitur est & id quod ex αδ, ei quod ex δε. Et quoniam medium est quod fit ex αε, medium igitur est & compositum ex eis quæ ex αδ, δε. Et quoniam dupla est βγ ipsius δζ, duplum igitur est quod sub αε, εγ, eius quod sub αε, ζδ. Rationale autem est quod sub αε, εγ, supponitur enim: rationale igitur & quod sub αε, ζδ, Et autem quod sub αε, ζδ, æquum est (per lemma 32 decimi) quod sub αδ, δε. Quare & quod sub αδ, δε, rationale est. Inuentæ sunt igitur binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles αδ, δε, efficientes compositum ex eis quæ ab ipsis sunt quadratis medium, quod uero sub ipsis rationale. Quod facere oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 29

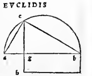
29 DVas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemque medialem continentes, quarum quadrata ambo pariter accepta sint mediale, duplo superficiei unius in alteram incommensurabile, inuenire.

CAMPANVS. Huius quoque dispositio, a duarū præmissarū dispositione non sit in quoquam diuersa. Sint autem lineæ duæ a b & c d, quales 26 proponit, eruntque præmissa argumentatione duæ lineæ a e & e b, quas inquirimus. Cum enim a b sit linea medialis, erūt quadrata duarum linearum a e & e b pariter accepta mediale, at cum a b & c d cōtineant superficiem medialem, sequitur ut e b in e f, & ideo in e g sibi æqualē, contineat quoque superficiem medialem, omnis enim superficies mediali cōmunicans, medialis esse conuincitur, quemadmodū in 21 monstratum est: superficies igitur a e in e b medialis est, cum ipsa sit æqualis superficiei a b in g e. Quia uero linea a b est incōmensurabilis lineæ c d, erit etiam incōmensurabilis lineæ c f, quare & lineæ e g. Quare per primam partem sexti & secundam partem decimæ huius, superficies a b in e g quæ est æqualis superficiei a e in e b, erit incommensurabilis quadrato

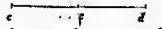
lineæ



lineæ a b, itaq; & quadratis duarum linearum a c & c b pariter acceptis. Quod cum ita sit, sequitur quoque ut duplum superficiei a c in c b sit incommensurabile quadratis prædictis duarum linearum a c & c b pariter acceptis. Et hoc erat demonstrandum. Duæ lineæ quas hæc 29 docet inuenire, componunt lineam potentem in in duo medialia, & minori earum abscisa de maiori, quæ reliqua est, dicitur linea quæ iuncta cum mediali facit totum mediale.

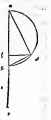


Eucli. ex Zamb. *Problema 11* *Propositio 35*



35 Competire binas rectas lineas potentia incõmensurabiles, efficientes cõpositum ex earum quadratis medium, & quod sub ipsis medium, & insuper incõmensurabile composito ex earum quadratis.

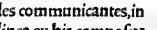
THEON *ex Zamberto. Exponantur (per 28 decimi) binæ mediæ potentia tantum incõmensurabiles α β, β γ, medium comprehendentes, ut α β ipsa β γ maius possit eo quod ex sibi incommensurabili. Describaturq; super α β, semicirculus α δ β, & reliqua fiant quemadmodum in superioribus. Et quoniam (per secundam partem 18) incommensurabilis est α ζ ipsi ζ β longitudine, incommensurabilis est (per 11 decimi) & α δ ipsi δ β potentia. Et quoniam quod ex α β medium est, medium igitur est & compositum ex ijs quæ ex α δ, δ β. Et quoniam quod sub α ζ, ζ β, æquum est ei quod ex utraque ipsarum β ε, δ ζ, æqualis igitur est β ε ipsi δ ζ. Dupla igitur est β γ ipsius ζ δ, quare & quod sub α β, β γ, duplum est eius quod sub α β, ζ δ. Medium autem quod sub α β, β γ, medium igitur & quod sub α β, ζ δ, æquumq; est ei quod sub α δ, δ β, medium igitur est (per correlarium 23 decimi & per lemma primum decimi) quod sub α δ, δ β. Et quoniam incommensurabilis est α β ipsi β γ longitudine, commensurabilis autem est β γ ipsi β ε, incõmensurabilis igitur est (per 13 decimi) & α β ipsi β ε longitudine. Quare & quod ex α β, ei quod sub α β, β ε, incommensurabile est. Sed ei quidem quod ex α β æqualia sunt quæ ex α δ, δ β, (per 47 primi,) ei autem quod sub α β, β ε, æquum est id quod sub α β, ζ δ, hoc est quod sub α δ, δ β, incommensurabile igitur est compositum ex ijs quæ ex α δ, δ β, ei quod sub α δ, δ β. Inuentæ igitur sunt binæ rectæ lineæ α δ, δ β, potentia incommensurabiles, efficientes compositum ex earum quadratis medium, & quod sub ipsis medium, & insuper composito ex earum quadratis incommensurabile. Quod fecisse oportuit.*



Eucli. ex Camp. *Propositio 30*

30 SI duæ lineæ potentialiter tantum rationales communicantes, in longum directumq; coniungantur, tota linea ex his composita erit irrationalis, diceturq; binomium.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c in continuum directumq; cõiunctæ rationales in potentia tantum communicantes, quas per 17 & 18 reperies, dico totam lineam a c ex eis compositam esse irrationalem, & ipsa uocatur binomium. Est enim per quartam secundi quadratum a c æquale quadratis duarum linearum a b & b c & duplo superficiei unius earum in alteram, quadrata autem ambarum faciunt superficiem rationalem ex hypothesi, duplum uero superficiei unius earum in alteram facit superficiem medialem ex decimanona, itaq; quadrata ambarum pariter acceptarum faciunt superficiem incommensurabilem duplo superficiei unius earum in alteram, erit igitur ex 9 quadratum a c incõmensurabile duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, quare irrationale per diffinitionem, cum duo illa quadrata faciãt superficiem rationalem, ideoq; suum latus tetragonicũ quod est a c, irrationale quoq; per diffinitionem, constat ergo propositum.

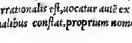


Eucli. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propositio 36*

36 Si binæ rationales potentia tantum commensurabiles compositæ fuerint, tota irrationalis est, uoceturq; ex binis nominibus

THEON *ex Zamberto. Componantur enim binæ rationales potentia tantum commensurabiles, α β, β γ. Dico*

Dico quod α γ, irrationalis est. Quoniam enim incommensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine, potentia enim tãtum sunt commensurabiles, sicut autem α β ad β γ, sic (per lemma 21 decimi,) quod sub α β, β γ, ad id quod ex δ γ. incommensurabile (per 11 decimi) igitur est quod sub α β, δ γ, ei quod ex β γ, sed ei quod sub α δ, δ γ, commẽsurabile quidẽ est quod bis sub α δ, β γ. Ei autem quod ex δ γ, commensurabilia sunt quæ ex α β, β γ. Quare & quod bis sub α β, β γ, eis quæ ex α δ, δ γ, incõmẽsurabile est, cõponẽdoq; (per 4 secũdi quod bis sub α δ, δ γ, una cũ eis quæ ex α δ, δ γ, hoc ex quod est α γ, incommẽsurabile est composito ex ijs quæ ex α δ, δ γ rationale autem est compositum ex ijs quæ ex α δ, δ γ: irrationale igitur est (per diffinitionem decimi,) quod ex α γ. Quare & α γ irrationalis est, uocatur autẽ ex binis nominibus. Vocauit sane ipsam ex binis nominibus, eo quia ipsa ex binis rationalibus constat, proprium nomen appellans, rationale quatenus rationale. Quod fecisse oportuit.

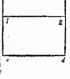


Eucli. ex Camp. Propositio 31

31 **SI duæ lineæ mediales potentia tantũ communicantes superficiém que rationalem continẽtes, directe coniungãtur, tota linea ex his composita erit irrationalis, diceturq; bimediale primum.**

CAMPANVS Sint duæ lineæ a b & b c, in continuum directumque coniunctæ quales proponuntur, quas per 24 & 2. reperies, dico totam lineam a c esse irrationalem, & ipsa uocatur bimediale primum. Est enim duplum superficiei a b in b c rationale per hypothesin, duoq; quadrata duarũ linearũ a b & b c pariter accepta faciunt mediale, cum utrũq; quadratum sit mediale per hypothesin, & unum eorũ cõmunicans alij, duplum igitur superficiei unius earum in alteram est incommunicans duobus quadratis pariter acceptis, totũ ergo aggregatũ ex duplo superficiei & duobus quadratis (& ipsum est quadratũ totius a c per 4 secundi) est incommensurabile duplo superficiei unius earũ in alteram per 9 huius. Cũ itaque duplum superficiei sit rationale, erit quadratum a c irrationale, ideoq; & linea a c quod est propositum.

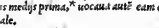
IDEM aliter. Sit linea d e, rationalis in longitudine, cui adiũgatur superficies d f, æqualis duobus quadratis duarũ linearum a b & b c, eritq; superficies hæc d f medialis. cũ utrunque quadratum sit mediale per hypothesin, & unũ eorũ communicans alij quare per 20 linea d g, est rationalis in potentia tantum, non cõmunicãs in longitudine lineæ d e. Rursus ad lineam f g. quæ est æqualis d e, adiungatur superficies f h æqualis duplo superficiei a b in b c, eritq; f h rationalis per hypothesin, quare per 16 linea g h erit rationalis in lõgitudine: duæ itaque lineæ d g & g h sunt potentialiter rationales, & in ea tãtum communicantes, ergo per 30 tota ex eis composita quæ est d h, est binomiũ & irrationalis, quare per 16 a destructione consequentis superficies e h est irrationalis. At quia per 4 secũdi latus eius tetragonicũ est linea a c, ipsa erit irrationalis per diffinitionem, quod oportuit demonstrare.



Eucli ex Zamb. Theorema 25 Propositio 37

37 **Si binæ mediæ potentia tantum commensurabiles compositæ fuerint rationale comprehendentes, tota irrationalis est, uocatur autẽ ex binis prima medijs.**

THEON ex Zãb. *Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commensurabiles α δ, β γ, rationale cõprehendentes. Dico quod α γ irrationalis est. Quoniam enim incommensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine, & quæ ex α β, β γ, igitur sunt incommensurabilia ut quod bis sub α δ, β γ. Componendo igitur quæ ex α δ, δ γ, una cum eo quod bis sub α β, δ γ, hoc est illud quod ex α γ, incommensurabile est ei quod sub α δ, δ γ. Supponuntur autem ipsæ α δ, δ γ, rationale comprehendentes irrationale igitur est id quod ex α γ, irrat. õalis igitur est α γ, uocatur sane ex binis medijs prima,* uocauit autẽ eam ex binis medijs primam, quoniam rationale comprehendit, & conterit rationale.* Græcus non habet



62 Eucl. ex Camp. Propositio 32

SI duæ lineæ mediales potentialiter tantum communicantes superficiemq; medialem continentes directe coniungantur, tota

A linea

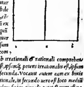
linea erit irrationalis diceturq́ bimediale secundum.

CAMPANVS Sint duæ lineæ a b & b c in continuũ directũq́ coniunctæ ut proponi tur, quas per 26 contingit reperiri, dico totã a c ex eis cõpositam esse irrationalẽ & ipsa uocatur bimediale secundũ. Esto enim linea d e rationalis in longitudine, cui adiũgatur superficies d f æqualis duobus quadratis duarum linearũ a b & b c pariter acceptis. Et quia ex hypothesi duo illa quadrata sunt communicantia, & utrũque mediale erit superficies d f medialis, quare per 20 linea d g quæ est eius latus secundum, est rationalis in potẽtia tãtũ, & lineæ d e incõmẽsurabilis in lõgitudine. Rursus adiũgatur ad lineã g f quæ est æqualis lineæ d e, superficies f h æqualis duplo superficiei a b in b c, eritq́ etiã superficies f h medialis, erat enim per hypothesin superficies a b in b c medialis, ergo duplũ eius cui est æqualis f h erit mediale, per 20 igitur est linea g h, rationalis in potẽtia tantũ & incommensurabilis in longitudine lineæ g f. Quia uero a b & b c sunt potentialiter tantum communicantes, erit per primam sexti & per secundam partem 10 huius superficies unius in alteram, incommensurabilis quadrato utriusq́. At quia quadrata earum communicant per hypothesin, erit dicta superficies, quare & duplum eius, incommunicans duobus quadratis earũ pariter acceptis, duæ ergo superficies d f & f h sunt incõmunicantes. per primam itaque sexti & secũdam partẽ 10 huius erit linea d g incommensurabilis lineæ g h, quæ cum sint rationales in potẽtia, erit per 50 tota linea d h binomiũ & irrationalis. Et quia latus eius tetragonicum per 4 secundi est linea c, sequitur per diffinitionem quod linea a c sit irrationalis, quod propositũ erat ostendere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 26 Propositio 38

38 Si binæ mediæ potentia tantum commensurabiles compositæ fuerint medium comprehendentes, tota irrationalis est, uocatur autem ex binis secunda medijs.

THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commensurabiles α β, β γ, medium comprehendentes. Dico quod irrationalis est α γ. Exponatur rationalis δ ι, ei autem quod ex α γ, (per 44 primi.) æquum ad ipsam δ ι comparetur δ ζ, latitudinem efficiens δ η. Et quoniam quod ex α γ, æquum est & eis quæ ex α β, β γ, & ei quod bis sub α β, β γ. quod autem ex α γ, æquum est ipsi δ ζ. igitur & δ ζ, æquum est & eis quæ ex α β, β γ, & eis quod bis sub α β, β γ. Comparetur (per eandem) iam eis quæ ex α β, β γ, ad ipsam δ ι, æquum ipsum ε, reliquum igitur ε ζ æquum est ei quod bis sub α β, β γ. Et quoniam media est utraque ipsarum α β, β γ, media igitur sunt & ea quæ ex α β, β γ, medium autem supponitur quod bis sub α β, β γ, eis autem quæ ex α β, β γ, æquum est ι θ, et uero quod bis sub α β, β γ, æquum est ζ θ, medium igitur est utrunque ipsorum ι θ, ζ θ, & ad rationalem δ ι, comparata sunt. Rationalis igitur est utraque ipsarum δ θ, θ κ, & ipsi δ ι, longitudine incommensurabilis. Et quoniam incommensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine. Estq́ sicut α β ad β γ, sic quod ex α β ad id quod sub α β, β γ, incommensurabile igitur est ei quod ex α β, id quod sub α β, β γ, at ei quidem quod ex α β commensurabile est compositum ex ijs quæ ex α β, β γ, sunt quadrata, ei uero quod sub α β, β γ, commensurabile est id quod bis sub α β, β γ. Incõmensurabile igitur est compositũ ex ijs quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ, Sed eis quidem quæ ex α β, β γ. æquũ est ι θ, ei autem quod bis sub α β, β γ, æquum est ζ θ, incommensurabile igitur ζ θ, ipsi θ ι. Quare & δ θ, ipsi θ κ, est incommensurabilis longitudine. Ostensum est autem quod rationales, ipsæ igitur δ θ, θ κ, rationales sunt potentia tantũ commensurabiles. Quare δ κ irrationalis est, rationalis autem δ ι. Quod autem sub irrationali & rationali comprehensum rectangulũ, irrationale est (per 22 decimi.) Igitur area δ ζ, irrationalis est, ipsamq́ potens irrationalis est, ipsum autem δ ζ ipsa α γ, potest, irrationalis igitur est α γ, uocaturq́ ex binis medijs secunda. Vocant autem eam ex binis medijs secundam, quoniam medium comprehendit quod sub ipsis, & non rationale, in secundo uero est loco mediũ rationale. Quod autem sub rationali & irrationali comprehensum rectangulum sit irrationale, patet si enim est rationale, comparatumq́ est ad rationalem, erit aliud latus rationale, sed & irrationale, quod est absurdũ. Quod igitur sub rationali & irrationale est. Quod ostendere oportuit.*

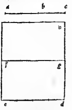


Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 33

CVm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incommensurabiles superficiemq; medialem continentes, quarũ ambo quadrata pariter accepta sint rationale, tota linea erit irrationalis, dicetur q; linea maior.

CAMPANVS Sint duæ lineæ a b & b c sibi in continuumq; coniunctæ sicut proponitur, quas contingit ex 37 reperire. Dico a c ex eis compositam esse lineam irrationalem, & ipsa uocatur linea maior. Cum enim ambo quadrata pariter accepta sint rationale, superficies uero alterius in alteram (quare & eius duplum) medialis per hypothesin, erit totũ ex duobus quadratis pariter acceptis incõmunicans duplo superficiei unius in alteram, itaque totum aggregatum ex duobus quadratis & duplo superficiei (& ipsum est æquale quadrato a c (per 4 secundi) erit per 9 huius incõmẽsurabile duobus quadratis a b & b c pariter acceptis. Per diffinitionẽ ergo est quadratum lineæ a c irrationale, & linea a c irrationalis, quod est propositum.

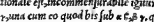


IDEM aliter. Sicut præmissis ad lineam d e quæ sit rationalis in longitudine, adiungatur superficies d f, quæ sit æqualis duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, eritq; rationalis per hypothesin, quare per 16 latus eius secundum quod est d g, erit etiam rationale in longitudine & communicans lineæ d e. Rursus ad lineã f g adiungatur superficies f h æqualis duplo superficiei a b in b c, eritq; medialis per hypothesin. quare per 20 linea g h quæ est eius latus secundum est rationalis in potentia tantum: per 30 igitur est linea d h binomiũ & irrationalis, ideoq; per 16 à destructione consequentis superficies e h est irrationalis, quare latus eius tetragonicũ quod per 4 secundi est a c, est irrationale per diffinitionem. quod uolumus ostendere.

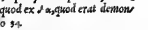
Eucl. ex Zamb. Theorema 27 Propositio 39

39 Si binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles compositæ fuerint cõficientes compositum ex quadratis quæ ab ipsis rationale, quod autem sub ipsis medium, tota recta linea irrationalis est, uocatur autem maior.

THEON ex Zamb. Cõponantur enim binæ rectæ lineæ potentia incommẽsurabiles α β, β γ, efficientes ea quæ proposita sunt. Dico quod α γ, irrationalis est. Quoniam enim (per hypothesin quod sub α β, β γ, medium est, & quod bis igitur sub α β, β γ, medium est. Compositum uero ex ijs quæ ex α β, β γ, rationale est, incommensurabile igitur est quod bis sub α β, β γ, composito ex ijs quæ ex α β, β γ. Quare & quæ ex α β, β γ, una cum eo quod bis sub α β, β γ, quod est id quod ex α γ, incommensurabile est composito ex ijs quæ ex α β, β γ. Rationale autẽ est compositum ex ijs quæ ex α β, β γ. Irrationale igitur est quod ex α γ. Quare & α γ irrationalis est. Vocatur autem maior. Vocauit autem ipsam maiorem, tum quia quæ ex α β, β γ, rationalia maiora sunt eo quod bis sub α β, β γ, medio, tum quod conueniat ab ipsorum rationalium proprietate imponere nomen.



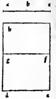
Quod autem quæ ex α β, β γ, maiora sint eo quod bis sub α β, β γ, sic ostendendum est. Manifestum quidem est quod inæquales sunt ipsæ α β, β γ, si enim æquales essent, æqualia quoque essent (per 7 secundi,) & quæ ex α β, β γ, et quod bis sub α β, β γ, esset quoque id quod sub α β, β γ, rationale. Quod non supponitur, inæquales igitur sunt ipsæ α β, β γ. Supponatur maior α β, ponaturq; ipsi β γ, æqualis β δ. Quæ igitur ex α β, β δ, æqualia sunt ei quod bis sub α β, β δ, & ei quod bis sub α β, β δ & ei quod ex α δ, æqualis autem est δ β, ipsi β γ. Quæ igitur ex α β, β γ, æqua sunt ei quod bis sub α β, β γ, & ei quod ex α δ. Quare quæ ex α β, β γ, maiora sunt eo quod bis sub α β, β γ, eo quod ex δ α, quod erat demonstrandum.



Eucli. ex Camp. Propositio 34.

34 CVm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incommensurabiles superficiemq; rationalem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale, tota linea erit irrationalis, diceturq; potens in rationale & mediale.

CAMPANVS Sint ut in præmissis duæ lineæ a b & b c in continuũ directumq́ coniũctæ quales proponitur. & ipsæ sunt ex 25 sumendæ. Dico quod tota linea a c ex eis composita erit irrationalis, & illa uocatur linea potens in rationale & mediale. Cum sit enim superficies a b in b c rationalis per hypothesin, ideoque & duplũ eius, ac ambo quadrata pariter accepta sint mediale, sequitur per 4 secundi & 9 huius quemadmodum in præmissis, quod quadratum totius a c sit incommunicãs duplo superficiei a b in b c, per diffinitionẽ igitur ipsum est irrationale, & linea a c irrationalis, quod est propositum.

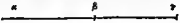


IDEM alter. Sit ut in præmissis linea d e rationalis in longitudine, superficiesq́ d f sibi adiuncta æqualis duobus quadratis pariter acceptis duarum linearum a b & b c, eritq́ medialis per hypothesin, per 20 igitur erit linea d g rationalis in potentia tantũ non cõmunicans in longitudine lineæ d e. Sitq́ superficies f h adiuncta ad lineã g f, æqualis duplo superficiei a b in b c, eritque rationalis per hypothesin, & ideo per 16 latus eius secundum, quod est g b, rationale in longitudine, quare per 30 linea d h est binomiũ & irrationalis, & superficies e h per 16 a destructione cõsequentis est irrationalis. Cum itaque linea a c sit eius latus tetragonicum per 4 secũdi, sequitur ut a c sit irrationalis per diffinitionẽ constat ergo propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propositio 40

40 Si binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles compositæ fuerint efficientes compositum quidem ex earum quadratis medium, quod uero sub ipsis rationale, tota recta linea irrationalis est, uocatur autem rationale mediumq́ potens.

THEON ex Zãb. Componantur enim binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles α β, β γ, efficientes præcedentia. Dico quod irrationalis est α γ. Quoniam enim compositum ex ijs quæ ex α β, β γ, mediũ est, quod uero bis sub α β, β γ, rationale, incommensurabile igitur est compositum ex ijs quæ ex α β, β γ, et quod bis sub α β, β γ. Quare & componendo (per 16 decimi & 4 secundi,) quod ex α γ, incommensurabile est ei quod bis sub α β, β γ. Rationale autem est quod sub α β, β γ, irrationale igitur est quod ex α γ. Irrationalis igitur est α γ. Vocatur autem rationale mediumq́ potens. Rationale autem & medium potentẽ eam appellauit, eo quia binas potest areas unã quidem rationalem, alteram uero mediam, ac propter rationalis præexistentiam, primam rationalem appellauit, quod erat ostendendum.



Eucl. ex Camp. Propositio 35

35 CVm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incommensurabiles superficiemq́ medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale duplo superficiei unius in alteram incommensurabile, tota linea erit irrationalis, diceturq́ potens in duo medialia.

CAMPANVS Sint quoque duæ lineæ hic a b & b c in continuũ directũq́ cõiunctæ ut proponitur, quæ ex 29 sumendæ sunt. Dico quod linea a c ex eis composita est irratiõalis ac ipsa dicitur, potens in duo medialia. Adiũgatur enim ad lineam d e quæ sit rationalis in longitudine, superficies d f æqualis duobus quadratis duarũ linearum a b & b c pariter acceptis, eritq́ medialis per hypothesin, quare per 20 linea d g erit rationalis in potentia tantũ, & incommensurabilis d e lineæ rationali in longitudine. Rursus ad lineam g f quæ est æqualis d e, adiungatur superficies f h quæ sit æqualis duplo superficiei unius in alteram, erit etiã ex hypothesi medialis, quare per 20 linea g h, erit rationalis in potentia tantum. At quia per hypothesin ambo quadrata pariter accepta sunt incõmẽsurabile duplo superficiei unius in alteram, sequitur ut d f sit incõmensurabilis f h, quare per primam sexti & 2 partem 10 huius, linea d g est incommẽsurabilis g h, per 30 igitur est linea d h, binomium & irrationalis,

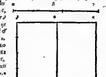
itaq́

itaque superficies e est irrationalis, & eius latus tetragonicum quod est a c, ut in præmissis, quare constat propositum. Si autem duplū superficiei a b in b c non esset incommensurabile ambobus quadratis pariter acceptis, esset rationalis in potentia tantum incōmensurabilis in longitudine lineæ d e, per 19 igitur esset superficies e h medialis, eiusque latus tetragonicum quod est a c, linea medialis.

Eucli ex Zamb. Theorema 29 Propositio 41

41 Si binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles compositæ fuerint, efficientes compositum ex earum quadratis mediū, quod uero sub ipsis medium, & insuper incommēsurabile composito ex earum quadratis tota recta linea irrationalis est, uocatur autem bina potēs media.

THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ rectæ lineæ potētia incōmēsurabiles α β, β γ, efficientes cōpositū ex ijs quæ ex α β, β γ, mediū, quodq; sub ipsis α β, β γ, mediū, & insuper incōmensurabile cōposito ex ijs quæ ex α β, β γ, quadratis. Dico quod α γ irrationalis est. Exponatur rationalis δ ι, cōpareturq; (per 44 primi, ad ipsam δ ι, ipsis quidem quæ ex α β, β γ, æquum δ ζ, ei uero quod bis sub α β, β γ, æquum η θ. totum igitur δ θ æquum est ei quod ex α γ quadrato. Et quoniam compositum ex ijs quæ ex α β, β γ, medium est, ac est æquale ipsi δ ζ, medium igitur est & δ ζ, & ad ipsam δ ι rationalem comparatur, rationalis igitur est δ η, & ipsi δ ι, longitudine incōmensurabilis. Ac (per 23 decimi) η κ, rationalis est & ipsi η ζ, incommensurabilis, hoc est ipsi δ ι longitudine. Et quoniam incommensurabilia sunt quæ ex α β, β γ, et quod bis sub α β, β γ, incommensurabile est δ ζ ipsi η θ, quare & δ η ipsi η κ, (per 1 sexti & 11 decimi,) incōmensurabilis est suntq; rationales, ipsæ igitur δ η, η κ rationales sunt, potentia tātum commensurabiles. Irrationalis igitur est δ κ, (per 36 decimi,) appellata ex binis nominibus. Rationalis autem δ ι, irrationale igitur est δ θ, & illud potens irrationalis est, potest autem ipsum δ θ ipsa α γ, irrationalis igitur est α γ, uoceturq; bina potēs mediæ. Appellat uero ipsam bina potentem media, eo quia ipsa potest duas medias areas aliam compositam ex ijs quæ ex α β, β γ, & aliā quæ bis sub ipsis α β, β γ, quod erat ostendendum.*



CAMPANVS Vt autem facilior fiat doctrina sequentium, præmonstrāda arbitramur hoc loco duo quorum primum est.

1 Si aliqua linea per duo inæqualia diuidatur, quadratum ambarū sectionum pariter accepta tanto amplius sunt duplo superficiei unius earum in alteram, quātū est quadratum eius lineæ qua maior excedit minorem.

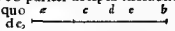
Sit enim linea a b d diuisa per duo inæqualia in puncto c, sitq; maior portio c b, de qua sumatur c d æqualis a c. Dico quod quadrata duarū linearū a c & c b sunt amplius duplo superficiei unius in alterā, in quadrato lineæ d b, nam quod fit ex a c in c b bis, cū quadratis duarū linearū a c & c b, est æquale ei quod fit ex a c in c b quater, cū quadrato d b, eo quod utraque hæc æqualia sunt quadrato lineæ a b, primū quidem per quartā secūdi, secundū uero per 8 eiusdē. Dēptis itaq; utrinq; æqualibus, uidelicet eo quod fit ex a c in c b bis erunt residua quæ sunt de primo quidem quadrata duarū linearū a c & c b, de secūdo uero quod fit ex a c in c b bis cū quadrato d b, æqualia, quare cōstat propositū. Ex hoc ergo manifestum est quod si aliqua linea per duo inæqualia diuidatur, quadrata ambarū partium pariter accepta plus sunt duplo superficiei unius earū in alterā. Et hoc est, propter quod istud præmisimus.

2 Si aliqua linea per duo inæqualia, itēque alia duo inæqualia diuidatur, quadrata magis inæqualium pariter accepta tanto sunt amplius quadratis minus inæqualium pariter acceptis, quātum est duplum quadrati illius lineæ quæ in utrasq; est sectiones, & quadruplum eius quod fit ex eadem linea in eam quæ est inter punctum sectionis minus inæqualium & pun-

 ctum

ctum quod diuidit totam lineam per æqualia.

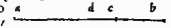
Sit linea a b diuisa per duo inæqualia in pũcto c, itemq́ per alia minus inæqualia in pũcto d, rursus per æqualia in e. Dico quod quadrata duarũ partiũ magis inæqualiũ quæ sunt a c & c b, tãtũ sunt amplius duobus quadratis duarũ linearũ minus inæqualiũ quæ sunt a d & d b, quantũ est duplũ quadrati lineæ c d & quadruplũ eius quod fit ex c d in d e. Sunt enim per 9 secundi quadrata duarũ linearũ a c & c b, pariter accepta dupla quadratis duarũ linearũ b e & e c pariter acceptis. At per eandẽ 9 secũdi quadrata duarũ linearũ a d & d b pariter accepta, dupla sunt quadratis duarũ linearũ b e & c d pariter acceptis. Itaque quadrata duarũ linearũ a c & c b pariter accepta excedunt quadrata duarũ linearũ a d & d b pariter accepta, in eo quo duplum quadrati lineæ c, excedit duplũ quadrati lineæ d e,

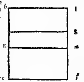


hoc autem, per 4 secũdi est duplũ quadrati lineæ c d, & quadruplum eius quod fit ex e d in d e, quare constat propositum. Ex hoc manifestũ est quod quãto fuerint sectiones alicuius lineæ magis inæquales, tãto erũt earũ quadrata pariter accepta, maiora & hoc est, propter quod istud præmisimus. *Eucl. ex Camp.* *Propositio 36*

36 IN alias duas lineas sub earum termino ex quibus coniũctum & nominatum est binomium, diuidi impossibile est.

CAMPANVS Sit a b binomiũ, eritq́ ex 36 cõposita ex duabus lineis in potẽtia tantũ rationalibus cõmunicantibus, quæ sint a c & c b. Dico quod impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub hac diffinitione uidelicet quod ipsi sint potentia tantum rationales communicãtes. Si enim potest, diuidatur in a d & d b, quæ sint potentia rationales tantũ cõmunicantes. Esto quoq́ linea e f rationalis in longitudine. cui adiũgatur superficies e g quæ sit æqualis quadratis duarum linearum a c & c b pariter acceptis, & superficies f h quæ sit æqualis quadrato lineæ a b. Eritq́ superficies e g, rationalis, eo quod utrumq́ quadratorum linearũ a c & c b pariter acceptorum est ratiõale per hypothesin & superficies g h medialis per 19, quoniã ipsa est æqualis duplo superficiei a c in c b per 4 secundi. Sit igitur rursus superficies f k æqualis quadratis duarũ linearũ a d & d b pariter acceptis quæ cũ sint diuersæ a duabus lineis a c & c b: erit per secũdum prædemõstratorum antecedentiũ superficies f k diuersa a superficie e g, earum ergo differẽtia sit k g, eritq́ per 4 secũdi excessus superficiei f h, super f k qui sit k l, æqualis duplo eius quod fit ex a d in d b, & propter hoc erit etiã superficies f k rationalis, & superficies k l medialis. Itaq́ superficies k g cũ ipsa sit differentia duarum superficierum rationalium quæ sunt e g & f k, erit rationalis. Nõ enim differt rationale a rationali, nisi in rationali, & hoc dico, diffinitione & 9 huius hoc cõfirmantibus. Eadẽ quoq́ cum ipsa sit differentia duarum superficierum medialium quæ sunt g h & k l, erit irrationalis per 11, quod est impossibile.

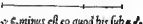




Quod autẽ prædictæ irratiõales solummodo diuiduntur in eas rectas lineas ex quibus componuntur efficientibus propositas species, ostendemus tam huiusmodi proponentes lemmatium.

THEON *Lemma.*

Exponatur recta linea α ζ, seceturq́; tota in inæqualia in utrunque signorũ γ δ, supponaturq́; maior α γ quàm δ β. Dico quod quæ ex α γ, ζ γ, maiora sunt eis quæ ex α δ, δ ζ. Secetur enim (per 10 primi) α ζ, bifariã in ε, & quoniã maior est α γ, quã δ β, cõis auferatur δ γ. Reliqua igitur α δ, reliqua γ β, maior est, æqualis aũt est α ε, ipsi ε ζ, minor igitur est δ ε quã ε γ, igitur γ & δ signa, nõ æqualiter distãt à bifaria sectiõe, Et quoniã (per 5 secũdi) quod sub α γ, γ β, una cũ eo quod ex γ ε, æquum est ei quod ex ε ζ, at quod sub α δ, δ ζ, una cum eo quod ex δ ε, æquum est ei quod ex ε β, igitur quod sub α γ, γ ζ, una cum eo quod ex ε γ, æquũ est ei quod sub α δ, δ β, una cum eo quod ex δ ε, quorũ quod ex δ ε, minus est eo quod ex ε γ, & reliquũ igitur quod sub α γ, γ ζ, minus est eo quod sub α δ, δ ζ. Quare & quod bis sub α γ, γ ζ, minus est eo quod bis sub α δ, δ ζ, & reliquũ igitur cõpositũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, maius est composito ex ijs quæ sunt ex α δ, δ β, siquidem utraq́ æqualia sunt ei quod ex α ζ, quod ostendere oportuit.



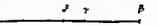
Eucli. ex Zãb. *Theorema 30* *Propositio 42*

Quæ ex binis nominibus, ad unũ duntaxat signũ diuiditur in nomina.

THEON *ex Zamber.* *Sit ex binis nominibus α β, diuisa in nomina in ζ, igitur ipsæ α γ, γ β, rationales sunt*

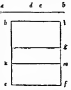
potentia

potentia tantum cõmensurabiles. Dico quod ipsa αβ, ad aliud signum nõ diuiditur in binas rationales potentia tantum cõmensurabiles. Si enim possibile, diuidatur in δ, ut ipsæ αδ, δβ, sint rationales potentia tantum cõmensurabiles, manifestũ iam quod αγ, ipsi βδ non est eadem. Si enim fieri potest, esto. erit iam & αδ, ipsi βγ eadem, eritq; sicut αγ ad γζ, sic βδ ad δα, eritq; αβ in eadem qua γ diuisione, diuisa & in δ, quod positum non est. Ipsa igitur αγ ipsi δβ non est eadem. Ac per hoc etiam & signa γ, δ, non æquidistant a bisaria sectione. Quo itaq; differunt quæ ex αγ, γζ, ab eis quæ ex αδ, δβ, eo etiam differt & quod bis sub αδ, δβ, ab eo quod bis sub αγ, γζ, eo quod tum quæ ex αγ, γζ, una cum eo quod bis sub αγ, γζ, tum quæ ex αδ, δβ, una cum eo quod bis sub αδ, δβ, sunt æqualia ei quod ex αβ. Sed quæ ex αγ, γζ, ab eis quæ ex αδ, δβ, rationali differunt, utraque enim rationalia (per 21 decimi) quod bis igitur sub αδ, δβ, ab eo quod bis sub αγ, γζ, differunt rationali, quæ media existunt medium autem, medium non excedit rationali (per 26 decimi.) Ex binis igitur nominibus, ad aliud & aliud signum non diuiditur, ad unum duntaxat igitur. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 37

37 Bimediali primo secundum terminum suum in duas lineas mediales diuiso, sub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est impossibile.

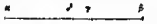


CAMPANVS. Sit quoq; hic linea a b, bimediale primũ, diuisa in duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes superficiemq; rationalem continentes, ex quibus 31 asserit eam componi, quæ sint a c & c b. Dico quod impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub earum diffinitione. Quod si possibile fuerit, diuidam eam in puncto d, assumptaq; linea rationali e f, adiungatur ei e g æqualis duobus quadratis duarum linearũ a c & c b, & superficies f h æqualis quadrato a b, & superficies f k æqualis quadratis duarũ linearum a d & d b, eritq; per quartam secundi g h æqualis duplo superficiei a c in c b, & per eandem erit k l æqualis duplo superficiei a d in d b, propter hypothesin quoq; erit utraq; duarũ superficierũ e g & k f medialis, & utraq; duarum linearũ g h & k l rationalis, hoc autem impossibile, esset enim per primũ superficies k g, irrationalis ex 11, per secundam autem eadem esset rationalis ex diffinitione & 9. Quod est inconueniẽs.

Eucli. ex Zamb. Theorema 51 Propositio 43

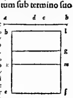
43 Ex binis medijs prima, ad unũ duntaxat signum diuiditur in nomina.

THEON ex Zamb. Esto ex binis prima medijs αβ diuisa in γ, ut ipsæ αγ, γζ, mediæ sint potentia tantum cõmensurabiles rationale cõprehendentes. Dico quod ipsa αβ, ad aliud signum nõ discinditur. Si enim possibile, diuidatur in δ, ut αδ & δβ sint potentia mediæ tantum cõmensurabiles rationale cõprehendentes. Quoniam igitur quo differt q̃d bis sub αδ, δβ, ab eo quod bis sub αγ, γζ, differũt quæ ex αγ, γζ, ab eis quæ ex αδ, δβ, rationali autem differt quod bis sub αδ, δβ, ab eo quod bis sub αγ, γβ, rationalia enim utraq;. Rationali igitur differunt & quæ ex αγ, γζ, ab eis quæ ex αβ, δβ, media existentia, quod est impossibile. Ex binis igitur medijs prima, ad aliud & aliud signum non diuiditur in nomina, ad unum duntaxat igitur, quod erat demonstrandũ.



Eucli. ex Camp. Propositio 38

48 Bimediale secũdum, nisi in duas lineas tantum sub termino suo diuidi non potest.

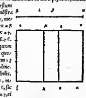


CAMPANVS. Sit ut prius linea a b bimediale secũdum, diuisa in duas lineas a c & c b mediales, potentia tantum cõmunicantes superficieq; medialem continẽtes, ex quibus 32 proponit eam componi. Dico q̃ impossibile est eam diuidi sub earũ diffinitiõe in alias duas. Sin autẽ, diuidatur in d, sintq; ut prius superficies e g, f h, & f k, adiunctæ ad lineam rationalem e f, eritq; per præsentes hypotheses, utraq; superficies e g, & g h, medialis, quare per 20 utraque duarum linearũ f g & g l erit rationalis in potentia tantũ non communicans in longitudine lineæ e f. At quia duæ lineæ a c, & c b, erunt incõmensurabiles in longitudine, sequitur per primã sexti & per secundã partem 10 huius q̃ utrunq; quadra torum linearũ a c & c b sit incõmensurabile superficiei unius in alteram. Cumq́ dicta quadrata cõmunicent ex hypothesi, sequitur ut ambo quadrata pariter accepta sint incõmensurabile superficiei unius in alteram, ideoq́ & eius duplo. Quare superficies e g incõmensurabilis est superficiei g h, & linea g f, lineæ g l per primam sexti & secũdam partem 10 huius. Itaq́ per 50 linea f l est binomium, diuisa secundum suum terminũ in puncto g. Eodemq́ modo probabitur ipsam binomium esse, mediantibus superficiebus e m & m h, diuisam secundum suum terminum in puncto m, quod est impossibile per 36. Non enim potest dici, q́ linea f l diuisa sit ad puncta g & m in partes consimiles, sic enim esset linea f m æqualis g l, sed ipsa est maior linea m l, ut patet ex primo præmissorum antecedentiũ huius & prima sexti, cum e m superficies sit maior h m superficie. Huius autem demõstrationis modus potest esse cõmunis 37 cæterisq́ eam sequẽtibus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 32 Propositio 44.

44 Ex binis secunda medijs, ad unũ duntaxat signũ diuiditur in nomina.

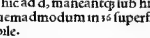
THEON ex Zamberto. *Sit ex binis medijs secunda $\alpha\beta$, diuisa in γ, ut $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, mediæ sint potentia tantum commensurabiles medium comprehendentes, manifestum iam est quod γ non est in diuidua sectione, quandoquidem non sunt longitudine cõmensurabiles. Dico quod ipsa $\alpha\beta$, ad aliud signum nõ diuiditur. Si enim possibile, diuidatur in δ ut $\alpha\gamma$ ipsi $\delta\beta$ non sit eadem, sed per hypothesin sit maior $\alpha\gamma$, manifestum quod ea quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, maiora sunt eis quæ ex $\alpha\delta$, $\delta\beta$, sicut supra demõstrauimus. Et quod ipsæ $\alpha\delta$, $\delta\beta$, mediæ sunt potentia tantũ cõmensurabiles, medium comprehendentes. Exponaturq́ rationalis $\epsilon\zeta$, & ei quidem quod ex $\alpha\beta$ æquum, ad ipsam $\epsilon\zeta$ comparetur (per 44 primi) $\epsilon\kappa$, eis autem quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, æquum auferatur $\epsilon\eta$, reliquũ igitur $\theta\kappa$ æquum est ei quod bis sub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$. Rursus iam eis quæ ex $\alpha\delta$, $\delta\beta$, quæ minora sunt eis quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, æquum auferatur $\epsilon\lambda$, & reliquũ igitur $\mu\kappa$, æquum est ei quod bis sub $\alpha\delta$, $\delta\beta$. Et quoniam media sunt quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, medium igitur est & $\epsilon\eta$. Et ad rationalem $\epsilon\zeta$ comparatur: rationalis igitur est $\epsilon\theta$, & incõmensurabilis ipsi $\epsilon\zeta$ longitudine. Ac per hoc etiam $\theta\nu$ rationalis est & ipsi $\epsilon\zeta$ longitudine incommensurabilis. Et quoniam ipsæ $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, mediæ sunt potentia tantum commensurabiles, incommensurabilis est igitur $\alpha\gamma$ ipsi $\gamma\beta$ longitudine, sicut autem $\alpha\gamma$ ad $\gamma\beta$, sic quod ex $\alpha\gamma$ ad id quod sub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$. Incommẽsurabile igitur est quod ex $\alpha\gamma$, ei quod sub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$. Sed ei quidem quod ex $\alpha\gamma$ cõmensurabilia sunt quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, potentia enim sunt cõmensurabiles ipsæ $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, ei autem quod sub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, commensurabile est quod bis sub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, & quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, igitur, incõmensurabilia sunt ei quod bis $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$. Sed eis quidem quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, æquum est $\epsilon\eta$, ei autem quod bis sub $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, æquum est $\theta\kappa$. Incõmensurabile igitur est $\epsilon\eta$ ipsi $\theta\kappa$, quare & ipsa $\epsilon\theta$ ipsi $\theta\nu$, est longitudine incõmensurabilis. Et ipsæ $\epsilon\theta$ & $\theta\nu$ sunt rationales, igitur rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Si uero binæ rationales potentia tantum cõmensurabiles compositæ fuerint, tota irrationalis est, uocaturq́ ex binis nominibus (per 36 decimi) ipsa igitur $\epsilon\nu$ ex binis nominibus, est diuisa in θ. Per eadem iam ostendentur & ipsæ $\epsilon\mu$, $\mu\nu$, rationales potentia tantum cõmensurabiles. Igitur ipsa $\epsilon\nu$ ex binis nominibus per aliud signũ & aliud diuisa est in θ & in μ, nec est $\epsilon\theta$ ipsi $\mu\nu$ eadem, quãdoquidem quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, maiora sunt eis quæ ex $\delta\beta$, $\alpha\delta$, sed quæ ex $\alpha\delta$, $\delta\beta$, maiora sunt eo quod bis sub $\alpha\delta$, $\delta\beta$, multo igitur magis quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, hoc est $\epsilon\eta$, maius est eo quod bis sub $\alpha\delta$, $\delta\beta$, hoc est $\mu\kappa$. Quare & $\epsilon\theta$, ipsa $\mu\nu$ maior est igitur $\epsilon\theta$, ipsi $\mu\nu$ non est eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio signo diuiditur, quod est absurdũ. Ex binis secũda medijs igitur, in alio & alio signo non diuiditur, in uno igitur tantũ signo diuiditur. Quod erat ostendendũ.*



Eucli. ex Camp. Propositio 39

39 Linea maior, nisi in duas lineas tantum ex quibus constat sub earum termino diuidi non potest.

CAMPANVS. Sit quoq́ hæc linea maior a b diuisa ad punctũ c, in duas lineas potentialiter incõmensurabiles superficiemq́ medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint rationale, ex talibus enim cõponitur, ut affirmat 33. Dico q́ impossibile est ad alium punctum in alias duas lineas sub hac diffinitione ipsam diuidi. Quod si potest, sit hic ad d, maneantq́ sub his eadem figura eædemq́ hypotheses quæ prius, & argue quemadmodum in 36 superficiem g k esse rationalem & irrationalem, quod est impossibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 33 Propositio 45

Maior, ad unum duntaxat signum diuiditur in nomina.

THEON ex Zãb. *Sit maior $\alpha\beta$, diuisa in γ, ut (per 34 decimi) $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, potẽtia nõ sint cõmensurabiles, efficiẽtes cõpositũ ex ijs quæ ex $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, quadratis ratiõale, quodq́ sub ipsis $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$, mediũ. Dico quod ipsa $\alpha\beta$, ad aliud signum*

signum non diuiditur Si enim possibile, diuidatur in δ, ut ipsæ α δ, δ ε, potentia sint incommensurabiles, efficientes quidem compositum ex quadratis quæ ex α δ, δ ε, rationale, quodq; sub ipsis medium (per 39 decimi. Et quoniam quo differunt quæ ex α γ, γ ε, eis quæ ex α δ, δ β, hoc differt & quod bis sub α δ, δ ε, ab eo quod bis sub α γ, γ ε, sed quæ ex α γ, γ ε, ea quæ ex α δ, δ ε, excedunt rationali (rationalia enim utraque) & quod bis sub α δ, δ β igitur id quod bis sub α γ, γ β, excedit rationali, media existentia. quod est impossibile. Maior igitur, ad aliud & aliud signum non diuiditur, per idem igitur unũ tantum signum, quod demonstrare oportebat.

Eucli, ex Camp. Propositio 40

40 **Linea potens in rationale & mediale, nisi in suas duas lineas tantum sub termino non diuiditur.**

CAMPANVS Hæc quoque 40, manentibus prioribus figura & positionibus (excepto quod ipsa linea a b diuidatur in punctum c, in illas duas lineas ex quibus 38 dicit eam componi) probabitur, quemadmodũ 37. Si autem aliter fuerit quam proponat, erit superficies k g rationalis & irrationalis, quod esse non potest.

Eucli, ex Zamb. Theorema 34 Propositio 46

46 **Rationale mediumq; potens, ad unum duntaxat signum discinditur in nomina.**

THEON ex Zamb. Esto rationale mediumq; potẽs α ε, diuisa in γ, ut ipsæ α γ, γ ε, potẽtia sint incõmẽsurabiles efficiẽtes cõpositũ ex ijs quæ ex α γ, γ ε, mediũ quod aũt sub α γ, γ ε, rationale, dico quod ad aliud signũ ipsa α β nõ diuiditur. Si enim possibile est, diuidatur & in δ, & ut α δ, δ ε, potẽtia sint incõmẽsurabiles efficiẽtes cõpositũ ex α δ, δ γ, mediũ, quod uero sub ipsis α δ, δ β, rationale (per 40 decimi.) Quoniã enim quo differt quod bis sub α γ, γ β, ab eo quod bis sub α δ, δ β, eo differũt & quæ ex α δ, δ ε, eis quæ ex α γ, γ ε, quod aũt sub α γ, γ ε, id quod bis sub α δ, δ β, rationali excedit, & quæ ex α δ, δ β, igitur ea quæ ex α γ, γ β, rationali excedunt, cũ media existant, quod est impossibile est, Rationale mediumq; potens igitur ad aliud potens ad aliud; signum non diuiditur, ad unũ igitur signum diuiditur, quod oportuit demonstrare.

Eucli, ex Camp. Propositio 41

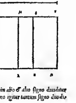
41 **Linea potẽs in duo medialia nequit diuidi in alias duas sub termino earum ex quibus coniuncta est, sed in suas tantum duas ex quibus componitur est diuisibilis.**

CAMPANVS Hæc enim 41 diuisa linea a b ad punctum c in eas ex quibus 35 asserit eã componi, cæterisq; ut supra tam figura quàm positionibus manentibus, probatur sicut 35. nam dato opposito propositi, sequitur oppositum 36, quod est impossibile.

Eucli, ex Zamb. Theorema 35 Propositio 47

47 **Bina potens media, ad unum duntaxat signum diuiditur in nomina.**

THEON ex Zamb. Sit bina potens media α ε diuisa in γ, ut ipsæ α γ, γ ε, potentia sint incommensurabiles efficientes (per 35 decimi compositum ex eis quæ ex α γ, γ ε, medium, quod uero sub α γ, γ ε, mediũ. & insuper incommensurabile cõposito ex ijs quæ ab ipsis sunt quadratis Dico quod ipsa α ε in alio signo non diuiditur, efficiẽs ea quæ proposita sunt. Si enim possibile, diuidatur in δ, ut uidelicet ipsa α γ ipsi δ β, non sit eadem, sed maior per hypothesin sit α γ, ponaturq; rationalis ι ζ, comparetur que (per 43 primi ad ipsam ι ζ. eis quæ ex α γ, γ β, æquum ι κ, et autẽ quod bis sub α γ, γ ε, æquum θ κ. Totum igitur ι κ, æquum est ei quod ex α ε quadrato. Rursus comparetur ad ipsam ι ζ, eis quæ ex α δ, δ β, æquum ι λ, reliquum igitur quod bis sub α δ, δ ε, reliquo μ κ est æquale. At quoniam medium supponitur compositum ex ijs quæ ex α γ, γ ε, medium igitur est & ι ζ, & ad rationalẽ ι ζ comparatur. Rationalis igitur est (per 26 decimi. (θ ι, & ipsi ι ζ longitudine incõmensurabilis Id propterea etiam θ ν, rationalis est, & ipsi θ κ longitudine incommensurabilis. Et quoniã cõpositũ ex ijs quæ ex α γ, γ ε, incommensurabile ex eo quod bis sub α γ, γ ε, igitur ι κ, ipsi θ κ est incommensurabile. Quare & ι θ ipsi θ ν, est incõmensurabilis, suntq; rationales, ipsæ igitur ι θ, θ ν, rationales sunt potentia tantũ commensurabiles, ipsa igitur ι ν ex binis nominibus est, diuisa in θ. Similiter iã demõstrabimus quod & in μ diuisa, & quod ι θ ipsi μ ν est eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio signo diuiditur quod est absurdum, Bina potens media igitur in alio & alio signo non diuiditur; in uno igitur tantum signo diuiditur, quod erat ostendendum.



Eucli.

Eucli. ex Camp. Binomiorum diffinitiones.

1 Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmento quadrati lineæ communicātis eidem longiori in longitudine, fueritque eadem longior lineæ positæ rationali communicās, ipsum uocabitur binomium primum. 2 Si uero breuior positæ rationali communicet, dicetur binomium secundum. 3 Quod si neutra portionum eius positæ rationali communicet, appellabitur binomium tertium. 4 Item si longior breuiore tanto amplius possit quantum est quadratum alicuius lineæ ipsi longiori incommensurabilis in longitudine, fueritq; longior portionum positæ lineæ rationali communicans in longitudine, ipsum nuncupabitur binomium quartum. 5 Si uero breuior, positæ rationali communicet in longitudine, quintum nominabitur. 6 Si autem neutra portionum eius positæ rationali communicet in longitudine, erit binomium sextum.

Eucli. ex Zamb. Binum nominum diffinitiones.

1 Proposita rationali & ea quæ ex binis diuisa in nomina, cuius nomē maius minore maius possit eo quod ex sibi longitudine commensurabili, si maius nomen longitudine commensurabile expositæ rationali, tota uocetur ex binis nominibus prima. 2 Si uero nomen minus longitudine commensurabile fuerit expositæ rationali, uocatur ex binis nominibus secunda. 3 Si autem neutrum ipsorum nominum commēsurabile longitudine fuerit expositæ rationali, uocatur ex binis nominibus tertia.

4 Rursus iam si maius nomen, minore maius possit eo quod à sibi longitudine incommensurabili, si quidem maius nomen expositæ rationali longitudine commensurabile fuerit, uocatur ex binis nominibus quarta.

5 Si uero minus, quinta. 6 Si uero neutrum, sexta.

Sex igitur existētibus ex sumptis rectis lineis, primas ordine facit, tres primas in quibus maior minore maius potest eo quod ex sibi commensurabili, secundas ordine uero reliqua tres, quarum maior minore maius possit eo quod ex sibi incommensurabili, eo quia præstantius est commensurabile incommensurabili. Et insuper primam, in qua maius nomen expositæ rationali commensurabile est, Secundam autem in qua minus, quoniā rursus præstantius est maius minore dum continet minus. Tertiam uero, cuius neutrum nominum expositæ rationali est commensurabile. Et in tribus sequentibus similiter primam prædicti secundi ordinis quartam appellans, secundam uero quintam, ac tertiam sextam.

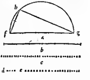
Eucli. ex Camp. Propositio 42

42 BInomium primum inuenire,

CAMPANVS Sit a linea rationalis posita sumanturq; duo numeri quadrati b & c, quorū c sit diuisibilis in quadratum qui sit d, & in non quadratum qui sit e, ponaturque proportio quadrati lineæ a ad quadratū lineæ f g, sicut numeri b ad numerum c, eritque ex secunda parte 7 linea f g cōmunicans lineæ

a

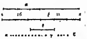
a rationali positæ in longitudine. Super eam igitur lineetur f g h semicirculus, sitq; proportio quadrati lineæ f g ad quadratũ lineæ f h, sicut c ad d, & ducatur linea g h, dico ergo duas lineas f g & g h directe coniunctas, cõponere binomium primum. Est enim linea f g quæ est longior, potẽtiorq; linea g h quæ est breuior, in quadrato lineæ f h per 30 tertij & penultimã primi, cõmunicat autem linea f h lineæ f g in longitudine per 2 partem 7, cum proportio quadratorũ ipsarũ f g & f h sit sicut numerorũ quadratorũ qui sunt c & d. Linea uero g h, conuincitur esse rationalis in potẽtia tantũ non cõmunicans lineæ f g in longitudine, ideoq; neq; lineæ a rationali positæ: cum sit enim quadratũ lineæ f g ad quadratũ lineæ f h, sicut numerus c ad numerũ d, erit per euersam proportionalitatem quadratũ lineæ f g ad quadratũ lineæ g h, sicut numerus c ad numerũ e. Cum itaq; c sit numerus quadratus, sequitur per ultimã partẽ 7, ut linea g h sit incõmensurabilis lineæ f g longitudine, relinquitur igitur ipsam g h esse rationalẽ in potentia tantũ, & a diuisione lineas f g & g h cõponere binomium primũ, quod erat inueniendũ.



Eucli. ex Zamb. Problema 15 Propositio 48

25 Inuenire ex binis nominibus primam.

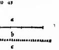
THEON ex Zamb. Exponantur bini numeri α γ, γ β, ut compositus ex ipsis α β ad β γ rationem habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, ad ipsum aũt γ α rationẽ non habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ exponaturq; quædam rationalis δ, ac ipsi δ cõmensurabilis esto (per correlariũ 6 decimi) longitudine ipsa ε ζ, rationalis igitur est ε ζ, fiatq; (per 9 decimi) sicut β α numerus ad α γ, sic quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η. At α β ad α γ rationẽ habet quam numerus ad numerũ. Igitur & quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η rationem habet quam numerus ad numerũ. Quare quod ex ε ζ, ei quod ex ζ η est cõmensurabile. Est autem rationalis ε ζ. rationalis igitur est & ζ η. Et quoniam α β ad α γ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ, neq; quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. incõmensurabilis igitur est ε ζ, ipsi ζ η lõgitudine. Ipsæ igitur ε ζ, ζ η, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. ex binis igitur nominibus est ipsa ε η. Dico quod & prima. Quoniam enim est sicut β α numerus ad α γ, ita quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η, maior autem est ipse β α ipso α γ, maius igitur est & quod ex ε ζ eo quod ex ζ η, esto igitur ei quod ex ε ζ æqualia quæ ex ζ η, θ. Et quoniam est sicut β α ad α γ sic quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) est sicut α β ad β γ, sic quod ex ε ζ ad id quod ex θ. At α β ad β γ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ & quod ex ε ζ igitur ad id quod ex θ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Commensurabilis igitur est ε ζ ipsi θ longitudine. Ipsa igitur ε ζ quam ζ η, maius potest eo quod ex sibi commensurabili. Ipsæq; ε ζ, ζ η, rationales sunt. Commensurabilisq; est ε ζ ipsi δ longitudine, ipsa igitur ε η ex binis nominibus prima est, quod erat ostendendum.



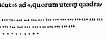
Eucli. ex Camp. Propositio 43

43 Binomium secundum reperire.

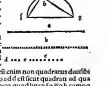
CAMPANVS. Sit ut prius a rationalis linea posita, b uero numerus quadratus, c uero sit numerus non quadratus diuisibilis in d non quadratũ & e quadratũ, ita tamen quod proportio totius c qui est nõ quadratus ad d qui est etiam non quadratus, sit sicut numerorũ quadratorũ: talis autem numerus est 12 & 45, diuisibilis enim est 12 in 9 quadratum numerũ, & 3 non quadratũ, estq; proportio 12 ad 3, sicut 16 ad 4, quorum uterq; quadratus, eodem modo 45 diuisibilis est in 36 & 9.



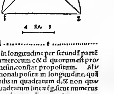
Tales autem numeros sic reperies. Sit a numerus quadratus, b quoque sit unitate minor, cuius quadratũ sit c, at uero d proueniat ex b in a, eritq; ex prima incidentiũ noni, b, differentia d ad c, ducatur idem a in c, & proueniat e, eritq; e quadratus ex prima parte correlarij 2 noni, eo quod uterque numerorum a & c est quadratus per hypothesin. Fiat rursus f ex a in d, eritq; f qualem



qualē quærimus. Est enim ex ultima parte prædicti correlarij numerus f non quadratus, eo quod d numerus sit nō quadratus. Si enim d nūerus esset quadratus, esset quoque b quadratus ex 1 parte eiusdē correlarij 2 noni & ex 22 octaui. & quia a est quadratus, esset per 16 eiusdem, tertius continue proportionalis inter a & b, quod est impossibile, cum sint sola unitate distantes, non est igitur d quadratus, quare nec f, est enim f æqualis d & e. quoniam cum b sit differentia d ad c, ut patet ex præmissis, erit per primā incidentiū noni quod fit ex a in d, æquū ijs quæ fiunt ex a in b & in c. & quia ex a in b fit d. & in c fit e, sequitur ut d sit differentia f ad e, & quia per 15 septimi est f ad e sicut d ad c, erit permutatim f ad d sicut e ad c. Cumq; uterque duorū numerorum e & c sit quadratus, manifestum est numerum f esse qualem uolumus, est enim non quadratus diuisibilis in d non quadratum & e quadratū, cuius proportio ad d est sicut quadrati ad quadratum uidelicet e ad c. Cætera omnia sint ut prius: Dico quod lineæ f g & g h componunt binomium secūdum.



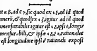
Cum enim sit a quadratum f g sicut b ad c, rursusque quadratum f g ad quadratum g h sicut c ad e. erit per æquā proportionalitatem quadratū a ad quadratū g h. sicut b ad e. Cum igitur uterque duorum numerorū b & e sit quadratus, erit per 2 partem 7, linea g h cōmunicans in longitudine lineæ a rationali positæ, de linea uero f g cōstat quod ipsa sit rationalis in potentia tantum non communicans lineæ a rationali positæ in longitudine per ultimā partē 7, quæ cū sit potentior linea g h in linea f h per 30 tertij & penultimam primi. cōmunicet autem linea f h lineæ f g in longitudine per secundā partē 7, eo quod eorum quadrata sunt in proportione numerorum c & d quorum est proportio sicut uumerorum quadratorum per hypothesin, constat propositum. Aliter quoque idem. Esto linea g h. cōmunicans a rationali positæ in longitudine, quā facile est inuenire, sitq; c numerus quadratus diuisibilis in quadratum d, & non quadratum e. sitque proportio quadrati lineæ g h ad quadratum lineæ f g, sicut numerus e ad numerum c eritq; f incommensurabilis lineæ g h in longitudine per ultimam partem 7, & potentior ea in quadrato lineæ f h, cui communicat in longitudine primo per conuersam deinde per euersam proportionalitatem, & per secundam partem 7, ex diffinitione igitur, lineæ f g & g h, componunt binomium secundum.



Eucli ex Zamb. Problema 44 Propositio 49

49 Comperire ex binis nominibus secundam.

THEON ex Zamb. *Explicētur bini numeri α γ, γ β, ut ex ipsis compositus α β, ad β γ, rationem habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū, ad ipsum autē γ α rationem non habeat quā quadratus numerus ad quadratum numerum. Exponaturq; rationalis δ, ipsiq; δ commensurabilis esto longitudine ζ η, ipsa igitur ζ η rationalis est. Fiat etiam (per correlarium 6 decimi,) & sicut γ α numerus ad α β, sic quod ex η ζ, ad id quod ex ζ ι, cōmensurabile igitur est id quod ex η ζ, ei quod ex ζ ι, rationalis igitur est & ζ ι. Et quoniā γ α, nūerus ad α β, rationē nō habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur quod ex η ζ, ad id quod ex ζ ι, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratū numerum. Incommensurabilis igitur est η ζ, ipsi ζ ι longitudine, ipsæ igitur ι ζ ζ η, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est ipsa ι η. Ostendendum uero quod & secunda. Quoniam rursus est sicut β α, numerus ad α γ, sic quod ex ι ζ ad id quod ex ζ η, maior autem est β α, ipso α γ, maius igitur & quod ex ι ζ, eo quod ζ η, esto autem ei quod ex ι ζ æqualia quæ ex η ζ, θ. Conuertēdo igitur (per correlarium 19 quinti) est sicut α β, ad β γ, sic quod ex ι ζ, ad id quod ex θ. At α β ad β γ, rationē habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū, & quod ex ι ζ, igitur ad id quod ex θ, rationē habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Commensurabilis igitur est ι ζ, ipsi θ, longitudine (per 9 decimi.) Quare ι ζ, ipsa ζ η, maius potest, eo quod fit ex sibi commensurabili, & ipsæ ι ζ, ζ η, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & ζ η, nomen minus commensurabile est longitudine ipsi δ rationali expositæ, ipsa igitur ι η, ex binis nominibus est secunda, quod erat faciendum.*

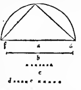


Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 44

44 **B**inomium tertium inuestigare.

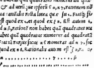
CAMPANVS Binomium quoque tertium sic reperitur. Posita ut prius linea a rationali in longitudine, sit b numerus primus uero quadratus diuisibilis in quadratum d. & non quadratū e, cætera omnia sint ut prius, dico quod duæ lineæ f g & g h cōponunt binomium tertiū. neutra enim earum est commensurabilis in longitudine lineæ a rationali positæ. sed utraque incommensurabilis, f g quidē, per ultimā partē 7, h g uero, per æquā proportionalitatem & ultimam partem 7. Est enim per æquam proportionalitatem quadratū lineæ a ad quadratum lineæ g h sicut numerus b ad numerū e, mediantibus hinc quidem quadrato lineæ f g, inde uero numero c, numeri autem b & e non sunt in proportione aliquorum quadratorū, cū b sit numerus primus, si enim essent in proportione numerorum quadratorū necesse esset per 16 octaui & octauā eiusdē tertiū eis in cōtinua proportionalitate interesse, esset igitur per 17 eiusdē numerus b superficialis, quod est impossibile, cum sit primus per hypothesin, incommensurabilis est itaq; linea g h, lineæ a rationali positæ, ex ultima parte 7. Quia ergo linea f g potētior est linea g h in quadrato lineæ f h ex 30 tertij & penultima primi quæ cōmunicat ei in longitudine ex secunda parte 7, ex diffinitione binomij tertij patet nostra intentio.



Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 50

50 Inuenire ex binis nominibus tertiam.

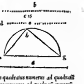
THEON ex Zamb. *Exponantur bini numeri αγ, γβ, ut ex ipsis compositus αβ, ad βγ, rationē habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū, ad ipsum autē αγ rationem non habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Expliceturq; aliquis etiam alius numerus nō quadratus δ & ad utrūque ipsorū βα, αγ, rationem nō habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Exponaturq; aliqua rationalis recta linea quæ sit ι. Fiatq; sicut δ ad αβ, sic quod ex ι ad id quod ex ζη. Commensurabile igitur est quod ex ι, et quod ex ζη. Est autem ι rationalis, rationalis igitur est & ζη, (per diffinitionē.) Et quoniam δ ad αβ, rationē non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neque quod ex ι ad id quod ex ζη, rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur est ι, ipsi ζη, longitudine (per 9 decimi. Fiat iā rursus sicut αβ numerus ad αγ, sic quod ex ζη, ad id quod ex ηθ. Commensurabile igitur est quod ex ζη, et quod ex ηθ, Rationalis autem est ζη, rationalis igitur & ηθ. Et quoniam βα, ad αγ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque quod ex ζη ad id quod ex θη rationē habet quā quadratus numerus ad quadratum numerum. Incōmensurabilis igitur est ζη, ipsi ηθ lōgitudine. Ipsæ igitur ζη & ηθ, rationales sunt potentia tantū cōmensurabiles. Igitur ipsa ζθ ex binis nominibus est. Aio etiā quod & tertia. Quoniā enim est sicut δ ad αβ, sic est id quod ex ι ad id quod ex ζη, sicut aūt βα, ad αγ, sic quod ex ζη ad id quod ex ηθ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) est sicut δ ad αγ, sic quod ex ι ad id quod ex ηθ. At δ ad αγ, rationē non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; quod ex ι igitur ad id quod ex ηθ, rationem habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, incōmensurabilis est igitur ι ipsi ηθ longitudine. Et quoniā est sicut βα, ad αγ, sic quod ex ζη, ad id quod ex ηθ, maius igitur est quod ex ζη eo quod ex ηθ. Esto igitur ei quod ex ζη, æqualia quæ ex ηθ, κ. Conuertendo igitur (per 19 quinti & eius correlarium) est sicut αβ ad βγ, sic quod ex ζη ad id quod ex κ. At αβ, ad βγ rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, & quod ex ζη igitur, ad id quod ex κ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū. Commēsurabilis igitur est ζη, ipsi κ lōgitudine. Ipsa igitur ζη, ipsa ηθ maius potest eo quod ex sibi lōgitudine cōmēsurabili, ipsæq; ζη, ηθ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, Ac neutra ipsarum commensurabilis est ipsi ι longitudine ipsa igitur ζθ, ex binis nominibus tertia est, quod inuenire oportebat.*



Eucli. ex Camp. Propositio 45

45 **B**inomium quartum scrutari.

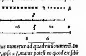
CAMPANVS. In inuentione binomij quarti eodem modo procedendum est sicut in inuentione primi, excepto quod quadratus numerus c diuidatur in duos non quadratos qui sunt d &c. Cætera omnia negotianda sunt hic ex diffinitione binomij quarti, sicut ibi ex diffinitione binomij primi.



Eucli. ex Zãb. Problema 16 Propositio 51

51 Inuenire ex binis nominibus quartam.

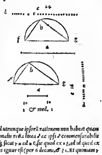
THEON ex Zamb. Exponãtur bini numeri α γ, γ β, ut α β, ad utrũq; ipsorum rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum, exponantur q; rationalis δ. ipsi q; δ cõmensurabilis esto longitudine ipsa ε ζ. Rationalis igitur est ipsa ε ζ. Fiat q; sicut β α numerus ad α γ, sic quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η. cõmensurabile igitur est per diffinitionem quod ex ε ζ, quod ex ζ η. Rationalis autẽ est (per correlarium 6 decimi,) ε ζ. Rationalis igitur est) per 6 decimi & ζ η. Et quoniam β α ad α γ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neque quod ex ε ζ, igitur ad id quod ex ζ η, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incommẽsurabilis igitur est ε ζ, ipsi ζ η longitudine. Ipsæ igitur ε ζ, ζ η, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Quare ipsa ε η, ex binis nominibus est. Dico iam quod & quarta. Quoniam enim est sicut β α, ad α γ, sic quod ex ε ζ, ad id quod ζ η, maior autẽ est β α ipso α γ, maius igitur & quod ε ζ, eo quod ex ζ η, esto nempe ei quod ex ε ζ, æqualia quæ ex ζ η, θ. Cõuertẽdo igitur (per 19 quinti & eius correlariũ sicut α β, nũerus ad β γ, sic quod ex ε ζ, ad id quod ex θ. Ipse uero α β, ad β γ, rationem non habet quã quadratus nũerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex ε ζ ad id quod ex θ, rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incommensurabilis igitur est (per 9 decimi,) ε ζ, ipsi θ longitudine. Ipsa igitur ε ζ, ipsa η ζ, maius potest eo quod ex sibi in cõmensurabili, & ipsæ ε ζ ζ η, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & ε ζ, ipsi δ cõmẽsurabilis est lõgitudine. Ipsa igitur ε η, ex binis nominibus est quarta, quod erat inueniendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 46

46 Binomium quintum quærere.

CAMPANVS Huius inuentio sic est sicut binomij secundi excepto quod numerus c non quadratus diuidetur in d non quadratũ & e quadratũ, ita tamẽ quod proportio c ad d, nõ sit sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ. Cætera omnia sunt hic perquirenda ex diffinitione binomij quinti, sicut ibi quæsita sunt ex diffinitione binomij secundi. Vel pone quod linea g h sit communicans lineæ à rationali positæ in longitudine, & pone numerum c quadratum diuisum in duos non quadratos qui sunt d & e. Pone itaq; proportionem quadrati lineæ g h ad quadratum f g, sicut numeri e ad numerum c, deinde astrue propositum ex ultima parte 7, & præsentibus hypothesibus & cõuersa & euersa proportionibus 7. & iterũ ex ultima parte 7. & diffinitione binomij quinti.

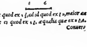


Eucli ex Zamb. Problema 17 Problema 52

52 Inuenire ex binis nominibus quintam.

THEON ex Zamb. Explicentur bini numeri α γ, γ β, ut α β, ad utrunque ipsorũ rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Exponatur q; aliqua rationalis recta linea δ ac ipsi δ commensurabilis esto (per diffinitionem) longitudine ζ η, rationalis igitur ipsa ζ η. Fiat q; sicut γ α ad α β, sic quod ex η ζ, ad id quod ex ζ ε. Commensurabile igitur est quod fit ex η ζ, et quod ex ζ ε. Rationalis igitur est (per 6 decimi, & ζ ε. Et quoniam γ α ad α β, rationem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum, neque quod ex η ζ, igitur ad id quod ex ζ ε, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) η ζ, ipsi ζ ε lõgitudine. Igitur ε ζ, ζ η, rationes sunt potentia cõmensurabiles, tãtum ex binis igitur nominibus est ipsa ε η, (per 36 decimi.) Dico iam quod & quinta. Quoniã enim est sicut γ α, ad α β, sic quod ex η ζ, ad id quod ex ζ ε, * rursus sicut β α ad α γ, sic quod ex ε ζ, ad id quod ex ζ η, maior autem est β α ipso α γ, maius igitur est quod ex ε ζ eo quod ex ζ η. Esto nempe ei quod ex ε ζ, æqualia quæ ex η ζ, θ.

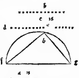
ἀνάπαλιν



Conuertendo igitur (per 19 quinti & eius correlarium, est sicut α β numerus ad β γ, sic quod ex ι ζ ad id quod ex θ. At α ε, ad β γ, rationem non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerum, neque igitur quod ex ι ζ, ad id quod ex θ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū incommensurabilis igitur est (per 9 decimi,) ι ζ, ipsi θ longitudine. Quare ι ζ ipsa ζ η maius potest eo quod sibi ex incōmensurabili. Suntq; rationales potentia tantum commensurabiles, & ζ η, nomen minus commensurabile est expositæ rationali δ longitudine. ipsa igitur ι η, per 48 decimi,) quinta est ex binis nominibus, quod erat inueniendum.

47 Eucli. ex Camp. Propositio 47

IN binomio sexto demum oportet insistere.

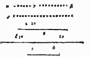


CAMPANVS. Binomium sextum sicut tertium scrutādum est, & tamen erit hic numerus c diuisus in duos nō quadratos d & e. Cætera ut ibi, eritq; ex diffinitione binomij 6 linea quam componunt f g & g h sibi inuicem directe coniunctæ binomiū sextum, quod est propositum inuenire.

53 Eucl. ex Zamb. Problema 15 Propositio 53

Inuenite ex binis nominibus sextam.

THEON ex Zamb. *Explicentur bini numeri α γ, γ ε, ut α β, ad utrunq; ipsorum rationem nō habeat quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Sitq; etiā alius numerus δ non existens quadratus, qui ad utrunque ipsorū β α, α γ, rationem nō habet quā quadratus numerus ad quadratum numerum. Exponaturq; aliqua recta linea rationalis quæ sit ι, fiatq; (per diffinitionē) sicut δ ad α ε, sic quod ex ι ad id quod ex ζ η. Commensurabilis igitur est (per 6 decimi,) ι ipsi ζ η, potentia. estq; rationalis ι, rationalis igitur est & ζ η. Et quoniam δ ad α ε, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque quod ex ι, igitur ad id quod ex ζ η, rationē habet quam quadratus numerus ad quadratū numerum. Incōmensurabilis igitur est ι, ipsi ζ η longitudine. Fiat rursus sicut ε α ad α γ, sic quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, Cōmēsurabile igitur est (per 6 decimi) quod ex ζ η, et quod ex η θ. Rationale aūt est quod ex ζ η, rationale igitur est & quod ex η θ, rationalis igitur η θ. Et quoniā β α ad α γ rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur est quod ex ζ η ad id quod ex η θ, rationē habet quā quadratus numerus ad quadratum numerum. Incōmensurabilis igitur ex ζ η ipsi η θ lōgitudine. Ipsæ igitur ζ η, η θ, rationales sunt potentia tātum, ex binis igitur nominibus est ζ θ, (per 36 decimi.) Ostendendum uero quod & sexta. Quoniā enim est sicut δ ad α ε, sic quod ex ι, ad id quod est ζ η, est autem & sicut ε α ad α γ, sic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, ex æquali igitur per 22 quinti,) est sicut δ ad α γ, sic quod ex ι ad id quod ex η θ. At δ ad α γ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque igitur quod ex ι, ad id quod ex η θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incōmensurabilis igitur est ι ipsi θ η, longitudine, patuit autem quod & ipsi ζ η. Incōmēsurabilis est igitur utraque ipsarum ζ η, & η θ, ipsi ι longitudine. Et quoniam est sicut β α, ad α γ, sic est quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, maius igitur est quod ex ζ η eo quod ex η θ. Esto igitur ei quod ex ζ η æqualia, quæ ex η θ, κ. Conuertendo igitur (per 19 quinti & correlarium eiusdem) sicut α β ad β γ, sic quod ex ζ η ad id quod ex κ. At α β, ad β γ, rationē non habet quā quadratus numerus ad quadratum numerum. Quare neque quod ex ζ η, ad id quod ex κ, rationē habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur est ζ η ipsi κ lōgitudine, ipsa igitur ζ η, ipsa η θ maius potest eo quod ex sibi incommensurabili. Suntq; ipsæ ζ η, η θ, rationales, potētia tantū cōmēsurabiles. Ac ipsarū ζ η, neutra commensurabilis est longitudine ipsi ι expositæ rationali, ipsa igitur ζ θ, ex binis nominibus est sexta, quod erat inueniendum.*

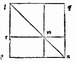


48 Eucli. ex Camp. Propositio 48

SI fuerit superficies binomio primo lineaq; rationali contenta, latus quod super eam potest binomium esse necesse est.

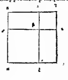
CAMPANVS Sit superficies a c, cōtenta linea ratiōali a b, & binomio primo quod sit b c. Dico quod latus tetragonicum superficiei a c est binomiū. Sit enim punctus d communis terminus duarū portionū binomij primi in b c, cuius maior portio sit b d, eritq; rationalis in longitudine ex diffinitione, & commensurabilis lineæ a b rationali positæ. Diuidatur item minor portio quæ est d c per æqualia ad punctū e, lineaq; d b diuidatur sub ea conditione ad punctū f, quod inter partes eius quæ sunt b f, & f d, cadat d e medio loco proportiōalis, quod qualiter fiat in 13 dictū est.

ducantur autẽ lineæ e g, d h, f k, æquidistãtes lineæ a b. Et quia ex diffinitione binomij primi linea d b est potẽtior linea d c in quadrato lineæ sibi cõmunicãtis in lõgitudine, sequitur ex secũda parte 11 quod duæ lineæ b f & f d sint cõmunicantes, per 9 igitur est utraque earũ cõmunicãs toti lineæ b d, quare per diffinitionẽ ambæ sunt ratiõales in longitudine, ideoq́ per 15 utraque earũ cõmunicãs toti lineæ b d, quare per 15 utraq; duarũ superficierũ a f & f h, est ratiõalis. Describatur itaq; quadratũ l m cuius latus l r, æquale superficiei a f, cui circomponatur gnomo protracta diagonali l m n, ad eam quantitatẽ, q' ipsius gnomonis quadratũ quod sit m n, sit æquale superficiei f h duoq́ eius supplemẽta sint p m & m q. quæ necesse est esse æqualia duabus superficieb' d g & g c. Quod sic collige. Cũ enim sit linea d e medio loco ꝓportiõalis inter lineas b f & f d erit superficies d g, ex 1 sexti medio loco ꝓportionalis inter superficies a f & f h, quare & inter quadrata l m & m n. Et quia supplementũ p m est etiã medio loco proportionale inter quadrata dicta ex prima sexti, sequitur ut p m sit æqualis d g, ideoq́ m q, g c, igitur linea l p, est latus tetragonicũ superficiei a c. Hanc lineã dico esse binomiũ. Cũ sint enim ambo quadrata l m. & m n, rationalia, erũt ex diffinitione duæ lineæ l r & r p potentialiter rationales. Est autem per primam sexti a f ad d g, sicut b f ad d e sed b f est incõmẽsurabilis d e, scilicet, quia b f est rationalis simpliciter, ut probatũ est, d e uero quia cõmunicat in lõgitudine d c rationali in potentia tantũ erit etiã ipsa rationalis in potentia tantũ per 15, q' ex præmissis hypothesibus manifestũ est. Itaq; per 2 partẽ 10, superficies a f, est incõmẽsurabilis superficiei d g, igitur & quadratũ l m, supplemẽto p m, quare per primã sexti & secũdã partẽ 10 linea l r, est incommẽsurabilis lineæ r p. Ex 50 igitur constat lineã l p esse binomiũ, quod erat monstrandũ.



THEON · Lemma.

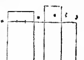
Sint bina quadrata α β, β γ, ponaturq́ (per 14 primi, ut δ β, ipsi β ε, sit in rectas lineas. In rectas lineas igitur est & ζ β, ipsi β η. Cõpleaturq́ parallelogrammum α γ, Dico quod α γ, quadratum est, & quod δ η, ipsorum α β, β γ, medium est proportionale, & insuper δ γ, ipsorum α γ, γ β, medium proportionale est. Quoniam enim δ β, ipsi β ζ est æqualis, & β ε ipsi β η, tota igitur δ ε toti ζ η est æqualis. Sed δ ε, utriq; ipsarum α θ, κ γ est æqualis. Igitur (per 33 primi) parallelogrammum α γ, æquilaterum est, est quoque & rectangulum, quadratum igitur est α γ, (per 46 primi) Et quoniam est sicut ζ β ad β η, sic δ β, ad β ε, sed sicut quidẽ ζ β, ad β η, sic (per primam sexti, α β, ad δ η, sicut uero δ β, ad β ε, sic δ η, ad β γ, & sicut igitur α β ad δ η, sic δ η ad β γ Igitur δ η, ipsorũ α β, β γ, mediũ proportionale est. Dico iam & quod & δ γ, ipsorũ α γ, γ β, medium proportionale est. Quoniã enim est sicut α δ ad δ η, sic est κ η ad η γ, (æqualis est enim altera alteri) & cõponẽdo (per 16 quinti) sicut α κ ad κ δ sic κ γ, ad γ η, sed sicut α κ, ad κ δ, sic α γ, ad γ δ, sicut autẽ κ γ ad γ η, sic (per primã sexti δ γ, ad γ β, igitur δ γ, ipsorum α γ, γ β, medium & proportionale est.

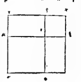


Eucl. ex Zamb. Problema 16 Propositio 54

54 Si areola comprehendatur sub rationali ac ex binis nominibus prima, quæ areolam potest irrationalis est, ex binis nominibus uocata.

THEON ex Zamb. *Areola etenim α β γ δ, cõprehẽdatur sub rationali α β, & ex prima ex duobus nominibus α δ. Dico quod ipsam α γ areolã potens irratiõalis est, ex binis uocata nominibus. Quoniã enim ex binis nominibus est prima ipsa α δ, diuidatur (per 42 decimi in nomina in ε, sitque maius nomẽ α ε. Manifestũ iam quod ipsæ α ε, ε δ, ratiõales sunt potentia tantũ cõmensurabiles, & α ε, ipsa ε δ, maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili & α γ, per 48 decimi) cõmensurabilis est expositæ rationali α β lõgitudine. Secetur iã (per 10 primi ε δ, bifariã in signo ζ. Et quoniã α ε, ipsa ε δ, maius potest eo quod ex sibi commensurabili, si quartæ igitur parti eius quod*

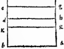




ex minore hoc est ei quod ex ι ξ, æquū ad maiorē α ι cōparatū fuerit deficiens forma quadrata, in cōmēsurabilia distribuit (per 17 decimi) Cōparetur (per 28 sexti) igitur ad ipsam α ι, ei quod ex ι ξ, æquū quod sub α κ, κ ι, cōmensurabilis igitur est α κ, ipsi κ ι lōgitudine. Excitēturq; (per 31 primi) per ipsa κ, ι, ξ, utriq; ipsarū α ϐ, δ γ, paralleli κ θ, ι λ, ξ λ. Et ipsi quidē α θ parallelogrāmo, æquū (per 14 secūdi) quadratū cōstituatur σ ν, ipsi autē κ λ, ν π. Ponaturq; (per 14 primi) sicut in rectas lineas μ ν, ipsi ν ξ, in rectas igitur lineas est & ρ ν, ipsi ν ο. Cōpleaturq; ipsum σ π, parallelogrammū, quadratū igitur est σ π. Et quoniam quod sub α κ, κ ι, æquum est ei quod ι ξ, est igitur (per cōstructionem) sicut α κ, ad ι ξ, sic ξ ι, ad ι κ, & sicut igitur (per 1 sexti,) α θ, ad ι λ, sic ι λ, ad κ λ. Ipsorum igitur α θ, κ λ, mediū ι λ proportionale est. Sed α θ, quidē, æquū est ipsi σ ν, & κ λ, æquū est ipsi ν π. Ipsorū igitur σ ν, ν π, mediū ι λ, proportiōale est. Est aūt ipsorū σ ν, ν π, mediū μ ρ proportiōale, (per præostēsum lēma, æquū est igitur μ ρ, ipsi ι λ. Sed μ ρ, quidē, ipsi ο ξ, æquū est, & ι λ, ipsi ξ γ, totū igitur ι γ, ipsis μ γ, ο ξ, est æquale. Sūt aūt & ipsa α θ, κ λ, ipsis σ ν, ν π, æqualia, (per 44 primi,) totū igitur α γ, æquū est toti σ π, hoc est ei quod ex μ ξ, quadrato, igitur ipsa μ ξ, ipsum potest α γ. Dico iā quod & ipsa μ ξ, ex binis nominibus est. Quoniā enim cōmēsurabilis est (per 17 decimi,) α κ ipsi ι κ, cōmēsurabilis igitur est (per 12 decimi, & diffinitionē,) & α ι, utriq; ipsarū α κ, κ ι. Supponitur aūt (per diffinitionē primæ) α ι ipsi α β, cōmēsurabilis, & ipsæ igitur α κ, κ ι, ipsi α ϐ, sūt cōmēsurabiles. Ratiōalis uero est α ϐ, ratiōalis igitur est & utraq; ipsarū α κ, κ ι, Ratiōale igitur est & utrūq; ipsorū α θ, κ λ. Cōmēsurabile aūt est (per 1 sexti & 11 decimi) α θ ipsi κ λ. Sed α θ, ipsi quidē σ ν est æquale, ipsum uero κ λ, ipsi ν π, & ipsa igitur σ ν, ν π, hoc est quod ex μ ν, ν ξ, ratiōalia sunt & cōmēsurabilia. Et quoniā incōmēsurabilis est α ι, ipsi ι δ lōgitudine, sed ipsa qdē α ι ipsi α κ, est cōmēsurabilis, ipsa aūt δ ι ipsi ι ξ cōmēsurabilis (per 13 decimi) incōmēsurabilis igitur est & α κ, ipsi ι ξ. Quare & α θ, ipsi ι λ, incōmēsurabile est. Sed α θ, quidē ipsi σ ν, est æquale, ipsum uero ι λ, ipsi μ ρ, & σ ν, igitur ipsi μ ρ, incōmēsurabile est. Sed sicut σ ν ad μ ρ, sic & μ ν ad ν ρ, incōmēsurabilis igitur est μ ν ipsi ν ρ. Aequalis aūt est μ ν ipsi μ ν, & ν ρ ipsi ν ξ, incōmēsurabilis igitur est μ ν, ipsi ν ξ Et quod ex μ ν, cōmēsurabile est ei quod ex ν ξ, & utrūq; ratiōale. Ipsæ igitur μ ν, ν ξ, ratiōales sunt potētia tātū cōmensurabiles, ipsa igitur μ ξ, ex binis nominibus est ipsumq; α γ, potest quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 49

49 SI fuerit superficies linea ratiōali binomioq; secūdo contenta, latus eius tetragonicū erit bimediale primū.



CAMPA. Sit eadē figura eædēq; hypotheses quæ in præmissa, eritq; ex diffinitiōe binomij secūdi, linea d c, rōnalis in lōgitudine, quare per 15 utraq; duarū superficierū d g et g c, (ideoque & duo supplemēta p m, m q) erit ratiōalis, linea uero b d erit ratiōalis in potētia tātū, & diuisa in duas lineas cōmunicātes f d & b f, ex diffinitione binomij secūdi & præmissis hypothesibus, & secūda parte 15 per 9 igitur erit utraq; duarū superficierū a f & f h, (ideoq; & utrunq; quadratorū l m & m n) medialis, itaq; ambæ lineæ l r & r p, sūt mediales in potētia quoq; cōmunicātes, nam cū linea b f cōmunicet lineæ f d, sequitur ut a f cōmunicet f h, quare quadratū l m, quadrato m n, ideoq; & linea l r, lineæ r p in potētia, in lōgitudine aūt nō cōmunicāt, qm per 1 sexti una earū ad alterā est sicut l m ad m p. Cū igitur l m nō cōmunicet m p eo quod altera medialis uidelicet l m, altera uero ratiōalis uidelicet m p, sequitur ut l r nō communicet in lōgitudine r p, Quia igitur ipsæ cōtinēt superficiē ratiōnalē quæ est m p, constat lineam l p ex 31 huius, esse bimediale primum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 57 Propositio 55

55 Si areola comprehensa fuerit sub rationali, & ex binis nominibus secunda, areolam potens irrationalis est, uocaturq; ex binis medijs prima.

THEON ex Zāb. Cōprehēdatur areola α β γ δ, sub rationali α ϐ, ac ex binis nominibus secūda α δ. Dico quod α γ areā potens, ex binis medijs est prima. Quoniā enim ex binis nominibus secūda est α δ, diuidatur in nomina in signo ι, ut maius nomē sit α ι, ipsæ igitur α ι, ι δ, (per 49 decimi) rationales sunt potētia tantū cōmēsurabiles, & α ι, ipsa ι δ maius potest eo quod ex sibi commensurabili, ac nomē minus ι δ commensurabile est ipsi α ϐ longitudine. Secetur (per 10 primi,) ipsa ι δ bifariam in signo ξ, & ei quod ex ι ξ, æquum ad ipsam α ι comparetur (per 28 sexti, deficiēs forma quadrata quod sub α κ, κ ι, commēsurabilis igitur est (per 17 decimi) α κ, ipsi κ ι lōgitudine. Et per ipsa κ, ι, ξ, signa excitētur (per 31 primi) paralleli ipsis α β, γ δ, sintq; κ θ, ι κ, ξ λ. Ac ei quidē quod est α θ, parallelogrāmo cōstruatur (per 14 secūdi) æquū quadratū σ ν, ipsi autē κ λ, æquū quadratū ν π. Ponaturq; per 14 primi, sic in rectas lineas, μ ν, ipsi ν ξ, in rectas lineas igitur est & ρ ν, ipsi ν ο. Cōpleaturq; σ π quadratū. Manifestū iā est, ex præostenso lēmate quod μ ρ mediū proportionale est ipsorū σ ν, ν π, & per præcedēs theorema æquū ipsi ι λ, & quod α γ areā potest μ ξ. Ostēdendū iam quod μ ξ, ex binis medijs est prima. Quoniā α ι, ipsi ι δ est incōmensurabilis lōgitudine, cōmēsurabilis autē est (per 49 decimi, ι δ, ipsi α β, incōmensurabilis igitur per 13 decimi, est α ι, ipsi α ϐ, longitudine

tudine. Et quoniã cõmẽsurabilis est α η, ipsi ι ν, cõmẽsurabilis est & α ι utriq; ipsarũ α η, η ι. Et α ι, rationalis est, rationalis igitur & utraq; ipsarũ α η, η ι, per cõparationẽ. Et quoniã incõmẽsurabilis est α ι, ipsi α β, cõmẽsurabilis autẽ est α ι, utriq; ipsarũ α η, η ι, & ipsæ α γ, η ι, igitur incõmẽsurabiles sunt ipsi α β, ipsæ β α, α η, η ι, igitur (per 13 decimi,) rationales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Quare (per 21 decimi,) utrũq; ipsorũ α θ, κ κ, mediũ est, quare & utrũq; ipsorũ σ ν, ν π, mediũ est, & ipsæ μ ν, ν ξ, igitur mediæ sunt (per 21 decimi.) Et quoniã cõmensurabilis est α η ipsi η ι lõgitudine, commẽsurabile est & α θ ipsi η κ, hoc est σ ν ipsi ν π, hoc est quod ex μ ν ei quod ex ν ξ. quare & ipsæ μ ν, ν ξ, potentia sunt commensurabiles. Et quoniã incommẽsurabilis est α ι, ipsi ι δ, lõgitudine, sed ipsa quidem α ι cõmensurabilis est ipsi α η, & ι δ, ipsi ι ξ. incõmensurabilis igitur est (per 13 decimi) α η ipsi ι ξ. Quare (per 1 sexti, & 11 decimi & α θ, ipsi ι λ incõmensurabile est, hoc σ ν, ipsi μ ρ, hoc est ο ν, ipsi ν ρ, hoc est μ ν, ipsi ν ξ, incõmẽsurabilis lõgitudine est. Ostensum autẽ est quod ipsæ μ ν, ν ξ, mediæ existẽtes, potẽtia sunt cõmensurabiles. ipsæ igitur μ ν, ν ξ, mediæ sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Dico iã quod & rationale cõprehẽdunt. Quoniã enim δ ι supponitur utriq; ipsarũ α β, ι ξ cõmensurabilis, commensurabilis igitur (per 12 decimi) est & ξ ι ipsi ι κ. Et utraq; ipsarũ rationalis, rationale igitur est ι λ, hoc est μ ρ. Sed μ ρ, est quod sub μ ν, & ν ξ. Si uero (per 37 decimi) binæ mediæ potentia tantũ cõmensurabiles, compositæ fuerint rationale cõprehẽdentes, tota irrationalis est, uocaturq; ex binis prima medijs. Igitur ipsa μ ξ, ex binis est prima medijs. Quod erat ostendendum.

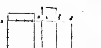
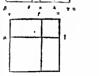
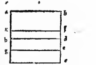
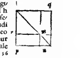
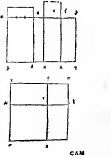
Eucli. ex Camp. Propositio 50

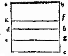
50 SI binomio tertio ac linea rõnali supficies cõtineat, linea in eã potẽs erit bimediale scd'm CAMPA. Dispositio & hypotheses maneãt ut supra. Eritq; ex his hypothesibus & diffinitiõe binomij tertij & 19, unaquæq; quatuor superficierũ in quas diuisa est superficies a c, medialis, quare utrũq; duorũ quadratorũ l m, m n, & utrũq; supplemẽtorũ p m & m q, erit etiã mediale. utraq; igitur duarũ linearũ l r & r p, erit medialis. Et cũ duæ superficies a f & f h sint cõmunicãtes, eo quod duæ lineæ b f & f d sint cõmunicãtes, per secundã partẽ 13 erunt duæ lineæ l r & r p cõicantes in potẽtia, in lõgitudine uero, non quia superficies l m nõ cõmunicat cũ superficie m p, eo quod neq; a f cõmunicat cũ d g. Nã linea b f non cõicat cũ d e, cũ igitur ipsæ contineant superficiẽ quæ est p m, cõstat ex 12 lineã l p esse mediale secũdũ. Quod est propositũ. Eucli. ex Zãb. Theorema 38 Propositio 56

56 Si superficies sub ratiõali, & ex binis nominibus tertia cõprehẽsa fuerit, superficiem potẽs irrationalis est, appellaturq; ex binis secũda medijs.

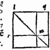
THEON ex Zamb. Areola nãq; α β γ δ, cõprehẽdatur sub rõnali α β, ac ex binis noĩbus tertia α δ diuisa in noĩa in ι, quorum maius sit α ι. Dico quod areolã α γ, potẽs irrõnalis est, uocaturq; ex binis secũda medijs. Construãtur nãq; eadẽ quæ prius. Et quoniã α δ, ex binis est tertia noĩbus, ipsæ igitur α ι, ι δ, rationales sunt potentia tantũ cõmẽsurabiles, & ipsa α ι, ipsa ι δ, maius potest eo quod ex sibi cõmẽsurabili, & ipsarũ α ι, ι δ, neutra ipsi α β, est cõmẽsurabilis lõgitudine. Similiter iã ex ijs quæ prius sunt ostẽsa, demonstrabimus, quod ipsæ μ ν, ν ξ, mediæ sunt potẽtia tantum cõmensurabiles Quare μ ξ, ex binis est medijs. Ostendendũ etiã quod & secũda. Quoniã incõmensurabilis est (per 50 decimi,) δ ι, ipsi α β, lõgitudine, hoc est ipsi ι κ, atqui δ ι cõmẽsurabilis est ipsi ι ξ, incõmẽsurabilis igitur est per 13 decimi ι ξ, ipsi ι κ lõgitudine, Suntq; rõnales, ipsæ ξ ι, ι κ, igitur rõnales sunt potentia tãtũ cõmẽsurabiles. Mediũ igitur (per 21 decimi est ι λ, hoc est μ ρ, cõprehẽditurq; sub μ ν, ν ξ, mediũ igitur est quod sub μ ν, ν ξ, Ipsa igitur μ ξ, ex binis est secũda medijs, Quod fuerat ostendẽdũ. Eucl. ex Cãp Propositio 51

51 SI linea rationali binomioq; quarto superficies cõtineatur, quæ in eam superficiem potest est linea maior.

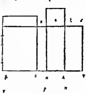


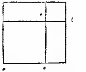
CAMP. Cũctis ut in præmissis manẽtibus.erit ex hypothesi & diffinitione binomij 4 & 19 utraq; duarũ superficierũ d g & g c(quare & utraq; duarũ p m & m q)medialis,duoq; quadrata l m & m n pariter accepta,ratiõale eo q superficies a d est rõnalis per diffinitionẽ binomij quarti & 15. Et quia d b diuiditur in pũcto f in duo incõicãtia per secũdã partẽ 14,erit superficies a f incõmẽsurabilis superficiei f h,ideoq; & quadratũ l m.i quadrato m n. Duæ igitur lineæ l r & r p.sunt incõmẽsurabiles in potẽtia quæ cũ cõtineant superficiẽ medialẽ p m & earũ quadrata ambo pariter accepta sint rõnale,cõsta t per 33 lineã l p esse lineã maiorem. Quod erat demõstrãdũ. Eucl.ex Zãb. Theorema 39 Propositio 57

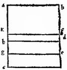


57 Si areola sub rationali ac ex binis quarta noĩbus cõprehẽsa fuerit ipsam areolã potẽs irrõnalis est, uocaturq; maior.

THEON ex Zãb. *Areola nãq; α γ,cõprehẽdatur sub rõnali α β,& ex binis quarta nominibus α δ diuisa in noĩa in ε,quorũ maius esto α ε. Dico quod areolã α γ,potẽs irrationalis est appellata maior. Quoniã enim α δ ex binis est quarta noĩbus,ipsæ igitur α ε,ε δ,rõnales sũt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles,& α ε ipsa ε δ maius potest eo quod ex sibi incõmẽsurabili,& α ε,ipsi α β,lõgitudine cõmensurabilis est. Secetur (per 10 primi) δ ε,bifariã in ζ,& ei quod ex ε ζ,æquũ,ad μ ε,cõparetur (per 44 primi) parallelogrãmũ quod sub α η,η ε. Incõmẽsurabilis igitur est (per 18 decimi, α η,ipsi ε η lõgitudiẽ.excitẽtur (per 31 primi) paralleli ipsi α β,sintq; η θ,ε κ,ζ λ. Fiatq; reliqua eadẽ sicut in præcedẽti. Manifestũ iã est quod μ ξ,est potẽs ipsam α γ. Ostẽdẽdũ uero quod μ ξ irrõnalis est,appellata maior. Quoniã incõmẽsurabilis est α η ipsi ε η lõgitudine, incõmẽsurabile (per 1 sexti & 11 decimi,) est & α θ ipsi η κ,hoc est σ ν ipsi ν π. Ipsæ igitur μ ν,ν ξ,potẽtia sunt incõmẽsurabiles. Et quoniã cõmẽsurabilis est α ε,ipsi α β lõgitudine,rõnale est α κ. Et æquũ est eis quæ ex μ ν,ν ξ,rationale igitur est.cõstatũ ex ijs quæ ex μ ν,ν ξ. Et quoniã (per 34 decimi) incõmẽsurabilis est δ ε ipsi α β lõgitudine, hoc est ipsi ε κ,sed (per 15 decimi δ ε cõmẽsurabilis est ipsi ε ζ,incõmẽsurabilis igitur est ε ζ,ipsi ε κ lõgitudine. Ipsæ igitur ε κ,ε ζ,rationales sunt potẽtia tantũ commensurabiles. Mediũ (per 21 decimi) igitur est λ ε hoc est μ ρ. Cõprehenditurq; sub μ ν,ν ξ,mediũ igitur est quod sub μ ν,ν ξ. Et cõpositũ ex ijs, quæ ex μ ν,ν ξ,ratiõale,& μ ν,ipsi ν ξ potẽtia incõmẽsurabilis est. Si autẽ (per 39 decimi duæ lineæ potẽtia incõmẽsurabiles cõpositæ fuerint efficiẽtes cõpositũ ex ijs quæ ex ipsis sunt quadratis ratiõale,quod uero sub ipsis mediũ tota irrationalis est,appellatur aũt maior. Ipsa igitur μ ξ irrõnalis est,uocata maior ipsamq; α γ areolã potest,quod erat ostendendũ.* Eucl.ex Camp. Propositio 52

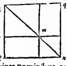






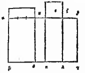
52 SI fuerit sũperficies linea rõnali atq; binomio quinto cõtẽta, quæcũq; in eã linea põt, potẽs in rõnale & mediale esse,ex necessitate cõuincitur.

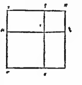
CAMP. Nec in hac quoq; est aliquid ex priorũ dispositiõe & positiõibus mutãdum,eis enim manentibus erit ex ijs quæ posita sunt in diffinitiõe binomij quinti & 15,utraq; duarũ superficierũ d g & g c quare utraq; duarũ p m & m q,ratiõalis tota que a d quare & duo quadrata l m m n pariter accepta,medialis ex 19 Cũq; ex secũda parte 14 sit linea f b incommensurabilis lineæ f d,ideoq; superficies a f superficiei f h, & quadrato m n.erit linea l r incõmensurabilis in potẽtia lineæ r p. At quia ipsæ cõtinent superficiẽ rõnalẽ p m.& earũ quadrata ambo pariter accepta sunt mediale,cõclude ex trigesima quarta lineã l p esse potẽtẽ in rationale & mediale. Qđ promissum est. Eucl.ex Zãb. Theorema 40 Propositio 58



Si areola cõprehendatur sub rationali,ac ex binis quinta nominibus, areo lam potens irrationalis est, appellata rationale mediumq; potens.

THEON ex Zãb. Areola etenim α γ, cõprehẽdatur sub ratiõali α β, ac ex binis quinta noĩbus α δ disũcta in noĩa in ε, ut maius nomẽ sit α ε. Dico quod ipsam α γ, areolã potẽs irrõnalis est, appellata ratiõale mediũq; potẽs. Cõstruãtur enim ea quæ superius demõstrata sũt. Nõ dubiũ quod α γ areolã potẽs, est μ ξ. Ostẽdendũ iã, quod μ ξ est rõnale mediũq; potẽs. Quoniã enim incõmẽsurabilis est α ζ, ipsi ν ε, incõmẽsurabile igitur est (per 1 sexti, & 11 decimi) & α θ, ipsi θ ε, hoc est quod ex μ ν et quod ex ν ξ. Ipsæ igitur μ ν, ν ξ, potẽtia sunt incõmẽsurabiles. Et quoniã α δ, ex binis est quinta noĩbus, ac eius minus segmẽtũ est ε δ, cõmẽsurabilis igitur est ε δ ipsi α β lõgitudine. Sed α ε, ipsi ε δ, est incõmẽsurabilis, & α ε, igitur (per 13 decimi) ipsi α ε, est incõmẽsurabilis lõgitudine. Ipsæ igitur α ε, α ε, ratiõales sunt, potẽtia tantũ cõmensurabiles, mediũ igitur est (per 21 decimi) α κ, hoc est cõflatũ ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ. Et quoniã cõmẽsurabilis est δ ε, ipsi α ε, lõgitudine hoc est ε κ, sed δ ε, ipsi ε ζ, cõmensurabilis est, & ε ζ igitur (per 12 decimi) ipsi ε κ cõmensurabilis est. Ratiõalis aũt ε κ, rõnale igitur (per 19 decimi, & ε λ, hoc est μ ρ, hoc est quod sub μ ν, ν ξ. Ipsæ igitur μ ν, ν ξ, (per 40 decimi) potẽtia incõmẽsurabiles sunt, efficiẽtes conflatum ex ipsarum quadratis mediũ, & quod sub ipsis rationale, ipsa igitur μ ξ, est ratiõale mediũq; potẽs, ipsamq; potest aream α γ. Quod fuerat demonstrandũ.

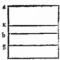


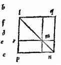


Eucli. ex Camp. Propositio 53

53 SI binomio sexto lineacp rationali superficies contineatur, linea quæ in eam potest, in duo medialia potẽs esse ꝓbat.

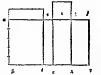
CAMP. Hæc 53, adhuc te sustinet ociari a pingẽdis figuris, cõtẽta enim est præmissis dispositiõe & positiõibus. Quibus stãtibus, necesse est ex ipsis positis & dispositiõe id est diffinitiõe binomij postremi & 19, quãlibet ex superficiebus a d & d g & g c, ꝓpter ꝙ & ambo quadrata l m & m n pariter accepta & p m & m q) esse medialẽ. Cũq; b f & f d (propter quod a f & f h, ideoq; l m & m n) sint incõmẽsurabiles erũt duæ lineæ b c & r p incõmẽsurabiles in potẽtia At quia ipsæ cõtinẽt superficiẽ medialẽ p m earũq; ambo℞ quadrata pariter accepta sunt mediale qđ est duplo superficiei unius in alterã incõmensurabile, quod ex eo probatur ꝙ superficies b h est incõmẽsurabilis superficiei h c. propter hoc quod linea d b est incõmensurabilis lineæ d c, sequitur ex 35 lineã l p esse, quæ potest in duo medialia.



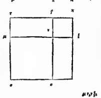


Eucli. ex Zamb. Theorema 41 Propositio 59

59 Si areola cõprehẽdatur sub ratiõali, & ex binis sexta nominibus areolã potẽs irrationalis est, appellata bina potẽs media.



THEON ex Zãb. Areola nãq; α β γ δ, cõprehẽdatur sub ratiõali α β, & ex binis no'bus α δ, diuisa in noĩa in ε, ut maius nomẽ sit α ε. Dico quod ipsam α γ, potẽs, irrõnalis est, appellata bina potẽs media. Cõstruãtur enim quæ & posterius. Nõ dubiũ quod μ ξ est potẽs ipsam α γ. & quod incõmẽsurabilis est μ ν, ipsi ν ξ, potentia. Et quoniã incõmẽsurabilis est α ε, ipsi α ε longitudine, ipsæ igitur α ε, α β, rationales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles, mediũ igitur est (per 21 decimi,) α κ, hoc est cõpositũ ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ. Rursus quoniã incõmẽsurabilis est ε δ, ipsi α ε lõgitudine, incõmẽsurabilis igitur est & ε ζ ipsi ε κ. Et ζ ε, ε κ, igitur rationales sunt potẽtia tãtum cõmensurabiles, mediũ igitur est (per eandẽ,) ε λ, hoc est μ ρ, hoc est quod sub μ ν, ν ξ. Et quoniam incõmensurabilis est α ε ipsi ε ζ, & α κ ipsi ε λ incõmensurabile est. Sed α κ quidẽ est cõflatum ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ, & ε λ est quod sub



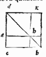
μ ν, ν ξ

μ ν, ν ξ, incōmēſurabile igitur eſt (per 1 ſexti & 11 decimi,) cōpoſitū ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ, ei quod ſub μ ν, ν ξ, & ipſorū utrūq; medium eſt. ipſæ igitur μ ν, ν ξ, potentia ſunt incōmēſurabiles. ipſa igitur μ ξ bina potens eſt media (per 41 decimi,) & ipſam poteſt α ν, quod oſtendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 54

54 **Si lineæ rationali æquū quadrato binomij rectangulum adiungatur, latus eius ſecundum binomium primum eſſe conueniet.**

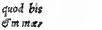
CAMPANVS. Hæ ſex ſequentes, cōuerſæ ſunt ſex præcedētium per ordinē. Huius aūt eſt hæc intētio. ſit linea a b binomiū, diuiſa ad punctū c in duas lineas a c & c b, ſecūdū ſuā diffinitionē aut terminū, eiuſq; a b quadratū ſit b d, ſitq; linea e f, rationalis in lōgitudine, cui adiūgatur ſuperficies e g æqualis quadrato b d. Dico quod latus ſecūdū huius ſuperficiei. quod eſt linea f g, eſt binomiū primū. Diuidatur enim quadratū b d in duo quadrata b h & h d, quæ ſint quadrata duarū linearū portionū binomij, & in duo ſupplemēta a h & h k, quorū utrūq; cōtinetur ſub duabus portionibus binomij, eritq; ex diffinitione binomij quæ habetur per 36, utrūq; iſtorū quadratorū rationale, & per 19 utrūq; ſupplemētū mediale. Ex ſuperficie igitur e g abſcindatur ſuperficies e l æqualis quadrato d b, & l m æqualis quadrato h b, & n p æqualis uni duorū ſupplemētorū a h uel h k, eritq; p g reſidua, æqualis reliquo ſupplemēto. quare per 1 ſexti linea n q, eſt æqualis lineæ q g. Ex præmiſſis aūt manifeſtū eſt q utraq; duarū ſuperficierū e l & l m (& ideo tota ſuperficies e n) eſt ratiōalis. Et utraq; duarū æqualiū n p & p g (& ideo tota m g) medialis. quare per 16 utraq; duarū linearū f l & l n, & tota linea f n, ratiōalis in lōgitudine, & lineæ e f rationali poſitæ cōmēſurabilis, & per 20 utraq; duarū n q & q g, & tota n g, ratiōalis in potētia tātū, incōmēſurabilis lineæ m n (& ideo lineæ e f ſibi æquali, & per cōſequēs & lineæ f n) in lōgitudine. Si igitur linea f n, quæ eſt maior linea n g ut ex primo duorū antecedentiū 55 demōſtratiōi ſubiūctorū & prima ſexti apparet, fuerit potētior linea n g minori in quadrato lineæ ſecū cōmunicātis in lōgitudine, tūc ex diffinitione binomij primi manifeſtū eſt lineā f g eſſe binomiū per primū. Hoc autem ita eſſe ſic habeto. Cum inter duo quadrata d h & h b, ſit (per primā ſexti) ſuperficies a h medio loco ꝓportiōalis, conuincitur ex prioribus hypotheſibus ſuperficiem m q eſſe inter ſuperficies e l & l m medio loco proportionalis, quare (per primā) ſexti linea n q quæ eſt medietas lineæ n g eſt medio loco proportionalis inter duas lineas f l & l n. Quod igitur fit ex f in l n, eſt quātū quod ex n q in ſe per 16 ſexti, ideoq; per 4 ſecūdi quantū quarta pars quadrati lineæ n g. Itaq; per primā partē 18 cū linea f n diuidatur a ſuperficie ſibi adiūcta æquali quartæ parti quadrati breuioris lineæ n g, ita quod ad complendā totā lineā f n deſit ſuperficies quadrata in duo cūmunicātia ad punctū l, erit f n potentior n g in quadrato lineæ ſibi communicātis in longitudine. Conſtat ergo propoſitum.



THEON Lemma.

Si recta linea ſecetur in inæqualia, quæ ab inæqualibus quadrata, maiora ſunt eo quod bis ſub inæqualibus comprehenſum eſt rectangulum.

Sit recta linea α ε, ſeceturq; in inæqualia in γ, ſitq; maior α γ. Dico quod quæ ex α γ, γ ε, maiora ſunt eo quod bis ſub α γ, γ β. ſecetur enim (per 10 primi) α β, bifariā in δ. Quoniā igitur recta linea ſecta eſt in æqualia in δ, & in inæqualia in γ, igitur (per 5 ſecūdi) quod ſub α γ, γ β, una cū eo quod ex γ δ, æquū eſt ei quod ex α δ, & perinde quod ex ſub α γ, γ ε, minus eſt eo quod α δ. Quod igitur bis ſub α γ, γ ε, eſt minus quā duplū eius quod ex α δ, Sed quæ ex α γ, γ ε, dupla ſunt eorū quæ ex α δ, δ γ, ergo quæ ex α γ, γ ε, maiora ſunt eo quod bis ſub α γ, γ ε, quod erat oſtendendū.



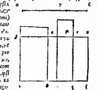
Eucli. ex Zāb. Theorema 42 Propoſitio 60

60 **Quod ex ea quæ ex binis nominibus ad rationalem comparatū latitudinem efficit, ex binis nominibus primam.**

THEON ex Zamb. Eſto ex binis nominibus α β, diuiſa in nomina in γ, ut maius nomen ſit α γ. exponaturq; rationalis δ ε, & ei quod ex α ε, æquum ad ipſam δ ε, comparetur (per 44 primi) δ ε ζ η, latitudinem efficiens δ η, Dico quod δ η ex binis eſt prima nominibus. Comparetur enim (per 44 primi,) ad δ ε, ei quidem quod ex α γ æquum δ θ, ei autem quod ex β γ, æquum κ λ. Reliquum igitur quod bis ſub α γ, γ δ (per 4 ſecundi,) æquum eſt ipſi μ ζ. Secetur (per decimā primi) ipſa μ η bifariam in ν, exciteturq; (per 31 primi) parallelus ν ξ utrique ipſarum μ

λ, η ξ

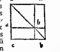
λ, κ ξ. Verũq; igitur ipsorũ μ ξ, ν ξ, æquum est ei quod sub α γ, γ β, Et quoniã α ε, ex binis nominibus est diuisa in nomina in γ, ipsæ igitur α γ, γ β, rationales sunt potẽtia tantũ commensurabiles. Quæ igitur ex α γ, γ ε rationalia, sunt sibi inuicem commẽsurabilia. Quare (per 15 decimi,) & conflatum ex ijs quæ ex α γ, γ ε, commẽsurabile est eis quæ ex α γ, γ β, rationale igitur est compositum ex ijs quæ ex α γ, γ ε. Et ipsi δ λ, est æquale, rationale igitur est δ λ. Et ad ipsam δ ι comparatur, rationalis igitur (per 20 decimi δ μ. & ipsi δ ι, lõgitudine commensurabilis. Rursus quoniã α γ, γ ε, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, medium igitur est quod bis sub α γ, γ ε, hoc est ipsum μ λ, & ad ipsam cõparatur μ λ rationalem, rationalis igitur est & μ κ, ipsi λ μ incõmẽsurabilis (hoc est ipsi δ ι,) lõgitudine, est autẽ μ δ rationalis, & ipsi δ ι lõgitudine cõmẽsurabilis, incõmẽsurabilis igitur est (per 13 decimi) δ μ, ipsi μ κ longitudine. Suntq; ipsæ igitur δ μ, μ κ, rationales, potẽtia tantum commensurabiles, ex binis nominibus igitur est, (per 36 decimi δ κ. Ostendendum quod & prima. Quoniam enim (per lemma præcedens 54. decimi) eorum quæ ex α γ, γ ε, medium proportionale est quod sub α γ, γ ε & ipsorum igitur δ θ, κ λ. medium proportionale est μ ξ. Est igitur (per constructionem sicut δ θ ad μ ξ, sic μ ξ, ad κ λ, hoc est sicut δ κ ad μ ν, sic μ ν, ad μ κ, quod igitur sub δ κ, κ μ, æquum est ei quod ex μ ν. Et quoniam commensurabile est quod ex α γ, ipsi quod ex ε γ, cõmensurabile est & δ θ, ipsi κ λ, quare (per 1 sexti & 11 decimi) & δ κ ipsi κ μ commensurabilis est. Et quoniam maiora sunt quæ ex α γ, γ ε, eo quod bis sub α γ, γ ε, maius igitur est & δ λ ipso μ ξ. Quare (per lemma præcedens & per primã sexti,) & δ μ, ipsa μ κ maior est, & æquale quod sub δ κ, κ μ, ei quod ex ν κ, hoc est quartæ parti eius quod ex μ κ, & cõmensurabilis est δ κ, ipsi κ μ. Si uero (per 17 decimi,) fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autẽ parti eius quod ex minore æquum, ad maiorem cõparetur deficiens forma quadrata, & in commensurabilia ipsam diuiserit, maior minore maius potest eo quod ex sibi commensurabili. Ipsa igitur δ μ, ipsa μ κ maius potest eo quod ex sibi commensurabili. ipsa igitur igitur δ μ, ipsa μ κ maius potest eo quod ex sibi commensurabili. Suntq; rationales ipsæ δ μ, μ κ, & δ μ nomẽ maius existens, comensurabilis est longitudine ipsi δ ι expositæ rationali, ipsa igitur δ κ, ex binis nominibus est prima, quod oportuit demonstraße.



Eucli. ex Camp. Propositio 55

55 Si lineæ rationali æqua supetficies quadrato bimedialis primi adiungatur, latus eius reliquum binomium secundũ esse oportebit.

CAMPANVS Sit linea a b bimediale primũ, diuisa ad punctũ c secundũ suũ terminum, cætera autem sint ut prius. Dico lineã f g esse binomiũ secundũ. Erit enim superficies m g rationalis, eo quod partes bimedialis primi continent superficiem rationalem, & superficies tres e l, l m, & tota e n, mediales communicantes, eo quod portiones bimedialis primi sunt lineæ mediales potentia tantum communicantes ex 51. Per 16 igitur erit linea n g rationalis in longitudine, commensurabilis lineæ e f rationali positæ, & per 20 linea f n rationalis in potentia tantũ quæ cum sit maior linea n g ex primo duorum antecedentium demonstrationi 23 adiunctorum & 1 sexti, eaque potentior quadrato lineæ communicantis secum in lõgitudine ex prima parte 13, erit a diffinitione linea f g binomium secundum, quod est propositum.

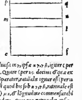


Eucli. ex Zãb. Theorema 43 Propositio 61

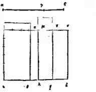
61 Quod ex ea quæ ex binis medijs prima ad rationalẽ cõparatũ latitudinẽ, efficit ex binis noĩbus secũdã.

THEON ex Zãb. Esto (per 43 decimi,) ex binis medijs prima α ε, diuisa in medias in γ, quarũ α γ maior sit, exponaturq; rationalis δ ι, Comparetur (per 44 primi) ad ipsam δ ι, ei quod ex α ε æquũ parallelogrammũ δ ζ, latitudinem efficiẽs δ κ, Dico quod ipsa δ κ, ex binis est secũda nominibus, Cõstruantur enim eadem quæ & in præcedenti. Et quoniam α ε, ex binis medijs est prima diuisa in γ, ipsæ α γ, γ β, igitur (per 37 decimi,) mediæ sunt potentia tantũ cõmensurabiles rationale cõprehendentes. Quare (per 24 decimi & quæ ex α γ, γ ε, media sũt mediũ igitur (per correlariũ 23 decimi, est δ λ. Et ad ipsam δ ι cõparatur, ratiõalis igitur est (per 22 decimi μ δ, & ipsi δ ι longitudine incommensurabilis. Rursus quoniã rationale est quod bis sub α γ, γ β, rationale est & μ ξ, ad ipsamq; μ λ, rationalem comparatur, rationalis igitur est (per 20 decimi) μ κ, & lõgitudine commensurabilis ipsi μ λ, hoc est ipsi δ ι. Incommensurabilis igitur est δ μ, ipsi μ κ, longitudine. Suntque rationales ipsæ.

igitur

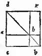


igitur δ μ, μ ν, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est (per 36 decimi δ ν. Ostendēdū iam quod & secunda. Quoniā enim quæ ex α γ, γ β, maiora sunt eo quod bis sub α γ, γ ϐ, maius est igitur & δ λ ipso μ ξ, quare (per primam sexti,) & δ μ ipsa μ ν. Et quoniam commensurabile est quod est ex α γ, et quod ex γ ϐ, commensurabile est & δ ι ipsi ν λ. Quare & δ κ, ipsi κ μ, commensurabilis est, & id quod sub δ κ, κ μ, æquū est et quod ex ν ν. Ipsa igitur δ μ, ipsa μ ν, maius potest eo quod ex sibi commensurabili, & μ ν, ipsi δ ι longitudine commensurabilis est, ipsa igitur δ ν, ex binis nominibus est secunda, quod erat ostendendū. Eucli ex Camp. Propositio 56



56 Cum adiūcta fuerit lineæ in lōgitudine rationali superficies rectāgula æqualis quadraco bimedialis secundi, latus eius secūdum binomium tertium esse necesse est.

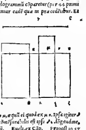
CAMPANVS Si fuerit linea a b bimediale secūdum diuisa per terminū suū ad pūctū c, reliqua uero omnia fuerint ut prius, erit linea f g binomiū tertiū Erit enim ex 22 & nostris positionibus utraqꝫ superficierū e n & m g, medialis, quare per 20 utraqꝫ duarū linearū f m & n g erit rationalis in potentia tantum lineæ e f rationali potentia commensurabilis At quia bimedialis secundi partes sunt communicantes in potentia tantum, erit superficies e l communicans superficiei l m, & ideo linea f l lineæ l n, potentior ergo est per primam partem 15 f n quam sit n g. in quadrato lineæ sibi communicantis in lōgitudine Cūqꝫ sint superficies a h & quadratū h b incōmēsurabilia, eo quod lineæ a c b incōmensurabiles, ideoqꝫ & ambo quadrata pariter accepta ambobus supplemētis pariter acceptis eo quod quadrata sibi inuicem communicant ex hypothesi, supplementa quoque cum sibi inuicem sint æqualia, sequitur ut superficies e n sit incommensurabilis superficiei m g, & ideo linea f n, lineæ n g, per diffinitionem igitur est linea f g, binomium tertium Quod est propositum.



Eucli ex Zamb. Theorema 44 Propositio 62

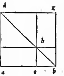
62 Quod ex ea quæ ex binis secunda medijs ad rationalem comparatum latitudinem efficit, ex binis uominibus tertiam.

THEON ex Zāb. Esto (per 44 decimi) ex binis medijs secunda α ϐ diuisa in medias in γ ut maius segmentū sit α γ rationalis autem esto δ ι, & ad ipsam δ ι, et quod ex α β æquū paralelogrammū cōparetur (per 44 primi δ ξ, latitudinē efficiens δ ν, Dico quod δ ν est ex binis nominibus tertia, Cōstruantur eadē quæ in præcedētibus. Et quoniā α ϐ ex binis est secūda medijs diuisa in γ, ipsæ igitur α γ, γ ϐ, (per 38 decimi mediæ sunt potētia tātū cōmēsurabiles mediū cōprehēdētes, quare & cōstatū ex ijs quæ ex α γ, γ ϐ, mediū est, & est æquale ipsi δ λ mediū igitur est & δ λ, cōparaturqꝫ ad rationalē δ ι. Rationalis igitur est (per 22 decimi μ δ, & ipsi δ ι lōgitudine incōmēsurabilis. Id propterea etiā μ ν rationalis est & ipsi μ λ incōmēsurabilis (hoc est ipsi δ ι) longitudine. Ratiōalis igitur est utraque ipsarum δ μ, μ ν, & ipsi δ ι longitudine incommensurabilis Et quoniā α γ ipsi γ β lōgitudine est incōmensurabilis, sicut autem (per lēma præcedēs 21 decimi) α γ ad γ β, sic quod ex α γ, ad id quod sub α γ, γ ϐ, incōmēsurabile igitur est & quod ex α γ, et quod sub α γ, γ ϐ. Quare & cōstatū ex ijs quæ ex α γ, γ β, et quod bis sub α γ, γ ϐ, incōmēsurabile est, hoc est δ λ ipsi μ ξ. Quare (per 1 sexti, & 11 decimi) & δ μ ipsi μ ν incōmensurabilis est. Sūtqꝫ ratiōales. Ipsa igitur δ ν, ex binis nominibus est. Ostendendū iā quod & tertia. Similiter iā sicut in præcedētibus ratiocinabimur quod maior est δ μ ipsa μ ν. & quod δ κ ipsi κ μ cōmēsurabilis est. Estqꝫ quod sub δ κ, κ μ, æquū ei quod ex μ ν. Ipsa igitur δ μ, ipsa μ ν, maius potest eo quod ex sibi cōmēsurabili, & neutra ipsarū δ μ, μ ν, cōmēsurabilis est ipsi δ ι, lōgitudine, ipsa igitur δ ν, ex binis est tertia nominibus, quod erat ostendēdū. Eucli. ex Cāp. Proposit io 57

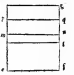


57 Si lineæ rationali rectangulū æquū quadrato lineæ maioris adiūgatur, alterum se cōtinentiū laterum erit binomium quartum.

CAM



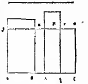
CAMPANVS. Si hæc quoque fuerit linea a b linea maior diuisa secundum terminum suũ ad punctum c, cunctaq; reliqua nõ fuerint aliter quam prius, erit linea f g binomium quartũ. Cum enim sint ambo quadrata portionum lineæ maioris pariter accepta rationale, erit superficies e n rationalis, ideoq; per 16 linea f n rationalis in longitudine, communicans lineæ e f rationali positæ, superficies uero m g erit medialis, propter illud quod portiones lineæ maioris cõtinent superficiem medialem, itaque per 20 linea n g est in potentia rationalis tantum, & quia etiam portiones præfatæ lineæ a b sunt potentialiter incommensurabiles, superficies e l incommensurabilis erit l m. ideoque linea f l, lineæ l n, igitur per primam partem 14 linea f n est potentior linea n g, in quadrato lineæ sibi incommensurabilis. Ex diffinitione igitur est linea f g binomium quartum, quod erat propositum.



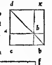
Eucli. ex Zãb. *Theorema 45* *Propositio 65*

63 Quod ex maiore ad rationalem comparatum latitudinem efficit ex binis quartam nominibus.

THEON ex Zamb. *Sit maior αβ, diuisa in γ, ut maior sit αγ ipsa γβ, Rationalis uero esto δε, & ei quod ex αβ, æquum ad ipsam δε, comparetur (per 45 primi,) δζ, parallelogrammum, latitudinem efficiens δη. Dico quod δη, ex binis est quarta nominibus. Construantur eadem quæ in præostensis. Et quoniam (per 39 decimi) maior est αβ, diuisa in γ, ipsæ αγ, γβ, potentia sunt incommensurabiles efficientes conflatum ex ijs quæ ex ipsis fiũt quadrata rationale, quod uero sub ipsis medium. Quoniam igitur rationale est conflatũ ex ijs quæ ex αγ, γβ, rationale igitur est δλ, rationalis igitur est & μδ, & ipsi δε longitudine commensurabilis. Rursus quoniam medium est quod bis sub αγ, γβ, hoc est μζ, & ad rationalem comparatur μλ, rationalis igitur (per 22 decimi) est & μη, & ipsi δε, longitudine incõmensurabilis. Incommensurabilis igitur est (per 13 decimi,) & δμ, ipsi μη, lõgitudine. Ipsæ igitur δμ, μη, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est δη. Ostendendũ iam quod & quarta. Similiter iam sicut & in præcedentibus rationabimur quod maior est δμ ipsa μη. & quotquot sub δκ, κμ, æquum est ei quod ex νη. Quoniam igitur incommensurabile est quod ex αγ, ei quod ex γβ, incommensurabile igitur est & δθ ipsi κλ. Quare (per primam sexti & 11 decimi,) & δκ, ipsi κμ incommensurabilis est. Si autem fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod ex minore (per 17 decimi) æquum comparatum fuerit parallelogrammum ad maiorem forma quadrata deficiens, & in incõmensurabilia ipsam diuiserit, maior minore maius potest eo quod à sibi incommẽsurabili in longitudine, ipsa igitur δμ, ipsa μη maius potest eo quod à sibi incommensurabili, sunt & ipsæ δμ, μη, rationales potentia tantum commensurabiles. & δμ, commensurabilis est ipsi expositæ rationali δε, ipsa igitur δη, ex binis nominibus est quarta, quod erat ostendendum.*

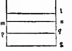


Eucli. ex Camp. *Propositio 58*



58 Si lineæ rationali quadrato lineæ potẽtis supra rationale & mediale æqualis parte altera longior forma adiungatur, alterum latus eius, binomium quintũ esse necesse est.

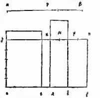
CAMPANVS Proposita linea a b ea quæ potest supra mediale & rationale diuisa secundum eius diffinitionem ad punctum c, nihil immutetur de reliquis, sequiturq; lineam f g esse binomium quintum, Cum enim partes huius lineæ a b contineãt rationalem superficiem necesse est ut superficies g m, ideoque per 16 linea n g sit rationalis. Cumque ambo quadrata partium huius lineæ pariter accepta sint mediale, erit superficies e n medialis, & per 20 linea f n rationalis in potentia tantum lineæ f e potentia rationali communicans. At quia portiones præ-



prædictæ lineæ sunt incōmensurabiles in potentia, erit superficies e l incōmensurabilis superficiei m l, ideoq́ꝫ & linea f l, lineæ l n: potentior igitur est per primam partem 14 linea f n linea n g, in quadrato lineæ sibi incommensurabilis. Per diffinitionem itaq́ꝫ binomij quinti, conclude propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 46 Propositio 64

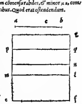
64 Quod ex ea quæ rationale mediumq́ꝫ potest ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis quintam nominibus.



THEON ex Zamber. Sit rationale mediumq́ꝫ potens α β, diuisa in rectas lineas in γ, ut sit maior α γ, exponaturq́ꝫ rationalis δ ι, & ei quod ex α β, æquum ad δ ι comparetur δ ζ (per 44 primi) latitudinem efficiens δ η. Dico quod δ η ex binis est quinta nominibus. Construantur eadem quæ in præcedentibus. Et quoniam α β est rationale mediumq́ꝫ potens diuisa in γ, ipsæ igitur α γ, γ ϛ, potentia sunt incōmensurabiles efficientes conflatum ex earum quadratis medium, quod uero sub ipsis rationale. Quoniā igitur conflatum ex ijs quæ ex α γ, γ ϛ, medium est, medium igitur est δ λ. Quare rationalis est δ μ, & ipsi δ ι longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam rationale est quod bis sub α β, β γ, hoc est μ ζ, rationalis igitur est μ η, & ipsi δ ι longitudine commensurabilis, Incommensurabilis igitur est δ μ, ipsi μ η. Ipsæ igitur δ μ, μ η, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est δ η. Dico quod & quinta. Similiter nanq́ꝫ ostendetur quod quod sub δ κ, κ μ, æquū est ei quod ex ν η, & quod δ κ ipsi κ μ longitudine incōmensurabilis est, ipsa igitur δ μ, ipsa μ η maius potest eo quod ex sibi incōmensurabili, & ipsæ δ μ. μ η, rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles, & minor μ η, commensurabilis est ipsi δ ι longitudine. Ipsa igitur δ μ, ex binis est quinta nominibus. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 59

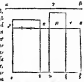
59 Quoties adiuncta fuerit lineæ rationali superficies rectangula æqualis quadrato lineæ potentis in duo medialia, eiusdem superficiei latus secundū, binomium sextum esse conuincitur.



CAMPANVS. In hac 59 sit linea a b linea potens supra duo medialia, quæ autem præter hæc sunt, sicut supra, maneant, & erit tunc linea f g binomium sextum, quod ignorare non poteris, si præmissorū eiusq́ꝫ quod 35 proponit, immemor non fueris, & sic patet in hac, nostra intentio.

Eucli. ex Zamb. Theorema 47 Propositio 65

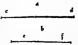
65 Quod ex bina media potente ad rationalem comparatum latitudinem efficit ex binis nominibus sextam.



THEON ex Zamber. Esto (per 47 decimi) bina potens media α β, diuisa in γ, rationalis autē esto δ ι, & ad ipsam rationalem δ ι, ei quod ex α β æquum comparetur (per 44 primi) δ ζ, latitudinem efficiens δ η. Dico quod ipsa δ η, ex binis nominibus est sexta. Construantur etenim eadem quæ & in præcedentibus. Et quoniam α β bina media potens, est diuisa in γ, ipsæ igitur (per 41 decimi) α γ, γ ϛ, potentia sunt incommensurabiles efficientes compositum ex earum quadratis medium, & quod sub ipsis medium & insuper incommensurabile composito ex earum quadratis. Quare per ea quæ ostensa sunt, medium est utrumq́ꝫ ipsorum δ λ, μ ζ. Et ad rationalem δ ι comparatur, rationalis igitur est (per 22 decimi) utraq́ꝫ ipsarum δ μ, μ η. & ipsi δ ι longitudine incommensurabilis. Et quoniam conflatum ex ijs quæ ex α γ, γ ϛ, incommensurabile est ei quod bis sub α γ, γ ϛ, incommensurabile igitur est (per secundam partem 11 decimi) δ λ ipsi μ ζ. Incommensurabilis igitur est (per primam sexti & 11 decimi) & δ μ ipsi μ η. Ipsæ igitur δ μ, μ η, rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles, ex binis igitur nominibus est δ η. Dico quod & sexta. Similiter nanq́ꝫ rursus ut prius demonstrabimus, quia quod sub δ κ, κ μ, æquum est ei quod ex ν η, & quod δ κ ipsi κ μ longitudine incommensurabilis est, ac id propterea δμ ipsa μβ maius potest eo quod ex sibi longitudine cōmensurabili, & neutra ipsarum δμ, μβ, cōmensurabilis est expositæ rationali δε longitudine. Ipsa igitur δβ (per secundas diffinitiones) ex binis est sexta nominibus, quod erat ostendendū.

Eucli. ex Camp. Propositio 60

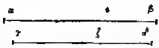
60 **Omnis linea cuilibet binomiorum cōmunicans, sub eadem specie binomium esse probatur.**



CAMPANVS. Sit linea a binomium cuiuscunque speciei, sitq́ linea b ei cōmunicans in longitudine. Dico lineam b esse binomium eiusdem speciei cuius a, sint enim binomiales portiones a, c & d, eruntq́ ambæ rationales in potentia tātum communicantes per 30. linea uero b diuidatur per 11 sexti secūdū proportionem c ad d, in e & f, eritq́ per coniunctam & euersam & permutatam proportionalitatem c ad e, & d ad f, sicut a ad b. Cum sint igitur a & b communicantes, erunt etiam per primam partem 10 c & e, itemq́ d & f, cōmunicantes. Si igitur fuerit c rationalis in potentia tantū erit & e, si autē in lōgitudine, & e. Eodemq́ modo si d est rationalis in potentia tantum uel etiam in lōgitudine, erit quoq; & f similiter, & ex 11 si potentior est c, d, in quadrato lineæ sibi cōmensurabilis in lōgitudine, uel si forte incōmensurabilis, erit & e potentior f in quadrato lineæ sibi cōmensurabilis uel etiam incōmensurabilis, necesse est ex diffinitionibus sex specierum binomiorū, ut eiusdem speciei binomij sint a & b. Si autem linea d cōmunicet binomio a in potentia tantum erit etiam & sic linea b. Binomiū autem eiusdem esse speciei non est necessarium, immo impossibile est ut ambæ simul cadant sub prima specie binomiorū uel sub secūda, quarta uel quinta, sed necesse est ut ambo cadāt sub primis tribus aut ambo sub tribus postremis, unum enim eorum esse in aliqua ex tribus primis speciebus, & aliud in aliqua ex tribus postremis, est impossibile. Cum enim a cōmunicet cum b in potentia tantum c quoq; cum e, & d cum f communicabit tātum in potentia ex 10. Si igitur alterutra duarum linearum c & d fuerit rationalis in longitudine, non erit sua compar ex lineis e & f rationalis in lōgitudine. Non est itaq; possibile ut a & b cadant simul sub aliqua ex illis speciebus binomiorū, in quibus altera duarum portionum binomij est rationalis in longitudine, hæ autem species sunt, prima & secūda, quarta & quinta. At uero quia per 11 duæ lineæ c & e simul potentiores sunt duabus lineis d & f in quadratis duarum linearum sibi in longitudine communicantium aut incommunicantium, necesse est ut ambo binomia a & b simul cadant sub primis tribus speciebus binomiorum aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum specierum. Lineam autem b quid dubitas esse binomium? cum sint enim c & e communicantes in potentia tantum, similiter quoq; d & f, sint autem c & d rationales in potentia, conuincitur e & f esse rationales in potentia tantum, quæ quia non communicant in longitudine sicut nec eis proportionales c & d, ipsæ componunt indubitanter binomium per 30 huius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 29

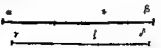
66 **Ei quæ ex binis nominibus longitudine commensurabilis, ipsa quoq; ex binis nominibus est ac in ordine eadem.**



THEON ex Zamb. *Esto ex binis nominibus αβ & ipsi αβ longitudine cōmensurabilis esto γδ. Dico quod ipsa γδ ex binis nominibus est, & in ordine ipsi αβ eadem. Quoniam enim (per 42 decimi) ex binis nominibus est αβ, diuidatur in nomina in ε, sit maius nomen αε. Ipsæ igitur αε, εβ, rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. Fiatq́ sicut αβ ad γδ, sic αε ad γζ. Et reliqua igitur εβ, ad reliquam ζδ, (per 19 quinti) est sicut αβ ad γδ. Commensurabilis autem est (per hypothesin) αβ ipsi γδ longitudine. Cōmensurabilis igitur est (per 11 decimi) & ipsa αε ipsi γζ, & εβ ipsi ζδ. Suntq́ rationales ipsæ αε & εβ, rationales igitur sunt (per 11 decimi) & ipsæ γζ, ζδ. Et quoniā est sicut αε ad γζ, sic est εβ ad ζδ, uicissim igitur (per 16 quinti) sicut αε ad εβ, sic est γζ ad ζδ. Ipsæ autem αε, εβ, tantum potentia sunt cōmensurabiles, & ipsæ γζ, ζδ, igitur potentia tantum sunt cōmensurabiles, suntq́ rationales ex binis igitur nominibus est ipsa γδ. Dico iam quod in ordine est eadem ipsi αβ. Ipsa αε, ipsa εβ aut maius potest eo quod ex sibi cōmensurabili, uel eo quod ex sibi incōmensurabili. Si uero αε ipsa εβ maius potest eo quod ex sibi cōmensurabili, & γζ ipsa ζδ (per 14 decimi) maius poterit eo quod ex sibi commensurabili. Et si αε expositæ rationali cōmensurabilis fuerit, & γζ eidem commensurabilis erit (per 12 decimi.) idq́ propterea utraq; ipsarum αβ, γδ, ex binis nominibus est prima, hoc est in ordine eadem. Si uero εβ commensurabilis est ipsi expositæ rationali, & ζδ eidem commensurabilis est Ac per hoc rursus in ordine eadem est*

ipsi αβ

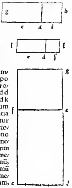
ipsi α β, utraq; enim ipsarū est ex binis nominibus secunda. Si uero neutra ipsarum α ε, ε β, cōmensurabilis est expositæ rationali, neutra etiam ipsarū γ ζ, ζ δ, eidem erit commensurabilis, & utraq; tertia est. Si autem α ε ipsa ε β maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & γ ζ, ipsa ζ δ maius poterit eo quod ex sibi incommensurabili, & si α ε expositæ rationali commensurabilis est, & γ ζ eidem cōmensurabilis est, & utraq; erit quarta. Si autem ε β, & ζ δ, & erit utraq; quinta Si uero neutra ipsarum α ε, ε β, & ipsarum γ ζ, ζ δ neutra commensurabilis est expositæ rationali, erit utraque sexta Quare et quæ ex binis nominibus longitudine commensurabilis, ex binis nominibus est, & in ordine eadem, quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 61

61 **Omnis linea alterutri bimedialium commensurabilis, sub eadem specie bimedialis esse ex necessitate conuincitur.**

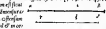
CAMPANVS. Veritatem habet quod dicitur, siue in longitudine, siue etiam in potentia tantum cōmunicet aliqua linea alterutri bimedialium. Sint enim duæ lineæ cōmunicantes a & b quouis duorum modorum prædictorū, sitq; a bimediale primum uel secundum, dico quod etiam b est bimediale primum uel secundum, prout fuerit a. Diuiso enim a bimediali in suas bimediales portiones ex quibus componitur per 31 & 32 quæ sint c & d, b quoq; diuisa in e & f secundum proportionē c ad d ut docet 12 sexti, positaq; g superficie contenta sub c & d, & k sub e & f, & posito h quadrato d, & l, f erit per coniunctā & euersam & permutatam proportionalitatē quemadmodū in præmissa c ad e & d ad f, sicut a ad b, sicut igitur ex positione a & b sunt cōmunicantes, siue hoc sit in longitudine siue in potentia, sic c & e, itemq; d & f, similiter erunt cōmunicantes. At quia c & d sunt mediales potentia tantū cōmunicantes, sequitur ex 12 ut e & f sint etiam mediales, & ex 10 potentia tantum cōmunicantes, cum ipsæ per hypothesin sint proportionales c & d. Cumq; sit per primam sexti g ad h, sicut c ad d & k ad l sicut e ad f, erit g ad h sicut k ad l, & permutatim g ad k sicut h ad l. Quia igitur h est cōmunicans l, eo quod duo eorum latera quæ sunt d & f cōmunicant in longitudine uel in potentia secundum quod a & b in alterutro eorum cōmunicant, sequitur ex 10 ut g & k quoq; sibinuicem cōmunicent: erit igitur k rationalis aut medialis prout fuerit g, ex diffinitione superficiei rationalis aut 21 In hoc enim tantum differt bimediale primū a bimediali secūdo, quod portiones bimedialis primi in quas secūdum suum terminū diuiditur, continent superficiē rationalem, bimedialis autē secundi, medialem. Si igitur a fuerit bimediale primū, erit superficies g rationalis, quare & k, & ideo b bimediale primū per 31. Quod si a fuerit bimediale secūdum, erit superficies g medialis, ob hoc etiam & k, b itaq; per 32 erit bimediale secundum, quare constat propositū. Idem aliter Ad lineam rationalem c d (posita a alterutro bimedialium, & b sibi in longitudine uel potentia cōmunicante) adiungatur superficies c e æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b, eruntq; superficies c e & f g cōmunicantes, eo quod quadrata eis æqualia quæ sunt quadrata linearum a & b sunt cōmunicantia ex hypothesi: ex prima igitur sexti & decima huius, necesse est duas lineas d e & e g esse cōmunicantes. Et quia si a fuerit bimediale primum, linea d e erit binomium secūdum per 55, ideoq; e g etiam binomium secundum per præmissam, quare latus tetragonicū superficiei f g (& ipsum est b) bimediale primū per 59, at uero si a fuerit bimediale secūdum linea d e erit binomium tertium per 56, ideo e g est binomium tertium pet præmissam, quare & latus tetragonicū superficiei f g (& ipsum est b) bimediale secundum per 60, manifestū est igitur uerum esse quod proponitur.



Eucli. ex Zamb. Theorema 49 Propositio 67

67 **Ei quæ ex binis medijs longitudine cōmensurabilis, & ipsa ex binis est medijs, & in ordine eadem.** THEON ex Zamb. *Esto ex binis medijs α β, & ipsi α β cōmensurabilis esto longitudine γ δ. Dico quod γ δ ex binis est medijs, & in ordine ipsi α β eadem. Quoniam enim α β ex binis medijs est diuisa in medias in ε, ipsæ igitur α ε, ε β (per 37 & 38 decimi) mediæ sunt potentia tantum cōmensurabiles.*

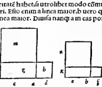
rabiles. Fiatq; (per 11 sexti) sicut αβ ad γδ, sic αε ad γζ, & reliqua igitur εβ ad ζδ, reliquā (per 19 quinti) est sicut αβ ad γδ. Cōmensurabilis autem est αβ ipsi γδ longitudine, cōmensurabilis igitur est & αε ipsi γζ, & εβ ipsi ζδ, suntq; mediæ ipsæ αε, εβ. mediæ igitur sunt & γζ, ζδ. Et quoniam est sicut αε ad εβ & γζ ad ζδ, ipsæ autem αε, εβ, potentia tantum sunt cōmensurabiles, & ipsæ igitur γζ ζδ, potentia tantum sunt cōmensurabiles. Ostensum autem quod mediæ. Ipsa igitur γδ, ex binis est medijs. Dico quod & in ordine eadem est ipsi αβ. Quoniam enim est sicut αε ad εβ, sic est γζ ad ζδ, & sicut igitur quod ex αε ad id quod sub αε, εβ, sic quod ex γζ ad id quod sub γζ, ζδ. Vicissim igitur (per 16 quinti) sicut quod ex αε ad id quod ex γζ, sic quod sub αε, εβ, ad id quod sub γζ, ζδ. Commensurabile autem est quod ex αε et quod ex γζ. Cōmensurabile igitur & quod sub αε, εβ, et quod sub γζ ζδ. Si igitur rationale est quod sub αε, εβ, & quod sub γζ, ζδ, rationale est, ac per hoc est ex binis medijs prima. Si autem medium fuerit quod sub αε, εβ, medium erit & quod γζ, ζδ, & utraq; est secunda, ac per hoc & γδ erit ipsi αβ in ordine eadem. Quod erat ostendendum.

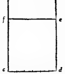


Eucl. ex Camp. Propositio 62

62 **Omnis linea communicans lineæ maiori, est linea maior.**

CAMPANVS. Et hæc quoq; ueritatē habet, si utrolibet modo cōmunicans fuerit aliqua linea lineæ maiori. Esto enim a linea maior, b uero quouis sibi cōmunicans modo, erit b linea maior. Diuisa nanq; a in eas portiones ex quibus constat per 55 quæ sunt c & d, & b secundum earum proportionē in e & f, positoq; quod g sit superficies contenta sub c & e, & k sub e & f, & m & h sint quadrata c & d, at n & l, e & f, erit m ad h sicut n ad l, per secundam partem 15 sexti, & coniunctim m & h ad h sicut n & l ad l, & permutatim m & h ad n & l, sicut h ad l, quia ergo h cōmunicat cum l eo q d cōmunicat cum f, aut in lōgitudine aut in potentia prout a cōmunicat cum b, sequitur ut ambo quadrata m & h pariter accepta cōmunicent cum ambobus quadratis n & l pariter acceptis. Cum itaque duo prima pariter accepta sint rationale per 55, erunt quoq; & duo postrema rationale per diffinitionē. At quia superficiē k necesse est esse medialē sicut g ex 11, lineasq; e & f esse incōmensurabiles in potentia sicut c & d ex 10, cōcluditur per 55 lineam b esse lineam quæ dicitur maior, quod est propositū. Idem aliter. Cum sit a linea maior cui b cōmunicat siue hoc fuerit in longitudine siue in potentia, sumpta linea rationali quæ sit c d, adiūgatur superficies ei c e, æqualis quadrato lineæ a, deinde f g æqualis quadrato lineæ b. Cum igitur quadrata duarū linearum a & b sint cōmunicantia ex hypothesi, erit superficies c e cōmunicans superficiei f g, ideoq; per primam sexti & 10 huius linea d e lineæ e g in lōgitudine. At quia ex 57 linea d e est binomiū quartum, erit quoq; per 60 linea e g binomium quartum, igitur ex 51 linea b potens in superficiem f g, est linea maior.

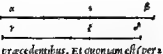




Eucl. ex Zamb. Theorema 50 Propositio 68

68 **Maiori commensurabilis, eadem quoq; maior.**

THEON ex Zamb. Esto maior αβ, & ipsi αβ cōmensurabilis esto γδ. Dico quod & γδ maior est. Diuidatur αβ in ε. Ipsæ igitur αε, εβ (per 39 decimi) potentia sunt incōmensurabiles, efficientes quidem conflatum ex earum quadratis rationale, quod uero sub ipsis medium. Fiantq; eadem quæ in præcedentibus. Et quoniam est (per 2 sexti) sicut αβ ad γδ, sic est αε ad γζ & εβ ad ζδ, cōmensurabilis autem est αβ ipsi γδ, cōmensurabilis igitur est & utraq; ipsarū αε, εβ, utriq; ipsarū γζ, ζδ. Et quoniam est sicut αε ad γζ, sic εβ ad ζδ, & uicissim (per 16 quinti) sicut αε ad εβ, sic est γζ ad ζδ. Et componendo igitur (per 18 quinti) sicut αβ ad εβ, sic γδ ad ζδ, & sicut igitur (per 22 sexti) quod ex αβ ad id quod ex βε, sic quod ex γδ ad id quod ex ζδ. Similiter iam demonstrabimus quod & sicut quod ex αβ ad id quod ex αε, sic quod ex γδ ad id quod ex γζ. Et sicut igitur (per 11 quinti) quod ex αβ ad ea quæ ex αε, εβ, sic quod ex γδ, ad ea quæ ex γζ, ζδ. Et uicissim igitur (per 16 quinti) sicut quod ex αβ ad id quod ex γδ, sic quæ ex αε, εβ, ad ea quæ ex γζ, ζδ. Commensurabile autem est id quod ex αβ, et quod ex γδ. Cōmensurabilia sunt igitur & quæ ex αε, εβ, eis quæ ex γζ, ζδ. Suntq; quæ ex αε, εβ, simul, rationale, & quæ ex γζ, ζδ, simul, rationale. Similiter autem & quod bis sub αε, εβ, commensurabile est et quod bis sub γζ, ζδ. At quod bis sub αε, εβ, medium est medium igitur est & quod bis sub γζ, ζδ. Ipsæ igitur γζ, ζδ, potentia sunt incōmensurabiles, efficientes

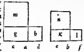


conflatum

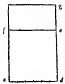
constatum ex earum quadratis simul rationale, & quod bis sub ipsis medium. Tota igitur γδ (per 57 decimi) irrationalis est, maior appellata. Maiori igitur cõmensurabilis, & eadem maior est, quod ostendendũ fuerat.

Eucli. ex Camp. Propositio 63

63 **SI qua linea lineæ potenti in rationale & mediale cõmunicet, ipsa in rationale & mediale potens esse comprobatur.**

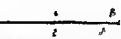


CAMPANVS. Verum quoq; est, q qualitercũq; linea aliqua sit cõmunicans potenti in rationale & mediale siue in longitudine siue in potentia tantũ, ipsa etiam est potens in rationale & mediale, quod sicut prius duplici modo probatur, necesse est autem quantũ ad primum modum, q sicut duæ lineæ c & d sunt in potẽtia incõmensurabiles, ita sint etiam e & f per 10, & q queadmodum g est superficies rationalis (nam talem continẽt portiones lineæ potentis in rationale & mediale) ita etiã per diffinitionẽ sit K rationalis, & quemadmodũ duo quadrata m & h pariter accepta sunt mediale, sic etiam per 21 duo quadrata m & l pariter accepta erunt mediale, igitur ex 34 b est potẽs in rationale & mediale. Quantum autem ad secundum modum, necesse est ex 58, ut linea d e sit binomium quintũ, ideoq; & per 60 linea e g est binomium quintũ, quare per 52 latus tetragonicũ superficiei f g, quod est b, erit linea potens in rationale & mediale, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 51 Propositio 69

69 **Rationale ac medium potenti cõmensurabilis, & eadem rationale ac medium potens est.**



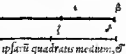
THEON ex Zamb. Esto rationale mediumq; potens αβ, & ipsi αβ cõmensurabilis esto γδ. Ostendendũ quod & γδ rationale ac mediũ potens est. Distribuatur (per 46 decimi) αβ in rectas lineas in ε. Ipsæ igitur αε, εβ, (per 40 decimi) potentia sunt incõmensurabiles, efficientes quidem compositũ ex earũ quadratis medium, quod uero sub ipsis rationale, & eadem construantur quæ in præcedentibus. Similiter iam demonstrabimus quod γζ, ζδ, potentia sunt incõmensurabiles, & cõmensurabile est conflatũ ex ijs quæ ex αε, εβ, conflato ex ijs quæ ex γζ, ζδ, quod autem sub αε, εβ, ei quod sub γζ, ζδ. Quare & conflatũ ex ijs quæ ex γζ, ζδ, quadratis, medium est, quod uero sub γζ, ζδ, rationale. Rationale igitur est ac medium potens, ipsa γδ. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 64.

64 **OMnis linea cõmunicans potenti in duo medialia, ipsa quoq; potens est in duo medialia.**

CAMPANVS. Hæc quoq; manẽtibus eisdem dispositione & positiõibus, eo duplici modo quo præmissæ probabitur uera esse, siue in lõgitudine siue in potentia cõmunicet linea b cum linea a potente in duo medialia. Quantũ enim ad primum argumẽtationis modum erit per 35 superficies g medialis, ideoq; & k per 21, cum cõmunicet ei, duo quoq; quadrata m & h pariter accepta erunt ex eadem 35 mediale, ideoq; duo n & l pariter accepta per 21. At quia duo quadrata m & h pariter accepta ex prædicta 35 sunt incõmensurabile duplo supficiei g sequitur per 10 & nostras positiones ut duo quoq; l & n pariter accepta sint incõmensurabile duplo superficiei K, cum itaq; sint e & f incõmensurabiles in potentia quemadmodum c & d, erit ex 35 linea b potens in duo medialia. Quantũ autem ad secũdum solitæ argumẽtationis modum erit per 59 d e binomiũ sextũ. ideoq; etiã per 60 linea e g erit binomiũ sextũ, quare per 53 latus tetragonicũ supficiei f g quod est b, erit potens in duo medialia. Quod est propositũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 52 Propositio 70

70 **Bina potenti media commensurabilis, bina potens est media.**



THEON ex Zamb. Esto bina potens media αβ. & ipsi αβ cõmensurabilis esto γδ. Ostendendũ quod & γδ, bina potẽs est media. Quoniã enim bina potens est media αβ, distribuatur (per 47 decimi) in rectas lineas in ε, igitur αε, εβ, (per 41 decimi) potentia sunt incõmensurabiles, efficientes conflatum ex ipsarũ quadratis medium, & quod sub ipsis medium, & incõmensurabile est conflatũ ex ipsarũ αε, εβ, quadratis, ei quod sub αε, εβ. Construãtur eadem quæ in præcedentibus. Similiter iam demonstrabimus quod & ipsæ γζ, ζδ, potentia sunt incõmensurabiles, & compositũ ex ijs quæ ex αε, εβ, composito ex ijs quæ ex γζ, ζδ, cõmensurabile est; quod autem sub αε, εβ, ei quod

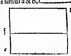
 sub γζ,

sub γ ζ, ζ δ, quare & conflatũ ex ipsarũ γ ζ, ζ δ, quadratis medium est, & quod sub ipsis γ ζ, ζ δ medium, & insuper incõmensurabile est conflatũ ex ipsarũ γ ζ, ζ δ, quadratis, et quod sub γ ζ, ζ δ. Ipsa igitur γ δ, bina potẽs est media, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 65

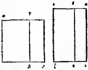
65 Si duæ superficies quarum altera rationalis altera uero medialis, coniungãtur, linea potens in totam superficiem inde compositã aliqua erit quatuor irrationaliũ linearũ, uidelicet aut binomium, aut bimediale primũ, aut linea maior, aut potens in rationale & mediale.

CAMPANVS. Vt si a sit rationalis superficies, & b medialis, erit linea potens in totã a b, aliqua præmissarũ quatuor. Sit enim linea c d rationalis, cui adiũgatur c e æqualis a, & f g æqualis b, eritq́ ex 16 linea d e rationalis in longitudine, cõmunicans lineæ c d rationali positæ, & ex 20 linea e g rationalis in potentia tantũ, & ex 30 linea d g binomium, cuius cum altera binomialiũ portionũ quæ est d e, sit rationalis in longitudine cõmunicans lineæ rationali positæ quæ est c d, ipsum erit ex diffinitione specierũ binomij aut binomiũ primum, aut secundũ, aut quartũ, aut quintũ: tertiũ autem aut sextum nõ erit ex diffinitione, itaq́ ex 44, 49, 51, & 52, linea potens in totam c g quæ est æqualis duabus simul a & b, erit aut binomiũ, aut bimediale primum, aut linea maior, aut potens in rationale & mediale, quod est propositũ. Bimediale uero secundũ, aut potẽs in duo medialia nõ erit, quoniã si esset bimediale secundũ, esset ex 56 linea d g binomium tertiũ, q́ si esset potens in duo medialia, esset ex 59 linea d g binomiũ sextũ, sed neutrũ erat. Vnde patet nostra intentio.



Eucli. ex Zamb. Theorema 55 Propositio 71

71 Rationali ac medio cõpositis, quatuor fiunt irrationales, quæ ex binis nominibus, quæ ex binis prima medijs, maior, ac rationale mediumq́ potẽs.

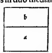


THEON ex Zamb. *Sit rationale α β, mediũ autẽ γ δ. Dico quod ipsam α δ areolam potẽs, aut ex binis nominibus est, aut ex duobus prima medijs, aut maior, aut rationale mediumq́ potens. Ipsa etenim α β, ipsa γ δ aut maior aut minor est. Esto prius maior, exponaturq́ rationalis ε ζ, cõpareturq́ (per 44 primi) ad ipsam ε ζ ipsi α β æqua areola ε η, latitudinẽ efficiens ε θ. Ipsi autẽ δ γ æquũ ad ε ζ, hoc est θ η, cõparetur θ ι latitudinẽ efficiens θ κ. Et quoniã rationale est α β, & æquale est ipsi ε η, rationale igitur est & ε η. Et ad ipsam rationalẽ ε ζ cõparatur, latitudinẽ efficiens ε θ, rationalis igitur est ε θ, & cõmensurabilis est ipsi ε ζ longitudine. Rursus quoniã medium est γ δ, & æquũ est ipsi θ ι, mediũ igitur est & θ ι. Et ad rationalẽ ε ζ cõparatur, hoc est ad ipsam θ η, latitudinẽ efficiens θ κ, rationalis igitur est θ κ, & ipsi ε ζ lõgitudine incõmensurabilis. Et quoniã medium est γ δ, rationale autẽ α β, incõmensurabile igitur est α β ipsi γ δ, quare & ε η incõmensurabile est ipsi θ ι. Sicut aũt ε η ad θ ι, sic (per 1 sexti) est ε θ ad θ κ. Incõmensurabilis igitur est (per 11 decimi) & ε θ, ipsi θ κ longitudine. Et ambæ sunt rationales, ipsæ igitur ε θ, θ κ, rationales sunt, potẽtia tantũ cõmensurabiles, ex binis igitur nominibus est ε κ, diuisa in θ. Et quoniã maius est α β ipso γ δ, æquũ autẽ est α β ipsi ε η, & γ δ ipsi θ ι, maius igitur est ε η ipso θ ι, & ε θ igitur maior est ipsa θ κ. Igitur ε θ, ipsa θ κ maius potest, aut eo quod ex sibi longitudine cõmensurabili, aut eo quod ex sibi incõmensurabili. Possit prius maius eo quod ex sibi cõmensurabili. Estq́ maior ε θ cõmensurabilis expositæ rationali ε ζ. Ipsa igitur ε κ (per secũdas diffinitiones) ex binis nominibus est prima. Rationalis autẽ est ε ζ. Si areola uero cõprehendatur sub rationali & ex binis nominibus prima, quæ areolam potest, ex binis nominibus est (per 54 decimi) Igitur quæ ipsum ε ι potest, ex binis nominibus est. Quare & ipsum α δ potens, ex binis nominibus est. Possit uero ε θ ipsa θ κ, maius eo quod ex sibi incõmensurabili, estq́ maior ε θ, cõmensurabilis ipsi ε ζ expositæ rationali lõgitudine. Ipsa igitur ε κ, ex binis nominibus est quarta. Rationalis aũt est ε ζ. Si uero areola cõprehendatur sub rationali ac ex binis quarta nominibus, quæ areolam potest, irrationalis est appellata maior (per 57 decimi) Igitur quæ ipsam ε ι potest areolã, maior est. Quare & ipsam α δ potens maior est.* Sed iam esto minus α β ipso γ δ, & ε η igitur, ipso θ ι minus est, quare & ε θ, minor est ipsa θ κ. At θ κ ipsa ε θ maius potest, aut eo quod ex sibi cõmensurabili, aut eo q̃d ex sibi incõmensurabili. Possit prius maius eo quod ex sibi cõmensurabili longitudine, & minor ε θ est, cõmensurabilis longitudine ipsi ε ζ expositæ rationali, ipsa igitur ε κ, ex binis nominibus est secũda. Rationalis autẽ est ε ζ. Si uero areola cõprehendatur sub rationali, & ex binis secũda nominibus, quæ areolã potest, ex binis est prima medijs (per 55 decimi) quæ igitur ipsam ε ι potest areolam, ex binis est prima medijs. Quare & quæ ipsam α δ areolam potest, ex binis medijs est prima. Atqui θ κ, ipsa ε θ maius possit, eo quod ex sibi incõmensurabili, & minor ε θ est, cõmensurabilis expositæ rationali ε ζ. Ipsa igitur ε

κ, ex

η, ex binis nominibus est quinta. Rationalis autē est ε ζ. Si uero areola cōprehendatur sub rationali & ex binis nominibus quinta, quæ areolam potest, rationale ac medium potens est (per 58 decimi.) Quæ igitur ipsam ε ι areolam potest, rationale ac medium potest, quare & ipsam α δ areolam potens, rationale ac medium potest. Rationali igitur ac medio cōpositis, quatuor irrationales fiunt, quæ ex binis nominibus, quæ ex binis prima medijs, maior, & rationale mediumq́ potens, quod demonstrasse oportuit. Eucli. ex Camp. Propositio 66

66 Cum cōiunctæ fuerint duæ superficies mediales incōmensurabiles linea potēs in totam superficiē alterutra erit duarū irrationaliū linearū, uidelicet aut bimediale secūdū, aut potēs in duo medialia.



CAMPANVS. Vt si a & b sint duæ supficies mediales incōmensurabiles (si enim essent cōmensurabiles, esset cōposita ex eis medialis ex 9 & 21, quare & linea potēs in eā, medialis ex 19) dico q linea potens in cōpositam ex ambabus, erit aut bimediale secundū, aut potens in duo medialia. Sit quidē linea c d, rationalis, supficies uero sibi adiuncta c e æqualis a, & superficies f g æqualis b, eritq́ ex 20 linea d e, similiter quoq́ linea e g, rationalis in potētia tantū. Cumq́ supficies c e & f g, sint incōmensurabiles sicut a & b eis æquales, ideoq́ lineæ d e & e g ex prima sexti & 10 huius, erit ex 30 linea d g binomiū. Cuius cum utraq́ binomialiū portionū quæ sunt d e & e g, sit incōmensurabilis lineæ rationali positæ quæ est c d, ipsum erit ex diffinitione binomiū tertiū aut sextū. Linea ergo potens in totā c g æqualem cōpositæ ex a & b, erit ex 50 & 53, aut bimediale secundū, aut potēs in duo medialia. Quod est propositū.

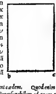
Eucli. ex Zamb. Theorema 54 Propositio 72

72 Binis medijs adinuicem incōmensurabilibus cōpositis, reliquæ duæ irrationales fiunt, quæ ex binis secunda medijs, & quæ bina potens est media.

THEON ex Zamb. Cōponantur etenim bina media adinuicē incōmensurabilia α β, γ δ. Dico quod α δ areolā potens, aut ex binis est secūda medijs, aut bina potēs est media. Ipsum nanq́ α β ipso γ δ aut maius est aut minus. Sit prius maius α β ipso γ δ, exponaturq́ rationalis ε ζ, & ipsi α β æquū ad ipsam ε ζ (per 45 primi) cōparetur ε η, latitudinē efficiens ε θ, ipsi autē γ δ, æquū θ ι, latitudinē efficiens θ κ. Et quoniā utrunq́ ipsorū α β, γ δ, mediū est & utrūq́ igitur ipsorū ε η, θ ι, mediū est. Et ad ipsam ε ζ rationalē cōparatur, latitudinē efficiēs ipsas ε θ, θ κ, utraq́ igitur ipsarū ε θ, θ κ, rationalis est (per 22 decimi) & ipsi ε ζ lōgitudine incōmensurabilis. Et quoniam α β ipsi γ δ incōmensurabile est, & æquū est α β quidē ipsi ε η, & γ δ ipsi θ ι, incōmensurabile igitur est & ε η ipsi θ ι. Sicut autē (per 1 sexti) ε η ad θ ι, sic est ε θ ad θ κ, incōmensurabilis igitur est (per 11 decimi) ε θ ipsi θ κ lōgitudine. Ipsæ igitur ε θ, θ κ, rationales sunt, potētia tantum cōmensurabiles. Ipsa igitur ε κ, ex binis nominibus est. Ipsa autē ε θ ipsa θ κ aut maius potest eo quod ex sibi cōmensurabili, aut eo quod ex sibi incōmensurabili. Posset prius maius eo qđ ex sibi cōmensurabili longitudine, & neutra ipsarū ε θ, θ κ, cōmensurabilis est longitudine ipsi ε ζ expositæ rationali. Ipsa igitur ε κ (per 50 decimi) ex binis est tertia nominibus. Rationalis autē est ε ζ. Si uero areola cōprehendatur sub rationali & ex binis nominibus tertia, quæ areolam potest, ex binis est secūda medijs (per 56 decimi.) Quæ areolam igitur ε ι, hoc est α δ potest, ex binis est secūda medijs. Sed iam ε θ ipsa θ κ, maius possit, eo quod ex sibi lōgitudine incōmensurabili. Et quoniā incōmensurabilis est utraq́ ipsarū ε θ, θ κ, ipsi ε ζ lōgitudine, ipsa igitur ε κ ex binis est sexta nominibus (per 53 decimi.) Si uero sub rationali & ex binis sexta nominibus areola cōprehendatur, quæ areolā potest, bina potēs est media (per 59 decimi.) Quare & quæ α δ potest areolā, bina potens est media. Similiter iam ostendemus, qđ & si minor fuerit α β ipsa γ δ, quæ ipsam α δ areolā potest, aut ex binis est secūda medijs, aut bina potēs est media. Binis igitur medijs inuicē incōmensurabilibus cōpositis, reliquæ irrationales fiūt, quæ ex binis secūda medijs & quæ bina potens est media. Quod erat ostendendū. Eucli. ex Camp. Propositio 67

67 Cum posita fuerit linea binomialis cæteræq́ irrationales sequentes eam, non erit earum aliqua sub termino alterius.

CAMPANVS. Vult quod si linea aliqua ut a, fuerit aliqua ex sex præhabitis lineis irrationalibus quæ sunt binomium & eius quinq́ comites, ipsa nō erit aliqua aliarū. Si enim quadrato eius æqualis superficies adiungatur ad lineam rationalem b c quæ sit b d, si quidem a fuerit binomiū, erit ex 54 linea c d binomiū primum. Quæ si fuerit bimediale primum, erit c d ex 55 binomium secundum. Si autem bimediale secūdum, erit c d ex 56 binomium tertium. Et si linea maior, erit c d ex 57 binomium quartū. At si potens in rationale & mediale, aut si potens in duo medialia, erit ex 58 cd binomium quintum, aut ex 59 binomiũ sextum. Et quia impossibile est c d esse simul sub diuersis speciebus binomiorũ a diffinitione, est impossibile a esse simul sub diuersis speciebus sex præhabitarũ linearum irrationaliũ. De linea autẽ mediali constat quod ipsa quoq; non sit aliqua sex sequentiũ, uidelicet neq; binomium, neq; aliqua ex ipsius comitibus. Cum enim superficies æqualis quadrato lineæ medialis adiungitur ad lineam rationalem, latus eius secundum est rationale in potentia ex 20. Cum autẽ superficies æqualis quadrato binomij, aut alicuius suarum comitũ, latus eius secundum est binomium, aut primum, aut secundum, & sic de cæteris per 54 quinq; eam sequentes. Quare ipsum est irrationale & in longitudine & in potentia per 5. Cum igitur sit impossibile eandem lineã esse rationalẽ in potẽtia, & irrationalẽ tam in longitudine q̃ in potentia, nimirũ impossibile lineã medialẽ esse binomialẽ, aut aliquã ex quinq; suis comitibus.



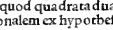
THEON

Quæ ex binis nominibus, & post ipsam irrationales, neq; mediæ, neq; inuicem sunt eædem. Quod enim ex media ad rationalem comparatũ, latitudinem efficit rationalem, & ei longitudine incõmensurabilem ad quam comparatur (per 22 decimi.) Quod ex ea quæ ex binis nominibus ad rationalem comparatũ, latitudinẽ efficit ex binis nominibus primam (per 60 decimi.) Quod ex ea uero quæ ex binis prima medijs ad rationalẽ comparatũ, latitudinẽ efficit ex binis nominibus secundam (per 61 decimi.) Quod ex ea autem quæ ex binis secunda medijs ad rationalem comparatũ, latitudinẽ efficit ex binis nominibus tertiam (per 62 decimi.) Verum quod ex maiore ad rationalẽ comparatũ, latitudinẽ efficit ex binis nominibus quartam (per 63 decimi) Sed quod ex rationale ac medium potente ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus sextam (per 65 decimi.)

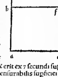
Quoniam prædictæ latitudines differunt & à prima & adinuicem, à prima quoniam rationalis est, adinuicem uero quia in ordine non sunt eædem, manifestum est quod & ipsæ irrationales adinuicem differunt.

Eucli. ex Camp. Propositio 68

68 **SI linea de linea abscindatur, fuerintq; ambæ potentialiter tantũ rationales cõmunicãtes, reliqua linea erit irrationalis, diceturq; residuũ.**



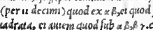
CAMPANVS. Sit linea b c, abscisa ex a b, sintq; ambæ rationales tantum potentia cõmunicãtes, quales docuit inuenire 17 & 15, & hæ sunt quæ cõponunt binomium. Dico q; a c reliqua est irrationalis & ipsa uocatur residuũ. Constat enim ex 7 secundi, quod quadrata duarũ linearũ a b & b c pariter accepta, quæ cõponunt superficiẽ rationalem ex hypothesi & diffinitione rationalis superficiei & 9 huius, tantũ sunt quantũ duplum superficiei a b & b c cum quadrato a c. Cumq; ex 19 superficies a b in b c sit medialis, ideoq; & duplũ eius mediale per 21, & ideo irrationale per 19, sequitur ut ambo quadrata duarũ linearũ a b & b c pariter accepta sint incõmensurabile duplo superficiei unius earũ in alterã, quare per 9, & quadrato lineæ a c. Ex diffinitione igitur quadratũ lineæ a c est irrationale, cum ipsum sit incõmensurabile rationali, uidelicet, duobus quadratis duarũ linearũ a b & b c pariter acceptis, itaq; etiã ex diffinitiõe linea a c est irrationalis, quod est propositũ. Exẽplariter in figura, esto superficies c g æqualis duob. quadratis duarũ linearũ a b & b c pariter acceptis, eritq; rationalis, itemq; sit superficies d f æqualis duplo superficiei unius in alterã, eritq; ex 19 medialis, & erit ex 7 secundi superficies f g æqualis quadrato lineæ a c. Cumq; superficies c g sit incõmensurabilis superficiei d f, eadẽ erit ex 9 incõmensurabilis f g, quare f g irrationalis, & eius tetragonicũ latus a c.



Incipiunt hexades per aphæresin, hoc est per abscisionem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 55 Propositio 75

75 **Si à rationali rationalis auferatur, potentia tantum cõmensurabilis existens toti, reliqua irrationalis est, uocatur autem apotome.**



THEON ex Zamb. *A rationali nanq; α β, rationalis auferatur β γ, potentia tantum toti cõmensurabilis existens. Dico quod reliqua α γ irrationalis est, apotome appellata. Quoniam α β ipsi β γ longitudine est incõmensurabilis, estq; (per lemma 21 decimi) sicut α β ad β γ sic quod ex α β ad id quod sub α β, β γ, incõmensurabile igitur est (per 11 decimi) quod ex α β, et quod sub α β, β γ. Sed ei quidem quod ex α β, incõmensurabilia sunt quæ ex α β, β γ, quadrata, ei autem quod sub α β, β γ, com*

mensura-

mensurabile est quod bis sub α β, β γ. Quæ igitur ex α β, β γ, incōmensurabilia sunt ei quod bis sub α ε, ε γ, & reliquo igitur quod ex α γ, incōmensurabilia sunt et quæ ex α β, β γ, quoniam (per 5 secūdi) & quæ ex α β, β γ, æqua sunt ei quod bis sub α ε, ε γ, una cum eo quod ex γ α. Rationalia autē sunt ea quæ ex α ε, ε γ, quadrata, irrationalis igitur est linea α γ, uocatur autē ipsa, apotome.

Eucli. ex Camp. Propositio 69

69 SI fuerit linea de linea abscisa, fuerintq; ambæ mediales potentialiter tantum cōmunicantes superficiemq; rationalē continentes, reliqua linea erit irrationalis, diceturq; residuū mediale primū.

CAMPANVS. Sit linea b c, abscisa ex linea a b, sintq; ambæ quales proponitur, quas ex 24 & 25 reperies, & hæ sunt quæ cōiungunt bimediale primum. Dico quod reliqua linea a c erit irrationalis, & ipsa dicitur residuū mediale primum. Erunt enim ambo earum quadrata pariter accepta, mediale, duplum uero superficiei unius in alteram, rationale, itaq; ambo quadrata pariter accepta, incōmensurabile sunt duplo superficiei unius in alterā. Quia itaq; ambo quadrata pariter accepta componūtur ex duplo superficiei unius in alterā & quadrato lineæ a c, sequitur per 9 ut quadratū lineæ a c sit incōmensurabile duplo superficiei unius in alterā, quare tam ipsum quadratū quàm latus eius a c, est irrationale per diffinitionē, constat ergo propositum. Quod (quemadmodū in præmisso) si libet potes declarare exemplariter in figura. Aliter idem sic. Sit linea d e rationalis in longitudine, cui adiungatur superficies d f, æqualis duplo superficiei unius in alterā, & superficies g e æqualis ambobus quadratis pariter acceptis, eritq; per 7 secundi superficies f g, æqualis quadrato lineæ a c. Cum itaq; per hypothesin sit superficies e g medialis erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantū. Cum uero sit superficies e h rationalis per hypothesin, erit ex 16 linea d h rationalis in longitudine. Itaq; per 65, linea g h est residuū, & irrationalis: ideoq; per 16 à destructione consequētis superficies f g est irrationalis, & eius latus tetragonicū quod est a c, est irrationale. Et sic patet propositū.

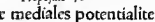
Eucli. ex Zamb. Theorema 56 Propositio 74

74 Si à media auferatur media potentia tantum toti subsistens commensurabilis, cum tota uero rationale comprehendens, reliqua irrationalis est, uocetur uero mediæ apotome prima.

THEON ex Zamb. A media nanq; α β, media auferatur β γ potentia tantum cōmensurabilis subsistens toti α β, & cum ipsa α β rationale cōprehendens quod sub α β, β γ. Dico quod reliqua α γ irrationalis est, appellaturq; mediæ apotome prima. Quoniam enim α β, β γ, mediæ sunt, media quoq; sunt quæ ex α β, β γ. Rationale autē quod bis sub α β, β γ, incōmensurabilia igitur sunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ: & reliquo igitur ei quod ex α γ (per 16 decimi) incōmensurabile est quod bis sub α β, β γ, quoniam & si tota uni earū incōmensurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines, incōmensurabiles erunt (per 16 decimi) Rationale autē est quod bis sub α β, β γ, irrationale igitur qđ ex α γ. Irrationalis igitur est α γ, uocatur sane mediæ apotome prima. Quod fuerat ostendendū.

Eucli. ex Camp. Propositio 70

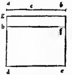
70 SI linea de linea secetur, fuerintq; ambæ mediales potentialiter tantum cómunicantes, continentesq; mediale, reliqua linea erit irrationalis, diceturq; residuum mediale secundum.



CAMPANVS. Sit hic quoq; linea b c, abscisa ex linea a b, utraq; autē a b & b c, sint ut ponitur, & ipsæ per 26 reperiuntur, & sunt quæ cōponunt bimediale secundum. Dico ꝙ linea reliqua quæ est a c, est irrationalis, & ipsa dicitur residuū mediale secundū. Sunt enim ex hypothesi & 21 ambo quadrata duarū linearū a b & b c pariter accepta mediale, similiter quoq; duplum superficiei unius in alterā, est mediale. Cum itaq; ex 21 mediale non differat a mediali nisi irrationali, erit quadratū lineæ a c in quo per 7 secundi duo quadrata a b & b c pariter accepta excedunt duplum superficiei unius in alterā irrationale, quare & linea a c irrationalis. Figurali quoq; exēplo patefieri potest istud ut prius. Si enim sit e g æqualis ambobus quadratis a b & b c, similiter & d f duplo sup̄ficiei unius in alterā, erit f g per 7 secundi æqualis quadrato a c, quæ cum sit differētia superficiei unius medialis e g ad superficiē medialē d f, ipsa est irrationalis per 22, & eius tetragonicū latus a c irrationale.

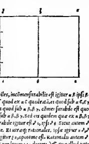
IDEM

IDEM aliter. Sit linea d e rationalis, cui adiungatur superficies d f æqualis duplo superficiei unius in alterā, & e g æqualis ambobus quadratis pariter acceptis, erit per 7 secundi f g, æqualis quadrato a c. Quia uero e g est medialis, erit ex 20 linea d g in potentia tantū rationalis. Similiter quoq; cum e h sit medialis, erit ex eadem, linea d h rationalis similiter in potentia tantū. Et quoniam a b & b c sunt incōmensurabiles in longitudine, ideoq; quadratū utriusq; earū superficiei unius in alteram. & propter hoc ambo quadrata pariter accepta (cum ipsa ex hypothesi cōmunicent) sunt quoq; incōmensurabilia duplo superficiei unius in alterā, sequitur ut e g sit incōmensurabilis h c, quapropter linea d g, lineæ d h, igitur ex 65, linea g h est residuū, & irrationalis: ideoq; per 15 a destructione consequentis superficies f g irrationalis, & eius latus tetragonicum a c irrationale.



Eucli. ex Zamb. Theorema 57 Propositio 75

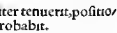
75 Si à media media auferatur potentia tantum toti cōmensurabilis subsistens, & cum tota medium comprehendens, reliqua irrationalis est, uocetur autem mediæ secunda apotome.



THEON ex Zamb. A media namq; α β, media auferatur γ β potentia tantum toti α β cōmensurabilis subsistens, unaq; cum ipsa tota α β medium cōprehendens quod sub α β, β γ. Dico quod reliqua α γ irrationalis est, appellatur autem mediæ secunda apotome. Exponatur enim rationalis δ ι. Et ipsis quidem quæ ex α β, β γ, æquū ad δ ι comparetur (per 44 primi) δ ε, latitudinē efficiens δ κ, ei uero quod bis sub α β, β γ, æquū ad ipsam δ ι cōparatur (per 44 primi) δ θ, latitudinē efficiēs δ ζ. Reliquū igitur ζ ε, æquū est ei quod ex α γ. Et quoniam ea quæ ex α β, β γ, media sunt, medium igitur est & δ ε, & ad ipsam rationalem δ ι comparatur, latitudinē efficiens δ κ irrationalis igitur est (per 22 decimi) δ κ, & ipsi δ ι longitudine incōmensurabilis. Rursus quoniam quod sub α β, β γ, medium est, & quod bis igitur sub α β, β γ, medium est, & est æquale ipsi δ θ, & δ θ igitur medium est, & ad ipsam δ ι rationalem comparatū est, latitudinē efficiens δ ζ. rationalis igitur est δ ζ, & ipsi δ ι longitudine incōmensurabilis. Et quoniam α β, β γ, potentia tantum sunt cōmensurabiles, incōmensurabilis est igitur α β ipsi β γ longitudine. incōmensurabile igitur (per lemma 21 decimi & 11 decimi) & quod ex α β quadratū, ei quod sub α β, β γ. Sed ei quidem quod ex α β, cōmensurabilia sunt quæ ex α β, β γ, ei autem quod sub α β, β γ, cōmensurabile est quod bis sub α β, β γ. incōmensurabilia igitur sunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ. Sed eis quidem quæ ex α β, β γ, æquum est δ ε, ei autem quod bis sub α β, β γ, æquum est δ θ. Incōmensurabile igitur est δ ε, ipsi δ θ. Sicut autem δ ε ad δ θ, sic κ δ ad δ ζ. Incommensurabilis igitur est κ δ, ipsi δ ζ longitudine. Et utræq; rationales. Ipsæ igitur κ δ, δ ζ (per 11 decimi) rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Ipsa igitur ζ κ, apotome est. Rationalis autem δ ι. Quod autem sub rationali & irrationali comprehensum, irrationale est (per lemma 20 decimi,) & quæ illud potest irrationalis est. Ipsum autem ζ ε, potest ipsa α γ, ipsa igitur α γ irrationalis est, appellatur autem mediæ secunda apotome.

Eucli. ex Camp. Propositio 71

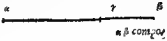
71 SI linea de linea detrahat, fuerintq; ambæ potentialiter incōmensurabiles, continentesq; mediale, quadrataq; earū ambo pariter accepta rationale, reliq̃ linea erit irrationalis, uocabiturq; minor.



CAMPANVS. Si sint a b & b c quales proponitur, quæ per 17 reperiuntur & cōponunt lineam maiorem, erit linea a c irrationalis, & ipsa est quæ dicitur linea minor. Quod qui præmissa firmiter tenuerit, positionesq; diligenter attenderit, duplici modo ut antecedentes facile probabit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 68 Propositio 76

Si à recta linea recta linea auferatur potentia toti subsistens incōmensurabilis, cum tota uero efficiens quod ab eis simul rationale, quod uero sub ipsis medium, reliqua irrationalis est, appellaturq; minor.



THEON ex Zamb. A recta namq; linea α β, auferatur recta linea β γ, potentia toti subsistens incommensurabilis, efficiens cum tota quidem αβ compositum ex ijs quæ ex αβ, βγ, simul rationale, quod uero bis sub ipsis αβ, βγ, simul medium. Dico quod reliqua αγ irrationalis est, appellata minor. Quoniam nanque compositum quidem ex ijs quæ ex αβ, βγ, quadratis rationale est, quod uero sub ipsis αβ, βγ, medium, incommensurabilia igitur sunt quæ ex αβ, βγ, ei quod bis sub αβ, βγ. Et conuertendo igitur (per correlarium 19 quinti) incommensurabilia sunt quæ ex αβ, βγ, ei quod ex αγ. Rationale autem est, conflatum ex ijs quæ ex αβ, βγ, irrationale igitur quod ex αγ, ipsa igitur αγ irrationalis est, appellatur autem minor.

Eucli ex Camp. Propositio 72

72 SI linea de linea dematur, fuerintque ambæ potentialiter incommensurabiles, superficiemque rationalem continẽtes, quadrataque earum ambo pariter accepta mediale, linea reliqua erit irrationalis, diceturque iuncta cum rationali componens totum mediale.

CAMPANVS. Et hoc quoque nescire non potest qui priora nouerit, nisi a memoria exciderint: quin positis lineis a b & b c (quales proponitur, quæ & per 25 reperiuntur, & lineam potentem in rationale & mediale componunt, sit a c reliqua, irrationales. & ipsa dicitur quæ iuncta cum rationali componit totum mediale.

Eucli ex Zamb. Theorema 59 Propositio 77

77 Si à recta linea recta linea auferatur potentia toti subsistens incõmensurabilis, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipsarum quadratis medium, quod uero bis sub ipsis rationale, reliqua irrationalis est, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens.

THEON ex Zamb. A recta enim linea αβ, recta linea auferatur βγ, toti αβ potentia subsistens incõmensurabilis, efficiens conflatum quidem ex ipsarũ αβ, βγ, quadratis medium, quod uero bis sub ipsis rationale. Dico quod reliqua αγ irrationalis est, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens. Quoniam enim conflatum ex ipsarum αβ, βγ, quadratis medium est, quod uero bis sub ipsis αβ, βγ, rationale, incõmensurabilia igitur sunt quæ ex αβ, βγ, quadrata ei quod bis sub αβ, βγ, & reliquũ igitur quod ex αγ, incõmensurabile est ei quod bis sub αβ, βγ. Quod uero bis sub αβ, βγ, rationale est, quod igitur ex αγ, irrationale est. Irrationalis igitur est ipsa αγ, uocatur autẽ cum rationali mediũ totum efficiens. Quod erat ostendendũ.

Eucli. ex Camp. Propositio 73

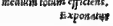
73 SI linea à linea detrahatur, fuerintque ambæ potentialiter incommensurabiles, superficiemque medialem continentes, quadrataque earum ambo pariter accepta mediale duplo superficiei alterius in alteram incõmensurabile, reliqua linea erit irrationalis, diceturque iuncta cum mediali faciens totum mediale.

CAMPANVS. Sint etiam hic a b & b c quales proponitur, quæ per 29 reperiuntur, & ipsæ sunt quæ cõponunt lineam potentẽ in duo medialia, eritque a c reliqua irrationalis dicta, quæ iuncta cum mediali componit totum mediale. Quod ut facile (sicut præmissa) duplici argumentatione concludes, processum 70 moneo diligenter attendas.

Eucli. ex Zamb. Theorema 60 Propositio 78

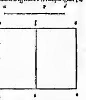
78 Si à recta linea recta linea sublata fuerit potentia toti subsistens incommensurabilis, & cum tota efficiens conflatum ex ipsarũ quadratis medium, quod uero bis sub ipsis medium, insuper ipsarum quadrata incommensurabilia ei quod bis sub ipsis, reliqua irrationalis est, appellatur autem cum medio medium totum efficiens.

THEON ex Zamb. A recta namque linea αβ, recta linea auferatur βγ potentia incõmensurabilis subsistens toti, efficiens compositum ex ipsarum αβ, βγ. quadratis medium, quod uero sub ipsis αβ, βγ, medium, insuper ipsarum αβ, βγ, quadrata incommensurabilia ei quod bis sub αβ, βγ. Dico quod reliqua αγ irrationalis est, uocatur autem cum medio medium totum efficiens.



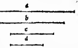
Exponatur

Exponatur rationalis δι, & eis quidem quæ ex αβ, βγ, æquum ad ipsam δι comparetur (per 44 primi) δε, latitudinem efficiens δη, ei autem quod bis sub αβ, βγ, æquum auferatur θε, latitudinem efficiens θζ, reliquum igitur ζε æquum est ei quod ex αγ, quare αγ potest ipsum ζε. Et quoniam compositum ex ipsarũ αβ, βγ, quadratis medium est, & ipsi δε est æquale, ipsum igitur δε medium est. Et ad ipsam δι rationalem comparatur, latitudinem efficiens δη, rationalis igitur est (per 22 decimi) δη, & ipsi δι longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam quod bis sub αβ, βγ, medium est, & ipsi δθ æquale, igitur δθ medium est. Et ad ipsam δι rationalem comparatur, latitudinem efficiens δζ, rationalis igitur est δζ, & ipsi δι longitudine incommensurabilis. Et quoniam incommensurabilia sunt quæ ex αβ, βγ, ei quod bis sub αβ, βγ, incommensurabile igitur est & δε ipsi δθ. Sicut autem (per primã sexti) δε ad δθ, sic est & ηδ ad δζ. Incommensurabilis igitur est ηδ ipsi δζ, & utræque sunt rationales. Ipsæ igitur ηδ, δζ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est ζη. Rationalis autem est ζθ. Quod uero sub rationali & apotome comprehensum rectangulum, irrationale est & illud potens irrationalis est (per 73 decimi) Ipsum autem ζε, potest ipsa γα. Igitur ipsa γα irrationalis est, appellatur sane cum medio medium totum efficiens. Quod erat ostendendũ.



CAMPANVS Est autem præmittendum hic antecedens necessarium ad demonstrationes sequentium.

Si fuerint quatuor quantitates quarum differentia primæ ad secundam sit sicut tertiæ ad quartam, erit permutatim differentia primæ ad tertiam sicut secundæ ad quartam.

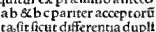


Intelligendũ est hoc de quãtitatibus eodem modo relatis, ut cum prima maior fuerit secunda, sit quoq; tertia maior quarta, cum uero minor, & minor. Exempli gratia sit differentia a ad b, sicut c ad d, dico quod erit a ad c sic b ad d, est enim (per hanc cõmunem animi conceptionem differentia extremorũ, composita est ex differentijs ipsorũ ad media) differentia a, ad c, composita est ex ea quæ est a ad b, & ea quæ est b ad c. At ea quæ est b ad d, per eandem conceptionem componitur ex ea quæ est b ad c, & ea quæ est c ad d. Et quia ex hypothesi differentia a ad b, sicut c ad d, ea uero quæ est b ad c est cõmunis, sequitur per communem scientiam ut sit a ad c, sicut b ad d. Quod est propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 74.

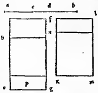
74 NVlla linea nisi una tantũ residuo coniungi potest, ut sint ambæ sub termino earum quæ erant ante separationem.

CAMPANVS. Sit linea a c residuũ, quæ fuerit reliqua, abscisa b c ex a b, eruntq; a b & b c, rationales tantum potentia communicantes ex 68. Dico quod ipsa a c, nulli alij lineæ quam b c poterit componi sub hac diffinitione, neq; maiori b c neq; minori b c. Si autem potest, componatur cum c d, indifferenter maiori aut minori quam b c, eruntq; ob hoc ambæ lineæ a d & d c, rationales in potentia tantum communicantes Quare ergo ex 7 secundi quadrata ambarum linearum a b & b c pariter accepta excedunt duplum superficiei unius earum in alteram in quadrato a c, similiter quoq; quadrata duarum linearũ a d & d c pariter accepta, excedunt duplum superficiei unius ipsarum in alteram in quadrato eiusdem a c, sequitur ex præmisso antecedente ut differentia duorum quadratorũ duarum linearũ a b & b c pariter acceptorũ ad duo quadrata duarum linearum a d & c d pariter accepta, sit sicut differentia dupli superficiei a b in b c ad duplum superficiei a d in d c. Cum autẽ sint duo quadrata utriusq; sectionis pariter accepta rationale ex hypothesi, duplum uero superficiei unius in alteram portionum utriusq; sectionis mediale per hypothesin, & 19, erit una & eadem differentia duarum superficierũ rationalium & duarum medialium, hoc autem est impossibile, rationales enim superficies non differunt nisi in rationali superficie, ut patet per diffinitionem rationalis superficiei & per 5, medialis autem, non differt a mediali



nisi

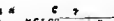
nisi irrationali superficie per u. Hoc autem sit manifestius in figura, sic. Sit enim superficies e f, adiūcta ad lineā e g, æqualis ambobus quadratis duarum superficierum a b & b c pariter acceptis, at g h sit æqualis duplo superficiei unius in alteram. Eritq; f h, æqualis quadrato lineæ a c ex 7 secūdi. Similiter quoque sit k l, adiuncta ad lineā k m, æqualis duobus quadratis duarū linearum a d & d c pariter acceptis, & m n, sit æqualis duplo superficiei unius in alteram, eritq; ex 7 secundi n l æqualis quadrato lineæ a c ideoq; etiam æqualis h f. Est itaq; differētia e f ad g h, sicut k l ad m n. Quare per antecedens præmissum, erit permutatim differentia e f ad k l (& ipsa sit p) sicut g h ad m n.



Et quia utraque duarum superficierum e f & k l est rationalis, utraque uero duarum superficierum g h & m n medialis, sequitur impossibile, uidelicet, superficiem p esse rationalem & irrationalem.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 61* *Propositio 79*

79 Apotome una tantum congruit recta linea rationalis, potentia tantū toti subsistens commensurabilis.



THEON ex Zāb. *Sit apotome α ε, cōgruēs aūt ei sit β γ, ipsæ igitur α γ, γ β, potentia tantū sunt cōmensurabiles. Dico quod ipsi α ε, altera non congruit rationalis potētia tantū subsistens toti cōmensurabilis. Si enim possible, cōgruat, sitq; ε δ. Ipsæ igitur α δ, δ β, potētia tātū sunt cōmēsurabiles. Et quoniā (per 7 secūdi) quo excedūt ea quæ ex α δ, δ ε, id quod bis sub α δ, δ β, hoc excedūt & quæ ex α γ, γ β, id quod bis sub α γ, γ ε, (eodē nāq; id est quod ex α ε, utraq; excedūt) uicißim igitur (per 16 quinti) quo excedunt quæ ex α δ, δ β, ea quæ ex α γ, γ ε eo excedit & id quod bis sub α δ, δ ε, id quod bis sub α γ, γ β. Sed quæ ex α ε, β δ, ea quæ ex α γ, γ ε, excedūt rationali, utraq; nāq; rationalia sunt, & quod bis igitur sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ β, rationali excedit, quod est impoßibile. Vtraq; nāq; media sunt, & (per 26 decimi) medium nō excedit rationali. Ipsi igitur α ε, altera non congruit rationalis potentia tantū cōmensurabilis existēs toti. Vna igitur tantū ipsi apotomæ cōgruit, rationalis potentia tantū toti subsistens cōmensurabilis. Quod erat ostendendū.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 75*

75 Nulla linea nisi una tantum residuo mediali primo coniungi potest, ut sint ambæ sub termino earum quæ erant ante separationem.

CAMPANVS Hæc quoque probabis simili modo. Sint enim in utraq; sectione ambo quadrata pariter accepta, mediale, duplū uero superficiei unius in alterā ratiōale. Et quia ut prius eadē differentia quadratorū unius sectionis ad quadrata altius, quæ est dupli superficiei unius ad duplum superficiei alterius, erit una & eadē superficies differentia duarū medialium & duarum rationalium. Quod est impossibile.

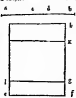
Eucli. ex Zamb. *Theorema 62* *Propositio 80*

80 Mediæ apotomæ primæ una tantum congruit recta linea media, potentia tantum toti subsistens commensurabilis, & cum tota rationale comprehendens.

THEON ex Zāb. *Esto namq; media apotome prima α β, & ipsi α ε, cōgruat ε γ, ipsæ igitur α γ, γ β, mediæ sunt potentia tantū cōmensurabiles, rōnale cōprehēdētes duo quod sub α γ, γ ε. Dico quod ipsi α β, altera nō congruit media, toti potētia tantū subsistēs cōmēsurabilis, & cū tota ratiōale cōprehendēs. Si enim poßibile, cōgruat & δ β, ipsæ igitur α δ, δ ε, mediæ sunt potētia tantū cōmensurabiles, ratiōale cōprehēdentes quod sub α δ, δ ε. Et quoniā (per 7 secūdi) quo excedūt ea quæ ex α δ, δ ε, id quod bis sub α δ, δ β, hoc excedūt & quæ ex α γ, γ β, id quod bis sub α γ, γ β, (eodē etenim rursus excedūt, id est quod ex α ε) uicißim igitur (per 16 quinti) quo excedūt quæ ex α δ, δ ε, ea quæ ex α γ, γ ε, eo excedit & id quod bis sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ ε. At quod bis sub α δ, δ ε, id quod bis sub α γ, γ ε, excedit rationali, utraque nāpe rationalia. Et quæ ex α δ, δ ε, igitur quadrata, quæ ex α γ, γ ε, excedunt rationali. Quod est impoßibile. Media etenim utraq; & (per 26 decimi,) mediū sane mediū nō excedit rationali. Mediæ igitur apotomæ primæ una cōgruit recta linea media, potentia tantū toti subsistēs cōmensurabilis, & cum tota rationale cōprehendens. Quod oportuit demonstrare.*

Eucli. ex Camp. Propositio 76

76 NVlla linea residuo mediali sc̃d'o cõiũgibilis est, ut sub termino earũ fiãt, nisi tm̃ quæ ab ea ante sep̃ata erat



CAMP. Sit cm̃ a c residuũ mediale sc̃d'm, quæ fuit residua, ascisa b c ex a b, eruntq; ex 70, duæ lineæ a b & b c, mediales potẽtia tãtũ cõicãtes mediale cõtinẽtes. Dico q̃d ipsa a c, nulli lineæ alij q̃ c b, sub hac diffinitione cõiũgi potest. Sin aũt, cõiũgatur lineæ c d. Sitq; linea e f rõnalis in lõgitudine, ad q̃ cõniũgatur sup̃ficies e h, æqualis quadratis duarũ linearũ a b & b c pariter acceptis, & e k æqualis quadratis linearũ a d & d c pariter acceptis, à qua abscĩdatur e g, æqualis quadrato lineæ a c, eritq; per 7 sc̃di sup̃ficies l h æqualis duplo sup̃ficiei a b in b c, & l k p̃ eãdẽ æqualis duplo sup̃ficiei a d in d c. Quia ergo quadrata ambarũ partiũ primæ sectiõis sũt mediale, & duplũ etiã superficiei mediale incõmẽsurabile duob9 quadratis pariter acceptis (quæ nescire diligẽs Geometra nõ poterit qui positiões diligẽter seruauerit) erit sup̃ficies e h medialis, cũ ipsa sit æqualis duob9 quadratis pariter acceptis, & sup̃ficies l h medialis cũ ipsa sit æqualis duplo sup̃ficiei uni9 in alterã, per 20 igitur est utraq; duarũ linearũ f h & g h, rõnalis in potẽtia tm̃. Et quia una est incõmẽsurabilis alij, eo q̃ superficies e h est incõmẽsurabilis superficiei h l sicut duo quadrata duplo superficiei, erit ex 68 linea f g residuũ. Quare linea f g quæ est residuũ, cõponitur lineæ g h ut sint ambæ sub termino earũ quæ erãt ante separationẽ. Similiter quoq; p̃babis eandẽ f g cũ linea g k cõponi eadẽ cõditione, mediãtibus superficieb9 e k & k l, quarũ prima est æqualis quadratis duarũ linearũ a d & d c, pariter acceptis, & secũda duplo superficiei unius in alterã, quod est impossibile per 74. Et hic modus demõstrationis potest esse cõmunis 75 cæterisq; quatuor eã sequentibus. Eucli. ex Zamb. Theorema 62 Propositio 81

81 Mediæ apotomæ secũdæ una tãtũ cõgruit recta linea media potẽtia tm̃ toti commẽsurabilis & cũ tota mediũ cõprehẽdẽs.

THEON ex Zãb. *Esto media apotome secũda αβ, & ipsi αβ, cõgruẽs sit βγ. Ipsæ igitur αγ, γβ, mediæ sũt potẽtia tãtũ cõmẽsurabiles, mediũ cõprehẽdẽtes quod sub αγ, γβ. Dico quod ipsi αβ, alia nõ cõgruit recta linea media, potẽtia tãtũ toti subsistẽs cõmẽsurabilis & cũ tota mediũ cõp̃hẽdẽs. Si enim possibile cõueniat βδ, igitur αδ, & δβ, mediæ sũt potẽtia tãtũ cõmẽsurabiles, mediũ cõprehẽdẽtes quod sub αδ, δβ. Exponaturq; rõnalis εζ. Et eis q̃dẽ quæ ex αγ, γβ, æquũ ad ipsam εζ cõparetur (per 44 primi,) εη, latitudinẽ efficiẽs εμ. ei uero quod sub αγ, γβ, æquũ auferatur θη latitudinẽ efficiẽs θμ. Reliquũ igitur ελ, (per 7 secũdi) æquũ est ei quod ex αβ. Quare αβ, ipsum põt ελ. Rursus ijs eis quæ ex αδ, δβ, æquũ ad ipsam εζ cõparetur (per 44 primi,) ει, latitudinẽ efficiẽs εν. Est aũt & ελ, æquũ ei quod ex αβ, quadrato, reliquũ igitur θι, (per 7 secũdi) æquũ est ei quod bis sub αδ, δβ. Et quoniã ipsæ αγ, γβ, mediæ sũt, media igitur sũt & quæ ex αγ, γβ. & æqualia sunt ipsi εη, mediũ igitur (per 16 decimi & correlariũ 23) est εη. Et ad ipsam rationalẽ εζ apponitur, latitudinẽ efficiẽs εμ, rõnalis igitur est (per 22 decimi,) εμ, & ipsi εζ lõgitudĩe incõmẽsurabilis, rursus quoniã quod sub αγ, γβ, mediũ est, & quod bis sub αγ, γβ, mediũ est (per correlariũ 23 decimi) & æquũ est ipsi θη, & θη igitur mediũ est. Ad ipsamq; εζ rõnalẽ apponitur, latitudinẽ efficiẽs θμ, rõnalis igitur est θμ (per 22 decimi,) & ipsi εζ, lõgitudine incõmẽsurabilis. Et quoniã αγ, γβ, potẽtia tãtũ sũt cõmẽsurabiles, incõmẽsurabilis igitur est αγ, ipsi γβ, lõgitudine. Sicut aũt αγ, ipsi γβ, sic est (per lẽma 21 decimi) quod ex αγ ad id quod sub αγ, γβ. Incõmẽsurabile igitur est (per 11 decimi, quod ex αγ, ei quod sub αγ, γβ. Sed ei quod ex αγ, cõmẽsurabilia sũt quæ ex αγ, γβ. Ei aũt quod sub αγ, γβ. cõmẽsurabile est quod bis sub αγ, γβ. Incõmẽsurabilia igitur sunt q̃ ex αγ, γβ. ei quod bis sub αγ, γβ. Eis aũt quæ ex αγ, γβ, æquũ est εη, ei uero quod bis sub αγ, γβ, æquũ est ηθ. Incõmẽsurabile igitur est εη, ipsi θη. Sicut aũt εη, ad θη, sic est εμ, ad θμ. Incõmẽsurabilis igitur est εμ, ipsi θμ lõgitudine. Et utræq; sunt rõnales. Ipsæ igitur εμ, μθ, rõnales sunt potẽtia tãtũ cõmẽsurabiles. apotome igitur est εθ, cõgruẽs aũt ei est θμ. Similiter ostẽdemus quod & θν, ei cõgruit. Apotome igitur, alia & alia cõgruit recta linea, potẽtia tantũ toti subsistẽs cõmẽsurabilis. quod (per 79 decimi,) est impossibile. Mediæ igitur apotomæ secũdæ una tantũ cõgruit recta linea potẽtia tantũ toti subsistẽs cõmensurabilis & cũ tota mediũ cõp̃rehẽdẽs quod erat ostẽdendũ.* Eucl. ex Cãp. Propositio 77

77 NVlla linea minori coniungibilis est ut sub termino suo fiant nisi tantum quæ ante sibi absciſionẽ cõiungebatur.

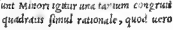
CAM-

CAMPANVS Intellige quid sit linea minor quod si oblitus es, cõsule 11. & sine obiectione concludes propositum. si quemadmodũ in 74 processeris, poterisque si libuerit, quemadmodum in 76 procedere.

Eucl. ex Zãb. Theorema 64 Propositio 82

82 Minori una tantum congruit recta linea potentia toti incommensurabilis subsistens, efficiens cum tota compositum ex earum quadratis rationale, quod uero bis sub ipsis medium.

THEON ex Zamb. Esto minor α β, & ipsi α β congruens esto ζ γ, ipsæ igitur β γ, γ ζ, potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatũ quidẽ ipsarũ quadratis rationale, quod uero bis sub ipsis mediũ. Dico quod ipsi α ζ, alia recta linea non congruit efficiens eadem. Si enim possibile, congruat ζ δ, & igitur α δ, δ ζ, potentia sunt incõmensurabiles efficientes quæ ex δ, δ β, quadrata simul rationale, quod autẽ bis sub ipsis α δ δ ζ, medium. Et quoniã quo excedunt quæ ex α δ, δ ζ, ea quæ ex α γ, γ ζ, eo excedit & id quod bis sub α δ, δ β, quod bis sub α γ, γ ζ. quæ aũt ex α δ, δ β, quadrata, ea quadrata quæ ex α γ, γ ζ, rationali excedunt, utraque enim rationalia, & quod bis igitur sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ ζ, rationali excedit, quod (per 26 decimi) est impossibile, utraq; nanque media sunt. Minori igitur una tantum congruit recta linea potentia toti subsistens incommensurabilis, efficiens quæ ex ipsis quadratis simul rationale, quod uero bis sub ipsis medium, quod ostendere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 78

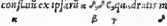
78 Linea quæ coniuncta cum rationali facit totum mediale, nisi uni tantum componi non potest ut sub earum termino fiant quæ erant ante separationem.

CAMPANVS Quid sit linea quæ proponitur, ex 72 didicisti. Cum ergo de ea uolueris quod per hanc 78 dicitur demonstrare, à processu 75, in quo quã non deuies, sed sicut in 76, si te delectauerit, ingenio duce poteris procedere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 65 Propositio 83

83 Efficienti cum rationali medium totum una tantum congruit recta linea potentia toti incommensurabilis subsistens, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipsarũ quadratis medium, quod uero bis sub ipsis rationale.

THEON ex Zamberto. Sit cum rationali medium totum efficiens α β, & ipsi α ζ congruat ζ γ. Ipsæ igitur α γ, γ ζ, potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatum quidem ex ipsarum α γ, γ ζ, quadratis mediũ, quod uero bis sub ipsis α γ, γ ζ, rationale. Dico quod ipsi α β, alia non congruit eadem efficiens. Si enim possibile, congruat ζ δ, & ipsæ igitur α δ, δ ζ, rectæ lineæ, potẽtia sunt incõmensurabiles, efficiẽtes conflatũ ex ipsarũ α δ, δ ζ, quadratis mediũ, quod uero bis sub ipsis α δ, δ ζ, ratiõale. Quoniã igitur quo excedunt quæ ex α δ, δ ζ, ea quæ ex α γ, γ ζ, eo excedit & quod bis sub α δ, δ ζ, id quod bis sub α γ, γ ζ, cõsequẽter ut in præcedẽtibus, quod uero bis sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ ζ, excedit rõnali, rationalia namq; utraque & quæ ex α δ, δ ζ, igitur ea quæ ex α γ, γ β, excedunt rationali, quod est (per 26) impossibile, utraque enim media sunt (per 77 decimi.) Ipsi igitur α ζ, alia non congruit recta linea potentia toti subsistens incommensurabilis, & cum tota efficiens conflatum ex ipsarum quadratis medium, quod autem bis sub ipsis rationale. Efficienti ergo cum rationali medium totum una tantum congruit recta linea, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat demonstrandum.



Eucl. ex Camp. Propositio 79

79 Lineæ quæ iuncta cum mediali facit totũ mediale, nisi una linea tantum iungi nequit ut sub earum termino fiant quæ erant ante separationem.

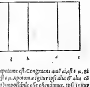
CAMPANVS Huius lineæ quæ iuncta cum mediali componit totũ mediale, magistra est 73. De qua quod hæc 79 enuntiat concludere cogeris, sicut de residuo mediali secundo (quod per 76 enuntiatum est) conclusisti.

Eucli. ex Zamb. Theorema 66 Propositio 84

84 Efficienti cum medio medium totum, una tantum congruit recta linea

potentia incommensurabilis toti subsistens,& cum tota efficiens conflatū ex ipsarum quadratis medium,& quod bis sub ipsis medium, & insuper incommensurabile conflatum ex ijs quæ ab ipsis,ei quod bis sub ipsis.

THEON ex Zāb. Esto cū medio mediū totū efficiens αε,congruēs autem illi sit εγ,ipsæ igitur αγ,γβ potentia sunt incommensurabiles,efficientes conflatū ex ipsarū quadratis mediū,& quod bis sub ipsis αγ,γε,mediū,insuper & quæ ex αγ,γε,quadrata,incōmensurabilia ei quod bis sub αγ,γε. Dico quod alia ipsi αβ,nō cōgruit,cū tota efficiēs proposita Quod si possibile est,congruat βδ,ut & αδ,δβ,potētia sint incōmensurabiles efficiētes quæ ex αδ,δε,quadratis simul mediū,& quod bis sub ipsis αδ,δε,mediū,& insuper quæ ex αδ,δε,incōmēsurabilia ei quod bis sub αδ,δβ. Exponatur q; rationalis ιζ,Et eis quidē quæ ex αγ,γε.æquū ad ipsam ιζ,cōparetur (per 45 primi,) ικ,latitudinē efficiēs ιμ,et aūt quod bis sub βγ,γε,æquū auferatur (per 44 primi) θκ,latitudinē efficiens θμ Reliquū igitur quod ex αβ,(per 7 secūdi) æquū est ipsi ιλ,ipsa igitur αε,ipsum ιλ potest.Rursus eis quæ ex αδ,δε, æquū ad ipsam ιζ cōparetur per 44 primi,) ιι,latitudinem efficiens ιν. Est autem quod ex αε,æquum ipsi ιλ Reliquum igitur quod bis sub αδ,δε, æquum est ipsi θι. Et quoniā conflatum ex ijs quæ ex αγε,medium est,ac ipsi ικ,æquale, medium igitur est & ικ,Et ad rationalem comparatur ιζ, latitudinem efficiens ιμ,rationalis igitur est (per 22 decimi ιμ,& ipsi ιζ,longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam quod bis sub αγ,γε,mediū est & ipsi θκ æquale,medium igitur est θκ.Et ad ipsam rationalē ιζ apponitur,latitudinem efficiēs θμ,rationalis igitur est θμ,& ipsi ιζ longitudine incommensurabilis,Et quoniā incōmensurabilia sunt quæ ex αγ,γε,ei quod bis sub αγ,γε,incommensurabile igitur est ικ,ipsi θκ,incommensurabilis igitur est & ιμ,ipsi μθ longitudine,& ambæ rationales sunt ipsæ igitur ιμ,μθ,potentia tantū sunt cōmensurabiles. Igitur ipsa ιθ,apotome est. Congruens autē ei,est θμ. Similiter iam ostendemus quod ιθ,rursus apotome est. congruens autem ei est θμ. Apotomæ igitur ipsi alia & alia cōgruit potentia tantum toti subsistens commensurabilis,quod (per 79 decimi) impossibile esse ostendimus. Ipsi igitur αβ,alia recta linea non congruit Ipsi igitur αε,una recta linea tantum congruit,potentia tantum toti subsistens incommensurabilis,& cum tota efficiens quæ ex ipsis quadratis simul medium,& quod bis sub ipsis. Efficiēs igitur cum medio medium totum,& quæ sequuntur reliqua Quod erat ostendendum.



Ex Campano. Residuorum diffinitones.

1 Si fuerit idem totū positæ rationali lineæ in lōgitudine commensurabile,quod positum erat,dicetur residuum primum.

2 Si uero linea adiuncta, positæ rationali communicet in longitudine,dicetur residuum secundū. 3 Quod si fuerir utraq; rationali positæ in longitudine incommensurabilis,uocabitur residuum tertium. 4 Si eadem rota positæ rationali cōmunicet in longitudine,nūcupabitur residuum quartum. 5 Si uero linea adiuncta,positæ rationali,communicet in longitudine,uocabitur residuum quintum.

Commune initium trium priorum diffinitionum.

Positis duabus lineis altera rationali altera residuo,adiectaq; ipsi residuo secundū eius terminum,si fuerit totum compositū potentins linea adiecta,in quadrato lineæ ipsi toti cōmunicantis in longitudine.

Commune initium trium posteriorum diffinitionum.

Positis duabus lineis altera rationali,altera residuo,adiectaq; ipsi residuo secundū eius terminum,si fuerit totum compositū potentius linea adiecta,in quadrato lineæ ipsi roti incommēsurabilis in longitudine.

6 Quod si fuerit utraque rationali positæ in longitudine incommensurabilis,appellatur residuū sextum.

Ex Zam.

Ex Zamberto. Apotomarum Diffinitiones.

1 Siquidem tota expositæ rationali longitudine cõmensurabilis fuerit, appellatur apotome prima. 2 Si uero coogruens commensurabilis fuerit, longitudine expositæ rationali, secunda appellatur apotome. 3 Si autem neutra commensurabilis fuerit expositæ rationali longitudine, tertia appellatur apotome. 4 Si quidem tota commensurabilis fuerit expositæ rationali longitudine, appellatur apotome quarta. 5 Si uero congruens, quinta. 6 Si autem neutra, sexta.

Commune initium triũ priorum diffinitionũ.

Supposita rationali & apotomæ, siquidem tota, congruente maius potuerit eo quod fit ex sibi lõgitudine cõmẽsurabili

Commune trium initium posteriorum diffinitionum.

Rursus supposita rationali & apotomæ, si tota maius potuerit cõgruente eo quod fit ex sibi longitudine incommensurabili.

Eucli. ex Camp. Propositio 80

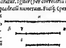
80 Residuum primum inuestigare.

CAMPANVS Ab inuentione omniũ specierum residui, facile nos absoluat inuentio per ordinem omnium specierum binomij. Nam in qualibet specie binomiorũ si minor portio abscindatur de maiori, linea reliqua erit residuum similis speciei ut patet ex diffinitionibus tam binomiorum quàm residuorum. Proprijs tamen inuentionibus residuorum insistentes: sic inquiramus primum. Sit linea a rationalis posita, cui commensurabilis in longitudine sumatur b c, sitque e numerus quadratus diuisus in f non quadratum & in quadratum g, sitque proportio quadrati lineæ b c ad quadratum lineæ c d, sicut e ad f, eritque per ultimam partem septimæ, c d rationalis in potentia tantum. Cum itaque sit c b potentior c d in quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine quod patet in explanatione binomij primi, constat ex diffinitione lineam b d esse residuum primum.

Eucli. ex Zamb. Problema 19 Propositio 85

Inuenire primam apotomen.

85 THEON ex Zãb. *Exponatur rationalis α, & ipsi α longitudine commensurabilis esto βη, rationalis igitur est βη. Exponanturque bini quadrati numeri δε, εζ, quorum excessus δζ non sit quadratus. Igitur (per correlariũ 1 lemmatis 28 decimi) εδ, ad δζ, rationem non habet quam numerus quadratus ad quadratũ numerum. Fiatque (per correlariũ 6 decimi) sicut εδ, ad δζ, sic quod ex βη quadratũ ad id quod ex ηγ, quadratũ, cõmẽsurabile igitur est quod ex βη, ei quod ex ηγ. Rõnale aũt quod ex βη, rationale igitur & quod ex ηγ. Rationalis igitur est (per diffinitionem), & ηγ. Et quoniã εδ ad δζ rõnem nõ habet quã quadratus nũerus ad quadratũ nũerũ, neque igitur quod ex βη, ad ηγ rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incommensurabilis igitur est βη ipsi ηγ longitudine, utræque autem sunt rationales. Ipsæ igitur βγ, ηγ, (per 9 decimi) rationales sunt potentia commensurabiles. Igitur ipsa βγ, apotome est (per 73 decimi. Dico quod & prima. Quo namque maius est quod ex βη, eo quod ex ηγ, sit quod ex θ. Et quoniam sicut εδ ad δζ, sic est quod ex βη, ad id quod ex ηγ, conuertendo igitur (per correlarium 19 quinti) sicut δε, ad εζ, sic quod ex ηβ ad id quod ex θ, At δε ad εζ, rationẽ habet, quã quadratus nũerus ad quadratũ numerũ, uterque enim quadratus est. Quod igitur ex ηβ, ad id quod ex θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, commẽsurabilis igitur est βη ipsi θ longitudine. & βη ipsa ηγ maius potest, eo quod ex θ, ipsa igitur βη ipsa ηγ maius potest eo quod ex sibi longitudine*



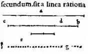
dine

dine commensurabili, estque tota βη, ipsi α expositæ rationali commensurabilis. Igitur (per tertias diffinitiones) βγ apotome est prima. Inuenta igitur est prima apotome βγ. quod erat agendum.

Eucli. ex Camp. Proposi. 10 81

81 REsiduum secundum patefacere.

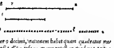
CAMPANVS Ad habendum residuum secundum, sit a linea rationalis posita, eique communicans in longitudine c d, & sit quadratum c d ad quadratum b c, sicut f ad e, eritque b d residuum secundum ex diffinitione. Si dubitas, aut positas non seruas hypotheses, aut binomij secundi repetitione indiges.



Eucli. ex Zãb. Problema 19 Propositio 86

86 Inuenire secundam apotomen.

THEON ex Zamb. Exponatur rationalis α, & ipsi α longitudine commensurabilis esto ηγ. Rationalis igitur est ηγ. Et exponantur bini numeri quadrati δε, εζ, quorum excessus δζ non sit quadratus. Fiatque (per correlarium lẽmatis 28 decimi) sicut δζ ad δε, sic quadratũ quod ex ηγ, ad quadratum quod ex ηβ. cõmensurabile igitur est (per 11 decimi) quod ex ηγ quadratũ, ei quod ex ηβ, quadrato. Rationale autem est quod ex γη, rationale igitur est quod ex ηβ. Rationalis igitur est βη. Et quoniã quod ex ηγ quadratũ ad id quod ex ηβ, rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmensurabilis igitur est (per 19 decimi) γη, ipsi ηβ longitudine, & ambæ sunt rõnales. Ipsæ igitur γη, ηβ, rõnales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Igitur (per 73) βγ apotome est. Dico quod & secũda. Quo etenim maius est quod ex βη, eo quod ex ηγ, esto quod ex θ. Quoniam igitur est (per correlariũ 6 decimi) sicut quod ex βη, ad id quod ex ηγ, sic est εδ numerus ad δζ, numerum, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) est sicut quod ex βη, ad id quod ex θ, sic est δε, ad εζ, & uterque ipsorum δε, εζ, quadratus est, quod igitur ex βη, ad id quod ex θ, per 9 decimi, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, commensurabilis igitur est βη, ipsi θ, & βη, ipsa ηγ, maius potest, eo quod ex θ. Igitur βη, ipsa ηγ, maius potest eo quod ex sibi longitudine commensurabili. Et congruens est γη, commensurabilis longitudine ipsi α expositæ rationali. Ipsa igitur βγ (per tertias diffinitiones) secunda est apotome. Inuenta est igitur secunda apotome βγ. Quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 82

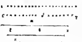
82 REsiduum tertium perscrutari.

CAMPANVS Residuum tertium sic habetur. Posita ut prius a rationali numeróque e quadrato diuiso in f non quadratum & g quadratũ, assumptoque h numero primo, sit quadratum lineæ a ad quadratum lineæ b c, sicut h ad e, sitque quadratum lineæ b c ad quadratũ lineæ c d, sicut e ad f, eritque ex diffinitione (de quo si hæsitas consule binomium tertium) linea d b, residuum tertium.

Eucli. ex Zamb. Problema 20 Propositio 87

87 Inuenire tertiam apotomen.

THEON ex Zamb. Exponatur rationalis α, explicentur tres numeri ι, ζγ, γδ, rationem adinuicem nõ habentes quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Ipse autẽ ζγ, ad δζ rationem habeat, quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Fiatque (per correlariũ 6 decimi) sicut ι ad ζγ, sic quod ex α quadratũ ad id quod ex ζη, quadratũ, sic et uero ζγ ad γδ, sic quod ex ζη, quadratũ ad id quod ex ηθ. Quoniam igitur est sicut ι ad ζγ, sic quod ex α, quadratũ ad id quod ex ζη quadratũ, quod igitur ex α, quadratũ ei quod ex ζη quadrato est cõmensurabile. Quadratũ autẽ ex α, ratiõale est. rationale igitur est & quod ex ζη, rationalis igitur est ζη. Et quoniã ι, ad ζγ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ, neque igitur quod ex α, quadratũ, ad id quod ex ζη, quadratum rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) α, ipsi ζη longitudine. Rursus quoniã est sicut ζγ ad γδ sic quod ex ζη, quadratũ ad id quod ex ηθ, cõmensurabile igitur est quod ex ζη, ei quod ex ηθ. Rationale autem est quod ex ζη, rationale igitur quod ex ηθ, rationalis igitur est ηθ. Et [illegible] ζγ, ad γδ, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque igitur quod ex [illegible] quod ex ηθ, rationẽ habet quã quadratus nũerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabil[illegible] ζη, ipsi ηθ [illegible] dine. Et utræque sunt rationales, ipsæ igitur ζη, ηθ, rationales sunt, potentia tantũ com[illegible] apotome [illegible] ζθ.



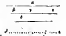
ζ κ (per 73 decimi.) Dico quod & tertia. Quoniã enim enim est sicut ε ad β γ, sic quod ex α, quadratũ ad id quod ex ζ κ quadratũ, sicut autẽ β γ, ad γ δ, sic quod ex ζ κ ad id quod ex κ θ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) sicut ε ad γ δ, sic quod ex α ad id quod ex θ κ. Sed ε ad γ δ rationẽ nõ habet quã quadratus nũerus ad quadratũ numerũ, Neq; igitur quod ex α, ad id quod ex κ θ rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmẽsurabilis igitur est α ipsi κ θ lõgitudine. Neutra igitur ipsarum ζ κ, κ θ, cõmensurabilis est longitudine ipsi α expositæ rationali. Quo nẽpe maius est quod ex ζ κ eo quod ex κ θ, esto id quod ex λ. Quoniã igitur est sicut β γ ad γ δ, sic est quod ex ζ κ, ad id quod ex κ θ, cõuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) est sicut β γ ad β δ, sic est quod ex ζ κ quadratũ ad id quod ex λ. At β γ, ad β δ rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, & quod ex ζ κ, igitur ad id quod ex λ rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, commensurabilis igitur est ζ κ, ipsi λ longitudine. Et ζ κ, ipsa κ θ maius potest, eo quod ex λ, ipsa igitur ζ κ, ipsa κ θ, maius potest, eo quod ex sibi commensurabili. Et neutra ipsarum ζ κ, κ θ, cõmensurabilis est lõgitudine ipsi α expositæ rationali, Igitur (per 3 diffinitiões) ζ θ, apotome est tertia. Inuenta igitur est tertia apotome, quod erat agendũ. Eucl. ex Camp. Propositio 83

83 RESiduum quartum inuenire.

CAMPANVS Hic (sicut in inuentione residui primi) sit linea b c, cõmunicans lineæ a ratiõali positæ, numerus autẽ e quadratus, sit diuisus in f & g, quorũ sit uterque nõ quadratus, sitq; quadratũ lineæ b c, quadratũ lineæ d c, sicut e ad f, & scies ex diffinitione, lineam d b esse residuum quartũ, si eorũ quæ in inuentione binomij quarti didiceras, oblitus nõ fueris. Eucl. ex Zãb. Problema 21 Propositio 88

88 Inuenire quartam apotomen.

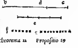
THEON ex Zãb. Exponatur rõnalis α, & ei lõgitudine cõmẽsurabilis esto β η, rõnalis igitur est & β η. Exponaturq; (per lẽma secũdũ 18 decimi) bini nũeri δ ζ, ζ ε, ut totus δ ε ad utrũq; ipsorũ δ ζ, ζ ε, rõnem nõ habeat quã quadratus nũerus ad quadratũ numerũ. Fiatq; (per correlariũ 6) sicut δ ε ad ε ζ, sic quod ex β η quadratũ, cõmẽsurabile igitur est (per correlariũ 11 decimi) quod ex β η, et quod ex η γ. Rõnale autẽ est id quod ex β η, rõnale igitur & quod ex η γ. rõnalis igitur est (per 7 diffinitiõ decimi,) & η γ. Et quoniã δ ε ad ε ζ, rõnem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex β η ad id quod ex η γ rationẽ habet, quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmẽsurabilis igitur est (per 9 decimi,) β η, ipsi η γ lõgitudine. Et utræq; rõnales sunt, ipsæ igitur β η, η γ, rõnales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Apotome igitur est β γ. Dico quod & quarta. Quo nempe maius est quod ex β η, eo quod ex η γ, esto (per lẽma 13 decimi.) quod ex θ. Quoniã igitur est sicut δ ε, ad ε ζ, sic est quod ex β η, ad id quod ex η γ, & cõuertẽdo igitur (per correlariũ 18 quinti,) sicut ε δ, ad δ ζ, sic quod ex η β, ad id quod ex θ. Sed ε δ, ad δ ζ, rationẽ nõ habet quã quadratus nũerus ad quadratũ nũerũ, neq; igitur quod ex η β ad id quod ex θ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmẽsurabilis igitur est (per 9 decimi) β η, ipsi θ lõgitudine, & β, ipsa η γ, maius potest, eo quod ex θ, ipse igitur β η, ipsa η γ maius potest, eo quod ex sibi incõmensurabili, estq; tota β η, cõmensurabilis lõgitudine ipsi α rationali expositæ. Ipsa igitur β γ, (per 3 diffinitiones) apotome est quarta. Inuenta igitur est quarta apotome, quod faciẽdũ erat.



Eucl ex Cãp. Propositio 84

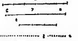
84 RESiduum quintum demonstrare.

CAMPANVS Cum residuũ quintũ inuenire libuerit, erit linea c d communicans lineæ a rationali positæ in lõgitudine, sicut erat in inquisitione secũdi, & erit quadratus numerus e diuisus in f & e, quorum neuter quadratus sicut in præmissa, erit quadratũ lineæ c d ad quadratũ b c, sicut f ad e, ex quibus a diffinitione cõcludere licet (habita sufficiẽti notitia binomij quinti) lineã d b esse residuũ quintũ. Eucl. ex Zãb. Theorema 22 Propositio 89



89 Inuenire quintam apotomen.

THEON ex Zamb Exponatur ratiõalis α, & ipsi α lõgitudine cõmensurabilis esto γ η, rõnalis igitur est γ η. Exponaturq; (per secundũ lemma 28 decimi.) bini numeri δ ζ, ζ ε, ut δ ε ad utrũq; ipsorũ δ ζ, ζ ε, rationẽ uersus non habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Fiatq; (per correlariũ 6 decimi) sicut ζ ε, ad ε δ, sic quod ex η γ ad id quod ex η β, cõmensurabile (per 11 decimi.) igitur est quod ex γ η, et quod ex β η. Rationale autem est quod ex γ η, rationale & quod ex η β, rationalis igitur est β η. Et quoniam est sicut δ ε, ad ε ζ, sic est quod ex β η ad id quod ex η γ, at δ ε, ad ε ζ, rationẽ nõ habet quã nũerus quadratus ad quadratum numerũ, neq; igitur quod ex β η ad id quod ex η γ rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) β η ipsi η γ, lõgitudine. Et utræq; sunt rõnales. Ipsæ

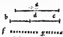


igitur β η, η γ, rationales sunt potentia tantum cōmēsurabiles, igitur ϛ γ, apotome est per 73 decimi. Dico quod & quinta. Quo nāque maius est id quod ex β η, eo quod ex η γ, esto id quod ex θ. Quoniā igitur est sicut quod ex ϛ η, ad id quod ex η γ sic est δ ε ad ε ζ, cōuertēdo igitur (per correlariū 19 quinti) est sicut ε δ, ad δ ζ, sic quod ex β η, ad id quod ex θ. At ε δ, ad δ ζ, rationē nō habet quām quadratus numerus ad quadratū numerum, neque igitur quod ex ϛ η, ad id quod ex θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incōmensurabilis (igitur per 9 decimi) ϛ η, ipsi θ, longitudine. Ipsaq; η ϛ, ipsa η γ, maius potest eo quod ex θ. Ipsa igitur η ϛ, ipsa η γ maius potest, eo quod ex sibi longitudine incommensurabili, & congruens est longitudine commensurabilis ipsi α expositæ rationali. Ipsa igitur β γ, apotome est quinta. Inuenta igitur est apotome quinta, Quod ostendendum fuerat.

Eucli ex Camp. Propositio 85

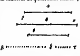
85 Residuum sextū demum præsto sit repetire.

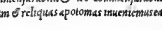
CAMPANVS Residuum sextum sic reperitur. Erit ut prius linea a rationalis posita, & c numerus quadratus diuisus in f & g non quadratos, & erit h numerus primus. Et quadratū lineæ a ad quadratum lineæ b c, sicut h ad e, at uero quadratū lineæ b c, quadratū c d, ut e ad f, eritq; ex diffinitione linea d b. residuum sextum. Cui si non plane animus tuus assenserit, exerceri te conuenit in inuentione binomij sexti.



90 Inuenire sextam apotomen.

THEON ex Zamb. Exponatur rationalis α, & tres numeri ε, ϛ γ, γ δ, rationem non habentes adinuicem quā quadratus numerus ad quadratum. Insuperq; & β γ, ad β δ rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Fiatq; (per correlarium 6 decimi) sicut ε ad ϛ γ, sic quod ex α ad id quod ex ζ η, sicut autē β γ ad γ δ, sic quod ex ζ η ad id quod ex η θ. Quoniam igitur est sicut ε ad ϛ γ, sic est quod ex α ad id quod ex ζ η, cōmensurabile igitur est (per 6 decimi,) quod ex α et quod ex ζ η, rationale autē quod ex α rationale igitur est & id quod ex ζ η, rationalis igitur est & ζ η. Et quoniā ε ad β γ rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur quod ex α ad id quod ex ζ η, rationē nō habet quā quadratus nūerus ad quadratū numerū. Incōmēsurabilis igitur est (per 9 decimi) α ipsi ζ η longitudine. Rursus quoniā est sicut ϛ γ, ad γ δ, sic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, commensurabile igitur est (per 6 decimi) quod ex ζ η, et quod ex η θ, rationale autē est quod ex ζ η, rationale igitur est, & quod ex η θ, rationalis igitur & η θ. Et quoniā ϛ γ ad γ δ rationē non habet quā quadratus numerus ad quadratum numerū, neque igitur quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, rationem habet quā quadratus numerus ad quadratum numerum, incōmēsurabilis igitur est (per 9 decimi,) ζ η, ipsi η θ longitudine. Et utræq; rationales. Ipsæ igitur ζ η, η θ, rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. Igitur ζ θ apotome est. Dico iam quod & sexta. Quoniam enim est sicut ε ad β γ sic quod ex α ad id quod ex ζ η, sicutq; ϛ γ ad γ δ sic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut ε ad γ δ, sic quod ex α ad id quod ex η θ. At ε ad γ δ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Neque igitur quod ex α, ad id quod ex θ η, rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur est (per 9 decimi) α, ipsi η θ lōgitudine, & neutra ipsarū ζ η, η θ, cōmensurabilis est longitudine ipsi α expositæ rationali. Quo nempe maius est quod ex ζ η, eo quod ex η θ, esto quod ex κ. Quoniam enim est sicut ϛ γ ad γ δ, sic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, conuertēdo igitur (per correlarium 19 quinti) est sicut β γ ad β δ sic est quod ex ζ η, ad id quod ex κ. At γ β, ad β δ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque igitur quod ex ζ η, ad id quod ex κ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū. Incōmensurabilis igitur est ζ η ipsi κ longitudine. Et ζ η, ipsa η θ maius potest, eo quod ex κ. Igitur ζ η, ipsa η θ maius potest eo quod est sibi longitudine incōmensurabili, & utraque ipsarū ζ η, η θ, incommensurabilis est lōgitudine ipsi α expositæ rationali. Ipsa igitur ζ θ, apotome est sexta, Inuenta igitur est apotome sexta ζ θ, quod erat agendum. Sit prædictarum sex apotomarum inuentionis ostensio concisior. Deturq; ut inueniatur prima. Exponatur ex binis nominibus prima α γ, cuius maius nomen sit α ϛ, & ab ipsa quidem α ϛ, auferatur ipsi quidem ϛ γ, æqualis ϛ δ. Ipsæ igitur α β, ϛ γ, hoc est α β, ϛ δ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & α β, ipsa ϛ γ, hoc est ipsa ϛ δ, maius potest, eo, quod ex sibi incommensurabili. & α ϛ commensurabilis est expositæ rationali longitudine. Igitur α δ prima est apotome. Similiter iam & reliquas apotomas inueniemus eas quæ ex binis nominibus* in numeros exponentes.



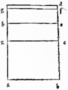


*ὁμοταγῶν pari numero, id est eiusdem ordinis

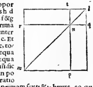
Eucli. ex Camp. Propositio 86

86 Si fuerit superficies linea rationali residuo primo contenta, latus eius tetragonicum necesse est esse residuum.

CAMPANVS. Sit superficies a c contenta linea rationali a b & residuo primo mo b c,dico latus tetragonicum superficiei a c,esse residuum. Adiungatur enim ad lineam b c,linea c d,sitq; illa cuius detractione b c fuit residuum primum. Eritq; ex diffinitione,b d rationalis ex longitudine,& c d in potentia tãtum,b d quoque erit potẽtior d c,in quadrato lineæ secum cõmunicantis in longitudine. Diuidatur igitur d c per æqualia in e,& tota b d diuidatur ea conditione in f,quod inter b f & f d sit e d medio loco proportionalis,eritq; ex secunda parte 15 b f communicans in longitudine f d,per 9 igitur utraque earum cõmunicat cũ tota linea b d,quare per diffinitionẽ ambæ sunt rationales in longitudine. Ducantur itaq; lineæ f g, e h, & c k,æquidistantes a b,eritq; per 15 utraque duarum superficierum a f & g d,rationalis. Sit quadratũ ergo l m,æquale superficiei a f.eritq; rationale,& latus eius rationale in potentia. In tra illud quadratũ protracta diagonali linea l m,describatur quadratum l n,æquale superficiei g d.eritque ipsum rationale,& eius latus ratiõale in potẽtia. protrahantur autem duæ lineæ m p,q n,æquidistanter lateribus totalis quadrati. Dico ergo quadratũ p r esse æquale superficiei a c,& eius latus quod est n p est residuum.



Cum enim linea d e sit ex hypothesi medio loco proportionalis inter b f & f d,erit ex prima sexti superficies h d medio loco proportionalis inter duas superficies a f & g d,ideoq; & inter duo quadrata l m & n l. Cũq; ex prima sexti sit superficies l p medio loco proportionalis inter eadem duo quadrata,erit l p æqualis d h,& etiam h c. Et quia quadratum l n est æquale g d,erit t r æquale g e, totus itaque gnomo circũscriptus quadrato m n,est æqualis c g. Et quia l m erat æquale a f,relinquitur m n æquale a c. Quod autem n p latus quadrati m n sit residuũ,sic collige. Est enim utraque duarũ p t & t n rationalis in potentia,eo quod utrunque quadratum l m & n l est rationale,unáque earum est incommensurabilis alij per primam sexti & 10 huius,eo quod quadratum l m est incommensurabile l r superficiei,sicut superficies a f superficiei h d. De quibus manifestum est quod ipsæ sunt incommensurabiles,est enim per primã sexti una earum ad alteram,sicut linea b f quæ est rationalis in longitudine ad lineam d e quæ est rationalis in potentia tantum,ex 55 igitur linea p n,quæ potest in superficiem a c,est residuum. Et hoc est quod intendimus.

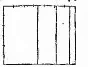


Eucl. ex Zamb. *Theorema 67* *Propositio 91*

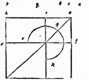
91 Si areola comprehendatur sub rationali & apotome prima, quæ areolã potest apotome est.

THEON ex Zamb. *Cõprehendatur etenim areola α β,sub rationali α γ,& apotome prima α δ. Dico quod ipsam α β areolã potens,apotome est. Quoniã apotome est α δ,sit ei eidẽ cõgruens (per 79 decimi) δ η. Ipsæ igitur α η, δ η,rationales sunt potentia tantũ commensurabiles. & tota α η,(per 3 diffinitiones) commensurabilis est ipsi α γ, expositæ rationali,& α η,ipsa η δ,(per 73 decimi,) maius potest eo quod ex sibi lõgitudine commensurabili. Si igitur (per 28 sexti) quartæ parti eius quod ex δ η æquũ ad ipsam α η cõparetur deficiẽs forma quadrata,in cõmẽsurabilia ipsam (per 17 decimi) diuiserit. Secetur (per 10 primi) δ η bifariã in ε,& ei quod ex ε η,æquũ ad ipsam α η cõparetur (per 28 sexti,) deficiẽs forma quadrata,sitq; quod sub α ζ,ζ η,cõmẽsurabilis igitur est α ζ,ipsi ζ η. Et per ε,ζ, η,signa,(per 31 primi) ipsi α γ,paralleli excitẽtur ε θ,ζ ι,η κ. Et quoniã cõmensurabilis est α η ipsi ζ η,longitudine,& α η igitur utriq; ipsarũ α ζ,ζ η,cõmensurabilis est lõgitudine. Sed α η cõmensurabilis est ipsi α γ,& utraque igitur ipsarum α ζ,ζ η,commensurabilis est longitudine ipsi α γ,& rationalis est α γ,rationalis igitur est & utraq; ipsarum α ζ,ζ η,quare & utrunque ipsorum α ι,ζ κ,rationale est. Et quoniam commensurabilis est δ ε,ipsi ε η,& δ η,igitur utriq; ipsarũ δ ε,ε η,lõgitudine cõmensurabilis est. Rationalis autẽ est δ η,& ipsi α γ lõgitudine incõmensurabilis, ratiõalis igitur est & utraq; ipsarũ δ ε,ε η,& ipsi α γ,lõgitudine incõmensurabilis,utrũq; igitur ipsorũ δ θ,ε κ,mediũ est. Apponatur itaq;,ipsi quidẽ α ι,æquũ quadratũ λ μ,ipsi autẽ ζ κ,æquum auferatur communẽ ipsi λ μ angulum habẽs eũ qui sub λ ο,ο ν,sitq; ν ξ,circa eundem igitur dimetientẽ sunt (per 26 sexti,) ipsa λ μ,ν ξ,quadrata,sit eorũ dimetiens ο ρ,ac describatur figura. Quoniã certe rectangulum cõprehensum sub α ζ,ζ η,æquum est ei quod ex η ε, quadrato,*

est



est igitur (per 17 sexti) sicut α ζ ad ι κ, sic ι κ ad ζ κ. Sed sicut quidem α ζ ad ι κ, sic (per 1 sexti,) α ι ad α ι κ, sicut autē ι κ ad ζ κ, sic est ι κ, ad κ ξ. Ipsorum igitur α ι, κ ξ, medium proportionale est ι κ, est autem ipsorum λ μ, ν ξ, medium proportionale, ν μ, sicut in præcedentibus patuit (per lemma 53 decimi,) & α ι, ipsi quidem λ μ quadrato æquum est, at κ ξ, ipsi ν ξ, & ι κ igitur, ipsi μ ν est æquale. Sed ι κ, (per 36 primi) ipsi δ θ est æquale, & μ ν, ipsi λ ξ. Igitur δ κ, æquum est ipsi υ φ χ, gnomoni, & ipsi ν ξ. Est autē & κ α æquū ipsis λ μ, ν ξ, quadratis. Reliquū igitur α ϐ, (per 45 primi) æquū est ipsi σ τ, hoc est ei quod ex λ ν quadrato, Quod igitur ex λ ν quadratū, ipsi α ϐ, æquū est. Ipsa igitur λ ν. ipsam α ϐ areolam potest. Dico quod & λ ν apotome est. Quoniā enim rōnalia sunt α ι, ζ ν, & æqualia sunt ipsis λ μ, ν ξ, & utrūq; igitur ipsorū λ μ, ν ξ, ratiōale est, hoc est quod ex utraq; ipsarū λ ο, ο ν, & utraq; igitur ipsarū λ ο, ο ν, rōnalis est. Rursus quoniā δ θ mediū est, & ipsi λ ξ, est æquale mediū igitur est λ ξ. Et quoniā λ ξ mediū est, & ν ξ rōnale, incōmēsurabile igitur est λ ξ, ipsi ν ξ. Sicut autē λ ξ ad ν ξ, sic est λ ο ad ο ν. Incōmēsurabilis igitur est (per 11 decimi) λ ο, ipsi ο ν longitudine. Et utræq; rationales, ipsæ igitur λ ο, ο ν. rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est (per 73 decimi,) λ ν & ipsam α ϐ areolam potest. Quæ igitur ipsam α ϐ areolam potest apotome est. Si areola igitur cōprehēdatur sub rationali & apotome prima, quæ areolam potest apotome est. Quod erat ostendendum.



Eucl. ex Zamb. Propositio 87

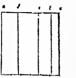
S I superficies aliqua linea rationali residuoq; secundo contineatur, linea in eandem potens erit residuum mediale primum.

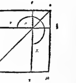
CAMPANVS In hac quoque argue sicut in præmissa ex diffinitione residui secundi & secunda parte 18 & nona & decimanona & 15 & 69.

Eucl. ex Zāb. Theorema 68 Propositio 92

92 Si areola comprehensa fuerit sub rationali & apotome secunda quæ areolam potest mediæ apotomæ est prima.

THEON ex Zamb. Areola namque α ϐ, cōprehendatur sub rationali α γ, & secunda apotome α δ. Dico quod quæ α ϐ, areolam potest, mediæ apotome est prima. Esto enim (per 79 decimi) ipsi α δ congruens δ η. Ipsæ igitur α η, η δ, rationales sunt potentia tantū commensurabiles (per 5 diffinitiones,) & ipsa δ η, congruens, cōmensurabilis est ipsi α γ, expositæ rationali, ipsa uero α η tota ipsa congruente η δ maius potest eo quod ex sibi commēsurabili, Quoniā igitur ipsa α η plus quàm η δ potest eo quod ex sibi commensurabili longitudine Si igitur quartæ parti eius quod ex η δ, æquū ad ipsam α η, cōparetur (per 28 sexti) forma deficiens quadrata, ipsam dirimet in commensurabilia (per 17 decimi. Secetur (per 10 primi) nēpe δ η, bifariam in ε, & ei quod ex ε η, æquum ad ipsam α η, cōparetur forma deficiēs à quadrata, sitq; quod sub α ζ, ζ η, commensurabilis igitur est α ζ, ipsi ζ η, longitudine. Et per ipsa ε, ζ, η signa, (per 31 primi) ipsi α γ, paralleli excitentur ε θ, ζ ι, η κ. Et quoniam (per 15 decimi,) α ζ ipsi ζ η, longitudine commensurabilis est, & α η igitur utriq; ipsarum α ζ, ζ η, longitudine cōmensurabilis est. Rationalis autem est α η, & ipsi α γ, longitudine incōmēsurabilis, & utraq; igitur ipsarū α ζ, ζ η, ratiōalis est, & ipsi α γ lōgitudine incommensurabilis, utrūq; igitur ipsorū α ι, ζ κ, medium est. Rursus quoniam commensurabilis est δ ε ipsi ε η, & δ η, igitur (per 6 decimi, & per 15 decimi) utrique ipsarū δ ε, ε η, cōmensurabilis est. Sed δ η, ipsi α γ longitudine commensurabilis est. Rationalis igitur est utraque ipsarū δ ε, ε η, & ipsi α γ lōgitudine cōmensurabilis, igitur & utrūq; ipsorum δ θ, ε κ, (per 19 decimi,) rationale est. Constituatur ergo (per 14 secundi) ipsi quidē α ι æquum quadratum λ μ, ipsi autē ζ κ æquū auferatur ν ξ, circa eundē existens angulū ipsi λ μ qui sub λ ο μ. Circa eūdem igitur dimetientem sunt ipsa λ μ, ν ξ, quadrata. Esto (per 26 sexti) ipsorum dimetiens ο ρ, & describatur figura Quoniā nempe ipsa α ι, ζ κ, media sunt, & adinuicem cōmensurabilia, & eis quæ ex λ ο, ο ν, sunt æqualia, & quæ igitur ex λ ο, ο ν. media sunt, & ipsæ λ ο, ο ν, igitur mediæ sunt potentia tantū commensurabiles. Et quoniam quod sub α ζ, ζ η,





æquum

æquū est quod ex ι κ, est igitur ſicut α ζ ad ι κ, ſic ι κ, ad ζ κ, Sed ſicut quidē α ζ ad ι κ, ſic α ι, ad ι κ, ſicut autē ι κ, ad ζ κ, ſic ι κ, ad ζ κ, & ſicut igitur α ι, ad ι κ, ita ι κ, ad ζ κ, ipſorū igitur α ι, ζ κ, mediū proportionale est ι κ. Sed ipſorū λ μ, ν ξ, quadratorū, mediū proportionale est (per lēma 53 decimi,) ν μ, & α ι quidē æquū est ipſi λ μ, & ζ κ ipſi ν ξ. igitur μ ν, ipſi ι κ, æquū est, Sed ipſi quidē ι κ, æquū est ipſi δ θ, ipſi autē (per 36 primi) ipſi æquale. Totū igitur δ κ, æquū est ipſi υ φ χ, gnomoni & ipſi ν ξ, Quoniā et gnomoni ac æquū est ipſis λ μ, ν ξ, quorū δ κ, æquū est ipſi υ φ χ gnomoni & ipſi ν ξ, reliquū igitur α β ipſi σ τ, est æquale. Hoc est, ei quod ex λ ν: quod igitur ex λ ν, ipſi α β, areolæ æquum est, ipſam igitur α β areolam, ipſa λ ν, poteſt. Dico quod λ ν, mediæ apotome est prima. Quoniā enim ι κ rationale est, & ipſi ι κ æquale hoc est ipſi λ ξ, rationale igitur est λ ξ, hoc est id quod ſub λ ο, ο ν, (per constructionem.) Oſtenſum autem est, quod ν ξ medium est. Igitur λ ξ, ipſi ν ξ, est incommenſurabile. Sicut autē λ ξ ad ν ξ, ſic λ ο, ad ο ν. ipſæ igitur λ ο, ο ν, longitudine incōmenſurabiles. Ipſæ igitur λ ο, ο ν, mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles, rationale comprehendentes. Ipſa igitur λ ν, mediæ apotome est prima (per 74 decimi.) Et ipſam α β poteſt areolā. Igitur quæ ipſam α β areolā poteſt, mediæ apotome est prima. Si areola igitur comprehenſa fuerit, & quæ ſequuntur reliqua, quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 88

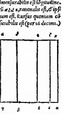
88 Si linea rationali reſiduo´q tertio ſuperficies contineatur, erit linea ſuper eam potens reſiduum mediale ſecundum.

CAMPANVS Priori demonſtrationi inſiste. & facile concludes propoſitū ex diffinitione reſidui tertij & ſecunda parte 11 & 9 & 19 & 70.

Eucli. ex Zamb. Theorema 69 Propoſitio 93

93 Si areola comprehendatur ſub rationali & apotome tertia, quæ areolā poteſt mediæ apotomæ eſt ſecunda.

THEON ex Zamb. Areola enim α β, comprehendatur ſub rationali α γ, & apotome tertia α δ. Dico quod quæ ipſam α β, areolā poteſt, mediæ apotomæ eſt ſecunda. Eſto enim (per 79 decimi,) ipſi α δ congruens δ η ſuper igitur α η, η δ, rationales ſunt potentia tantū cōmenſurabiles, & neutra ipſarum α η, η δ, ipſi α γ rationali cōmenſurabilis eſt longitudine. At (per 57 decimi, tota α η, ipſa δ η, cōgruente maius poteſt, eo quod ex ſibi commenſurabili. Si igitur quartæ parti eius quod ex δ η, æquū ad ipſam α η, apponatur forma deficiens quadrata, in commenſurabilia (per 18 decimi) ipſam diuiſerit, ſecetur (per 10 primi.) nēpe δ η biſariā in ε, & (per 28 ſexti) ei quod ex ε η, æquū ad ipſam α η, cōpareτur forma deficiens quadrata, ſitq; quod ſub α ζ, ζ η. Excitenturq; (per 31 primi) per ε, ζ, η, ſigna, ipſi α γ, paralleli ε θ, ζ ι, η κ, cōmenſurabiles igitur ſunt α ζ, ζ η, cōmenſurabile igitur eſt α η ipſi ζ η. Et quoniā α ζ, ζ η, cōmēſurabiles ſunt lōgitudine, & α η, igitur (per parabolē) utriq; ipſarū α ζ, ζ η, cōmenſurabilis eſt lōgitudine. Rationalis autē eſt α η, & ipſi α γ, longitudine incommenſurabilis, & utraque igitur ipſarū α ζ, ζ η, rationalis eſt, & ipſi α γ, lōgitudine incommenſurabilis, & utrūque igitur ipſorū α ι, ζ κ, (per 21 decimi,) medium eſt. Rurſus quoniam cōmenſurabilis eſt δ ε ipſi ε η, lōgitudine, & δ η, igitur utriq; ipſarū δ ε, ε η, lōgitudine cōmēſurabilis eſt (per 16 decimi.) Rationalis autē eſt η δ, & ipſi α γ, lōgitudine incōmēſurabilis, rationalis igitur eſt & utraq; ipſarū δ ε, ε η, & ipſi α γ, lōgitudine incōmenſurabilis. Vtrūq; igitur ipſorū δ θ, ε κ, (per 21 decimi,) mediū eſt Et quoniā α η, η δ potentia tantum ſunt cōmenſurabiles, incōmenſurabilis igitur eſt longitudine α η, ipſi η δ. Sed α η, ipſi quidē α ζ longitudine cōmenſurabilis eſt, & δ η, ipſi ε η, incōmenſurabilis igitur eſt α ζ, ipſi ε η longitudine. Sicut aūt α ζ, ad ε η, ſic α ι ad ε κ, incōmēſurabile igitur eſt α ι, ipſi ε κ. Cōſtituatur igitur (per 14 ſecūdi,) ipſi quidē α ι æquū quadratū λ μ, ipſi aūt ζ κ, æquū auferatur ν ξ, circa eundē exiſtēs angulū cū μ λ. Circa igitur eundē dimetientē, ſunt λ μ, & ν ξ, eſto (per 26 ſexti) ipſorū dimetiens ο ρ, deſcribaturq; figura. Quoniam igitur quod ſub α ζ, ζ η, æquū eſt ei quod ex ε η. eſt igitur (per 17 ſexti) ſicut α ζ, ad ε η, ſic ε η ad ζ η. Sed ſicut quidem α ζ ad ε η, ſic eſt α ι ad ε κ, ſicut autem ε η ad ζ η, ſic eſt ε κ, ad ζ κ, & ſicut igitur α ι ad ε κ, ita ε κ ad ζ κ. Ipſorū igitur α ι, ζ κ, mediū proportionale eſt ε κ, eſt autē (per lēma 53 decimi,) ipſorū λ μ, ν ξ, quadratorū, mediū proportionale μ ν, & α ι, æquū eſt ipſi λ μ, & ζ κ, ipſi ν ξ. Et ε κ igitur, æquū eſt ipſi μ ν. Sed μ ν. ipſi λ ξ eſt æquale, & ε κ, ipſi δ θ, æquum eſt (per 26 primi, & totū igitur, δ κ, æquū eſt ipſi υ φ χ, gnomoni & ipſi ν ξ. Eſt aūt & α κ. æ quū ipſis λ μ, ν ξ, reliquū igitur α β, æquū eſt ipſi σ τ, hoc eſt ei quod ex λ ν quadrato. Igitur ipſa λ ν, ipſam α β, areolā poteſt. Dico iam quod λ ν mediæ apotomæ eſt ſecūda. Quoniā enim oſtēſum eſt quod α ι, ζ κ, media ſūt & æqualia eis quæ ex λ ο, ο ν, mediū igitur eſt (per correlarium 23 decimi, & utrūq; ipſorū quæ ex λ ο, ο ν, media igitur eſt utraq; ipſarū λ ο, ο ν. Et quoniam α ι ipſi ζ κ, cōmēſurabile eſt, igitur quod ex λ ο, et quod ex ο ν, cōmēſurabile eſt. Rurſus quoniā oſtēſum eſt quod α ι, ipſi ε κ incōmēſurabile eſt, incōmēſurabile igitur eſt λ μ ipſi μ ν, hoc eſt quod ex λ ο, et quod ſub λ ο, ο ν, quare & λ ο, incōmēſurabilis eſt lōgitudine ipſi ο ν. Ipſæ igitur λ ο, ο ν, mediæ ſunt potētia tantū cōmēſurabiles. Dico iā quod & mediū cōprehēdunt. Quoniā patet quod ε κ, mediū eſt, & ei eſt æquale quod ſub λ ο, ο ν, mediū igitur (per correlariū 23 decimi,) eſt & quod ſub λ ο, ο ν. Quare ipſæ λ ο, ο ν, mediæ ſunt potentia tantū commenſurabiles medium comprehendentes. ipſa igitur λ ν mediæ apotomæ eſt ſecunda (per 75 decimi,) & ipſam poteſt α β. Quæ igitur ipſam α β, areolam poteſt, mediæ apotomæ eſt ſecūda. Quod oſtendere oportuit.



Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 89

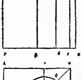
89 Si fuerit superficies linea rationali residuoq́ quarto contenta, linea super eam potens erit linea minor.

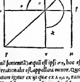
CAMPANVS In hac quoq; nō aliter procedas quàm prius, facile erit tibi propositum concludere, si præmissam non despicis. ex diffinitione residui quarti & secunda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 71, & sic patebit propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 70 Propositio 94

94 Si areola comprehendatur sub rationali & quarta apotome, quæ areolam potest minor est.

THEON ex Zāb. *Areola nanq; $\alpha\epsilon$, comprehendatur sub rationali $\alpha\gamma$, & quarta apotome $\alpha\delta$. Dico quod quæ $\alpha\beta$ areolā potest, minor est. Sit enim (per 80 decimi,) ipsi $\alpha\delta$ congruens $\delta\eta$, ipsæ igitur $\alpha\eta$, $\eta\delta$, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & $\alpha\eta$, ipsi $\alpha\gamma$, expositæ rationali longitudine commensurabilis est, & tota $\alpha\eta$, ipsa $\delta\eta$ congruente maius potest eo quod ex sibi longitudine incommensurabili. Quoniam igitur (per 51 decimi) $\alpha\eta$ ipsa $\eta\delta$ maius potest eo quod ex sibi lōgitudine incommēsurabili, si igitur quartæ parti eius quod ex $\delta\eta$, æquum ad ipsam $\alpha\eta$, comparetur (per 28 sexti,) forma deficiens quadrata, in incommensurabilia (per 18 decimi,) ipsam diuiserit. Secetur (per 10 primi) igitur $\delta\eta$, bifariam in ϵ, & ei quod ex $\epsilon\eta$, (per 28 sexti,) æquum ad ipsam $\alpha\eta$ cōparetur forma deficiens quadrata, sitq; quod sub $\alpha\zeta$, $\zeta\eta$, incommensurabilis igitur est longitudine $\alpha\zeta$, ipsi $\zeta\eta$. Excitentur igitur (per 31 primi) per ϵ, ζ, η, signa paralleli ipsis $\alpha\gamma$, $\beta\delta$, sintq; $\epsilon\theta$, $\zeta\iota$, $\eta\kappa$. Quoniā igitur rationalis est $\alpha\eta$, & ipsi $\alpha\gamma$, longitudine commensurabilis, rationale igitur est totum $\alpha\kappa$. Rursus quoniā commensurabilis est $\delta\eta$ ipsi $\alpha\gamma$ longitudine, & utræq; sunt rationales, mediū igitur est $\delta\kappa$, (per 21 decimi.) Rursus quoniā incommensurabilis est $\alpha\zeta$, ipsi $\zeta\eta$ longitudine, incommensurabile igitur est (per 9 decimi) & $\alpha\iota$ ipsi $\zeta\kappa$. Constituatur igitur (per 14 secundi) ipsi quidem $\alpha\iota$ æquum quadratū $\lambda\mu$, ipsi autem $\zeta\kappa$, æquum auferatur $\nu\xi$ Ad eundem existens ipsi $\lambda\mu$, angulum qui sub $\lambda o \mu$, circa igitur eundem dimetientem sunt, (per 26 sexti,) ipsa $\lambda\mu$ $\nu\xi$, quadrata. Sit ipsorū dimetiens $o\rho$, describaturq; figura. Quoniā igitur quod sub $\alpha\zeta$, $\zeta\eta$, æquū est ei quod ex $\epsilon\eta$, proportionaliter igitur est (per 17 sexti) sicut $\alpha\zeta$, ad $\epsilon\eta$, sic $\epsilon\eta$, ad $\zeta\eta$. Sed sicut quidem $\alpha\zeta$ ad $\epsilon\eta$, sic $\alpha\iota$ ad $\epsilon\kappa$, sicut autem (per 1 sexti) $\epsilon\eta$, ad $\zeta\eta$, sic $\epsilon\kappa$, ad $\zeta\kappa$. Ipsorū igitur $\alpha\iota$, $\zeta\kappa$, medium proportionale est $\epsilon\kappa$ ipsorū autē $\lambda\mu$, $\nu\xi$, quadratorū (per lēma 53 decimi medium proportionale est $\mu\nu$, & $\alpha\iota$, æquum est ipsi $\lambda\mu$, & $\zeta\kappa$, ipsi $\nu\xi$, & $\epsilon\kappa$, igitur, ipsi $\mu\nu$ est æquale. Sed ipsi quidem $\epsilon\kappa$, æquū est $\delta\theta$, ipsi autem $\mu\nu$, æquum est $\lambda\xi$. Totum igitur $\delta\kappa$, æquū est ipsi $\upsilon\phi\chi$, gnomoni, & ipsi $\nu\xi$. Quoniā igitur $\alpha\kappa$, totum æquū est ipsis $\lambda\mu$, $\nu\xi$, quadratis, quorū $\delta\kappa$, æquū est ipsi $\upsilon\phi\chi$, gnomoni & ipsi $\nu\xi$ quadrato, reliquum igitur $\alpha\epsilon$, (per 2 cōmunē sententiā) æquū est ipsi $\sigma\tau$, hoc est ei quod ex $\lambda\nu$, quadrato. Igitur $\lambda\nu$, ipsam $\alpha\epsilon$, areolam potest, Dico quod $\lambda\nu$ irrationalis est, appellata minor. Quoniā enim $\alpha\kappa$ rationale est, & eis est æquale quæ ex λo, $o\nu$, sunt quadratis, conflatum igitur ex ijs quæ ex λo, $o\nu$, rationale est (per diffinitionē.) Rursus quoniā $\delta\kappa$ mediū est, & $\delta\theta$, æquū est ei quod bis sub λo, $o\nu$, quod igitur bis sub λo, $o\nu$, medium est. Et quoniā patuit quod $\alpha\iota$, ipsi $\zeta\kappa$, est incommensurabile: incōmensurabile igitur est (per 11 decimi) quadratum quod ex λo, et quod ex $o\nu$ quadrato. Ipsæ igitur λo, $o\nu$, (per 76 decimi) potentia sunt incōmensurabiles, efficientes conflatum quidem earum quadratis rationale, quod uero bis sub ipsis medium. Ipsa igitur $\lambda\nu$, irrationalis est appellata minor, & ipsam areolam $\alpha\epsilon$ potest. Quæ igitur ipsam $\alpha\beta$ areolam potest minor est. Quod erat ostendendum.*





Eucli. ex Camp. Propositio 90

90 Si fuerit linea rationali residuoq́ quinto superficies contēta, latus eius tetragonicū, erit cū rationali componens mediale.

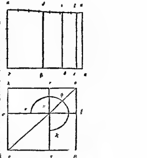
CAMPANVS Nitere præmissa argumentatiōe ex diffinitione residui quinti & secunda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 72, quod propositū est concludere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 71 Propositio 95

95 Si areola comprehendatur sub rationali & quinta apotome, quæ areolam potest, est quæ cum rationali medium totum conficit.

THEON ex Zamb. *Areola etenim $\alpha\epsilon$, comprehendatur sub rationali $\alpha\gamma$, & quinta apotome $\alpha\delta$. Dico quod*

quæ



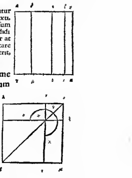
quæ ipsam areolam α β potest, est quæ cum rationali medium totum conficit. Sit nãq; (per 79 decimi) ipsi α δ congruens δ κ, ipsæ igitur α κ, κ δ, (per 80 decimi,) rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & cõgruens κ δ, cõmensurabilis est longitudine ipsi α γ, expositæ rationali. Et tota α κ, congruente δ κ maius potest eo quod ex sibi incommensurabili. Si igitur (per 28 sexti) quartæ parti eius quod ex δ κ, æquũ ad ipsam α κ, (per 17 decimi) comparetur deficiens forma quadrata, in incommensurabilia ipsam diuidet. Secetur igitur (per 10 primi,) δ κ, bifariã in ε signo, & ei quod ex ε κ, (per 28 decimi, æquum ad α κ, cõparetur forma deficiens quadrata, sitq; quod sub α ζ, ζ κ incommensurabilis igitur est (per 9 & 34. decimi) α ζ, ipsi ζ κ longitudine. Excitenturq; (per 31 primi) per ε, ζ, κ, signa ipsi α γ paralleli ε θ, ζ ι, κ λ. Et quoniã α κ ipsi α γ longitudine est incõmensurabilis, & utræq; sunt ratiõales, mediũ igitur est α λ. Rursus quoniã δ κ est ratiõalis, & ipsi α γ lõgitudine cõmẽsurabilis, rationale igitur est δ λ. Constituatur igitur (per 14. secundi, ipsi quidẽ α ι æquũ quadratũ λ μ, ipsi autẽ ζ λ, æquũ quadratũ auferatur ν ξ. Ad eundem angulũ qui sub λ, ο, μ, sunt ipsa λ μ, & ν ξ, ad eãdem igitur diametrũ, sunt λ μ, ν ξ quadrata. Sit (per (per 26 sexti) ipsorũ dimetiens ο ρ, describaturq; figura. Similiter iam ostendemus, quod λ ν, potest ipsam α ε, areolam, dico quod ipsa λ ν, est quæ cum rationali mediũ totũ cõficit. Quoniã enim ostẽsum quod α κ medium est, & ei sunt æqua quæ ex λ ο, ο ν, cõflatũ igitur ex eis quæ ex λ ο, ο ν, mediũ est, (per correlariũ 23 decimi.) Rursus quoniã δ κ ratiõale est, & ei est æquum quod bis sub λ ο, ο ν, & quod bis igitur sub λ ο, ο ν, rationale est. Et quoniã incommensurabile est α ι ipsi ζ κ, incommensurabile igitur est quod ex λ ο, ei quod ex ο ν. Ipsæ igitur λ ο, ο ν, potentiã sunt incõmensurabiles efficiẽtes conflatum ex ipsarum quadratus mediũ, quod autẽ bis sub ipsis rationales. reliqua igitur λ ν, (per 77 decimi) irrationalis est appellata cũ rationali mediũ totum efficiens. Et ipsam α ε, areolam potest, quæ igitur ipsam α β, areolam potest, est quæ cum rationali medium totum efficit. Quod oportuit demonstrare.

Eucl. ex Camp. Propositio 91

91 Si linea rationali residuoq; sexto superficies contineatur, latus tetragonicum quod super eam potest cum mediali constituens totum mediale esse comprobatur.

CAMPANVS Nunc quoque ultimo quod per hanc dicitur præmisso modo satage concludere ex diffinitione residui sexti, & secunda parte 14 & 9 & 19 & 73. In his autẽ omnibus processum tuum nihil offendere poterit, si primam earum & perfecte didiceris & memoriter tenueris. & quid quoq; supponet solerter attenderis. Quod si forsan de aliquo in quadrato l m te dubitare cõtigerit, ad suum æquale in superficie a d tibi recurrendũ erit, & patebunt tuo ingenio.

Eucl. ex Zamb. Theorema 62 Propositio 96



96 Si areola cõprehendatur sub rationali & apotome sexta, quæ areolã potest, est quæ cum medio medium totum efficit.

THEON ex Zamb. Areola namque α β, cõprehendatur sub rationali α γ & apotome sexta α δ. Dico quod quæ α ε areolam potest, est quæ cũ medio medium totum efficit. Esto enim (per 79 decimi,) ipsi α δ congruens δ κ, ipsæ igitur α κ, κ δ, (per 90 decimi) rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles Et neutra ipsarũ α κ, κ δ, (per 5 diffinitiones) cõmensurabilis est ipsi α γ expositæ rõnali longitudine, & tota α κ ipsa δ κ cõgruente maius potest eo quod ex sibi longitudine incommensurabili. Quoniã igitur α κ ipsa κ δ, maius potest eo quod ex sibi lõgitudine incõmẽsurabili, si igitur (per 28 sexti,) quartæ parti eius quod ex δ κ, æquũ ad ipsam α κ cõparetur forma deficiẽs quadrata in incõmẽsurabilia ipsam (per 17 decimi) diuidet. Secetur igitur (per 10 primi) α κ, bifariã in signo ε, & ei quod ex ε κ, (per 28 sexti,) æquũ ad ipsam α κ, comparetur forma deficiens quadrata, sitq; quod sub α ζ, ζ κ. Incommensura

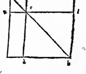
 bilis

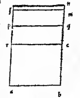
bilis igitur est (per 18 decimi α ζ, ipsi ζ η, longitudine. Sicut autem (per 1 sexti) α ζ, ad ζ η, sic α ι ad ξ η, incommensurabile igitur est (per 9 decimi, (α ι ipsi ξ η, Et quoniam ipsæ α η, α γ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, medium est α η. Et quoniam ipsæ α γ, δ η, rationales sunt longitudine incõmensurabiles, mediũ est & δ η, (per 22 decimi.) Quoniam igitur ipsæ α η, ι δ, potentia tantum sunt commensurabiles, igitur α η, ipsi δ η longitudine est incõmensurabilis. Sicut autem, α η ad η δ, sic est α η, ad δ η, incommensurabile igitur est α η, ipsi η δ. Cõstituatur igitur (per 14. secundi,) ipsi α ι, æquũ quadratũ λ μ, ipsi autem ξ η, æquum auferatur ν ξ, ad eundem angulum ipsi λ μ, circa eũdem dimetientem igitur (per 26 sexti) sunt ipsa λ μ, ν ξ, quadrata, esto ipsorum dimetiẽs ο ρ. describaturq́ figura. Similiter iam ex præcedentibus ostendemus, quod λ ν est quæ cum medio medium totum efficit. Quoniam nanq́ patuit quod α η mediũ est & ei est æquale quæ ex λ ο, ο ν. conflatum igitur ex iis quæ ex λ ο, ο ν, medium est (per correlarium 23 decimi) Rursus quoniam patuit quod δ η mediũ est, & ei æquale quod bis sub λ ο, ο ν, & quod igitur bis sub λ ο, ο ν, mediũ est. Et quoniam patuit quod α η, ipsi δ η est incommensurabile, incommensurabilia igitur sunt & quæ ex λ ο, ο ν, sunt quadrata ei quod bis sub λ ο, ο ν. Et quoniam α ι, ipsi ξ η, est incõmensurabile, incõmensurabile est igitur & quod ex λ ο, ei quod ex ο ν. Ipsa λ ο, ο ν, igitur (per 78 decimi) potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatũ ex ipsarum quadratis medium, & quod bis sub ipsis medium insuper quæ ex ipsis quadrata incommensurabilia ei, quod bis sub ipsis. Ipsa igitur λ ν, irrationalis est, appellata cum medio medium totum efficiens. Quod erat demonstrandũ.

Eucli. ex Camp. Propositio 92

92 **SI ad lineam rationalẽ superficies æqualis quadrato residui applicetur, alterum latus residuum primum esse necesse est.**

CAMPANVS Hæ sex sequentes, sunt conuersæ sex præcedentium per ordinem. Huius autem primæ hæc est intentio, quod si sit superficies a c adiuncta ad lineam rationalem a b, æqualis quadrato residui quod sit d e, erit eius latus secundum quod est b c necessario residuum primum. Adijciatur enim lineæ d e quæ proponitur esse residuum, linea per cuius abscisionem ipsa d e fuerit residuum, sitq́ ei adiuncta e f, eritq́ ex 68 utraq́ duarũ linearum d f & f e, rationalis in potentia, & una earum incommensurabilis alij. Describatur ergo quadratum lineæ f e, quod sit e g, & quadratũ d e quæ posita est esse residuũ, quod sit e h, & adijciantur supplementa d k & f l, eritq́ quadratũ g h, tãquam quadratum lineæ d f, & quadratum e h erit sicut superficies a c. Erit etiam utrũq́ quadratorũ g h & g e, rationale. Sit igitur superficies a m adiuncta ad lineã a b, æqualis quadrato g h, eritq́ ob hoc ratiõalis, quare per 16 linea m n est rationalis in lõgitudine, superficies uero p n sit æqualis quadrato e g, quæ propter hoc erit rõnalis, & per 16 linea m n rõnalis in lõgitudine, itaq́ tota linea b n est rationalis per 9. Diuidatur autem c n per æqualia in q, & ducatur q r æquidistans a b, eritq́ ex prima sexti c r æqualis r n. Manifestum uero est quod cum tota superficies a n sit æqualis duobus quadratis g h & e g pariter acceptis quæ sunt quadrata duarum linearum d f & f e, & superficies a c sit æqualis quadrato lineæ d e quod est e h, erit per 7 secũdi superficies residua ex a n quæ est c f æqualis duplo superficiei ex d f in f e, quare & horũ dimidia quæ sunt r n & d g, necesse est esse æqualia. Cũq́ igitur ex prima sexti sit superficies d g medio loco proportiõalis inter duo quadrata g h & g e, erit quoq́ superficies r n medio loco proportionalis inter duas superficies a m & p n, ideoq́ per primam sexti erit etiam q n medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m n. Cũq́ sit q n dimidiũ lineæ n c, & linea q n diuisa per punctum m in duo communicantia inter quæ cadit q n medio loco proportionalis, sequitur ex prima parte 18 quod linea b n sit potentior linea n c in quadrato lineæ secum communicantis in longitudine. Quia ergo superficies d g est medialis ex 19, ex hypothesi autẽ superficies c r sibi æqualis medialis, & linea c q rationalis in potentia tantum per 20, ideoq́ etiam duplum eius quod est linea n c est rationalis tantum in potentia, quia ergo b n est rationalis in longitudine communicantis lineæ a b positæ rationali & potentior n c in quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine



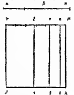


ne, sequitur ex diffinitione lineam b c esse residuum primum. Quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 73 Propositio 97

97 Quod ex apotome ad rationalem comparatum latitudinem primam efficit apotomen.

THEON ex Zãb. Sit apotome α β, rationalis autem sit γ δ, & ei quod ex α β æquum ad ipsam γ δ, comparetur γ ε, latitudinem efficiens γ ζ. Dico quod γ ζ, est prima apotome. Esto enim (per 79 decimi) ipsi α β cõgruens β η, ipsæ igitur α η, η β, (per 30 decimi) rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Et ei quidẽ quod ex α η, (per 44 primi) æquum, ad ipsam γ δ, cõparetur γ θ, ei autẽ quod ex β η, comparetur κ λ. Totũ igitur γ λ, æquũ est eis quæ ex α η, η β, quorũ γ ε æquum est ei quod ex α β, reliquum igitur ζ λ, æquum est ei quod bis sub α η, η β. Secetur (per 10 primi) ζ μ bifariã in signo ν, & excitetur (per 31 primi) per ν, ipsi γ δ parallelus ν ξ. Vtrũque igitur ipsorum, ζ ξ, λ ν, æquum est ei quod sub α η, η β. Et quoniam quæ ex α η, η β, rationalia sunt, & eis quæ ex α η, η β, æquũ est δ μ, rationale igitur est (per diffinitionẽ decimi,) δ μ. Et ad rationalem apponitur γ δ, latitudinẽ efficiẽs γ μ, rationalis igitur est γ μ, (per 29 decimi,) & ipsi γ δ longitudine commensurabilis. Rursus quoniam quod bis sub α η, η β, medium est (per 21 decimi,) & ei quod bis sub α η, η β, æquũ est ζ λ. mediũ igitur est ζ λ. Et ad ipsam γ δ rationalẽ apponitur, latitudinem efficiens ζ μ, rationalis igitur est ζ μ. & ipsi γ δ longitudine incommensurabilis. Et quoniã quæ ex α η, η β, rationalia sunt, quod autẽ bis sub α η, η β, medium est, incommensurabilia igitur sunt quæ ex α η, η β, et quod bis sub α η, η β. Et eis quidẽ quæ ex α η, η β, æquum est γ λ, ei aũt quod bis sub α η, η β, æquum est ζ λ, incõmẽsurabile igitur est (per 9 decimi,) δ μ ipsi ζ λ. Sicut autem (per 1 sexti,) δ μ, ad ζ λ. sic est γ μ, ad ζ μ, incommensurabilis igitur est (per 13 decimi,) γ μ ipsi ζ μ, lõgitudine. Et utræque sunt rationales, igitur γ μ, μ ζ, (per 11 decimi) rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Igitur γ ζ apotome est. Dico insuper quod & prima. Quoniam nempe eorum que ex α η, η β, mediũ proportionale est quod sub α η, η β, & quod ex α η, æquum est ipsi γ θ, ipsi autem quod sub α η, η β, ipsi ν λ, ei autem quod ex β η, æquũ est κ λ. & ipsorũ igitur γ θ, κ λ, mediũ proportionale est ν λ. Est igitur (per 1 sexti,) sicut γ θ ad ν λ sic est ν λ, ad κ λ. Sed sicut quidẽ γ θ ad ν λ sic est γ κ ad ν μ, sicut aũt ν λ ad κ λ, sic est ν μ ad κ μ, & sicut igitur (per 11 quinti) γ κ ad ν μ sic ν μ, ad κ μ. Quod igitur sub γ κ, κ μ, (per 17 decimi) æquũ est ei quod ex ν μ, hoc est quartæ parti eius quod ex ζ μ, Et quoniã quod ex α η, et quod ex η β est incommensurabile, commensurabile est γ θ ipsi κ λ. Sicut autem γ θ ad κ λ, sic γ κ, ad κ μ, cõmensusabilis est igitur (per 11 decimi) γ κ ipsi κ μ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ sunt inæquales scilicet γ μ, μ ζ, & quartæ parti eius quod ex ζ μ æquum ad ipsam γ μ apponitur forma deficiens quadrata quod scilicet sub γ κ, κ μ, & γ κ ipsi κ μ commensurabilis est, ipsa, igitur μ γ, ipsa μ ζ magis potest eo quod ex sibi longitudine commensurabilis. Et γ μ, commensurabilis est ipsi γ δ, expositæ rationali longitudine. Ipsa igitur γ ζ, (per 85 decimi,) apotome est prima. Quod igitur ex apotome ad rationalem comparatum latitudinem efficit primam apotomen. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 93

93 CVm adiuncta fuerit superficies æqualis quadrato residui medialis primi ad lineam rationem, alterum latus eius erit residuum secundum.

CAMPANVS Hic erit linea d e residuum mediale primum, & linea e f erit linea illa per cuius abscisionem d e fuerat residuum mediale primum. Dico quod b c erit residuũ secundum. Quod nescire non poteris, si demonstrationi præmissæ (quousque eam solido amplectaris habitu) insliteris, & quales lineas oporteat esse d f & f e uigilanter attenderis, de quo si dubitas, 69 requirenda erit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 74 Propositio 98

98 Quod ex mediæ apotomæ prima ad rationalem comparatum latitudinem secundam efficit apotomen.

THEON ex Zamb. Sit mediæ apotomæ prima α β, rationalis autem esto γ δ, & ei quod ex α β, (per 44 primi.) æquum ad ipsam γ δ, apponatur γ ε, latitudinem efficiens γ ζ. Dico quod γ ζ apotome est secunda, esto namque ipsi α β congruens β η, ipsæ igitur α η, η β, mediæ sunt potentia tantum commensurabiles, rationale comprehendentes. Et ei quidem quod ex α η æquum ad ipsam γ δ comparetur (per 44 primi,) γ θ, latitudinẽ efficiens γ κ, ei autem quod ex η β, æquum ad ipsam κ θ comparetur κ λ, latitudinem efficiens κ μ. Totum igitur γ λ, æquum est eis quæ ex α η, η β, medium igitur est & γ λ. Et ad ipsam γ δ rationalem comparatur, latitudinem efficiens γ μ rationalis igitur est & γ μ, & ipsi γ δ in longitudine incommensurabilis (per 22 decimi.) Et quoniam γ λ æquum est eis quæ ex α η, η β, quadratis. quorum quod ex α β, æquum est ipsi γ ε, reliquum igitur quod bis sub α η, η β, æquum est ipsi ζ λ. Rationale au tem est quod bis sub α κ, κ β comprehenditur, rationale igitur & ζ λ. Et ad ζ ι, rationalem comparatur, latitudinem efficiens ζ μ, rationalis igitur est (per 20 decimi,) & ζ μ, & ipsi γ δ longitudine commensurabilis, Quoniam igitur quæ ex α κ, κ β, hoc est ipsum γ λ, medium est, quod autem bis sub α κ, κ ς, hoc est ipsum ζ λ, rationale, incõmensurabile igitur est (per 9 decimi,) γ λ ipsi ζ λ. Sicut autem γ λ, ad ζ λ, sic est γ μ ad ζ μ, incommẽsurabilis igitur γ μ, ipsi ζ μ longitudine, & utræq; sunt rationales. Ipsæ igitur γ μ, μ ζ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ipsa igitur γ ζ, apotome est (per 73 decimi,) Dico etiam quod & secũda. Secetur namq; (per 10 primi) ζ μ bifariam in ν. Excitetur q; (per 31 primi,) per ν, ipsi γ δ, parallelus ν ξ, utrũq; igitur ipsorum ζ ξ, ν λ, æquum est ei quod sub α κ, κ ς. Et quoniã (per lẽma 53 decimi) ipsorum quæ ex α κ, κ β, quadratorum medium proportionale est quod sub α κ, κ ς, & quod ex α κ, æquum est ipsi γ θ, quod uero sub α κ, κ ς, ipsi ν λ, quod autẽ ex β κ ipsi κ λ, & ipsorũ igitur γ θ, κ λ, medium proportionale est ν λ (per idem lemma.) Est igitur sicut γ θ ad ν λ, sic ν λ ad κ λ, sed sicut quidem γ θ ad ν λ, sic est γ θ ad ν μ, sicut aũt ν λ, ad κ λ sic est ν μ ad μ κ. Sicut igitur (per 11 quinti) γ κ ad ν μ, sic est ν μ, ad κ μ. Igitur quod sub γ κ, κ μ, (per 17 decimi) ei est æquũ quod ex ν μ, hoc est quartæ parti eius quod ex ζ μ. Et quoniã quod ex α κ, commensurabile est ei quod ex β κ, commensurabile est (per 1 sexti & 11 decimi) & γ θ ipsi κ λ, hoc est γ κ, ipsi κ μ. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt γ μ, & μ ζ, quartæ autem parti eius quod ex μ ζ (per 17 decimi,) æquum ad maiorem γ μ apponitur deficiens forma quadrata, quod scilicet sub γ κ, κ μ. & ipsam in commensurabilia despescit, ipsa igitur γ μ ipsa μ ζ, (per eandem) maius potest eo quod ex sibi longitudine commensurabili

Et congruens ζ μ, (per 55 decimi) est commensurabilis longitudine ipsi γ δ expositæ rationali, ipsa igitur γ ζ, apotome est secunda, (per 5 diffinitiones. Quod igitur ex mediæ apotomæ prima ad rationalẽ comparatum latitudinem secundam efficit apotomen. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 94

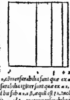
94 SI superficies æqualis quadrato residui medialis secundi applicata fuerit ad lineam rationalem, alterum latus eius residuum tertium esse conueniet.

CAMPANVS. Hic etiam erit d e residuũ mediale secundum, & sequetur ut sit c b residuum tertium. Quod ut facile concludas, primæ demonstrationi insistas, & quales lineas conueniat esse d f & f e, ex 70, collige.

Eucli. ex Zamb. Theorema 75 Propositio 99

99 Quod ex mediæ apotomæ secunda ad rationalem comparatum latitudinem tertiam apotomen conficit.

THEON ex Zamb. Esto mediæ apotomæ secunda α ς, rationalis autem esto γ δ, & ei quod ex α β, (per 44 primi) æquum ad ipsam γ δ apponatur γ ι, latitudinem efficiens γ ζ. Dico quod γ ζ est apotome tertia. Sit namq; α β, congruens β κ, ipsæ igitur α κ, κ β, (per 51 decimi.) mediæ sunt potentia tantum commensurabiles medium comprehendentes. Et ei quidem quod ex α κ, (per 44 primi,) æquum ad ipsam γ δ, cõparetur γ θ, latitudinem efficiens γ κ, ei autem quod ex ς κ, (per eãdem) æquum ad ipsam κ θ comparetur κ λ, latitudinem efficiens κ μ. Totum igitur γ λ, æquum est eis quæ ex α κ, κ ς. Et ea quæ ex α κ, κ ς, media sunt, medium igitur est & γ λ. Et ad ipsam γ δ apponitur, latitudinem efficiens γ μ. Rationalis igitur est γ μ, & ipsi γ δ longitudine incõmensurabilis, Et quoniam totũ γ λ, æquum est eis quæ ex α κ, κ ς, quorum γ ι æquum est ei quod ex α β. reliquum igitur λ ζ (per 7 secundi,) æquum est ei quod bis sub α κ, κ ς. Secetur igitur (per 10 primi) ζ μ, bifariam in ν, signo, & ipsi γ δ, (per 31 primi) parallelus excitetur ν ξ, utrũq; igitur ipsorum ζ ξ, ν λ, æquũ est ei quod sub α κ, κ β. Mediũ autem est quod sub α κ, κ ς, medium igitur est & λ ζ. Et ad ipsam ι ζ rationalem comparatur, latitudinem efficiens ζ μ, rationalis igitur est (per 22 decimi) ζ μ, & ipsi γ δ, longitudine incommensurabilis. Et quoniam ipsæ α κ, κ ς, potentia tantum sunt commensurabiles, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi,) α κ, ipsi κ β longitudine. Incommẽsurabile igitur est & quod ex α κ, et quod sub α κ, κ β. Sed ei quidem quod ex α κ, cõmensurabilia sunt quæ ex α κ, κ b, ei autem quod sub α κ, κ ς, commensurabile est quod bis sub α κ, κ β. Incommensurabilia igitur sunt quæ ex α κ, κ β, ei quod bis sub α κ, κ ς. Sed eis quidẽ quæ ex α κ, κ ς, æquum est γ λ ei autem quod bis sub α κ, κ β, æquũ est ζ λ. Incõmẽsurabile igitur est γ λ, ipsi ζ λ. Sicut autem γ λ ad ζ λ. sic est per 1 sexti, & 11 decimi) γ μ ad ζ μ, incommensurabilis igitur

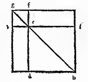


tur

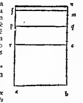
tur est γ μ, ipsi ζ μ longitudine. Et utræque sunt rationales. Ipsæ igitur γ μ, μ ζ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est γ ζ. Dico quod & tertia. Quoniã enim quod ex α ε commensurabile est ei quod ex ε ε, cõmensurabile igitur est γ θ ipsi κ λ, quare & γ κ, ipsi κ μ. Et quoniã eorũ quæ ex α ε, ε ε, (per lẽma 53 decimi) medium proportionale est quod sub α ε, ε ε, & ei quidem quod ex α ε æquum est γ θ, ei autem quod ex ε β æquum est κ λ ei autem quod sub α ε, ε ε, æquum est ν λ, & ipsorum γ θ, κ λ, igitur (per lemma 53 decimi) medium proportionale est ν λ. Est igitur sicut γ θ ad ν λ, sic est ν λ ad κ λ, Sed sicut γ θ ad ν λ, sic (per 1 sexti) est γ κ ad ν μ, sicut autem ν λ, ad κ λ, sic est ν μ, ad κ μ. Sicut igitur γ κ, ad ν μ, sic est ν μ, ad κ μ, quod igitur sub γ κ, κ μ, æquum est ei quod ex μ ν, hoc est quartæ parti eius quod ex ζ μ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt γ μ, μ ζ, & quartæ parti eius quod ex ζ μ, (per 17 decimi,) æquum ad ipsam γ μ apponitur forma deficiẽs quadrata, & in commensurabilia ipsam diuidit, igitur γ μ ipsa μ ζ maius potest eo quod ex sibi commensurabili. Et ipsarum γ μ, μ ζ, neutra commẽsurabilis est longitudine ipsi γ δ expositæ rationali. Ipsa igitur γ ζ, (per 95 decimi apotome est tertia. Quod igitur ex mediæ apotomæ secunda ad rationalem cõparatũ latitudinem, efficit tertiam apotomen, quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 95

95 Cum adiuncta fuerit lineæ rationali superficies æqualis quadrato lineæ minoris, latus eius secundum erit residuum quartum.



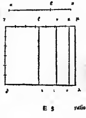
CAMPANVS Si fuerit d e linea minor, asserit hæc 95 q b c erit residuũ quartũ. Est autẽ sumendũ ex 71 quales lineas esse necesse sit d f & f e, cũ d e fuerit linea minor, & est astruendum propositum præmisso modo excepto quod in hac & duabus sequentibus necesse est lineam b n diuidi ad punctum m in duo incommensurabilia, quæ in tribus præmissis diuidebatur necessario duo commẽsurabilia, nam in tribus præmissis fuerant duæ lineæ d f & f e communicantes in potentia tantum & ideo earum quadrata cõicantia, propter quod & superficies a m & p n quadratis earum æquales communicantes, quapropter etiã & duæ lineæ b m & m n, ideoq; fuit in tribus præmissis linea b n potentior linea n c, in quadrato lineæ secum cõmunicantis in longitudine ex prima parte 18. In hac autem & duabus sequentibus sunt duæ lineæ d f & f e incommensurabiles in potentia, ut apparet ex 71 & 72 & 73, & ideo earum quadrata, propter quod & superficies a m & p n incõmẽsurabiles, propter quod et duæ lineæ b m et m n incõmẽsurabiles ideoq; per primam partem 14 tam in hac quàm in duabus sequentibus necesse est lineam b n esse potẽtiorem linea n c, in quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine. Cætera perquire ut prius.



Eucli. ex Zamb. Theorema 76 Propositio 100

100 Quod ex minori ad rationalem comparatum latitudinem efficit quartam apotomen.

THEON ex Zãb. Sit minor α ε, rationalis autẽ esto γ δ, & ei quod ex α β, (per 44 primi) æquum ad ipsam γ δ comparetur γ ι, latitudinem efficiẽs γ ζ. Dico quod γ ζ apotome est quarta. Sit (per 79 decimi) ipsi α ε, cõgruẽs ε κ, Ipsæ igitur α κ, κ ε, (per 80 decimi) potentia sunt incommẽsurabiles, efficiẽtes conflatũ ex ijs quæ ex α κ, κ ε, quadrata rationale, quod autẽ bis sub α κ, κ β, medium. Et ei quidem quod ex α κ, (per 25 sexti æquũ) ad ipsam γ δ cõparetur γ θ, latitudinẽ efficiens γ κ, ei autem quod ex β κ æquũ ad ipsam κ θ cõparetur κ λ, latitudinẽ efficiens κ μ. Totũ igitur γ λ, æquũ est eis quod ex α κ, κ β, & cõflatũ ex ijs quæ ex α κ, κ ε, rationale est, ratõale igitur est & γ λ, & ad rationalẽ γ δ cõparatur, latitudinẽ efficiẽs γ μ, rationalis igitur est (per 20 decimi) γ μ, & ipsi γ δ longitudine cõmensurabilis. Et quoniã totum γ λ æquũ est eis quæ ex α κ, κ ε, quorũ γ ι, æquũ est ei quod ex α ε, reliquum igitur ζ λ (per 7 secũdi) æquũ est ei quod bis sub α κ, κ ε. Secetur (per 10 primi) ζ μ, bifariam in ν signo. Exciteturq; (per 31 primi) per ν signũ, utriq; ipsarũ γ δ, μ λ, parallelus ν ξ, utrũq; igitur ipsorũ ζ ξ, ν λ, æ quũ est ei quod sub α κ, κ ε. Et quoniã quod bis sub α κ, κ ε, mediũ est & ipsi ζ λ æquale, medium igitur est & ζ λ, Et ad ipsam ζ ι rationalẽ cõparatur: latitudinẽ efficiẽs ζ μ,



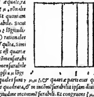
rationalis igitur est ζ μ, & ipsi γ δ, longitudine incommensurabilis. Et quoniā conflatum quidem ex ijs quæ ex α ε, ε ϛ, rationale est, quod aūt bis sub α ε, ε ϛ, mediū. incōmēsurabilia igitur sunt quæ ex α ε, ε ϛ. et quod bis sub α ε, ε ϛ. At γ λ. æquū est eis quæ ex α ε, ε ϛ, ei autē quod bis sub α ε, ε ϛ, æquū est ζ λ. Incōmēsurabile igitur est (per 9 decimi,) γ λ, ipsi ζ λ. Sicut autē γ λ, ad ζ λ. (per 1 sexti & 11 decimi) sic est γ μ ad μ ζ. Incōmensurabilis igitur est γ μ, ipsi ζ μ lōgitudine. Et utræq; sunt rōnales. Ipsæ igitur γ μ, μ ζ, (per 73 decimi) rōnales sunt potētia tātū cōmēsurabiles. Apotome igitur est γ ζ. Dico quod & quarta. Quoniā enim, ipsæ α ε, ε ϛ, potētia sunt incōmēsurabiles, incōmēsurabile est igitur & quod ex α ε, ei quod ex ε β. Et ei quidē quod ex α ε, æquū est γ θ, ei aūt quod ex ε β, æquū est & κ λ. Incōmēsurabile igitur est γ θ, ipsi κ λ. Sicut aūt γ θ ad κ λ, sic est γ κ ad κ μ, incōmēsurabilis igitur est (per 9 decimi,) γ κ ipsi κ μ lōgitudine. Et quoniā ipsorū quæ ex α ε, ε β mediū proportionale est (per lēma 53 decimi) quod sub α ε, ε ϛ, & id quod ex α ε, æquū est ipsi γ θ, quod autē ex ε ϛ æquū est ipsi κ λ, quod uero sub α ε, ε ϛ, æquū est ipsi ν λ, ipsorū igitur γ θ, κ λ, mediū proportiōale est (per idē lēma ν λ. Est igitur sicut γ θ ad ν λ, sic est ν λ ad κ λ. Sed sicut quidē γ θ ad ν λ, sic (per 1 sexti,) est γ κ ad κ μ, sicut autē ν λ ad κ λ, sic est ν μ ad κ μ, & sicut igitur (per 11 quinti) γ κ ad μ ν, sic est μ ν ad κ μ. Quod igitur sub γ κ, κ μ. æquū est ei quod ex μ ν, hoc est quartæ parti eius quod ex ζ μ. Quoniā igitur binæ rectæ lineæ inæquales sūt γ μ & μ ζ. & quartæ parti eius quod ex μ ζ, (per 17 decimi,) ad ipsam γ μ apponitur forma deficiens quadrata, quod scilicet sub γ κ, κ μ, & in incōmēsurabilia ipsam diuidit, ipsa igitur γ μ, ipsa μ ζ maius potest eo quod ex sibi incōmensurabili, & tota γ μ, ipsi γ δ, expositæ rationali cōmensurabilis est lōgitudine. Ipsa igitur γ ζ, apotome est quarta (per 33 decimi) quod ex minori ad rationalē igitur comparatū latitudinē, quartam efficit apotomen, quod erat ostendendum. Eucl. ex Camp. Propositio 96

96 SI ad lineā rōnalē quadrato lineæ cū rōnali cōstituētis mediale æqualis supficies adiūgatur, latus eius, secūdū erit residuū qntū.

CAMPANVS Pone similiter hic lineā d e esse illā quæ iūcta cū rōnali cōponat totū mediale, & attēde ex 72 quales lineas oporteat esse d f & f e, & cōcludes sine offendiculo, si prius habitæ demōstrationi oportune insliteris, lineā b c esse residuum quintum. Eucl. ex Zamb. Theorema 77 Propositio 101

101 Quod ex ea quæ cū rationali medium totum efficit, ad rationalem comparatum latitudinem quintam efficit apotomen.

THEON ex Zāb. Sit cū rōnali mediū totū efficiēs α ϛ. rationalis autē esto γ δ. & ei quod ex α ϛ, (per 44 primi,) æquū ad ipsam γ δ, cōparetur γ ι, latitudinē efficiēs γ ζ, Dico quod ζ γ, apotome est quinta. Sit enim (per 77 decimi) ipsi α β, cōgruēs β ϛ. Ipsæ igitur α ϛ, ϛ β. rectæ lineæ potentia tantū, sunt incōmensurabiles, efficiētes cōflatū quidē ex ipsarū quadratis mediū, quod autē bis sub ipsis ratiōale. Et ei quidē quod ex α ϛ, (per 44 primi) æquū ad ipsam γ δ cōparetur γ θ, ei autē quod ex ϛ β, æquū esto κ λ. Totū igitur γ λ, æquum est eis quæ ex α ϛ, ϛ β. Quod autē conflatū ex ijs quæ ex α ϛ, ϛ β, simul, mediū est, mediū igitur est (per 22 decimi γ λ. Et ad ipsam rationalē γ δ, apponitur, latitudinē efficiēs γ μ, rationalis igitur est γ μ, & ipsi γ δ, incōmensurabilis. Et quoniā totū γ λ, æquū est ijs quæ ex α ϛ, ϛ β, quorum γ ι, æquū est ei quod ex α β, reliquū igitur ζ λ, æquū est ei quod bis sub α ϛ, ϛ β. Secetur inquā (per 10 primi) ζ μ, bifariā in ν, excitetur q; (per 11 per 31 primi, utriq; ipsarū γ δ, μ λ, parallelus ν ξ. Vtrūq; igitur ipsorū ζ ξ, ν λ, æquū est ei quod sub α ϛ, ϛ β. Et quoniā quod bis sub α ϛ, ϛ β, rationale est & ipsi ζ λ est æquale, rationale igitur est ζ λ. Et ad rationalē ι ζ, cōparatur, latitudinē efficiēs ζ μ, rōnalis igitur est (per 20 decimi) ζ μ, & ipsi γ δ lōgitudine cōmēsurabilis. Et quoniam γ λ quidē mediū est, at ζ λ, rationale, igitur γ λ ipsi ζ λ est incōmensurabile. Sicut autē γ λ ad ζ λ, sic γ μ, ad μ ζ, incommensurabilis igitur est γ μ, ipsi μ ζ lōgitudine. Et utræq; sunt rationales, ipsæ igitur γ μ, μ ζ, (per 73 decimi,) rationales sunt potētia tātū cōmēsurabiles. Igitur γ ζ, apotome est, Dico quod & quīta. Similiter itaque ostendemus quod sub γ κ, κ μ, æquū est ei quod ex ν μ, hoc est quartæ parti eius quod ex ζ μ, Et quoniā quod ex α ϛ ei quod ex ϛ β est incōmensurabile, quod uero ex α ϛ æquū est ipsi γ θ. quod autē ex ϛ β ipsi κ λ, incōmensurabile igitur est γ θ, ipsi κ λ. Sicut autē γ θ ad κ λ, sic est γ κ, ad κ μ. Igitur γ κ, ipsi κ μ lōgitudine est incommensurabilis. Quoniā igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt γ μ, μ ζ, & quartæ parti eius quod ex ζ μ, (per 17 decimi) æquū ad ipsam γ μ apponitur forma deficiēs quadrata, & in incōmēsurabilia ipsam diuidit, igitur (per 55 decimi,) γ μ, ipsa μ ζ, maius potest eo quod ex sibi longitudine incommēsurabili. Et congruens ζ μ, ipsi γ δ rationali expositæ est cōmensurabilis. Igitur γ ζ, est apotome quinta. Quod ex ea igitur quæ cum rationali medium totum. & reliqua quæ sequūtur. Quod fuerat ostendendū.

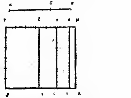


Eucl. ex Camp. Propositio 97

SI ad lineam rationalem superficies æqualis quadrato lineæ cū mediali componentis mediale adiungatur, latus eius alterum erit residuum sextum.

CAMPANUS. Nunc ultimo conuenit lineã d e esse illam, quæ iuncta cũ mediali componit totũ mediale cui adiuncta linea e f (quæ uidelicet sit illa per cuius abscisionẽ linea d e fuerat quæ proponitur) si quales lineas d f & f e esse oporteat ex 75 didiceris, priorẽque argumentationẽ firma mente tenueris, sine obice quoquã lineã b c esse residuum sextũ concludere poteris. Si autẽ fortassis in aliquo te hæsitare contigerit, quicquid illud fuerit de quadrato g b ad sibi æqualẽ superficiem a n conferendũ erit. & sic patebit propositum nostrũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 78 Propositio 102

102 Quod ex ea quæ cum medio medium totum efficit, ad rationalem comparatum latitudinem efficit sextam apotomen.

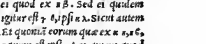


THEON ex Zamb. Sit cum medio medium totum efficiens α ε, rationalis autem esto γ δ, & ei quidẽ quod ex α β (per 44 primi) æquũ ad ipsam γ δ, cõparetur γ ι, latitudinẽ efficiẽs γ ξ. Dico quod γ ξ sexta est apotome. Sit inquã (per 54 decimi) ipsi α ε cõgruens ε κ, ipsæ igitur α κ, κ β, potẽtia sunt incõmensurabiles, efficientes conflatum quidẽ ex ijs quæ ab ipsis sunt quadratis medium, & quod bis sub α κ, κ ε, medium, insuper incommensurabilia quæ ex α κ, κ ε, ei quod bis sub α κ, κ β. Cõparetur inquam ad ipsam γ δ, ei quidẽ quod ex α κ, æquũ γ θ, latitudinem efficiens γ κ, ei autẽ quod ex ε κ, sit κ λ. Tot ũ igitur γ λ æquũ est eis quæ ex α κ, κ ε. Igitur γ λ, medium est. Et ad rationalẽ γ δ, comparatur latitudinem efficiens γ μ. rationalis igitur est (per 22 decimi) γ μ, & ipsi γ δ longitudine incommensurabilis. Quoniã igitur γ λ æquum est eis quæ ex α κ, κ ε, quorũ γ ι æquum est ei quod ex α ε, reliquum igitur ξ λ æquũ est ei quod bis sub α κ, κ ε. Et quod bis sub α κ, κ ε, medium est, & ξ λ igitur medium est. Et ad ipsam ξ ι, comparatur latitudinem efficiens ξ μ, rationalis igitur est (per 22 decimi) ξ μ, & ipsi γ δ, longitudine incõmensurabilis. Et quoniam quæ ex α κ, κ β, incommensurabilia sunt ei quod bis sub α κ, κ β, & eis quidẽ quæ ex α κ, κ β, æquũ est γ λ, ei uero quod bis sub α κ, κ β, æquum est ξ λ, incommensurabile igitur est γ λ ipsi ξ λ. Sicut autem γ λ ad ξ λ, sic est γ μ, ad ξ μ, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi,) γ μ ipsi μ ξ longitudine. Et utræque sunt rationales, ipsæ igitur γ μ, μ ξ, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles. Apotome igitur est γ ξ (per 73 decimi,) Dico quod & sexta. Quoniã ξ λ, æquũ est ei quod bis sub α κ, κ β, secetur (per 10 primi) in ν ipsa ξ μ, bifariã, exciteturque (per 31 primi) per ν ad ipsam γ δ, parallelus ν ξ. Vtrũque igitur ipsorũ ξ ξ, ν λ, æquũ est ei quod sub α κ, κ ε. Et quoniã ipsæ α κ, κ β, potentia sunt incommensurabiles, incommensurabile igitur est quod ex α κ, ei quod ex κ β. Sed ei quidem quod ex α κ, æquum est γ θ, ei autem quod ex κ ε, æquum est κ λ, incommensurabile igitur est γ θ, ipsi κ λ. Sicut autem γ θ, ad κ λ, sic est γ κ ad κ μ, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) γ κ, ipsi κ μ. Et quoniã eorum quæ ex α κ, κ ε, mediũ proportionale est (per lemma 55 decimi) quod sub α κ, κ ε, & quod ex α κ, æquum est ipsi γ θ, ei autem quod ex κ ε, æquum est κ λ, ei uero quod sub α κ, κ β, æquũ est ν λ, ipsorũ igitur γ θ, κ λ, mediũ est proportionale ν λ. Est igitur sicut γ θ ad ν λ, sic est ν λ, ad κ λ, & id propterea iam (per 55 decimi) γ μ, ipsa μ ξ maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili, & ipsarum neutra ipsi γ δ, expositæ rationali est commensurabilis, ipsa igitur γ ξ, sexta est apotome. Quod ex ea igitur quæ cum medio, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 98

98 OMnis linea residuo commẽsurabilis, ipsa quoque in termino & ordine est idem residuum.

CAMPANUS Quod 60 & quatuor eã sequẽtes de binomio eiusque comitibus quinque pposuerũt, hæc 95 & quatuor eã sequẽtes de residuo suisque quinque comitibus uerũ esse proponunt, quibus qui usque ad solitum habitũ institerit, has ignorare non poterit. Quid quid autẽ in illis de communicãtia in longitudine & potẽtia tantum dictum est, in his quoque idem oportet intelligi, nam omnis linea residuo communicans in longitudine siue in potentia tantum, ipsa etiam est residuum. Sed si communicat in longitudine non solum est ipsa residuum, sed etiam eiusdem speciei residuum, uerbi gratia, linea cõmunicans in longitudine residuo primo, est residuũ primũ. & secundo cõmunicans est secundũ, sic quoque in cæteris. Quod autẽ linea cõmunicat residuo in potẽtia tantũ, ipsam quoque necesse est esse residuum, sed non eiusdem speciei immo impossibile est, ut linea cõicãs in potẽtia tantũ residuo primo aut secũdo aut tertio aut quarto aut quinto cadat simul cũ eo sub eadẽ specie. sed necesse est ut ambo cadãt simul sub tribus primis speciebus, aut ambo simul sub tribus postremis. Sit itaque exẽpli gratia, à residuum cui

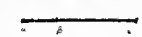


commuicet b in longitudine, dico quod b erit residuum eiusdem speciei cum a. Adiũgatur enim linea c ad lineam a, & c illa sit per cuius abscisionẽ a fuit residuum. Et ad b adiungatur alia quæ sit d, ad quã sic se habeat b sicut a ad c, sitq́ cõposita ex a & c e, cõposita uero ex b & d, sit f, eritq́ ex permutata proportionalitate a ad b, sicut c ad d, & per 13 quinti erit e ad f, sicut a ad b, uel sicut c ad d. Cum itaque a cõmunicet cum b, erit per 10 c cõmunicans cum d & e communicans cum f. Et quia etiam est necessario ex permutata proportionalitate e ad c sicut f ad d, sequitur per 15 ut si fuerit e potentior c in quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine uel si forte incommensurabilis, sit similiter f potẽtior d. At quoniam omnis linea cõmunicans in longitudine lineæ rationali est similiter illi rationalis (similiter dico, quia ambæ erũt rationales in longitudine, uel ambæ in potẽtia tantum) sequitur ex diffinitionibus residuorum ut b sit residuũ eiusdẽ speciei cum a. Si autẽ b cõmunicat in potentia cum a, ipsa quoq́ erit residuũ, nõ tamen eiusdem speciei necessario, sed quemadmodũ dictum est, cuius demõstratio ex ijs quæ in 60 de binomijs dicta sunt, colligenda est.

Eucli. ex Zamb. Theorema 79 Propositio 101

101 **Quæ ipsi apotomæ longitudine est commensurabilis, apotome est & in ordine eadem.**

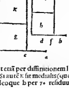
THEON ex Zamberto. *Sit apotome αβ, & ipsi αβ, longitudine cõmensurabilis esto γδ. Dico quod & γδ apotome est, & in eadem. Quoniã enim αβ apotome est, sit ei congruens (per 79 decimi,) βε. Ipsæ igitur αε, εβ, (per eandẽ,) rationales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Et ipsius αβ ad γδ, rationi eadem fiat ratio ipsius βε, ad δζ. Et igitur sicut (per 12 quinti,) unum ad unũ, omnia sunt ad omnia, est igitur & sicut tota αε, ad totam γζ, sic est αβ, ad γδ. Commensurabilis autem est αβ, ipsi γδ longitudine, commensurabilis igitur est (per 11 decimi,) & αε, ipsi γζ, & βε, ipsi δζ. Et ipsæ αε, εβ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & ipsæ igitur γζ, ζδ, rationales sunt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles. Apotome igitur est γδ. Dico etiã quod in ordine eadẽ ipsi αβ. Quoniã est sicut αε, ad γζ, sic est βε, ad δζ, uicissim igitur (per 16 quinti,) est sicut αε, ad εβ, sic est γζ, ad δζ. Iam ipsa αε, ipsa εβ, aut maius potest eo quod ex sibi commensurabili, aut eo quod ex sibi incommensurabili. Si quidem αε, ipsa εβ maius potest eo quod ex sibi cõmẽsurabili, & γζ, ipsa ζδ, (per 14 decimi) maius poterit eo quod ex sibi cõmẽsurabili. Et siquidẽ cõmẽsurabilis est αε ipsi expositæ rationali lõgitudine, & (per 13 decimi) γζ, quoque, si uero βε, & δζ, etiam, si autem neutra ipsarum αε, εβ, & neutra ipsarum γζ, ζδ. Si uero αε, ipsa εβ, maius poterit eo quod ex sibi incommensurabili, & γζ, ipsa ζδ maius poterit eo quod ex sibi incommensurabili. Et si αε, ipsi expositæ rationali commensurabilis est lõgitudine, & γζ, (per 13 decimi,) si autem βε, & δζ, etiã, si uero neutra ipsarum αε, εβ, neutra etiam ipsarum γζ, ζδ. Igitur γδ apotome est, & ipsi αβ in ordine eadem. Quæ ipsi igitur apotomæ, & reliqua quæ sequuntur, quod erat ostendendum.*



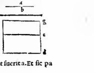
Eucli. ex Camp. Propositio 99

99 **OMnis linea utrilibet residuo mediali communicans, est sub ipsius termino & ordine residuum mediale.**

CAMPANVS Verum est quod dicitur, siue cõmunicet linea cum utrolibet residuo mediali in longitudine, siue in potentia. Sit enim a utrumlibet residuum mediale, cui b communicet in lõgitudine uel potentia. Dico quod b est etiam residuum mediale, quale fuerit a. Adiungatur enim linea c ad lineam a, & sit c per cuius abscisionem a fuit residuũ mediale. Et ad b adiũgatur alia quæ sit d, sitq́ b ad d, sicut a ad c, totaq́ cõposita ex a & c, sit e & ex b, d, sit f. Describantur igitur quadrata c & d, quæ sint g & h, & superficies e in c, sit k, & f in d, sit l. Et quia est ut prius e ad f & c ad d sicut a ad b, sunt autẽ & c mediales potentia tãtum cõicantes ex 69 & 70, sequitur ex 21 ut f & d eis cõmunicantes sint etiã mediales potẽtia tantũ cõicantes. Constat autẽ ex prima sexti, quod sit k ad g sicut e ad c, & l ad h sicut f ad d. Et quia est e ad c sicut f ad d, sequitur ut sit k ad g sicut l ad h. Et permutatim k ad l, sicut g ad h. Cum ergo g cõmunicet cum h, sequitur ut k cõmunicet cum l. Si igitur k est rationale (quod est in residuo mediali primo) erit etiã per diffinitionem l rationalis quare per 69 b etiam est residuũ mediale primum. Si autẽ k sit medialis (quod est in residuo mediali secundo) erit per 21 etiam l medialis, ideoque b per 70 residuum mediale secundum. Quare constat propositum.



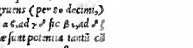
IDEM aliter Si linea b communicat cum linea a (quæ est utrūlibet residuum mediale) in longitudine uel in potentia, sit superficies c e adiūcta ad lineā rationalē c d, æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b, erūtq́ ob hoc c e & f g communicantes, quemadmodū & quadrata linearum a & b eis æqualia, ideoq́ per primam sexti & 10 huius, d e & e g sunt communicantes in longitudine. Et quia si a est residuum mediale primum linea d e est residuum secundum per 95, & si a est residuum mediale secundum linea d e est residuum tertium per 94, at cum d e est residuum secūdum, linea e g est etiā residuum secundū, & cum illa tertium similiter, & hæc est tertium per 98, sequitur itaque ex 97 & 98 ut b sit residuum mediale primum aut secūdum, prout fuerit a. Et sic patet quod intendimus.



Eucli. ex Zamb. Theorema 80 Propositio 104.

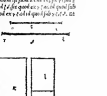
104 Mediæ apotomæ commensurabilis, mediæ apotome est, & in ordine eadem.

THEON ex Zāb. *Sit mediæ apotome α β, & ipsi α β commensurabilis esto γ δ. Dico quod & γ δ mediæ apotome est, & in ordine eadem ipsi α β. Quoniam enim mediæ apotome est α β, esto ei congruens (per 80 decimi,) ipsa β ε, ipsæ igitur α ε, ε β, mediæ sunt potētia tantū cōmensurabiles, fiatq́ (per 12 sexti) sicut α β, ad γ δ sic β ε, ad δ ζ commēsurabilis igitur est (per 6 decimi,) & α ε, ipsi γ ζ, & β ε, ipsi δ ζ. Ipsæ autē α ε, ε β, mediæ sunt potentia tantū cōmensurabiles. Ipsæ igitur γ ζ, ζ δ, mediæ sunt in potentia tantum commēsurabiles, mediæ igitur apotome est (per 74 & 75 decimi,) γ δ. Ostendendum est quod & in ordine eadem est ipsi α β. Quoniā enim est sicut α ε, ad ε β, sic γ ζ, ad ζ δ sed sicut quidem α ε, ad ε β, sic quod ex α ε, ad id quod sub α ε, ε β, sicut aūt γ ζ, ad ζ δ, sic quod ex γ ζ ad id quod sub γ ζ, ζ δ, est igitur (per 11 quinti,) & sicut quod ex α ε, ad id quod sub α ε, ε β, sic quod ex γ ζ ad id quod sub γ ζ, ζ δ. Et uicissim (per 16 quinti,) sicut quod ex γ δ ad id quod ex ζ γ, sic quod sub α ε, ε β ad id quod sub γ ζ, ζ δ. Commensurabile autem est quod ex α ε, ei quod ex γ ζ commensurabile igitur est & quod sub α ε, ε β, ei quod sub γ ζ, ζ δ. Si quidem igitur quod sub α ε, ε β, rationale est, rationale est & quod sub γ ζ, ζ δ. Si autem medium est quod sub α ε, ε β, medium est & quod sub γ ζ, ζ δ, mediæ igitur apotome est γ δ. & ipsi α β. in ordine eadem. Quod erat ostendendum.*

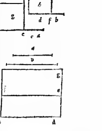


Eucli. ex Camp. Propositio 100

100 SI linea aliqua lineæ minori communicet, ipsa quoq́ erit linea minor.



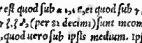
CAMPANVS Facile est hanc probare dupli ci modo sicut præmissam, siue cōmunicet linea aliqua cū linea minori in lōgitudine, siue in potentia. Hoc autem apposito, quantum ad primum modum quod cum sit f ad d sicut e ad c, erit ex secunda parte 18 sexti quadratū f ad quadratum d sicut quadratū e ad quadratum c. & coniunctim quadrata duarū linearum f & d ad quadrarū d, sicut quadrata duarū linearū e & c ad quadratū c. & permutatim quadrata duarū linearū f & d ad quadrata duarū linearū e & b, sicut quadratū d ad quadratū c. Cōmunicat autem quadratū d, cū quadrato c, ergo duo quadrata duarū linearū f & d pariter accepta cōmunicāt cū duobus duarū linearum e & c pariter acceptis. Et quia ex 71 quadrata duarū linearum e & c pariter accepta sunt rationale: erit etiam per diffinitionē & duo duarum linearum f & d pariter accepta ratiōale. Cumq́ sit superficies k medialis, erit etiā l sibi cōmunicās medialis, igitur ex 71 b est linea minor. Quātū autē ad secundum modum erit per 95 linea d e residuum quartum ideoq́ per 98 & linea e g erit etiā residuum quartum. ideoq́ etiā per 89 linea b est linea minor.



Eucl. ex Zāb. Theorema 81 Propositio 105

105 Minori commensurabilis, minor est,

THEON ex Zāb. *Sit minor α β, & ipsi α β, cōmensurabilis esto γ δ. Dico quod γ δ, minor est. Fiant inquā supradicta, Et quoniam ipsæ α ε, ε β. potentia sunt incōmensurabiles, & ipsæ γ ζ, ζ δ, potentia sunt incōmensurabi* les. Quoniam igitur est sicut α ε, ad ε β, sic est γ ζ ad ζ δ, est igitur (per 22 sexti,) & sicut quod ex α ε ad id quod ex ε β, sic quod ex γ ζ ad id quod ex ζ δ. Componendo igitur (per 18 quinti,) est sicut quod ex α ε, ε β, ad id quod ex ε β, sic est quod ex γ ζ, ζ δ, ad id quod ex ζ δ, & uicissim (per 16 quinti. Commensurabile autem est (per 6 decimi, quod ex β ε ei quod ex δ ζ, commensurabile igitur est & cōflatum ex ipsarū α ε, ε β, quadratis, conflato ex ipsarū γ ζ. ζ δ, quadratis. Rationale autē est (per 22 decimi) conflatū ex ipsarum α ε, ε β, quadratis, rationale igitur est (per correlariū 25 decimi & 11 quinti,) & conflatū ex ipsarū γ ζ, ζ δ, quadratis Rursus quoniam est sicut quod ex α ε ad id quod sub α ε, ε β, sic quod ex γ ζ, ad id quod sub γ ζ, ζ δ, & uicissim cōmensurabile autem est (per 6 decimi) quod ex α ε quadratum ei quod ex γ ζ, quadrato, cōmensurabile igitur est quod sub α ε, ε β, ei quod sub γ ζ, ζ δ Mediū autem quod sub α ε, ε β, medium itidem quod sub γ ζ, ζ δ, ipsæ igitur γ ζ, ζ δ, (per 82 decimi) sunt incommensurabiles, sunt efficientes quidem conflatum ex ipsarum quadratis rationale, quod uero sub ipsis medium. ipsa igitur γ δ, minor est. Minori commensurabilis igitur, & quæ sequuntur. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 101

101 OMnis linea communicans lineæ cum rationali componenti mediale, est cum rationali componens mediale.

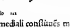
Figura propositionis 100

CAMPANVS Hanc quoque duplici prædicto modo non est difficile probare, siue de communicantia in lōgitudine siue in cōmunicantia in potētia tantum intelligatur. Sed quantū ad primum modū, erunt duo quadrata duarū linearum f & d pariter accepta mediale per 21, quemadmodū sunt duo quadrata duarum linearum e & c pariter accepta ex 72, quibus ipsa cōmunicant, & superficies l erit rationalis, per diffinitionem, quemadmodum est superficies k ex 72 cui ipsa cōmunicat. Igitur ex 72 b est cum rationali cōponens mediale. Quantum ad secundum modum, erit de residuum quintum ex 69, ideoq; & e g ex 95. quare b est cum rationali componens mediale per 90.

Eucli. ex Zamb. Theorema 82 Propositio 106

106 Cum rationali medium totum efficienti commensurabilis, & eadem cū rationali medium totum efficiens est.

THEON ex Zamb. *Esto cum rationali medium totum efficiens α ε, & ipsi α ε cōmensurabilis esto γ δ. Dico quod γ δ est cū rationali mediū totū efficiēs. Sit inquā (per 79 decimi) ipsi α ε cōgruēs β ε. Ipsæ igitur α ε, ε β. (per 80 decimi, potentia sunt incommensurabiles, efficientes quidē ex ipsarū quadratis mediū, quod autem sub ipsis rationale & eadem cōstruātur. Similiter iam ostendemus ex præcedēnbus, quod ipsæ γ ζ, ζ δ, in eadē sunt ratiōe ipsis α ε, ε β, & conflatum quidē ex ipsarum α ε, ε β, quadratis, commensurabile est conflato ex iis quæ ex γ ζ, ζ δ, quadratis, quod autem sub α ε, ε β, ei quod sub γ ζ, ζ δ. Quare & ipsæ γ ζ, ζ δ, potentia sunt incommēsurabiles, efficientes conflatum quidē ex ipsarū γ ζ, ζ δ, quadratis medium, quod autem sub ipsis rationale. Ipsa igitur γ δ est cum rationali totum efficiens medium. Cum rationali ergo medium totū efficienti, & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportebat.*



Eucli. ex Camp. Propositio 102

102 OMnis linea commensurabilis lineæ cum mediali constituēs mediale, est cum mediali constituens mediale.

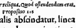
Figura eadē

CAMPANVS Hic quoque pone lineam aliquam communicare cum ea quæ cum mediali componit mediale, indifferenter in longitudine uel potentia tantum prout uolueris, & duplici modo præmisso sine difficultate cōcludes eam quoque cum mediali componere mediale. Erit etiam quantum ad primum modum, superficies l medialis quemadmodum & k, & duo quoque quadrata duarum linearum f d pariter accepta mediale, sicut & duo quadrata duarum e & c. Et quia duo quoque duarum linearum e & c ad k sicut duo duarum f & d ad l, cum duo prima non communicent cum duplo k ex 73, neque duo secunda communicabunt cum duplo l ex 10. Igitur ex 73 b est cum mediali cōponens mediale. Quantum autem ad secundum modum, erit d e residuum sextum ex 97, ideoq; & e g ex 98. Quare b est cum mediali cōponens mediale ex 91.

Eucl. ex Zamb. Theorema 83 Propositio 107

107 Cum medio medium totum efficienti commensurabilis, & eadem cum medio medium totum efficiens est.

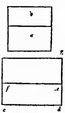
THEON ex Zamb. Esto cum medio mediū, totū efficiēs α ε, & ipsi α ε, cōmensurabilis esto γ δ. Dico quod γ δ cū medio mediū totū efficiēs est. Sit (per 78 decimi) ipsi α β, cōgruēs β ε, & eadē cōstruantur. Ipsæ igitur α ε, ε β, (per eandem potētia sunt incōmensurabiles, efficientes conflatū ex ipsarū quadratis mediū, & quod sub ipsis medium, & insuper incommensurabile conflatum quidem ex ipsarum quadratis et quod sub ipsis. Suntq́, sicut ostensum est, ipsæ α ε, ε β, commensurabiles ipsis γ ζ, ζ δ, conflatum ex ipsarum α ε, ε β, quadratis conflato ex ijs quæ ex γ ζ, ζ δ, quod autem sub α ε, ε β, et quod sub γ ζ, ζ δ. Et ipsæ igitur γ ζ, ζ δ, potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatū ex ipsarum quadratis mediū, & quod sub ipsis mediū, & insuper incommēsurabile conflatū ex ipsarum quadratis et quod sub ipsis. Igitur γ δ cum medio medium totum efficiens est. Cum medio medium totum igitur, & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum erat.



Eucli. ex Camp. Propositio 103

103 Si de superficie rationali superficies medialis abscindatur, linea in reliquam superficiem potēs, erit alterutra duarum irrationalium aut residuum, aut linea minor.

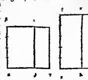
CAMPANVS Sit enim tota superficies constās ex a & b, rationalis, a qua detrabatur b quæ sit medialis. Dico quod linea potens in a reliquū, aut est residuum aut linea minor. Esto namq; linea c d rationalis, superficiesq́ c e sibi adiuncta sit tanquā a, & f g tanquā b, & tota c g sicut tota a b, eritq́ c g rationalis, ideoq́ per 16 linea d g rationalis, in longitudine, & f g medialis ideoq́ per 20 e g rationalis in potentia tantum, est igitur ex diffinitione linea d e, residuū primum aut quartū, ergo per 86 & 89 linea potens in superficiem c e, & ideo in superficiem a sibi æqualem est residuū aut linea minor. Quod est propositū.



Eucli. ex Zamb. Theorema 84. Propositio 105

105 A rationali, media ablata, reliquā areolam potens una duarum irrationalium est, uel apotome uel minor.

THEON ex Zamb. A rōnali enim β γ, auferatur media ε δ. Dico quod quæ reliquam areolam ε γ potest, una duarum irrationalium est, uel apotome uel minor. Exponatur enim rationalis ζ η, & ipsi (per 44 primi,) æquum ad ipsam ζ η, comparetur rectangulum parellogrammum η θ. Ipsi autem δ β, æquū auferatur η κ, reliquum igitur ε γ, (per 3 communem sententiam) æquum est ipsi λ θ. Quoniam igitur β γ rationale est, medium autem β δ, æquum uero β γ ipsi η θ, & β δ, ipsi η κ, rationale igitur est η θ, medium autem η κ. Et ad ipsam ζ η comparatur, rationalis igitur est (per 20 decimi) ζ θ, & ipsi ζ η, cōmensurabilis longitudine, rationalis autem (per 22 decimi,) ζ κ & incommensurabilis longitudine ipsi ζ η. Incommensurabilis igitur est (per lēma 12 decimi,) ζ θ ipsi ζ κ longitudine. Et utræq; rationales, ipsæ igitur ζ θ, ζ κ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est ζ κ, congruens autem ei est κ θ. At ζ θ, ipsa κ ζ aut maius potest eo quod ex sibi commensurabili, aut eo quod ex sibi incommensurabili. Possit prius eo quod ex sibi commensurabili, & tota θ ζ, cōmensurabilis est ipsi ζ η, expositæ rationali lōgitudine, apotome igitur prima est κ θ, (per 5 diffinitiones & 85 decimi.) Areolam aūt sub rationali & apotome prima cōprehensam potens, apotome est (per 91 decimi.) Quæ igitur λ θ, hoc est ε γ potest, apotome est. Si autem θ ζ, ipsa ζ κ maius potest eo quod ex sibi incōmensurabili, & tota ζ θ commensurabilis est longitudine expositæ rationali ζ η apotome quarta est κ θ. Areolam autem sub rationali & apotome quarta comprehensam potens, minor est (per 94 decimi.) A rationali media ablata igitur, reliquam, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostēdendum.

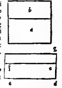


Eucli. ex Camp. Propositio 104.

104 Si de superficie mediali superficies rationalis detrahatur, linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum, aut residuum mediale primum, aut cum rationali componens mediale.

CAM

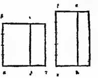
CAMPANVS Hæc quoq; sicut præmissa probatur. Erit enim tota a b medialis, b autẽ rationalis, & tũc dico quod in a reliquũ potest, aut est residuum mediale primum, aut cũ rationali componens mediale. Cũ enim c g æqualis sit a b, erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum, & cũ sit f g æqualis b, erit per 15 linea e g rationalis in longitudine, ergo à diffinitione erit linea d e, residuũ secundum aut quintum, quare per 87 & 90 latus tetragonicum superficiei c e, & ideo superficiei a, est residuum mediale primũ, aut cum rationali componẽs mediale. Quod est propositum nostrũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 85 Propositio 109

109 **A medio, rationali sublato, aliæ duæ irrationales fiũt, uel mediæ apotomæ prima, uel cum rationali medium totum efficiens.**

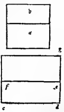
THEON ex Zãb. *A medio ε γ, rationale auferatur ε δ. Dico quod quæ reliquum potest ι γ, una duarũ irrationaliũ est, aut mediæ apotomæ prima, aut cum rationali medium totum efficiẽs. Exponatur enim rationalis ζ κ, & cõparentur similiter areolæ. Consequenter est autem rationalis quidẽ ζ θ, & ipsi ζ κ lõgitudine incommensurabilis. Rationalis autem est (per 22 decimi) κ ζ. & ipsi ζ κ, longitudine commensurabilis. Ipsæ igitur ζ θ, ζ κ, (per 20 decimi) rationales sunt potentia tantum commensurabiles, Apotome igitur est ipsa κ θ. Cõgruens aũt est ζ κ. At ζ θ, ipsa ζ κ, uel maius potest eo quod ex sibi commensurabili, Si quidem θ ζ, ipsa ζ κ, maius potest eo quod ex sibi cõmẽsurabili & est cõgruens (per 50 decimi) ζ κ commensurabilis ipsi ζ κ expositæ rationali longitudine, ipsa κ θ apotome est secunda (per 3 diffinitiones.) Rationalis autẽ est ζ κ. Quæ autẽ potest quod sub rationali & apotome secũda, mediæ apotomæ est prima (per 92 decimi.) Quare λ θ, hoc est γ ι, potens, mediæ apotomæ est prima. Si autẽ θ ζ, ipsa ζ κ maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & ζ κ congruens est commensurabilis longitudine ipsi ζ κ, expositæ rationali, apotome quinta est κ θ. Quare ipsam ι γ potens, (per 95 cum rationali medium totũ efficiens est. A medio igitur, rationali sublato, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.*



Eucli. est Camp. Propositio 105

105 **SI superficies medialis de superficie mediali detrahatur, fueritq; reliqua toti incommensurabilis, quæ in ipsam reliquam potest alterutra erit duarum irrationalium, uidelicet aut residuũ mediale secundum, aut cum mediali componens mediale.**

CAMPANVS. Si a duarum præmissarum demonstratione non deuias, cõcludes sine difficultate propositũ. Sint enim tota a b & b mediales, & sit a reliqua incommensurabilis toti (aliter enim esset a medialis ex 21, & eius latus tetragonicũ mediale ex 19) tũc dico quod linea potẽs in a, est residuũ mediale secundũ, aut cũ mediali cõponens mediale. Nã cũ sit c g æqualis a b, erit per 20 linea d g rõnalis in potentia tantũ, per eandẽ quoq; cũ sit f g æqualis b, erit etiã e g rationalis in potẽtia tantum, & cum sit a incommmensurabilis toti a b, erit etiam f g incommensurabilis c g, ideoq; per primã sexti & 10 huius erit etiam e g incommensurabilis d g, igitur à diffinitione linea d e, erit residuum tertium, aut sextum, quare per 88 & 91 latus tetragonicum superficiei c e, & ideo superficiei a, est residuũ mediale secundum, aut cum mediali componens mediale.

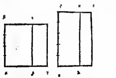


Eucli. ex Zamb. Theorema 86 Propositio 110

110 **A medio, medio ablato incommensurabili toti, reliquæ duæ irrationales fiunt, uel mediæ apotomæ secunda, uel cum medio medium efficiens.**

THEON

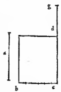
THEON ex Zamb. *Auferatur enim ſicut in præcedentibus deſcriptionibus, a medio β γ, medium ϛ δ, incõmenſurabile toti. Dico quod quæ α γ, poteſt, una eſt duarum irrationalium, aut mediæ apotomæ ſecunda, uel cum medio medium totum efficiens. Quoniam enim medium eſt (per 22 decimi) utrũque ipſorũ, ϛ γ, β δ. & β γ, ipſi β δ, eſt incommenſurabile, erit per cõſequẽs rationalis utraq; ipſarũ ζ θ, ζ κ, & ipſi ζ κ longitudine incommenſurabilis. Et quoniã incommenſurabilis eſt ϛ γ, ipſi β δ, hoc eſt κ θ ipſi κ κ, incommenſurabilis eſt (per 1 ſexti & 11 decimi,) & ζ θ, ipſi ζ κ, & ipſæ igitur θ ζ, ζ κ, (per 73) rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt κ θ, cõgruens autem eſt ζ κ. At θ ζ, ipſa ζ κ maius poteſt aut eo quod ex ſibi comenſurabili, aut eo quod ex ſibi incommenſurabili. Si quidẽ igitur θ ζ, ipſa ζ κ, maius poteſt eo quod ex ſibi cõmenſurabili, & neutra ipſarũ θ ζ, ζ κ cõmenſurabilis eſt ipſis ζ κ, expoſitæ rationali lõgitudine, apotome tertia eſt ipſa κ θ. Rationalis autẽ κ λ. Quod autẽ ſub rationali & apotome tertia cõprehenſum rectangulum, irrationale eſt, & quæ illud poteſt irrationalis eſt, appellaturq; mediæ apotomæ ſecũda (per 93 decimi,) quare λ θ, hoc eſt α γ, potens, mediæ eſt apotomæ ſecũda. Si autem θ ζ, ζ κ, maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili longitudine, & neutra ipſarum θ ζ, ζ κ, ipſi ζ κ, longitudine eſt cõmenſurabilis, apotome ſexta eſt θ κ. Quæ autem poteſt id quod ſub rationali & apotome ſexta, eſt cum medio medium totum efficiens, quare quæ ipſum λ θ, hoc eſt α γ poteſt, cum medio medium totum efficiens eſt (per 96 decimi.) A medio igitur, medio ablato, & quæ ſequuntur reliqua, Quod erat oſtendendum.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 106

106 LInearum irrationalium quæ ſunt reſiduum & poſt ipſam ſubſecutæ, ullam, alij termino & ordine ſubeſſe impoſſibile eſt, reſiduo quoque, binomij terminum uel ordine conuenire, non eſt poſſibile.

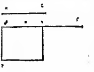
CAMPANVS Vult autem per hanc 106, quod reſiduum, & aliæ quinque lineæ irrationales eã ſequentes differũt ſpecie & diffinitione adinuicẽ, & nulla linea una poteſt eſſe ſub duabus neque ſub pluribus ſpeciebus barũ ſex linearũ irrationaliũ quæ ſunt reſiduũ & eius quinq; comites. & quod omnes ſpecies reſidui differunt ab omnibus ſpeciebus binomij, nec eſt poſſibile lineã unã ſimul eſſe reſiduũ & binomiũ cuiuſcunq; ſpeciei reſidui uel binomij. Pars prima ſic cõſtat, quoniã ſuperficies æquales quadratis reſidui & ſuarũ quinq; comitũ cum adiunguntur ad lineã rationalẽ habent ſecunda latera neceſſario diuerſa abinuicem ex 92 & quinque eam ſequẽtibus. ſunt autẽ ſecunda latera reſiduũ primum & ſecundum & deinceps uſque ad ſextum. Secunda pars cõſtat hoc modo. Si eadẽ linea poteſt eſſe ſimul reſiduum & binomiũ, ſit a cuius quadrato ſuperficies æqualis adiungatur ad rationalem lineã b c ſitq; b d eritq; ex 54 linea c d binomium primum, & ex 92 reſiduum primum. Inquantum ergo binomium primũ, diuidatur in ſuas binomiales portiones ad punctum e, ſitq; maior portio c e quæ erat rationalis in longitudine per diffinitionẽ. inquantũ autẽ eſt reſiduum primũ, ei adiungatur d g. per cuius abſciſionem fuerat reſiduum primum, eritq; etiam ex diffinitione c g rationalis in longitudine. Cũ itaq; ſit utraq; duarũ linearũ c g & c e rationalis in longitudine, erit etiã per 9 linea e g rationalis in longitudine. At quia linea d e eſt rationalis in potẽtia tantum cum ipſa ſit per hypotheſin minor portio binomij primi, erit per 65 linea d g reſiduum, & quia ipſa erat rationalis in potentia tantum cum per eius abſciſionem eſſet linea c d reſiduum. ſequitur impoſſibile per 65. Quod ut clarius pateat, eſto ſuperficies b d adiuncta ad lineam rationalem b c, æqualis quadrato lineæ d g. Cum itaque linea d g ſit rationalis in potentia, erit per 16 linea c d rationalis in longitudine. At cum etiam linea d g ſit reſiduum, erit ex 92 linea c d reſiduum primũ. quod eſſe non poteſt, cũ linea quæ dicitur reſiduum, ſit irrationalis per 65.



Eucli. ex Zamb. Theorema 87 Propoſitio 111

111 Apotome non eſt eadem ei quæ ex binis nominibus.

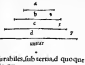
THEON ex Zamb. Esto apotome α β. Dico quod α β non est eadem ei quæ ex binis nominibus. Si enim possibile esto, exponatur rationalis δ γ. Et ei quod ex α β, (per 45 primi,) æquũ ad ipsam γ δ. cõpareiur rectangulũ γ ε, latitudinẽ efficiẽs δ ε. Quoniã igitur apotome est α β, apotome igitur est (per 93 decimi) prima ipsa δ ε. Esto ei (per 79 decimi) congruẽs ε ζ. ipsæ igitur δ ζ, ζ ε, rationales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. & δ ζ, ipsa ζ ε maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & δ ζ, commensurabilis est ipsi δ γ expositæ rationali longitudine. Rursus quoniã ex binis nominibus est α β, ex binis igitur nominibus est prima (per 60 decimi) ipsa δ ε. Diuidatur (per 42 decimi) in nomina in η, sitq́ maius nomẽ δ η, ipsæ igitur δ η, & η ε, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & δ η, ipsa η ε maius potest eo quod ex sibi commensurabili, & δ η, commensurabilis est longitudine ipsi δ γ expositæ rationali, & δ ζ igitur ipsi δ η lõgitudine est commensurabilis. & reliquæ igitur η ζ, (per 12 decimi) cõmensurabilis est longitudine ipsa δ ζ. Quoniã igitur δ ζ, ipsi η ζ, est commẽsurabilis irratiõalis autem est δ ζ, rationalis igitur est & η ζ. Quoniam igitur commensurabilis est δ ζ ipsi η ζ, incõmensurabilis autem est δ ζ, ipsi ζ ε, incommensurabilis igitur est longitudine ζ η ipsi ζ ε, & sunt rationales. Ipsæ igitur η ζ, ζ ε, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, Apotome igitur est (per 73 decimi) ε η, sed & rationalis, quod est impossibile. Igitur apotome non est eadem ei quæ ex binis nominibus. Quod erat ostendendum.

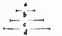


107 Eucli. ex Camp. Propositio 107

Linea quæ residuũ dicitur, ullaue irrationaliũ, quæ post eam sunt nequit esse sub termino binomij, aut sub termino & ordine ullius cæterarum linearum irrationalium quæ binomium subsequuntur. Cum autem possibile sit linearum irrationalium seriem in infinitum produci, non est possibile ullam earum cum ea quæ præcesserit in termino ordine conuenire.

CAMPANVS Vult per hanc ultimam libri decimi, q̀ tredecim irrationales lineæ de quibus in hoc decimo demõstratũ est (& ipsæ sunt linea medialis, binomiũ & eius quinque comites residuũ & eius quinq; comites) sint abinuicẽ singulæ a singulis specie differentes, & q̀ nulla linea una potest esse simul sub duabus aut pluribus speciebus earum, & quod species linearũ irrationaliũ possunt in infinitũ produci, quarũ nulla cũ alia cõuenit in diffinitiõe & ordine. Quod aũt hæ tredecim lineæ, uidelicet medialis binomiũ & eius quinque comites residuũ & eius quinq; comites, sint irrationales, demonstratũ esse superius memẽto, de mediali quidẽ, ex 19, de binomio aũt & eius quinq; comitibus, ex 30 & quinque eam sequentibus, at uero de residuo suisq; quinq; cominbus, ex 68 & quinque eã sequentibus. Nullam autẽ harum tredecim linearũ irrationalium posse cõuenire in specie cũ aliqua aliarũ, sic collige. Esto enim ut ad unã eandemq; lineã rationalem in longitudine adiungantur superficies æquales quadratis prædictarũ tredecim linearũ irrationaliũ, secundũ q̀ ordine se inuicem sequũtur, eritq; ex 20 secũdũ latus primæ istarũ tredecim superficierũ & quinque eam sequentiũ, rationale in potentia tãtũ. Secunda autẽ latera secundæ istarum tredecim superficierũ & quinque eam sequentiũ esse omnes species binomiorũ per ordinẽ, uidelicet binomiũ primum, secundũ, & deinceps usque ad sextũ, ex 54 & quinque eã sequentibus demonstratũ esse memineris. Secũda uero latera octauæ superficiei & quinq; eã sequentiũ, sunt species residuorũ in ordine, uidelicet residuum primum & residuum secundũ, & deinceps usque ad sextũ, quod ex 92 & quinq; eam sequentibus didicisti. Cũ igitur ipsa linea rationalis in potentia tantum non conueniat cum aliqua specie binomiorum aut cum aliqua residuorum, quoniam omne binomium per 30 & omne residuum per 68 est linea irrationalis & in longitudine & in potentia, & cum nulla species residuorũ conueniat cum aliqua specie binomiorum ex secunda parte penultimæ huius decimi, sequitur ut omnia secunda latera harum tredecim superficierũ sint abinuicem diuersa, ideoq; per primã sexti & ipsæ tredecim superficies sunt diuersæ, cum earum omnium altitudo sit una, quare etiã hæ tredecim lineæ irrationales propositæ, sunt singulæ a singulis diuersæ. Possunt autẽ harum tredecim linearũ irrationalium species, in infinitũ produci, infinitæ enim sunt species linearũ medialium infinitæ quoque binomiorum, & sic de singulis. Quod hoc modo constat. Esto linea a, medialis, sumaturq; unitas & quotlibet numeri primi ut 3, 5, & 7, 5,& 7,& sint totidē lineæ b,c,d,quot sunt sumpti numeri primi,sintque quadrata istarū linearum b,c,d,ad quadratum a,sicut hi numeri primi ad unitatē,eruntq; lineæ b,c,d, mediales ex 21,quoniā ipsæ cōmunicant in potētia cū linea a mediali. Omnes autem erunt diuersæ in longitudine ab a,& a seinuicē per ultimā partē 7: quoniam nullius istorum numerorum ad unitatē nec alicuius eorum ad alterū per 16 & 5 & correlariū secundæ octaui & præsentis hypothesis est proportio sicut numeri quadrati ad numerū quadratum,erit ergo a,& oēs sibi cōicantes in longitudine,sub prima specie linearū medialium,b uero & omnes sibi cōicantes in lōgitudine,sub secunda,c autem & oēs eidē cōicantes uel cōmensurabiles,sub tertia,d quoque & omnes sibi cōicantes in longitudine,sub quarta. Et quia numeri primi sunt infiniti ut ex 21 noni didicisti,necesse est species linearum medialium esse infinitas. Quod autē est dictum de linea mediali: intellige de binomio suisque qninq; comitibus,& residuo suisq; quinque comitibus,nam sicut omnis linea communicans mediali est medialis,siue cōmunicet ei in lōgitudine siue in potētia ut probatū est in 21,ita etiā omnis linea cōicans binomio aut alicui suarum quinq; comitum,uel etiā residuo aut alicui suarum quinq; comitum in longitudine uel in potentia,est secū sub eadē specie,ut probatum est in 60 & quatuor eam sequentibus,& 95 & quatuor eā sequentibus. Sūt igitur species harum tredecim linearum irrationalium infinitæ,quarum nulla conueniet cum præcedenti in ordine uel diffinitione.

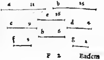




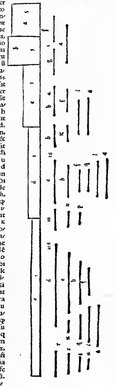
Conuenit quoque aliter demonstrare,species linearum irrationaliū esse infinitas. Nam omne latus tetragonicum superficiei dictæ à numero nō quadrato,est irrationale per ultimam partem 7 & per diffinitionem. Cum itaque tales numeri sint infiniti,erunt etiam species harū linearum irrationalium infinitæ. Tertio modo contingit secundam partem huius ultimæ conclusionis libri decimi sic exponi,ut dicamus ab unaquaque linea rationali in potentia tantum,infinitas linearum irrationalium species produci,quarū nullā cum aliqua earum quæ ipsam præcesserint. possibile est in diffinitione & ordine conuenire. Verbi gratia. Sumatur aliqua superficies rationalis dicta à numero non quadrato ut 5,eritq; latus eius tetragonicum irrationale in longitudine,quoniā ipsum est incōmēsurabile lateri tetragonico superficiei rationalis dictæ a numero quadrato ex ultima parte 7. Dico ergo quod huius lateris latus,itēq; secundi lateris latus,& rursus huius tertij lateris latus,& sic in infinitū,sunt lineæ irrationales tam in longitudine quam in potētia,& quod nulla earum conuenit diffinitione uel specie cum aliqua quæ eam præcesserit in ordine: estque latus tetragonicum præmissæ superficiei quæcunque dicta fuerit a numero non quadrato earum omnium sicut radix & principium,& quælibet ipsarum est principium omniū ipsam sequentiū. & quæcunque ab aliquo tetragonico latere cuiusq; talis superficiei proficiscūtur,diuersæ sunt in longitudine & potentia ab omnibus quæ à quoquā alio tetragonico lateris talis superficiei generātur. Et hoc dico,cum ipsarum superficierū non fuerit proportio sicut numerorū quadratorū. Hæc autem ut possimus firma demonstratiōe colligere,antecedēs ad ipsa præmittere oportet. Sitque istud,

Quibuslibet duobus inuicem ductis si quid licet producatur,quota latera tetragonica duorum præcedētium inuicem duces,totum tetragonicum latus ipsius producti produces.

Verbi gratia. Sit ut ex a in b sit k: at c d sint latera tetragonica a & b: fiat autē e, ex c in d: sintq; iterum f & g latera tetragonica c & d,& fiat h ex f in g. Dico quod h est latus tetragonicū e,& quod e rursus est latus tetragonicū k. Cum enim ex f in se & in g fiant c & h. erit c ad h sicut f ad g,sed & sit h ad g, sicut f ad g,eo quod ex g in f & in se fiunt h & d, sūt igitur c,h,d,cōtinue proportionales. Itaq; ex h in se,quātū ex c in d,quare h,est latus tetragonicū e.



Eadem quoque ratiõe cũ ex c in se sit a, & in d sit e, & ex d in se sit b, erunt etiã a, e, b, cõtinue proportionales in proportione c ad d. Cũ igitur ex a in b sit k, sequitur etiã ut ex e in se sit k, quare e est latus tetragonicũ k. Cõstat itaque quod dicitur. Restat itaque demõstrare quod propositũ est. Sit igitur superficies a, rationalis, dicta a numero non quadrato ut 5, sitq; linea a eius tetragonicũ latus, & sumantur quotlibet lineæ rationales in lõgitudine quæ sint b, c, d, e. Sintq; dictæ a nũeris quorũ quisque præcedẽs sit tetragonicũ latus proximo sequẽtis, ut si b sit 2, c 4, d 16, e uero 256, ad has aũt lineas rationales in lõgitudine, adiũgatur superficies æqualis a, eruntq; secũda latera singularũ rõnalia in lõgitudine per 16: ut secundũ latus b, 2 & dimidiũ, secũdũ c, unũ & quarta, secundũ uero d, una quarta & una 16, at uero superficiei e secũdũ latus, erit una 64 & una 256. Sit ergo f tetragonicũ latus b: g, uero sit tetragonicũ latus scd'i lateris sup̃ficiei b, eritq; per præmissam antecedẽs ut ex f in g sit a. Rursus sit h tetragonicũ latus scd'i lateris c, k quoq; sit tetragonicũ lat9 h, eritq; p̃ prædictũ antecedẽs ut ex b in h sit a, & ex f in k sit tetragonicũ lat9 a, q̃ sit l. Sit iterũ m tetragonicũ latus scd'i lateris superficiei d, sed cũ n sit tetragonicũ lat9 m, & p tetragonicũ n, eritq; per prædictũ antecedẽs ut ex c in m fiat a, & ex b in n l, & ex f in p tetragonicũ latus l quod sit q. Amplius aũt sit r, tetragonicũ latus lateris scd'i superficiei e, sit quoque s tetragonicũ r & t s, sit & u tetragonicũ t, seq̃turq; per dictũ añcedẽs, ut ex d in r fiat a, & ex c in s l, & ex b in t, sit q, & etiã ex f in u, tetragonicũ latus q. qd' sit x, & sic in infinitũ. Dico ergo has lineas a. l, q. x, quarũ a est tãq; radicale principiũ, esse irrõnales, a quidẽ in lõgitudine tm̃, cæteræ uero in lõgitudine & in potẽtia. & dico q̃ nulla earũ cõuenit cũ alia in diffinitiõe uel ordine. Cũ enim ex f in g & k fiant a & l: erit a ad l, sicut g k. Et quia ut patet ex dictis hypothesibus g & k sunt incommensurabiles in longitudine & in potentia, sequitur etiam ut a & l sint incommẽsurabiles in longitudine & in potentia. Eadem ratione a & q, est enim a ad q, sicut g ad p. Et p̃pter eandẽ causam etiã a & x, cũ sint sicut g & u. Et hac uia quoq; necesse est, ut l & q sint simpliciter incõmẽsurabiles tã in lõgitudine q̃ in potẽtia, cũ enim ex f in k & p, fiãt l & q, erit l ad q, ut k ad p. At k & p nec cõmẽsurabiles sunt in lõgitudine nec in potentia. Si enim sint, erũt h & n cõmẽsurabiles, sed nõ sunt, at uero l & x oportet esse utroq; modo incõmẽsurabiles, est enim l ad x: sicut k ad u, eo q̃ ex f in k & u fiũt l & x. Sũt autẽ k & u, utroq; modo incõmẽsurabiles, sin aũt accidet d & h esse cõmẽsurabiles, q̃ est incõueniẽs, q uero & x qd' sint quoq; incõmẽsurabiles, potẽtia & lõgitudine, ex eo patet, q̃ est q ad x sicut p ad q: cõstat autẽ qd' p & u sunt incommensurabiles, nã si non, erũt n & c cõmẽsurabiles, ideoq; m & s sed nõ sunt. Manifestũ est itaq; infinitas lineas irrõnales in lõgitudine & in potentia incõmensurabiles, & ideo diffinitiõe & specie differentes, produci ex linea a rõnali in potẽtia tantũ.



Re-

Restat aũt nũc ostẽdere q quæcũq; irrationales lineæ ab aliqua linea rationali in potentia tantum hac uia generantur, diuersæ sunt ab omnibus tã in lõgitudine quã in potẽtia quæ a qualibet alia linea ratiõali in potẽtia tantum quadratũ cuius ad quadratum prioris nõ sit sicut nũeri quadrati ad numerũ quadratũ, hac eadẽ uia egrediuntur hoc quoq; sic cõstat, Sint a & b rõnales in potẽtia tãtũ siue tetragonica latera duarũ superficierũ dictarũ a numeris nõ quadratis sitq; ut illi numeri nõ sint in proportiõe aliquorũ numerorũ quadratorũ, lineæ quoq; quæ pcedũt hac uia ab a sint c, d, e, & a b pcedãt f, g, h. Dico quod nulla ex lineis c, d, e, cõicat in lõgitudine uel potẽtia cũ aliqua ex lineis f, g, h, cũ enim sint c & f tetragonica latera a & b, at d & g tetragonica latera c & f & e & h, tetragonica latera d & g, nõ est possibile ut aliqua ex c, d, e, cõicet cum sua cõpari ex f, g, h, uel longitudine uel potentia. Si enim alterutro modo cõmunicet e cũ h, sequitur ut d cõmunicet cum g, & c cũ f, quare & a cum b etiã in lõgitudine, quod est cõtra hypothesin. Vniuersaliter autẽ uerũ est dicere quãlibet harũ esse utroq; modo incõmẽsurabilẽ cuilibet istarũ Dato nãq; quod d cõicet cũ h etiã in potẽtia tantũ, sequitur ut c quoq; cõmunicet cũ g, & a cum f, quod non est possibile. Attendere autẽ oportet, quod cũ dico latus lateris, nihil aliud intelligo q latus superficiei denominatæ a latere priori, unde tetragonicũ latus lineæ a, uoco lineã illam quæ potest in superficiẽ dictã a linea a, talis autem superficies est q cõtinet linea a & linea rõnalis in lõgitudine dicta ab uno. Si ergo libet inuenire tetragonicũ latus cuiuslibet lineæ sit linea a, cuius tetragonicũ latus uolo inuenire, b uero sit linea rationalis in lõgitudine dicta ab unitate, & ipsa est minima omniũ linearũ rationaliũ numeratarũ ab integris, medio loco proportionalis inter eas sit c, est igitur per 16 sexti c tetragonicũ lat9 a, idẽ enim fit ex a in b & ex c in se. At uero ex a in b fit superficies dicta ab a. Quicquid enim à quolibet in unũ ducto producitur, ab eo quod unũ multiplicat denominatur. Et nota quod cũ c fuerit latus tetragonicum lineæ a, indifferenter contingit lineam c esse maiorẽ linea a & minorem, prout b etiã fuerit maior aut minor.

THEON ex Zamberto.

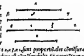
Apotome & quæ post eã irrationales, neque mediæ, neque adinuicẽ sunt eædẽ. Quod ex media nãq; ad rationalẽ cõparatũ latitudinẽ efficit rõnalẽ & ei ad quã apponitur lõgitudine incõmẽsurabilẽ (per 22 decimi.) Quod uero ex apotome ad rationalẽ cõparatũ latitudinẽ primã efficit apotomen (per 97 decimi.) Quod aũt ex mediæ apotomæ prima ad rationalem appositũ latitudinẽ, secũdam efficit apotomen (per 98 decimi.) Quod ex mediæ secunda apotomæ ad rationalẽ appositũ latitudinẽ, tertiam efficit apotomẽ (per 99 decimi.) Quod ex minori ad rationalẽ appositũ latitudinẽ quartã efficit apotomen (per 100 decimi.) Quod ex efficiẽte cũ rationali mediũ totum ad rationalẽ appositũ latitudinẽ efficit quintã aptomen (per 101 decimi.) Quod ex efficiẽti uero cũ medio medium totũ ad rationalem cõparatũ latitudinem, sextam efficit apotomen, (per 102 decimi.) Quoniam igitur prædictæ latitudines à prima & adinuicem differunt (à prima quidẽ quoniã rationalis est, adinuicem uero quia in ordine non sunt eædem) patet quod & ipsæ irrationales differunt adinuicẽ. Et quoniã ostensum est (per 111 decimi) quod apotome non est eadẽ ei quæ ex binis nominibus, ad rationalem aũt appositæ latitudinẽ efficiant, quæ sane post apotomen apotomas, consequenter utraquæq; quæ in ordine circa eandẽ, quæ uero post eas quæ ex binis nominibus, eas quæ ex binis nominibus, & easdem, ordine consequenter, aliæ igitur sunt quæ post apotomen & aliæ quæ post eam quæ ex binis nominibus, ut omnes irrationales sint tredecim hæ uidelicet.

1 Media. 2 Ex binis nominibus 3 Ex binis prima, medijs. 4 Ex binis secũda medijs. 5 Maior. 6 Rationale mediũq; potens. 7 Bina potens media. 8 Apotome. 9 Mediæ prima apotome. 10 Mediæ secũda apotome. 11 Minor. 12 Cũ rõnali mediũ totũ efficiẽs. 13 Cũ medio mediũ totũ efficiẽs.

Eucli. ex Zamb. Theorema 88 Propositio 112

112 Quod ex rationali ad irrationalem eam quæ ex binis nominibus appositum latitudinem efficit apotomen cuius nomina cõmensurabilia sunt nominibus eius quæ ex binis nominibus est, & in eadem ratione, & insuper apotome quæ gignitur eundem habebit ordinem ei quæ ex binis nominibus est.

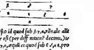
THEON ex Zamb. Sit rõnalis quidẽ α, ex binis uero nominibus sit βγ, cuius maius nomen esto δγ, & ei quod ex α æquũ esto id quod sub βγ, εζ. Dico quod ipsa εζ apotome est, cuius nõia cõmẽsurabilia sunt ipsis γδ, δβ, & in eadẽ ratione, & insuper εζ eundem ordinẽ habet ipsi βγ. Sit enim rursus ei quod ex α æquũ id quod sub βδ, η. Quoniã igitur quod sub βγ, εζ, æquum est ei quod sub βδ, η, est igitur (per 14 quinti) sicut γβ ad βδ, sic est η ad εζ, maior autẽ est γβ, ipsa βδ, maior igitur & η ipsa εζ. Esto ipsi η æqualis εθ. Est igitur (per 7 & 11 quinti) sicut γβ ad βδ, sic est θε ad εζ, diuidẽdo igitur est (per 17 quinti) quod sicut γδ, ad βδ, sic est θζ ad ζε. Fiat sicut θζ ad ζε, sic ζκ ad κε, &



tota igitur θκ, (per 12 quinti) ad totā κζ, est sicut ζκ ad κι. Sicut enim unū antecedentiū ad unū cōsequētiū, sic oīa ācedētia ad oīa sequētia. Sicut autē (per 11 quinti) ζκ ad κι, sic est γδ ad δε, & sicut igitur (per 11 quinti) θκ, ad κζ, sic γδ, ad δβ, cōmēsurabile aūt est (per 11 decimi) quod ex γδ, et quod ex εδ. cōmēsurabile igitur est & quod ex θκ, et quod ex ζκ, Et est sicut (per 22 sexti) quod ex θκ, ad id quod ex κζ, sic est θκ, ad κι. Et quoniā ipsæ tres θκ, κζ, κι, sunt proportiōales cōmēsurabilis igitur est (per 11 decimi) θκ, ipsi κζ lōgitudine, quare & θι, ipsi ικ lōgitudine est cōmēsurabilis. Et quoniā (per correlariū 20 sexti.) quod ex κ æquū est ei quod sub ιθ, βδ, rōnale aūt est id quod ex κ, rōnale igitur est & id quod sub θι, εδ. Et ad ipsam εδ, rōnalē apponitur, rōnalis igitur est & ιθ, & ipsi βδ lōgitudine cōmēsurabilis, quare & ei cōmēsurabilis ικ, rōnalis est, & ipsi εδ, lōgitudine cōmēsurabilis. Quoniā igitur est sicut γδ, ad δε, sic ζκ ad κι, ipse autē γδ, δε, potētia tantū cōmēsurabiles, & ipsæ igitur ζκ, κι, (per 11 decimi) potētia tātū sunt cōmēsurabiles. Rōnalis aūt est κι, & ipsi βδ lōgitudine cōmēsurabilis. Rōnalis igitur est & ζκ. & ipsi γδ lōgitudine cōmēsurabilis. ipsæ igitur ζκ κι, rōnales sunt potētia tātū cōmēsurabiles (per 11 decimi.) Igitur ζι apotome est. Verū γδ, ipsa δε, aut maius pōt eo quod ex sibi cōmēsurabili, aut quod ex sibi incōmēsurabili. Si quidē γδ, ipsa δβ, maius potest eo quod ex sibi cōmēsurabili, & ζκ (per 15 decimi) ipsa κι maius potest eo quod ex sibi cōmēsurabili. Et si γδ, ipsi expositæ rōnali cōmēsurabilis est lōgitudine, & ζκ, si autē δβ, & κι, si uero neutra ipsarū γδ, δε, & neutra ipsarū ζκ, κι. Si aūt γδ, ipsa βδ maius potest eo quod ex sibi incōmensurabili, & ζκ, ipsa κι, maius potest eo quod ex sibi incōmensurabili. Et si quidē γδ cōmēsurabilis est ipsi expositæ rōnali lōgitudine, & ζκ, si aūt βδ, & κι, si uero neutra ipsarū γδ, δε, & neutra ipsarum ζκ, κι. Quare ipsa ζι apotome est, cuius nomina ζκ, κι, cōmēsurabilia sunt eis noībus quæ sunt ex ea quæ ex binis nominibus hoc est ipsis γδ, εδ, & in eadē rōne, & eundē habet ordinē ipsi βγ. A rōnali igitur & reliqua, Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 89, Propositio 113

113 Quod ex rōnali ad apotomē cōparatū latitudinē efficit eā quæ ex binis noībus cuius noīa cōmēsurabilia sunt ipsius apotomes noībus, & in eadē rōne, & insup quæ gignit ex binis noib⁹, ipsi apotomæ eūdē obtinet ordinē

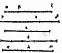


THEON ex Zāb. Esto rōnalis quidē α, apotome aūt sit βδ, & ei quidē quod ex α, æquū esto quod sub εδ, κθ, ut quod ex α rationali ad ipsam εδ apotomē cōparatū latitudinē efficiat ipsam κθ. Dico quod κθ ex binis noībus est, cuius noīa cōmēsurabilia sunt eis quæ ipsius βδ, sunt noībus, & in eadē rōne, & q ipsa κθ, eūdē habebit ordinē ipsi εδ. Sit, inquā, (per 80 decimi) ipsi βδ cōgruēs δγ. Ipsæ igitur εγ, γδ, (per 80 decimi,) rōnales sunt potētia tantū cōmēsurabiles. Et ei quod ex α, æquū esto id quod sub βγ, κ, rōnale aūt est quod ex α, rōnale igitur & quod sub εγ κ, & ad rōnalē εγ cōparatū, rōnalis igitur est (per diffinitionē decimi,) ipsi κ, & ipsi βγ lōgitudine cōmēsurabilis. Quoniā igitur (per 20 decimi) quod sub εγ, κ, æquū ei quod sub εδ, κθ, proportiōaliter igitur est (per 16 sexti) sicut εγ, ad βδ, sic est κθ ad κ, maior autē est εγ, ipsa εδ, maior igitur est & κθ, quām κ, Ponatur (per 2 primi) ipsi κ, æqualis κι. Cōmēsurabilis (per 12 decimi) igitur est κι ipsi εγ, lōgitudīe. Et quoniā est sicut γε ad εδ, sic est θκ, ad κι. cōuertēdo igitur est (per correlariū 19 quinti) sicut εγ ad γδ, sic est κθ ad θι. Fiat (per 12 quinti) sicut κθ, ad θι, sic θζ, ad ζι, & reliqua igitur κζ, ad θζ, est sicut κθ, ad θι, hoc est sicut εγ, ad γδ. Ipsæ aūt βγ, γδ, potētia tāū sunt cōmēsurabiles, & ipsæ igitur κζ, ζθ, (per 11 decimi) potētia tātū sunt cōmēsurabiles. Et quoniā est sicut κθ ad θι, sic κζ, ad ζθ. sed sicut κθ, ad θι, sic θζ, ad ζι, & sicut igitur (per 11 quinti) κζ ad ζθ, sic θζ ad ζι. Quare (per correlariū 19 sexti) & sicut prima ad tertiā, sic quod ex prima ad id quod ex secūda, & sicut igitur (per 11 quinti) κζ, ad ζι, sic quod ex κζ, ad id quod ex ζθ, cōmēsurabile autē est (per 9 decimi,) quod ex κζ, et quod ex ζθ, ipsæ κζ, ζθ, potētia sunt cōmēsurabiles, cōmēsurabilis igitur est κζ, ipsi ζι, lōgitudine, quare & ικ, ipsi ζι, lōgitudine cōmēsurabilis est. Rōnalis aūt est κι, & ipsi εγ lōgitudine cōmēsurabilis: rōnalis igitur est, (per 12 decimi κζ, & ipsi βγ lōgitudine cōmēsurabilis. Et quoniā est sicut εγ ad γδ, sic κζ, ad ζθ, uicissim quoque (per 16 quinti,) & sicut βγ ad κζ, sic δγ, ad ζθ, cōmēsurabilis aūt est βγ, ipsi κζ: cōmēsurabilis igitur est & ζθ, ipsi γδ. Ipsæ aūt εγ, γδ, rōnales sūt potētia tantū cōmēsurabiles, & ipsæ igitur κζ, ζθ, rōnales sunt potētia cōmēsurabiles. Ex binis igitur noībus est κθ. Si quidē igitur εγ, ipsa γδ, maius potest eo quod ex sibi cōmēsurabili, & κζ, ipsa ζθ, maius potest eo quod ex sibi cōmensurabili. Et si εγ, cōmēsurabilis est lōgitudine ipsi expositæ rōnali. & κζ quoque. Si aūt γδ cōmēsurabilis est lōgitudine ipsi expositæ rōnali, & ζθ quoque si aūt neutra ipsarū βγ, γδ, & neutra ipsarū κζ, ζθ. Si uero εγ, ipsa γδ maius potest eo quod ex sibi incōmēsurabili, & κζ, ipsa ζθ maius poterit eo quod ex sibi incōmēsurabili. Et si εγ ipsi expositæ rōnali cōmēsurabilis est lōgitudine, & κζ, si aūt γδ, & ζθ, si uero neutra ipsarū βγ, γδ, & neutra ipsarū κζ, ζθ. Ex binis noībus igitur est κθ, cuius noīa κζ, ζθ, cōmēsurabilia sunt ipsis βγ, γδ noībus ipsius apotomes & in eadē rōne, & insuper κθ, ipsi εγ eūdē habebit ordinē. Quod erat ostendendū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 90 Propositio 114

114 Si areola comprehēdatur sub apotome & ea quæ ex binis nominibus cuius nomina cōmensurabilia sunt ipsius apotomes nominibus, & in eadem ratione quæ areolam potest rationalis est.

THEON

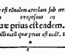


THEON ex Zãb. Cõprehẽdatur areola sub apotome α ϐ, & ea quæ ex binis nominibus γ δ, cuius maius nomẽ γ ι, sintq́ eius quæ ex binis noibus noĩa γ ι, ι δ. (per 115 decimi) cõmẽsurabilia ipsius apotomes noibus α ζ, ζ ϐ, & in eadẽ rõne. Sitq́ potẽs id quod sub α β, γ δ, ipsa κ. Dico quod ipsa κ rõnalis est. Exponatur enim rõnalis θ, & ei quod ex θ, æquũ ad ipsam γ δ cõparetur, latitudinẽ efficiens κ λ, igitur ipsa κ λ, apotome est (per 113 decimi) cuius noĩa sint κ μ, μ λ, cõmẽsurabilia noibus eius quæ ex binis noibus hoc est ipsis γ ι, ι δ. & in eadẽ rõne. Iã & ipsæ γ ι, ι δ (per 12 decimi) cõmẽsurabiles sunt ipsis α ζ, ζ ϐ, & in eadẽ rõne, est igitur sicut α ζ, ad ζ β. sic est κ μ, ad μ λ, uicissim igitur (per 16 quinti) est sicut α ζ, ad κ μ, sic est ϐ ζ ad λ μ, & reliqua igitur α ϐ, (per 12 quinti) ad reliquã κ λ est, sicut α ζ, ad κ μ. Cõmensurabilis aũt est α ζ, ipsi κ μ, cõmẽsurabilis igitur est (per 9 decimi) & α ϐ ipsi κ λ. Estq́ (per cõstructionẽ) sicut α β ad κ λ, sic est quod sub γ δ, α ϐ, ad id quod sub γ δ, κ λ. Cõmẽsurabile igitur est & quod sub γ δ, α ϐ, ei quod sub γ δ, κ λ. Aequũ autẽ est id quod sub γ δ, κ λ, ei quod ex θ, cõmẽsurabile igitur est quod sub γ δ, α ϐ, ei quod ex θ. Quod aũt sub γ δ, α ϐ, æquũ est ei quod ex κ, cõmẽsurabile igitur est & quod κ, ei quod ex θ. Ratiõale autẽ est id quod ex θ, rõnale igitur est, & id quod ex κ, Ratiõalis igitur est (per diffinitionẽ decimi) κ. & ipsam potest areolã quæ sub γ δ, α ϐ. Si areola igitur cõprehendatur sub apotome, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

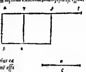
CORRELARIVM. Fitq́ nobis & id propterea manifestũ, quod poßibile est rõnalem areolam sub irrationalibus rectis lineis contineri. Eucli. ex Zamb. Theorema 91 Propositio 115

115 A media infinitæ irrõnales fiũt, neq́ ulla ulli earũ quæ prius est eadem.

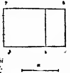
THEON ex Zãb. Esto media α. Dico quod ab α infinitæ irrõnales fiũt neq́ ulla ulli earũ quæ prius est eadẽ. Exponatur rõnalis ϐ, & ei quod sub ϐ α (per 14 secũdi) æquũ esto id quod ex γ. Igitur γ irrõnalis est. Quod enim sub irrõnali & rõnali (per lẽma 38 decimi) irratiõale est, & nulli earũ quæ prius est eadẽ. Nõ enim quod ex ulla earũ quæ prius ad rõnalẽ appositũ latitudinẽ efficit mediã. Rursus iã ei quod sub ϐ γ. æquum esto id quod ex δ. Irrõnale igitur est id quod ex δ, irrõnalis igitur δ, & nulli earũ quæ prius eadẽ est, Nõ enim quod ex ulla earũ quæ prius ad rõnalẽ appositã latitudinẽ efficit γ. Similiter quoq́ iã & huiusmodi ordo sequetur, si in infinitũ extendas, manifestũ est igitur quod à media infinitæ fiunt irratiõales, neque ulla ulli earũ quæ prius eadem,



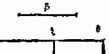
ALITER. Esto media α γ. Dico quod ab α γ, infinitæ sunt irrõnales, neq́ ulla ulli earũ quæ prius est eadẽ. Excitetur (per 11 primi) ipsi α γ ad angulos rectos α β, sit rõnalis α ϐ, cõpleaturq́ ϐ γ, irrõnale igitur est (per 11 decimi) & ipsum potẽs irrõnalis est. Poßit aũt (per lẽma 38 decimi,) ipsum γ δ, igitur γ δ est irrõnalis & nulli earũ quæ prius eadẽ est, Nõ enim quod ex ulla earũ quæ prius ad ratiõalẽ appositũ latitudinẽ efficit mediã. Rursus cõpleatur ι δ, irrõnale igitur est ι δ, & ipsum potẽs irrationalis est, poßit aũt ipsum δ ζ. irrõnalis igitur est δ ζ, & nulli earũ quæ prius eadem. Nõ enim quod ex ulla ipsarũ quæ prius ad rõnalẽ appositum latitudinẽ efficit γ δ, à media igitur infinitæ irrõnales, & quæ sequũtur reliqua. Quod erat ostẽdendũ. Eucli. ex Zãb. Theorema 92 Propositio 116.



116 Minori commensurabilis, minor est.

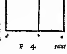


THEON ex Zãb. Esto minor α, & ipsi α cõmẽsurabilis esto (per 11 decimi) ϐ. Dico quod β minor est. Exponatur γ δ rõnalis, & ei quod ex α (per 44 primi,) æquũ ad ipsam γ δ cõparetur γ ι, latitudinẽ efficiẽs γ ζ. Apotome igitur est quarta γ ζ. Ei aũt quod ex β, (per eandẽ) æquũ ad ipsam ζ ι cõparetur ζ κ, latitudinẽ efficiẽs ζ θ. Quoniã igitur cõmẽsurabilis est α ipsi ϐ. cõmẽsurabile igitur est & quod ex α, ei quod ex ϐ. Sed ei quidẽ quod ex α, æquũ est γ ι. ei autẽ quod ex β, æquũ est ζ κ, cõmensurabile igitur est γ ι, ipsi ζ κ. Sicut autẽ γ ι ad ζ κ, sic est γ ζ, ad ζ θ. Cõmensurabilis igitur est γ ζ, ipsi ζ θ lõgitudine. Apotome aũt quarta est (per 100 decimi) ipsa γ ζ. Igitur & ζ θ, quarta est apotome. Rõnalis aũt est ζ ι. Si uero areola cõprehẽdatur sub rationali & quarta apotome. quæ areolã potest minor est (per 64 decimi.) Ipsam autem ζ κ areolam, ipsa β potest, ergo α minor est. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 93 Propositio 117

117 Cũ rationali mediũ totũ efficienti cõmẽsurabilis, cum rationali medium totum efficiens est.



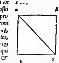
THEON ex Zamb. Sit cũ rõnali mediũ totũ efficiẽs α, cõmẽsurabilis aũt ei esto ϐ. Dico quod ϐ cũ rationali mediũ totũ efficiẽs est. Exponatur rõnalis γ δ, & ei quidẽ quod ex α æquũ ad ipsam γ δ cõparetur γ ι, latitudinẽ efficiẽs γ ζ. Apotome igitur est quinta ipsa γ ζ (per 102 decimi) Ei aũt quod ex ϐ (per 44 primi) æquũ ad ipsam ζ ι cõpa retur ζ κ, latitudinē efficiēs ζ θ. Quoniā igitur cōmēſurabilis eſt α ipſi β, cōmēſurabile igitur eſt id quod ex α ei quod ex β. Sed ei quidē quod ex α, æquū eſt γ ι, ei uero quod ex β, æquū eſt ζ κ. Igitur γ ι, ipſi ζ κ, eſt cōmēſurabile. Cōmēſurabilis igitur eſt γ ζ, ipſi ζ κ, longitudine. Quinta autem apotome eſt γ ζ. Apotome igitur quinta eſt, & ζ θ. Rationalis autē ζ κ. Si uero areola cōprehēdatur ſub rationali & apotome quinta, quæ areolā poteſt cū rationali mediū totum efficiēs eſt (per 95 decimi,) Poteſt aūt ipſum ζ κ, ipſa β. Igitur β cū rationali mediū totū efficiēs eſt. Quod erat oſtendendum. Euch. ex Zamb. Theorema 94. Propoſitio 115

118 Propoſitum nobis ſit oſtendere, quod in quadratis figuris incommenſurabilis eſt dimetiens lateri longitudine.

THEON ex Zamb. Eſto quadratū α β γ δ, dimetiēs uero illius ſit α γ. Dico quod α γ, ipſi α β, lōgitudine eſt incōmenſurabilis. Si enim poſſibile, ſit cōmēſurabilis. Dico quod eueniet, quod idem nūerus erit par & impar. Manifeſtū quidē igitur (per 47 primi) quod id quod ex α γ duplū eſt eius quod ex α β. Et quoniā α γ ipſi α β cōmēſurabilis eſt, igitur α γ, ad α β rōnē habet quā nūerus ad numerū (per 5 decimi) habeat aūt, quā ι ζ ad κ. Sintq; ι ζ, κ, minimi eādē rōnē habentiū eis. Igitur ι ζ nō eſt unitas. Si enim ι ζ, eſt unitas, & rationem habet ad κ, quam α γ ad α β, & maior eſt α γ ipſa α β, maior igitur eſt ι ζ unitas ipſo κ nūero, quod eſt impoſſibile. Igitur ι ζ, nō eſt unitas, nūerus igitur. Et quoniā eſt ſicut α γ ad β, ſic eſt ι ζ ad κ, & ſicut igitur (per 15 quinti) quod ex γ α, ad id quod ex α β, ſic qui ex ι ζ, ad eū qui ex κ. Duplū aūt eſt quod ex γ α eius quod ex α β. Duplus igitur eſt & qui ex ι ζ, eius qui ex κ, par igitur eſt qui eſt ex ι ζ, quare & ipſe ι ζ, par eſt. Si enim impar eſſet, & qui ex eo quadratus impar eſſet (per 29 noni,) quippe quoniā ſi quilibet nūeri impares cōpoſiti fuerint, multitudoq; fuerit impar, & totus impar eſt. Igitur ι ζ, par eſt. Secetur (per 10 primi) ι ζ, bifariā in θ. Et quoniā ipſi ι ζ, κ, numeri, minimi ſunt eādē eis habentiū rōnē, primi ſunt adinuicē (per 24 ſeptimi,) & ι ζ, par eſt. Impar igitur eſt κ. Si enim eſſet par, ipſos ι ζ, κ metiretur binarius, (omnis etenim par, habet partē dimidiā) primos adinuicē exiſtentes, quod eſt impoſſibile. Igitur κ nō eſt par. Et quoniā ipſius ι θ, duplus eſt ι ζ, quadruplus igitur eſt qui ex ι ζ, eius quod ex ι θ, Duplus aūt qui ex ι ζ, eius qui ex κ. duplus igitur qui ex κ, eius qui ex ι θ. Igitur qui ex κ par eſt, & par igitur eſt κ per ea quæ dicta ſunt, ſed & impar, quod eſt impoſſibile. Igitur α γ, ipſi α β longitudine nō eſt cōmenſurabilis, incōmenſurabilis igitur.

ζ . . . . θ . . . . ι

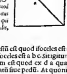
κ . . .



Oſtendendū & aliter, quod incōmēſurabilis eſt quadrati dimetiens lateri. Sit enim pro dimetiente, α pro latere uero, ſit β. Dico quod α, ipſi β lōgitudine eſt incōmēſurabilis. Si enim poſſibile, ſit cōmenſurabilis. Fiatque rurſus ſicut α ad β, ſic ι ζ, ad κ ſintq; minimi eandē eiſdē habētiū rōnē, ipſi ι ζ κ. Igitur ipſi ι ζ, κ, primi ſunt adinuicē. Dico primū quod κ nō eſt unitas. Si enim poſſibile, eſto unitas. Et quoniā eſt ſicut α ad β, ſic eſt ι ζ, ad κ, & ſicut igitur (per 11 & 15 quinti) quod ex α ad id quod ex β, ſic qui ex ι ζ, ad eū qui ex κ. Duplū aūt eſt id quod ex α, eius quod ex β. Duplus igitur & qui ex ι ζ, eius qui ex κ. Et κ unitas eſt. Igitur ι ζ binarius eſt quadratus. Quod eſt impoſſibile. Igitur κ non eſt unitas, numerus igitur. Et quoniā eſt ſicut quod ex α ad id quod ex β, ſic qui ex ι ζ, ad eum qui ex κ, & rurſus ſicut quod ex β, ad id quod ex α, ſic qui ex κ ad eū qui ex ι ζ, metitur aūt quod ex β, id quod ex α, metitur igitur & qui ex κ quadratus eū qui ex ι ζ, quare & latus idem κ ipſum ι ζ metitur, metitur autem & ſeipſum κ, igitur κ ipſos ι ζ, κ, metitur qui primi ſunt adinuicem. Quod eſt impoſſibile. Igitur α, ipſi β non eſt commenſurabilis, incommenſurabilis igitur. Quod oſtendere oportuit.

ζ . . . . θ . . . .

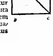
κ . . .



Priorum dilucidior explanatio.

Graecus non habet

Sit quadratum a b c d, dimetiēs uero ipſius ſit a c. Manifeſtū eſt quod iſoceles eſt triāgulū c d a, æquum habēs d a ipſi d c, ſimiliterq; triāgulum iſoceles eſt a b c. Sit igitur d a unitatū 4 ſiue pedum, ſicq; & c d, quatuor, quare manifeſtum eſt quod ex d a quadratum eſt unitatū ſiue pedū 16 ſic etiā & quod ex c d. 16 eſt unitatū ſiue pedū. At quoniā id quod ex a c æquū eſt eis quæ ſunt ex d a, c d, quēadmodū ex 47 primi perſpicuū eſt, manifeſtū eſt quod id q ex a c eſt duplū eius quod ex d a. At id quod ex d a, eſt unitatū 16, id igitur quod ex dimetiente, 32 erit, in dupla, quidem: At quoniam longitudine commenſurabiles lineæ ſunt quas aliqua magnitudo metitur earūq; quadrata rationē habent quam numerus quadratus ad numerū quadratū, at efficiēs 32 per latus aliqua magnitudo non metitur, neque quæ ex eis quadrata ſunt rationē habēt quam numerus quadratus ad numerū quadratū (nullum enim quadratum alterius quadratū duplū eſt incōmēſurabilis igitur eſt longitudine dimetiēs lateri, efficiens enim 32 ſiue latus eſt unitatum 5 & minutorum 39, quæ 5, 39: ac 4, nullam habent communem menſuram 32 ad 16 ſicut dictum eſt rationē nō habet qualem quadratus

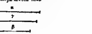


dratus numerus ad quadratum numerum.

Inuentis iam longitudine incommensurabilibus rectis ut α,β, & plures aliæ magnitudines ex binis* diuisionibus comperiuntur (plana intelligo) adinuicem incommensurabiles. Quoniam si ipsarum α,β, linearum rectarum mediam proportionalem susceperimus γ, erit igitur sicut α ad β, sic quæ ex α species ad eam quæ ex γ similē similiterq; descriptam* speciem, siue quadrata, siue aliæ rectilineæ similes descriptæ fuerint, siue etiam circuli circa dimetientes α γ, quippe quoniam circuli adinuicem sunt sicut ea quæ ex dimetientibus sunt quadrata. Inueniuntur igitur & areolæ planæ adinuicem incommensurabiles. Cum ostenderimus quod ex binis interuallis diuersæ areolæ incōmensurabiles, ostendemus eas quæ ex solidis speculationes, qualiter sunt solida commensurabilia & incōmensurabilia adinuicē. Si enim in ijs quæ ex α,β, quadratis aut eis æqualibus rectilineis figuris cōstituamus altitudine æqualia solida parallelepipeda, uel pyramides, uel prismata, erūt ipsa cōstituta adinuicem sicut bases & si quidem bases sint commensurabiles, commensurabilia erunt ipsa solida. Si uero incommensurabiles, incommensurabilia. Sed & si duobus expositis circulis α β, ipsis conos uel cylindros altitudine æquales describemus, erūt adinuicē sicut bases hoc est sicut ipsi circuli. Et si ipsi circuli sunt cōmensurabiles & ipsi coni & cylindri cōmensurabiles erunt, Si uero ipsi circuli erūt incommensurabiles, ipsi coni & cylindri erūt incōmensurabiles, Et nobis sit manifestū, quod non solū in lineis & superficiebus sunt cōmensurabile & incommensurabile sed in solidis quoq; figuris hoc reperitur.

διαστάσεων interuallis

εἶδος figura



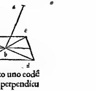
DECIMI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORVM. LIBER VNDECIMVS.

Eucli ex Campano — Diffinitiones.

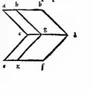
Corpus, est quod longitudinem latitudinem, & altitudinem habet. Cuius termini, sunt superficies.

Linea erecta supra superficiem, est quæ cum singulis sibi conterminalibus lineis in ea superficie expassis angulos rectos facit. Linea autem hæc supra eam superficiem perpendicularis esse, & ad eandem orthogonaliter insistere dicitur.



Intelligatur enim linea a b exurgere supra planū, ita quod punctus a imaginetur in aëre, & b in plano. & à puncto b ducantur plures lineæ in eodē plano. ut b c, b d. & quotlibet aliæ. Si igitur ita fuerit quod linea a b cum linea b c, & cum linea b d, & cum qualibet alia linea protracta a puncto b in plano illo angulum rectum contineat, ipsa dicetur esse perpēdicularis ad illā superficiem in qua protractæ sunt hæ lineæ, uidelicet b c & b d. & aliæ cum quibus ipsa ponitur continere angulum rectum.

Supetficies autem erecta super superficiem est, quoties puncto uno eodē lineæ quæ est communis terminus illarum superficierum duæ perpendiculares conterminales superstant, quæ rectum continentes angulum in eisdē superficiebus sitæ sunt.



Verbi gratia, imaginemur superficiē a b c d exurgere, superficiem uero c d e f iacere. & intelligamus lineam c d esse cōmunem terminum ambarum. In ea itaq; signetur punctus g. a quo ad lineā c d extrahantur duæ lineæ perpendiculares, una uidelicet in superficie c d e f, quæ sit g k & alia in superficie a b c d quæ sit g h. Si igitur angulus quem

quem continent hæ duæ lineæ perpendiculares uidelicet g h & g k, erit rectus: superficies a b c d dicitur orthogonaliter erecta super superficiem c d e f.

4 **Superficies æquidistantes sunt quæ in utramlibet partem protractæ nõ concurrent, etsi in infinitum producantur.**

Intellectum est quod dicitur. Scire tamen debes, quod omnes planæ superficies, aut sunt æquidistantes ab inuicem, aut in omnem partem protractæ concurrent alicubi & super rectam lineam se secabunt. Lineas autem rectas nõ est necessariũ uel esse æquidistantes uel in utrãque partem protractas concurrere, quippe quæ in eadem superficie non sunt nec æquidistant ab inuicem. nec tamen quantumlibet protractæ concurrent.

5 **Aequa corpora sunt atque similia, quorum terminales superficies numero ac quantitate æquales unius creationis sint atque similes.**

6 **Similia corpora, sunt quæ similibus superficiebus numero æqualibus cõtinentur.**

Si has duas diffinitiones de corporibus æqualibus & similibus, non intelligis, ad diffinitionem similium superficierum positam in principio sexti recurre.

7 **Corpus serratile, dicitur quod quinque superficiebus quatum tres parallelogrammæ sunt, duæ uero triangulæ, continetur,**

Domui quatuor parietes æquidistantes habenti, tectũ unico fastigio supremis duorum parietum lateribus æquali & æquidistanti superpositũ, serratilis corporis expressam similitudinem gerit.

8 **Sphæra, est transitus arcus circunferẽtiæ dimidij circuli quoties sumpto uel supremo semicirculo lineáque diametri fixa donec ad locum suum redeat, arcus ipse circunducitur.**

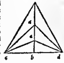
Super quamlibet lineam semicirculo descripto, si linea illa fixa semicirculus tota reuolutione circunducatur, corpus quod describitur, sphæra nominatur. Cuius centrũ, constat esse centrum semicirculi circunducti.

9 **Pyramis laterata, est figura corporea quam continent superficies à quarum una reliquæ sunt ad unum oppositum punctum sursum erectæ.**

In omni laterata pyramide cunctæ superficies ipsam ambiẽtes, ab ipsius basi ad unũ punctum subleuantur, qui conus pyramidis dicitur: suntque oẽs hæ laterales superficies, triangulæ, basis uero frequenter non est triangula.

10 **Pyramis rotunda, est figura solida, estq́ transitus trianguli rectanguli alterutro suorum laterum rectum angulum continentium fixo, donec usq́ ad locum unde moueri cœpit redeat triangulo ipso circũducto. Si igitur latus fixum lateri circunducto fuerit æquale, erit figura rectangula. Si autem longius, acutiangula. Si uero breuius, obtusiangula erit. Axis autem ipsius figuræ, est latus fixũ. Basisq́ sua, circulus. Dicitur autẽ figura hæc pyramis columnæ rotundæ.**

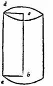
Sit trigonus a b c, rectum angulum habẽs qui sit b, figaturq́ alterũ duorũ laterum ambiẽtiũ rectũ angulũ b, sitq́ latus quod figitur, a b, quo fixo, circunducatur trigonus quousq́ ad locũ unde moueri cœperit redeat. Corporea ergo figura quæ huius trigoni motu describitur, rotunda pyramis appellatur. Cuius tres sunt differentiæ. Alia enim est rectangula, alia acutiangula, tertia obtusiangula. Et prima quidem est, quando latus a b lateri b c fuerit æquale. Esto enim ut linea b c, quum rotatu trigoni peruenerit ad sitũ lineæ b d, ita ꝙ punctus c cadat super punctũ d, fiat linea una, hoc est ut ipsa tũc cõiũgatur situiã quo mo-

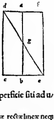


moueri cœpit secundum rectitudinem, eritq́ linea hæc quasi b c d. Et quia (ex 32 primi & 5 eiusdem) angulus c a b est medietas recti, erit angulus c a d rectus, ideoq́ pyramis hæc dicitur rectangula. Si autem latus a b sit lõgius latere b c, erit acutiãgula. Erit enim tũc (ex 32 primi & 19) eiusdẽ angulus c a b, minor medietate recti, ideoq́ totus angulus c a d, est minor recto & acutus, quare pyramis acutiãgula. Quod si latus a b fuerit breuius latere b c, erit angulus c a d maior medietate recti (ex 32 primi & 19 eiusdẽ) & totus c a d, qui est duplus ad ipsum c a b, maior recto & obtusus, igitur & pyramis conuenienter tunc dicitur obtusiangula. Axis autẽ huius pyramidis, dicitur linea a b Basis uero eius, circulus quem describit linea c b super cẽtrum b. Dicitur quoque hæc pyramis columnæ rotundæ, illius uidelicet quam motu suo describeret parallelogrãmum proueniens ex a b & b c, latere a b manente fixo.

11 Figura corporea rotunda cuius bases sunt circuli duo plani extremitatibus & crassitudine id est altitudine æquales, est transitus parallelogrammi rectanguli latere rectum angulum continente fixo, ipsáque superficie donec ad locum suum redeat circunducta. Diciturq́ hæc figura, columna rotunda. Columnæ itaque rotundæ atque sphæræ circulíque, unum atque idem est centrum.

Sit parallelogrammum rectãgulum a b c d, figaturque latus a b, & eo fixo totum parallelogrammũ quousq́ ad locũ suũ cadat uel redeat circũducatur. Corporea ergo figura huius parallelogrammi motu descripta, rotũda colũna nominatur, cuius bases sunt duo circuli, & est unus eorum, circulus quem describit motu suo linea b c, cuius circuli centrum est punctus b. alter uero est, quem motu suo designat linea d a & eius centrum est punctus a. Axis autem huius columnæ, dicitur linea a b quæ manet fixa in motu parallelogrãmi. Quod si imaginati fuerimus parallelogrammũ a b c d cum peruenerit rotatu suo ad situm a b e f, coniungi situi à quo moueri cœpit secũdum continuitatem superficiei planæ, ut scilicet totum sit unum parallelogrãmum d c, e f, & protraxerimus in eo diametrum d e, erit quoque diameter d e diameter columnæ. Quod autem dicitur columnæ & sphæræ & circuli idẽ esse centrum, intelligi debet cum horũ una est eadẽq́ diameter. Verbi gratia, diximus enim quod d e est diameter istius colũnæ. Sphærã igitur atque circulũ quorũ diameter est linea d e, necesse est idem centrũ habere cum centro propositæ columnæ. Sit enim ut linea d e secet lineã a b in puncto g, eritq́ g centrum colũnæ. diuidit enim axẽ colũnæ per æqualia, quod patet per 25 primi, nã anguli qui sunt ad g sũt æquales ex 15 primi, & anguli qui sũt ad a & b, recti ex hypothesi, linea quoq́ a d, est æqualis lineæ b e, itaq́ d g est æqualis e g, & a g æqualis g b. Cunque anguli c & f sint recti, si super punctum g secundũ spatium d g, ac super lineã d e circulus describatur, transibit ex conuersa primæ partis 30 tertij per puncta c & f, itaque punctum g est centrum circuli cuius diameter est diameter colũnæ ideoq́ & sphæræ. Quare manifestum est omni parallelogrammo rectangulo circulum, omnique columnæ rotundæ sphæram esse circunscriptibiles. Sicq́ patet quod uoluit istud theorema.





12 Angulus corporeus siue solidus, est quem cõtinent anguli plani plures quàm duo, qui haudquaquam in una superficie siti ad unum punctum angulatem conueniunt.

Duo anguli plani angulum solidũ perficere nequeũt: sicut nec duæ rectæ lineæ nequeunt superficiem claudere. Angulos quoque planos solidum angulum connnentes in eadem superficie non cõuenit esse sitos, sed in diuersis, quemadmodum duas rectas lineas planum perficientes angulum, non conuenit sibi inuicem secundum situm rectitudinis applicari.

Similes

13 Similes sunt figuræ corporeæ rotundæ, siue sint colũnæ siue earũ pyramides, quarũ axes diametris suarum basium sunt proportionales.

Propositis enim duabus pyramidibus rotundis aut duabus columnis rotundis. si fuerit proportio axis unius earũ ad diametrum suæ basis sicut axis alterius ad diame suæ basis, illæ duæ columnæ aut pyramides similes adinuicem esse dicuntur.

Ex Translatione Zamberti. Diffinitiones

Solidum, est quod lõgitudinem, latitudinem, & crassitudinem habet. Solidi uero terminus, superficies est. 2 Recta linea ad planum recta est, quando ad omnes contingẽtes ipsam rectas lineas & in subiecto plano existentes, rectos efficit angulos. 3 Planum ad planum rectũ est, quando communi segmento ipsorũ planorum ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in uno ipsorũ planorũ, reliquo plano ad angulos rectos fuerint. Rectæ lineę ad planũ inclinatio est, quãdo à termino sublimi rectæ lineæ in planũ ducta perpẽdiculari, à signo facto & à termino lineæ in plano, recta cõiũcta fuerit, angulus acutus qui sub ducta linea & stante cõtinetur. 4 Plani ad planũ inclinatio, est angulus acutus comprehensus sub ijs quæ ad angulos rectos cõmuni segmento ducuntur ad idẽ signum in utroque ipsorum planorũ. 5 Planum ad planum similiter inclinari dicitur & alterum ad alterum, quãdo prædicti inclinationum anguli sibi inuicem æquales fuerint. 6 Parallella plana, sunt quæ contactum non admittũt. 7 Similes solidæ figuræ, sunt quæ sub similibus planis, æqualibus multitudine comprehẽdũtur.

8 Similes solidæ figuræ & æquales, sunt quæ sub similibus planis multitudine & magnitudine æqualibus, cõprehẽduntur, 9 Angulus solidus est sub pluribus duabus lineis sese adinuicẽ tangentibus & nõ existẽtibus in eadem superficie ad omnes lineas inclinatio. Aliter

Solidus angulus, est qui sub pluribus duobus planis angulis comprehenditur non existentibus in eodem plano ad unum signum constitutis.

10 Pyramis, est figura solida planis comprehensa ab uno plano ad unum signum constituta. 11 Prisma, est figura solida planis comprehensa, quorũ duo quæ ex opposito æqualia & similia & parallela sunt, reliqua uero parallelogrãma. 12 Sphæra, est quando semicirculi manente dimetiente circũductus semicirculus in seipsum rursus reuoluitur unde incepit, circumassumpta figura. 13 Axis sphæræ, est manens recta linea quã circum semicirculus uertitur. 1 Centrum sphæræ, est illud quod & semicirculi. 15 Dimetiens sphæræ, est recta quædam linea per centrum acta & terminata ex utraque parte sub ipsius sphæræ superficie.

16 Conus, est quando rectanguli trianguli manente uno eorũ quæ circa rectum angulum latere, circũductũ triangulum in idem rursus unde sumpserat exordium circunuoluitur, ea assumpta figura. Et si manens

recta

recta linea æqua fuerit reliquæ quæ circum rectum circumductæ, rectangulus erit conus. Si uero minor, amblygonius. Si autem maior, oxygonius.

17 Axis coni, est manens quædam recta linea quam circum triangulũ uertitur. Basis autem, est circulus sub circumducta recta linea descriptus.

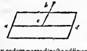
18 Cylindrus, est quando rectanguli parallelogrammi manente uno eorum quæ circum rectum angulum latere circumductum parallelogrammum in idem unde sumpsit exordium steterit, ea assumpta figura.

19 Axis cylindri, est manens quædam recta linea quam circum parallelogrammũ uertitur. Basis autem, circuli qui sub ijs quæ ex opposito circum ductis lateribus sunt descripti. 20 Similes coni & cylindri, sunt quorũ axes & dimetientes basium, sunt proportionales. 21 Cubus, est figura solida sub sex quadratis contenta lateribus. 22 Octaedrum, est figura solida sub octo æqualibus & æquilateris contenta triangulis. 23 Dodecaedrum, est figura solida sub duodecim quinquangulis æqualibus & æquilateris & æquiangulis comprehensa. 24 Icosaedrum, est figura solida sub uiginti triangulis æqualibus & æquilateris comprehensa.

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 Lineæ rectæ partem esse in plano & partem in sublimi, est impossibile.

CAMPANVS. Sit linea a b recta. Dico ꝙ non est possibile, ut pars eius sit in plano, & pars sursum eleuata. Si enim est possibile, sit pars eius quæ est a c sita in plano, & pars eius quæ est c b in sublimi posita, & protrahatur directe a c in plano in quo ipsa sita est, usque ad d, eritq́ue uni eidemq́ue lineæ quæ est linea a c, duæ lineæ penitus diuersæ quæ sunt lineæ c b & c d ex eadem parte directe adijciantur. Quod est impossibile ex 13 primi.



Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 Rectæ lineæ partem in subiecto plano, partem uero in sublimi esse, est impossibile.

THEON ex Zamberto. *Si enim possibile, rectæ lineæ α β γ, pars quidem α β esto in plano, pars autem β γ esto in sublimi, erit iam quædam ipsi α β continua recta linea in rectum in supposito plano, sit β δ. Igitur binis datis rectis lineis α β γ α β δ, commune segmentum est α β, quod est impossibile. Recta linea namque cum recta linea non concurrit in pluribus signis uno, si adinuicem ipsæ rectæ lineæ congruentes non fuerint. Rectæ igitur lineæ partem in subiecto plano, partem autem in sublimi esse, est impossibile. Quod fuerat ostendendum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 Omnes lineæ duæ quarum altera alteram secat, in una superficie sitæ sunt, omnisq́ue triangulus, in una superficie totus consistit. CAMPANVS. Sint duæ lineæ rectæ a b & c d, se inuicẽ secantes in puncto c. Dico eas esse in superficie una, & omnem triangulũ dico esse in superficie una totum. Signetur enim punctus f, in linea c d, & punctus g, in linea

a b, & ducatur linea f g. Quia igitur impossibile est partē trianguli e f g esse in plano & partem in sublimi, quinetiā suarum terminalium linearum unius aut plurium pars similiter sit in plano & pars similiter in sublimi, cum de lineis hoc sit impossibile per præmissam, erit quoque impossibile de triangulo. Itaque totus triāgulus e f g, est in superficie una. Ex hac igitur secunda parte & præmissa, constat prima pars huius secundæ propositionis.

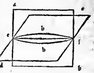
Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

2 Si binæ rectæ lineæ se adinuicē secuerint, in uno sunt plano, & omne triangulū in uno plano est.

THEON ex Zamberto. Binæ, inquam, rectæ lineæ αβ, γδ, se adinuicem secent in signo ε. Dico quod ipsæ αβ, γδ, in uno consistunt plano, & omne triangulū in uno est plano. Assumantur in ipsis εγ, εβ, signa utcunque, sintque ζ, η, connectanturque βγ, ζη, extendaturque ζθ, ηκ, dico primum quod triangulum εβγ in uno est plano. Si ipsius namque trianguli εγβ pars, aut ζγθ, aut ηβκ in subiecto plano est, reliquum uero in alio, erit etiam unius ipsarum εγ, εβ, rectarum linearum pars in subiecto plano, pars autem in alio. Si autem ipsius εγβ trianguli, ζγβη, pars fuerit in subiecto plano, reliquum uero in alio, erit & ambarum εγ, εβ, rectarum linearum pars quidem in subiecto plano, & pars in alio, quod (per 1 undecimi) impossibile esse ostensum est. Igitur triangulum βγε in uno est plano. In quo enim est triangulum βγε, in eo est & utraque ipsarum εγ, εβ. In quo autem est utraque ipsarū εγ, εβ, in eodem sunt & αβ, γδ, (per eandem.) Ipsæ igitur αβ, γδ, rectæ lineæ, in uno existunt plano, & omne triangulū in uno est plano, quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 3

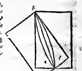
3 OMnium duarum superficierū seinuicem secantium, communis sectio est linea recta.



CAMPANVS. De planis superficiebus intellige, & uerum erit quod dicitur. Sint itaque duæ superficies planæ a b & c d, seinuicē secantes. Dico quod earum cōmunis sectio, erit linea recta. Esto enim duo puncta e & f termini cōmunis sectionis earum quæ continētur per lineam rectam quæ sit e f. Si igitur linea e f est in utraque duarum superficierū a b & c d, constat propositum. At uero si in neutra, aut si non in altera, cum ambo puncta e & f sint in utraque superficierū a b & c d, in ea superficie in qua ipsa non fuerit, protrahatur linea recta quæ sit e h f, erunt igitur duæ rectæ lineæ e f & e h f, habētes duos terminos cōmunes. Quod est impossibile. Sic enim duæ rectæ lineæ includerent superficiem, quod est contra petitionem ultimā primi libri.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 3

3 Si bina plana se adinuicē secuerint, cōmunis eorū sectio recta linea est.



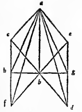
THEON ex Zamb. Bina etenim plana αβ, εγ, se adinuicem dispescant, cōmunis autem sectio sit linea δβ. Dico quod δβ linea recta est. Si autē non, connectantur δβ in ipso αβ plano, recta linea δεβ, & in ipso βγ plano, recta linea δζβ, erunt nempe duarum rectarum linearum δεβ, δζβ, ijdem fines, & perinde areolam cōprehendent, quod (per ultimam cōmunem sententiam) est impossibile. Ipsæ igitur δεβ, δζβ, rectæ lineæ nō sunt. Similiter quoque ostendemus, quod nequa alia ex δ in β ducta recta linea est, præter ipsam δβ cōmunem sectionem ipsorum αβ, βγ, planorū. Si bina igitur plana se adinuicem secuerint, ipsorū communis sectio recta linea est. Quod erat ostendendum.

Eucli ex Camp. Propositio 4

4 SI fuerit linea orthogonaliter ab incisione duarum linearum erecta intersecantiū se, ipsa ad earundem superficiem

perficiem perpendicularis erit.

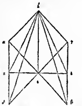
CAMPANVS. Sit linea a b orthogonaliter erecta super incisionē duarum linearū c d & e f secantiū se in puncto b, de quibus constat per ante præmissam quod ipsæ sunt sitæ in una superficie. Dico quod linea a b perpendicularis est ad ipsarū superficiē. Sint enim c b & b d, æquales, at uero f b & b e æquales, & protrahantur lineæ e d & c f, quæ erunt æquales per 4 primi, & æquidistātes per 27 eiusdem. Signato itaque puncto aliquo in linea e d, qui sit g, ducatur linea g b h, eritque ex 26 primi e g, æqualis f h, igitur a pūcto a, uel quouis puncto lineæ a b, demittantur hypothenusaliter lineæ a c, a d, a e, a f, a g, a h. Eritque ex 4 primi a c, æqualis a d & a e æqualis a f. Itemque per 8 eiusdē æqualis erit angulus a e d, æqualis angulo a f c, ergo per 4 ipsius erit a g æqualis a h, & ideo per 8 eiusdē erit angulus a b g, æqualis angulo a b h, quare ex diffinitiōe uterque est rectus, & linea a b perpendicularis ad lineam g h. Simili quoque modo probabis eandem esse perpendicularē ad omnes lineas protractas à puncto b in superficie duarum lienarū c d & e f, igitur ex diffinitione constat, lineam a b esse perpendicularē ad superficiē in qua sitæ sunt duæ lineæ c d & e f seinuicem secantes. Quod est propositū.



Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 4

4 Si recta linea duabus rectis lineis se adinuicē dispescentibus in cōmuni sectiōe ad rectos angulos steterit, & ad earūdem planū ad angulos rectos erit.

THEON ex Zamb. Recta enim linea quædam ε ζ, duabus rectis lineis α β, γ δ, semuicem dispescentibus in ε signo, ex ε ad angulos rectos constituatur. Dico quod ε ζ etiam ad ipsarū α β γ δ planum ad angulos est rectos. Assumantur namque ipsæ α ε, ε β, γ ε, ε δ, sibi inuicem æquales. Extendaturque quædam recta linea per ε utcunque, sitque η ε θ, cōnectanturque ipsæ ζ α, ζ η, ζ δ, ζ γ, ζ θ, ζ β. Et quoniam binæ α ε, ε δ, duabus γ ε, ε β, sunt æquales, & æquales comprehendunt angulos (per 15 primi) igitur (per 4 primi) basis α δ æqualis est basi γ β, & triangulū α ε δ ipsi γ ε β triangulo æquū est, quare & angulus qui sub δ α ε angulo qui sub ε β γ est æqualis. Est autē & qui sub α ε η angulus, ei qui sub β ε θ æqualis: bina igitur sunt triangula (per 26 primi) α η ε, β θ ε, binos angulos binis angulis æqualia habentia alterū alteri, & unum latus uni lateri æquū ad æquos angulos, α ε ipsi ε β, & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt. æqualis igitur est η ε ipsi ε θ, & α η ipsi β θ. Et quoniā æqualis est α ε ipsi ε β, cōmunis autem & ad angulos rectos ζ ε, basis igitur ζ α (per 4 primi) basi ζ β, est æqualis. Id propterea & ζ γ ipsi ζ δ est æqualis. Et quoniā æqualis est α δ ipsi γ β, est autem & ζ α ipsi ζ β æqualis, duæ igitur ζ α, α δ, duabus ζ β, γ β, æquales sunt altera alteri, & basis ζ δ, basi ζ γ est æqualis: & angulus igitur qui sub ζ α δ, angulo qui sub ζ β γ est æqualis. Et quoniā rursus ostensum quod α η ipsæ β θ est æqualis, sed ζ α ipsi ζ β est æqualis, binæ iam ζ α, α η, duabus ζ β, β θ, sunt æquales, & angulus qui sub ζ α η, ostensus est æqualis ei qui sub ζ β θ, basis igitur ζ η (per 4 primi) basi ζ θ est æqualis. Et quoniā rursus æqua est ostensa η ε ipsi ε θ, cōmunis autem ε ζ, duæ igitur η ε, ε ζ, duabus θ ε, ε ζ sunt æquales & basis ζ θ, basi ζ η est æqualis: angulus igitur qui sub η ε ζ, angulo qui sub θ ε ζ est æqualis, uterque igitur ipsorū η ε ζ, θ ε ζ, angulorū, rectus est. Ipsa igitur ζ ε, ad ipsam η θ contingēter per ε ductam, recta est. Similiter iam demōstrabimus, quod ζ ε ad omnes eam tangētes rectas lineas & in subiecto existentes plano, rectos efficiet angulos. Recta enim linea ad planū (per 2 diffinitionē 11) recta est, quando ad omnes eam tangentes rectas lineas & in eodem existentes plano, rectos efficit angulos. Igitur ipsa ζ ε in subiecto plano, est ad angulos rectos. Subiectū autem planū, est quod fit per ipsas α β, γ δ, rectas lineas. Ipsa igitur ζ ε ad angulos rectos est ei quod per α β, γ δ, est plano. Si recta igitur linea duabus rectis lineis, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 5

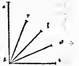
5 SI super tres lineas conterminales cōmuni earum termino erecta linea quædam orthogonaliter insistat, eædem tres lineæ in una superficie sitæ erunt. CAMPANVS. Sit linea a b orthogonaliter erecta super cōmunem terminū trium linearū b c, b d, b e, angulariter se contingentiū in puncto b, quarū nulla alij directe applicetur, quod idem est ac si seinuicem secent in

puncto e, protractæ enĩ se secabũt. Dico q̃ tres lineæ b c, b d, b e sunt in una sup̃ficie sitæ. Constat autẽ de quibusq; earũ duabus q̃ ipsæ sunt in una sup̃ficie sitæ, per 2 huius uel per primã partẽ secundæ huius. Si igitur linea b d non fuerit in sup̃ficie duarũ linearũ b c & b e, sed illæ duæ in plano, hæc autẽ in sublimi, erit ut hæc sup̃ficies in qua sitæ sunt duæ lineæ a b & b d, si ꝓtrahatur & per illud q̃d notũ est super quartã, secet illam in qua sitæ sunt b c & b e, eritq; per 3 huius cõmunis earũ sectio linea recta, & ipsa sit b f. Quia igitur ex præmissa, linea a b est perpẽdicularis ad superficiẽ duarũ linearũ b c & b e, seq̃tur ex diffinitiõe ut ipsa sit perpẽdicularis ad lineã b f, quare angulus a b f, est rectus. Cũq; etiã angulus a b d sit rectus ex hypothesi, sequitur impossibile, uidelicet partẽ suo toti esse æqualẽ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

5 **Si recta linea tribus rectis lineis se adinuicẽ tangentibus, ad angulos rectos in cõmuni contactu extiterit, ipsæ tres rectæ lineæ in uno sunt plano.**

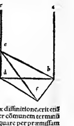
THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædam α β, tribus rectis lineis β γ, β δ, ε ι, ad rectos angulos cõmuni contactu β constituatur. Dico quod ipsæ β γ, β δ, β ι, in uno sunt plano. Non enim, sed si possibile est, sint ipsæ quidẽ ε δ, ε ι, in subiecto plano, ipsa autẽ β γ in sublimi, protendaturq; per ipsas α β, β γ, planũ. Cõmunem sectionem, inquam, faciet in subiecto plano, & rectam efficiet lineã (per 3 undecimi) β ζ. In uno igitur sunt plano deducto per ipsas α β, ε γ, ipsæ tres rectæ lineæ α β, ε γ, β ζ. Et quoniam α β recta est ad utranq; ipsarũ β δ, ε ι, & ei igitur quod per β δ, ε ι, plano recta est ipsa α β. Subiectũ autem planũ, id est quod per β δ, ε ι. Ipsa igitur α β, recta est ad subiectũ planũ, quare (per 2 diffinitionẽ undecimi) ad omnes eam tangentes rectas lineas & in subiecto plano existentes, rectos efficit angulos ipsa α β. Tangit autẽ ipsam β ζ existens in subiecto plano. Angulus igitur qui sub α ε ζ, rectus est. Supponitur autẽ qui sub α β γ, rectus, æqualis igitur est & qui sub α β ζ, angulus, ei qui sub α ε γ, & in uno sunt plano. Quod est impossibile. Ipsa igitur ε γ recta linea in altiori plano non est. Tres igitur rectæ lineæ β γ, β δ, β ι, in uno sunt plano (per 2 undecimi.) Si recta linea igitur tribus rectis lineis sese adinuicẽ tangentibus in contactu ad rectos angulos extiterit, ipsæ tres rectæ lineæ in uno sunt plano. Quod erat ostendendũ.*



Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 **SI fuerint duæ lineæ super unam superficiẽ perpendiculares, eas æquedistantes esse necesse est.**

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, perpendiculares ad unã superficiẽ. Dico eas esse æquidistantes. Protrahatur enĩ linea b d, eruntq; ex diffinitione, duo anguli a b d & c d b, recti. Si igitur duæ lineæ a b & c d sint in sup̃ficie una, ipsæ sunt æquidistantes per secũdam partẽ 28 primi. Ipsas aũt esse in superficie una, sic collige. A puncto b, super lineã b d, in plano cui perpẽdiculariter insistũt a b & c d, protrahe orthogonaliter lineã b f, & ex linea c d, sume d e æqualẽ b f, & protrahe lineas e b & e f. Erunt igitur duo latera e d & d b, triãguli e d b, æqualia duobus lateribus f b & d b, trianguli f b d, & angulus e d b æqualis angulo f b d, cũ uterq; sit rectus, itaq; per 4 primi linea b e, est æqualis lineæ d f. Itemq; cũ duo latera e b & b f triãguli e b f sint æqualia duobus lateribus f d & d e triãguli f d e, & basis e f cõmunis, erit (per 8 primi) angulus e b f æqualis angulo f d e. Quia igitur angulus f d e est rectus ex diffinitione, erit etiã angulus e b f rectus, itaq; linea f b, perpẽdiculariter est erecta super cõmunem terminũ trium linearũ b a, b d, b e, se contingentiũ angulariter in pũcto b, quare per præmissam ipsæ sunt in superficie una. Cum igitur ex secũda parte secundæ huius linea c d sit in eadem superficie cum utraq; linearũ e b & b d, sequitur a b & c d esse in sup̃ficie una. Constat ergo propositũ.

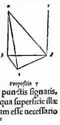


Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 6

6 **Si binæ rectæ lineæ eidem plano ad angulos rectos fuerint, parallelæ erunt ipsæ rectæ lineæ.**

THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ α ε, γ δ, subiecto cuidã plano sint ad angulos rectos. Dico quod parallelus est α β, ipsi γ δ. Concurrãt enim in signis subiecto plano β, δ, conectanturq; β, δ. Et (per 11 primi) ipsi β δ ad angulos rectos in subiecto plano excitetur δ ι, ponaturq; (per 2 primi) ipsi α β æqualis δ ι, cõnectanturq; β ι, α ι, α δ. Et quoniã recta α β linea est ad subiectũ planũ, & ad omnes igitur eam tangentes*

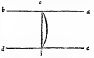
tangentes rectas lineas (per 2 diffinitionē undecimi) & in subiecto plano existentes, rectos efficiet angulos ipsa α β. Tangit autē ipsam α β, utraq; ipsarū β δ, β ε, existens in subiecto plano, rectus igitur est uterq; ipsorū angulorū α β δ, α β ε, id propterea etiā uterq; ipsorū γ δ β, γ δ ε, rectus est. Et quoniā α β ipsi δ ε est æqualis, cōmunis autem β δ, duæ igitur α β, β δ, duabus ε δ, δ β, sunt æquales, & rectos cōprehendūt angulos: basis igitur α δ (per 4 primi) basi β ε est æqualis. Et quoniā æqualis est α β ipsi δ ε, sed & α δ ipsi β ε, duæ igitur α β, β ε, duabus ε δ, δ α, sunt æquales, & ipsorū cōmunis basis est α ε, angulus igitur qui sub α β ε (per 8 primi) angulo qui sub ε δ α est æqualis: rectus autem qui sub α β ε, rectus igitur & qui sub ε δ α. Igitur ε δ, ad ipsam δ α, recta est, est autē & ad utranq; ipsarū β δ, δ γ, recta. Igitur ε δ, tribus rectis lineis β δ, δ α, δ γ, ad angulos rectos in contactu stetit. Igitur ipsæ tres rectæ lineæ β δ, δ α, δ γ, (per 5 decimi) in uno sunt plano, & in quo sunt ipsæ β δ, δ α, in eodem & α β omne enim triangulum in uno est plano (per 2 undecimi.) Ipsæ igitur α β, β δ, δ γ, rectæ lineæ, in uno sunt plano. Et uterq; ipsorū α β δ, β δ γ, angulorū, rectus est: parallelus igitur est α β, ipsi γ δ (per 28 primi.) Si duæ igitur rectæ lineæ eidem plano ad angulos fuerint rectos, parallelæ erunt ipsæ rectæ lineæ. Quod ostendendū fuerat.



Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 Si in duabus lineis æquedistantibus, duobus punctis signatis, ab altero ad alterum recta linea ducatur, in qua superficie illæ duæ lineæ sitæ sunt, eam quoq; in eandem sitam esse necessario comprobatur.

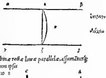
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & d c æquidistantes, de quibus constat per diffinitionē quod ipsæ sunt in superficie una, in eis autē signentur duo puncta e & f, & producatur linea recta e f. Dico itaq; lineā e f, esse sitam in superficie linearū a b & c d. Sin autē sit e f in alia superficie ut in sublimi, dependens quoq; superficies si protrahatur, secabit necessario superficiē in qua sitæ sunt duæ lineæ a b & c d, eritq; per 3 huius, cōmunis sectio earum, linea recta eisdem punctis terminata. Quod est impossibile. sic enim duæ rectæ lineæ concluderēt superficiem.



Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 7

7 Si fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, assumānturq; in ipsarū utraq; contingentia signa, ad ipsa signa connexa recta linea in eodem est plano cum ipsis parallelis.

THEON ex Zamb. Sint binæ rectæ lineæ parallelæ α β, γ δ, sumanturq; in ipsarū utraq; utcunq; signa ε, ζ. Dico quod ad ipsa ε, ζ, signa, *adiecta recta linea, in eodē est plano cum ipsis parallelis. Non enim, sed si possibile, esto in sublimiori sicut ε η ζ, *exciteturq; per ε η ζ, planū, sectionē iam faciet in supposito plano rectam lineā, efficiat (per 3 undecimi) ε ζ. Binæ igitur rectæ lineæ ε η ζ, ε ζ, areolā cōprehendūt. Quod est impossibile (per ultimā cōmunem sententiā.) Igitur quæ ex ε in ζ adiecta recta linea, in sublimiori plano nō est. In eo igitur (in quo & α β & γ δ parallelæ) est plano, quæ ex ε in ζ adiūcta est recta linea. Si fuerint igitur binæ rectæ lineæ parallelæ, assumānturq; in ipsarū utraq; utcunq; signa, ad ipsa signa adiecta recta linea, in eodē est cum ipsis parallelis plano. Quod ostēdere oportebat.



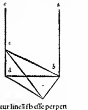
ἐπιζευγνυ.

ἀνάχθω

Eucli. ex Cāp. Propositio 8

8 Si in idē planū duæ rectę lineę æquedistanter erigātur, altera uero earū orthogonaliter sistat, reliquā quoq; ad idē planū perpendicularē esse couenict.

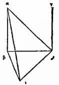
CAMPANVS. Hæc est quasi conuersa sextæ. Sint enim duæ lineæ a b & c d æquidistantes, & sit earū altera ut c d erecta perpēdiculariter super superficiem quālibet. Dico reliquā earū quæ est a b, esse perpendicularē ad eandem superficiē. Fiat enī prorsus eadē dispositio quæ est sexta, eritq; ut ibi uterq; duorū angulorū f b e, & f d e, erectus: primus quidē, per positionē, secūdus autē, per 8 primi, quare per 4 huius linea f b, est perpēdiculariter erecta super superficiē in qua sunt duæ lineæ b d & b e. Cumq; per præmissam duæ lineæ a b & c d sint in eadem superficie cum duabus lineis b d & b e, sequitur lineā f b esse perpen



dicularitere rectã ſupra ſuperficiẽ in qua eſt linea b a. A diffinitione igitur erit angulus f b a, rectus. Et quia etiam angulus d b a eſt rectus per ultimã pertem 19 primi, ſequitur per 4 huius, lineã a b eſſe perpendicularẽ ad ſuperficiẽ in qua ſitæ ſunt duæ lineæ b d & b f. Quare conſtat propoſitũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propoſitio 8

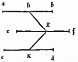
8 **Si fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, altera autẽ ipſarũ plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua eidem plano ad angulos rectes erit.**



THEON ex Zamb. Sint binæ rectæ lineæ parallelæ αβ, γδ, altera autẽ ipſarũ, hoc eſt αβ, in ſubiecto plano ad angulos ſit rectos. Dico quod reliqua γδ, eidem plano ad angulos rectos erit. Concurrãt enim ipſæ αβ, γδ, in ſubiecto plano in ſignis β, δ, connectanturq́; (per primũ poſtulatũ) βδ. Igitur ipſæ αβ, γd, βδ, in uno ſunt plano. Excitetur q́; (per 11 primi) ipſi βδ ad angulos rectos in ſubiecto plano δε, ponaturq́; (per 2 primi) ipſi αβ æqualis δε, cõnectanturq́; βε, αδ. Et quoniã αβ recta eſt ad ſubiectũ planũ, & ad omnes igitur eam tangentes rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtentes (per 2 undecimi diffinitionẽ) recta eſt ipſa αβ. Igitur uterq; ipſorũ αβδ, αβε, angulorũ rectus eſt. Et quoniam in parallelos αβ, γδ, recta linea incidit βδ, igitur ipſi anguli αβδ, γδβ, duobus rectis ſunt æquales (per 29 primi) rectus autem eſt qui ſub αβδ, rectus igitur & qui ſub γδβ, igitur γδ, ad βδ recta eſt. Et quoniã αβ ipſi δε eſt æqualis, cõmunis autẽ βδ, duæ igitur αβ, βδ, duabus εδ, δβ, ſunt æquales, & angulus qui ſub αβδ, angulo qui ſub εδβ eſt æqualis, rectus enim uterq; baſis igitur αδ (per 4 primi) baſi βε eſt æqualis. Et quoniã αβ ipſi δε eſt æqualis, & βε ipſi αδ, binæ igitur αβ, βε, binis αδ, δε, ſunt æquales altera alteri, & cõmunis ipſarũ baſis αε. Angulus igitur qui ſub αβε, angulo qui ſub εδα eſt æqualis (per 8 primi.) Rectus autẽ eſt qui ſub αβε, rectus igitur & qui ſub εδα. Igitur εδ, ad αδ recta eſt, ſed recta eſt etiam ad ipſam δβ, igitur εδ, ad id quod per βδ, δα, planũ recta eſt, & ad omnes igitur eam tangẽtes rectas lineas & exiſtentes in eo quod per βδ, αβ, plano, rectos efficiet angulos ipſa εδ (per 2 undecimi diffinitionẽ.) In eo autẽ quod per βδ, δα, plano eſt ipſa δγ. Quoniã igitur in eo quod per βδ, δα, plano ſunt ipſæ αβ, βδ, in quo autẽ ipſæ αβ, βδ, in eodem eſt & δγ, igitur εδ ipſi δγ ad angulos eſt rectos. Quare & γδ, ipſi δε ad rectos angulos eſt. Eſt autẽ & γδ ipſi δβ ad angulos rectos. Igitur ipſa γδ, duabus rectis lineis ſe adinuicẽ diſpeſcentibus δε, δβ, ab ipſa δ ſectione ad angulos rectos ſtetit. Quare ipſa γδ, in eo quod per δε, δβ, plano ad angulos rectos eſt (per 4 undecimi.) Subiectũ autẽ planũ eſt, quod per δε, δβ. Igitur ipſa γδ in ſubiecto plano ad angulos eſt rectos. Si igitur fuerint duæ rectæ lineæ parallelæ, altera autẽ ipſarũ plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua eidẽ plano ad angulos rectos erit. Quod oſtendiſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 9

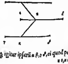
9 **SI duæ lineæ uni non in una ſuperficie æquidiſtant, eas quoq; ſibi inuicem æquidiſtare neceſſe eſt.**



CAMPANVS. Sit utraq; duarũ linearũ a b & c d æquidiſtans lineæ e f, nec ſint omnes in ſuperficie una. Dico ꝙ eædem quoq; ſibi inuicẽ ſunt æquidiſtãtes. De ijs quidẽ quæ ſunt omnes in ſuperficie una, probatũ eſt per 30 primi. At uero de ijs quæ in una ſuperficie non ſunt, ut eſt hic e f quæ intelligatur ſurſum erecta in ſublimi, reſtat hoc loco probandum. Signetur itaq; in ea punctus g, à quo educantur duæ perpendiculares ad duas lineas a b & c d, quæ ſint g h & g k, eritq; per 4 huius linea e f, perpẽdicularis ad ſuperficiẽ, uidelicet, illam in qua ſunt ſitæ duæ lineæ g h & g k. Itaq; per præmiſſam bis aſſumptã utraq; illarũ duarũ linearũ a b & c d, perpendicularis eſt ad eandẽ ſuperficiẽ uidelicet ad illam in qua ſitæ ſunt dictæ duæ lineæ g h & g k, per 6 huius igitur ipſæ ſunt ſibi inuicẽ æquidiſtãtes. Quod eſt propoſitũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propoſitio 9

9 **Quæ eidem rectæ lineæ parallelæ nec eidem in eodem exiſtentes plano, adinuicem ſunt parallelæ.**



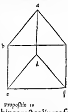
THEON ex Zamb. Sit enim utraq; ipſarũ αβ, γδ, ipſi εζ parallelus, nõ exiſtẽs eidem in eodẽ plano. Dico quod parallelus eſt αβ ipſi γδ. Sumatur enim in ipſa εζ, utcũq; ſignũ η. Et ab ipſo η, ipſi εζ in eo quod per εζ, αβ, plano ad angulos rectos excitetur ηθ (per 11 primi) in eo autẽ quod per ζε, γδ, ipſi εζ rurſus ad angulos excitetur rectos ηκ. Et quoniã εζ ad utranq; ipſarũ ηθ, ηκ, recta eſt, igitur (per 4 undecimi) εζ ad id quod per ηθ, ηκ, planũ ad angulos eſt rectos, & εζ ipſi αβ parallelus eſt, & αβ igitur ei quod per ηθ, ηκ, plano ad angulos eſt rectos. Et id propterea ipſa γδ, ei quod per ηθ, ηκ, plano, ad angulos eſt rectos. Vtraq; igitur ipſarũ αβ, γδ, ei quod per

ηθ, ηκ,

α η α ε, plano ad angulos est rectos. Si autẽ binæ rectæ lineæ eidem plano ad rectos fuerint angulos, parallelæ erunt ipsæ rectæ lineæ (per 6 undecimi.) Parallelus igitur est α β ipsi γ δ. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 10

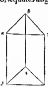
10 SI duæ lineæ se angulariter contingẽtes, duabus alijs se contingentibus eis oppositis æquidistantes fuerint, non autem in superficie una, qui ab eis fiunt duo anguli æqui sibi inuicem esse comprobantur.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & a c, se angulariter contingentes in puncto a, æquidistantes alijs duabus quæ sunt d e & d f, se quoq; angulariter contingentibus in puncto d, nec sint cum eis in superficie una. Dico angulũ a, esse æqualẽ angulo d. Esto enĩ linea d e æqualis lineæ a b, cui ipsa posita est esse æquidistans, & d f æqualis a c, cui etiam ipsa æquidistare ponitur, & ducantur lineæ d a & e b & f c, eritq; ex 33 primi bis assumpta. utraq; duarum linearũ b e & c f, æqualis & æquidistans lineæ a d: per conceptionẽ igitur & præmissam, eædem sunt æquales & æquidistãtes sibi inuicẽ, & itaq; per 33 primi denuo repetitã duæ lineæ b c & e f, sunt etiam æquales & æquidistantes. Igitur per 8 primi constat propositũ.

Eucli ex Zamb. Theorema 10 Propositio 10

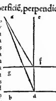
10 Si binæ rectæ lineæ sese inuicem tangentes, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes parallelæ, in eodem non fuerint plano, æquales angulos comprehendent.



THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ sese inuicem tangentes α β, β γ, ad binas rectas lineas δ ε, ε ζ, sese inuicẽ tangentes parallelæ sint, non tamen in eodem plano. Dico quod angulus qui sub α β γ, æquus est angulo δ ε ζ. Sascipiantur enim ipsæ β α, β γ, ε δ, ε ζ, sibi inuicem æquales, cõnectanturq; α δ, γ ζ, β ε, α γ, δ ζ. Et quoniam β α ipsi ε δ æqualis & parallelus est, & α δ igitur ipsi β ε æqualis & parallelus est. idq; propterea ipsa γ ζ, ipsi β ε est æqualis & parallelus. Vtraq; igitur ipsarũ α δ, γ ζ ipsi ε β est æqualis & parallelus (per 33 prim.) Quæ autem eidem rectæ lineæ parallelæ, & in eodem plano non existentes, & adinuicẽ sunt parallelæ (per 9 undecimi,) parallelus igitur est α δ ipsi γ ζ, & æquales eidem. Et ipsas connectunt, ipsæ α γ, δ ζ. Igitur (per 33 primi) & α γ ipsi δ ζ est æqualis, & parallelus. Et quoniã binæ α β, β γ, duabus δ ε, ε ζ, sunt æquales, & basis etiã α γ basi δ ζ est æqualis, angulus igitur qui sub α β γ, (per 8 primi) angulo qui sub δ ε ζ est æqualis. Si igitur duæ rectæ lineæ inuicem sese tangentes, fuerint ad binas rectas lineas inuicem sese tangentes parallelæ, non in eodem plano, æquos angulos comprehendent. Quod erat ostendendum.*

Eucli ex Camp. Propositio 11

11 PVncto in aëre assignato, ab eo ad datam superficiẽ, perpendicularem ducere.



CAMPANVS. Sit punctus a, sursum in aere, à quo uolumus ad superficiem subiacentem, perpendicularẽ ducere. Ducatur igitur in plano illo linea b c utcunq; cõtigerit, ad quam ab ipso puncto a ducatur perpẽdicularis a d, secundũ doctrinã 12 primi. Rursusq; a puncto d, in plano illo ad quod ducenda est perpendicularis a puncto a, extrahatur linea d e quæ sit perpẽdicularis ad lineam b c, ut docet 11 primi. Ad hãc quoq; lineam d e, ducatur alia linea perpẽdicularis à puncto a, quæ sit a f. Hanc dico esse eam quam intendimus. Sit enĩ linea f g æquidistans lineæ b c. Et quia uterq; duorũ angulorũ b d a & b d f est rectus, erit ex 4 huius, linea b d perpẽdicularis ad superficiem in qua est triangulus a d f, ideoq; etiam per 8 huius erit linea g f perpẽdicularis ad eandem superficiem. Igitur a diffinitione erit angulus g f a, rectus. Cumq; etiã angulus d f a, sit rectus, sequitur ex 4 huius, lineam a f esse perpendicularẽ ad superficiẽ in qua sunt duæ lineæ d f & f g. Quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 11

11 A dato signo in sublimi, ad subiectũ planũ perpendicularẽ lineã ducere.

THEON ex Zamb. Sit datum quidem signũ in sublimi α, datũ autem planũ suppositũ. Oportet iam ab ipso α
ἄλλως signo, in subiectũ planũ perpendicularẽ rectã lineam ducere.* Extendatur enim quædã in subiecto plano recta linea utcunq́; sitq́; β γ, excitetur q́; (per 12 primi) ab ipso α signo, in ipsam β γ, perpendicularis α δ. Si igitur α δ perpendicularis est ad subiectũ planũ, factũ iam est quod quæritur. Si autẽ non, excitetur (per 11 primi) ab ipso δ signo ipsi β γ in subiecto plano ad angulos rectos δ ε. Excitetur q́; (per 12 primi) ab ipso α, in ipsam δ ε, perpendicularis α ζ, & per ζ signum ipsi β γ parallelus excitetur (per 31 primi) ζ θ. Et quoniã β γ utriq́; ipsarũ δ α, δ ε, ad angulos est rectos, igitur (per 4 undecimi) β γ ad id quod per ε δ α planũ ad angulos est rectos. Et ei parallelus est η θ. Si autẽ fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, altera uero ipsarũ plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua ad idem planũ ad angulos erit rectos (per 8 undecimi) linea igitur η θ ei quod per ε δ, δ α, plano ad angulos est rectos, & ad omnes rectas lineas eam tangentes, & in eo quod per ε δ, δ α, plano existentes, ipsa η θ recta est (per conuersionẽ diffinitionis 2 undecimi.) Tangit autẽ ipsam, ipsa α ζ existens in eo quod per ε δ, δ α, plano. Igitur η θ, ad ipsam ζ α recta est (per 2 undecimi.) Quare & ζ α, recta est ad ipsam η θ. Est autẽ & α ζ ad ipsam δ ε recta, igitur α ζ ad utrãq́; ipsarũ θ η, δ ε, recta est. Si autẽ recta linea (per 4 undecimi) duabus rectis lineis inuicẽ se tangẽtibus in contactu ad angulos rectos steterit, & ad id quod per ipsa planũ ad angulos rectos erit. Igitur ζ α ad id quod sub ε δ, η θ, planũ ad angulos rectos est. Quod autẽ per ε δ, η θ, planũ est subiectũ. Ipsa igitur α ζ, ipsi subiecto plano ad angulos rectos est. A dato igitur signo in sublimi α, in subiectum planũ perpendicularis recta linea acta est. Quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 Superficie proposita, punctoq́; in ea assignato, ab eo puncto ad datam superficiem, lineam orthogonaliter erigere.

CAMPANVS. Cum à pũcto quolibet in superficie proposita assignato, perpendicularẽ educere libuerit, à quolibet puncto sursum in aere ad libitum posito, ad eandem superficiẽ perpendicularẽ (quemadmodũ præmissa docuit) demitte, quæ si assignatũ punctũ ceciderit, ipsa est quã quæris. Sin autẽ, ab ipsa assignato pũcto ad demissam perpendicularẽ, æquidistantẽ ducito, eamq́; per 8 huius probabis esse quam quæris.

Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 12

12 Ad datũ planũ, à dato in eo signo, ad angulos rectos rectã lineã constituere.

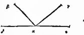
THEON ex Zamb. Sit datũ planũ suppositũ, signũ autẽ in eo sit α. Oportet ab ipso α signo, ipsi supposito plano ad angulos rectos rectam lineã constituere. Intelligatur signũ quoddã in sublimi, sitq́; β. & ab ipso β (per 11 undecimi) ad subiectum planũ perpendicularis excitetur β γ, excitetur q́; (per 11 primi) ab ipso α signo, ad angulos rectos α δ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ parallelæ sunt α δ, γ β, altera autem ipsarũ β γ ad subiectũ planũ ad rectos est angulos, reliqua igitur α δ ad subiectũ ad angulos est rectos (per 8 undecimi:) ad datum igitur planũ, à signo in eo dato α, ad rectos angulos constituta est α δ. Quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 Duas lineas super punctum unum ad superficiem unam orthogonaliter insistere, impossibile est.

CAMPANVS. Si enim possibile est ut duæ lineæ uni eidemq́; superficiei super punctũ unum perpẽdiculariter insistant, superficies in qua ipsæ perpẽdiculares sitæ sunt intelligatur pduci quousq́; secet in superficiẽ, cui dictæ lineæ perpẽdiculariter insistunt, eritq́; per 3 huius, cõmunis earũ sectio linea recta. Et quia ex diffinitione utraq́; illarũ duarũ perpendiculariũ cum cõmuni sectione continet angulum rectũ, sequitur ut angulus rectus sit pars anguli recti. Quod est impossibile. Quemadmodũ autem demonstratũ est impossibile esse ab uno eodemq́; puncto extra superficiem duas lineas super punctũ unũ ad eandem superficiẽ esse perpẽdiculares, ita etiã demõstrabimus impossibile esse duas lineas ab uno eodemq́; puncto extra superficiẽ signato ad eandem superficiẽ protractas ad ipsam esse perpẽdiculares. Si enim hoc fuerit, ipsæ erunt æquidistãtes ex 6 huius. Quod est impossibile ex diffinitiõe linearũ æquidistantiũ. Constat igitur ex hac, q̃ si aliqua superficies plana aliam planã superficiẽ orthogonaliter secet, & ab aliquo puncto secantis sũpficiei ad superficẽ sectam perpẽdicularis ducatur, in cõmuni earũ sectione eam cadere necesse est. Alioqui ab eodem pũcto secãtis superficiei ad cõmunem earũ sectionẽ perpẽdicularis ptrahatur, ut docet 12 primi, & a puncto in quo incidit cum cõmuni sectione, alia perpẽdicularis ad eandem cõmunẽ sectionẽ in superficie secta educatur ut docet 11 primi. Eritq́; ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erectæ angulus quem continent hæ duæ lineæ perpẽdiculares, rectus: quare per 4 huius prima harum duarũ perpendiculariũ etiam etiã est perpendicularis ad superficiẽ sectam. Ergo ab uno puncto protractæ sunt duæ lineæ perpẽdiculares ad eandem superficiẽ, quod est impossibile, relinquitur itaq; propositũ nostrum. Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 13

13 Ab eodem signo, ad idem planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non constituentur ad easdem partes.



THEON ex Zamb. Si enim possibile, ab eodem signo α, ad idem planum binæ rectæ lineæ $\alpha\beta$, $\alpha\gamma$, ad angulos rectos constituãtur ad easdẽ partes. *Extendaturq; per $\beta\alpha$, $\alpha\gamma$, planũ. Quod iam efficiet sectionẽ per α in subiecto plano lineam rectam, efficiat lineã $\delta\alpha\epsilon$. Ipsæ igitur $\alpha\beta$, $\alpha\gamma$, $\delta\alpha\epsilon$, in uno sunt plano (per 3 undecimi.) Et quoniam $\gamma\alpha$ ad subiectũ planum ad angulos rectos est, & ad omnes igitur rectas lineas eam tangentes & in subiecto plano existentes, rectos efficiet angulos (per 2 undecimi diffinitionẽ.) Ipsam autẽ tangit $\delta\alpha\epsilon$ in subiecto existẽs plano. Igitur angulus qui sub $\gamma\alpha\epsilon$, rectus est, & id propterea angulus qui sub $\beta\alpha\epsilon$, rectus est. Aequalis igitur est angulus qui sub $\gamma\alpha\epsilon$ ei qui sub $\beta\alpha\epsilon$, & in uno sunt plano. Quod est impossibile. Ab eodem igitur signo, ad idem planũ binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non constituẽtur ad easdem partes. Quod demonstrasse oportuit. διήχθω

Eucli. ex Camp. Propositio 14

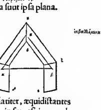
14 SI linea una super duas superficies assignatas orthogonaliter insistat, illæ duæ superficies si etiam in infinitũ in quamcunq; partem protrahantur, nunquam concurrent.

CAMPANVS. Posita enim una linea duabus sup̃ficiebus orthogonaliter insistere, si impossibile est sup̃ficies illas cõcurrere, in earũ cõmuni sectione quæ per 3 huius, erit linea recta, pũctus quocũq; modo signetur, a quo duæ lineæ in illis duabus sup̃ficiebus ad lineã illã quæ ipsis perpẽdiculariter superstat protrahatur, eritq; cõstitutus triãgulus ex his duabus lineis & perpendiculari. Huius itaq; triãguli uterq; duorũ angulorũ q super perpendicularẽ consistũt, est rectus, ut patet ex diffinitione lineæ sup̃ superficiẽ perpẽdiculariter stantis, hoc aũt est impossibile per 32 primi. Ecõuerso quoq;, uidelicet.

Si super duas superficies æquidistãtes linea recta ceciderit quæ ad alterã earum perpendicularis sit, ipsa quoq; perpendicularis erit ad reliquam.

Positis enim duabus superficiebus æquidistãtibus, intelligatur linea recta ambas penetrãs quæ alteri earũ perpẽdiculariter superstat. Dico q̃ eadem linea reliquæ superficiei perpẽdiculariter superstat. Sit enim superficies una secans positas sup̃ficies æquidistantes, super lineã eas penetrantẽ, eritq; cõmunis sectio huius superficiei & alterius sectarũ uidelicet illius cui linea penetrãs ponitur perpẽdiculariter insistere, continẽs angulũ rectũ cum ipsa linea penetrãte ex diffinitione lineæ perpẽdicularis ad superficiẽ. Si igitur alia cõmunis sectio ipsius sup̃ficiei secantis & reliquæ duarũ sectarũ cum eadẽ linea penetrãte non contineat angulũ rectũ, erit ex ultima petitione primi, ut illæ duæ cõmunes sectiones in alterutrã partem protractæ necessario concurrãt, quare & sup̃ficies quæ positæ sunt æquidistantes, necessario concurrẽt. Et q̃a hoc est impossibile, erit ille angulus rectus. Eodemq; modo erit de qualibet alia superficie easdẽ sup̃ficies æquidistantes secante super eandẽ lineã, igitur ex quarta huius & ex ista 14, constat uerũ esse quod diximus. Eucli ex Zamb. Theorema 12 Propositio 14

14. Ad quæ plana eadem recta linea recta est, parallela sunt ipsa plana.

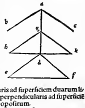


THEON ex Zamb. Recta enim quædam linea $\alpha\epsilon$, ad utrunq; $\gamma\delta$, $\epsilon\zeta$, planorũ, esto ad angulos rectos. Dico quod parallela sunt ipsa plana. Si autẽ non, * extensa concurrunt. Concurrant, Efficient iam cõmunem sectionem lineam rectam, efficiant $\kappa\theta$ (per 3 undecimi,) assumaturq; in ipsa $\kappa\theta$, utcunq, signũ κ, cõnectãturq; $\alpha\kappa$, $\epsilon\alpha$. Et quoniã $\alpha\epsilon$ recta est ad ipsum $\epsilon\zeta$ planũ, & ad ipsam igitur $\epsilon\kappa$ rectã lineã existentẽ in ipso $\epsilon\zeta$ extenso plano, recta est ipsa $\alpha\beta$. Igitur angulus qui sub $\alpha\epsilon\kappa$, rectus est. Et id propterea etiã angulus qui sub $\beta\alpha\kappa$, rectus est. Triãguli igitur $\alpha\epsilon\kappa$, anguli qui sub $\alpha\epsilon\kappa$, $\beta\alpha\kappa$, duobus rectis sunt æquales. Quod est impossibile (per 17 primi.) Igitur ipsa $\gamma\delta$, $\epsilon\zeta$, plana, extensa nõ concurrũt, parallela igitur sunt ipsa $\gamma\delta$, $\epsilon\zeta$, plana. Plana igitur ad quæ eadem recta linea recta est, parallela sunt. Quod oportebat demõstrare. ἐκβαλλόμενα

Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 SI fuerint duæ lineæ se contingentes angulariter, æquidistantes alijs duabus se contingentibus, non autem in superficie una, ab eisdem

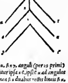
eisdem lineis contentæ duæ superficies in nulla parte quantumcunq; producantur possunt concurrere.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & a c, se angulariter contingentes in puncto a, æquidistantes duabus lineis d e & d f, se angulariter contingẽtibus in puncto d, & nõ sint in superficie una, dico earũ superficies in quãcunq; partem & quantũcunq; protrahãtur, nunq̃ concurrere. Protrahatur etenim a pũcto d, prout docet 11 huius, perpẽdicularis ad superficiẽ duarum linearũ a b & a c, sitq; d g, & à puncto g, ducatur g h æquidistãs a b, & g k, æquidistãs a c, eritq; ex diffinitione uterq; duorũ angulorũ d g h, d g k, rectus, & per 9 erit linea d f æquidistans lineæ g k, & linea d e æquidistans lineæ g h, quare per ultimã partem 29 primi, uterq; duorũ angulorũ e d g, f d g erit rectus, ideoq; per 4 huius linea d g, erit perpendicularis ad superficiem duarum linearũ d e & d f. Cumq; ipsa eadem sit etiam ex hypothesi perpendicularis ad superficiẽ duarum linearũ a b & a c, ex præmissa liquet quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 15* *Propositio 15*

15 **Si binæ rectæ lineæ seinuicem tangentes ad binas rectas lineas seinuicẽ tangentes fuerint parallelæ, non tamen in eodem plano existentes, parallela sunt quæ per ipsas plana.**



THEON *ex Zamb. Binæ, inquam, rectæ lineæ sese inuicem tangentes α β, β γ, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes δ ε, ε ζ, sint parallelæ, sed non in eodem existentes plano. Dico quod* * *educta quæ per α β, β γ & δ ε, ε ζ, plana, non concurrant adinuicem. Excitetur, inquam, (per 11 undecimi) ab ipso β signo, in id quod per δ ε, ε ζ, planum perpendicularis β η, &* * *extendatur in planũ per η signũ. Et per η, ipsi quidem ε δ parallelus excitetur (per 31 primi) η θ, ipsi autẽ ε ζ, ipsa η κ. Et quoniam β η ad id quod per δ ε, ε ζ, planũ recta est, & ad omnes igitur eam tangentes rectas lineas (per 2 undecimi diffinitionẽ) & in eodem quod per δ ε, ε ζ, plano existentes, rectos efficiet angulos. Tangit autem ipsam utraq; ipsarũ η θ, η κ, existens in eo quod per δ ε, ε ζ, plano, rectus igitur est (per 4 undecimi) uterq; ipsorũ qui sub β η θ, β η κ, angulorũ. Et quoniam parallelus est β α ipsi η θ, ipsi igitur sub η β α, β η γ, anguli (per 29 primi) duobus rectis sunt æquales, sed rectus est qui sub β η θ, rectus igitur est qui sub η β α, igitur ipsa η β, ipsi β α ad angulos rectos est. Id propterea etiam β η, ipsi β γ ad angulos rectos est. Quoniã igitur recta linea β η duabus rectis lineis β α, β γ, sese inuicem tangentibus ad angulos rectos stetit, igitur (per 4 undecimi) β η & ad id quod per β α, β γ, planũ ad rectos angulos est. Est autem & ei quod per η θ, η κ, plano, recta quod uero per η θ, η κ planũ, id est quod per δ ε, ε ζ, ipsa igitur β η ei quod per δ ε, ε ζ plano recta est. Igitur β η ad utrunq; eorũ quæ per α β γ, δ ε ζ, planorũ, recta est. Plana autem ad quæ eadem recta linea recta est, parallela sunt (per 14 undecimi.) Parallelũ igitur est quod per α β, β γ, planum, ad id quod per δ ε, ε ζ. Si binæ igitur rectæ lineæ sese inuicẽ tangentes, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes fuerint parallelæ, sed non in eodem plano, parallela sunt quæ per ipsas plana. Quod ostendendum erat.*

* ἐκβαλλόμενα

* συμβαλλέτω

Eucli. ex Camp. *Propositio 16*

16 **SI duas superficies æquidistantes una superficies secet, cõmunes earum sectiones æquidistantes erunt.**

CAMPANVS. Constat equidẽ ex tertia, q una superficie quascũq; duas superficies æquidistantes secante, cõmunes earum sectiones erunt duæ lineæ rectæ. Quæ cum sint ambæ sitæ in superficie secante, si ipsæ non fuerint æquidistantes, ponãtur ad quodlibet unum punctũ concurrere, erit itaq; ut unus atq; idem punctus sit in utraq; illarũ duarũ sectionũ cõmunium. Cumq; una illarũ cõmunium sectionum sit in una duarũ superficierũ sectarũ & reliqua in altera, sequitur superficies illas quæ positæ sunt esse æquidistantes concurrere, hoc autem impossibile est. Erunt igitur cõmunes earum sectiones æquidistantes. Quod est propositum.

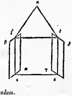
CAMPANVS. Ex hac & præmissa potes elicere conclusionẽ unam similem 30 primi, uidelicet istam. Si fuerint duæ superficies uni æquidistantes, ipsæ quoq; erunt adinuicẽ æquidistantes. Positis enim tribus superficiebus quarum utraq; duarum extremarũ æquidistat mediæ, dico q necesse est ipsas extremas æquidistare adinuicem. Secentur omnes illæ tres superficies duabus superficiebus se quoq; inuicem secantibus, eruntq;

ex hac

ex hac 16 cōmunes sectiones duarum extremarū superficierū, æquidistātes sectionibus mediæ. Quare ex 16 primi ipsæ etiam sectiones duarum extremarū superficierū, erunt æquidistantes adinuicem. Et quia ipsæ contingunt se in cōmuni sectione duarū superficierū tres positas superficies secantium, ex præmissa euidenter constat quod diximus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 16

16 Si bina plana parallela à plano aliquo dissecta fuerint, cōmunes ipsorum sectiones parallelæ sunt.



THEON ex Zamb. Bina, inquam, plana parallela αβ, γδ, à plano εζηθ secentur, cōmunes autem ipsorum sectiones, sint εζ, ηθ. Dico quod parallelus est εζ, ipsi ηθ. Si autē non, productæ ipsæ εζ, ηθ, uel ad partes ζθ, uel ad εη concurrunt. Producantur primum ad ζθ partes, & concurrant in κ. Et quoniam εζκ est in plano αβ, & omnia igitur quæ in ipsa εζκ signa in ipso αβ sunt plano (per 1 undecimi.) Vnum autem eorum quæ in εζκ recta linea signorū, est κ, igitur κ, in ipso est αβ plano, & id propterea etiam κ, in ipso γδ est plano. Igitur αβ, γδ, plana, producta concurrunt. Non concurrunt autem per hypothesin, quoniam parallela supponuntur. Igitur ipsæ εζ, ηθ, rectæ lineæ productæ ad partes ζθ, non concurrunt. Similiter quoque ostendemus, quod ipsæ εζ, ηθ, rectæ lineæ neque ad partes εη productæ concurrunt. Quæ autem in nulla parte concurrunt (per ultimam diffinitionem primi) parallelæ sunt: parallelus igitur est εζ, ipsi ηθ. Si bina igitur plana, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

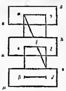
Eucli. ex Camp. Propositio 17

17 SI superficies tres uel plures æquidistantes duas rectas lineas se inuicem contingētes uel æquidistantes secent, illarum linearū portiones proportionales esse probantur.

CAMPANVS. Intelliguntur enim duæ rectæ lineæ penetrantes qualitercunque conti gerit tres superficies æquidistantes, aut etiam plures tribus: dico itaque duas portiones illarum linearū inter quaslibet duas superficies interceptas, proportionales esse quibusque duabus inter alias duas ex illis æquidistantibus superficiebus interceptis. Coniungantur enim duæ extremitates illarum duarum linearū, ducta inter eas linea una diagonaliter, eritque hæc diagonalis, cum utraque illarū duarum linearū penetrantiū superficies propositas, in superficie una illas æquidistantes superficies propositas secante. Si ergo harum superficierū communes sectiones quæ per præmissam erunt æquidistantes, cogitatione protraxeris, ex prima parte secundæ sexti constabit propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 17

17 Si binæ rectæ lineæ à planis parallelis secentur, in easdem rationes secabuntur.



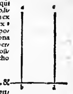
THEON ex Zamb. Binæ, inquam, rectæ lineæ αβ, γδ, à planis parallelis ηθ, κλ, μν, secētur in α, ε, β, γ, ζ, δ, signis. Dico quod est sicut αε recta linea ad εβ, sic est γζ ad ζδ. Connectantur αγ, βδ, αδ, & concurrat αδ ipsi κλ plano in ξ signo, cōnectanturque εξ, ξζ. Et quoniam bina plana parallela κλ, μν, à plano εβδξ, secantur, ipsorum cōmunes sectiones εξ, βδ, parallelæ sunt (per 16 undecimi.) idque propterea quoniam bina plana parallela ηθ, κλ, à plano αξζγ, secantur, cōmunes ipsorum sectiones αγ, ξζ, parallelæ sunt (per 16 undecimi.) Et quoniam lateri βδ trianguli αβδ, recta linea parallelus ducta est εξ, proportionaliter igitur sicut αε ad εβ, sic est αξ ad ξδ. Rursus quoniam lateri αγ trianguli αδγ, recta linea parallelus ducta est ξζ, proportionaliter igitur sicut αξ ad ξδ, sic γζ ad ζδ, patuit autē & sicut αξ ad ξδ, sic αε ad εβ, & sicut igitur (per 11 quinti) αε ad εβ, sic γζ ad ζδ. Si binæ igitur rectæ lineæ à planis parallelis secentur, & reliqua. Quod erat ostendendū.

Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 SI in superficie assignata orthogonaliter steterit linea, omnis superficies à linea illa quorsumlibet ducta, ad eandem assignatam superficiem erit orthogonaliter erecta.

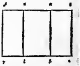
CAMPANVS. Sit enim linea a b erecta perpendiculariter super assignatam superficiem, & à linea a b producatur superficies quorsum libuerit. Quam dico super propositam superficiem esse perpendiculariter erectam. Cum enim ipsa secet superficiem

ciem assignatã, erit earũ cõmunis sectio linea recta ex 3 huius, sitq́ b d. In hac ergo communi sectione signato puncto quolibet qui sit d, extrahatur ab eo in superficie quæ producta est a linea a b, linea quædam perpendicularis ad lineam b d, quæ sit d c. Eritq́ ex secunda parte 28 primi, linea c d, æquidistans lineæ a b, ideoq́ ex 8 huius. linea c d, est etiam perpendicularis ad superficiem propositam. Quia ergo hoc modo quælibet linea protracta orthogonaliter à quolibet puncto lineæ b d, ad ipsam lineã b d, in ipsa superficie quæ producta est à linea a b, est perpendicularis ad propositam superficiem, ex diffinitione superficiei supra superficiẽ orthogonaliter erectæ, constat uerum esse quod propositũ est.



Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propositio 18

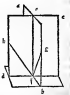
18 **Si recta linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quæ per ipsam plana ad idem planum ad angulos rectos erunt.**



THEON ex Zamber. *Recta enim linea α β, subiecto plano ad angulos rectos esto. Dico quod & omnia quæ per α β plana, ad subiectum planum ad angulos rectos sunt. Extendatur, inquam, per α β, planũ δ ε, sitq́ (per 3 undecimi) communis sectio ipsius δ ε linea plani, & subiecti, γ ε, & sumatur in γ ε, contingens signum ζ, & ab ipso ζ, (per 11 undecimi) ipsi γ ε ad angulos rectos excitetur in δ ε plano ipsa ζ η. Et quoniam α β ad subiectum planum recta est, & ad omnes igitur ipsam tangentes rectas lineas & in subiecto plano existentes recta est ipsa α β (per 2 undecimi diffinitionem,) quare & ad γ ε recta est. Igitur angulus qui sub α β ζ, rectus, est autem qui sub η ζ β, rectus, igitur (per 28 primi) α β, ipsi ζ η parallelus est. Ipsa autẽ α β, ad subiectum planum ad angulos rectos est, & ζ η igitur ad subiectum planum ad angulos rectos est. Et quoniam (per 3 diffinitionẽ undecimi) planum ad planum rectum est quando quæ communi sectioni planorum ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in uno planorum, ad reliquũ planum ad angulos fuerint rectos, & ipsi γ ε sectioni planorum cõmuni, in uno planorum δ ε scilicet ad angulos rectos acta ζ η, ostensa est supposito plano ad angulos rectos esse, igitur planum δ ε rectum est ad suppositum planum. Similiter iam ostendetur quod omnia quæ per α β plana, recta sunt ad subiectum planum. Si recta igitur linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quæ per ipsam plana ad idem planum ad angulos rectos erunt. Quod oportuit demonstrasse.*

Eucli. ex Camp. Propositio 19

19 **SI duæ superficies se inuicem secantes, supra unam superficiem erectæ fuerint orthogonaliter, cõmunis earum sectio ad eandem superficiem perpendicularis erit.**



CAMPANVS. Sint duæ superficies a b & c d se inuicem secantes, erectæ orthogonaliter super assignatam superficiem, sitq́ cõmunis earum sectio linea recta e f. Hanc dico esse perpẽdicularem ad assignatam superficiem. Alioqui à puncto f qui est communis terminus sectionum duarum superficierũ secantium & tertiæ superficiei sectæ, producatur una linea recta quæ sit f g, in superficie a b, perpendicularis ad superficiem assignatam, itemq́ ab eodem puncto ducatur alia perpendicularis ad eandem superficiem, quæ sita sit in superficie c d, & ipsa sit f h, eruntq́ duæ lineæ f g & f h, orthogonaliter insistentes super punctum unum ad superficiem assignatã. Hoc autẽ, impossibile est per 13 huius. Tales autem lineas posse protrahi à puncto f in utraque duarum superficierũ a b & c d, cum e f non fuerit perpendicularis ad assignatam superficiem, dubitare non conuenit. Intelligatur quidem linea f b cõmunis sectio superficiei a b & superficiei assignatæ, & linea f d, superficiei c d & superficiei assignatæ. Si igitur linea e f fuerit perpendicularis ad utranq́ duarum linearũ f b & f d, ipsa etiam erit perpendicularis ad superficiem assignatam ex quarta huius. Si autẽ ad neutram, sit f g perpendicularis ad f b, & f h perpendicularis ad f d. Deinde à puncto f protrahe in superficie assignata unam lineam perpendicularẽ ad lineam f b,

quæ ex

quæ ex diffinitione superficiei super aliam superficiē orthogonaliter erectæ, cum linea f g continebit angulum rectum: per quartā igitur huius erit linea f g, perpendicularis ad superficiem assignatā. Eodem quoq; modo protracta alia linea a puncto f in superficie assignata, quæ sit perpendicularis ad lineam f d, sequetur ex diffinitione prædicta & ex quarta huius, lineam f h esse perpendicularem ad superficiem assignatam, quod est impossibile per 13 huius. Quod si contireare lineam e f esse perpendicularē ad lineam f b, sed non ad lineam f d, sequetur modo consimili duas lineas e f & f h esse perpendiculares ad superficiem assignatam. Quod nihil minus est impossibile.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 17* *Propositio 19*

19 **Si bina plana sese inuicem dispescentia, plano alicui ad angulos rectos fuerint, & ipsorū cōmunis sectio ad idem planum ad angulos rectos erit.**

THEON ex Zamber. *Bina etenim plana α β, β γ, subiecto plano ad angulos sint rectos, communis autem ipsorum sectio sit β δ. Dico quod ipsa β δ, ad subiectum planum ad angulos est rectos. Non sit. Et excitentur (per 11 undecimi) ab ipso δ signo in plano quidē α β, ipsi α δ rectæ lineæ, ad angulos rectos ipsa δ ε, in plano autem β γ, ipsi γ δ ad angulos rectos δ ζ. Et quoniam planum α β ad subiectum planum rectum est, & cōmuni ipsorū sectioni α δ ad angulos rectos α δ in ipso α β plano excitatur δ ε, igitur δ ε ad subiectum planum recta est. Similiter iam demōstrabimus, quod & δ ζ ad subiectum planum recta est. Ab eodem igitur signo δ, ad subiectum planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos constitutæ sunt ad easdem partes. Quod est impossibile. Igitur ad subiectum planum, a signo δ ad angulos rectos non constituetur alia, præter δ β communem sectionem, ipsorum β α, β γ, planorū. Si bina igitur plana inuicem sese dispescentia ad planum aliquod ad angulos fuerint rectos, & communis ipsorum sectio ad idem planum ad angulos rectos erit. Quod ostendere oportebat.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 20*

20 **SI tres anguli superficiales solidum angulum contineāt, illorum trium angulorū quiq; duo pariter accepti reliquo sunt maiores.**

CAMPANVS. Sint tres lineæ a b, a c, a d, pyramidaliter erectæ supra superficiem b c d, continentes tres superficiales angulos, ex quibus solidus perficitur angulus in puncto a. Dico quoslibet duos ex ipsis superficialibus angulis solidum angulum in puncto a constituentibus, pariter acceptos, tertio esse maiores. Si enim hi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicem æquales, aut si duo tantū æquales existente tertio minore utrolibet duorum æqualium, constat per communem scientiam uerum esse quod dicitur. Quod si eorum unus utrolibet duorum reliquorū maior fuerit siue illi duo ponantur æquales siue non æquales, adhuc constat illum maiorem & utrumlibet duorum reliquorū pariter acceptos, tertio esse maiores. Sed & illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior utrolibet ponitur, esse maiores, sic collige. Esto enim trium propositorū angulorum superficialiū angulus c a d, maior utrolibet reliquorū duorum. Ex ipso ergo abscindam angulum e a d æqualem angulo b a d, protracta linea a e. Et sumam ex hac linea a e, lineam a g & ex linea a b, lineam a f, quas ponam esse æquales. Et protraham lineam à puncto g qualitercunq; contingat, in superficie duarum linearū a c & a d, quousq; secet a c in puncto h, & a d in puncto k, & ipsa sit h g k. Et producam lineas f h & f k. Cum sit igitur a f æqualis a g, posita a k cōmuni, erit per 4 primi f k æqualis k g. Et quia ex 20 primi duæ lineæ h f & f k sunt maiores linea h k, erit per conceptionem h f maior h g. Ideoq; per 25 primi cum sit linea a f æqualis lineæ a g, erit angulus f a l, maior angulo h a g. Per conceptionem igitur constat duos angulos h a f, f a k, pariter acceptos, esse maiores angulo h a k. Quod erat demonstrandum.

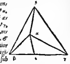
Eucli. ex Zamb. *Theorema 18* *Propositio 20*

20 **Si solidus angulus sub tribus angulis planis comprehendatur, quiuis duo reliquo maiores sunt quomodocunq; suscepti.**

THEON ex Zamb. *Solidus angulus qui ad α, sub tribus planis, hoc est β α γ, γ α δ, δ α β, comprehendatur. Dico quod bini quomodocunq; suscepti, reliquo sunt maiores. Si quidem ipsi qui sub β α γ, γ α δ, δ α β, anguli sunt*

 inuicem

inuicem æquales, manifestū est quod bini reliquo, quomodocunq; suscepti sunt maiores. Si autem non, sit maior qui sub $\beta\alpha\gamma$, constituaturq; (per 23 primi) ad $\alpha\beta$ rectam lineam, & ad signum in ea α, angulo qui sub $\delta\alpha\beta$, in eo quod per $\beta\alpha\gamma$ plano, æqualis angulus $\beta\alpha\epsilon$, ponaturq; (per 2 primi) ipsi $\alpha\delta$ æqualis $\alpha\epsilon$, & per ϵ signū ducta $\beta\epsilon\gamma$ linea, disseecet ipsas $\alpha\beta$, $\alpha\gamma$, rectas lineas in signis β, γ, connectanturq; $\delta\beta$, $\delta\gamma$. Et quoniā $\delta\alpha$ ipsi $\alpha\epsilon$ est æqualis, cōmunis autem $\alpha\beta$, duæ $\delta\alpha$, $\alpha\beta$ duabus $\delta\alpha$, $\alpha\epsilon$, sunt æquales, & angulus qui sub $\delta\alpha\beta$, angulo qui sub $\beta\alpha\epsilon$ est æqualis: basis igitur $\delta\beta$ (per 4 primi) basi $\beta\epsilon$ est æqualis. Et quoniam duæ $\delta\beta$, $\delta\gamma$, ipsa $\beta\gamma$ sunt maiores, quarum $\delta\beta$ ipsi $\beta\epsilon$ ostensa est æqualis, reliqua igitur $\delta\gamma$, reliqua $\epsilon\gamma$ maior est. Et quoniam ipsa $\delta\alpha$ ipsi $\alpha\epsilon$ æqualis, communis autem $\alpha\gamma$, & basis $\delta\gamma$ basi $\epsilon\gamma$ maior est, angulus igitur qui sub $\delta\alpha\gamma$, angulo qui sub $\epsilon\alpha\gamma$ maior est. Ostensum autem est, quod & qui sub $\delta\alpha\beta$, est æqualis ei qui sub $\beta\alpha\epsilon$. Ipsi igitur qui sub $\delta\alpha\beta$, $\delta\alpha\gamma$, eo qui sub $\beta\alpha\gamma$ sunt maiores. Si solidus igitur angulus sub tribus angulis planis comprehendatur, duo quomodocunq; assumpti sunt maiores reliquo. Quod erat ostendendum.

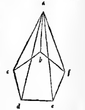


Eucli. ex Camp. Propositio 21

21 Omnis angulus solidus quatuor rectis angulis minor esse probatur.

CAMPANVS. Anguli solidi quantitas, ex angulorū superficialium ipsum solidum continentiū quantitate determinatur. Hac ergo 21 propositione id etiam proponitur, quoslibet superficiales angulos solidum quēlibet continētes pariter acceptos, quatuor rectis angulis esse minores. Sit enī triāgula pyramis a b c d, cuius supremus angulus cum possit esse quilibet suorum angulorū, hic tamen sit a, de quo dico, quod tres superficiales anguli ipsum a continentes, sunt minores quatuor rectis. Constat enī ex 32 primi, nouem angulos trium triangulorū hanc pyramidem circumstantium (& ipsi sunt a b c, a c d, a d b) esse æquales sex angulis rectis, de tribus autem angulis basis eius quæ est triangulus b c d, constat quoq; per eandem, quod ipsi sunt æquales duobus rectis. Cum igitur sex anguli trium triangulorū prædictorū hanc nostram pyramidem (de cuius supremo angulo disputamus) circundantium, qui inquam sex anguli cum tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos pyramidis continent, sint ex præmissa ter assumpta maiores tribus angulis basis, sequitur ipsos sex angulos esse maiores duobus rectis, ex nouem igitur angulis trium triangulorū pyramidem circundantiū his sex angulis demptis erunt ex cōmuni scientia reliqui tres (& ipsi sunt qui constituūt solidum angulum a) minores 4 rectis.

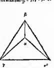
Si autē angulus a supremus in assumpta pyramide pluribus angulis supficialibus quàm tribus cōtineatur quod erit secundum multitudinē angulorū suæ basis, cum igitur omnes anguli omnium triangulorū ipsam pyramdem circundantiū pariter accepti sint ex 32 primi, tot rectis angulis æquales quantus est numerus angulorū suæ basis duplicatus eo quod tot necesse est esse triangulos pyramidem circumdantes quot fuerint anguli suæ basis, cumq; omnes anguli suæ basis sint tot rectis angulis æquales quantus est numerus angulorū suorū duplicatus, demptis inde 4 ut in 32 primi demonstratum est, cumq; igitur omnes anguli triangulorū pyramidem circūdantiū qui super latera basis ipsius pyramidis consistunt pariter accepti sint maiores omnibus angulis basis pariter acceptis, ut euidenter constat ex præmissa toties quot angulos basis habuerit repetita, adhuc necessario sequitur ex communi scientia superficiales angulos solidum angulum a continentes pariter acceptos esse minores quatuor rectis, eo inquam minores quo omnes anguli trigonorū pyramidem circūdantium qui super latera basis statutæ pyramidis consistunt, excedunt omnes angulos basis pariter acceptos.



Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 21

21 Omnis solidus angulus, sub paucioribus, quàm quatuor rectis angulis planis cōprehenditur. THEON ex Zamb. *Sit solidus angulus qui ad a, comprehensus sub planis*

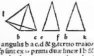
planis angulis qui sub β α γ, δ α γ, δ α β. Dico quod ipsi β α γ, δ α γ, δ α β, anguli, quatuor rectis sunt minores. Assumātur, inquam, in unaquaq; ipsarū α γ, α β, α δ, rectarū linearū signa utcunq;, sintq; β, γ, δ, cōnectanturq; ε γ, γ δ, δ ε.



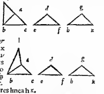
Et quoniā solidus angulus est qui ad ε sub tribus enim planis angulis cōprehenditur, hoc est sub iis qui sub γ ε α, α β δ & γ β δ, (per 20 undecimi) bini utcūq; sumpti reliquo sunt maiores. Igitur qui sub γ ε α, α β δ, eo qui sub γ β δ sunt maiores. Et id propterea qui sub β γ α, α γ δ, eo qui sub β γ δ sunt maiores, & insuper qui sub γ δ α, α δ β, eo qui sub γ δ β sunt maiores. Igitur sex anguli γ ε α, α β δ, β γ α, α γ δ, γ δ α, α δ β, tribus, hoc est eis qui sub γ β δ, β γ δ, γ δ β, sunt maiores. Sed ipsi tres qui sub γ β δ, β δ γ, β γ δ, duobus rectis sunt æquales, igitur qui sub γ ε α, α β δ, β γ α, α γ δ, γ δ α, α δ β, sex anguli, duobus rectis sunt maiores. Et quoniā uniuscuiusq; ipsorū α ε γ, α β δ, α γ δ, triangulorū tres anguli duobus rectis sunt æquales (per 32 primi,) trium igitur triangulorū anguli nouem qui sub γ β α, α γ β, β α γ, α γ δ, δ α γ, γ δ α, α δ ε, δ ε α, ε α δ, sex rectis sunt æquales. Quorū qui sub α β γ, β γ α, α γ δ, γ δ α, α δ β, δ β α, sex anguli, duobus rectis sunt maiores: reliqui igitur qui sub β α γ, γ α δ, δ α β, tres anguli, cōprehendentes solidum angulum, quatuor rectis sunt minores. Omnis igitur solidus angulus sub minus quatuor rectis angulis planis cōprehenditur. Quod erat ostendendū.

Eucli. ex Camp. Propositio 22

22 SI tres anguli superficiales quorū quiq; duo pariter accepti tertio sint maiores, cunctis sibi inuicem æquis lineis contineātur, de tribus basibus angulos illos ab ipsarū linearū æqualium terminis subtendentibus, triangulū substitui uel constitui possibile est.



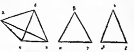
CAMPANVS. Sint tres superficiales anguli b a c, e d f, h g k, ut proponitur, tales uidelicet ut quiq; duo eorū tertio sint maiores, sintq; sex latera eos cōtinentia, æqualia, quæ sint a b, a c, d e, d f, g h, g k, & subtendantur eis tres bases quæ sint b c, e f, h k. Ex his ergo tribus basibus, triangulū aio constitui posse. Esto enī angulus b a l æqualis angulo d, & linea a l lineæ d e, & protrahātur l b, l c, eritq; ex 4 primi, linea l b, æqualis lineæ e f. Ex hypothesi uero constat, totalem angulū a esse maiorē angulo g, erant enim quiq; duo ex tribus angulis b a c, d & g, tertio maiores. Igitur ex 24 primi linea l c, linea h k est maior. Cumq; sint ex 20 primi duæ lineæ l b & b c maiores linea l c, sequitur duas lineas l b & b c esse multo fortius maiores linea h k. Quia igitur l b est æqualis e f, erūt duæ lineæ b c & e f maiores linea h k. Cōstat itaq; hoc modo, quaslibet duas lineas ex tribus lineis b c, e f, h k, esse longiores tertia. Igitur ex 22 primi constat uerum esse quod dicitur. Hoc dūtaxat addito, q; si duo anguli b a c & d pariter accepti sint æquales duobus rectis, erūt duæ lineæ l a & a c ex 14 primi linea una, quæ cū sit æqualis ex hypothesi duabus lineis g h & g k quæ ex 20 primi longiores sunt linea h k, cumq; ex eadem lineæ duæ l b & b c sint lōgiores linea l c, sequitur ut prius b c & e f pariter acceptas esse longiores h k. At uero si duo prædicti anguli sunt maiores duobus rectis, erunt ex 21 primi duæ lineæ a l & a c (ideoq; & duæ g h & g k) breuiores duab. quæ sunt l b & b c. Quare ut prius, b c & e f pariter acceptæ sunt longiores linea h k.



Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 22

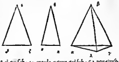
22 Si fuerint tres anguli plani quorū bini reliquo sint maiores quomodocunq; assumpti, comprehendant autem ipsos æquales rectæ lineæ, ex connectentibus æquales rectas lineas triangulū constitui est possibile.

THEON ex Zamb. Sint tres anguli plani qui sub α β γ, δ ε ζ, & η θ κ, quorū bini reliquo sint maiores quomodocunq; sumpti, hoc est α β γ, δ ε ζ, ipso η θ κ, ipsi autē qui sub δ ε ζ, η θ κ, ipso α β γ, & insuper qui sub η θ κ, α β γ, eo qui sub δ ε ζ, sintq; æquales α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, rectæ lineæ, cōnectanturq; α γ, δ ζ, η κ. Dico quod ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, η κ, triangulū constituere est possibile, hoc est quod ipsarū α γ, δ ζ, η κ, binæ quomodocūq; sumptæ reliqua sunt maiores. Siquidem qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, anguli inuicem sunt æquales, manifestū quod & ipsis α γ, δ ζ, η κ, æqualibus adinuicē factis, est possibile ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, η κ, triangulū constitui. Si autē non, sint inæquales, Constituaturq; (per 23 primi) ad ipsam θ κ rectã lineã, & ad signũ in ea θ, angulo qui sub α β γ, æqualis angulus qui sub κ θ λ, & ponatur (per 2 primi) uni ipsarũ α β, β γ, δ ε, ε ζ, κ θ, θ κ, æqualis θ λ, cõnectanturq; κ λ, κ λ. Et quoniã binæ α β, β γ, duabus κ θ, θ λ, sunt æquales, & angulus qui ad β angulo q sub κ θ λ est æqualis, basis igitur α γ (per 4 primi) basi κ λ est æqualis. Et quoniã qui sub α β γ, κ θ κ eo qui sub δ ε ζ sunt maiores, æqualis autẽ qui sub κ θ λ eis qui sub α β γ, & κ θ κ, qui igitur sub κ θ λ eo qui sub δ ε ζ maior est. Et quoniã duæ κ θ, θ λ, duab. δ ε, ε ζ sunt æquales, & angulus qui sub κ θ λ angulo qui sub δ ε ζ maior est, basis igitur κ λ (per 24 primi) basi



δ ζ maior est. Sed ipsæ κ κ, κ λ, ipsa κ λ sunt maiores, multo magis igitur κ κ, κ λ, ipsa δ ζ sunt maiores. Aequalis autẽ est κ λ, ipsi α γ: ipsæ igitur α γ, κ κ, reliqua δ ζ sunt maiores. Similiter iam ostẽdemus, qd & ipsæ quidẽ α γ, δ ζ, ipsa κ κ sunt maiores, & κ κ, δ ζ, ipsa α γ. Possibile igitur est, ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, κ κ, triangulũ confici. Quod ostẽdendũ erat.

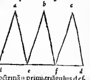
ALITER. Sunt dati tres anguli plani qui sub α β γ, δ ε ζ, κ θ κ, quorũ duo reliquo sint maiores quomodocũq; assumpti. Cõprehendãt autẽ ipsos æquales rectæ lineæ α β, β γ, δ ε, ε ζ, κ θ, θ κ. Cõnectanturq; ipsæ α γ, δ ζ, κ κ. Dico qd ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, κ κ, triangulũ constitui est possibile, hoc est rursus quod duæ reliquæ sunt maiores quomodocũq; assumptæ. Siquidem rursus qui ad β, ε, θ, signa anguli sunt æquales, erunt quoq; ipsæ α γ, δ ζ, κ κ æquales, & duæ reliqua erant maiores. Si autẽ non, sint inæquales qui ad ipsa β, ε, θ, signa anguli, sitq; maior angulus qui ad β, utroq; ipsorũ ε, θ: maior igitur est (per 24 primi) & α γ recta linea, utraq; ipsarũ δ ζ, κ κ, & manifestũ, quod α γ cũ utraq; ipsarũ δ ζ, κ κ, reliqua maior est. Dico quod & δ ζ, κ κ, reliqua α γ sunt maiores. Con



stituatur (per 23 primi) ad α β rectã lineã ad signumq; in ea β, ei qui sub κ θ κ angulo æquus qui sub α β λ, ponaturq; (per 2 primi) uni ipsarũ α β, β γ, δ ε, ε ζ, κ θ, θ κ, æqualis β λ: cõnectanturq; α λ, λ γ. Et quoniã duæ α β, β λ, duabus κ θ, θ κ, sunt æquales altera alteri, & æquos angulos cõprehendũt. basis igitur α λ (per 4 primi) basi κ κ est æqualis. Et quoniã qui ad ε, θ, signa anguli, eo qui sub α β γ sunt maiores, quorũ qui sub κ θ κ, ei qui sub α β λ est æqualis, reliquus igitur qui ad ε angulus, eo qui sub λ β γ maior est, & quoniã duæ λ β, β γ, duabus δ ε, ε ζ, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub δ ε ζ angulo qui sub λ β γ maior est, basis igitur δ ζ (per 24 primi) basi λ γ maior est. Ostensum autẽ est qd æqualis est κ κ ipsi α λ. Ipsæ igitur δ ζ, κ κ, ipsis α λ, λ γ, sunt maiores, Sed ipsæ α λ, λ γ, ipsa α γ sunt maiores, multo magis igitur δ ζ & κ κ, ipsa α γ sunt maiores. Ipsarũ igitur α γ, δ ζ, κ κ, rectarũ linearũ duæ reliqua sunt maiores, quõcunq; assumptæ. Possibile igitur est ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, κ κ, triangulũ confici. Quod oportuit ostendere.

Eucli. ex Camp. Propositio 23

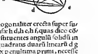
23 TRibus angulis superficialibus propositis, quorũ quiq; duo pariter accepti tertio sunt maiores omñes, & tres simul quatuor rectis angulis minores, ex tribus illis æqualibus qualescunq; sint, solidum angulum constituere.



CAMPANVS. Sint propositi tres anguli supficiales qui sunt a, b, c, de tribus illis æqualibus uolumus unũ solidum angulũ cõstituere. Oportet igitur ex 20 huius, ut quiq; duo eorũ pariter accepti tertio sint maiores, & ex 27 huius, ut omnes pariter accepti quatuor rectis angulis sint minores. Ex ipsis itaq; sint hæc posita. Latera uero eos continẽtia cuncta adinuicẽ sint æqualia, eisq; subtendantur tres bases, & ipsæ sint d e, e f, & f d, eritq; ex præmissa possibile, de tribus lineis his basibus æqualibus triangulũ cõstitui. Sit igitur ex eis secundũ doctrinã 22 primi, triãgulus d e f, cõstitutus, cui sicut docuit 5 quarti, circũscribatur circulus d e f supra centrũ g, & ptrahatur g d, g e g f. Quæ cum sint adinuicẽ æquales ex diffinitiõe circuli, lateraq; tres propositos angulos ambiẽtia æqualia ex hypothesi, necesse est ut earũ quælibet quolibet illorũ laterũ sit minor, æqualẽ autẽ aut maiorẽ esse est impossibile. Si enim linea exiens a centro g, circũferentiã circuli d e f esset æqualis alicui laterũ a d, a e, b e, b f, c f, c d, sequeretur propter ea quæ posita sunt, annuente 8 primi, tres angulos a, b, c, propositos, esse æquales tribus angulis d g e, e g f, f g d. Cumq; hi tres sint æquales quatuor rectis angulis, ut facile patet ex 15 primi, protracta paulisper una linearũ exeuntiũ a cẽtro ad circũferentiã in continuũ & directũ, essent etiã tres anguli a, b, c, æquales etiã quatuor rectis.

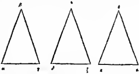
Quod

Quod est contra posita. Quod si esset maior superpositis tribus triangulis quorũ sunt anguli a,b,c, tribus triãgulis diuidẽtibus triangulũ d e f unoquoq; illi cum quo cõmunicat in basi, ita q; bases superponãtur basibus æquales uidelicet æqualibus, & anguli a b c cadant ad partẽ puncti g, sequeretur ex 21 primi tres angulos a, b, c, esse maiores tribus qui sunt d g e, e f g, f g d. Essent itaq; maiores quatuor rectis. Quod est amplius contrariũ positis. Relinquitur itaq; unũquodq; ex sex lateribus tres propositos angulos ambiẽtibus, maius esse linea egrediente à centro g, ad circumferentiã d e f, ideoq; etiam potentius.

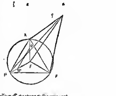


Sit igitur potẽtius in linea g h, quæ sit secundũ 12 huius orthogonaliter erecta super superficiẽ anguli uel circuli d e f, demittãturq; tres hypothenusæ h d, h e, h f, quas dico cõtinere angulos tres superficiales æquales tribus ppositis, constituentes angulũ solidũ in pũcto h. Cum enim quadratũ lineæ a d sit æquale duobus quadratis duarũ linearũ d g & g h ex hypothesi, at quadratũ lineæ d h sit æquale eisdẽ ex penultima primi, necesse est lineã a d esse æqualẽ lineæ d h. Eodemq; modo & lineã a e, lineæ e h. Igitur ex 8 primi cum bases etiã sint æquales, erit ãgulus a æqualis angulo d h e. Simili quoq; modo erit angulus b æqualis angulo e h f, & angulus c æqualis angulo f h d. Quare constat factũ esse q̃d facere disposuimus. *Eucli. ex Zamb.* *Theorema 3* *Propositio 23*

23 Ex tribus angulis planis quorũ duo quomodocũq; sumpti sint reliquo maiores, solidum angulũ conficere, oportet uero ipsos tres, quatuor rectis esse mioores.

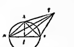


THEON ex Zamb. Sint dati tres anguli plani qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quorũ duo quomodocũq; assumpti reliquo sint maiores, insuperq; ipsi tres quatuor rectis minores, oportet iam ex æqualibus eis qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, solidũ cõstituere angulũ. Assumãtur æquales α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, cõnectanturq; α γ, δ ζ, η κ. Igitur (per 22 undecimi) ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, η κ, triangulũ confici est possibile. Construatur sitq; λ μ ν, sic ut α γ æqua sit ipsi λ μ, & δ ζ ipsi μ ν, & η κ ipsi λ ν. Circumscribatur autem (per 5 quarti) ipsi λ μ ν triangulo, circulus λ μ ν, sumaturq; (per 1 tertij) ipsius centrum, quod quidem erit aut intra triangulum λ μ ν, aut in uno laterum ipsius, aut extra, sit prius intra triangulum, sitq; ξ, connectanturq; λ ξ, μ ξ, ν ξ. Dico quod α β, ipsa λ ξ maior est. Si autem non, aut α β ipsi λ ξ est æqualis, aut ea minor. Sit primum æqualis. Et quoniam α β ipsi λ ξ est æqualis, sed α β ipsi β γ est æqualis, igitur λ ξ ipsi β γ est æqualis. Ipsa autem λ ξ ipsi ξ μ (per 15 diffinitionem primi) Duæ iam α β, β γ, duabus λ ξ, ξ μ, sunt æquales altera alteri, & basis α γ, basi λ μ supponitur æqualis, angulus igitur qui sub α β γ (per 8 primi) angulo qui sub λ ξ μ est æqualis. Id propterea etiam & qui sub δ ε ζ, ei qui sub μ ξ ν est æqualis, & præterea qui sub η θ κ, ipsi qui sub ν ξ λ. Ipsi igitur qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, anguli, ipsis tribus qui sub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, sunt æquales. Sed tres qui sub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, quatuor rectis sunt æquales. Supponũtur & quatuor rectis minores. Quod est impossibile. Igitur α β ipsi λ ξ æqualis non est. Dico etiam quod nec minor est α β ipsa λ ξ. Si enim possibile, sit, ponaturq; (per 3 primi) ipsi α β æqualis ξ ο, ipsi autẽ β γ æqualis ξ π, connectaturq; ο π. Et quoniã æqualis est α β ipsi β γ, æqualis est & ξ ο ipsi ξ π. Et reliqua ο λ, reliquæ π μ est æqualis. Parallelus igitur (sic per 2 sexti) λ μ ipsi ο π, & æquiangulũ est λ μ ξ ipsi ο π ξ, quemadmodũ igitur ξ λ ad ipsam λ μ, sic est ξ ο ad ο π: uicissim igitur (per 16 quinti) sicut λ ξ ad ξ ο, sic λ μ ad ο π. Maior autẽ est λ ξ ipsa ξ ο, maior igitur est & λ μ, ipsa ο π. Sed ipsa λ μ, posita est ipsi α γ æqualis, & α γ igitur, ipsa ο π maior est. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ α β, β γ, duabus ο ξ, ξ π, sunt æquales, & basis α γ basi ο π maior est, angulus igitur qui sub α β γ, angulo qui sub ο ξ π maior est (per 25 primi). Similiter iam ostendemus, quod & qui sub δ ε ζ, eo qui sub μ ξ ν maior est, & qui sub η θ κ eo qui sub ν ξ λ. Ipsi igitur tres anguli qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, tribus qui sub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, sunt maiores. Sed qui sub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, quatuor rectis sunt æquales, quare et qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quatuor rectis sunt maiores. Sed & æquales supponitur maiores multo igitur magis qui sub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, quatuor rectis sunt minores. Sed & æquales. Quod est impossibile. Nõ igitur α β minor est quam λ ξ. Ostensum autẽ est, quod neq; æqualis, maior igitur est α β quam λ ξ.

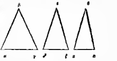


Constituatur iam à signo ξ ipsius λ μ ν circuli plano ad angulos rectos ξ ρ (per 12 undecimi) Et quo maius est quadratũ quod ex α β, eo quod ex λ ξ, ei æquum esto quod ex ξ ρ, cõnectanturq; ρ λ, ρ μ, ρ ν. Et quoniam ρ ξ recta est, & ad ipsius λ μ ν circuli planum, & ad unamquamque igitur ipsarum λ ξ, μ ξ, ν ξ (per conuersionem 2 diffinitionis undecimi) recta est ipsa ρ ξ. Et quoniam æqualis est λ ξ ipsi ξ μ, communis autem & ad angulos rectos est ξ ρ, basis igitur ρ λ (per 4 primi) basi ρ μ est æqualis. Iam id propterea & ρ ν, utrique ipsarum ρ λ, ρ μ, est æqualis. Ipsæ igitur tres ρ λ, ρ μ, ρ ν, sibi inuicem sunt æquales. Et quoniam quo maius est quod ex α β eo quod ex λ ξ, ei supponitur æquum quod ex ξ ρ, quod ex α β igitur æquum est eis quæ ex λ ξ, ρ ξ. Eis autem quæ ex λ ξ, ξ ρ, æquum est (per 47 primi) quod ex λ ρ, rectus enim est qui sub λ ξ ρ. Quod igitur ex α β, æquum est ei quod ex ρ λ. Aequalis igitur est α β ipsi ρ λ. Sed ipsi quidem α β, æqualis est unaquæque ipsarum β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, ipsi autem ρ λ, æqualis est utraque ipsarum ρ μ, ρ ν. Vnaquæque igitur ipsarum α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, unicuique ipsarum ρ λ, ρ μ, ρ ν, est æqualis. Et quoniam duæ λ ρ, ρ μ, duabus α β, β γ, sunt æquales, & basis λ μ basi α γ supponitur æqualis, angulus igitur qui sub λ ρ μ (per 8 primi) ei qui sub α β γ est æqualis. Id propterea & qui sub μ ρ ν, ei qui sub δ ε ζ est æqualis, & qui sub λ ρ ν, ei qui sub η θ κ. Ex tribus igitur angulis planis qui sub λ ρ μ, μ ρ ν, λ ρ ν, qui sunt æquales tribus datis scilicet eis qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, solidus angulus construitur qui ad ρ, comprehensus sub λ ρ μ, μ ρ ν, & λ ρ ν angulis. Quod facere oportebat.

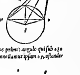
Sed iam esto centrum circuli in uno laterum trianguli, sitque in μ ν, estoque ξ, Connectaturque λ ξ. Dico rursus quod maior est α β quàm λ ξ. Si autem non, aut α β est æqualis ipsi λ ξ, aut ea minor. Sit primum æqualis. Duæ iam α β, β γ, hoc est δ ε, ε ζ, duabus μ ξ, ξ λ, hoc est ipsi μ ν sunt æquales. Sed ipsa quidem μ ν ipsi δ ζ supponitur æqualis, & ipsæ igitur δ ε, ε ζ, ipsi δ ζ sunt æquales. Quod est impossibile. Igitur α β, ipsi λ ξ, æqualis non est. Similiter iam ostendemus, quod neque minor, igitur ipsa α β, maior est quàm λ ξ. Et si similiter quo maius est quod ex α β eo quod ex λ ξ, ei æquum & ad angulos rectos ad circuli planum constituemus sicut quod ex ρ ξ, constituetur problema.



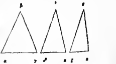
Sed iam esto centrum circuli extra triangulum λ μ ν, sitque ξ Connectanturque λ ξ, μ ξ, ν ξ. Dico quod & sic maior est α β quàm λ ξ. Si autem non, aut æqualis est aut minor. Sit prius æqualis. Duæ igitur α β, β γ, duabus μ ξ, ξ λ, sunt æquales altera alteri, & basis α γ basi μ λ est æqualis, angulus igitur qui sub α β γ (per 8 primi) angulo qui sub μ ξ λ est æqualis. Idque propterea etiam qui sub η θ κ, ei qui sub λ ξ ν est æqualis. Totus igitur qui sub μ ξ ν, duobus qui sub α β γ, η θ κ, est æqualis. Sed qui sub α β γ, η θ κ, ipso qui sub δ ε ζ sunt maiores. Et qui sub μ ξ ν igitur, eo qui sub δ ε ζ maior est. Et quoniam duæ δ ε, ε ζ, duabus μ ξ, ν ξ, sunt æquales, & basis δ ζ basi μ ν est æqualis, angulus igitur qui sub μ ξ ν (per 8 primi) ei qui sub δ ε ζ est æqualis. Patuit autem quod & maior. Quod est absurdum. Igitur α β, ipsi λ ξ non est æqualis. Iidemque ostendemus quod neque minor. Igitur ipsa α β, maior est quàm λ ξ. Et si etiam ad angulos rectos in circuli plano rursus constituamus ipsam ξ ρ, & ipsi æqualem ponamus eam quæ potest id quo maius est quod ex α β eo quod ex λ ξ, constituetur problema.



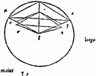
Dico insuper quod α β non est minor quàm λ ξ. Si enim possibile, esto. Ponaturque (per 2 primi) ipsi quidem α β æqualis ξ ο, ipsi autem β γ æqualis ξ π. Connectaturque ο π. Et quoniam æqualis est α β ipsi β γ, æqualis est ξ ο ipsi ξ π, quare & reliqua ο λ, reliquæ μ π, est æqualis. Parallelus igitur est (per 2 sexti) λ μ ipsi π ο, & æquiangulum est triangulum λ ξ μ ipsi triangulo π ξ ο. Est igitur (per 6 sexti) sicut λ ξ ad λ μ, sic ξ ο ad ο π, & uicissim (per 16 quinti) sicut λ ξ ad ξ ο, sic λ μ ad ο π. Maior autem est λ ξ, quàm ξ ο, maior igitur est & λ μ, quàm ο π. Sed λ μ, ipsi α γ est æqualis, igitur & α γ, quàm ο π maior est (per 14 quinti) Quoniam igitur duæ α β, β γ, duabus ο ξ, ξ π, sunt æquales altera alteri, & basis α γ basi ο π maior est, angulus igitur qui sub α β γ (per 25 primi) angulo qui sub ο ξ π maior est. Similiter iam & si ipsam ξ ρ æqualem utrique ipsarum ξ ο, ξ π, assumamus, & connectamus ipsam ο ρ, ostendemus quod & qui sub η θ κ angulus eo qui ο ξ ρ maior est.



Constituatur iam (per 23 primi) ad ipsam λ ξ rectam lineam, ad signumque in ea ξ, ei quidem qui sub α β γ angulo æquus angulus qui sub λ ξ ς, ei autem qui sub η θ κ æqualis qui sub λ ξ τ, ponaturque (per 2 primi) utraque ipsarum ξ σ, ξ τ, ipsi ο ξ æqualis, & connectantur ο σ, ο τ, σ τ. Et quoniam binæ α β, β γ, binis ο ξ, ξ σ, sunt æquales, & angulus qui sub α β γ angulo qui sub ο ξ σ est æqualis, basis igitur α γ (per 4 primi) hoc est λ μ, basi ο σ est æqualis. Idque propterea etiam λ ν, ipsi ο τ est æqualis. Et quoniam duæ λ μ, λ ν, duabus σ ο, ο τ, sunt æquales, & angulus qui sub μ λ ν angulo qui sub σ ο τ maior est, basis igitur μ ν (per 25 primi) basi σ τ maior est. Sed ipsa quidem μ ν, ipsi δ ζ est æqualis. & ipsa igitur δ ζ quàm σ τ maior est. Quoniam igitur duæ δ ε, ε ζ, duabus σ ξ, ξ τ, sunt æquales, & basis δ ζ basi σ τ maior est, angulus



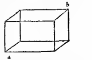
est, angulus igitur qui sub δ ι ξ (per 25 primi) angulo qui sub σ ξ τ maior est. Aequalis autē est qui sub σ ξ τ, eis qui sub α β γ, η ε κ. igitur qui sub δ ι ξ, eis qui sub α β γ, η ε κ, maior est. Sed & minor. Quod est impoßibile. Quomodo autem id quod ex ρ ξ, æquum sumatur ei quo quod ex α β maius est eo quod ex λ ξ, sic ostendemus. Exponantur α β & λ ξ rectæ lineæ, sitq; maior α β, describaturq; super ipsa semicirculus α γ β, & in semicirculo α γ β * annectatur ipsi λ ξ rectæ lineæ æqualis ipsa α γ, connectanturq; γ β. Quoniam igitur in semicirculo α γ β angulus est qui sub α γ β, rectus igitur est qui sub α γ β (per 31 tertij.) Quod igitur ex α β (per 47 primi) æquum est eis quæ ex α γ, γ β, quare id quod ex α β, maius est eo quod ex α γ, eo quod ex γ β, æqualis autem est α γ ipsi λ ξ: quod igitur ex α β, maius est eo quod ex λ ξ, eo quod ex γ β. Si ipsi igitur γ β æqualem ξ ρ assumamus, quod ex α β maius est quàm id quod ex λ ξ, eo quod ex ξ ρ. Quod facere proposueramus.



Eucli. ex Camp. Propositio 24

24 SI superficiebus æquidistātibus solidum contineatur, eius oppositæ superficies sibi inuicē æquales sunt & æquidistantium laterum.

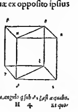
CAMPANVS. Quicquid dicant alij, solidum æquidistantibus superficiebus contentum, superficiebus paribus necesse est contineri, quæ sicut esse non possunt pauciores sex, ita possunt esse in omni numero pari senarium excedente. Constat enim columnā hexagonam, posse octo superficiebus quæ binæ & binæ oppositæ sibi inuicē æquidistant, contineri. Sic quoq; octogonam 10, & decagonam 12, & ad istarum similitudinem, in infinitum. Sed horum omnium solidorū æquidistantibus superficiebus contentorum quæ infinita esse pronuntio, solum illud dicitur parallelogrammū, cuius omnes superficies ipsum ambiētes parallelogrāmæ sunt, & istud sex superficiebus duntaxat necesse est ambiri. De tali itaq; quod sex tantum superficiebus ambitur, dico debere intelligi quod hæc 24 proponit. Sit igitur tale solidū, corpus a b, cuius omnino superficies fac ut solido habitu mente cōprehendas, patebitq; tibi unamquāq; earum quatuor ex reliquis secare eius quatuor latera, cum sint communes sectiones ipsius secantis & quatuor sectarum. Sint autem illæ quatuor sectæ binæ & binæ secundum quod adinuicem opponuntur, æquidistantes ex hypothesi, sequitur ex 16 bis assumpta, ut quatuor latera huius superficiei secantis & quatuor sectarum sint adinuicem bina & bina æquidistantia. Constat itaq; secundum. At uero ex 34 primi manifestum est, omnia latera opposita istarū sex superficierū esse æqualia, erunt igitur bina latera angulum planum continētia cuiusq; earum, æqualia binis lateribus angulum planum in superficie sibi opposita continentibus, anguli quoq; ab illis binis lateribus contenti, æquales per 10 huius. Igitur ex conuersa penultimæ cōmunis scientiæ in primo libro positæ, necesse est quasque duas superficies in solido a b oppositas, esse sibi inuicem æquales. Quod est propositum.



Eucli. ex Zamb Theorema 21 Propositio 24

34 Si solidum sub parallelis planis cōprehendatur, quæ ex opposito ipsius plana, æqualia & parallelogramma sunt.

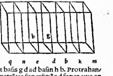
THEON ex Zamb. Solidum, inquam, γ δ κ θ, sub parallelis planis α γ, κ ζ, α θ, δ ζ, ζ β, α ι, cōprehendatur. Dico quod quæ ex opposito ipsius plana, æqualia & parallelogramma sunt. Quoniam enim bina plana parallela, hoc est β ι, γ ι, à plano α γ secantur, cōmunes ipsorum sectiones parallelæ sunt (per 16 undecimi.) parallelus igitur est α ε, ipsi γ δ. Rursus quoniam planum α γ dispescit plana bina parallela β ζ, α ι, cōmunes ipsorum sectiones parallelæ sunt (per eandem,) parallelus igitur est α δ, ipsi β γ. Patuit autē quod & α β ipsi δ γ est parallelus. parallelogrammū igitur est α γ. Similiter iam ostendemus, quod & unumquodq; ipsorū δ ζ, ζ κ, κ ε, ε ζ, α ι, parallelogrammū est. Connectantur α ε, δ ζ. Et quoniam parallelus est α β ipsi δ γ, & ε θ ipsi γ ξ, binæ iam α β, ε θ, sese inuicē tangentes, binis rectis lineis δ γ, γ ξ, sese inuicē tangentibus parallelæ sunt, nō tamen in eodē plano, igitur æquales cōprehendūt angulos (per 10 undecimi.) Angulus igitur qui sub α ε θ, angulo q; sub δ ι ξ, est æqualis.



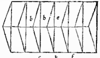
Et quoniã binæ α β, β ε, duabus δ γ, γ ζ, sunt æquales, & angulus qui sub α β ε, angulo qui sub δ γ ζ est æqualis, basis igitur α ε (per 4 primi) basi δ ζ, est æqualis, & triangulũ α β ε triãgulo δ γ ζ est æquale. Et quoniã ipsius quidẽ α β ε, duplum (per 41 primi) est β κ parallelogrammũ, ipsius uero δ γ ζ duplũ est ipsum γ ι parallelogrammũ, æquũ igitur est parallelogrammũ β κ, parallelogrãmo ι γ. Similiter iam ostendemus, quod & α γ ipsi κ ζ est æquale, & α ι ipsi β ζ. Si planũ igitur sub parallelis planis cõprehendatur, quæ ex opposito eius plana, æqualia & parallelogrãma sunt. Quod est propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 25

25 **SI superficies quædam secet solidũ parallelogrammũ æquidistanter duabus ipsius solidi sup̃ficiebus oppositis, duo partialia corpora quæ ad illam secantem superficiem uelut ad cõmunem terminum copulantur, suis basibus sunt proportionalia.**



CAMPANVS. Sit corpus a b, solidũ parallelogrammũ, & secet ipsum sup̃ficies c d æquidistãter duabus eius oppositis superficiebus quæ sunt a e & f b. Et sit superficies g b basis ipsius solidi a b, de qua constat per præmissam q̃ ipsa sit æquidistantiũ laterũ. Et sit cõmunis sectio duarũ superficierũ c d & g b, linea h d, de qua cõstat per 3 huius, q̃ ipsa sit linea recta, & per 16 huius, q̃ ipsa sit æquidistãs g e. Ideoq́ sunt duæ superficies g d & h b æquidistantiũ laterũ, & ipsæ sunt bases duorũ partialiũ corporũ in quæ sup̃ficies c d diuidit solidum a b. Dico itaq; q̃ ꝓportio solidi a d ad solidũ b c, est sicut basis g d ad basin h b. Protrahantur enim utrinq; quantũ libuerit, quatuor lineæ penetrãtes superficiẽ c d super eius angulos, & ipsæ sunt a f & e b cum duabus reliquis sibi æquidistãtibus. Sumãturq́ ex eis omnibus portiones ex parte puncti b, quot libuerit, quæ ponãtur singulæ æquales lineæ b d, & ex parte puncti e, aliæ similiter quot libuerit, quæ ponantur æquales lineæ e d. Super quas utrinq; constituantur solida parallelogrãma secũdum longitudinũ exigentiã, sintq́ ex parte puncti b, solida f k & l m, & ex parte pũcti e, solida a n & p q. Eritq́ ex diffinitiõe corporũ æqualiũ atq; similiũ, unũquodq; solidorũ f k & l m æquale solido c d, & unũquodq; a n & p q æquale a d. Fiat igitur argumentũ quemadmodũ in prima sexti. Est enim solidũ c m ita multiplex solidi b c, sicut basis h m, basis h b, & solidũ q c ita multiplex solidi a d, sicut basis q h, basis g d. Et si basis h m est æqualis basi q h, solidum c m est æquale solido q c ex diffinitione corporũ æqualiũ atq; similiũ, & si basis est minor basi, & solidũ est minus solido, & si maior, maius, quod patet ex diffinitiõe eadẽ, resecata maiori basi ad æqualitatẽ minoris, & descripto super eam solido parallelogrãmo. Itaq; ex diffinitione incõtinue ꝓportionalitatis proportio solidi a d ad solidũ c b, sicut basis g d ad basin h b. Quod est propositũ.

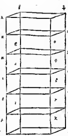


CAMPANVS. Quod si superficies aliqua secet corpus serratile æquidistãter duobus eius triangularibus superficiebus oppositis, duo partialia corpora quæ ad illam secantẽ superficiẽ uelut ad cõmunem terminũ copulantur, suis basibus erũt ꝓportionalia. Sit enim a f corpus serratile, cuius sint duæ trigonæ superficies a b c, d e f. Constat igitur ex diffinitione serratilis unãquamq; trium superficierũ quæ sunt a b d e, b c e f, a c d f, esse parallelogrammũ. Secet igitur superficies g h k, istud serratile æquidistãter duabus eius oppositis superficiebus quæ sunt a b c, d e f. Dico q̃ proportio serratilis a k ad serratile g f, est sicut basis a k ad basin g f. Quod sicut de solidis parallelogrãmis, ꝓbatur. Protractis enim in utranq; partẽ lineis a d, b e, c f, factisq́ inter eas ex parte pũcti e serratilibus æqualibus serratili g f, & ex parte pũcti b aliis æqualibus serratili a k utrinq; quotuis numero, ex diffinitione incõtinuæ ꝓportionalitatis (si cuncta uigili mente perlustres) nõ erit tibi difficile cõcludere q̃d diximus. Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propositio 25

25 **Si solidum parallelepipedũ plano secetur, parallelo existente eis quæ ex opposito planis, erit sicut basis ad basin sic solidum ad solidum.**

THEON ex Zãb. *Solidũ, inquã, parallelepipedũ α β γ δ secetur à plano υ ι parallelo existẽte eis quæ ex opposito planis scilicet ipsis ρ α & δ β. Dico q̃d est sicut α ι ζ η basis ad ι θ γ ζ basin, sic est α β ζ υ solidũ ad ι υ γ δ solidũ.*

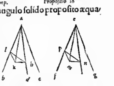
Extendatur



Extēdatur enī α ι ex utraq; parte, ponanturq; ipsi quidē ι θ æquales quotcunq;, θ μ, μ ν, ipsi autē α ι æquales, κ α, κ λ, cōpleanturq; ipsa λ ο, κ φ, θ χ, μ σ, parallelogrāma, & ipsa λ π, κ ρ, δ μ, μ τ, solida. Et quoniā ipsæ λ κ, κ α, α ι, rectæ lineæ inuicē sunt æquales, æqualia quoq; sunt ipsa λ ο, κ φ, α ξ, parallelogrāma sibyinuicē (per 1 sexti,) & ipsa quoq; α ξ, κ ζ, α κ, sibi inuicē (p eandē) sunt æqualia. Et similiter ipsa λ ψ, κ π, α ρ, sibi inuicē (per 24 undecimi) sunt æqualia, ex opposito enim. Idq; propterea etiā ipsa quidem ι τ, θ χ, μ σ, parallelogrāma adinuicē sunt æqualia (per 1 sexti,) ipsa quoq; θ υ, θ ι, ι υ, sibi inuicem (per eandē) sunt æ qualia. Et insuper ipsa δ θ, μ ω, ν τ, (per 24 undecimi) sunt æqualia (ex opposito enim.) Tria igitur plana ipsorū λ π, κ ρ, α υ, solidorū, tribus reliquorū planis sunt æqualia (idq; propterea & ipsorū ι δ, δ μ, μ τ, solidorū) Sed tria, tribus quæ ex opposito (per 24 undecimi) sunt æqualia. Ipsa igitur tria solida λ π, κ ρ, α υ, inuicē sunt æqualia (per 8 undecimi diffinitionē) id propterea etiā tria solida ι δ, δ μ, μ θ, inuicē sunt æqualia. Quotuplex igitur est λ ζ basis ipsius α ζ basis, totuplex est & λ υ solidū ipsius α υ solidi, & iam id propterea quotuplex est ν ζ basis ipsius ζ θ basis, totuplex est & ν υ solidū ipsius θ υ solidi, & si æqualis est λ ζ basis ipsi ν ζ basi, æquū est & λ υ solidū ipsi ν υ solido, & si excedit λ ζ basis ipsam ν ζ basin, excedit quoq; ipsam λ υ solidū ipsum ν υ solidū, & si deficit, deficit (per 1 & 14 quinti.) Quatuor iam existentibus magnitudinibus, binis quidē basibus α ζ, ζ θ, duobus autē solidis α υ, υ θ, assumūtur æque multiplicia, ipsius quidē α ζ basis & α υ solidi, ipsa λ ζ basis & λ υ solidū, ipsius autē θ ζ basis & θ υ solidi, ipsa ν ζ basis & ipsum ν υ solidū. Ostēsumq; est, quod si λ ζ basis excedit basin ν ζ, excedit quoq; & λ υ solidū, ipsum ν υ solidum, & si æquale, æquale, & si deficit, deficit (per diffinitionē 6 quinti.) In eadē autē ratione magnitudines esse dicūtur, & reliqua. Est igitur sicut α ζ basis ad ι θ basim, sic est α υ solidum ad θ υ solidum. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 26

26 Vper datum punctū datæ lineæ, angulo solido proposito æqualem angulū solidum constituere.

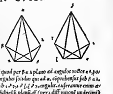


CAMPANVS. Solidus angulus propositus sit a, qui contineatur tribus lineis a b, a c, a d, tres superficiales angulos ipsum solidum perficientes continētibus, cui super punctū e lineæ e f propositæ quæ ad libitū proponentis iaceat aut in sublimi consurgat, iubemur æqualē angulum solidum constituere. Qualiscunq; sit situs lineæ e f, a puncto g ubicunq; uolueris signato, producito lineā g e, eruntq; (ex 2 huius) duæ lineæ e f & g e, in superficie una. In hac itaq; superficie super punctū e datū in assignata linea secundum consiliū 23 primi constitue angulū æqualē angulo b a c, & ipsæ sit f e g, dehinc ex linea a d abscinde lineā a h sicut uolueris, & a pūcto h producito perpendicularē h k ad superficiē in qua sunt duæ lineæ a b & a c. Quod qualiter faciendum sit, 11 huius docuit. Nec sit igitur tibi cura de puncto k. Nihil enim refert, utrum perpēdicularis h k occurrat superficiei in qua sunt duæ lineæ a b & a c, inter ipsas lineas, aut extra aut in earū altera, ducito tamen lineā a k. Positoq; puncto in linea a b ubicunq; uolueris, protrahe lineas k l & l h, & pone angulū f e m in superficie linearū e f & e g, æqualē angulo b a k, & lineā e m æqualē lineæ a k. & ex linea e f, sume lineā e p æqualē lineæ a l, & a puncto m educ lineā m n perpendicularē ad superficiē in qua sunt duæ lineæ e f & e g, & pone eam æqualē h k, & protrahe lineas e n, n p, & p m. Dico igitur tres lineas e f, e g, e n, continere angulū solidū in pūcto e, æqualē angulo a proposito. Cum sint enim ex hypothesi duo latera a k & k h, trianguli a k h æqualia duobus lateribus e m & m n trianguli e m n, & anguli qui sunt ad k & ad m recti ex diffinitione lineæ perpēdiculariter erectæ supra superficiē, erunt ex 4 primi duæ lineæ a h & e n, æquales, per eandem quoq; erunt duæ lineæ k l & m p, æquales: ideoq; etiā per eandē h l & n p æquales, cum sint h k & k l æquales m n & m p, & anguli h k l & m n p, recti per 8 igitur primi, erit angulus n e p, æqualis angulo h a l. Simili quoq; modo probabis, angulū g e n esse æqualē angulo c a d. Constat itaq; nos effecisse quod uolumus. Huic si studiosus insisteris, quotcunq; lateribus solidus angulus propositus cōtineatur, quod a te petitur sine offendiculo perficere poteris.

Eucli. ex Zamb. Problema 4 Propositio 26

26 Ad datam rectam lineam, ad signumq; in ea, dato solido angulo æquū solidum angulum constituere.

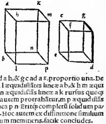
THEON



THEON ex Zamb. Sit quidẽ data recta linea αβ, datumq́; in ea signũ sit α, datus angulus solidus sit qui ad δ, cõprehẽsus sub εδγ, εδζ, ζδγ, angulis planis. Oportet iam ad ipsam αβ rectã lineã, & ad signũ in ea α, ei qui ad δ solido angulo æquũ solidũ angulũ cõstituere. Sumatur in ipsa δζ, cõtingens signũ ζ, excitetur q́; (per 14 undecimi) ab ipso ζ, ad id quod per εδ, δγ, planũ perpẽdicularis ζη, & occurrat plano in η, cõnectatur q́; δη, cõstituatur q́; (per 23 primi) ad ipsam αβ, & ad signũ in ea α, ei qui sub εδγ angulo æqualis angulus qui sub βαλ, ei aũt qui sub εδη, æqualis qui sub βακ, ponatur q́; (per 2 primi) ipsi δη æqualis ακ, constituatur q́; (per 19 undecimi) ab ipso κ signo, ei quod per βαλ plano ad angulos rectos κθ, ponatur q́; (per 2 primi) κθ ipsi ηζ æqualis, cõnectatur q́; θα. Dico quod angulus solidus qui ad α, cõprehensus sub βαλ, βαθ, θαλ, angulis, æquus est ei qui ad δ solido angulo, cõprehenso sub εδγ, εδζ, ζδγ, angulis. Auferantur enim æquales αβ, δε, cõnectantur q́; θβ, κβ, ζε, εη. Et quoniã ζη recta est ad subiectũ planũ, & (per 2 diffinitionẽ undecimi) ad omnes igitur tangẽtes eã rectas lineas & in subiecto existẽtes plano rectos efficiet angulos. Rectus est igitur uterq́; ipsorũ qui sub ζηδ, ζηε, angulorũ, & iam id propterea uterq́; ipsorũ θκα, θκβ, angulorũ, rectus est. Et quoniã binæ κα, αβ, duabus ηδ, δε, sunt æquales altera alteri, & æquales cõprehendunt angulos, basis igitur κβ (per 4 primi) basi ηε est æqualis. Est autẽ & κθ ipsi ηζ æqualis, & rectos cõprehendunt angulos: æqualis igitur est & βθ, ipsi ζε. Rursus quoniã duæ ακ, κθ, duabus δη, ηζ, sunt æquales, & rectos angulos cõprehendunt, basis igitur αθ (per 4 primi) ipsi δζ est æqualis. Est autẽ & αβ, ipsi δε æqualis, binæ igitur θα, αβ, duabus ζδ, δε, sunt æquales, & basis θβ, ipsi ζε est æqualis. Angulus igitur qui sub βαθ, (per 8 primi) angulo qui sub εδζ est æqualis. Iam id propterea & qui sub θαλ ei qui sub ζδγ est æqualis. Quoniã si assumamus æquales αλ, δγ, cõnectamusq́; ipsas κλ, θλ, ηγ, ζγ, quoniã totus qui sub βαλ, toti qui sub εδγ est æqualis, quorũ qui sub βακ, ei qui sub εδη supponitur æqualis, reliquus igitur qui sub καλ, reliquo qui sub ηδγ est æqualis. Et quoniã binæ κα, αλ, duabus ηδ, δγ, sunt æquales, & rectos cõprehendunt angulos, basis igitur κλ (per 4 primi) basi ηγ est æqualis. Est aũt & κθ, ipsi ηζ æqualis, binæ iam λκ, κθ, binis γη, ηζ, sunt æquales, & angulos rectos cõprehendunt: basis igitur θλ (per 4 primi) basi ζγ est æqualis. Et quoniã binæ θα, αλ, duabus ζδ, δγ, sunt æquales, & basis θλ basi ζγ est æqualis, & angulus igitur qui sub θαλ (per 8 primi) angulo qui sub ζδγ est æqualis. Est aũt & qui sub βαλ, ei qui sub εδγ æqualis. Ad datam igitur rectã lineã αβ, ad datumq́; in ea signum α, dato angulo solido qui ad δ æqualis angulus solidus constitutus est. Quod erat agendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 27

27 SVper assignatam lineam, dato solido æquidistantiũ superficierũ simile solidum constituere.

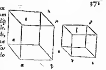


CAMPANVS. Sit assignata linea a b, d e cuius situ utrũ in plano iaceat uel sursum exurgat, nil curetur, sitq́; assignatũ parallelogrammũ solidum, corpus c d, cui super lineam a b, iubemur simile solidum fabricare. Sint igitur tres lineæ continentes supficiales angulos, ex qbus cõponitur solidus angulus c, inscriptæ literis c e, c f, c g. At secundũ præcepta præmissæ super punctũ a lineæ a b, cõstituatur angulus solidus æqualis c, quem contineãt tres lineæ a b, a h a k, & auxilio 10 sexti sit proportio c e ad a b, & e f ad a h, & g c ad a k, proportio una. De hinc a tribus punctis b, h, k, ptrahantur sex lineæ h l æquidistãtes lineæ a b, & h m æquidistans lineæ a k, iterũ b l æquidistãs lineæ a h, & b n æquidistãs lineæ a k rursus quoq́; k n æquidistãs a b & k m æquidistans a h, amplius autem protrahãtur, m p æquidistãs h l, & p l æquidistans h m, protrahatur quoq́; & linea p n. Eritq́; completũ solidum parallelogrammũ a p, quod dico esse simile solido c d. Hoc autem ex diffinitione similium superficierũ & diffinitione similium corporũ si earum memineris, facile concludes.

Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propositio 27

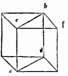
27 Ex data recta linea, dato solido parallelepipedo simile & similiter positum solidum parallelepipedum describere.

THEON ex Zamb. Esto quidem data recta linea αβ, datum autem solidum parallelepipedũ esto γδ. Oportet iam ex data recta linea αβ, ipsi γδ solido parallelepipedo dato simile similiterq́; positũ solidũ parallelepipedũ describere. Constituatur enim (per 26 undecimi) ad ipsam αβ rectam lineã, ad signumq́; in ea α, ei qui ad γ solido angulo æqualis qui sub βαθ, θακ, καβ, cõprehẽditur ut æqualis sit qui sub βαθ ei qui sub εγζ, qui uero sub βακ ei qui sub εγη, & insuper qui sub καβ ei qui sub ηγζ. Fiatq́; sicut εγ ad γη, sic βα ad ακ, sicut aũt ηγ ad γζ, sic κα ad αθ, & ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut εγ ad γζ, sic βα ad αθ. Cõpleaturq́; ipsum θβ parallelogrammũ, & ipsum αλ solidum. Et dum. Et quoniā est sicut ι γ ad γ κ, sic β α ad α κ, & quæ circū æquos angulos qui sub ι γ κ, β α κ, latera sunt proportionalia, igitur parallelogrammum κ ι ipsi κ ε parallelogrammo est simile (per diffinitionē sexti) Idq; propterea & κ θ parallelogrammū ipsi κ ζ parallelogrammo est simile, & insuper ipsum ζ ι ipsi θ ε. Tria igitur parallelogrāma ipsius γ δ solidi, tribus parallelogrāmis ipsius α λ solidi sunt similia. Sed tria, tribus quæ ex opposito æqualia & similia sunt. Totum igitur γ δ solidum, toti α λ solido simile est. A data igitur recta linea α β, dato solido parallelepipedo γ δ simile & similiter positum descriptū est α λ. Quod fecisse oportuit.



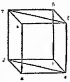
Eucli. ex Camp. Propositio 28

28 SI superficies aliqua solidum parallelogrammū super duas quaslibet oppositas superficies eius terminales & super earum duas diametros secet, eandem supeficiem corpus illud per æqualia secare necesse est. CAMPANVS. Sit corpus a b solidum parallelogrammū, de quo sit positum q superficies a b c d secet ipsum super diametros duarum superficierū oppositarū ipsum terminantiū quæ sint a d & c b. Dico quod ipsa diuidit istud solidum propositū, per æqualia. Constat enim q ipsa diuidit illud solidum in duo serratilia, quorū superficies quadrilateras binas & binas adinuicē relatas secūdum q ipsæ sunt opposita latera solidi propositi. manifestum est ex 24 huius esse æquales, cum solidum de quo loquimur, positum sit esse parallelogrammū. Ex eadem quoq; & 41 primi constat, trilateras supficies dictorū serratiliū esse æquales. igitur a diffinitiōe solidorū æqualiū, liquet q̄d ꝓpositū est.



Eucli. ex Zamb. Problema 25 Propositio 28

28 Si solidum parallelepipedum plano secetur per diagonios eorum quæ ex opposito planorū, ipsum solidum secabitur ab ipso plano bifariam.

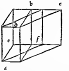


THEON ex Zamberto. *Solidum enim parallelepipedum α β, plano γ δ ι ζ secetur per diagonios eorum quæ ex opposito planorum γ ζ, δ ι. Dico quod ipsum α β solidum, ab ipso γ δ ι ζ plano bifariam secabitur. Quoniam enim (per 34 primi) γ η ζ triangulum æquum est triangulo γ β ζ, & triangulum α δ ι ipsi δ ι θ, est autem γ α parallelogrammum ipsi β ι æquale, ex opposito enim, η ζ sum autem η ι ipsi γ θ, & (per 21 undecimi) prisma igitur comprehensum sub duobus triangulis γ η ζ, α δ ι, & tribus parallelogrammis, hoc est η ι, α γ, γ ι, æquum est prismati comprehenso sub duobus triangulis γ ζ β, δ ι θ, & tribus parallelogrammis, hoc est γ θ, β ι, γ ι. Sub æqualibus enim planis & multitudine & magnitudine comprehenduntur (per diffinitionem undecimi.) Quare totum α β solidum bifariam scinditur ab ipso γ δ, ι ζ, plano. Quod erat ostendendum.*

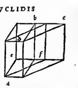
ZAMBERTVS. *Diagonius, linea recta est quæ in figuris angularibus ab uno angulo insurgit, & sese in alium extendit angulum. Vt in hac figura patet.*

Eucli. ex Camp. Propositio 29

29 CVncta solida æquidistantiū superficietū æquealta atq; in eadem basi super unam lineam cōstituta, probātur esse æqualia.

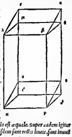


CAMPANVS. Verum est quod solida æquidistantiū laterum æque alta, siue inter superficies æquidistantes super unam & eadem basin constituta sunt adinuicem æqualia, sicut de superficiebus æquidistantium laterum super unam basin & inter lineas æquidistantes constitutis in 35 primi demonstratum est. Sed talium solidorū quædam dicūtur constitui super lineam unam, & sunt illa quorum supremarū superficierum duo opposita latera sunt secundum rectitudinem protracta, linea una, & de talibus hæc 29 proponit demon-



demonſtrandum, ipſa omnia eſſe æqualia adinuicem. Sunt autem corū alia quæ non dicūtur conſtituta ſuper lineam unam, & ſunt illa quorum ſupremarū ſuperficierū duo latera oppoſita quæcunq; ſumantur ſecūdum rectitudinem protracta, non ſunt linea una, & de talibus ſequens demonſtrandum proponet, ipſa quoq; omnia eſſe adinuicē æqualia. Sint itaq; duo ſolida parallelogrāma æque alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtantes a b & a c, conſtituta ſuper unam baſin quæ ſit a d, quorū ſupremæ ſuperficies ſunt e b & b c, ſintq; harum ſupremarū ſuperficierū duo latera oppoſita, cum ſecundum rectitudinē protrahantur, linea una, & ipſa ſunt c f & b c. Dico itaq; quod ſolida a b & a c, ſunt æqualia. Hoc autem (ſi figura eius ſecundum quod oportet, actu uel cogitatione fabricaueris, & quemadmodū in 35 primi proceſſeris, idem faciens hic de ſerratilibus quod ibi de triangulis) facile cōcludere poteris, occurruntq; tibi hic eædem diuerſitates in ſolidis, quæ ibi in ſuperficiebus occurriſſe nouiſti.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propoſitio 29*

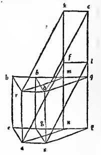


19 Super eadem baſi & ſub eadem altitudine ſolida parallellepipeda conſiſtentia, quorum ſtantes ſuper eiſdem ſunt rectis lineis, inuicem ſunt æqualia.

THEON *ex Zamb.* *Sint ſuper eadem baſi α β, ſolida parallelepipeda γ μ, γ ν, ſub eadem altitudine, quorum ſtantes, hoc eſt α ζ, α η, λ μ, λ ν, γ δ, γ ε, β θ, & β κ, ſuper eiſdem ſint rectis lineis ipſi ζ ν δ κ plano.* Dico quod ſolidum γ μ, æquum eſt ipſi γ ν ſolido. Quoniam enim parallelogrammū eſt utrunq; ipſorū γ θ, γ κ, æqualis eſt (per 34 primi) γ β utriq; ipſarū δ θ, ε κ. Quare & δ θ, ipſi ε κ eſt æqualis. Cōmunis auferatur ε θ, reliqua igitur δ ε, reliquæ θ κ eſt æqualis. Quare & ipſum quidem δ γ ε triangulū ipſi θ ε β triangulo eſt æquale, & δ κ parallelogrammū ipſi θ ν parallelogrāmo, & id propterea triangulū α η ζ, triangulo μ λ ν eſt æquale. Eſt autem & ipſum quidē γ ζ parallelogrammū, ipſi β μ parallelogrāmo æquum, & γ η, ipſi β ν, ex oppoſito nanq;. Igitur & priſma cōprehenſum ſub duobus quidem triāgulis ζ α η, δ γ ε, tribusq; parallelogrāmis α δ, δ η, γ η, æquū eſt priſmati cōprehenſo ſub duobus quidē triangulis μ λ ν, θ β κ, & tribus parallelogrāmis, hoc eſt β μ, ν θ, β ν. Commune apponatur ſolidū, cuius baſis quidem ſit parallelogrammū α β, ex oppoſito autē η ε θ μ. Totum igitur γ μ ſolidum parallelepipedū, toti γ ν ſolido parallelepipedo eſt æquale. Super eadem igitur baſi exiſtētia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, quorū ſtantes ſuper eiſdem ſunt rectis lineis, ſunt inuicē æqualia. Quod oportuit oſtendere.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 30

20 CVncta ſolida æquidiſtantium ſuperficierū æque alta, quæ in eadem baſi non autem ſuper unam lineam fuerint cōſtituta, probantur eſſe æqualia.



CAMPANVS. Sint nūc duo ſolida parallelogrāma æque alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtantes, ſintq; ſuper unam & eandem baſin, ſed non ſuper lineā unam conſtituta. Dico iterum ea eſſe æqualia. Eſto enim duo ſolida parallelogrāma a b & a c æque alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtantes, cōſtituta ſuper unam baſin quæ ſit a d, ſed non ſuper unam lineam, ſintq; eorū ſupremæ ſuperficies e b & f c, quarum oppoſita latera ſecundum rectitudinem protracta, non erunt linea una. Cumq; ipſa ex hypotheſi ſint in una ſupficie eo q̄ ſolida propoſita ſunt inter ſuperficies æquidiſtantes, neceſſe eſt ut duo latera unius earum protracta ſecundum

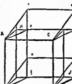
secundum rectitudinem, secent duo alterius earum protracta secũdum rectitudinem. Protrabantur itaque duo opposita latera superficiei e b, quæ sint e g & h b, & duo opposita superficiei f c, quæ sint k f & c l, & secent super quatuor puncta m, n, p, q, eritque superficies m n p q, æquidistantium laterum æqualis unicuique trium superficierum, quarum una est basis propositis solidis communis, & ipsa est a d, & duæ reliquæ sunt supremæ superficies eorundem solidorum, & ipsæ sunt e b & c f. Ductis itaque lineis a quatuor punctis m, n, p, q, ad quatuor angulos basis a d sibi secundũ directam habitudinem relatos, quæ sint n a, m r, p s, q d, perfectum erit solidum parallelogrammũ a q in eadem basi cum utroque duorũ priorũ, & æque altum, & super lineã unã cũ utroque ipsorum. Per præmissam igitur utrunlibet duorum solidorum propositorũ quæ sunt a b & a c, est æquale solido a q, per conceptionem ergo est solidum a b, æquale solido a c. Quare cõstat propositum.

·CAMPANVS Potes quoque cõuersas huius & præmissæ probare si libet, ducendo ad impossibile. Pones enim quælibet duo solida parallelogramma esse æqualia & constituta super eandem basin æquidistantia, & demonstrabis ea esse æque alta. Eruntque hæc & præmissa, tuæ demonstrationis medium. Impossibile autem ad quod duces, erit partem suo toti esse æqualem. Quod euidenter patebit, si de illo solido (quod altius esse mentitur aduersarius, cum tamen ambo posita sint æqualia & super eandem basin constituta) unum solidum parallelogrammum æque altum demissiori abscideris. Hoc aũt abscisum æquale esse demissiori cõuinces ex hac & præmissa, ideoque & toti illi a quo ipsum abscideris ex communi scientia.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25 Propositio 30

30 Super eadem basi existentia solida parallelepipeda & sub eadẽ altitudine, quorũ stantes nõ sunt super eisdẽ rectis lineis, inuicem sunt æqualia.

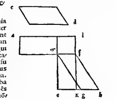
THEON ex Zamb. *Sint super eadem basi α β solida parallelepipeda γ μ, γ ν, sub eadẽ altitudine, quorũ stantes α ξ, α ν, λ μ, λ ν, γ δ, γ ι, ς θ, β κ, non sint super eisdẽ rectis lineis. Dico quod solidum γ μ, æquũ est ipsi γ ν solido. Extendãtur, inquam, ipsæ ν κ, κ ι, insuper & ipsæ μ θ, ξ δ, concurrantq; adinuicẽ in ο, ρ, π, ξ, signis, connectanturq; α ξ, λ ο, γ π, β ρ. Aequum iam est (per 29 undecimi) ipsum γ μ solidum, cuius basis est α γ ς λ, parallelogrammum: ex opposito uero ξ δ ς μ, ipsi γ ο solido, cuius quidem basis α γ ς λ, parallelogrammum, ex opposito autem ξ π ρ ο, super eadem enim basi sunt α γ ς λ, quorum stantes α ξ, α ξ, λ μ, λ ο, γ δ, γ π, β θ, ς ρ, super eisdem sunt rectis lineis ξ π, μ ρ. Sed solidum γ ο, cuius basis quidem est α γ β λ parallelogrammũ, ex opposito autem ξ π ρ ο, æquum est ipsi γ ν solido, cuius basis quidem α γ ς λ, parallelogrammum, ex opposito autem κ ι κ ν, super enim eadem sunt basi α γ ς λ, & ipsorum stantes α κ, α ξ, γ ι, γ π, λ ν, λ ο, β κ, ς ρ, super eisdem sunt rectis lineis ν ξ, π κ. Quare & γ μ solidum, æquum est ipsi γ ν solido. Super æqualibus igitur basibus existentia solida parallelepipeda & sub eadẽ altitudine quorum stantes non sunt super eisdem rectis lineis, sunt inuicem æqualia. Quod erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 31

31 Solida æquidistantium superficierum in basibus æquis constituta, si fuerint æque alta, lineæque eorum angulares supra bases orthogonaliter steterint, erunt æqualia.

CAMPANVS Et hoc quoque uerum est q̃d omnia solida parallelogramma in æquis basibus atque inter superficies æquidistãtes, siue æque alta cõstituta sunt adinuicem æqualia, sicut de superficiebus æquidistantium laterũ super æquales bases & inter lineas æquidistantes constitutis in 36 primi probatum est. At talium solidorum, alia sunt quorum angulares lineæ super suas bases ortbogonaliter eriguntur, de quibus hæc 31 proponit demonstrãdum esse ea esse æqualia. Alia uero sunt quorum angulares lineæ super suas bases nõ sunt ortbogonaliter erectæ, de quibus sequẽs



demonstrandum proponit ea esse æqualia, Intelligantur itaq; super duas bases a b & c d, quæ sint æquales & æquidistantiũ laterum nõ tamẽ unius creationis, sed sit a b tetragonus lõgus & c d similis helmuayn, duo solida æquidistantium laterum constituta æque alta, sintq; lineæ erectæ super angulos propositarum basium, perpẽdiculares ad ipsas. Dico hæc duo solida adinuicẽ esse æqualia. Protrahantur itaque duo latera basis a b, & sint illa quæ cõtinent angulũ b usque ad f & e, & fiat angulus f b g, æqualis angulo c basis c d & sumãtur duæ lineæ b f & b g æquales duobus lateribus basis, quæ cõtinent, angulũ c & perficiatur superficies æquidistãtiũ laterũ b h, quæ erit æqualis & similis basi c d. Deinde protrahatur h e æquidistans b f, & f k æquidistans b e, eritq; quadrilatera superficies b k æquidistãtiũ laterum, æqualis b h ex 5 primi. Cũq; b h sit æqualis c d, erit per conceptionẽ b k æqualis a b. Cõpleatur itaq; superficies æquidistantiũ laterũ b l, protracta linea k f quousq; concurrat cum uno ex lateribus continentibus angulũ a in puncto l. Age ergo super tres superficies æquidistantium laterũ quæ sunt b h, b k, b l, cõstituãtur æque alta solida solido cõstituto super basin a b, sintq; lineæ omnium solidorũ istorum erectæ super bases perpẽdicularis ad ipsas & appellẽtur bases, & solida super eas constituta eisdem nominibus. Manifestum est ergo ex diffinitione solidorum æqualiũ atq; similiũ, quod duo solida b h & c d, æqualia atq; similia sunt, de solidis autem b k & b k, cõstat ex 19 quod ipsa sunt æqualia, sunt enim eque alta & constituta super unam & eandẽ basin & ipsa est superficies erecta super lineam b f & super lineam unã, est autem per 25 proportio solidi a b ad solidum b l, sicut basis a b ad basin b l, & per eandem solidi b k, ad solidum b l, sicut basis b k ad basin b l. Cumq; sit utriusq; duarũ basiũ a b & b k ad basin b l una ꝓportio (ex pria parte 7 q̃nti) erit utriusq; duorum solidorũ a b & b k ad solidũ b l proportio una, igitur ex prima parte nonæ quinti erunt duo solida a b & b k æqualia. At quia solidum b k est æquale solido b h, solidũq; b h solido c d, sequitur ex communi scientia solidum a b esse æquale solido c d. Quod est propositum.

32 **S**I solida æquidistantium superficierũ in æquis basibus constituta æque alta fuerint, lineæ autem angulares supra bases orthogonaliter non steterint, ipsa esse æqualia necesse est.

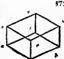
CAMPANVS Fabricatis duobus corporibus, ut proponitur, uidelicet quæ sint æquidistantium terminorum & æque alta & super bases æquas perpendiculariter, nõ autẽ super bases suas erecta sed ambo super eas inclinata, si autem a quatuor angulis supremarum superficierum ipsorum ad bases suas perpendiculares ducantur quæ ex sexta erunt singulæ æquidistantes & etiam ex hypothesi singulæ singulis æquales (ipsæ enim solidorum propositorum altitudinem diffiniunt) & si inter eas solida æquidistantium laterum perficiantur, constabit ex præmissa hæc duo solida ultimo cõstituta esse adinuicem æqualia. Cũq; duorum priorũ & duorũ posteriorũ sint eædẽ bases, uidelicet eorum superficies supremæ, cõstat ex 19 uel 31 & hac cõmuni scientia, quæcũq; æqualibus sunt æqualia sibi inuicem sunt æqualia, uerum esse quod propositum est. Ex his potes cõuersas huius & præmissæ eisdem mediantibus indirecte demonstrare si libet, eodem modo & ad idem inconueniens sicut in conuersis duarum istas antecedentiũ deducendo. pones enim duo solida parallelogramma esse æqualia & super æquales bases, & conuinces ea esse æque alta, uel pones ea esse ea æque alta & æqualia, & conuinces ea esse super bases æquales.

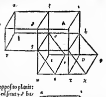
Eucli ex Zãb. Theorema 26 Propositio 31

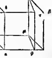
31 **Super æqualibus basibus solida parallelepida existentia, & sub eadem altitudine, inuicem sunt æqualia.**

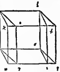
THEON ex Zãb. *Sint super æqualibus basibus α ϐ, γ δ, solida parallelepipeda α ι, & γ ξ, sub eodem fastigio. Dico quod solidũ α ι, æquũ est ipsi γ ξ, solido. Sint primum stantes ipsæ ε κ, ϐ ι, κ λ μ, ο π, δ ζ, γ ξ, & ϛ σ, ad angulos rectos ipsis α ϐ γ δ, basibus, & angulus qui sub α λ ϐ, æqualis non sit angulo qui sub γ ϛ δ. Extendaturq; in rectam lineam γ ϛ, ipsi ϛ τ. Constituaturq; (per 23 primi) ad ipsam ϛ τ rectã lineam, ad signumq; in ea ϛ, ipsi α λ ϐ, angulo æqualis angulus qui sub τ ϛ υ, ponaturq; (per 3 primi,) ipsi quidem α λ, æqualis ϛ τ. ipsi autẽ λ ϐ æqualis ϛ υ, (per 31 primi,) ipsi ϛ τ parallelus excitetur χ υ, compleaturq; basis ϛ χ, & solidũ ψ υ. Et quoniam binæ τ ϛ, ϛ υ, binis α λ, λ ϐ, sunt æquales, & æquos angulos comprehendunt, æquum igitur est & simile ϛ χ, parallelogrãmũ ipsi α ϐ, parallelogrãmo. Et quoniam rursus æqualis est α λ, quidem ipsi ϛ τ, λ μ, uero ipsi ϛ σ, & angulos rectos comprehẽdunt, æquum igitur*

tur & simile est ρ ψ parallelogrammũ ipsi α μ parallelogrãmo. Iam uerò propterea & λ ι, ipsi σ υ, est æquale & simile. Tria igitur parallelogrãma ipsius α ι, solidi, tribus parallelogrãmis ipsius ψ υ, solidi æqua sunt & similia. Sed tria, tribus ijs quæ ex opposito æqua sunt & similia. Totũ igitur solidũ α ι parallelepipedũ, toti ψ υ, solido parallelepipedo æquum est. Extendãtur (per 2 postulatum) ipsæ δ ρ & χ υ, quæ ueniant in congressum in ω, & per τ (per 31 primi) ipsi ρ ω parallelus excitetur τ T, extendaturq́ τ T & ο δ quæ ueniãt in congressum in Λ, cõpleanturq́ ipsa ω ψ, & ρ ι, solida. Aequũ iam est ψ ω, solidum cuius basis quidem est ρ ψ, parallelogrammũ, ex opposito uero ω Π, ipsi ψ υ, solido cuius quidem basis est ρ ψ parallelogrammũ ex opposito uero υ φ. In eadem siquidem sunt basi ρ ψ sub eodẽq́ fastigio, & stantes ρ ω, ρ υ, τ T, τ χ, σ ι, σ ι, ψ Π, & ψ φ, super eisdem sunt rectis lineis ω χ, & ι φ. Sed solidum ψ φ, ipsi α ι, solido æquũ est, & solidũ igitur ψ ω, ipsi α ι solido æquũ est. Quoniã autẽ ipsum ρ υ, χ τ, parallelogrammũ ipsi ω τ parallelogrãmo (per 35 primi) æquũ est, æquũ est autẽ & α β, parallelogrammum ipsi ρ χ, parallelogrammo, æquũ igitur est & ω τ ipsi α β. Aequũ autẽ est & γ δ ipsi α β, æquũ igitur est & ω τ ipsi γ δ. Est autẽ aliud δ τ, est igitur (per 7 quinti,) sicut γ δ, basis ad δ τ basin, sic ω τ basis ad δ τ basin. Et quoniã parallelepipedum γ ι, plano ρ ξ secatur, parallelo existente eis quæ ex opposito planis, est igitur sicut γ δ basis ad δ τ basin, sic γ ξ, solidum ad ρ ι solidum. Idque propterea iam quoniã solidum parallelepipedum ω ι, plano ρ ψ, secatur parallelo existente eis quæ ex opposito planis: est igitur sicut ω τ basis ad Λ τ, basin, sic ω ψ solidũ ad ρ ι solidum. Sed sicut γ δ basis ad δ τ basin, sic ω τ. ad τ δ & sicut igitur (per 11 quinti,) γ ξ, solidũ ad ρ ι solidũ, sic ω ψ solidũ ad ρ ι. Vtrũq; igitur ipsorũ γ ξ, ω ψ, solidorũ, ad ρ ι solidũ eandẽ habet rationẽ. Aequũ igitur est γ ξ solidũ, ipsi ω ψ solido. Sed ostensum est, quod ω ψ, ipsi α ι, æquũ est, & γ ξ, igitur ipsi α ι æquũ est. Non sint iam stantes α η, θ κ, ζ ι, λ μ, γ ν, ο π, δ ξ, ρ σ, ad angulos rectos, ipsis α β, γ δ, basibus. Dico quod rursus solidum α ι, æquum est ipsi γ ξ, solido. Excitentur (per 11 undecimi) ab ipsis η, θ, μ, π, ξ, ν, σ, signis, ad suppositum planum, η ξ, ι τ, θ υ, μ φ, π χ, ξ ψ, ι ω, σ ι, perpendiculares, & connectantur ξ τ, υ φ, ξ υ, τ φ, χ ψ, χ ω, ω ι, ψ ι. Aequũ iam est (per 31 undecimi) η φ, solidũ ipsi π ι solido, in æqualibus siquidẽ sunt basibus η μ, π σ, & sub eodẽ fastigio quorum stantes ad angulos rectos sunt ipsis basibus. Sed ipsum quidẽ η φ solidũ, ipsi α ι, solido (per 30 undecimi) est æquale, & π ι ipsi γ ξ, in eadẽ siquidẽ sunt basi & sub eodem fastigio, quorum stantes non sunt in eisdem rectis lineis. Et α ι solidum igitur, ipsi γ ξ solido æquum est. Super æqualibus igitur basibus existentia solida parallelepipeda & sub eodem fastigio, inuicem sunt æqualia. Quod demonstrare oportebat.





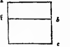




Eucl. ex Camp. Propositio 33

33 OMnia solida æquidistãtium superficierũ. æque alta suis basibus sunt ꝓportiõalia.

CAMPANVS Sint duo solida æquidistantiũ superficierũ æque alta, cõstituta super duas bases a b & c d. Dico quod proportio illorũ duorũ solidorum unius ad alterũ, est sicut proportio suarũ basiũ quæ sunt a b & c d. unius ad alterã. Constat quidẽ ex 24, utrãq; harũ duarũ basium esse æquidistãtium laterũ, duo igitur latera opposita & æquidistantia, in superficie a b protrahantur, & inter ea fiat superficies æquidistantiũ laterum quæ sit f e, æqualis c d. Dehinc supra superficiẽ f e, cõpleatur solidũ parallelogrammũ æque altũ ei quod cõstitutũ est super basin a b. sitq; amborũ cõmunis terminus illa superficies quæ exurgit super lineam b f. hæc autem solida & suæ bases, eisdem nũcupentur nominibus. Quia igitur basis f e est æqualis basi c d. erit ex 31 uel 32 solidũ f e æquale solido c d. At quia totale solidũ a e secat superficies, exur-

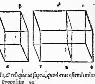


gẽs ſuper lineã b f æquidiſtãter duobus lateribus oppoſitis, erit ex 25 pportio ſolidi f e ad ſolidũ a b, ſicut baſis f e ad baſin a b, Cũq; ſint c d & f e tam baſes quam ſolida æqualia baſes quidem ex hypotheſi, ſolida aũt ex 31 uel 32, ſequitur ex 7 quinti bis aſſumpta ſemel pro baſibus & ſemel pro ſolidis, q; ſolidorũ a b & c d baſiumq; a b & c d ſit proportio una. Quod demõſtrare uolumus. Huius quoq; conuerſam ipſa eadẽ mediãte demonſtrare quemadmodũ cõuerſas præcedentiũ, non eſt difficile. Pones enim duo ſolida parallelogrãma eſſe ſuis baſibus proportionalia, & conuinces ea eſſe æque alta. Abſciſoq; ab eo quod altius mentietur aduerſarius uno ſolido parallelogrãmo æque alto demiſſiori, erunt abſciſum & demiſſius ſuis baſibus proportionalia ex hypotheſi & ex hac 33. Cumq; etiã eſſent totale altius a quo partiale abſcidiſti, & ipſum demiſſius eiſdẽ baſibus proportionalia ex hypotheſi, ſequitur (ex prima parte 9 quinti) totale aduerſarius dicit altius, & partiale quod ab eo abſcidiſti, eſſe æqualia.

Eucl. ex Zamb. Theorema 27 Propoſitio 32

32 Sub eadem altitudine exiſtentia ſolida parallelepipeda, adinuicem ſunt ſicut baſes.

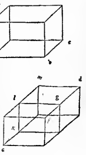
THEON ex Zamb. Sint ſub eadem altitudine ſolida parallelepipeda, αβ, γδ. Dico quod ipſa αβ, γδ, ſolida parallelepipeda adinuicẽ ſunt ſicut baſes hoc eſt quod ſicut αε, baſis ad γζ, baſin, ſic eſt αβ ſolidum ad γδ ſolidum. Prætendatur enim (per 45 primi) ad ipſam ζκ, ipſi αε æquũ ζθ, & à baſi quidẽ ζθ, altitudine autẽ ipſius γδ, ſolidũ parallelepipedũ compleatur κη. Aequum iam eſt (per 31 undecimi) αβ ſolidũ, ipſi κη ſolido, in æqualibus enim ſunt baſibus αε, κθ, & ſub eadem altitudine. Et quoniam ſolidum parallelepipedum γκ, à plano δθ, ſecatur parallelo exiſtenti eis quæ ex oppoſito planis, eſt igitur (per 25 undecimi) ſicut θζ, baſis ad ζγ, baſin, ſic eſt β δ, ad ipſum κδ, ſolidum. Aequalis uero eſt ipſa quidem ζθ, baſis ipſi αε baſi, & κη ſolidum ipſi αβ ſolido, eſt igitur & ſicut αε baſis ad γζ, baſin, ſic αβ ſolidum ad γδ ſolidum. Sub eadem igitur altitudine exiſtentia ſolida parallelepipeda, & reliqua ut ſupra, quod erat oſtendendum.



Eucl. ex Camp. Propoſitio 34

34 SI duo ſolida æquidiſtantium ſuperficierum lineis altitudinum ſuper baſes orthogonaliter erectis fuerint æqualia, eorum baſes eorundem altitudinibus mutuas eſſe. Si uero fuerint duæ baſes ſuis altitudinibus mutuæ, ipſa ſolida ſibi inuicem æqualia eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Quæcunque ſint duo ſolida æquidiſtantium ſuperficierum æqualia, eorum baſes & altitudines neceſſe eſt eſſe mutekeſias, & e conuerſo, quẽadmodũ de ſuperficiebus æquidiſtãtium laterũ æquiangulis 15 ſexti propoſuit. Attamẽ hac 34 iſtud demonſtrãdum proponitur de illis ſolidis parallelogrãmis, in quibus lineæ altitudinum ſuis baſibus parallelogrãmis orthogonaliter inſiſtũt, ea uero quæ ſequitur, proponit idẽ de cæteris. Sint ergo nũc duo ſolida parallelogrãma a b & c d æqualia, quorũ baſes ſint a e & c f. lineæq; altitudinum ipſorum ſint ſuper has baſes orthogonaliter erectæ, & ſit altitudo ſolidi a b. linea e b, & ſolidi c d linea f d. Si igitur fuerint duæ lineæ e b & f d determinãtes ipſorum ſolidorũ altitudines, æquales adinuicem, cũ ipſa quoque ſolida ſint ex hypotheſi æqualia, erũt ex conuerſa 31 baſes eorum quæ ſunt a e & c f, æquales, ideoq; baſes & altitudines erunt mutuæ, ſicq; cõſtabit propoſiti prima pars. Econuerſo cõſtabit ſecunda. Vt ſi altitudines & baſes ſint mutuæ, ponantur altitudines æquales, erunt quoq; baſes æquales: ideoq; per 31 & ſolida æqualia & ſic conſtat ſecunda pars. At uero ſi lineæ



neæ b & f d nõ fuerint æquales, sit f d maior, ex ea resecetur f g ad æqualitatẽ e b, tribusque cæteris lineis quæ sunt altitudinis solidi c d ad eandẽ mẽsurã in pũctis h, k, l, resectis perficiatur solidum parallelogrammum c g æque altum solido a b, eritq́ ex præmissa, a b ad c g, sicut a e ad c f. Cum itaq; c d sit æquale a b, erit (ex prima parte 7 quinti) c d ad c g, sicut a e ad c f. Per præmissam autem est proportio c d ad c g, sicut m f ad f l, quod patet, si una ex lateralibus superficiebus solidi c d (& ipsa sit f m) intelligatur basis ipsius. At (per primã sexti) f m ad f l, sicut d f ad f g, ideoq́ per 7 quinti sicut d f ad b e. Igitur a e ad c f, sicut d f ad b e. Cõstat itaq; prima pars. Secundã partem cũ sit cõuersa primæ, cõuerso modo probabis. sit enim eadẽ dispositiõe manẽte, proportio a e ad c f, sicut d f ad e b. Dico tũc solida a b & c d esse æqualia. Erit enim ex 7 quinti d f ad f g, sicut a e ad c f. Sed ex præmissa est a b ad c g, sicut a e ad c f. Igitur est a b ad c g, sicut d f ad f g. ex prima aũt sexti est d f ad f g, sicut m f, ad f l, & ex præmissa c d ad c g sicut m f ad f l. Itaque c d ad g c, sicut a b ad c g. igitur ex 9 quinti a b & c d sunt æqualia, quod est propositum.

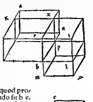
Eucl. ex Camp. Propositio 35

35 SI duo solida æquidistantiũ terminorum fuerint æqualia, corũ bases eorundem altitudinibus erunt mutuæ. Si uero bases suæ altitudinibus suis mutuæ fuerint, quælibet duo corpora æquidistantium superficierum probantur esse æqualia.

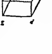
CAMPANVS Quod præmia proposuit de solidis parallelogrãmis quorũ lineæ altitudinũ sup bases suas orthogonaliter exurgũt, hæc 35 ꝓponit indistincte de omnibus. Demõstrare aũt cõuenit hãc ex præmissa, queadmodũ demõstrauim9 31 & 33 Fabricatis enim duobus solidis æquidistãtiũ laterũ quibuscũq;, si lineæ altitudinum suis basibus orthogonaliter insistunt, cõstat uerũ esse qđ dicitur ex præmissa. Sin autẽ à quatuor angularibus punctis supremarũ superficierũ in utroq; solido quaternæ lineæ demittantur perpendiculariter ad bases, uel a pũctis angularibus infimarum superficierum quaternæ erigantur, inter quas duo solida parallelogramma perficiantur æque alta solidis prioribus, erũtq́ ex 29 & 30 hæc duo solida duobus prioribus solidis æqualia. Cum igitur horum & eorum sint eædem bases & eædẽ altitudines, sit autem ex præmissa de posterioribus uerum quod hæc 35 proponit, uerum erit idem etiam de prioribus.

Eucl. ex Camp. Propositio 36

36 SI duo solida æquidistantium superficierũ fuerint similia, proportio erit utriusq; ad alterum tanquã cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius proportio triplicata.



CAMPANVS Sint enim duo solida a b & c d parallelogrãma & similia. Dico ꝙ ꝓportio unius eorum ad alterũ est sicut unius lateris eius ad unũ latus alterius quod sibi refertur, proportio duplicata, queadmodũ duarum superficierum similium proportio est sicut suorum relatiuorũ proportio duplicata, ut in 18 sexti demõstratum est. Nã si solida a b & c d fuerint æqualia, cũ ponantur similia erunt ex diffinitionibus similium corporum & similium superficierum cuncta latera unius æqualia suis relatiuis lateribus alterius. Ideo quecum duarum quãtitatũ æqualium proportio triplicata aut quotieslibet sumpta nõ efficiat nisi æqualitatis proportionẽ, cõstat in hoc casu uerum esse quod proponitur. Si autẽ inæqualia, sit a b maius, cuius lõgitudo sit b e, latitudo e f, altitudo f a, basis e r, & suprema superficies a n, solidi uero c d, sit longitudo d g, latitudo g h, altitudo h c. Constat itaq; ex diffinitiõibus similium corporum & similium superficierum & præsenti hypothesi quod proportio a f ad c h, & f e ad h g, & e b, ad g d, sit proportio una. Sumatur igitur ex linea a f quã manifestum esse maiorem c h, linea f k, æqualis h c, cæteræq́ tres determinantes altitudinem solidi a b, resecentur ad qualitatem eius et



inter eas cõpleatur solidũ parallelogrãmũ k b æque altũ solido c d. Et ꝓtrahãtur duæ lineæ basis e b, usq; ad l, & r b usq; ad m, sitq; b l æqualis g d, & b m æqualis h g & ꝑficiatur supficies æqdistãtiũ laterũ m l, quæ erit æqualis & similis h d. Sup eã igitur erigatur solidũ parallelogrãmũ p q secundũ altitudinẽ præscisam ex altitudine solidi a b, eritq; p q æquale & simile solido c d. Rursusq; inter lineas r b & b l perficiatur superficies æquidistãtiũ laterũ b t, super quã quoq; erigatur solidũ parallelogrãmũ x l æque altũ utriq; duorũ solidorũ k b & p q, replẽdo alterutrũ duorũ angulorũ hiatũ inter e a. Cum aũt duo solida a b, p q sint similia, eo qđ ambo posita sint similia solido c d, corpora uero uni & eidẽ corpori similia inter se sunt similia, ut patet ex diffinitione similiũ corporũ & 20 sexti, manifestũ est ex 25 ter assumpta ꝙ inter duo solida a b & p q, secđm cõtinuã proportiõalitatẽ cadũt duo solida k b & x l. Opportune ergo cõstituta uel cõstructa figura hypothesibusq; memoriæ firme cõmendatis, ex prima sexti facile cõcludes propositũ. Excute torporẽ & diligẽter attende scielq; ex 25 huius proportionẽ solidi a b ad solidũ k b esse sicut superficiei a r ad superficiẽ k r, ideoq; ex prima sexti sicut lineæ a f ad lineã k f, & ꝓportionẽ solidi k b ad solidũ x l sicut superficiei k r ad superficiẽ x t, ideoq; sicut lineæ f r ad lineã r t, & proportionẽ solidi x l ad solidũ p q, sicut superficiei r l ad superficiem l m, ideoq; sicut r b ad lineã b m. Ex hypothesi uero liquet, quod proportio lineæ f r ad lineã r t, & lineæ r b ad lineã b m, est sicut lineæ a f ad lineã k f. Itaq; ex diffinitione proportiõis triplicatæ posita in procœmio quinti, cõstat quod proportio solidi a b ad solidũ p q, ideoq; etiã ad solidum c d, est sicut lineæ a f ad lineam k f triplicata. Et quia linea k f posita est æqualis lineæ c a, patet uerum esse quod dicitur

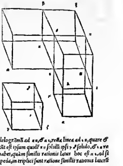
CAMPANVS Scire aũt oportet, quod quicquid per hãc 36 & per septẽ eã cõtinue præcedẽtes demõstratũ est de solidis parallelogrãmis, idẽ quoq; uerũ est de seratilibus quorũ bases cõmuniter sunt trigonæ aut cõmuniter tetragonæ. Hoc autẽ ex 28 & hac 36 & septẽ eã cõtinue præcedẽtibus cõstabit ingenioso inspectori. Si enim fuerint seratilia qualibet æquæ alta super eãdẽ basin uel super bases æquales, cõiter tñ trigonas aut cõiter tetragonas, cũ ipsa sint dimidia solidorũ parallelogrãmorũ suarũ altitudinũ ex 28, ipsa erũt æqualia ex 29 & tribus eã sequẽtibus. ex his enim cõstat, solida parallelogrãma ipsis seratilibus dupla, esse æqualia. Similiter quoq; si fuerint duo seratilia super bases cõiter trigonas aut cõiter tetragonas æque alta, ipsa erunt suis basibus proportionalia quẽadmodũ de solidis parallelogrãmis ex 33 habetur. Ipsa enim sũt ex 28 dimidia solidorũ parallelogrãmorũ suæ altitudinis, solidorũ aũt parallelogrãmorũ suæ altitudinis suarũq; basiũ est una ꝓportio ex 33. Cũ itaq; sit solidorũ parallelogrãmorũ proportio sicut seratiliũ (quia sicut simplũ ad simplum, sic duplũ ad duplũ ex 15 quinti, atque basium solidorũ parallelogrãmorũ est proportio sicut basiũ seratiliũ (Aut enim eædem erũt bases seratiliũ & solidorũ parallelogrãmorũ, & hoc quidẽ erit cũ bases seratiliũ fuerint tetragonæ. tũc enim ex seratilibus super easdẽ bases erũt solida parallelogrãma cõplenda. Aut bases seratiliũ erunt sub duplæ ad bases solidorũ parallelogrãmorũ, & hoc quidẽ erit cum bases seratiliũ fuerĩt cõiter trigonæ, tũc enim erũt ex seratilibus solida parallelogrãma cõplẽda adiũctis ad bases seratiliũ superficiebus trigonis, ut fiant bases seratiliũ cũ trigonis adiunctis superficiebus, superficies æquidistãtiũ laterũ) sequetur ut sit proportio seratiliũ sicut suarum basiũ. Eodẽq; modo si seratilia fuerint æqualia, fuerintq; cõiter super bases trigonas uel cõiter super bases eorum altitudinibus ipsorum mutuæ erunt. Quod si bases eorũ suis altitudinibus fuerint mutuæ, ipsa seratilia erunt æqualia quẽadmodum de solidis parallelogrammis 34 & 35 proponunt. Hoc autẽ facile patet ex ijs quæ dcta sunt in 35. Si uero seratilia fuerĩt adinuicẽ similia, erit proportio unius ad alterum sicut proportio lateris unius ad suũ reliquũ latus alterius ꝓportio triplicata, quẽadmodum de solidis parallelogrãmis 36 ꝓponit. Quod ex eadẽ 36 facile tibi patebit. si ex illis seratilibus similibus solidis parallelogrãmis cõpletis solida ipsa probaueris esse similia. Quod ex diffinitiõe similiũ corporum & similium superficierum, & hoc quod seratilia ponuntur adinuicem similia, ex 34 primi leue est negociari. Euch. ex Zamb. Theorema 28 Propositio 33

Si sĩa solida parallelepipeda, adiuicẽ in triplici rõne sũt eiusdẽ rõnis late⁊

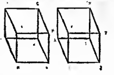
33 THEON ex Zãb. Sint similia solida parallelepipeda α β, γ δ, similis aũt rõnis esto α ε ipsi γ ζ. Dico quod solidũ α β ad γ δ solidũ triplicẽ habet rõnẽ, quã α ε ad γ ζ. Extendãtur enim in rectas lineas ipsis α ε, η ε, θ ε, ipsæ ε κ, ε λ, ε μ, ponaturq; (per 2 primi) ipsi quidẽ γ ζ æqualis ε κ, ipsi aũt ζ ν æqualis ε λ, & insuper ipsi ζ ρ ipsa ε μ, & cõpleatur κ λ parallelogrãmũ, & κ ο solidũ. Et quoniã duæ ε κ, ε λ, duabus γ ζ, ζ ν, sũt æquales, sed & angulus qui sub κ ε λ, ipsi qui sub γ ζ ν, est æqualis, quoniã & q sub α ε ζ, ei qui sub γ ζ ν, est æqualis propter similitudinẽ ipsorũ α β, γ δ, solidorũ, æquũ igitur est & simile (per 14 sexti) ipsũ κ λ parallelogrãmũ ipsi γ ν parallelogrãmo, & iã id propterea & κ μ parallelogrãmũ

æquum

æquū est & simile ipsi γ ς parallelogrāmo, & insuper κ ι, ipsi ζ δ. Tria igitur parallelogrāma ipsius κ ν solidi, tribus parallelogrāmis ipsius γ δ solidi similia & æqualia sūt, sed ipsa quidē tria tribus quæ ex opposito, sūt æqualia & similia, totū igitur κ ν solidū, toti γ δ solido simile est & æquale (per diffinitionē undecimi.) Cōpleatur κ ν parallelogrāmū, & a basibus quidē κ ν, κ λ, parallelogrāmis, altitudine aūt ipsius α ϐ, solida cōpleantur ι ξ, λ π. Et quoniā propter ipsorū α ϐ, γ δ, solidorū similitudinē est sicut α ι ad γ ζ sic ε ι ad ζ ι, & ι θ, ad ζ ς, æqualis aūt est γ ζ ι ipsi ι κ, & ζ ς ipsi ι λ, & ipsi ι μ, est igitur (per cōuersionē diffinitionis secundæ) sic α ι ad ι κ, sic est κ ι, ad ι λ, & θ ι, ad ι μ. Sed sicut quidē α ι, ad ι κ, sic est α ν parallelogrammū ad κ ν, parallelogrammum, sicut aūt κ ι ad ι λ, sic κ κ, ad κ λ, sicut uero (per 1 sexti) θ ι ad ι μ, sic π ι ad κ μ, & sicut igitur (per 11 quinti) α κ, parallelogrāmū ad κ κ, parallelogrammum sic κ κ, ad κ λ, & π ι, ad κ μ. Sed sicut quidē α κ ad κ κ, sic est α ϐ solidū ad ι ξ, solidū, sicut autē κ κ ad κ λ, sic ξ ι, solidū ad π λ solidū, sicutq; π ι, ad κ μ, sicut π λ, solidū ad κ ν solidum. Et sicut igitur α ϐ solidum ad ι ξ, solidum, sic ι ξ, ad π λ, & π λ ad κ ν. Si uero quatuor magnitudines cōtinue fuerint proportionales, prima ad quartā (per 10 diffinitionē quinti) triplicē rationē habet quā ad secundā. Igitur α ϐ solidū ad κ ν solidū triplicem rōnē habet, quā α β ad ι ξ. Sed sicut α ϐ ad ι ξ, sic est α κ, parallelogrāmū ad κ κ, & α ι, recta linea ad ι κ, quare & α β solidū ad κ ν, solidū triplicē rōnē habet, quā α ι ad ι κ. Aequū aūt est ipsum quidē κ ν solidū ipsi γ δ solido, & ι κ recta linea ipsi γ ζ, & α ϐ igitur solidū ad γ δ solidū triplicē rationē habet, quàm similis rationis latus hoc est α ι, ad similis rationis latus hoc est ad γ ζ. Similia igitur solida parallelepipeda, in triplici sunt ratione similis rationis laterū. Quod ostendere oportebat.



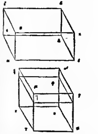
CORRELARIVM. Ex hoc, inquā, manifestū est, quod si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erit sicut prima ad quartā, sic quod ex prima solidū parallelepipedū ad id quod ex secūda simile similiterq; descriptū, quādoquidem prima ad quartā triplicem rationē habet, quàm ad secundam.



Eucl. ex Zamb. Theorema 29 Propositio 34

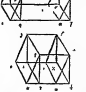
34 Aequaliū solidorū parallelepipedorū, reciprocæ sunt bases altitudinibus. Et solida parallelepipeda quorum bases altitudinibus sunt reciprocæ, sunt æqualia.

THEON ex Zāb. Sint æqualia solida parallelepipeda, α ϐ, γ δ. Dico quod ipsorū α ϐ, γ δ, solidorū parallelepipedorū reciprocæ sūt bases altitudinibus, est q; sicut ι θ, basis ad ν π basin, sic est ipsius γ δ, solidi altitudo ad ipsius α ϐ solidi altitudinē. Sint enim primū stātes α κ, ι ζ, λ ϐ, θ κ, γ μ, ν ξ, ο δ, π ς, in ipsis basibus ad angulos rectos. Dico quod est sicut ι θ basis ad ν π basin, sic est γ μ ad α κ. Si quidē igitur æqualis est ι θ basis ipsi ν π basi, est aūt & α ϐ solidū æquū ipsi γ δ solido, & γ μ ipsi α κ est æqualis. Si enim ipsis ι θ, ν π, basibus æqualibus existētibus, æquales nō fuerint ipsæ α κ, γ μ, altitudines, neq; igitur solidū α β, æquū erit ipsi γ δ, supponitur aūt æquale. Igitur altitudo γ μ altitudini α κ inæqualis nō est, æqualis igitur. Eritq; sicut basis ι θ ad basin ν π, sic γ μ ad α κ, & manifestū, quod ipsorū α ϐ, γ δ, solidorū parallelepipedorū reciprocæ sūt bases ipsis altitudinibus. Nō sit iā æqualis ι θ basis ipsi ν π, basi, sed esto maior ι θ. Est aūt solidū α ϐ, ipsi γ δ solido æquū, maior igitur est γ μ, ipsa α κ, Si aūt nō, neq; igitur rursus ipsa α β, γ δ, solida sūt æqualia, supponūtur aūt æqualia. Ponatur igitur (per 2 primi) ipsi α κ, æqualis γ τ, compleaturq; ex basi quidē ν π, altitudine aūt γ τ, solidū parallelepipedū γ φ. Quoniā solidū α β æquū est ipsi γ δ solido, aliud aūt est ipsum φ γ, ad idē aūt æqualia eādē rōnē habēt (per 7 quinti,) est igitur sicut α ϐ solidū ad γ φ solidū, sic est γ δ solidū, ad γ φ solidū. Sed sicut quidē solidum α ϐ ad solidū γ φ, sic ι θ basis ad ν π, basin (per 32 undecimi) sub æquali enim sunt altitudine, ipsa α ϐ, γ φ, solida. Sicut aūt solidum γ δ ad solidum γ φ, sic est μ π, basis ad π τ basin, & μ γ ad γ τ, & sicut igitur (per 11 quinti,) ι θ, basis ad ν π basin, sic μ γ ad γ τ. Aequalis aūt est γ τ, ipsi α κ, &



sicut igitur (per 9 quinti) ι θ basis ad ν π basin, sic μ γ ad α κ. Ipsorū igitur α β, γ δ, solidorū parallelepipedorum reciprocæ sunt bases altitudinibus. Rursus ipsorum α ζ, γ δ solidorū parallelepipedorū, reciprocæ sint bases altitudinibus, sitq; sicut ι θ basis ad ν π basin, sic ipsius γ δ solidi altitudo ad ipsius α β solidi altitudinē. Dico quod solidū α ζ, æquum est ipsi γ δ solido. Sint enim rursus stantes, ad angulos rectos ipsis basibus. Et si quidem æqualis est ι θ, basis ipsi ν π, basi estq; sicut ι θ basis ad ν π basin sic ipsius γ δ solidi altitudo ad ipsius α β solidi altitudinem, æqua igitur est ipsius γ δ solidi altitudo, altitudini ipsius α ζ solidi. Super æqualibus autem basibus existentia solida parallelepipeda & sub eadem altitudine, inuicem sunt æqualia (per 31 undecimi. Igitur solidū α β, æquū est ipsi γ δ solido.

Non sit iam ι θ basis ipsi ν π basi æqualis, sed esto maior ι θ, maior igitur est & ipsius γ δ, solidi altitudo, ipsius α ζ solidi altitudine, hoc est γ μ, maior quàm α κ. Ponatur (per 2 primi,) ipsi α κ, rursus æqualis γ τ, & cōpleatur γ φ solidum. Quoniā est sicut ι θ basis ad ν π basin, sic μ γ ad α κ, æqualis autē est α κ ipsi γ τ, est igitur sicut ι θ basis ad ν π basin sic γ μ ad γ τ, reciproca enim supponuntur. Sed sicut quidē ι θ basis ad ν π basin, sic (per 32 undecimi,) α β solidū ad γ φ solidū, sub æquali enim sunt altitudine, ipsa α ζ, γ φ solida. Sicut autem γ μ ad γ τ, sic (per 1 sexti) μ π, basis ad π ν basin & (per 32 undecimi) γ δ solidū ad γ φ solidū, & sicut igitur (per 11 & 9 quinti) α ζ solidū ad γ φ solidū, sic γ δ solidū ad γ φ solidū. Vtrūq; igitur ipsorum α ζ, γ δ, ad ipsum γ φ eandem rationē habet. Aequū igitur est (per cōuersionem 7 quinti) α ζ solidū, ipsi γ δ solido. Quod oportuit ostendere. Non sint autē stantes ζ ι, ζ λ, κ α, θ π, ν ξ, ρ ε, μ γ, ρ π, ad angulos rectos basibus eorum, excitenturq; (per 11 undecimi) ab ipsis ζ, κ, ζ, π, ξ, μ, δ, ρ, signis, in ipsorum ι θ, ν π, basium planis, perpendiculares, cōcurrātq; planis ad signa σ, τ, υ, φ, χ, ψ, ω, ς, compleantur q; ipsa ζ φ, ξ ω solida. Dico quod & sic æqualibus existentibus ipsis α β, γ δ, solidis, reciprocæ sunt bases ipsis altitudinibus, estq; sicut ι θ, basis ad ν π basin, sic est ipsius γ δ solidi altitudo, ad ipsius α ζ, solidi altitudinē. Quoniā enim α ζ solidū æquū est ipsi γ δ solido, sed α ζ, quidem ipsi β τ (per 31 undecimi) est æquale (super eadē enim sunt basi ζ κ. & sub eadem altitudine, quorum stantes non sunt super eisdem rectis lineis) at γ δ solidum (per 31 undecimi) ipsi δ ψ solido est æquale (super eadem namq; sunt basi ξ ρ, & sub eadē altitudine, quorum stantes non sunt super eisdē rectis lineis) igitur solidū ζ τ ipsi δ ψ solido æquū est. Aequaliū autem solidorū parallelepipedorū quorū altitudines ad angulos rectos ipsis eorū basibus sūt reciprocæ sunt bases ipsis altitudinibus. Est igitur sicut ζ κ, basis ad ξ ρ basin, sic ipsius δ ψ solidi altitudo ad ipsius ζ τ solidi altitudinem Aequalis autē est ζ κ basis ipsi ι θ basi, & ξ ρ basis ipsi ν π basi. est igitur sicut ι θ basis ad ν π basin, sic est ipsius δ ψ solidi altitudo ad ipsius β τ solidi altitudinē. Eædē uero altitudines sunt, ipsorū δ ψ & β τ solidorum. & ipsorū δ γ & β α. Est igitur sicut ι θ basis ad ν π basin, sic ipsius γ δ, solidi altitudo ad ipsius α ζ, solidi altitudinē. Ipsorū igitur α ζ, γ δ, solidorū parallelepipedorū, reciprocæ sūt bases altitudinibus.

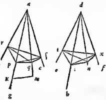


Rursus iam ipsorū α ζ, γ δ, solidorū parallelepipedorū, reciprocæ sint bases altitudinibus, sitq; sicut ι θ, basis ad ν π basin, sic ipsius γ δ solidi altitudo ad ipsius α ζ solidi altitudinē. Dico quod solidum α ζ, æquū est ipsi γ δ solido. Eisdē nāq; dispositis, quoniā est sicut ι θ basis ad ν π basin, sic ipsius γ δ solidi altitudo ad ipsius α β, solidi altitudinem, æqualis aūt est basis ι θ, ipsi ζ κ & ν π, ipsi ξ ρ, est igitur sicut ζ κ basis ad ξ ρ basin, sic ipsius γ δ solidi altitudo ad ipsius α ζ, solidi altitudinem. Eædē autē ipsorū α ζ, γ δ, & ζ τ, δ ψ, solidorū, sunt altitudines. Est igitur sicut ζ κ basis ad ξ ρ basin, sic ipsius δ γ solidi altitudo ad ipsius ζ τ solidi altitudinē. Ipsorū igitur ζ τ, δ ψ, solidorū parallelepipedorū, reciprocæ sunt bases altitudinibus Solida uero parallelepipeda quorū altitudines ad angulos rectos sunt basibus eorum, & reciprocæ sunt bases altitudinibus, æqualia sunt (per 31 undecimi. Igitur solidū β τ, æquū est ipsi δ ψ solido. Sed ipsum quidē ζ τ, ipsi ζ α, æquū est (per 29 undecimi, super eadem namq; sunt basi ζ κ, & sub eadem altitudine, quorū stātes sunt super eisdem rectis lineis. Solidū autē δ ψ, ipsi δ γ, solido æquum est, super eadē namque sunt basi ξ ρ, & sub eadē altitudine, quorum stantes sunt super eisdem rectis lineis. Igitur & α ζ solidū, ipsi γ δ, solido æquū est. Quod demonstrare oportebat. Eucli. ex Camp. Propositio 37

37 SI fuerint duo anguli plani æquales super quos duæ hypothenusæ in aëre statuantur cū lateribus angulorū subiacētiū singulos singulis æquos angulos cōtinentes, atque in illis hypothenusis duo pūcta signētur à quibus pūctis duæ perpēdiculares ad superficies angulorū propositorū demittantur, à pūctis aūt super quæ ppendiculares ceciderint ad eosdē duos angulos planos duæ rectæ lineæ ducantur, duo anguli q ab illis duab⁹ lineis atq; duab⁹ hypothenusis cōtinent, æqui sibi inuicē eē pbantur

CAMPANVS Sint duo anguli plani a & d æquales contēti lineis a b & a c & d e & d f &

d f & super eos erigantur duæ lineæ hypothenusaliter a g & d h. sitque angulus g a c æqualis angulo h d f, & angulus g a b æqualis angulo h d e, atque in duabus hypothenusis a g & d h, signentur quomodolibet duo puncta k & l, a quibus secundum præcepta 11 huius demittantur ad superficies angulorum a & d, duæ perpendiculares quæ sint k, m & l n, & protrahantur duæ lineæ a m & d n. Dico igitur angulum g a m, esse æqualem angulo h d n. Si linea a k est æqualis d l, bene quidē. Sin autē, ex linea a d sumatur a p, æqualis d l, & à puncto p demittatur perpendicularis ad superficiē anguli a, linea quæ sit p q. Manifestum est igitur, punctum, quod q est in linea a m, quod ex 6 huius & diffinitione linearum æquidistantium quas necesse esse in superficie una, facile cōstat studiose intuenti. Dehinc à pūcto q ducantur ꝑpēdiculares duæ, una ad lineā a b quæ sit q r, & alia ad lineā a c quæ sit q ſ. Similiter quoq; à pūcto n ducantur duæ aliæ perpendiculares, una ad lineā d e quæ sit n t & alia ad lineā d e quæ sit n x, & ꝓtrahātur r ſ & t x. Iterūq; a pūctis p & l, demittātur hypothenusæ p q, p r, p ſ, & l n, l t, l x. His itaq; positis, figuraq; prudēter disposita, demōstrationē propositi sic collige. Cōstat ex penultima primi quod quadratū lineæ a p est æquale quadratis duarum linearū a q, & p q, ac ex eadem quod quadratū a q est æquale quadratis duarū linearū a ſ & ſ q, itaq; quadratū a p, est æquale quadratū triū linearū a ſ, ſ q, & q p. Sed ex eadē, quadratū ſ p, est æquale quadratis duarū linearū ſ q & p q, ergo quadratum a p, est æquale quadratis duarum linearum a ſ & ſ p, ideoq; ex ultima primi angulus a ſ p est rectus. Similiq; modo probabis, unūquenq; triū angulorū d x l, a r d, p t l, esse rectū. Cū igitur ex hypothesi sit angulus ſ a p æqualis angulo x d l, & linea a p lineæ d l, erit ex 26 primi linea d x æqualis a ſ, & x l æqualis ſ p. Eodē quoq; modo cū ex hypothesi sit angulus r a p æqualis angulo e d l, erit ex eadē linea a r æqualis d t, & r p æqualis t l. Quare per 4 primi linea r ſ erit æqualis lineæ t x & angulus a r ſ æqualis angulo d t x, & angulus a ſ r angulo d x t, est enim ex hypothesi angulus a. æqualis angulo d. A conceptione igitur erit angulus ſ r q æqualis angulo x t n, & angulus r ſ q angulo t x n, sunt enim residui duorum rectorū demptis æqualibus. Necesse est itaq; ex 26 primi, ut linea r q sit æqualis t n, & q ſ æqualis n x. Cūq; ex penultima primi quadratū lineæ r p sit æquale quadratis duarū linearū r q & q p, & quadratū lineæ t l æquale quadratis duarū linearū t n & l n, sint aūt duæ lineæ r p & t l æquales, duæ quoq; quæ sūt r q & t n æquales sequitur ex cōi sciētia duas quæ sunt p q & l n esse æquales. Eodē modo cū quadratū lineæ a p sit æquale quadratis duarū linearū quæ sunt a q & q p. similiter quadratum lineæ d l quadratis duarū linearū quæ sunt d n & n l, sit autē a p æqualis d l, & p q æqualis l n, sequitur ex cōi scientia a q esse æqualem d n. Ex 8 igitur primi concludo propositū, uidelicet, angulū p a m esse æqualē angulo l n d.



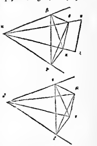
Eucl. ex Zamb. Theorema 34 Propositio 35

35 Si fuerint bini anguli plani æquales, super quorum uerticibus sublimes rectæ lineæ steterint, æquales angulos comprehendentes cū ijs quæ in principio rectis lineis, alterum alteri, in sublimibus autem sumpta fuerint contingentia signa, & ab eisdem ad plana in quibus sunt qui in principio anguli, perpendiculares actæ fuerint à signis autē quæ in planis a perpendicularibus fiunt ad eos qui in principio angulos coniunctæ fuerint rectæ lineæ æquos angulos cum sublimibus comprehendent.

THEON ex Zāb. *Sint bini anguli rectilinei æquales plani qui sub ε α γ, ε δ ζ, à signis autem α, δ, sublimes excitentur rectæ lineæ α η, δ μ, æquos comprehendentes angulos cū ijs quæ in principio rectis lineis alterū alteri, hoc est angulū μ δ ε angulo ei qui sub η α ε, eum autem qui sub μ δ ζ, ei qui sub η α γ. sumanturq; in ipsis α η, δ μ, contingē*

tia

Camp. 31 *ita signa κ, μ, excitenturq; (per 11 undecimi) ab ipsis κ, μ, signis ad ea quæ per β α γ, δ ε ζ, plana perpendiculares κ λ, μ ν, coincidantq; ipsis planis in ν λ, cõnectanturq; ipsæ λ α, ν δ, Dico quod angulus qui sub κ α λ, æquus est angulo μ δ ν. Ponatur (per 3 primi) ipsi δ μ æqualis α θ, excitetur q; (per 11 primi (per signũ θ, ipsi κ λ parallelus θ κ. At κ λ, perpẽdicularis est ad id quod per β α γ planum. Igitur & θ η, perpẽdicularis est ad id quod per β α γ, planũ. Excitentur (per 11 primi) ab ipsis κ ν, signis ad ipsas α β, α γ, δ ζ, δ ε, rectas lineas, perpendiculares κ γ, ν ζ, κ β, ν ε, connectanturque ipsæ θ γ, γ β, μ ζ, ζ ε, Et quoniam quod ex θ α. (per 47 primi.) æquum est eis quæ ex θ κ, κ α, ei autem quod ex κ α æqualia sunt quæ ex κ γ, γ α, igitur quod ex θ α æquum est eis quæ ex θ κ, κ γ, γ α, eis uero quæ ex θ κ, κ γ, æquum est id quod ex θ γ, quod igitur ex θ α, (per 47 primi) æquum est eis quæ ex θ γ, γ α. rectus est igitur qui sub θ γ α, angulus. Idq; propterea & qui sub δ ζ μ angulus, rectus est. æqualis igitur est qui sub θ γ α angulus, ei qui sub δ ζ μ angulo. Est autem & qui sub α γ θ, æqualis ei qui sub δ ζ μ. Bina igitur triangula sunt δ ζ μ & θ α γ, duos angulos duobus angulis æquos habentia alterũ alteri & unum latus uni lateri æquum, quod unum æqualium angulorum subtendit, hoc est, θ α. ipsi δ μ, & reliqua igitur latera, (per 26 primi) reliquis lateribus æqualia habebunt alterum alteri. æqualis igitur est α γ ipsi δ ζ. Similiter ostendemus, q̃d & α β ipsi δ ε est æqualis. Connectantur θ β, & μ ε. Et quoniã q̃d ex α β, (per 47 primi) æquũ est eis quæ ex α κ, κ θ, ei autem quod ex α κ (per eandem) æqua sunt quæ ex α β, β κ, quæ igitur ex α β, β κ, κ θ, sunt æqualia ei quod ex α θ. Sed eis quæ ex β κ, κ θ, æquum est id quod ex β θ, rectus enim est qui sub θ κ β angulus, quoniam θ κ perpendicularis est ad subiectum planum, igitur quod ex α θ, æquum est eis quæ ex α β, β θ, rectus igitur est qui sub α β θ angulus, & id propterea qui sub ε δ μ angulus, rectus est. Est autẽ & qui sub β α θ, angulus, ei qui sub ε δ μ æqualis; supponitur namq; esseq; ipsa α θ, ipsi δ μ equalis, æqualis igitur est (per 26 primi,) α β, ipsi δ ε. Quoniã igitur æqualis est α γ, ipsi δ ζ, & α β, ipsi δ ε, binæ igitur γ α, α β, duabus ζ δ, δ ε, sunt æquales, sed & angulus qui sub γ α β, ei qui sub ζ δ ε, est æqualis. Basis igitur β γ, (per 4 primi,) basi ε ζ, est æqualis, & triangulum triangulo. & reliqui anguli reliquis angulis. Aequalis est igitur qui sub α γ β angulus, ei qui sub δ ζ ε. Rectus autem & qui sub α γ κ, recto qui sub δ ζ ν est æqualis, & reliquus igitur qui sub β γ κ, reliquo qui sub ε ζ ν est æqualis. Et id propterea qui sub γ β κ, ei qui sub ζ ε ν, est æqualis. Bina igitur triãgula sũt (per 5 primi) β γ κ, ε ζ ν, binos angulos duobus angulis æquos habentia alterum alteri, & unum latus uni lateri æquum, quod ad æquos angulos, hoc est β γ ipsi ε ζ & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt. Aequalis igitur est γ κ, ipsi ζ ν est autem & α γ, ipsi δ ζ æqualis. Binæ igitur α γ, γ κ, duabus δ ζ, ζ ν, sunt æquales, & æquos comprehẽdunt angulos, basis igitur α κ, (per 4 primi) basi δ ν est æqualis. Et quoniam æqualis est α θ, ipsi δ μ, æquum est quod ex α θ ei quod ex δ μ, (per 47 primi) æqualia sunt quæ ex α κ, κ θ, rectus enim est qui sub α κ θ. Ei autẽ quod ex δ μ, æqua sunt quæ ex δ ν, ν μ, rectus enim est qui sub δ ν μ. Igitur quæ ex α κ, κ θ, sũt eis æqualia quæ ex δ ν, ν μ. quorũ quod ex α κ, æquũ est ei quod ex δ ν. Reliquum igitur quod ex κ θ, æquum est ei quod ex ν μ. Aequalis igitur est θ κ, ipsi μ ν. Et quoniam binæ θ α, α κ, duabus μ δ, δ ν, sunt æquales altera alteri, & basis θ κ, basi μ ν est æqualis, angulus igitur qui sub θ α κ, (per 8 primi) angulo qui sub μ δ ν est æqualis. Si fuerint igitur bini anguli plani æquales, & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportebat.*

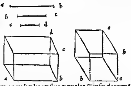


CORRELARIVM. *Ex hoc nempe manifestũ, quod si fuerint bini anguli plani rectilinei æquales, steterintq; super ipsis sublimes rectæ lineæ æquales æquos angulos cõprehendentes, cum ijs quæ in principio rectis lineis alteram alteri, quæ ex ipsis perpendiculares ductæ ad plana in quibus sunt qui principio anguli, sunt æquales.*

Eucli. ex Camp. Propositio 38

38 **Solidum tribus lineis proportionalibus contentum, æquum erit solido quod à mediæ lineæ æquis lateribus continetur, si anguli sui amborum sibi inuicem æquales fuerint.**

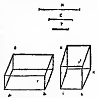
CAMPANVS De solidis parallelogrãmis intelligatur. de his enim qualiacunq; sint dum tamen æquiangula, uerum est, quod contentum à tribus lineis proportionalibus æquale est ei quod a media earũ continetur, quẽadmodũ de superficiebus rectangulis probatũ est in 16 sexti, & de non rectangulis elicitur euidenter ex secunda parte 15 eiusdem. Sint igitur tres lineæ a b, b c, & c d, cõtinue proportionales, fiatq; ex eis unus angulus solidus ad libitum, & perficiatur solidũ æquidistantiũ laterũ cuius linea a b sit longitudo. b c uero altitudo, sed c d latitudo, & ipsum solidum dicatur e d. Sũpta quoq; alia linea qualibet æquali b c quæ etiam uocetur b c, super ipsius extremitatẽ quæ est b con cōstituatur angulus solidus æqualis angulo solido a, secundū quod docet 26 lineæq; cæteræ solidū angulum b cōtinentes resecētur ad æqualitatem lineæ b c, & perficiatur solidum æquidistātiū superficierū cuius lōgitudo, latitudo, & altitudo sit linea b c, & ipsum appelletur b c. Dico itaque duo solida a d & b c esse æqualia. Manifestū est enim, quod cūctæ superficies unius sunt æquiāgulæ suis relatiuis superficiebus alterius. Quod ex 34 primi patere potest, nā cū solidus angulus b ponatur æqualis solido angulo a, necesse est ut unus angulus uniuscuiusque superficiei solidi a d sit æqualis uni angulo suæ relatiuæ superficiei in solido b c, itaque per 34 primi eorū oppositi erūt æquales. At quia uniuscuiusque superficiei quadrilateræ omnes anguli sūt æquales quatuor relictis ex 32 primi, necesse est duos reliquos unius esse æquales duobus reliquis suæ relatiuæ. Cūq; ipsi duo reliqui in qualibet sint etiā adinuicē æquales, conuincitur necessario ut unaquæq; ex superficiebus solidi a d sit æquiangula suæ relatiuæ in solido b c, quare ex secunda parte 15 sexti bases duorū solidū propositorū erunt æquales: sunt enim æquiāgulæ & laterū mutuorū. Si itaque lineæ altitudinum super bases ipsorū orthogonaliter



insistunt, constat ex 31 ipsa esse æqualia, cum enim hæ lineæ sint æquales & ipsæ determinent altitudinē solidorū, erunt solida æque alta. At si lineæ altitudinum ipsorum non insistunt suis basibus orthogonaliter, ab ipsarum summitatibus ad bases perpendicularibus demissis, erūt ex præmissa hæ perpendiculares adinuicem æquales, ipsæ enim erunt, sicut erant & in præmissæ demonstratiōis figura duæ lineæ p q & l n, quas demōstrauimus oportere esse æquales. Quia igitur omnium solidorū altitudo ex perpendicularibus à sūmitatibus ipsorū ad suas bases descēdentibus diffinitur, erūt ex 31 duo solida a d & c b æqualia. Conuersam quoq; huius possumus, si delectat, cōuerso modo probare. Vt si parallelogrāmū corpus a d sit æquale & æquiangulū corpori parallelogrāmo b c, & corpus b c cōtineatur a media triū linearū cōtinentiū corpus a d, erunt tres lineæ cōtinentes corpus a b cōtinue proportionales. Cum enim duo solida parallelogramma a d & c b sint æqualia & æque alta, ex hypothesi ipsa erunt super bases æquales per conuersas 331 & 31. Et quia ipsæ bases eorum sunt æquiāgulæ, sequitur ex prima parte 15 sexti quod ipsæ sunt mutuorum laterum. itaque proportio a b ad b c, sicut b c ad c d. Quare constat propositum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 32* *Propositio 36*

36 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, ex ipsis tribus rectis lineis solidū parallelepipedū æquū est ei qđ ex media fit solido parallelepipedo æquilatero quidem, æquiangulo autē prædicto.



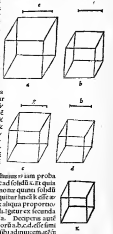
THEON ex Zamb. *Sint tres rectæ lineæ proportionales α, β, γ sicut α, ad ϐ, sic ϐ ad γ. Dico quod ex α, ϐ, γ, solidum, æquū est ei quod ex ϐ solido æquilatero quidē æquiangulo autē prædicto. Exponatur (per 23 undecimi) solidus angulus qui ad ι, comprehensus sub tribus angulis planis hoc est δ ι κ, κ ι ξ, ξ ι δ, ponaturq; (per 2 primi,) ipsi quidē ϐ, æqualis unaquæq; ipsarum δ ι, κ ι, ι ξ, compleaturq; ipsum ι κ, solidum. ipsi autē α, æqualis esto (per eandem λ μ), cōstituaturq; (per 26 undecimi) ad ipsam λ μ rectam lineam ad signūq; in ea λ, ipsi qui ad ι solido angulo æquus comprehensus sub ν λ ξ, ξ λ μ, ν λ μ, ponaturq; (per 2 primi) ipsi quidem β æqualis λ ξ, ipsi autē γ æqualis λ ν. Et quoniam est sicut α ad ϐ, sic est β ad γ, æqualis autem est α ipsi λ μ, & β unicuiq; ipsarū λ ξ, ι ξ, ι κ, ι δ, & γ ipsi λ ν, est igitur λ μ ad ι ξ sic est δ ι ad λ ν, & circū æquos angulos qui sub μ λ ν δ ι ξ, latera sunt reciproca. Igitur parallelogrammum μ ν, æquum est ipsi δ ξ, parallelogrammo (per 14 sexti. Et quoniā bini anguli plani rectilinei æquales sunt, qui sub δ ι ξ, ν λ μ, super ipsis sublimes rectæ lineæ sunt cōstitutæ λ ξ, ι κ, inuicē æquales (per præcedentē,) æquos angulos cōprehēdentes.*

tes cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri. ipsæ igitur quæ ex ν, ξ. signis perpendiculares ductæ ad ea quæ per ν λ μ, ν δ ξ, plana, (per corollariū præcedentis) inuicem sunt æquales. Quare λ θ, κ π, solida, sub eadem sunt altitudine. Super æqualibus autē basibus & sub eisdē altitudinis constituta solida parallelepipeda, inuicem sunt æqualia (per 31 undecimi.) Igitur solidum θ λ, solido ι κ est æquale. At λ θ, solidū, est ex ipsis α, β, γ, & ι κ, solidū est ex β. Igitur quod ex α, β γ, solidum parallelepipedum, æquum est ei quod ex β solido æquilatero quidem, sed æquiangulo prædito. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 39

39 Si fuerint quotlibet lineæ proportionales, solida quoque sua æquidistantium atque similium uniuscuiusque creationis superficierū erunt proportionalia. Si uero solida æquidistantium atque similium uniuscuiusque creationis superficierum fuerint proportionalia, lineæ quoque à quibus ipsa solida continentur, erunt proportionales.

CAMPANVS Simile proponit uigesima prima sexti de superficiebus. Sint itaq; quatuor lineæ a, b, & c, d, proportionales, & super has fabricentur quatuor solida parallelogramma eisdē nominibus dicta, quæ sint expresse similia, duobus enim ad libitum fabricatis super duas lineas a & c, cætera secūdum præcepta 27 constituenda erūt. Dico hæc 4. solida esse proportionalia. Et econuerso. Subiūgantur enim duabus lineis a & b in cōtinua proportiōe duæ quæ sunt e & f, quemadmodū docet 10 sexti, & duabus lineis c & d, aliæ duæ quæ sint g & h. Cōstat igitur ex 33 & ex diffinitione proportionis triplicatæ quæ posita est in principio quinti, & ex hac hypothesi ꝙ solida a & b sibi inuicē & solida c & d sibi adinuicē sunt expresse similia: ꝙ ꝓportio solidi a ad solidum b est sicut ꝓportio lineæ a ad lineā f solidi quoq; c ad solidū d, sicut lineæ c ad lineā h. Et quia ꝑ 11 quinti ꝓportio lineæ a ad lineā f est sicut lineæ c ad lineā h, erit ex 11 quinti solidū a ad solidū b, sicut solidū c ad solidū d. Cōstat igitur prima pars. Secunda sic. Sint duo solida a & b sibi adinuicē, duoq; alia quæ sint c & d, sibi adinuicē expresse similia, sintq; cuncta parallelogramma, & ponantur proportionalia. Dico quod lineæ a, b, & c, d, super quas sunt constituta, sunt proportionales. Sit enim ex 10 sexti sicut linea a ad lineā b, ita linea c ad lineam k. Et fiat secundū 27 huius super lineam K solidum expresse simile solido d, quod etiā dicatur k. Eritq; ex diffinitionibus similiū corporū & similium superficierum, & 20 sexti, corpus K expresse simile corpori c, ideoq; per primam partem huius 39 iam probatam erit proportio solidi a ad solidū b, sicut solidi c ad solidū K. Et quia eadē erat solidi c ad solidū d, erit ex secunda parte nonæ quinti solidū K æquale solido d. Cūq; esset sibi expresse simile, sequitur lineā k esse æqualem lineæ d. Aequalitas enim nō producitur ex aliqua proportione triplicata uel quotieslibet sumpta, nisi ex æquali. Igitur ex secunda parte 7 quinti constat etiā huiusmodi pars secunda. Deciperis autē si arbitraris oportere unumquodq; quatuor solidorū a, b, c, d, esse simile cuilibet aliorū. Necesse est enim duo solida a & b sibi adinuicem, itēq; duo c & d sibi adinuicem esse similia. solida autem c & d solidis a & b esse similia contingens est, necessariū autem non. Idem ex hac 39 de serratilibus facile poteris concludere.

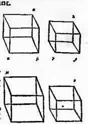


Euch. ex Zamb. Theorema 32 Propositio 37

37 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ex ipsis solida parallelepipeda similia similiterq; descripta proportionalia erunt. Et si quæ ex

ipsis

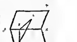
ipsis solida parallelepipeda similia similiterq; descripta proportionalia fuerint, & ipsæ quoq; rectæ lineæ proportionales erunt.



THEON ex Zamb. Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α β, γ δ, ε ζ, η θ, sicut α β ad γ δ, sic ε ζ ad η θ, & describantur ab ipsis α β, γ δ, ε ζ, η θ, similia similiterq; iacentia solida parallelepipeda κ α, λ γ, μ ε, ν η. Dico quod est sicut κ α ad λ γ, sic est μ ε ad ν η. Quoniam enim solidum κ α parallelepipedum ipsi λ γ simile est, igitur (per 33 undecimi) κ α ad λ γ triplicem rationem habet quam α β ad γ δ, & id propterea μ ε ad ν η triplam habet rationem quam ε ζ ad η θ. Et sicut igitur (per 11 quinti) κ α ad λ γ, sic μ ε ad ν η. Sed iam esto sicut κ α solidum ad λ γ solidum, sic μ ε solidum ad ν η solidum. Dico quod est sicut α β recta linea ad ipsam γ δ, sic est ε ζ ad η θ. Quoniam enim rursus κ α ad λ γ triplam rationem habet quam α β ad γ δ, habet autem & μ ε ad ν η triplam rationem quam ε ζ ad η θ, estq; sicut κ α ad λ γ, sic μ ε ad ν η, & sicut igitur α β ad γ δ, sic ε ζ ad η θ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 33 Propositio 38

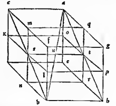
38 Si planum ad planum rectum fuerit, à signo autem in altero planorū existente in alterum planum perpēdicularis ducta fuerit, in cōmunem ipsorum planorum sectionem cadit ipsa perpendicularis.



THEON ex Zamb. Planum enim γ δ, ad planum α β, rectum esto. cōmunis autem ipsorū sectio sit δ α, sumaturq; in ipso γ δ plano, contingens signum ε. Dico quod ab ipso ε in α β planū perpēdicularis ducta, in ipsam δ α cadit. Non enim, sed si possibile est, cadat extra sicut ε ζ, & concurrat ipsi α β plano in ζ signo, & ab ipso ζ, in ipsam δ α, in plano α β (per 11 undecimi) perpendicularis excitetur ζ η, quæ & ipsi γ δ plano ad angulos rectos est. Connectanturq; ε η. Quoniam igitur ζ η ipsi γ δ plano ad angulos rectos est, tangit autem ipsam ipsa ε η existens in ipso γ δ plano, igitur angulus qui sub ζ η ε, rectus est. Sed & ε ζ, ipsi α β plano ad angulos est rectos: angulus igitur qui sub ε ζ η, rectus est. Trianguli iam ipsius ε ζ η bini anguli, duobus rectis sunt æquales, quod (per 17 primi) est impossibile. Igitur ab ε in α β planum perpēdicularis ducta, non cadit extra ipsam δ α, in ipsam igitur α δ cadit. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 40

40 SI inscisa fuerint latera duarum oppositarum superficierum cubi unumquodq; in duo media, exierintq; à punctis sectionū duæ superficies se uicissim secantes & cubum, cōmunem earum sectionem diametrum cubi per æqualia secare, & ab ipsa diametro uersa uice per æqualia secari necesse est.



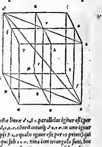
CAMPANVS. Statue cubum qui sit a b, de quo constat per diffinitionē quod omnes lineæ ipsum continētes sint æquales, & eius superficies rectangulæ, tale enim corpus, cubū dicimus. Huius igitur basis sit eius sup̄ficies a c d e, superficies uero eius suprema b f g h, dextra uero eius superficies sit a e g h, sinistra autem superficies b f c d, citerior quoq; sit d e b h, sed ulterior a, c g f, eiusq; diameter sit a b. Diuidantur itaq; omnia latera duarum quarumlibet superficierū oppositarum eius per æqualia, & sint nunc superficies quarū latera diuidantur, dextra atq; sinistra. Diuidantur, inquam, quatuor latera dextræ quidē super quatuor puncta quæ sunt o, p, q, r, sinistræ uero super quatuor quæ sint k, l, m, n, & coniungantur puncta in his superficiebus opposita, ductis lineis o p & q r quæ secent se in pūcto t, itemq; k l & m n quæ secent se in puncto f, & perficiātur duæ superficies secantes se inuicem & cubum, protractis item lineis o k & p l,q m & r n,sitq; harum duarum superficierum communis sectio linea s t. Dico igitur quod linea s t diuidit diametrum a b, & diuiditur ab eadem diametro per æqualia. Quod patet,utraq; enim earum transit per centrum cubi.

ALITER uero conuenit quod propositum est demonstrare. Producantur enim duæ lineæ t a & t h,& item duæ s c,s b. eritq; ex 4 primi a t æqualis t h,& s c æqualis s b. Constat autem ex prima parte 29 primi, quod angulus p t q est æqualis angulo a q t,& ex 4 primi angulus h t p est æqualis angulo t a q. Itaq; ex 32 primi totus angulus h t q cum angulo q t a, ualet duos rectos. quare ex 14 primi linea a h erit linea una, similiter quoq; linea a b erit linea una. At quia ex nona huius linea a c est æquidistans lineæ b h (utraq; enim est æquidistans lineæ d e) cumq; ipsæ sint æquales quia latera cubi, sequitur ex 33 primi duas lineas a h & c b esse æquales & æquidistantes: ideoq; per conceptionem,earum medietates quæ sunt a t & b s, erunt æquales. Ex 7 autem huius manifestũ est, quod linea s c est in superficie duarum linearũ a h & b c, & ex eadem, linea a b quæ est diameter cubi,est etiam diameter superficiei parallelogrammæ a c b h. Itaq; linea s t secat diametrum a b. Secet ergo ipsam in puncto u. Dico ergo lineam s u esse æqualem lineæ u t,& lineam etiam a u lineæ u b. Intelligantur duo trianguli a t u, b s u, quorum anguli qui sunt ad t & s sunt æquales adinuicẽ,similiter anguli eorundem qui sunt ad a & b æquales adinuicem ex prima parte 29 primi, propter id quod linea a t æquidistat lineæ s b. Et quia etiam ipsæ sunt adinuicem æquales,sequitur ex 26 primi,quod propositum est. Idem quoq; eodem modo concluditur, & si solidum a b non sit cubus, sed solidum corpus parallelogrammum siue æqualibus lineis siue non æqualibus contentum fuerit, siue quoque super basin orthogonaliter erectum siue etiam & super ipsam inclinatum. Vnde ampliatur in hac 40 figuratio cubi,ad omnes figuras parallelogrammas solidas.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 34* *Propositio 39*

39 Si solidi parallelepipedi corũ quæ ex opposito planorũ latera bifariam secta fuerint,extẽsaq; fuerint per sectiones plana, cõmunis ipsorũ planorũ sectio,& solidi parallelepipedi dimetiens bifariam se adinuicẽ dispescent.

ALITER. Si cubi eorum quæ ex opposito planorũ latera, & reliqua quæ sequuntur ut supra.

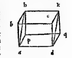


THEON ex Zamb. *Solidi,inquam,parallelepipedi α ξ,eorum quæ ex opposito planorũ γ ζ,α θ,latera bifariã dispescantur per κ λ,μ,ν,& ξ,π,ο,ρ,signis, & per sectiones protendantur plana κ ν,ξ ρ, cõmunis autem planorũ ipsorum sectio esto υ σ, ipsius autem α β. solidi parallelepipedi diagonius esto δ χ. Dico iam quod & ipsæ υ σ,δ χ,sese inuicem dispescũt,hoc est quod υ τ ipsi τ σ est æqualis,& δ τ ipsi τ χ. Cõnectantur enim δ υ,υ ι,β σ,σ χ. Et quoniam δ ξ parallelus est ipsi ο ι,anguli alternatim positi (per 29 primi) qui sub δ ξ υ,υ ο ι,inuicem sunt æquales. Et quoniam æqualis est δ ξ ipsi ο ι, & ξ υ ipsi υ ο, & æquos angulos comprehendunt, basis igitur δ υ (per 4 primi) ipsi υ ι est æqualis, & triangulum δ ξ υ ipsi υ ο ι triãgulo est æquale,& reliqui anguli reliquis angulis. Igitur angulus qui sub ξ υ δ, æquus est ei qui sub ο υ ι angulo,ac per hoc recta linea est ipsa δ υ ι, & per eadem etiã β σ χ rectã linea est, est & æqualis β σ ipsi σ χ. Et quoniã γ α ipsi δ β est æqualis & est parallela,sed γ α ipsi χ ι est æqualis & parallela,& δ β igitur ipsi ι χ est æqualis & parallela (per primam cõmunem sententiam) & ipsas connectunt rectæ lineæ δ ι,β χ. parallelus igitur est (per 33 primi) δ ι,ipsi β χ,& suscipiuntur in utrisq; contingentia signa,hoc est δ,υ,χ,σ, cõnectanturq; δ χ,υ σ. in uno igitur sunt plano (per 17 undecimi) ipsæ δ χ,υ σ. Et quoniam parallela est δ ι ipsi β χ,æqualis igitur est (per 29 primi) qui sub ι δ τ angulus ei qui sub β χ τ angulo: uicissim enim & qui sub δ τ υ ei qui sub χ τ σ. Bina iam triangula sunt, hoc est δ τ υ & χ τ σ,duos angulos duobus angulis æquos habentia,& unum latus uni lateri æquum,quod subtendit autem æqualium angulorum,hoc est δ υ ipsi χ σ,dimidiæ nanq; ipsarum δ ι,β χ,& reliqua igitur latera reliquis lateribus æqualia habebunt. Aequalis igitur est δ τ ipsi τ χ,& υ τ ipsi τ σ. Si solidi igitur parallelepipedi eorum quæ ex opposito planorum latera bifariam secta fuerint, extensaq; fuerint per sectiones plana, cõmunis ipsorum planorum sectio & solidi parallelepipedi demetiens bifariam se adinuicem dispescent, Quod erat ostendendum.*

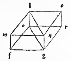
Eucli. ex

Eucli. ex Camp. Propositio 41

41 SI duo corpora seratilia quorũ alterũ basin triangulam, alterũ uero basin habeat æquidistantiũ laterũ ipsi basi triãgulæ duplam, æque alta fuerint, illa duo corpora necesse est esse æqualia.



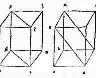
CAMPANVS. Sit superficies a b d æquidistantiũ laterum dupla trilateræ superficiei e f g, & super has duas superficies fiant duo corpora seratilia æque alta. Sitq́ seratile quod est supra basin quadrãgulam a b c d, a b h d c k, cuius basis est superficies æquidistantiũ laterum proposita a b c d, alia eius superficies æquidistantiũ laterum est a h d k, tertia uero est b h c k, duæ autem est eius triangulares superficies, sunt altera quidem triãgulus a b h, reliqua uero triangulus d c k. Seratile autem quod est super basin triãgulam e f g, sit e f g l m n, cuius altera duarum trilaterarũ superficierũ est basis prædicta, reliqua uero triangulus l m n, trium autem superficierũ eius æquidistantium laterum prima quidem est e f l m, secunda uero e g l n, tertia uero f g m n. Dico itaq́ hæc duo seratilia proposita, esse adinuicẽ æqualia. Perficiantur enim duo solida parallelogramma, adiungendo utriq́ duorum propositorũ seratilium aliud seratile sibi æquale. Primo quidem seratili super eandem basin sit adiunctũ seratile a p h d q k, cuius duæ trilateræ superficies sint a p h, d q k, tres autem quadrilateræ, prima quidem a h d k quæ est terminus communis sibi & ei cui adiungitur, secunda uero a d p q, tertia quoq́ p q h k. Secundo autẽ seratili adiungatur aliud seratile sibi æquale hoc modo. Adiungatur primo triangulo e f g alius triangulus æqualis qui e g r. ita quod tota superficies e f g r sit æquidistantiũ laterum, & super hunc triangulum fiat seratile e g l r l n s, quod cum illo cui adiungitur perficiat corpus parallelogrammum huius seratilis adiuncti, duæ trilateræ superficies sunt e g r, l n s, tres autem parallelogrammæ sunt, prima quidem e l r s, secunda e l g n quæ est cõmunis terminus sibi & ei cui adiungitur, tertia uero g r n s. Manifestum igitur ex diffinitione solidorũ æqualium atq́ similium, q duo seratilia parallelogrammũ componentia solidum a k, sibi inuicem, itemq́ cõponentia solidum parallelogrammũ e n. sibi adinuicem sunt æqualia. At uero ex 31 uel ex 32 huius, duo solida a k & e n sunt sibi inuicem æqualia. Quia ergo horum solidorũ medietates sunt seratilia proposita, per cõmunem scientiam constat ea esse æqualia, quæcũq́ enim fuerint æqualia, eorum medietates necesse est esse æquales. Liquet itaq́ quod propositum est.



Eucli. ex Zamb. Theorema 35 Propositio 40

40 Si fuerint bina prismata sub æquis altitudinibus, & alterũ quidem basin parallelogrammũ habuerit, alterum autem triangulũ, duplum autem fuerit parallelogrammũ ipsius trianguli, ipsa prismata æqualia erunt.

THEON ex Zamber. *Sint bina prismata α β γ δ ε ζ, η θ κ λ μ ν, & alterũ quidem habeat basin α ζ parallelogrammũ, alterũ uero η θ κ triangulum, duplum uero sit α ζ parallelogrãmum, ipsius η θ κ trianguli. Dico quod prisma α β γ δ ε ζ, æquũ est ipsi θ η κ λ μ ν prismati. Cõpleantur, inquam, ipsa α ξ, ν ο, solida. Et quoniam α ζ parallelogrammũ ipsius η θ κ triãguli duplum est, estq́ θ κ parallelogrammũ (per 41 primi) duplum ipsius η θ κ trianguli, æquũ igitur est α ζ parallelogrammũ ipsi θ κ parallelogrãmo. Super æqualibus autem basibus existentia solida parallelepipeda & sub eadem altitudine, inuicẽ sunt æqualia (per 31 undecimi.) Igitur solidũ α ξ, æquũ est ipsi ν ο solido & ipsius quidem α ξ solidi, dimidiũ est ipsum α β γ δ ε ζ prisma, ipsius autẽ ν ο solidi. dimidiũ est ipsum η θ κ λ μ ν prisma. Igitur prisma α β γ δ ε ζ, ipsi η θ κ λ μ ν prismati est æquũ. Si fuerint igitur bina prismata sub æquali altitudine, & alterũ quidem habuerit basin parallelogrammũ, alterũ autem triangulũ, duplum autem fuerit parallelogrammũ ipsius trianguli, æqualia sunt ipsa prismata. Quod erat ostendendũ.*

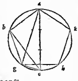


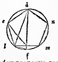
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORVM. LIBER DVODECIMVS.

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 Omnium duarum superficierum similium multiangularū inter duos circulos descriptarū est proportio alterius ad alteram, tanquam proportio quadratorū quæ ex diametris circulorum eas circunscribentium proueniunt.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b c, d e f, quibus inscribantur duæ quælibet figuræ polygoniæ quæ ponantur adinuicem similes, sintq́ʒ nunc, pentagonæ inscriptæ ut docet 11 quarti, & ipsæ sint a b g h k, d e l m n, diametri quoq́ʒ circulorū sint a c & d f. Dico itaq́ʒ quod proportio pentagoni a b g h k ad pentagonū d e l m n, est sicut quadratū diametri a c ad quadratū diametri d f. Protrahātur enim in utroq́ʒ circulo duæ lineæ ab extremitate diametri, ad extremitatē unius lateris pentagoni diametro non cōterminalis, seinuicem cancellantes infra ipsum pentagonum: in hoc quidem, a g & c b, in illo autem d l & f e. Eritq́ʒ ex 6 sexti triangulus a b g, æquiangulus triāgulo d e l. Nam cum pentagoni ponantur adinuicem similes, erunt ex diffinitione similium superficierū angulus a b g æqualis angulo d e l, & latera ipsos continētia proportionalia, uidelicet, proportio a b ad d e, sicut b g ad e l. Cum sint autem ex 20 tertij duo anguli a c g & a g b sibi inuicē æquales, itemq́ʒ duo alij d f e & d l e sibi inuicem æquales, erunt duo qui sunt c & f adinuicē æquales ex hac communi sciētia, quæ æqualibus sunt æqualia, sibi quoq́ʒ æqua esse necesse est. Et quia ex prima parte 30 tertij uterq́ʒ duorū angulorum a b c, d e f, est rectus, sequitur ex 32 primi duos triāgulos a b c, d e f, esse æquiangulos. Quare per 4 sexti proportio diametri a c ad diametrū d f, est sicut lateris a b ad latus d e. Cum itaq́ʒ ex secunda parte 18 sexti, proportio duorū pentagonorū est sicut proportio lateris a b ad latus d e proportio duplicata, & per eandem proportio quadrati diametri a c ad quadratū diametri d f, sit sicut diametri a c ad diametrū d f duplicata, per hanc cōmunem scientiam quorū dimidia sunt æqualia, ipsa quoq́ʒ adinuicem esse æqualia, manifestum est quod propositum est.



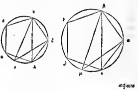


Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 Quæ in circulis similes multangulæ figuræ, adinuicem se habent sicut quæ ex dimetientibus quadrata.

THEON ex Zamb.

Sint circuli α β γ δ ε, ζ η θ κ λ, & in eis sint similes figuræ multangulæ α β γ δ ε, ζ η θ κ λ, dimetientes autem circulorū sint β μ, η ν. Dico q̄d est sicut quadratū quod ex β μ ad id quod ex η ν quadratum, sic est multangulū α β γ δ ε ad multangulū ζ η θ κ λ. Connectantur enim β ε, α μ, θ λ, ζ ν. Et quoniā multangulum α β γ δ ε ipsi ζ η θ κ λ multangulo simile est, æquus est & qui sub β α ε angulus ei qui sub η ζ λ, estq́ʒ sicut β α ad α ε, sic η ζ ad ζ λ. Bina iam triangula sunt β α ε & η ζ λ, unum angulū uni angulo

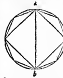


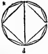
æquum

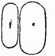
æquū habentia, qui sub β α ι et qui sub ν ξ λ, circa autē æquos angulos latera proportionalia: æquiangulū igitur est (per 1 diffinitionē sexti) α ε ι triangulū, ipsi ξ ν λ triangulo: æqualis igitur est angulus qui sub α ι ε, ei qui sub ξ λ ν. Sed qui (per 21 tertij) sub α ι ε ei qui sub α μ β est æqualis (in eandem nanq; circūferentiam ierunt) qui autē sub ξ λ ν ei qui sub ξ ν ν, & qui sub α μ β igitur ei qui sub ξ ν ν est æqualis. Est autē & rectus qui sub β α μ, ei qui sub ν ξ ν recto (per 4 postulatū) æqualis: reliquus igitur, reliquo est æqualis (per 3 cōmunem sententiā.) Aequiangulū igitur est triangulū α μ β, ipsi ξ ν ν triangulo. Proportionaliter igitur est sicut β μ ad ν ν, sic β α ad ν ξ. Sed ipsius quidē β μ ad ν ν rationis, dupla est ea quæ ipsius β μ quadrati ad id quod ex ν ν quadratū. Ipsius autē β α ad ν ξ, dupla est ipsius α β γ δ ι multanguli ratio ad ipsum ξ ν θ κ λ multangulū: & sicut igitur (per 11 quinti) quod ex β μ quadratū ad id quod ex ν ν quadratū, sic est multangulū α ε γ δ ι ad multangulū ξ ν θ κ λ. In circulis igitur simi lia multangula, sese adinuicem habēt sicut quæ ex dimetiētibus quadrata. Quod erat ostendendū. Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 Omnium duorū circulorū est proportio alterius ad alterū, tanq; proportio quadrati suæ diametri ad quadratū diametri alterius.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b & c d, quorum diametri quoq; dicātur a b & c d. Dico itaq; q̧ porportio circuli a b ad circulum c d, est sicut quadrati diametri a b ad quadratū diametri c d. Manifestū enim est ex hac cōmuni sciētia, scilicet, quanta est quælibet magnitudo ad aliquā secundā, tantam necesse est esse quālibet tertiam ad aliquā quartā, q̧ proportio quadrati diametri a b ad quadrarū diametri c d, est sicut circuli a b ad superficiē aliquā quæ sit e, cuiuscūq; figuræ aut formæ ponatur. Hanc autē impossibile est maiorem esse aut minorem circulo c d. Si enim est possibile ipsam esse minorem circulo c d, sit itaq; minor in superficie f. Itaq; circulus c d, sit æqualis duabus sūpficiebus e & f pariter acceptis. Constat igitur ex 1 decimi, q̧ toties possit ex circulo c d, suisq; residuis subtrahi maius dimidio, quousq; reliquatur quātitas aliqua minor f. Inscribatur ergo sibi ut docet 6 quarti, quadratū c d g h, de quo constat q̧ ipsum sit maius medietate circuli: quadratū enim quod est duplum ad ipsum, est circulum circūscribens, ut patet ex penultima primi & 7 quarti. Si igitur portiones circuli existentes super latera quadrati pariter acceptæ, fuerint minus superficie f, sufficit. Sin autē quatuor arcus existētes super dicta latera per æqualia diuidantur, & puncta ipsos arcus diuidentia cum extremitatib. laterū continuētur per lineas rectas. Verbi gratia, arcus e g diuidatur per æqualia in puncto k, & protrahātur lineæ k c, k g, sicq; de cæteris. Eritq; quilibet triangulorū descriptorū super latera quadrati, maior medietate portionis in qua existit, eo q̧ omnis triangulus isosceles est medietas parallelogrāmi suæ basis per 41 primi, quod quidem parallelogrammū maius erit superficie ipso arcu chordaq; contenta. Sint itaq; portiones existentes super latera octogonij inscripti pariter acceptæ, minus superficie f. Si enim nondū hoc esset, nō cessarem diuidere arcus (quorū latera ultimæ descriptæ figuræ sunt chordæ) per æqualia, & inscribere figurā æquilaterā duplo plurium laterū primæ, semper subtrahendo ab ipsis circuli portionibus, maius dimidio, quousq; per 1 decimi, portiones super latera alicuius talis figuræ circulo inscriptæ existentes pariter acceptæ, erunt minus superficie f. Sint ergo nunc quæ dictæ sunt, eritq; ex cōceptione octogonū c d, maius superficie e. In circulo igitur a b, eadē uia inscribatur simile octogonū quod dicatur a b, eritq; ex præmissa porportio octogoni a b ad octogonū c d, sicut quadrati diametri a b ad quadratū diametri c d, ideoq; per 11 quinti sicut proportio circuli a b ad superficiem e, itaq; pmutatim polygonij a b ad circulū a b, sicut polygonij c d ad superficiē e. Cumq; sit polygonū c d maius sūpficie e, erit polygonū a b maius circulo a b, hoc autem impossibile. Non est ergo superficies e, minor, circulo c d. Sed nec maior. Esto enim si possibile sit. Cum igitur sit proportio quadrati diametri a b ad quadratū diametri c d, sicut circuli a b ad superficiē e, erit econuerso quadrati diametri c d ad quadratū diametri a b, sicut superficiei e ad circulū a b. Et constat ex cōmuni sciētia in principio huius demōstrationis posita, q̧ eadem est circuli c d ad aliquā superficiē quæ sit f, eritq; ex 14 quinti superficies f, minor circulo a b. Itaq; proportio quadrati diametri c d ad qua-





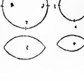


dratũ diametri a b. erit ſicut circuli c d ad ſuperficiẽ f minorẽ circulo a b. Sed ex hoc demonſtrauimus pauloante ſequi impoſſibile, uidelicet, polygonũ inſcriptũ circulo maius eſſe circulo. Sicut ergo ſuperficies e non poteſt eſſe minor circulo c d, ita nec maior. erit ergo neceſſario æqualis. Quare per ſecũdam partem 7 quinti, liquet quod propoſitum eſt.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propoſitio 2

2 Circuli ſeſe adinuicem habent, ſicut quæ ex dimetientibus quadrata.

THEON ex Zamb. Sint circuli α β γ δ, ε ζ η θ, dimetientes autem eorum ſint δ β, ζ θ. Dico quod eſt ſicut quod ex β δ quadratũ ad id quod ex ζ θ quadratum, ſic eſt α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulũ. Si enim nõ eſt ſicut quod ex β δ quadratũ ad id quod ex ζ θ quadratũ, ſic α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulũ, erit ſicut quod ex β δ ad id quod ex ζ θ, ſic α β γ δ circulus uel ad minorem ipſo ε ζ η θ circulo arcam, uel ad maiorẽ. Sit prius ad minorẽ σ. Deſcribaturq́ (per 6 quarti) in circulo ε ζ η θ, quadratũ ε ζ η θ. Iam deſcriptũ quadratũ, maius eſt quàm dimidium ipſius ε ζ η θ circuli, quoniam ſi per ſigna ε, ζ, η, θ, tangentes circulum rectas lineas ducamus, circũ circulum deſcripti quadrati dimidum eſt ε ζ η θ quadratum, ipſo autem circũſcripto quadrato minor eſt circulus, quare ε ζ η θ inſcriptũ quadratũ, maius eſt quàm dimidiũ ipſius ε ζ η θ circuli. Secentur bifariam ipſæ ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, circũferentiæ in ſignis κ λ, μ, ν, cõnectanturq́ ε κ, κ ζ, ζ λ, λ η, η μ, μ θ, θ ν, ν ε. Et unumquodq́ igitur ipſorũ ε κ ζ, ζ λ η, η μ θ, θ ν ε, triangulorũ, maius eſt quàm dimidiũ eius quod circum ipſum eſt circuli ſegmenti: quoniam ſi per κ, λ, μ, ν, ſigna circulum tangentes ducamus, & cõpleamus quæ in ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, rectis lineis paralleclogrãma, unumquodq́ ipſorũ ε κ ζ, ζ λ η, η μ θ, θ ν ε, triangulorũ, dimidium eſt eius quod circum ipſum parallelogrãmi, ſed circum ipſum ſegmentum, minus eſt parallelogrãmo, quare unumquodq́ ipſorum ε κ ζ, ζ λ η, η μ θ, θ ν ε, triangulorũ, maius eſt dimidio eius quod circum ſeipſum ſegmẽti circuli. Diſpeſcentes iam (per 30 tertij) reliquas circũferentias bifariam, cõnectentesq́ rectas lineas, & hoc ſemper efficientes (per 1 decimi) relinquemus quædam circuli ſegmenta quæ minora erunt exceſſu quo excedit circulus ε ζ η θ, aream σ. Oſtenſum etenim eſt in primo decimi uoluminis theoremate, quod binis magnitudinibus inæqualibus expoſitis, ſi à maiori auferatur maius quàm dimidium, & reliquæ maius quàm dimidium, hocq́ ſemper fiat, quædam relinquetur magnitudo quæ minore magnitudine expoſita, minor erit. Relinquantur igitur, ſintq́ quæ in ipſis ε κ, κ ζ, ζ λ, λ η, η μ, μ θ, θ ν, ν ε, ſegmenta ipſius ε ζ η θ circuli, minora exceſſu quo excedit circulus ε ζ η θ ipſam σ aream. Reliquũ igitur ε κ ζ λ η μ θ ν multangulũ, maius eſt ipſa area σ. Inſcribatur in circulum α β γ δ, ipſi ε κ ζ λ η μ θ ν multangulo ſimile multangulũ α ξ β ο γ π δ ρ. Eſt igitur (per præcedentem) ſicut quod ex β δ quadratũ ad id quod ex ζ θ quadratũ, ſic eſt multangulũ α ξ β ο γ π δ ρ ad ε κ ζ λ η μ θ ν multangulũ. Sed ſicut quod ex β δ quadratũ ad id quod ex ζ θ quadratũ, ſic circulus α β γ δ ad arcam σ: & ſicut igitur (per 11 quint.) α β γ δ circulus ad σ arcam, ſic multangulum α ξ β ο γ π δ ρ ad ipſum ε κ ζ λ η μ θ ν multangulũ. Viciſſim igitur (per 16 quinti) ſicut circulus α β γ δ ad id quod in ipſo multangulũ, ſic σ area ad multangulũ ε κ ζ λ η μ θ ν. Maior autem eſt α β γ δ circulus, eo quod in ſe eſt multangulo: maior igitur eſt & area σ, ipſo ε κ ζ λ η μ θ ν multangulo, ſed & minor, quod eſt impoſſibile. Non eſt igitur ſicut quod ex β δ quadratũ ad id quod ex ζ θ quadratũ, ſic circulus α β γ δ ad aliquã arcam ipſo ε ζ η θ circulo minorem. Similiter iam demonſtrabimus, quod neq́ ſicut quod ex ζ θ ad id quod ex β δ, ſic circulus ε ζ η θ ad aliquã aream minorem ipſo α β γ δ circulo. Dico nempe quod neq́ ſicut quod ex β δ ad id quod ex ζ θ, ſic circulus α β γ δ ad aliquam aream maiorem ipſo ε ζ η θ circulo. Si enim poſſibile, ſit ad maiorem σ. Conuerſim igitur eſt ſicut quod ex ζ θ quadratũ ad id quod ex β δ, ſic eſt σ area ad α β γ δ circulum. Sed ſicut σ area ad α β γ δ circulũ, ſic eſt circulus ε ζ η θ ad aliquam aream minorem ipſo α β γ δ circulo, & ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex ζ θ ad id quod ex β δ, ſic ε ζ η θ circulus ad aliquã aream minorem ipſo α β γ δ circulo, quod impoſſibile eſſe demonſtratũ eſt. Non eſt igitur ſicut quod ex β δ quadratũ ad id quod ex ζ θ, ſic circulus α β γ δ ad maiorem aliquam aream ipſo ε ζ η θ circulo. Oſtenſum autem eſt, quod neq́ ad minorem. Eſt igitur ſicut quod ex β δ quadratũ ad id quod ex ζ θ quadratũ, ſic circulus α β γ δ ad circulũ ε ζ η θ. Circuli ergo adinuicem ſeſe habent, ſicut quæ ex dimetientibus quadrata. Quod erat oſtendendum. Dico iam quod σ area maiore ſubſiſtente ipſo ε ζ η circulo, eſt ſicut area σ ad α β γ δ circulũ, ſic ε ζ η θ circulus ad aliquam aream minorẽ ipſo α β γ δ circulo. Fiat enim ſicut σ area ad α β γ δ circulũ, ſic ε ζ η θ circulus ad aream τ. Dico quod area τ, minor eſt ipſo α β γ δ circulo. Quoniam enim eſt ſicut σ area ad α β γ δ circulũ, ſic eſt ε ζ η θ circulus ad aream τ, uiciſſim (per 16 quinti)

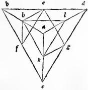


eſt ſicut

est sicut σ area ad ε ζ η θ circulum, sic est α β γ δ circulus ad τ aream. Maior autem est σ area ipso ε ζ η θ circulo, maior igitur est & α β γ δ circulus, ipsa area τ, quare est sicut σ area ad α β γ δ circulum, sic est ε ζ η θ circulus ad m nor rem aliquam aream ipso α β γ δ circulo, quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 3

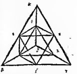
3 Omnis pyramis cuius basis triangula, scindi potest in duas æquas pyramides sibi inuicem totiq; pyramidi similes, unaq; in duo seratilia quæ ambo pariter accepta dimidio totius pyramidis necesse est esse maiora.



CAMPANVS. Sit pyramis a b c d super basin triangulam b c d, eiusq; uertex solidus angulus a, a quo demittãtur tres hypothenusæ a b, a c, a d, ad tres angulos basis, & diuidãtur omnia latera basis per æqualia in tribus punctis e, f, g, tres quoq; hypothenusæ per æqualia in tribus punctis h, k, l, & protrahãtur in basi duæ lineæ e f & e g. Eritq; basis eius diuisa in tres superficies, quarum duæ sunt duo trianguli b e f, e g d, quos ex secunda parte 2 sexti, & diffinitiõe similium superficierũ constat esse similes sibi inuicem & toti basi, & æquales adinuicẽ ex 8 primi, tertia est tetragona parallelogramma & ipsa est e f g c, quam cõstat esse duplam ad trĩgulum e g d ex 40 & 41 primi. Demittãtur ergo rursus à puncto h duæ hypothenusæ h e, h f, & à puncto k l hypothenusa k g, & protrahãtur lineæ h k, k l & l h. Diuisa est itaq; tota pyramis a b c d in duas pyramides quæ sint h b e f & a h k l, & duo seratilia quorũ unum est e h f g k c & est super basin quadrangulã c f g e, & aliud est e g d h k l & est super basin triangulam e g d. De duabus autem pyrãmidibus h b e f, a h k l, quod ipsæ sunt æquales adinuicem, sibiq; & toti pyramidi a b c d similes, constat ex diffinitione corporum æqualium & similium & ex 10 undecimi & ex secunda parte 2 sexti. De duobus autem seratilibus quod ipsa sint æqualia, constat ex ultima undecimi. Quod uero ambo seratilia pariter accepta sint maius medietate totius pyramidis, ex hoc manifestum est φ utrunq; illorũ diuisibile est in duas pyramides quarũ altera triangula æqualis uni duarum, in quas & seratilia totalis pyramis diuiditur: altera uero quadrangula, quæ dupla est ad reliquã, quare patet ambo seratilia pariter accepta tres quartas esse totalis pyramidis diuisæ. Ac proportionẽ si scire desideras, sextam huius duodecimi consule. Sed sufficit tibi scire (quantũ ad propositũ) illa duo seratilia pariter accepta duas partiales pyramides in quas & seratilia totalis diuiditur pariter acceptas, quantalibet quantitate excedere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 3

3 Omnis pyramis triangularẽ basin habẽs, diuiditur in binas pyramides æquas & similes inuicem, triãgulares bases habẽtes, & similes toti, & in bina prismata æqualia, & ipsa bina prismata maiora sunt quàm dimidium totius pyramidis.



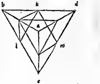
THEON ex Zamb. Sit pyramis cuius basis quidem sit triangulũ α β γ, fastigium uero sit signum δ. Dico quod pyramis α β γ δ diuiditur in pyramides binas æquas adinuicem triangulares bases habẽtes & toti similes, & in bina prismata æqualia, & bina prismata maiora sunt quàm totius pyramidis dimidiũ. Secentur (per 10 primi) α β, β γ, γ α, α δ, δ β, δ γ, bifariam in signis ε, ζ, η, θ, κ, λ, cõnectanturq; ε θ, ε η, η θ, θ κ, κ λ, λ θ, ε κ, κ ζ, ζ η. Et quoniã α ε est æqualis ipsi ε β, & α θ ipsi θ δ, parallelas igitur est ε θ ipsi δ β. Idq; propterea etiam θ κ, ipsi α β parallelus est: parallelogrammũ igitur est θ ε κ β, æqualis igitur est ipsa θ κ ipsi ε β. Sed ε β ipsi α ε est æqualis, & α ε igitur ipsi θ κ est æqualis. Est autẽ & α θ ipsi θ δ æqualis. Duæ iam α ε, α θ, duabus κ θ, θ δ, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub ε α θ (per 25 primi) et qui sub κ θ δ est æqualis basis igitur ε θ (per 4 primi) basi κ δ est æqualis. Igitur triangulũ α ε θ, æquum & simile est ipsi θ κ δ triangulo. Et id propterea etiam triangulũ α θ η, ipsi θ λ δ triangulo æquũ & simile est. Et quoniã binæ rectæ tangentes se adinuicem ε θ, θ η, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes κ δ, δ λ, sunt, non tamen in eodem plano existentes, æquos angulos cõprehendunt, æqualis igitur est (per 10 undecimi) angulus qui sub ε θ η, et qui sub κ δ λ, angulo. Et quoniã binæ rectæ

rectæ lineæ ι θ, θ κ, duabus, κ δ, δ λ, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub ι θ κ (per 10 undecimi) angulo qui sub κ δ λ, est æqualis. basis igitur ι κ (per 4 primi) basi κ λ est æqualis. Triangulũ igitur ι θ κ, æquum est ei triangulo quod sub κ δ λ & simile, & id propterea triangulũ α ι κ, ipsi θ κ λ triangulo æquum & simile est. Pyramis igitur cuius basis α ι κ triangulũ, fastigium autem θ signum, æqualis & similis est pyramidi cuius basis quidem est θ κ λ triangulũ & uertex δ signum. Et quoniam trĩguli α δ β (per 2 sexti) * ad unum latus α β, excitata est θ κ, æquiangulũ est α δ β triangulũ ipsi δ κ θ triangulo, & latera habent proportionalia. Igitur triangulũ α δ β, simile est ipsi triangulo δ θ κ. Idq́ propterea & triangulũ quidẽ δ β γ simile est ipsi trĩgulo δ κ λ, α & δ γ triangulũ ipsi δ θ λ triangulo. Et quoniã (per 10 undecimi) binæ rectæ lineæ sese mutuẽ tangẽtes β α, α γ, * ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes κ θ, θ λ, sunt, non tamen in eodem plano, æquos cõprehendunt angulos. Angulus igitur q sub β α γ, æquus est ipsi angulo q sub κ θ λ. Estq́ sicut ϛ α ad α γ, sic κ θ ad θ λ. Triangulũ igitur α ϛ γ, ipsi β κ λ trĩgulo simile est. Et pyramis igitur cuius basis quidem est triangulũ α β γ, uertex autem δ signũ, similis est pyramidi cuius basis quidem est θ κ λ triangulũ, uertex autẽ δ signũ. Sed pyramis cuius basis est triangulũ θ κ λ, uertex autem δ signum, ostensa est similis pyramidi cuius basis quidem est α ι κ triangulum uertex uero θ signum.

Quare & pyramis cuius quidem basis est triangulũ α ϛ γ, uertex uero δ signum, similis est pyramidi cuius basis quidem est α ι κ triangulũ, & uertex θ signum; utraq́ igitur ipsarũ α ι κ θ, θ κ λ δ, pyramidũ, similis est toti α β γ δ pyramidi. Et quoniam β ζ æqualis est ipsi ζ γ, parallelogrammũ ι ϛ ζ κ, ipsius κ ζ γ trianguli duplum est (per 41 primi.) Et quoniam si fuerint bina prismata æque alta, & alterũ quidem habuerit basin parallelogrammũ, alterũ autem triangulũ, duplum autem fuerit parallelogrammũ ipsius trianguli, ipsa prismata sunt æqualia (per 40 undecimi) prisma igitur comprehensum sub binis triangulis β κ ζ, ι θ κ, tribusq́ parallelogrãmis ι β ζ κ, ι ϛ κ θ, κ θ ζ κ, prismati comprehenso sub binis triangulis κ ζ γ, θ κ λ, tribusq́ parallelogrãmis κ ζ γ λ, λ γ κ θ, θ κ ζ κ, est æquale. Manifestum autẽ quod utrunq́ ipsorũ prismatũ cuius basis ι ϛ ζ κ parallelogrammũ, ex opposito autem θ κ recta linea, & cuius basis κ ζ γ triangulũ, ex opposito autem κ λ θ triangulũ, maius est utraq́ ipsarũ pyramidum quarũ bases quidem sunt triangula α ι κ & θ κ λ, uertices autem θ, δ, signa. Quoniam si cõnectamus ι ζ, ι κ, rectas lineas, prisma cuius basis ι ϛ ζ κ parallelogrammũ, ex opposito autem κ θ recta linea, maius est pyramide cuius basis ι β ζ triangulũ, & uertex κ signũ. Sed pyramis cuius basis ι ϛ ζ triangulũ, uertex autem est κ signũ, æqua est pyramidi cuius basis est α ι κ triangulũ, & uertex est θ signũ sub æquis enim & similibus planis cõprehenduntur. Quare & prisma cuius basis quidem ι ϛ ζ κ parallelogrammũ, ex opposito autem θ κ recta linea, maius est pyramide cuius basis α ι κ triangulũ, uertex autem θ signum. Prisma uero cuius basis ι ϛ ζ κ parallelogrammũ, ex opposito autem θ κ recta linea, æquũ est prismati cuius basis κ ζ γ triangulũ, ex opposito autem triangulũ θ κ λ. Pyramis autẽ cuius basis quidem α ι κ triangulũ, uertex autem signũ θ, æqua est pyramidi cuius basis θ κ λ triangulũ, uertex autem est δ signũ. Prædicta igitur bina prismata, maiora sunt prædictis duabus pyramidibus quarũ bases sunt ipsa α ι κ, θ κ λ, triangula, uertices autem sunt θ, δ, signa. Tota igitur pyramis cuius basis est triangulũ α ϛ γ, uertex autẽ signũ δ, diuiditur in binas pyramides sibi inuicẽ æquas & similes toti, & in bina prismata æqualia, & bina prismata maiora sunt quàm totius pyramidis dimidium. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 4

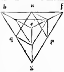
4 SI duæ pyramides æque altæ quarum bases triangulæ singulæ in binas pyramides æquales sibi inuicem ac toti similes, binaq́ seratilia æqualia diuidantur, erit proportio basis unius ad basin alterius tanq́ proportio duorũ seratiliũ suorũ ad duo seratilia alterius. Eritq́ palàm, omnia seratilia quæ fuerint in utralibet illarum pyramidum pariter accepta ad cuncta seratilia quæ in altera pyramide fuerint, eandem habere proportionẽ quam basis eius pyramidis ad basin alterius pyramidis.



CAMPANVS. Sint duæ pyramides quarũ bases triangulæ, æque altæ. hæc quidẽ a b c d, cuius conus punctus a, basis trĩgulus b c d, hypothenusæ a b, a c, a d, illa uero e f g h, cuius conus punctus e, basis trĩgulus f g h, hypothenusæ e f, e g, e h: hæ autẽ duæ pyramides diuidantur, sicut in præmissa. Sintq́ bases earũ diuisæ. Hæc quidẽ, protractis lineis latera basis ipsius per æqualia diuidentibus, quæ sint k l & k m: illa uero protractis lineis quæ sint n p, n q. Dico ergo q̃ proportio basis b c d ad basin f g h, est sicut duorũ seratiliũ pyramidis a pariter acceptorũ ad duo seratilia pyramidis e pariter accepta. Manifestũ est autẽ ex 11 sexti parte secũda, q̃ pro-

portio

portio trianguli b c d ad triangulũ k m d, est sicut lineæ b d ad lineam k d duplicata, per eandem quoq; est proportio trianguli f g h ad triangulũ n q h, sicut lineæ f h ad lineam n h duplicata. Cumq; sit linea b d ad lineam k d, sicut linea f h ad lineam n h (utrobiq; enim est dupla proportio) erit triangulus b c d ad triangulũ k m d, sicut triãgulus f g h ad triangulũ n q h, & permutatim triangulus b c d ad triangulũ f g h, sicut triangulus k m d ad triangulum n q h. Triangulus autem k m d ad triangulum n q h, est sicut seratile existens super ipsum ad seratile existens super illum per 33 undecimi. Huius quoq; seratilis ad illud, est sicut amborũ seratiliũ pyramidis a pariter acceptorũ ad ambo seratilia pyramidis e pariter accepta ex 15 quinti: necesse est enim ut sit duplum ad duplum, quemadmodũ simplum ad simplum. Itaq; conclude ex 11 quinti, quod propositũ est. Dormitas autẽ si dubitas seratilia unius harum pyramidũ, æque alta esse seratilibus pyramidis alterius. Cũ enim sint pyramides æque altæ, sit quoq; utraq; earũ diuisa in duas pyramides æquales sibi totiq; similes & in duo seratilia æqualia, & sint duæ partiales pyramides æque altæ, eo q; similes & æquales (q̃d facile patebit demissis à uerticibus partialiũ pyramidũ perpẽdicularibus ad bases ipsarũ, de quibus perpẽdicularibus ex 37 undecimi constat esse æquales) cumq; altitudines harũ partialiũ pyramidũ pariter acceptæ cõponunt altitudinẽ totalis pyramidis diuisæ, sintq; ambo seratilia æque alta uni partialiũ pyramidũ ei, uidelicet, quæ super partialẽ triangulũ basis totalis pyramidis cõponitur, non est fas ambigere seratilia unius earũ pyramidũ esse æque alta seratilibus alterius earũ. Correlariũ uero ex eo manifestũ est, q; similiter bases partialiũ pyramidũ sic se habeant adinuicẽ, sicut bina seratilia unius ad bina seratilia alterius. Et quia bases partialiũ sic se habent adinuicẽ, sicut bases totaliũ ex secũda parte 15 sexti, & permutata proportione, constat ex 15 quinti uerum esse quod correlariũ proponit.

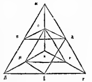


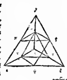
Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 4

4 Si fuerint binæ pyramides sub eadem altitudine, triangulares bases habentes, diuisa uero fuerit utraq; ipsarũ in binas pyramides adinuicẽ æquales & similes toti & in bina prismata æqualia, & in utraq; factarum pyramidum is modus semper seruetur, erit sicut unius pyramidis basis ad alterius pyramidis basin, sic quæ in una pyramide prismata omnia ad ea quæ in altera pyramide prismata * æque multiplicia.

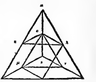
ἰσοπληθῆ, id est pari multitudine sumpta

Sint binæ pyramides sub eadem altitudine, triãgulares bases habentes, hoc est α β γ, δ ε ζ, & fastigia κ, θ, signa. Diuidaturq; ipsarũ utraq; in binas pyramides inuicẽ æquas & toti similes, & in bina prismata æqualia. Ipsarumq; factarum pyramidum utraq; itidem intelligatur diuisa, & hoc semper fiat. Dico quod est sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic sunt omnia prismata quæ in ipsa α β γ κ pyramide, ad ea quæ in δ ε ζ θ pyramide prismata æque multiplicia. Quoniam enim β ξ ipsi ξ γ, & α λ ipsi λ γ est æqualis, parallelus igitur est ξ λ ipsi α β, & α β γ triangulum ipsi λ ξ γ triangulo simile est, & id propterea iam triãgulum δ ε ζ simile est ipsi ϛ φ ζ triangulo. Et quoniam β γ ipsius γ ξ dupla est, & ε ζ ipsius ζ φ, est igitur sicut β γ ad γ ξ, sic est ε ζ ad ζ φ. Descriptæq; sunt ab ipsis quidem β γ, γ ξ, similes similiterq; positæ rectilineæ figuræ α β γ, λ ξ γ, ab ipsis autem ε ζ, ζ φ, similes similiterq; positæ rectilineæ figuræ δ ε ζ, ϛ φ ζ. Si autem quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ab ipsis rectilineæ figuræ similes similiterq; positæ, proportionales erunt. Est igitur sicut α β γ triangulũ ad λ ξ γ triangulũ, sic est δ ε ζ triangulum ad ϛ φ ζ triangulũ, uicissim igitur (per 16 quinti) est sicut α β γ triangulum ad δ ε ζ triangulum, sic est λ ξ γ triangulum ad ϛ φ ζ triangulum. Sed sicut λ ξ γ triangulum ad ϛ φ ζ triangulum, sic prisma cuius basis quidem est λ ξ γ triangulũ, ex opposito autem ο μ ν, ad prisma cuius basis est quidem ϛ φ ζ triangulum, ex opposito autem ζ τ υ, & sicut igitur (per 11 quinti) α β γ triangulum ad δ ε ζ triangulum, sic est prisma cuius basis quidem est λ ξ γ triangulũ, ex opposito uero ο μ ν, ad prisma cuius basis est ϛ φ ζ triangulum, ex opposito autem σ τ υ. Et quoniam bina

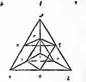




prismata existentia in ipsa α β γ η pyramide inuicem sunt æqualia, & quia bina prismata existentia in ipsa δ ε ζ θ pyramide inuicem sunt æqualia, est igitur sicut prisma cuius basis est β κ λ ξ parallelogrammũ, ex opposito uero μ ο recta linea, ad prisma cuius basis est λ ξ γ triangulum ex opposito autem ο μ ν sic prisma cuius basis π ε ϛ φ, ex opposito uero σ τ, ad prisma cuius basis ϛ φ ζ, ex opposito autem σ τ υ. Componendo igitur (per 18 quinti) est sicut κ β ξ λ μ ο, λ ξ γ μ ν ο prismata, ad λ ξ γ μ ν ο prisma, sic π ε φ ϛ σ τ, ϛ φ ζ σ τ υ, prismata ad ϛ φ ζ σ τ υ prisma uicissim igitur (per 16 quinti) est sicut κ β ξ λ ο μ, λ ξ γ ο μ ν, ad ipsa π ε φ ϛ σ τ, ϛ φ ζ σ τ υ prismata, sic prisma λ ξ γ μ ν ο ad ϛ φ ζ σ τ υ prisma. Sicut autẽ λ ξ γ μ ν ο prisma ad ϛ φ ζ σ τ υ prisma, sic ostensum est esse basim λ ξ γ ad ipsam ϛ φ ζ, & basim α β γ ad basim δ ε ζ, & sicut igitur (per 11 quinti) triangulũ α β γ ad triangulũ δ ε ζ, sic bina prismata quæ sunt in α β γ η pyramide ad ea bina prismata quæ sunt in δ ε ζ θ pyramide

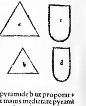


διέλωμεν diuiserimus Similiter uero si & reliquas pyramides eodem modo * trahemus, uidelicet ο μ ν η, σ τ υ θ, erit sicut basis ο μ ν ad σ τ υ basim, sic bina prismata existentia in ipsa ο μ ν η pyramide ad bina prismata existentia in σ τ υ θ pyramide. Sed sicut ο μ ν basis ad σ τ υ basim, sic α β γ basis ad δ ε ζ basim, & sicut igitur (per 11 quinti) α β γ basis ad δ ε ζ basim, sic & bina prismata existentia in ipsa α β γ η pyramide ad bina prismata existẽtia in δ ε ζ θ pyramide, & bina prismata existẽtia in ο μ ν η pyramide ad bina prismata existentia in ipsa σ τ υ θ pyramide, & quatuor ad quatuor. Et eadem quoque ostendentur in prismatibus factis ex ipsarũ α κ λ ο & δ π ϛ σ pyramidum diuisione, & omnium simpliciter æque multiplicium. Quod autem sit sicut λ ξ γ triangulum ad ϛ φ ζ triangulum, sic prisma cuius basis λ ξ γ triangulum, ex opposito autem ο μ ν, ad prisma cuius basis quidem est ϛ φ ζ triangulum, ex opposito σ τ υ, sic ostendendum est in eadem enim descriptione intelligantur ab ipsis η, θ perpendiculares in ipsa α β γ, δ ε ζ, triangula plana, æquales autem ipsæ erunt, quoniam æque sublimes ipsæ supponuntur pyramides. Et quoniam binæ rectæ lineæ η γ & quæ ex η perpendicularis, à parallelis planis, hoc est α β γ, ο μ ν, secantur in eisdem rationibus secabuntur (per 17 undecimi) & η γ bifariam secatur à plano ο μ ν, in signo ν, & perpendicularis igitur quæ ex η, in triangulum α β γ planum bifariam secatur à plano ο μ ν, & id propterea & perpendicularis quæ ex θ in δ ε ζ planum, bifariam secabitur ab ipso σ τ υ plano. Et ipsæ quæ ex η, θ, perpendiculares in ipsa α β γ, δ ε ζ, plana, sunt æquales. Igitur & quæ ex ο μ ν, σ τ υ, triangulis in ipsa α β γ, δ ε ζ, plana perpendiculares, sunt æquales. Prismata igitur quorum bases sunt λ ξ γ & ϛ φ ζ triangula, ex opposito autem ο μ ν, σ τ υ, æque sunt alta. Quare & solida parallelepipeda quæ à prædictis prismatibus describantur æque alta, adinuicem sunt sicut bases, & dimidia igitur erunt sicut λ ξ γ basis ad ϛ φ ζ basim, sic prædicta prismata adinuicem. Si binæ igitur pyramides sub eadem fuerint altitudine, & quæ sequũtur reliqua. Quod erat ostendendum.



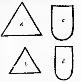
Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 OMnes duæ pyramides æque altæ quarũ bases triangulæ, suis basibus sunt proportionales.



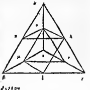
CAMPANVS. Quod 33 undecimi proposuit de solidis parallelogrãmis & in fine 36 undecimi uerum esse demõstrauimus de seratilibus. hæc 5 duodecimi proponit de pyramidibus triangulis. Intelligantur enim duæ pyramides æque altæ, quarũ bases sunt duo trigoni a & b, dico quod proportio pyramidis a ad pyramidem b, est sicut basis a ad basin b, quod eodem demonstrationis uel argumẽtationis genere demõstrandum est, quo secundam huius demõstrauimus. Sit enim ut basis a ad basin b, ita pyramis a ad corpus c, de quo dico, quod ipsum nõ erit minus neque maius pyramide b. Nam si possibile est ut sit minus, esto minus in solido d, ut pyramis b sit æqualis duobus corporibus c & d pariter acceptis. Diuisa itaque pyramide b ut proponit 3 huius, detrahantur ab ea duo seratilia quæ ex præmissa sunt maius medietate pyramidis ipsius, itemque ex utraque duarũ partialium residuarũ pyramidum, duo earum prædicto modo diuisarũ seratilia demantur, & fiat hoc toties, quousque ex pyramide b cogatur aduersarius per 1 decimi confiteri relinqui minus solido d, eruntque ex cõmuni scientia, seratilia detracta, maius c. Fiat igitur a pyramide a, similis seratilium detractio, & intelligamus

telligamus tot feratilia detracta esse ex pyramide a, quot detraximus ex pyramide b, eritq; ex correlario præmissæ sicut basis a ad basin b, ita seratilia detracta a pyramide a ad seratilia detracta a pyramide b, sed sic erat pyramis a ad corpus c, itaq; seratilia pyramidis a ad seratilia pyramidis b, sicut pyramis a ad corpus c, & permutatim seratilia pyramidis a ad pyramidē a, sicut seratilia pyramidis b ad corpus c. Cumq; sint seratilia pyramidis b, maius corpore c, erūt seratilia pyramidis a, maius pyramide a. Et quia hoc est impossibile, non erit corpus c, minus pyramide b. Sed nec maius. Hoc enim posito, cum sit proportio basis a ad basin b, sicut pyramidis a ad corpus c, erit econuerso basis b ad basin a, sicut corporis c ad pyramidē a, eritq; eadem ex cōmuni scientia, pyramidis b ad aliqđ corpus quod sit d, sequeturq; ex 14 quinti, quod corpus d sit minus pyramide a, eo q̄d pyramis b ponitur minor corpore c. Erit igitur basis b ad basin a, sicut pyramis b ad corpus minus pyramide a Ex hoc autem demonstratum est sequi impossibile, uidelicet seratilia detracta ab aliqua pyramide, maius esse ea pyramide a qua detrahuntur. Ideoq; relinquitur corpus c esse æquale pyramidi b, cum nec minus ea possit esse nec maius, & proportionem pyramidis a ad pyramidem b esse sicut basis a ad basin b. Hoc autem erat demonstrandum.



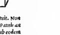
Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

5 Sub eodem fastigio pyramides subsistentes, triāgularesq; bases habentes, adinuicem sese habent sicut bases.



THEON ex Zamb. Sint sub eadem altitudine pyramides, quarū bases quidem sint α β γ, δ ε ζ, triāgula, fastigia uero κ, θ, signa. Dico quod est sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic est α β γ κ pyramis ad δ ε ζ θ pyramida. Si autem non est sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ κ pyramis ad δ ε ζ θ pyramida, erit sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ κ pyramis uel ad solidum aliquod minus ipsa δ ε ζ θ pyramide, uel ad maius. Sitq; prius ad minus aliquod, sitq; χ. Diuidaturq; (per 3 duodecimi) ipsa δ ε ζ θ pyramis, in binas pyramides æquas & toti similes, & in bina prismata æqualia: iam bina prismata, maiora sunt quàm totius pyramidis dimidium, & rursus (per eandem) quæ fiunt ex diuisione pyramides, similiter diuidantur, & hoc semper fiat, quo ad amplius non supersint aliquæ pyramides ex ipsa δ ε ζ θ pyramide, quin sint minores excessu quo excedit δ ε ζ θ pyramis ipsum χ solidum. Accipiantur, sintq; * rationis causa, ipsæ δ π ξ ο & ο τ υ θ, reliqua igitur prismata existentia in ipsa δ ε ζ θ pyramide, maiora sunt ipso χ solido. Diuidaturq; (per præcedentem) ipsa α β γ κ pyramis, similiter & æque multipliciter ipsi δ ε ζ θ pyramidi. Est igitur sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic (per præcedentē) quæ in α β γ κ pyramide prismata ad ea quæ in δ ε ζ θ pyramide prismata. Sed & sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ κ pyramis ad χ solidū. Et sicut igitur (per 11 quinti) α β γ κ pyramis ad χ solidum, sic prismata quæ in α β γ κ pyramide ad ea prismata quæ in δ ε ζ θ pyramide: uicissim igitur (per 16 quinti) sicut α β γ κ pyramis ad ea quæ in ipsa prismata, sic est χ solidum ad ea quæ in δ ε ζ θ pyramide prismata. Maior autem est pyramis α β γ κ, eis quæ in seipsa prismatibus. Igitur & solidū χ, maius est eis quæ in pyramide δ ε ζ θ sunt prismatibus, sed & minus. Quod est impossibile. Igitur non est sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ κ pyramis ad aliquod ipsa δ ε ζ θ pyramide solidum minus. Similiter iam ostendetur, quod neq; sicut basis δ ε ζ ad basin α β γ, sic δ ε ζ θ pyramis ad minus aliquod solidū ipsa α β γ κ pyramide. Dico iam, quod neq; est sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ κ pyramis ad maius aliquod solidum ipsa δ ε ζ θ pyramide. Si enim possibile, esto ad maius χ solidum. Conuersim igitur est sicut δ ε ζ basis ad α β γ basin, sic χ solidum ad α β γ κ pyramidē. Sed sicut χ solidū ad α β γ κ pyramidem, sic δ ε ζ θ pyramis ad minus aliquod ipsa α β γ κ pyramide, sicut ante ostensum est. Et sicut igitur (per 11 quinti) basis δ ε ζ ad basin α β γ, sic δ ε ζ θ pyramis ad minus aliquod ipsa α β γ κ pyramide, quod absurdum esse patuit. Non est igitur sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ κ pyramis ad maius aliquod solidum ipsa pyramide δ ε ζ θ. Patuit autem quod neq; ad minus. Est igitur sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ κ pyramis ad δ ε ζ θ pyramidē. Sub eodem igitur fastigio, & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportuit.

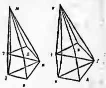
λόγου ἕνεκα uerbi causa



Eucli. ex

Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 6

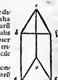
6 Sub eadem altitudine pyramides existentes, multangulasque bases habentes, adinuicem sese habent sicut bases.



THEON ex Zamb. Sint sub eadem altitudine pyramides, multangulas bases habentes, hoc est α β γ δ ε, ζ η θ κ λ, fastigia uero μ, ν, signa. Dico quod est sicut α β γ δ ε basis ad ζ η θ κ λ basin, sic est α β γ δ ε μ, pyramis ad ζ η θ κ ν pyramida. Diuidatur enim ipsa α β γ δ ε basis in triangula α β γ, α γ δ, α δ ε, & ζ η θ κ λ in ζ η θ, ζ θ κ, ζ κ λ triangula. intelliganturque ab unoquoque triangulo, pyramides aequae altae eis quae in principio pyramidibus. Et quoniam est sicut α β γ triangulum ad α γ δ triangulum, sic est α β γ μ pyramis ad α γ δ μ pyramida, & componendo (per 18 quinti) sicut α β γ δ trapezium ad α γ δ triangulum, sic α β γ δ μ pyramis ad α γ δ μ pyramida, sed & sicut α γ δ triangulum ad α δ ε triangulum sic α γ δ μ pyramis ad α δ ε μ pyramida, ex aequali igitur (per 22 quinti) est sicut α β γ δ basis ad α δ ε basin, sic α β γ δ μ pyramis ad ipsam α δ ε μ pyramida: & componendo rursus (per 18 quinti) sicut α β γ δ ε basis ad ipsam α δ ε, sic α β γ ε μ pyramis ad α δ ε μ pyramida. Idque propterea etiam sicut ζ η θ κ λ basis ad ζ κ λ basin, sic & ζ η θ κ λ ν pyramis ad ζ κ λ ν pyramida. Et quoniam binae pyramides sunt α δ ε μ, ζ κ λ ν, triangulas habentes bases ac sub eadem altitudine, est igitur (per 5 duodecimi) sicut α δ ε basis ad ζ κ λ basin, sic α δ ε μ pyramis ad ipsam ζ κ λ ν pyramida. Quoniam igitur sicut α β γ δ ε basis ad α δ ε basin, sic α β γ δ ε μ pyramis ad α δ ε μ pyramida, sicut autem α δ ε basis ad ζ κ λ basin, sic α δ ε μ pyramis ad ζ κ λ ν pyramida, ex aequali igitur (per 22 quinti) & sicut α β γ δ ε basis ad ζ κ λ basin, sic α β γ δ ε μ pyramis ad ζ κ λ ν pyramida. Sed & sicut ζ κ λ basis ad ζ η θ κ λ basin, sic erat & ζ κ λ ν pyramis ad ζ η θ κ λ ν pyramida. & ex aequali rursus (per 22 quinti) est sicut α β γ δ ε basis ad ζ η θ κ λ basin, sic α β γ δ μ pyramis ad ζ η θ κ λ pyramida. Sub eadem altitudine igitur, & quae sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 Omne corpus seratile, in tres pyramides aequales basesque triangulas habentes est diuisibile.



CAMPANVS. Sit seratile a b c d e f. ipsum dico esse diuisibile in tres pyramides triangulas aequales, protrahatur enim in unaquaque suarum trium superficierum parallelogrammarum linea diagonalis, ita quod una earum diagonalium sit coterminalis reliquis duabus. Vt si protrahas lineas b d, b f, & f a, quas propter confusionem protrahere contempsi, eritque totum seratile in tres triangulas pyramides diuisum, quas ex praemissa bis assumpta facile constat esse aequales.

CAMPANI additiones. Quoniam autem Euclides nihil demonstrandum proponit de pyramidibus lateratis, exceptis solis quarum sunt bases triangulae, ut omnium cognitionem ex elementis quae ponit sufficienter elicere possimus, quaedam arbitramur non inutile demonstrationibus hic positis adiungere. Solis enim elementis contentus Euclides, multa praetermisit, quae quamuis ex eis consequantur, non tamen sine difficultate patent studentibus. Horum primum est hoc.

1 Si duo solida (quorum alterum seratile, alterum uero pyramis cuius basis triangula) super eandem basin aut super aequales trigonas, aut seratile super quadrangulam, pyramis uero super trigonam quae quadrangulae basis seratilis sit dimidium, constituta fuerint aeque alta, seratile pyramidi triplum esse conueniet.

Si seratile propositum fuerit super basin trigonam, tunc ex pyramide proposita super propriam basin perficiatur seratile pyramidi propositae aeque altum. Si uero seratile fuerit super basin quadrangulam, tunc basi pyramidis adijciatur triangulus, ex quo & basi pyramidis perficiatur superficies aequidistantium laterum, super quam ex ipsa pyramide compleatur seratile pyramidi aeque altum. Quia igitur istud seratile seratili priori est aeque altum, & utrorumque bases sunt aequales ex hypothesi, sequitur ipsa esse aequalia, hoc enim demonstratum est in 16 undecimi. At quoniam ex 6 huius seratile secundum

triplum

triplum est ad pyramidem propositã, nam ipsa est una ex tribus pyramidibus in quas ipsum seratile diuiditur, erit quoq; per communem scientiam propositum seratile triplum ad propositam pyramidem.

2 Si quotlibet pyramides quarũ bases triangulæ, super unam eandemq; basin siue super æquales constitutæ fueriot æque altæ, eas esse adinuicem æquales necesse est.

Fabricato enim uero seratili, æque alto pyramidibus propositis, super basin triangulam æqualem basibus propositarum pyramidum, aut super basin quadrangulam duplam basibus earũdem, erit ipsum seratile triplum ad pyramides singulas: hoc enim constat ex præmissa addita siue interposita. Igitur ex communi scientia cunctæ propositæ pyramides, sunt, ut diximus, adinuicem æquales.

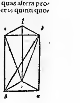
3 Omnes pyramides quarũ bases triangulæ, æque altæ, suis basibus sunt proportionales. Fiant super bases propositarum pyramidum, aut super alias trigonas æquales, aut super parallelogrammas duplas, seratilia ipsis pyramidibus æque alta, erunt ob hoc seratilia sibi adinuicem æque alta. Et quia ipsa seratilia suis basibus sunt proportionalia ut probatũ est in 16 undecimi 32 ipsius mediante, cumq; ex prima harum additarũ manifestũ sit hæc seratilia tripla esse ad propositas pyramides, unumquodq;, uidelicet, ad suam relatiuam, basesq; ipsorum æquales, aut duplas esse basibus ipsarũ, sicut autẽ ex 15 quinti, triplum ad triplum ita simplum ad simplum, erunt quoq; propositæ pyramides suis basibus proportionales.

4 Si fuerint duæ quælibet pyramides æque altæ, fueritq; alterius basis trigona, reliquæ autem tetragona aut plurilatera, pyramides ipsas suis basibus proportionales esse cōuenit.

Exempli gratia. Intelligantur duæ pyramides æque altæ, super duas bases a & b, sitq; basis a triãgula, b uero pentagona. Et dicantur hæ pyramides, a & b. Itaq; dico proportionẽ pyramidum a & b, esse sicut basium a & b. Distinguatur quidem pentagonus b, in tres triangulos c, d, e, eritq; tota pyramis b, distincta in tres pyramides æque altas, quarum bases sunt trianguli c, d, e, quæ etiam dicantur nominibus suarum basium. Quia igitur ex præmissa interposita, proportio pyramidis c ad pyramidem a, est sicut trigoni c ad trigonum a, & pyramidis d ad pyramidem a, sicut trigoni d ad trigonum a, itemq; pyramis e ad pyramidem a, sicut trigoni e ad trigonum a. ex 24 quinti bis assumpta, sequitur quod sit proportio aggregati ex omnibus pyramidibus c, d, e, (& ipsum est pyramis b) ad pyramidem a, sicut aggregati ex omnibus trigonis c, d, e, (& ipsum est pentagonus b) ad trigonum a. Constat igitur quod uolumus.

5 Omnes laterataræ pyramides æque altæ, suis basibus proportionales esse probantur. Zamb. 6 Si altera earum fuerit super basin trigonam, ex præmissa interposita constat quod dicitur. Si autem basis utriusque fuerit polygonia, utralibet ipsarum basium resoluta in triangulos, & ipsa pyramide in pyramides triãgulas, erit ex præmissa interposita proportio uniuscuiusq; harum triangularũ pyramidũ, in quas altera propositarũ diuiditur, ad reliquã, sicut suæ basis ad basin alterius. Itaq; per 24 quinti quotiens oportet assumptam, constat uerum esse quod diximus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 7



7 Omne prisma triangularẽ basin habens, diuiditur in tres pyramides sibĳnuicem æquas, triãgulares bases habentes.

THEON ex Zamb. Sit prisma α β γ δ ε ζ, cuius quidem basis sit α β γ triangulum, ex opposito autem δ ε ζ. Dico quod ipsum α β γ δ ε ζ prisma, diuiditur in tres pyramides sibi inuicem æquas, triãgulares bases habentes. Connectantur enim β δ, ε γ, γ δ. Et quoniam α β ε δ parallelogrammũ est, eius autem dimetiens est β δ, triangulũ igitur α β δ ipsi ε δ β triangulo æquũ est, & pyramis igitur cuius basis quidem est α β δ triangulũ, fastigium autem γ signũ, æqualis est pyramidi cuius basis est triangulũ ε δ β, & uertex est signũ γ. Sed pyramis cuius basis quidem est ε δ β triangulũ, uertex autem γ signum, eadem est ipsi pyramidi cuius basis

L *quidem*

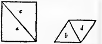
quidem est triangulũ ε β γ, & uertex δ signum, ab eisdem enim planis cõprehenduntur. Et pyramis igitur cuius basis quidem est triangulũ α ζ δ, fastigiũ autem signum γ, æqualis est ipsi pyramidi cuius basis quidem est α ζ γ triangulũ, fastigium autem δ signũ. Rursus quoniam ζ γ β ε parallelogrammũ est, dimetiens uero ipsius est ε γ, triangulũ ε γ ζ æquum est ipsi γ β ε triangulo, & pyramis igitur cuius basis quidem est triangulũ β ε γ, fastigium autem δ signum, est æqualis pyramidi cuius basis quidem est triangulũ ε γ ζ, uertex uero δ signum. Pyramis autẽ cuius basis quidem est β ε γ triangulũ, uertex autem δ signum, ostensa est æqualis pyramidi cuius basis quidem est α β δ triangulũ, uertex autem signum γ, & pyramis igitur cuius quidem basis est γ ε ζ triangulũ, uertex autẽ δ signũ æqua est pyramidi cuius basis quidem est α β δ triangulũ, uertex autem γ signum. Igitur α β γ δ ε ζ prisma, in tres pyramides æquas sibi inuicem diuisum est, triãgulares bases habentes. Et quoniã pyramis cuius basis quidem est triangulũ α β δ, fastigium autẽ γ signũ, eadem est ipsi pyramidi cuius basis quidem est triangulũ γ α β, uertex autẽ signum δ (sub eisdem nanq; planis cõprehenduntur) pyramis autem cuius basis est triangulũ α β δ, uertex autẽ signum γ, tertiũ esse prismatis ostensum est cuius basis est triangulũ α ζ γ, ex opposito autẽ δ ε ζ, & pyramis igitur cuius basis est α ζ γ triangulũ, uertex autẽ δ signũ, tertium est prismatis cuius basis est triangulũ α ζ γ, ex opposito autẽ δ ε ζ. Omne igitur prisma, & quæ sequũtur reliqua. Quod oportebat demõstrare.

CORRELARIVM. Ex hoc iam est manifestũ, quod omnis pyramis, tertia pars est prismatis eandem ei dem basin habentis & altitudinem æquam. Quoniam & si aliam quampiam figuram rectilineam habuerit basis prismatis & eandem ex opposito diuiditur in prismata triangulares bases habentia, & ea quæ ex opposito.

Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 SI duæ pyramides triangularũ basium fuerint æquales, earũ bases earundẽ altitudinibus mutuæ erunt. Si uero bases & altitudines fuerint mutuæ, easdem pyramides sibi inuicem esse æquales necesse est.

CAMPANVS. Quod 34 & 35 undecimi proposuerũt de solidis parallelogrammis, & nos in 36 eiusdem demonstrauimus de serratilibus, hæc 7 duodecimi proponit de pyramidibus habentibus bases triangulas. Intelligantur enim duæ pyramides æquales super duos trigonos uel triangulos a & b, quæ dicantur a & b. Dico itaq; quod proportio basis a ad basin b, est sicut proportio altitudinis pyramidis b ad altitudinẽ pyramidis a. Et si hoc fuerit, dico pyramides a & b esse æquales. Adhibeantur quidem duobus trigonis a & b, duo alij qui sunt c & d ut fiant ambæ superficies a c & b d æquidistantiũ laterũ, & ex ipsis pyramidibus super bases a c & b d, cõpleantur solida parallelogrãma pyramidibus propositis æque alta quæ similiter dicãtur a c & b d. Manifestũ igitur est ex sexta huius 12, quod pyramis a est sexta pars solidi a c, & pyramis b sexta solidi b d. Itaq; ex 35 undecimi argue propositũ, primam quidem partem ex prima, secũdam autem ex secunda.



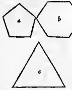
CAMPANI additio.

Quod si duæ qualibet pyramides lateratæ fuerint æquales, earum bases earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si uero bases earum altitudinibus ipsarum mutuæ fuerint, eadem pyramides æquales esse oportet.

Si bases utrarũq; fuerint triãgulæ, demostratũ est uerum esse quod diximus. Si altera tantum, sit igitur a, basisq; alterius pyramidis sit b, & sumatur trigonus c æqualis polygonio b, fiatq; super c, pyramis æque alta pyramidi quæ est super b, & sint a, b, c, æquiuoca nomina pyramidum & basium. Quia igitur ex hypothesi duæ pyramides a & b sunt æquales, & ex ultima interpositarũ ad sextam huius duæ pyramides b & c sunt æquales, ideoq; ex cõmuni scientia duæ pyramides a & c æquales, igitur bases earũ sunt mutuæ ad altitudines earum ex prima parte 7 huius. Cumq; bases b & c sint æquales, altitudines quoq; pyramidum b & c æquales erunt, ex prima parte & secunda 7 quinti, bases a & b mutuæ altitudinibus pyramidum a & b.

Secunda pars conuerso modo probatur. Nam si fuerit basis a ad basin b, ut altitudo pyramidis b ad altitudinẽ pyramidis a, erit ex secunda parte & prima 7 quinti, basis a ad basin ad basin c,sicut altitudo pyramidis b ad altitudinē pyramidis a,itaq; ex secunda parte huius 7 duæ pyramides a & c,sunt æquales, quare per cōmunem scientiam duæ quoq; pyramides a & b, sunt æquales.

Si uero neutra propositarū pyramidum fuerit trigona,sed utraq; polygonia (uerbi gratia altera pentagona,altera hexagona) quæ adhuc dicantur a & b, sumatur similiter triāgulus c æqualis hexagono b,super quē fiat pyramis æque alta pyramidi b, eruntq; duæ pyramides b & c æquales, ideoq; duæ quæ sunt a & c etiā per conceptionē æquales,quare basis a ad basin c,sicut altitudo pyramidis c ad altitudinem pyramidis a, hoc enī nuper demonstratū est. Est ergo ex 7 quinti basis a ad basin b, sicut altitudo pyramidis b ad altitudinē pyramidis a. Conuersa conuerso modo patet. Si enim basis a ad basin b fuerit, ut altitudo pyramidis b ad altitudinē pyramidis a, erit quoq; ex 7 quinti basis a ad basin c, ut altitudo pyramidis c ad altitudinē pyramidis a,ideoq; (ut patet ex prioribus)erunt duæ pyramides a & c æquales,quare ex communi scientia & duæ quæ sunt a & b,erunt etiam æquales. Et hoc est propositū.



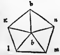
Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 OMnium duarum pyramidum similium quarum bases triangulæ,est proportio alterius ad alteram, tanquā lateris ad latus eius relatiuum proportio triplicata.

CAMPANVS. Propositis duabus pyramidibus similibus bases triangulas habentibus,ex ipsis perfice duo solida parallelogrāma,quemadmodū dictum est in demōstratione præmissæ, eruntq; hæc duo solida parallelogramma similia, eo q pyramides ponuntur similes adinuicē,nam duo solidi anguli qui sunt cōmunes pyramidibus & solidis parallelogrāmis, superficialibus angulis numero & quantitate æqualibus cōtinentur, & latera quoq; illos angulos superficiales continētia,sunt proportionalia. Quare ex 34 primi tres superficies solidorū parallelogrāmorū cōmunes angulos solidos constituētes,sunt æquiangulæ & laterū proportionaliū,ideoq; similes ex diffinitione similium superficierū: quare ex 24 & 15 quinti cunctæ sex superficies horum duorū solidorū parallelogrāmorū,sunt similes adinuicē. Igitur à diffinitione corporū similium, erunt ipsa solida similia. Quare cū proportio solidorū & pyramidū sit una ex 15 quinti (nam solida sunt sexcupla pyramidibus ex 6 huius) cumq; sit proportio solidorū una sicut suorū relatiuorū laterum triplicata ex 36 undecimi libri,sunt autem latera solidorū eadem lateribus pyramidum, erit quoq; ex 11 quinti proportio propositarū pyramidū sicut suorum relatiuorū laterum proportio triplicata,quod est propositum.

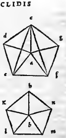
CAMPANI additiones.

Quod si fuerint duæ qualibet pyramides lateratæ similes,erit proportio alterius ad alterā sicut sui lateris ad sibi relatiuū latus alterius proportio triplicata.



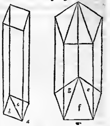
Sint duæ lateratæ pyramides, quarum coni a & b,similes, sintq; super bases pentagonas quæ sunt c d e f g,h k l m n. Dico quod proportio earum,est sicut suorū relatiuorū laterum triplicara. Constat enim ex diffinitione similium superficierū & corporū, quod pentagoni qui sunt bases propositarū pyramidum,sibi adinuicē,cunctiq; relatiui trianguli ipsas ambientes sibi inuicē, sunt similes. Diuidantur itaq; bases ambarū in triāgulos similes & numero æquales prout 18 sexti proponit esse possibile,protractis in hac quidem lineis c e & c f,in illa uero h l & h m. Dico igitur istas pyramides esse diuisas in pyramides triāgulas similes & numero æquales. Conferātur enim adinuicē duæ pyramides a c d e,b h k l, quarū coni sunt a & b. Constat autem ex hypothesi triangulū c a d esse similem trian

 gulo



gulo b h k,& triangulũ d a e triãgulo k b l. Et quia etiam ex hypothesi angulus d est æqualis angulo k,& latera c d & d e continẽtia angulũ d sunt proportionalia lateribus h k & k l continentibus angulum k, erunt ex 6 sexti duo triãguli c d e & h k l æquianguli, ideoq; per 4 sexti erit proportio c d ad h k, sicut c e ad k l. Cumq; ex hypothesi sit proportio c a ad h b, & etiam a e ad b l, sicut c d ad h k, erit ex 11 quinti c a ad h b, & a e ad b l, sicut c e ad h l. Igitur ex 5 sexti & diffinitione similium superficierũ, triangulus c a e erit similis triangulo h b l. Manifestũ est itaq; ex diffinitione similium corporũ, q pyramis a c d e est similis pyramidi b h k l, similiter quoq; constat pyramidẽ a c e f esse similem pyramidi b h l m,& pyramidẽ a c f g, pyramidi b h m n. Quia ergo ex hac 8 proportio pyramidis a c d e ad pyramidẽ b h k l est sicut lateris c d ad latus h k triplicata, etiam pyramidis a c e f ad ad pyramidẽ b h l m, sicut e f ad l m triplicata ac etiam pyramidis a c f g ad pyramidẽ b h m n, sicut c g ad h n triplicata, cũ sit ex hypothesi proportio e f ad l m,& c g ad h n, sicut c d ad h k, sequitur ex 11 quinti ut proportio totaliũ pyramidum a & b sit sicut unius barum partialiũ ad aliam unam. Igitur ex hac 8 & 11 quinti constat uerum esse quod diximus.

Omnes columnæ lateratæ æque altæ, suis basibus sunt proportionales.



Verum est quod dicitur, super qualescũq; bases polygonias sint colũnæ. Columnas autẽ lateratas, uocamus solida corpora laterata quorũ bases & supficies supremæ sunt similes & æquales, cunctæ uero reliquæ supficies ipsa solida circunstãtes sunt æquidistantiũ laterũ. Talium autem solidorũ prima species est seratile, quando super unam suarũ trilaterarũ superficierũ intelligitur esse statutũ, secunda uero species est columna, cuius basis sit quadrilatera quam ex duobus seratilibus necesse est esse compositã, & tertia est cuius basis est pentagona,& ipsa ex tribus seratilibus perficitur. Simpliciter autem dico q omnis laterata columna in tot corpora seratilia potest distingui, in quot triãgulos sua basis. Intelligantur itaq; duæ colũnæ lateratæ a & b, constitutæ super duas bases a & b, æque altæ, dico q ꝓportio columnarũ a & b, est sicut basium a & b Distinguãtur nanq; hæ bases in triãgulos,& hæ colũnæ in seratilia, basis quidem a quæ ponatur esse quadrãgula, in duos trigonos scilicet c & d,& columna a, in duo seratilia c & d, basis uero quæ sit pentagona, distinguatur in tres trigonos e,f,g,& colũna b in tria seratilia quæ similiter uocentur e,f,g. Manifestũ est igitur ex ĩs quæ in 36 undecimi dicta sunt, q proportio seratilis c ad seratile e, est sicut basis c ad basin e, & iterũ seratilis d ad seratile e, sicut basis d ad basin e, quare per 24 quinti erit colũnæ a ad seratile e, sicut basis a ad basin e. Eadem ratione erit columna a ad seratile f, sicut basis a ad basin f. At rursus columnæ a ad seratile g, sicut basis a ad basin g. Igitur ex 24 quinti, quoties necesse fuerit assumpta facile cõcludes propositũ. Constat itaq; ex hoc, q omnes colũnæ lateratæ super eandem basin uel super æquales constitutæ si fuerint æque altæ, erunt æquales. Cum enim (ut proximo probatũ est) æque altæ columnæ lateratæ sint suis basibus proportionales, ponantur autem bases esse aut eædem aut æquales, necesse est ex 24 quinti ut etiam columnæ sint æquales. Constat quoq; quod si fuerint quælibet solida parallelogrãma seratilia & lateratæ columnæ æque alta, ipsa quoq; suis basibus proportionalia esse necessario cõprobantur. Omnia enim hæc, species sunt lateratarũ columnarum, de quibus paulo ante uniuersaliter probatum est uerum esse quod dicitur.

Omnis laterata columna, tripla est ad suam pyramidem.

Distinguatur basis columnæ in triangulos,& secundum numerũ triangulorũ illorũ distinguatur columna in seratilia,& pyramis colũnæ in pyramides habẽtes bases trian

gulas

gulas quæ,uidelicet,sunt bases seratiliũ. Constat itaq; unũquodq; seratile ad eam pyramidẽ quæ super eandem basin cum ipso seratili consistit,triplum esse:hoc enim demonstratũ est in 6 huius duodecimi libri. Igitur ex 13 quinti omnia seratilia pariter accepta, ad omnes pyramides pariter acceptas necesse est esse triplum. Cumq; ex omibus seratilibus pariter acceptis columna, & ex omnibus pyramidibus pariter acceptis pyramis columnæ perficiantur,constat ueram esse hanc nostram propositionem.

Si fuerint duæ qualibet columnæ lateratæ æquales,earum bases earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si uero bases earũ & altitudines mutuæ fuerint,easdem columnas æquales esse necesse est.

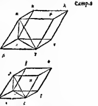
Si enim columnæ sint æquales, earũ pyramides erunt æquales, eo q; omnis laterata columna est tripla ad suam pyramidẽ. Si autem pyramides fuerint æquales, suæ bases suis altitudinibus mutuæ erũt, quemadmodũ demonstratũ est in 7 huius. Quia igitur columnarũ suarumq; pyramidũ eædem sunt bases, & altitudines sunt eædem, constat prima pars propositi. Sint igitur & altitudines propositarũ columnarũ lateratarũ mutuæ. Dico q; colũnæ erunt æquales Cum enim eædẽ sint bases eædemq; altitudines columnarũ suarũ pyramidũ,erunt bases & altitudines pyramidũ propositarũ columnarũ mutuæ. Si hoc ut positum est,uerum fuerit de columnis,erunt quoq; pyramides æquales,prout in 7 huius demonstratũ est,igitur & columnæ æquales cum ipsæ triplæ sint ad suas pyramides. Quare patet secunda pars eius quod propositum est.

Omnium duarũ columnarũ lateratarũ similium est proportio alterius ad alteram,tanq; lateris ad suum relatiuũ latus proportio triplicata.

Si columnæ fuerint similes,erunt ex diffinitione similium corporũ, bases earũ cæteræq; superficies eas ambientes similes. Diuidantur itaq; bases earũ in triãgulos similes & numero æquales,quemadmodũ 15 sexti proponit esse possibile, & ipsæ colũnæ diuidantur in seratilia super hos triãgulos existentia. Stude igitur probare seratilia unius, suis relatiuis seratilibus alterius esse similia, quod facile probabis ex hypothesi & . & 4 & 5 sexti, & ex diffinitione similium superficierũ & diffinitione similium corporũ. Hoc autem probato,erit ex 36 undecimi proportio uniuscuiusq; seratilis unius ad suum relatiuũ seratile alterius,sicut sui lateris ad latus illius proportio triplicata. Et quia omniũ laterũ est proportio una, cum cuncta seratilia unius sint similia suis relatiuis seratilibus alterius, sequitur ex 11 quinti ut cunctorũ seratiliũ unius ad sua relatiua seratilia alterius sit proportio una Quare per 13 quinti quæ est proportio unius seratilis ad suũ seratile relatiuũ alterius, eadẽ est omniũ pariter acceptorũ ad omnia pariter accepta. Et quia utrobiq; omnia seratilia pariter accepta cõponunt columnas,& relatiua latera seratilium sunt relatiua latera columnarũ, necesse est ex 11 quinti ut proportio columnarũ sit sicut suorũ relatiuorũ laterum proportio triplicata. Quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 8

8 Similes pyramides, triãgulares bases habentes, in triplici sunt ratione eiusdem rationis laterum. Camp. 8



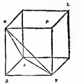
THEON ex Zamb. Sint similes & similiter positæ pyramides, quarũ bases quidẽ sunt α β γ, δ ε ζ, triãgula, fastigia uero ipsarũ sint η θ signa. Dico quod α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramidẽ, triplam habet rationẽ, q̃ β γ ad ε ζ. Cõpleantur enim β η μ λ, ε θ π ο, solida parallelepipeda. Et quoniã pyramis α β γ η similis est ipsi δ ε ζ θ pyramidi, æqualis igitur est angulus qui sub α β γ ei qui sub δ ε ζ angulo, & qui sub η β γ ei qui sub θ ε ζ, & qui sub α β η ei qui sub δ ε θ, estq; sicut α β ad δ ε, sic est β γ ad ε ζ, & β η ad ε θ. Et quoniã est sicut α β ad δ ε, sic β γ ad ε ζ, & circũ æquos angulos latera sunt proportionalia, igitur β μ parallelogrammũ ipsi ε π, simile est parallelogrãmo & id propterea & β ν ipsi ε ρ simile est, & β κ ipsi ε ξ Tria igitur β μ, κ β, β ν, tribus ε π, ε ξ, ε ρ, sunt similia. Sed tria quidẽ μ β, β κ, β ν, tribus quæ ex opposito æqualia sunt similia, & tria ε π, ε ξ, ε ρ, æqua & similia sunt tribus quæ ex opposito: ipsa igitur β η μ λ, ε θ π ο, solida parallelepipeda, sub similibus planis æque multiplicibus cõprehendũtur. igitur β η μ λ, ipsi ε θ π ο solido simile est. Similia autẽ solida parallelepipeda, in triplici sunt ratione eiusdẽ ratiõis laterũ (per 33 undecimi.) Igitur β η μ λ solidũ ad ε θ π ο solidũ triplã habet rationẽ, q̃ eiusdẽ ratiõis latus β γ ad eiusdẽ rationis latus ε ζ. Sicut aũt β η μ λ solidũ ad ε θ π ο solidũ, sic α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramida, quoniã pyramis sexta pars est solidi, eo quod & prisma dimidiũ existens solidi parallelepipedi, triplũ est ipsius pyramidis, & α β γ η igitur pyramis ad δ ε ζ θ pyramida triplam rationẽ habet, q̃ β γ ad ε ζ Quod demõstrasse oportuit.

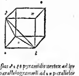
CORRELARIVM. Ex hoc nempe est manifestũ, quod & multangulas bases habẽtes similes pyramides, adinuicẽ in triplici sunt ratione eiusdẽ rationis laterũ. Diuisis enim ipsis in ipsas pyramides, triãgulares bases habentes (quia similia polygona basium in similia triangula diuiduntur, & in æque multiplicia, & eiusdem rationis totis) erit sicut in altera una pyramis triangularẽ habens basin ad unam basin triangularẽ habentem in altera pyramide, sic & omnes pyramides in altera pyramide triãgulares bases habẽtes, ad pyramides existentes in altera pyramide, & habentes triãgulares bases. Hoc est, Pyramis ipsa polygonã basin habens ad pyramida basin polygonã habentẽ. Pyramis autẽ triangularẽ basin habens ad pyramida triangularẽ basin habentẽ, in triplici est ratione eiusdẽ rationis laterũ. Et polygonã igitur basin habens, ad similem basin habentẽ, triplam habet rationẽ quàm latus ad latus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 9

9 Aequalium pyramidum & triangulares bases habentiũ, reciprocæ sunt

Camp. 7 bases altitudinibus. Et pyramides triangulares bases habentes, quarũ reciprocæ sunt bases uerticibus, sunt æquales.





THEON ex Zamb. Sint enim æque pyramides α β γ ε, δ ε ζ θ, triãgulares bases habẽtes α β γ, δ ε ζ, fastigia uero ε, θ, signa. Dico quod ipsarũ α β γ ε, δ ε ζ θ, pyramidũ reciprocæ sunt bases altitudinibus, & est sicut basis α β γ ad basin δ ε ζ, sic est ipsius δ ε ζ θ pyramidis altitudo ad ipsius α β γ ε pyramis altitudinẽ. Cõpleantur enim ipsa β ε μ λ, ε θ π ο, solida parallelepipeda. Et quoniã pyramis α β γ ε æqualis est ipsi δ ε ζ θ pyramidi, estq; ipsius quidẽ α β γ ε pyramidis sexcuplũ ipsum β ε μ λ solidũ, ipsius autẽ δ ε ζ θ solidũ ε θ π ο sexcuplũ est, igitur solidum β ε μ λ, ipsi ε θ π ο solido æquũ est. Aequaliũ autem solidorũ parallelepipedorũ reciprocæ sunt bases altitudinibus (per 34 undecimi.) Est igitur sicut β μ basis ad ε π basin, sic est ipsius ε θ π ο solidi fastigium ad ipsius β ε μ λ solidi fastigium. Sed sicut quidẽ β μ basis ad ε π basin, sic α β γ triangulũ ad δ ε ζ triangulum Et sicut igitur (per 11 quinti) triangulũ α β ad triangulũ δ ε ζ, sic ipsius ε θ π ο solidi altitudo, ad ipsius β ε μ λ solidi altitudinem. Sed ipsius ε θ π ο solidi altitudo, eadem est ipsi ipsius δ ε ζ θ pyramidis altitudini, & ipsius β ε μ λ solidi altitudo, eadem est ipsius α β γ ε pyramidis altitudini Est igitur sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic ipsius δ ε ζ θ pyramidis altitudo ad ipsius α β γ ε pyramidis altitudinẽ. ipsarũ igitur α β γ ε, δ ε ζ θ, pyramidũ, reciprocæ sunt bases altitudinibus.

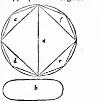
Sed iam ipsarũ α β γ ε, δ ε ζ θ, pyramidum reciprocæ sint bases altitudinibus, estoq; sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic ipsius δ ε ζ θ pyramidis fastigiũ ad ipsius α β γ ε pyramidis fastigiũ Dico quod pyramis α β γ ε, æqualis est ipsi δ ε ζ θ pyramidi Eisdem nanq; dispositis, quoniã est sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic est ipsius δ ε ζ θ pyramidis uertex ad ipsius α β γ ε pyramidis uerticem, sed sicut α β γ basis ad ipsam δ ε ζ basin, sic β μ parallelogrammũ ad ε π parallelogrammũ, & sicut igitur (per 11 quinti) β μ parallelogrammũ ad ε π parallelogrammũ, sic est ipsius δ ε ζ θ pyramidis fastigiũ ad ipsius α β γ ε pyramidis fastigiũ. Sed ipsius quidẽ δ ε ζ θ pyramidis uertex, est idem ipsius ε θ π ο parallelepipedi uertici, & fastigiũ ipsius α β γ ε pyramidis, idem est ipsius β ε μ λ parallelepipedi altitudini. est igitur sicut β μ basis ad ε π basin, sic ipsius ε θ π ο parallelepipedi altitudo ad ipsius β ε μ λ parallelepipedi altitudinẽ. Solida uero parallelepipeda quorũ reciprocæ sunt bases altitudinibus, sunt æqualia (per 34 undecimi) Igitur solidum parallelepipedũ β ε μ λ ipsi ε θ π ο solido parallelepipedo est æquale. Estq; ipsius quidẽ β ε μ λ parallelepipedi, pyramis α β γ ε sexta pars, ipsius autẽ ε θ π ο parallelepipedi sexta pars est pyramis δ ε ζ θ. Igitur pyramis α β γ ε, ipsi δ ε ζ θ pyramidi est æqualis. Aequalium igitur pyramidũ & triangulares bases habentiũ, reciprocæ sunt bases altitudinibus. Et pyramides triangulares bases habentes quarũ bases uerticibus sunt reciprocæ, sunt æquales Quod ostendendum fuerat.

Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 OMnis columna rotunda, pyramidi suæ tripla esse cõprobatur.

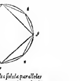
CAMPANVS. Supra circulum a, intelligantur una columna & una pyramis, secũdum eandem suam altitudinẽ erectæ, dicanturq; æquiuoce ipsa pyramis & columna & circulus, nomine uno scilicet a. Dico itaq; quod columna a, est tripla ad pyramidẽ a Cuius probatio est. Quia neq; maior neq; minor potest esse, q̃ tripla. Sit enim primũ (si possibile est) maior q̃ tripla, quantitate corporis b, ita q; si b corpus dematur de columna a, erit residuũ eius triplum ad pyramidem a Inscribatur ergo quadratũ circulo a, super quod erigantur duo seratilia æque alta columnæ a, de quibus duobus seratilibus pariter acceptis constat, quod ipsa sunt plus medietate columnæ a, quemadmodũ ipsum quadratũ cõstat esse plus medietate circuli a, si enim ex ipsis seratilibus perficiantur solida parallelogrãma, quorũ ipsa sunt medietates, erit ipsa columna pars ipsorũ duorum solidorũ pariter acceptorũ. Deinde super latera quadrati inscripti perficiam quatuor triangulos duum æqualium laterũ in portionibus

tionibus circuli,quarũ portionũ latera quadrati sunt chordæ,diuisis arcubus illarum portionũ per æqualia,& sint illi trianguli c,d,e,f,super quos etiam erige serratilia ad altitudinẽ columnæ a. Et manifestũ est quod hæc serratilia sunt maius medietate portionũ columnæ super portiones circuli consistentiũ,quemadmodũ & ipsi trianguli sunt maius medietate portionũ circuli. Fiat autem hoc toties, quousq; per primam 10 cogatur aduersarius confiteri portiones columnæ pariter acceptas esse minus corpore b. Erit igitur columna laterata octogona quam cõponunt omnia serratilia pariter accepta, quorũ bases sunt trianguli diuidentes polygonium inscriptum circulo a, maius triplo pyramidis rotũdæ a. Et quia ipsa laterata columna est tripla ad suam pyramidem, sicut demõstratum est in eis quæ præmissa sunt, sequitur ex secunda parte 10 quinti libri,ut rotunda pyramis a sit minor laterata pyramide lateratæ columnæ cuius basis est inscriptũ polygoniũ basi rotundæ pyramidis a,quod est impossibile: est enĩ pyramis laterata,pars ipsius pyramidis rotundæ. Non est igitur pyramis a,minus tertia parte suæ columnæ. Sed nec plus tertia. Si enim possibile est,sit pyramis a, plus tertia parte columnæ a,quantitate corporis b, ita q; detracto corpore b de pyramide a, sit residuũ ipsius pyramidis tertia pars columnæ a. Igitur quemadmodũ prius ex pyramide a,intelligatur detrahi pyramis laterata sibi æque alta cuius basis sit quadratũ circulo a inscriptum,quam lateratam pyramidem constat esse plus dimidio pyramidis rotundæ. Item de residuo pyramidis a,rursus intelligãtur detrahi pyramides æque altæ,staturæ super triangulos c,d,e,f,qui sunt in portionibus basis, & hoc toties fiat, ut ex prima decimi relinquatur ex pyramide a, minus corpore b. Eritq; itaq; pyramis laterata inscripto polygonio superstans,quam componunt lateratæ pyramides ex rotunda pyramide detractæ,maius tertia parte rotundæ columnæ a. Et quia ut probatum est in præcedentibus, hæc pyramis laterata est tertia pars suæ columnæ lateratæ a, sequitur denuo ex secũda parte 10 quinti columnã rotundam a esse minorem columna laterata eiusdem altitudinis, cuius basis est polygonium basi rotundæ pyramidis inscriptũ. Hoc autem impossibile,nam hæc columna laterata,pars est columnæ rotundæ. Cum igitur columna rotunda non possit esse minus triplo suæ pyramidis, neq; maius,erit necessario tripla ad eam. Quod demonstrare uolumus.



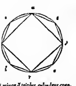
Eucli ex Zamb. *Theorema 10* *Propositio 10*

10 **Omnis conus, cylindri tertia pars est eandem eidem basin habentis & æquale fastigium.**



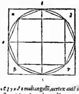
THEON ex Zamb. Habeat enim conus,cylindro basin eandẽ, hoc est circulũ α β γ δ,& æquale fastigium. Dico q; conus,cylindri tertia pars est,hoc est quod cylindrus, coni triplus est. Si autẽ cylindrus,coni non est triplus,erit cylindrus,cono aut maior q̃ triplus,aut minor. Sit prius maior q̃ triplus. Et describatur (per 6 quarti) in circulo α β γ δ,quadratũ α β γ δ. Iam quadratũ α β γ δ,maius est q̃ dimidiũ ipsius circuli α β γ δ. Constituatur ab ipso α β γ δ quadrato,prisma æque altũ ipsi cylindro. Iam constitutũ prisma,maius est q̃ ipsius cylindri dimidiũ, quoniam & si ipsi circulo α β γ δ,quadratũ circũscribamus, quadratũ in ipso orbe α β γ δ descriptũ,circũscripti dimidiũ est,& ab ipsis constituta sunt, æque alta solida parallelepipeda prismata:prismata igitur ipsa,adinuicẽ sunt sicut bases. Et prisma igitur stans in ipso α β γ δ quadrato,dimidium est eius prismatis quod cõstituitur à quadrato ipsi circulo α β γ δ circũscripto. Et cylindrus ipso prismate quod fit à quadrato circũscripto ipsi circulo α β γ δ, minor est. igitur prisma à quadrato α β γ δ constitutũ, ipsi cylindro æque altũ,maius est dimidio ipsius cylindri. Secentur(per 30 tertij)ipsæ α β,β γ,γ δ,δ α,circũferentiæ bifariã in ε,ζ,η,θ,signis, & cõnectantur ipsæ α ε,ε β,β ζ,ζ γ,γ η,η δ,δ θ,θ α, & unũquodq; igitur ipsorũ α ε β,β ζ γ,γ η δ,δ θ α,triangulorũ,maius est q̃ dimidiũ eius quod circũ seipsum ipsius α β γ δ circuli segmenti,sicut ante ostendimus. Constituãtur ab unoquoq; ipsorũ α ε β,β ζ γ,γ η δ,δ θ α,triangulorũ,prismata æque alta ipsi cylindro, & unũquodq; igitur ipsorũ constitutorũ prismatũ,maius est q̃ dimidia pars circũ sese ipsius segmenti circuli,quoniã si per ε,ζ,η,θ,signa parallelos ipsis α β,β γ,γ δ,δ α,ducamus,cõpleamusq; quæ in ipsis α β,β γ,γ δ,δ α,parallelogrãma,& ab ipsis cõstituamus solida parallelepipeda ipsi cylindro æque alta,uniuscuiusq; constitutorũ dimidia sunt prismata quæ in α ε β,β ζ γ,γ η δ,δ θ α,triãgulis & sunt ipsius cylindri segmẽta,minores ipsis solidis parallelepipedis constitutis. itaq; etiã quæ in α ε β,β ζ γ,γ η δ,δ θ α,triãgulis prismata,maiora sunt q̃ dimidiũ circũ sese cylindri segmentorũ. Dispescẽtes iam (per 30

 tertij)



tertij) relictas circũferentias diuidue, & cõnectentes rectas lineas, excitãtes'q; ab unoquoq; ipsorũ triangulorũ prismata æqualis fastigij ipsi cylindro, & hoc semper efficiẽtes, relinquemus quasdã segmẽta ipsius cylindri quæ erunt minores excessu quo excedit cylindrus triplũ coni. Relinquãtur, sintq; α ε, ε β, β ζ, ζ γ, γ η, η δ, δ θ, θ α. Reliquũ igitur prisma cuius basis quidẽ est α ε β ζ γ η δ θ multãgulũ, fastigiũ aũt idẽ cũ cylindro, maius est q̃ triplũ coni. Sed prisma cuius basis qdẽ est α ε β ζ γ η δ θ multangulũ, fastigiũ autẽ idem cum cylindro, pyramidis triplũ est cuius basis quidẽ est α ε β ζ γ η δ θ multãgulũ, fastigiũ uero idẽ quod & cono: & pyramis igitur cuius basis qdẽ est α ε β ζ γ η δ θ multangulũ, uertex aũt idẽ q̃ cono, maior est cono habẽte basin circulũ α β γ δ. Sed & minor, cõprehẽditur etenim ab ipso. Quod est ĩpoßibile. Nõ est igitur cylindrus, cono maior q̃ triplus.

Dico insuper quod neq; minor q̃ triplus est cylindrus cono. Si enim poßibile, sit minor q̃ triplus, cylindrus cono. Cõuersim igitur conus cylindri maior est q̃ tertia pars. Describatur iam (per 6 quarti) in circulo α β γ δ, quadratũ α β γ δ. Igitur quadratũ α β γ δ, maius est q̃ dimidiũ ipsius α β γ δ circuli. Cõstituatur ab ipso α β γ δ quadrato pyramis, idem ipsi cono habens fastigiũ. Igitur pyramis constituta, maior est q̃ dimidiũ coni, quoniã (sicut ante ostendimus) quãdo ipsi circulo quadratũ circũscribimus, quadratũ α β γ δ, circũscripti dimidiũ est, & si à quadratis solida parallelepipeda cõstituamus æque alta ipsi cono, quæ & prismata appellantur, erit constitutũ ab ipso α β γ δ quadrato, dimidiũ eius quod cõstituitur à circũscripto quadrato, adinuicẽ enim sunt ut bases. Quare & tertiæ partes. Et pyramis igitur, cuius basis α β γ δ quadratũ, dimidiũ est pyramidis constitutæ ad quadratũ ipsi orbi circũscriptũ, & pyramis cõstituta à circa circulũ quadrato, cono quem cõprehendit maior est. Pyramis igitur cuius basis α β γ δ quadratũ, fastigiũ autẽ idem quod & cono, maior est q̃ coni dimidiũ. Secentur (per 30 tertij) α β, β γ, γ δ, δ α, circũferentiæ bifariam in ε, ζ, η, θ, signis, & cõnectantur α ε, ε β, β ζ, ζ γ, γ η, η δ, δ θ, θ α. Vnumquodq; igitur ipsorũ α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α, triangulorũ, maius est q̃ pars dimidia circũ sese segmẽti circuli α β γ δ. Constituãtur nempe ab unoquoq; ipsorũ α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α, triangulorũ, pyramides idem ipsi cono habẽtes fastigiũ: & unaquæq; igitur constitutarũ pyramidũ eodem modo, maior est q̃ dimidia pars circã sese segmenti ipsius coni. Secantes iam (per 30 tertij) relictas circũferentias diuidue, & cõnectentes rectas lineas, & excitantes ab unoquoq; triangulorũ pyramida idem ipsi cono fastigiũ habentẽ & hoc semper efficiẽtes, relinquemus quædã coni segmenta quæ erunt minora excessu quo excedit conus tertiã partem cylindri. Relinquãtur & sint α ε, ε β, β ζ, ζ γ, γ η, η δ, δ θ, θ α. Reliqua igitur pyramis cuius quidẽ basis est α ε β ζ γ η δ θ multangulũ, uertex autẽ idem qui cono, maior est q̃ tertia pars cylindri. Sed pyramis cuius basis quidem est α ε β ζ γ η δ θ multangulũ, uertex autẽ idem qui cono, tertia est pars prismatis cuius basis quidẽ est α ε β ζ γ η δ θ multangulũ, fastigiũ autẽ idem quod & cylindro. Igitur prisma cuius basis quidẽ est α ε β ζ γ η δ θ multangulũ, fastigiũ autẽ idem ipsi cylindro, maius est cylindro cuius quidẽ basis est α β γ δ. Sed & minus, cõprehẽditur nanq; ab eo, quod est impoßibile. Cylindrus igitur cono minor nõ est q̃ triplus. Patuit autẽ quod neq; maior q̃ triplus: triplus igitur est cylindrus coni. Quare conus cylindri tertia pars est. Omnis igitur conus cylindri tertia pars est eandẽ eidem basin habentis & æquale fastigiũ. Quod fuerat ostendendum.



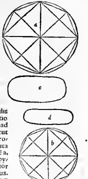
Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 OMnium duarũ rotundarũ pyramidũ similium, columnarumue rotundarũ similiũ est proportio alterius ad alterã, tanq; diametri suæ basis diametrũ basis alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo circuli a & b, super quos constituantur duæ rotundæ pyramides similes, duæq; columnæ rotundæ similes, & dicantur circuli & pyramides & columnæ & diametri circulorũ, his nominibus a & b æquiuoce. Dico itaq; q̃ proportio duarũ pyramidũ a & b, duarumq; columnarũ a & b, est sicut duarũ diametrorũ a & b proportio triplicata. Hoc autẽ si de pyramidibus constiterit, de columnis quoq; constabit ex 15 quinti, cum omnis columna rotũda sit ex præmissa, tripla ad suam pyramidem. De pyramidibus autem constabit hac demõstratione ducente ad impossibile. Est enim per cõmunem scientiã positam in principio secundæ demonstrationis huius 12 libri quæ proportio diametri a ad diametrũ b triplicata, eadẽ pyramidis a ad aliquod corpus. Illud igitur corpus sit c, de quo dico q̃ ipsum nõ potest esse minus neq; maius pyramide b. Sit primo minus (si fuerit possibile) quantitate corporis d, ita q̃ duo corpora c & d pariter accepta sint quantũ pyramis b. Itaq; quemadmodũ in secũda parte præmissæ, ex pyramide b detrahatur laterata pyramis sibi æque alta, cuius basis sit quadratũ inscriptũ circulo b, & ex residuo eius detrahãtur pyramides eiusdem altitudinis consistentes super trigonos portionũ circuli b, fiat itaq; hoc toties quousq; cogẽte pri-

ma 10,

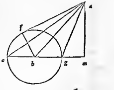
ma 10, sit residuũ pyramidis b minus corpore d, eritq́ꝫ ex cõmuni scientia, laterata pyramis detracta, quã componũt partiales pyramides detractæ, maius corpore c. Inscribatur itaqꝫ circulo a, polygoniũ simile illi, quod est basis lateratæ pyramidis detractæ a pyramide b, & ad angulos huius polygonij inscripti circulo a, demitte lineas a cono pyramidis a, perficiens super illud polygoniũ, lateratã pyramidẽ æque altam rotundæ pyramidi a. Hanc igitur studeas demõstrare esse similem lateratæ pyramidi detractæ à rotunda pyramide b, quod hoc modo facies. In utraqꝫ pyramide eriges axem ipsius qui erit ex diffinitione linea cõtinuans uerticem pyramidis cum centro basis, & erit perpendicularis ad basin, de hinc à centris basium, protrahas in utroqꝫ circulo semidiametros, ad omnes angulos utriusqꝫ polygonij inscripti. Cumq́ꝫ ex diffinitione similiũ pyramidũ rotundarũ sit proportio axis unius ad axem alterius, sicut diametri basis unius ad diametrũ basis alterius, ideo etiã ex 15 quinti & æqua proportionalitate, sicut semidiametri ad semidiametrũ, sintaũt utrobiqꝫ omnes anguli quos axes cum semidiametris continẽt recti, necesse est ex 6 propositione sexti libri & 4 eiusdem & diffinitione similium superficierũ & similium corporũ diffinitiõe, ut laterata pyramis a sit similis lateratæ pyramidi b, quare per additã ad 8 huius, proportio lateratæ pyramidis a ad lateratã b, est sicut lateris unius ad suũ relatiuũ latus alterius ꝓportio triplicata, ideoq́ꝫ & sicut diametri a, ad diametrũ b triplicata: igitur quoqꝫ sicut rotundæ pyramidis a, ad corpus c ex 11 quinti, quare permutatim ꝓportio lateratæ pyramidis a ad rotũdam pyramidẽ a, sicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Et quia laterata pyramis b, maior est corpore c, erit laterata pyramis a, maior rotũda pyramide a. Quod est impossibile, cum sit pars eius. Nõ est ergo corpus c, minus rotũda pyramide b. Restat itaqꝫ probandũ, ꝙ nec maius. Si enĩ aduersarius dicat ipsum esse maius, tunc arguatur ex conuersa proportionalitate proportionẽ diametri b ad diametrũ a triplicatã esse, sicut corporis c ad rotundã pyramidẽ a. Sed ex conceptione. eadem est rotũdæ pyramidis b, ad aliquod corpus aliud quod sit d. Et quia ex hypothesi corpus c maius est rotunda pyramide b, sequitur ex 14 quinti, ꝙ rotunda pyramis a sit maior corpore d. Itaqꝫ proportio rotundæ pyramidis b ad corpus quod est minus rotunda pyramide a, uidelicet, ad d, est sicut suæ diametri b ad diametrũ alterius proportio triplicata. Hoc autẽ est impossibile. Nam ex hoc demonstrauimus sequi, quod pars sit maior suo toto. Cũ ergo corpus c non possit minus esse neqꝫ maius rotũda pyramide b, erit necessario sibi æquale, ideoq́ꝫ ex secunda parte 7 quinti constat propositũ.



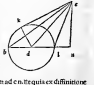
CAMPANI annotatio. Non lateat autem nos, huius demonstrationis processum ad eas duntaxat columnas & pyramides rotundas coartari, quarũ axes suis basibus perpẽdiculariter insistunt, tales enim diffinitæ fuerunt in principio undecimi. Cum tamen passio hic demonstrata, cõmuniter conueniat omnibus columnis rotundis similibus pyramidibusq́ꝫ rotundis similibus siue earũ axes super bases suas fuerint orthogonaliter erectæ, siue super eas fuerint inclinatæ (& appellentur differẽtiæ causa hæ rotundæ columnæ & pyramides, quarũ basibus axes orthogonaliter superstant erectæ, reliquæ uero dicãtur inclinatæ) & quia in principio 11 non sunt diffinitæ columnæ aut pyramides rotundæ nisi illæ tantũ quas erectas uocamus, hæ quidem per motum parallelogrãmi rectanguli, illæ uero per motum trigoni rectanguli, ideo cõueniens arbitramur diffinire columnas & pyramides rotundas diffinitionibus cõmuniter & uniuoce cõuenientibus erectis & inclinatis columnis & pyramidibus rotũdis. Cum igitur extra superficiẽ alicuius circuli descripti, signatur pũctus qui cum circũferentia ipsius circuli per lineam rectam cõtinuatur, si linea ipsa signato puncto manente fixo descripto circulo quousque ad locum unde moueri inceperit circũducatur corpus, quod a curua superficie quam motu suo describit hæc linea, & ab ipso circulo cui circũducitur cõtinetur uoco pyramidẽ rotundam. Et circulũ cui linea hæc circũducitur, uoco basin ipsius pyramidis. Fixum autẽ punctũ extra circuli superficiẽ signatũ, uoco conum pyramidis

ramidis. Lineamq́; rectã continuantẽ centrũ basis cum cono pyramidis, appello axem seu sagittã pyramidis. Cumq́; hæc sagitta fuerit perpendicularis ad basin, dico pyramidem esse rectam. Cum uero inclinata, dico esse pyramidẽ inclinatã. Cum autem fuerint duo circuli æquales descripti in superficiebus æquidistantibus, quos una plana superficies per eorũ centra transiens secuerit, fuerintq́; cõtinuatæ per lineã rectam duæ relatiuæ sectiones duarũ circũferentiarũ ipsorũ circulorũ, si linea hæc in circũferentijs ipsorũ circulorũ æquidistanter situi à quo moueri inceperit quousq; ad locum suum redeat circũducatur, corpus quod à curua superficie quam motu suo describit hæc linea & à duobus propositis circulis cõtinetur, uoco columnã rotundam. Cum axis siue sagitta, est linea recta, centra duorũ circulorũ continuans. Et cum hæc sagitta fuerit perpendicularis ad superficiẽ utriusq; duorũ circulorũ, dico columnã esse erectã. Cum uero fuerit super basin inclinatæ, dico columnã esse inclinatã. Cumq́; fuerint duæ rotũdæ pyramides aut columnæ (à quarũ axibus egrediãtur duæ superficies super bases earũ orthogonaliter erectæ) fuerintq́; anguli (quos axes & cõmunes sectiones harũ superficierũ & basium continẽt) adinuicẽ æquales, & fuerit proportio axis unius ad axem alterius sicut semidiametri basis unius ad semidiametrũ basis alterius, tunc illas duas pyramides adinuicẽ, aut illas duas columnas adinuicẽ, dico similes esse. His diffinitiõibus positis, demonstrandũ est, q; omnium duarũ rotundarũ pyramidũ similium, columnarumúe rotundarũ similiũ, siue erectæ siue inclinatæ fuerint, est proportio unius ad alteram sicut diametri basis unius ad diametrũ basis alterius proportio triplicata. Quod de solis erectis demonstratũ est. Ad hoc autẽ præmittimus antecedens necessariũ.

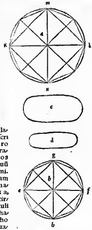
Si fuerint duæ rotundæ pyramides adinuicem similes quarum utranq; duæ planæ superficies super axem secent, fueritq́; harum duarum superficierum altera in utraq; pyramide super basin eius orthogonaliter erecta, & arcus basium inter illas duas superficies contenti, similes, erũt anguli quos axes & cõmunes sectiones basium & earũ superficierũ quæ super bases nõ ponuntur orthogonaliter erectæ continent, adinuicem æquales.



Sint duæ rotundæ pyramides a b & c d, quarũ bases sunt circuli e f g & h k l, & axes duæ lineæ a b & c d, & diametri basium e g & h l, centra basium sunt duo puncta b & d, coni pyramidũ a & c, similes adinuicẽ, & ab earum conis ad superficiẽ basium protrahãtur ut docet 11 undecimi libri, duæ perpendiculares quæ sunt a m & c n, & continuẽtur puncta m & n cum centris basium, protractis lineis b m & d n, eritq́; ex 18 undecimi superficies a b m quæ egreditur ab axe a b, erecta super basin pyramidis a b orthogonaliter. Eodem modo supficies c d n, quæ egreditur ab axe c d, erit erecta super basin pyramidis c d orthogonaliter. Sint itaq; duo arcus f g & k l, similes, & intelligantur duæ superficies a b f, c d k, egredi ab axibus, & secare pyramides a b & c d similes. Dico igitur duos angulos a b f, c d k, esse adinuicem æquales. Protrahãtur enim duæ lineæ f m & k n. Quia igitur duæ pyramides a b & c d sunt similes, & duæ superficies a b m, c d n, stantes orthogonaliter super bases, egrediũtur ab earum axibus, erit ex diffinitiõe similium pyramidũ, angulus a b m æqualis angulo c d n. Et qa ex diffinitione lineæ supra superficiẽ perpẽdiculariter erectæ, uterq; duorũ angulorũ a m b, c n d, est rectus, erũt ex 5. primi & 4 sexti, duo primi trianguli a b m & c d n, alterũ proportionaliũ. Vt proportio lineæ a b ad lineam c d, sicut b m ad d n, & sicut a m ad c n. Et quia ex diffinitione similium pyramidũ, proportio axis a b ad axem c d est sicut semidiametri b f ad semidiametrũ d k, erit ex 11 quinti, proportio b f ad d k sicut b m ad d n. Cumq́; sint duo anguli f b m & k d n æquales, eo q; duo arcus f g & k l sunt similes ex hypothesi, erit ex 6 & 4 sexti,



4 sexti, proportio f m ad k n, sicut b m ad d n, ideoq́ sicut a m ad c n. Et quia iterũ ex diffinitione lineæ super superficiẽ perpendiculariter erectæ uterq́ duorũ angulorũ a m f. c n k, est rectus, erit ex 6 & 4 sexti, proportio a f ad c k, sicut a m ad c n, ideo per 11 quinti, sicut a b ad c d, & sicut b f ad d k. Igitur ex 5 sexti, duo anguli a b f & c d k, sunt adinuicẽ æquales. Quod est propositũ. Idem probabis leuiter de rotundis colũnis similibus.

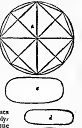


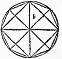
Hoc itaq́ demonstrato, dico quod omnium duarũ rotundarũ pyramidũ similiũ quæcunq́ fuerint siue erectæ siue inclinatæ est proportio unius earum ad alterã, sicut diametri suæ basis ad diametrũ alterius basis proportio triplicata. Sint enim ut prius duæ rotundæ pyramides a & b, quarũ bases sunt circuli a & b, & horum circulorũ diametri sint etiam a & b, sitq́ proportio pyramidis a ad corpus c, sicut diametri a ad diametrũ b proportio triplicata. Nõ erit igitur corpus c, minus neq́ maius rotũda pyramide b. Sit enim primo (si possibile est) minus, quantitate corporis d, ita q̃ duo corpora c & d pariter accepta sint quantũ rotũda pyramis b. Ab axe igitur pyramidis b, prodeat superficies quæ sit orthogonaliter erecta super circulum b, sitq́ cõmunis sectio huius sup̃ficiei & circuli b, linea e f transiens per centrum b, quæ erit diameter circuli b, & protrahatur in circulo b, alia diameter secans hanc orthogonaliter, quæ sit g h, sicq́ inscribatur circulo b, quadratũ e g f h, & a rotunda pyramide b, intelligatur detrahi laterata pyramis, cuius basis est quadratũ circulo b inscriptum, quæ (ut probatũ est supra) maius erit dimidio rotundæ pyramidis, & ex residuo eius detrahantur pyramides eiusdem altitudinis, consistentes super trigonos portionũ circuli b, fiatq́ hoc totiens, quousq́ residuũ rotundæ pyramidis b sit minus corpore d ex 1 decimi. Eritq́ ex conceptione laterata pyramis detracta quam cõponunt lateratæ partiales pyramides detractæ, maius corpore c. Tunc ergo prodeat ex axe pyramidis a, superficies alia quæ sit orthogonaliter erecta super circulum a, & sit cõmunis sectio huius superficiei & circuli a, linea k l, quæ ob hoc erit diameter circuli a, protrahatur autem in circulo a, alia diameter secans hanc orthogonaliter, quæ sit m n, sicq́ inscribatur in circulo a, quadratũ k m l n, & diuidẽdo arcus portionũ circuli a per æqualia, perficiatur in circulo a, polygoniũ simile illi quod est inscriptũ circulo b, & ad singulos angulos huius polygonij demitte lineas rectas a cono pyramidis a, perficiens super illud polygoniũ lateratã pyramidẽ æque altam pyramidi a. Hanc autem lateratã pyramidẽ, probabis esse similem lateratæ pyramidi detractæ a rotunda pyramide b, quod hoc modo facies. Duces axes cogitatiõe uel actu utriusq́ in utrisq́ pyramidibus a & b, & à centris basium protrahas lineas rectas ad omnes angulos inscriptorũ polygoniorũ. Erũtq́ ex præmisso antecedẽte omnes anguli quos continet axis pyramidis a, cum singulis lineis ductis a centro circuli a, ad angulos polygonij sibi inscripti, æquales suis relatiuis angulis quos continet axis pyramidis b, cum singulis lineis ductis a centro circuli b, ad angulos polygonij sibi inscripti. Et quia ex diffinitione rotundarũ pyramidũ similium, proportio axis pyramidis a ad axem pyramidis b, est sicut semidiametri circuli a ad semidiametrũ circuli b, sequitur ex 6 & 4 sexti & diffinitionibus similium superficierũ & similium corporũ q̃ duæ lateratæ pyramides a & b sint similes. Cætera argue sicut prius in decima. Constat itaq́ de omnibus rotundis pyramidibus similibus, q̃ proportio earũ sit sicut diametrorũ suarum basium triplicata. Et quia omnis columna rotunda est tripla ad suam pyramidem (hoc enim sufficienter est demonstratũ siue columnæ & suæ pyramides fuerint erectæ siue inclinatæ) sequitur ex 15 quinti ut etiam quarũlibet columnarũ rotundarũ similium sit proportio sicut suarum diametrorũ triplicata.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 **OMnes duas rotundas pyramides siue columnas, æque altas, suis basibus proportionales esse necesse est.**

CAMPANVS. Supra duos circulos a & b, statuantur ut prius duæ rotundæ pyramides æquæ altæ quæ dicantur similiter a & b, & duæ rotundæ columnæ æque altæ eisdem literis ascriptæ a & b. Dico itaque quod proportio duarũ pyramidum a & b, duarumque columnarum a & b, est sicut duorum circulorum a & b. Quod de columnis manifestum erit, si hoc prius de pyramidibus demõstrabitur: omnis enim rotunda columna, tripla est ad suam pyramidem. De pyramidibus autem constabit indirecta demonstratione hoc modo. Est enim ex cõmuni scientia, proportio rotundæ pyramidis a ad aliquod corpus, sicut circuli a ad circulum b, illud corpus sit c. Dico itaque quod corpus c, nõ potest esse maius neque minus rotunda pyramide b. Sit enim primo minus, quantitate corporis d. Igitur circulo b inscribatur quadratũ, & detrahatur a rotũda pyramide b, pyramis laterata, cuius sit basis quadratũ circulo b inscriptũ, & ex portionibus pyramidalibus detrahantur pyramides super trigonos portionũ circuli consistentes, fiatque hoc totiens, quousque sit ex pyramide b, residuũ minus corpore d, eritque laterata pyramis detracta, quam componunt partiales pyramides detractæ, maior corpore c. Inscribatur ergo circulo a, polygoniũ simile illi polygonio quod est basis lateratæ pyramidis b, & perficiatur super ipsum pyramis laterata ductis lineis à uertice pyramidis lateratæ a, ad ãgulos polygonij inscripti. Eruntque duæ lateratæ pyramides a & b, æque altæ. Hoc enim est propositũ de rotundis. Quare proportio lateratæ pyramidis a ad lateratã pyramidem b, est sicut basis eius ad basin illius, uidelicet, sicut polygonij a ad polygonium b. Hoc enim demõstratum est in sexta huius. At uero polygonij a ad polygoniũ b, est sicut circuli a ad circulum b, quod manifestũ est ex prima & secunda huius. Itaque lateratæ pyramidis a ad lateratã pyramidem b, sicut rotundæ pyramidis a ad corpus c, quare permutatim lateratæ pyramidis a ad rotundam pyramidem a, sicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Cumque sit laterata pyramis b maior corpore c, sequitur lateratã pyramidem a esse maiorẽ rotunda pyramide a. Hoc autem impossibile, est enim pars eius. Non erit ergo corpus c, minus rotunda pyramide b. Si uero ponat aduersarius quod sit maius, demõstrabimus rursum idem impossibile consequi. Erit enim per conuersam proportionalitatẽ proportio corporis c ad rotundam pyramidem a, sicut circuli b ad circulum a. Sit quoque eadem rotundæ pyramidis b, ad aliquod corpus quod sit d. Cum igitur corpus c sit maius rotunda pyramide b per hypothesin, erit ex 14 quinti rotũda pyramis a maior corpore d. Itaque proportio circuli ad circulum a, erit sicut rotundæ pyramidis b ad quoddam corpus minus rotunda pyramide a. Sed hoc demonstratũ est prius, esse impossibile, sic enim sequitur quod pars sit maior suo toto. Nõ est igitur corpus c, neque minus neque maius rotunda pyramide b, sed tantum æquale. Itaque ex secunda parte 7 quinti conclude propositũ. Vt autem facilius inconcussiusque demonstraretur quod sequitur, ad ipsam est antecedens utile præmittendum, quod est,





Zamb. 13 **Si superficies quædam rotuodam columnam æquidistanter basi eius secuerit, erunt duo partialia corpora quæ ad illam secantem superficiem terminantur, portionibos axis columnæ proportionalia.**

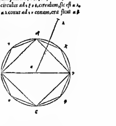
Simile est hoc, ei quod proposuit 25 undecimi libri de solidis parallelogrammis. Nec solum uerũ est hoc de columnis rotundis, immo simpliciter de omnibus columnis siue lateratæ fuerint siue rotundæ. Quod qui argumentationẽ primæ sexti uel 25 undecimi firmiter tenuerit, facile demonstrare poterit: hic enim non aliter quàm ibi ex diffinitione

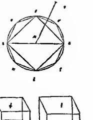
tione incontinuæ proportionalitatis quæ posita est in procœmio quinti libri arguēdū est propositum. Attendere aūt colūnā oportet, quod quæcūq; superficies secat æquidistanter basi ipsius, secat etiam eam æquidistāter superficiei basis eius oppositæ, nā quæcunque superficies uni superficiei sunt æquidistantes, ipsæ quoq; sunt æquidistātes adinuicē, ut ex ijs quæ dicta sunt ex 17 undecimi didicisti. Quare manifestū est, quod omnes rotundæ colūnæ quarum sunt bases æquales, altitudinibus suis sunt proportionales. Idem quoque de lateratis. Idem quoque de pyramidibus rotūdis & etiā de lateratis, quod de pyramidibus constabit, si prius de colūnis probetur. Est enim omnis columna tripla ad suam pyramidē, rotunda quidem, ex nona huius, laterata uero ex ijs quæ supra in octaua demonstrata sunt.

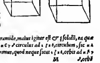
Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 11

11 Sub eodem fastigio existentes coni & cylindri, adinuicem sese habent sicut bases.

THEON ex Zāb. Sint sub eadē altitudine coni & cylindri, quorū bases quidē sunt α β γ δ, ε ζ η θ, circuli, axes autem sint κ λ, μ ν, dimetientes uero basium sint α γ, ε η. Dico quod est sicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ, circulum, sic est α λ conus ad conum ε ν. Si autē non est sicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulum, sic α λ conus ad ε ν conum, erit sicut α β γ δ, circulus ad ε ζ η θ, circulum, sic α λ conus ad aliquod solidū minus ν ipso ε ν, cono, uel ad maius. Sit prius ad minus, hoc est ad ξ. Et quo minus est solidū ipso ε ν cono, ei æquū esto ψ solidū, igitur conus ε ν, æquus est ipsis ξ ψ, solidis. Describatur (per 6 quarti) in circulo ε ζ η θ, quadratum ε ζ η θ, quadratum igitur, maius est quàm dimidium circuli. Excitetur ab ipso ε ζ η θ quadrato, pyramis æque alta ipsi cono. Igitur ipsa pyramis excitata, maior est quàm dimidium ipsius coni, quoniā si circunscribamus ipsi orbi quadratū, & ab ipso excitemus pyramida cono æque altam, inscripta pyramis dimidium est circunscriptæ, adinuicem enim sunt sicut bases. Conus autē minor est pyramide circunscripta. Pyramis igitur cuius basis est ε ζ η θ quadratum, uertex autem idem ipsi cono, maior quàm dimidium coni. Secentur (per 30 tertij) ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, circūferentiæ diuiduæ in signis ο, π, ρ, σ, connectanturq; ipsæ θ ο, ο ε, ε π, π ζ, ζ ρ, ρ η, η σ, σ θ. Vnumquodq; igitur ipsorū θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ, triangulorum, maius est quàm dimidium apud sese segmenti ipsius circuli. Excitetur ab unoquoq; ipsorum θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ, triangulorū, pyramis æque alta ipsi cono. Vnaquæq; igitur excitatarū pyramidū, maior est quàm dimidia pars apud sese segmenti coni. Secātes igitur (per 30 tertij) reliquas circunferentias diuiduē, cō nectentesq; rectas lineas, & excitantes ab unoquoq; triāgulorū pyramides ipsi æque altas cono, & hoc semper facientes relinquemus quædam con. segmenta quæ erunt minora ipso ψ solido. Relinquantur, sintq; quæ in θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ, Reliqua igitur pyramis cuius basis quidem est θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulum, fastigium idem quod cono, maior est ipso ξ solido, Inscribatur & in circulo α β γ δ, ipsi θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulo simile & similiter positum multangulum δ τ α υ β φ γ χ, excitetur que ab ipso pyramis æque alta ipsi α λ cono, Quoniā igitur est sicut quod ex α γ ad id quod ex ε η sic δ τ α υ β φ γ χ multangulum ad ipsum θ ο ε π ζ ρ η σ multāgulū, sicut aūt quod ex α γ ad id quod ex ε η, sic α β γ δ orbis ad ε ζ η θ orbē, & sicut igitur (per 11 quinti) α β, γ δ, orbis ad ε ζ η θ, orbē sic δ τ α υ β φ γ χ, multāgulū θ ο ε π ζ ρ η σ, multāgulū. Sicut aūt orbis ad ε ζ η θ, orbē, sic α λ conus ad ξ solidū. Sicut autē δ τ α υ β φ γ χ, multangulum ad θ ο ε π ζ ρ η σ, multāgulū, sic pyramis cuius basis est δ τ α υ β φ γ χ multangulū, uertex autē λ signū, ad pyramida cuius basis quidē est θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulum, fastigium autē ν signum. Et sicut igitur (per 11 quinti) α λ conus ad ξ solidū, sic pyramis cuius basis quidē δ τ α υ β φ γ χ multangulum, uertex autē λ signū, ad pyramida cuius basis quidem est θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulū, uertex autē ν signū. Vicissim igitur (per 16 quinti) est sicut α λ conus ad eam quæ in se ipso pyramida, sic ξ solidum ad eā quæ in ε ν cono pyramida. Maior autē est α λ conus, ea quæ in se ipso pyramide, maius igitur est & ξ solidū, ea quæ in ε ν cono pyramide, sed & minus, quod absurdū est. Nō igitur est sicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ, circulum, sic α λ conus ad aliquod solidum minus ipso ε ν cono. Similiter iam demonstrabimus, quod neque sicut ε ζ η θ, orbis ad α β γ





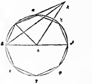


M δ, orbē

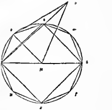
δ orbẽ, sic ι ν conus ad solidum aliquod maius ipso α λ cono. Dico iam quod neque est sicut α β γ δ orbis ad ε ζ η θ, orbẽ, sic conus α λ ad aliquod solidũ maius ipso ι ν cono. Si enim possibile, esto ad maius ξ. Conuersim igitur est sicut ε ζ η θ, orbis ad α β γ δ orbẽ, sic est ξ solidum ad α λ conũ. Sed sicut ξ solidũ ad α λ conũ sic est ι ν conus ad aliquod solidum minus ipso α λ cono. Et sicut igitur (per 11 quinti) ε ζ η θ circulus ad α β γ δ circulum, sic conus ι ν, ad aliquod solidum minus ipso α λ cono, quod absursum esse patuit. Non est igitur α β γ δ orbis ad ε ζ η θ orbem, sic α λ conus ad solidum aliquod maius ipso ι ν cono. Patuit autem quod neque ad minus. Est igitur sicut α β γ δ orbis ad ε ζ η θ orbẽ, sic α λ conus ad ι ν conum. Sed sicut conus ad conum, sic cylindrus ad cylindrum, triplus enim est alter alterius. Et sicut igitur (per 11 quinti) α β γ δ orbis ad ε ζ η θ, orbem, sic qui in ipsis cylindri æque alti ad conos, Sub eodẽ igitur fastigio subsistentes coni & cylindri, se adinuicem habent sicut bases. Quod erat ostendendum.

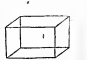
Eucli ex Zamb. Theorema 12 Propositio 12

12 **Similes coni & cylindri, ad se inuicem in tripla sunt ratione dimetiẽtium quæ in basibus.**



THEON ex Zãb. Sint similes coni & cylindri, quorum bases quidem α β γ δ, ε ζ η θ, orbes dimetiẽtes uero basiũ sint β δ ζ θ, & axes conorũ siue cylindrorũ sint κ λ, μ ν. Dico quod conus cuius basis quidẽ est α β γ δ, circulus, fastigium autẽ λ signũ, ad conũ cuius quidẽ basis est ε ζ η θ, uertex autẽ ν signũ, triplã habet rõnẽ quàm β δ ad ζ θ. Si autẽ α β γ δ λ conus ad ε ζ η θ ν, conum triplã rõnẽ non habet quàm β δ ad ζ θ, habebit conus α β γ δ λ, uel ad solidũ aliquod minus ipso ε ζ η θ ν, cono triplã rõnẽ, uel ad maius. Habeat prius ad minus ξ. Describaturque (per 6 quarti) in circulo ε ζ η θ, quadratũ ε ζ η θ. Igitur ε ζ η θ quadratũ, maius est quàm dimidiũ circuli ε ζ η θ. Excitetur ab ipso ε ζ η θ quadrato, pyramis æque alta ipsi cono. Igitur pyramis excitata, maior est quàm dimidia pars coni. Secentur iam (per 30 tertij) ipsæ ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, circũferẽtiæ diuidue, in ο, π, ρ, σ, signis, cõnectãturque ε ο, ο ζ, ζ π, π η, η ρ, ρ θ, θ σ, σ ε, Vnũquodque igitur ipsorũ ε ο ζ, ζ π η, η ρ θ, θ σ ε, triangulorũ, maius est quàm dimidia pars, quæ apud sese segmenti circuli ε ζ η θ. Constituatur ab unoquoque ipsorum ε ο ζ, ζ π η, η ρ θ, θ σ ε, triangulorum, pyramis idẽ habens fastigiũ ipsi cono, unaquæque igitur ipsarum excitatarum pyramidũ, maior est quàm dimidium eius quod apud sese segmenti circuli. Secantes igitur (per 30 tertij) relictas circũferentias diuidue, & connectentes rectas lineas, excitantesque ab unoquoque triangulorum pyramides fastigium ipsi cono habentes, idem, & hoc semper efficientes, relinquemus quædam coni segmenta quæ erunt minores excessu quo excedit ε ζ η θ ν, conus ipsum ξ solidũ, relinquãtur, & sint in ε ο, ο ζ, ζ π, π η, η ρ, ρ θ, θ σ, σ ε, reliqua igitur pyramis cuius basis quidẽ est ε ο ζ π η ρ θ σ, multangulum, uertex autẽ ν signũ, maior est ipso ξ solido. Describatur in in circulo α β γ δ, ipsi ε ο ζ π η ρ θ σ, multangulo simile similiterque positum multangulum α τ β υ γ φ δ χ, & excitetur ab ipso pyramis, idẽ habẽs ipsi cono fastigiũ. Et cõprehendẽtiũ ipsam pyramida cuius basis quidẽ est α τ β υ γ φ δ χ, multangulũ, uertex autẽ λ signum, unum triãgulum esto λ β τ, cõprehendentiũ autem pyramida cuius basis quidẽ ε ο ζ π η ρ θ σ, multangulũ, fastigiũ autem ν signũ unũ triangulum esto ν ζ ο, & connectatur κ τ, μ ο. Et quoniã α β γ δ λ conus similis est ipsi ε ζ η θ ν cono, est igitur (per 20 undecimi diffinitionẽ) sicut β δ ad ζ θ, sic κ λ axis ad μ ν axẽ. Sicut autẽ β δ ad ζ θ, sic (per 15 quinti) β κ ad ζ μ. & sicut igitur (per 11 quinti) β κ ad ζ μ, sic κ λ ad μ ν, & uicissim (per 16 quinti) sicut β κ ad κ λ, sic ζ μ, ad μ ν. Et circum æquos angulos β κ λ, ζ μ ν, latera sunt proportionalia. Igitur (per 1 sexti diffinitionẽ) triangulum β κ λ, simile est ipsi ζ μ ν, triãgulo. Rursus quoniã est sicut β κ, κ τ sic ζ μ, ad μ ο, & circũ æquos angulos β κ τ, ζ μ ο, quoniam qualis pars est angulus β κ τ eorum qui ad κ centrum quatuor rectorum, talis pars est & angulus ζ μ ο, eorum qui ad μ centrum quatuor rectorũ, quoniã igitur circum æquos angulos latera sunt proportionalia, igitur triangulum β κ τ simile est ipsi ζ μ ο triangulo. Rursus quoniã patuit sicut β κ ad κ λ sic ζ μ ad ν μ, æqualis autem est β κ ipsi κ τ, & ζ μ ipsi μ ο, est igitur sicut τ κ ad κ λ, sic ο μ ad μ ν. Et circũ æquos angulos τ κ λ, ο μ ν, recta latera (recti enim) sũt proportionalia. Igitur λ κ τ, triangulũ, ipsi μ ν ο, triangulo simile est. Et quoniam (per 6 sexti propter similitudinem ipsorũ λ κ β, ν μ ζ, triangulorum est sicut λ β, ad β κ, sic ν ζ ad ζ μ, & propter similitudinem ipsorum β κ τ, ζ μ ο, triangulorum



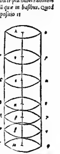


est sicut

est sicut α β ad β τ sic μ ξ ad ξ ο, ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut λ ϛ ad ϛ τ, sic ν ξ ad ξ ο. Rursus quoniã ob similitudinẽ ipsorum λ τ κ, ν ο μ, triangulorũ est (per 6 sexti) sicut λ τ ad τ κ, sic ν ο, ad ο μ, propter autẽ similitudinẽ ipsorum τ κ β, ο μ ξ, triangulorũ est sicut κ τ ad τ ϛ, sic μ ο, ad ο ξ, ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut λ τ, ad τ β, sic ν ο ad ο ξ. Patuit autẽ & sicut τ ϛ ad ϛ λ, sic ο ξ ad ξ ν, ex æquali ergo (per 22 quinti) sicut τ λ ad λ ϛ, sic ο ν ad ν ξ. Igitur ipsorum λ τ ϛ, ν ο ξ, triãgulorũ, proportionalia sunt latera. Ipsa igitur λ τ ϛ, ν ο ξ, triãgula, æquiangula sunt, quare & similia (per 5 sexti.) Et pyramis igitur cuius basis quidem est ϛ κ τ triangulũ, uertex autẽ λ signũ, similis est pyramidi cuius basis quidẽ est ξ μ ο triangulum, uertex autem ν signũ, sub similibus enim planis æque multiplicibus comprehenduntur. Similes autem pyramides, triãgulares bases habentes, in triplici sunt ratione eiusdem rationis laterũ (per 8 duodecimi,) pyramis igitur β κ τ λ, ad ξ μ ο ν pyramida, triplam rationem habet, quàm ϛ κ ad ξ μ. Similiter iam connectẽtes ab ipsis α, χ, δ, φ, γ, υ, in κ rectas lineas, & ab ipsis ι, σ, θ, ρ, η, π, in μ, excitãtesq; in triangulis pyramides eadem habentes fastigia ipsis conis, ostendemus quod & unaquæq; ipsarum eiusdem ordinis pyramidum ad unãquanq; eiusdem ordinis pyramida, triplã habet rationẽ quàm ϛ κ eiusdẽ rationis latus ad ξ μ eiusdẽ rationis latus, hoc est quam ϛ δ ad ξ θ. Sed sicut unum antecedentium ad unum sequentium, sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Est igitur & sicut β κ τ λ pyramis ad ξ μ ν ο, pyramida, sic est tota pyramis cuius basis α τ β κ γ φ δ χ multangulum, uertex autem λ signum, ad totam pyramidem cuius quidem basis est ι ο ξ π η ρ θ σ, multãgulũ, uertex uero ν signũ. Quare & pyramis cuius basis quidem est α τ β κ γ φ δ χ, multangulũ, fastigium autem λ signum, ad pyramida cuius quidem basis ι ο ξ π η ρ θ σ, multangulum, fastigium autẽ ν signum, triplam habet rationẽ quàm β δ ad ζ θ. Supponitur autem & conus cuius basis quidem α β γ δ orbis fastigium autem λ signum, ad ξ solidum, triplam rationem habens quam ϛ δ, ad ζ θ, est igitur sicut conus cuius basis quidẽ α β γ δ circulus, uertex autem λ signum ad ξ solidum, sic pyramis cuius quidem basis est α τ β υ γ φ δ χ multangulum, uertex autem λ ad pyramida cuius basis quidem est ι ο ζ π η ρ θ σ, multangulum, uertex autem ν signum. Vicißim igitur (per 16 quinti) sicut conus cuius basis quidẽ est α β γ δ orbis, uertex autem λ signũ ad eã quæ in se pyramida cuius basis est α τ ϛ υ γ φ δ χ multangulũ, uertex autem λ signũ, sic solidũ ξ ad pyramida cuius basis quidem est ι ο ξ π η ρ θ σ, multãgulũ, uertex autem ν signum. Maior aũt est prædictus conus ea quæ in se ipso pyramide, ipsam enim continet. Igitur ξ solidũ, maius est ipsa pyramide cuius basis quidem est ι ο ξ π η ρ θ σ multangulum, uertex autem ν signum. Supponebatur autẽ quod & minus, quod est absurdũ. Nõ igitur conus α ϛ γ δ λ, ad aliquod corpus minus ipso ι ζ η θ ν, cono triplã rationẽ habebit, quàm ϛ δ ad ζ ν. Similiter iam demõstrabimus, quod neq; ι ζ η θ ν conus ad solidũ aliquod minus ipso α ϛ γ δ λ cono, triplã rationẽ habet, quàm ζ θ ad ϛ δ. Dico iam quod neq; α β γ δ λ conus, ad aliquod solidum maius ipso ι ξ η θ ν cono, triplam habet rationẽ, quàm β δ ad ζ θ. Si enim possibile, habeat ad maius ξ. Conuersim igitur ξ solidũ, ad α ϛ γ δ λ conũ, triplã habet rationẽ, quàm ζ θ ad ϛ δ. Sicut aũt ξ solidum ad α ϛ γ δ λ conũ, sic ι ξ η θ ν conus ad aliquod solidũ minus ipso α ϛ γ δ λ cono, & ι ζ η θ ν igitur conus, ad solidũ aliquod minus ipso α ϛ γ δ λ, cono, triplã rõnẽ habet, quã ζ θ ad ϛ δ, quod impossibile esse patuit. Igitur α β γ δ λ conus, ad solidum aliquod maius ipso ι ζ η θ ν cono, triplam rõnẽ non habet, quàm δ ad ζ θ, patuit aũt quod neq; ad minus. Conus igitur α β γ δ λ, ad conum ι ξ η θ ν, triplã rationẽ habet, quàm ϛ δ ad ζ θ, (per 15 quinti,) sicut aũt conus ad conũ, sic cylindrus ad cylindrum, triplus enim est cylindrus, ipsius coni qui in eadẽ est basi & sub æquali fastigio ipsi cono. Ostensum est autẽ, (in 10 duodecimi,) quod omnis conus, cylindri tertia pars est eandem ei dem basim habentis (per 10 duodecimi) & æquale fastigium. Et cylindrus igitur, ad cylindrũ triplã habet rationem quàm ϛ δ ad ζ θ. Similes igitur coni & cylindri, adinuicẽ in triplici sunt ratione dimetientiũ quæ in basibus. Quod ostendere oportuit.

Eucli ex Zamb. Theorema 13 Propositio 13

13 Si cylindrus plano secetur, parallelo existenti eis quæ ex opposito planis, erit sicut cylindrus ad cylindrum sic axis ad axem.



THEON ex Zamb. Cylindrus enim α δ, plano η θ secetur, parallelo existente eis quæ ex opposito planis, hoc est ipsis α ϛ γ δ. Dico quod est sicut ϛ η cylindrus ad η δ cylindrum, sic est ι κ axis ad κ ζ axem. Extẽdatur axis ι ζ ex utraque parte, in λ μ, signa, exponanturq; ipsi ι κ axi æquales quilibet utcũq; ι ν, ν λ, ipsi autẽ ζ κ, quilibet utcũq; ξ ξ, ξ μ, & extẽdantur per λ, ν, ξ, μ signa plana parallela α ϛ, γ δ, & intelligãtur in ipsis per λ, ν, ξ, μ, planis circũ centra λ, ν, ξ, μ, circuli ο π, ρ σ, τ υ, φ ψ, æquales ipsis α β, γ δ, & intelligantur cylindri, π ρ, ρ ϛ, δ τ, τ χ. Et quoniã ipsi λ ν, ν ι, ι κ, axes adinuicem sunt æquales, ipsi igitur π ρ, ρ ϛ, β η, cylindri adinuicem sunt sicut bases (per 11 duodecimi.) Bases autẽ sunt æquales. Igitur & ipsi π ρ, ρ ϛ, ϛ η, cylindri, sunt æquales. Quoniam igitur ipsi λ ν, ν ι, ι κ, axes adinuicem sunt æquales, sunt autem & ipsi π ρ, ρ β, ϛ η, cylindri adinuicem æquales, & multitudo ipsorum λ ν, ν ι, ι κ, æqualis est multitudini ipsorum π ρ, ρ ϛ, ϛ η, quotuplex igitur est κ λ axis ipsius ι κ axis, totuplex erit & π η cylindrus ipsius β η cylindri. Etiam id propterea quotuplex est μ κ axis ipsius κ ζ axis, totuplex est & cylindrus χ η ipsius η δ cylindri. Et si κ λ axis æqualis est ipsi κ μ axi, æquus est & cylindrus π η ipsi η χ cylindro. Si autẽ axis κ λ maior est ipso κ μ axe, maior erit & π η

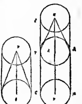
M 2 cylindrus

cylindrus ipso ε χ cylindro. Et si minor, minor (per 1 quinti. Quatuor iā existētibus magnitudinibus, axibus quidē, ε κ, κ ζ, cylindris aūt ε β, β δ accepta (per diffinitionē 6 quinti) sunt æque multiplicia ipsius quidē ε κ axis & ε β cylindri, ipse axis κ λ, & π β cylindrus. Ipsius autē κ ζ axis, & β δ cylindri, κ μ axis & ε χ cylindrus. Et patuit quod si κ λ, axis excedit κ μ axē, & π β cylindrus ipsum excedit ε χ cylindrū, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor. Est igitur (per 6 diffinitionē quinti) sicut ε κ axis ad κ ζ axē, sic β ε cylindrus ad β δ cylindrū. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 14.

14 In æqualibus basibus existentes coni & cylindri, adinuicem sese habent sicut fastigia.

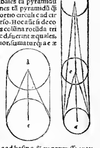
THEON ex Zamb. Sint enim in æqualibus basibus α β, γ δ, cylindri ζ δ, ε β. Dico quod est sicut cylindrus ε β ad cylindrū ζ δ, sic est η θ axis ad κ λ axē, extēdatur enim κ λ axis in ν signū, ponaturq́ ipsi η θ axi æqualis λ ν, & circū axem λ ν, intelligatur cylindrus γ μ. Quoniā igitur ε β, γ μ cylindri sub eodē sunt fastigio, adinuicē sūt sicut bases (per 11 duodecimi) Bases autem inuicē sunt æquales, igitur & cylindri ε β, γ μ, sunt æquales. Et quoniā cylindrus ζ μ, plano quodam secatur γ δ, parallelo existēte eis quæ ex opposito planis, est igitur (per 13 duodecimi) sicut γ μ cylindrus ad ζ δ cylindrum, sic est λ ν axis ad κ λ axē, æqualis autē est γ μ cylindrus ipsi ε β cylindro, & λ ν axis ipsi η θ axi. Est igitur sicut ε β cylindrus ad ζ δ cylindrum, sic est η θ axis ad κ λ axē. Sicut autem ε β cylindrus ad ζ δ cylindrum, sic α η β conus ad γ δ κ conū, tripli enim sunt cylindri ipsorū conorum (per 10 duodecimi,) & sicut igitur (per 11 quinti) η θ axis ad κ λ axem, sic α β η, conus ad γ δ κ, conū, & ε β cylindrus ad ζ δ cylindrū. Quod erat ostēdendū.



Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 SI duæ pyramides rotūdæ siue colūnæ fuerint æquales, suæ bases & altitudines erunt mutuæ. Si uero suæ bases & altitudines mutuæ fuerint, ipsas pyramides siue columnas æquales esse necesse est.

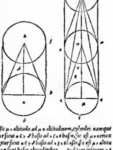
CAMPANVS. Altitudinē pyramidū, determinant lineæ a conis ad bases perpēdiculariter descendētes, columnarum autē, a supremis earū superficiebus ad bases. Sint itaq́ duæ rotūdæ pyramides a b & c d æquales, duæque rotūdæ colūnæ a b & c d æquales, sintq́ cōmunes bases tā pyramidū quàm colūnarū duo circuli a & c, cōes quoq́ altitudines tā pyramidū quàm colūnarū determinatæ per lineas a b & c d. Dico quod proportio circuli c ad circulū a, est sicut altitudinis a b ad altitudinē c d, & ecōuerso. Hoc aūt si de colūnis probatū fuerit, de pyramidibus certū erit, quoniā omnis colūna rotūda tripla est ad suā pyramidē. Si itaq́ duæ altitudines a b & c d, fuerint æquales, ex præmissa cōstat propositū. Si aūt inæquales, sit a b maior, sumaturq́ a e æqualis a d, & secetur colūna a b, à superficie e æquidistāter basi eius a, eritq́, ex præmisso antecēdēte, colūna a b ad colūnā a e, sicut altitudo a b ad altitudinē a e, ideoq́ ex prima parte 7 quinti colūnā c d ad colūnā a e sicut altitudo a b ad altitudinē a e, quare per secūdā partē 7 quinti, sicut altitudo a b ad altitudinē c d, ex præmissa autē est colūna c d ad colūnā a e, sicut circulus c ad circulū a, itaq́ per 11 quinti est altitudo a b ad altitudinē c d, sicut basis c ad basin a. Cōstat igitur prima pars. Secunda conuerso modo cōstabit, eadē dispositione manente. Sit enim ut basis c ad basin a, sic altitudo a b ad altitudinē c d. Dico quod duæ columnæ a b & c d sūt æquales: erit enim ex secūda parte 7 quinti altitudo a b ad altitudinem a e, sicut basis c ad basin a. Et quia ex præmissa, columna c d ad colūnam a e est sicut basis c ad basin a, & ex præmissa antecedēte columna a b ad columnam a e, sicut altitudo a b ad altitudinem a e, sequitur ex 11 quinti ut columna c d ad columnam a e sit sicut columna a b ad eandem a e. Igitur ex prima parte 9 quinti duæ columnæ a b & c d, sunt æquales. Quare constat etiam secunda pars.



Eucl. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 15

15 Aequalium conorum & cylindrorum, reciprocæ sunt bases uerticibus. Et coni & cylindri quorum reciprocæ sunt bases uerticibus, sunt æquales.

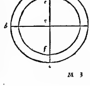
THEON ex Zamb. Sint æquales coni & cylindri, quorū bases quidē α β γ δ, ε ζ η θ, orbes, dimetientes autem ipsorum α γ, ε η, axes autem κ λ, μ ν, qui & altitudines sunt conorum & cylindrorum. Et compleantur ipsi α ξ, ε ο, cylindri. Dico quod ipsorū α ξ, ε ο, cylindrorū, reciprocæ sunt bases uerticibus, hoc est quod est sicut α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic est μ ν uertex ad κ λ uerticē. Fastigiū enim κ λ, ipsi μ ν, fastigio aut est æquale, aut nō. Sit prius æquale. Est autē & α ξ cylindrus, ipsi ε ο cylindro æqualis, sub eodē autē fastigio existētes coni & cylindri, adinuicē sunt sicut bases (per 11 duodecimi.) Aequalis est igitur α β γ δ basis, ipsi ε ζ η θ basi. Quare & reciprocæ sunt, sicut α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic μ ν fastigiū ad κ λ fastigiū. Sed iam non sit uertex λ κ ipsi μ ν æqualis, sed esto maior μ ν, & auferatur (per 3 primi) ab ipsa μ ν altitudine, ipsi κ λ æqualis π μ, ponaturq; (per 2 primi) ipsi λ κ uertici æqualis π μ, & per π signum secetur (per 13 duodecimi) cylindrus ε ο, plano τ υ σ parallelo existēte eis quæ ex opposito planis, hoc est ε ζ η θ, ρ ο, circulorū. Et à basi quidē ipsius ε ζ η θ circuli, fastigio uero μ π, cylindrus intelligatur ε σ. Et quoniam α ξ cylindrus æquus est ipsi ε ο cylindro, alius autē ε σ cylindrus, est igitur (per 7 quinti) sicut α ξ, cylindrus ad ε σ cylindrum, sic est ε ο cylindrus ad ε σ cylindrum. Sed sicut quidē α ξ cylindrus ad ε σ cylindrum, sic est α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin. Sub eadem enim sunt altitudine, ipsi α ξ, ε ζ, cylindri. Sicut autem cylindrus ε ο ad cylindrum ε σ, sic μ ν altitudo ad μ π altitudinem, cylindri namque in æqualibus basibus existentes, sic habent sicut fastigia. Est igitur sicut α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic est μ ν uertex ad μ π uerticem. Aequalis aūt est π μ uertex, ipsi κ λ uertici. Est igitur sicut α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic est μ ν altitudo ad κ λ altitudinem. Aequaliū igitur α ξ, ε ο, cylindrorū, reciprocæ sunt bases altitudinibus. Sed iam ipsorum α ξ ε ο cylindrorum reciprocæ sint bases altitudinibus, estoq; sicut α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic uertex μ ν ad uerticem κ λ. Dico quod α ξ cylindrus, æqualis est ipsi ε ο cylindro. Eisdem namque dispositis, quoniam est sicut α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic μ ν fastigium, ad κ λ fastigium, æqualis autem est κ λ uertex ipsi π μ uertici, est igitur sicut α β γ δ, basis ad ε ζ η θ basin, sic μ ν uertex ad π μ uerticem. Sed sicut quidem α β γ δ, basis ad ε ζ η θ, basin, sic cylindrus α ξ ad ε σ cylindrum, sub eodem namque est fastigio. Sicut autem μ ν (per 14 duodecimi) uertex ad π μ uerticem, sic ε ο cylindrus ad ε σ cylindrū. Est igitur sicut α ξ cylindrus ad ε σ cylindrum, sic est ε ο cylindrus ad ε σ, cylindrum. Aequalis igitur est α ξ cylindrus, ipsi ε ο cylindro. Sic etiā & in conis. Aequalium igitur conorum & cylindrorum, & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportuit.



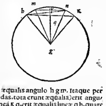
Eucl. ex Camp. Propositio 13

13 CVm propositi fuerint duo circuli ab uno centro circunducti, superficiem multiangulam æqualiū laterū circulū minorē minime tangentium, intra circulum maiorem describere.

CAMPANVS Sint duo circuli a b c d & e f, ab uno communi centro quod sit g, circūducti, dico quod intra maiorem qui sit a b c d, possibile est unum polygonium quod sit æquilaterū, describi, minorē circulum qui est e f nullo suorum laterū tāgens. Quadrentur enim, id est in quadrantes diuidantur hi duo circuli duabus diametris super centrum ipsorum orthogonaliter se inuicē secantibus, quæ sint a c & b d, sitq; e f diameter minoris, pars diametri a c quæ est diameter maioris. Sicq; igitur à puncto e. ducatur utrinque usque ad circunferentiam maioris lineæ orthogonaliter super diametrum e f, quæ occurrat circunferentiæ maioris, hinc quidē, in pūcto h inde uero, in puncto k, erit ex correlario 15 ter



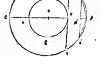
tij. linea h e k, contingens circulũ minorem. Postea uero quadrantẽ a b maioris circuli diuide per æqualia in pũcto l, secũdũ doctrinã 29 tertij, dehinc rursus arcũ a l. per æqualia ad punctũ m. Cũq; hoc pluries feceris, necessario tãdem deuenies ad arcũ qui minor erit arcu a h, sitq; hic a m. Hoc autẽ idcirco necessarium est, quia cum fuerint duæ quãtitates inæquales, si à maiori earũ dematur eius dimidiũ, itẽq; à residuo dimidiũ, possibile est hoc totiẽs fieri quousq; tandẽ minor minore earũ relinquetur, quemadmodũ in 1 decimi demonstratũ est. Cum igitur sic diuidẽdo, ad arcũ quãtuluncunq; minorem a h. fuerit deuentum, cuiusmodi est hic arcus a m. sumatur arcus a n, æqualis arcui a m, ducãturq; duæ lineæ a m & n m. Quia igitur arcus a k est æqualis arcui a h. quod ex secunda parte tertiæ tertij & quarta primi & 28 tertij manifestum est. & quia arcus a n est æqualis arcui a m. erit ex cõi sciẽtia, arcus n k æqualis arcui m h. Ergo duæ lineæ m n & k h, sũt æquidistãtes, ergo linea m n, nõ poterit tangere circulũ e f, quare multo fortius neque linea a m, potest ipsum tãgere. Quoniã igitur cõstat circulũ a b c d diuisibilẽ esse per arcus æquales arcui a m, ideoq; per 28 tertij simul cõstat intra ipsum circulũ posse chordulas æquales chordulæ a m cõtinue coaptari circulũ ipsum polygoniæ chordãtes, manifestũ est intra circulũ maiorẽ posse unum polygonium æquilaterum cuius unum latus est linea a m, inscribi. Et quia linea a m nõ cõtingit circulũ minorẽ, patet ex prima parte 11 tertij & diffinitiõe linearũ à cẽtro circuli æqualiter æquidistantiũ, quod inscriptũ polygoniũ nullo laterũ suorũ tangit circulũ minorẽ. Quod est propositũ. At quid dubitas, duas lineas m n & k h, esse æqdistãtes, cũ sint duo arcus n k & m h æquales? Hoc aũt incõcussam ueritatẽ fortium est, quod duæ lineæ circulũ unũ non autẽ se inuicẽ secantes, si ex circunferentia æquales arcus hincinde lineis ipsis intersint, erũt æquidistãtes. Duc quidẽ à cẽtro g, lineam g p perpẽdicularẽ ad lineã m n. quæ secet lineã h k in pũcto q, & protrahe lineas g m, g n, g k, g h, & duobus arcubus n k & m d, subtende duas chordas quæ etiã dicantur n k & m h. erũtq; ex 28 tertij hæ chordæ æquales n k & m h, eo quod arcus æquales, & per secũdã partẽ 3 eiusdẽ tertij erit linea n p, æqualis lineæ m p. Cũ igitur uterq; duorũ angulorũ qui sunt ad p, sit rectus ex diffinitione perpendicularis, erit ex 4 primi angulus n p g æqualis angulo p g m. At uero per 8 primi angulus k g n est æqualis angulo h g m. Itaque per cõmunem scientiã (quæ est, si æqualibus æqualia addas, tota erunt æqualia) erit angulus k g q æqualis angulo q g h, ideoq; per 4 primi lineã k q, erit æqualis lineæ q h, quare per primã partẽ 3 tertij, linea g q erit perpendicularis ad lineã k h. Igitur ex prima parte 28 primi duæ lineæ n m & k h, sunt æquidistantes. Et hoc est qđ dubitare conquestus es. Hoc enim idẽ aliter demonstrare est possibile. Ducatur enim linea n h, eritq; ex ultima sexti angulus h n m, æqualis angulo n h k, eo eo quod arcus h m est æqualis arcui n k. adeo ex 27 primi linea m n, æquidistans lineæ h k. Conuersam quoque si libuerit, conuerso modo ꝓbabis. Si enim linea m n est æquidistãs lineæ h k, erit arcus n k æqualis arcui m h. Erunt enim ex prima parte 29 primi, duo anguli h n m & n h k æquales. Ideoq; ex ultima sexti duo arcus n k & m h erunt etiã æquales.



Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 16

16 **Binis orbibus circum idem centrum existẽtibus, in maiori orbe multãgulũ æquilaterũ & parilaterũ inscribere, non tangens orbẽ minorẽ in superficie.**

THEON ex Zamb. *Sint bini orbes α β γ δ, ι ζ η θ, circũ idem cẽtrum η. Oportet in maiori circulo α ε γ δ, multãgulũ æquilaterũ & parilaterũ inscribere, nõ tangens ipsum ι ζ η θ, circulũ. Excitetur per η centrũ, recta linea ε δ, & à signo η ipsi δ β rectæ lineæ ad angulos rectos excitetur (per 11 primi) α η, & extendatur in γ. Igitur α γ tangit ipsum ι ζ η θ orbem. Secantes iam (per 30 tertij) ipsam ε α δ circunferentiam diuidue, & ipsius dimidium bifariã, & hoc semper efficientes (per 1 decimi) relinquemus quandam circunferentiã minorẽ ipsa α δ, relinquatur, & esto λ δ, & ab ipso λ in ε δ, perpendicularis excitetur (per 12 primi) λ μ, extendaturq; in ν, & connectantur ipsæ λ δ, δ ν, λ ν. Igitur λ δ, ipsi δ ν, est æqualis. Et quoniã parallelus est α γ ipsi λ ν, sed α γ tangit ipsum ι ζ η θ, orbem: igitur λ μ non tangit ipsum orbem ι ζ η θ, mul*

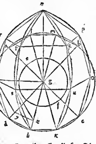


κ ι, multo minus igitur ipsæ λ δ, δ ν, tāgunt ipsum ε ζ κ ι, orbē. Si igitur ipsi λ δ, rectæ lineæ æquales in cōtinuū aptabimus in orbe α β γ δ, describetur in orbe α β γ δ, multangulū æquilaterum & parilaterum nō tangens ipsum orbē ε ζ η ι, minorem. Quod facere oportuit.

CORRELARIVM. Et inde est manifestum, quod perpendicularis quæ ex λ in β δ, unum circulum non tangit.

Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 DVabus sphæris unū centrū habētibus propositis, intra maiorē earū solidū multarū basiū superficiē minoris sphæræ minime tāgētiū figuraliter cōstituere. Quo cōstituto si in minori sphæra siue in qualibet alia sphæra simile corp⁹ intelligibiliter cōstituatur, erit proportio corpis multarū basiū intra maiorē sphærā cōstituti ad corp⁹ multarū basiū intra minorē sphærā uel aliā cōstitutū, sicut diametri maioris sphæræ ad diametrū minoris uel alteri⁹ ꝓportio triplicata.



CAMP. Sint ꝓpositæ duæ sphæræ, a b c d & e f, unū atque idē centrū quod sit g, habentes, & sit maior earū sphæra a b c d, minor uero sphæra e f, uolumus autē intra maiorem earū unū corpus multarū basiū constituere, de quibus nō intēdimus quod ipsæ bases sint æquales aut similes, sed quod nulla earum non tangat superficiē minoris sphæræ. Cū igitur hoc uoluerimus facere, secabimus simul utrāq; ꝓpositarū sphærarū una plana superficie per cōe cētrū earū trāseūte, erūtq; ex diffinitione sphæræ & diffinitiōe circuli, cōmunes sectiones huius secantis superficiei & superficierū sphærarū propositarū, lineæ cōtinentes circulos. Sint itaq; duo circuli a b c d & e f, quorū centrū est centrū sphæræ de quo ꝓpositū est quod ipsum sit g. Quadrabimus igitur hos duos circulos duabus diametris se supra cōe centrū eorū orthogonaliter secātibus, quæ sint a c & d b, postea maiori circulo secundū præcepta præmissæ inscribemus unū polygoniū æquilaterū, nullo suorū laterū tāgēs minorē circulū. Et sufficiat exēpli causa inscripsisse dodecagonū æqlaterū, ita φ in quadrāte ipsius maioris circuli q est c d, sint tria latera hui⁹ dodecagoni quæ sint chordæ d h, h κ, & κ c, quæ cū sint æquales, erūt quoq; ex prima pte 27 tertij arcus earū æquales. Dehinc a duobus pūctis h & κ quæ sunt extremitates mediæ chordæ, producemus duas diametros quæ sunt h m & κ l, & super cētrū g erigemus lineā g n perpēdicularē ad superficiē circuli a b c d, quā ꝓducemus quousq; obuiet supficiei sphæræ maioris super pūctū n. Deinde intelligā quatuor superficies secātes sphæras propositas, quarū una quæq; secet eas super lineā g n, scilicet pria earū, supra lineā g n & diametrū d b. secūda, super lineā g n & diametrū h m, tertia uero super lineā g n & diametrū κ l, quarta aūt, super lineā g n & diametrū c a, erūtq; ex diffinitiōib⁹ sphæræ & circuli, cōmunes sectiōes harū superficierū & superficiei sphæræ maioris, lineæ cōtinētes circulos, & erūt portiōes inscriptæ ut inter punctū n & quatuor pūcta quæ sunt d, h, κ, c, quadrantes horū circulorū, qui quadrātes sunt d n, h n, κ n, & c n. Hoc autē ideo euenit, qđ oēs anguli quos cōtinet linea g n cū unaquaq; diametrorū protractarū in superficie circuli a b c d, sunt recti ex diffinitione lineæ perpēdicularis ad superficiē, recti uero anguli in centro, quartæ circunferētiæ subtendātur, quod ex ultima sexti euidenter apparet. Ex diffinitiōe aūt circulorū æqualiū manifestū est, φ unusquisq; horū quatuor circulorū est æqualis circulo a b c d nā diameter omniū ipsorū, est diameter sphæræ maioris. Igitur per 11 quinti. quadrātes eorū, sunt æquales. Quare quoq; arcus qui sūt d n, h n, κ n, c n & d c, sūt æquales. In unoquoq; ergo quatuor quadrātiū circulorū erectorū coaptētur hypothenusales chordæ quarū quælibet sit æqualis chordæ circuli ꝓstrati, quæ sūt latera polygonij sibi inscripti & est una earū chorda d h, sintq; i prio qdē, d q, q r, & r n.

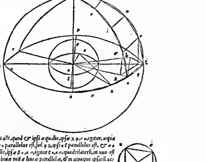
in secundo uero, h f, f t, & r n, in tertio autem, k u, u x, & x n, & in quarto, sint c o, o p, & p n. Et protrahantur corausti coniũgentes capita hypothenusalium chordarũ quæ sint q f, f u, u o, & r t, t x, x p. Vides igitur quartæ parti supioris hemisphærij maioris sphæræ quæ quidẽ quarta pars est d n c, inscriptum esse corpus 9 basiũ, quarũ tres quæ coẽunt in puncto n, sunt triangulæ, cæteræ autem sunt quadrangulæ, suntq; harũ quadrãgularum superficierum hypothenusalia latera æqualia, sed non æquidistantia. Corausti autẽ inter quosq; duos circulos intercepti, sunt æquidistantes adinuicem & chordæ circuli prostrati, sed non sunt adinuicem æquales. Hoc autẽ scies, si perpẽdiculares á coraustorum extremitatibus ad superficiẽ circuli iacẽtis dimiseris, de quibus cõstat quod ipsæ cadent super diametros circulorũ quos corausti cõtinuant, quod ex demõstratis in 11 undecimi facile deprehendes. Verbi gratia Sint á duobus terminis corausti q f, demissæ duæ perpendiculares q y & f z, cadentes in diametris d b & h m, & protrahantur lineæ q g & y z, eruntq; ex quarta sexti duo trianguli q y d & f z h, similes: quare proportio duarum perpendicularium q y & f z, erit sicut duarum chordarum q d & f h. Cumq; sint chordæ æquales, erunt etiã & perpendiculares æquales. At ipsæ sunt æquidistãtes ex 6 undecimi, ergo ex 33 primi coraustus q f, est æqualis & æquidistans lineæ y z. Et quia ex secunda parte secundæ sexti linea y z est æquidistãs chordæ d h, & ideo minor ea, sequitur ex 9 undecimi ut coraustus q f, sit etiam æquidistans chordæ d h, & minor ea ex conceptione. Cum itaque chordæ quæ sunt latera polygonij inscripti in circulo iacenti (& ipsæ sunt omnes æquales chordæ d h non tangant sphærã minorem, necesse est ut nullum latus harum basium corporis inscripti siue quadrãgulæ siue siu trigonæ, tangat eandem minorem sphæram cũ omnia hæc latera sint ipsis chordis æqualia aut minora. Simpliciter autem dico quod nulla etiam harũ basium de quibus omnibus manifestũ est ex secunda parte 1 undecimi quod ipsæ sunt totæ in superficie una, potest aliquo sui puncto contingere minorem sphærã, eo quod omnis linea recta ducta super quẽlibet punctũ cuiusq; earũ æquidistãter corausto, minor est necessario chorda prostrati circuli. Si igitur conuexitates aliarũ quartarũ maioris sphæræ tam superioris hemisphærij quam inferioris ad eius similitudinem quadrilateris trilaterisque superficiebus subtexãtur, erit maiori sphæræ corpus 72 basium superficiem minoris sphæræ minime tangentium quemadmodum propositum fuerat inscriptũ. Dico insuper quod si in alia qualibet sphæra simile corpus statuatur, erit proportio unius ad alterũ sicut diametri unius sphæræ ad diametrũ alterius triplicata. Erunt enim ex 72 bases utriusque corporis, bases totidem lateratarum pyramidum, quarum omniũ uertices erunt in centris ipsarũ sphærarũ Has autem pyramides perficies, si a singulis angulis inscriptorum corporum quæ sunt extremitates chordarum & coraustorum lineas ad centra sphærarum produxeris, Stude itaque, ex diffinitione similium corporum probare cũctas pyramides unius, esse similes suis relatiuis pyramidibus alterius. Quo probato erit ex 8 huius proportio uniuscuiusque earum unius ad suam relatiuã alterius, sicut proportio semidiametrorum sphærarum ipsarum triplicata, sunt enim semidiametri sphærarum, latera cunctarum pyramidum At quia semidiametrorũ est ex 13 quinti una proportio, ex 13 eiusdem facile concludes propositum.

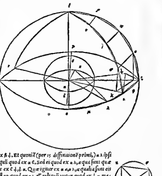
Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 17

17 **Binis sphæris circum idem centrum existentibus, in maiori sphæra solidum polyhedrum inscribere non tangens sphæram minorem in supficie.**

THEON ex Zamb. *Intelligantur binæ sphæræ circum idem centrum α. Oportet iam in maiori sphæra solidum polyhedrum inscribere, non tangens sphæram minorem in superficie. Secentur sphæræ, plano aliquo per centrum, erunt igitur sectiones, circuli: quoniã (per 12 diffinitionem undecimi) manente diametro & circunducto semicirculo facta est sphæra. Quare in qualicunque positione intelligamus hemicyclium, quod per ipsum eductum planum, efficiet in superficie sphæræ circulum, & manifestum quod & maximum, quoniã sphæræ diameter quæ etiam est hemicycli diameter, & perinde circuli, maior est (per 15 tertij) omnibus in circulo uel sphæra ductis rectis lineis. Esto igitur in maiori quidem sphæra circulus β γ δ ε, in minori aũt circulus ζ η θ, excitenturq; ipsorũ diametri ad angulos rectos sibi inuicem β δ, γ ε, & binis orbibus circa idem centrum existentibus hoc est β γ δ ε, ζ η θ in maiori circulo β γ δ ε, multangulum æquilaterum & parilaterum describatur (per præcedentem) nõ tangens sphæram minorẽ ζ η θ, cuius latera sint in β ε quarta parte, β κ, κ λ, λ μ, μ ε, & connexa κ α recta linea, extendatur in ν, & excitetur (per 12 undecimi). ab ipso α signo, ipsi ipsius β γ δ ε circuli plano ad angulos rectos α ξ, & incidat ipsi superficiei sphæræ in ξ & per α ξ, & per utranque ipsarum β δ, κ ν, plana producantur. Facient iam per prædicta in ipsius sphæræ superficie*

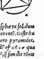
superficie maximos orbes, efficiāt, quorū hemicyclia sint in β δ, κ ν, diametris, ipsa β ξ δ, κ ξ ν. Et quoniā ξ α recta est ad ipsius β γ δ ε planū. Et omnia igitur quæ per ξ α, plana, recta sunt ad ipsius α β γ δ ε circuli planū, quare & β ξ δ, κ ξ ν, hemicyclia, recta sunt ad ipsius β γ δ ε circuli planum. Et quoniam hemicyclia, β ε δ, β ξ δ, κ ξ ν, sunt æqualia, in æqualibus namque sunt diametris β δ, κ ν, & β ε, β ξ, κ ξ, quartæ partes inter se sunt æquales. Quot igitur latera multāguli sunt in β ε quarta parte, tot quoque sunt in ipsis β ξ, κ ξ, quartis partibus ipsis κ β, κ λ, λ μ, μ ε, rectis lineis æquales. Describātur, & sint β ο, ο π, π ρ, ρ ξ, κ σ, σ τ, τ υ, υ ξ. Et cōnectantur ipsæ σ ο, τ π, υ ρ. Et ab ipsis ο, σ, in ipsius β γ δ ε circuli planū perpēdiculares excitentur, Cadūt, inquā, in cōes sectiones planorū β δ, κ ν, quoniā & ipsorū β ξ δ, κ ξ ν, plana recta sunt ad ipsius β γ δ ε circuli planū, cadāt, & sint ο φ, σ χ, & cōnectātur φ χ. Et quoniā in æqualibus hemicyclijs β ξ δ, κ ξ ν, æquales rectæ lineæ sunt β ο, κ σ, & perpendiculares ductæ sunt ο φ, σ χ, æqualis igitur est ο φ ipsi σ χ, & β φ, ipsi κ χ, est autem & tota β α, toti κ α æqualis, & reliqua igitur φ α, reliquæ χ α est æqualis. Est igitur sicut β φ ad φ α, sic est κ χ ad χ α, parallelus igitur est φ χ, ipsi κ β. Et quoniā utraque ipsarum ο φ, σ χ recta est ad ipsius β γ δ ε circuli planum, parallelus igitur est ο φ ipsi σ χ: patuit aūt, quod & ipsi æqualis, ipsæ χ φ, σ ο, igitur, æquales & paralleli sunt. Et quoniam χ φ, ipsi σ ο parallelus est, sed φ χ, ipsi κ β parallelus est, & σ ο igitur ipsi κ β parallelus est, & ipsas cōnectūt, ipsæ β ο, κ σ, igitur β ο, κ σ, quadrilaterū, in uno est plano. Quoniā (per 7 undecimi) si fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, & in utraque ipsarū accipiantur contingentia signa, & ad ipsa signa annexa recta linea, in eodē est cū ipsis parallelis plano. Idq; propterea & unūquodq; ipsorū σ ο π τ, τ π ρ υ, quadrilaterorū, in uno est plano. Est autē triāgulū υ ρ ξ, in uno plano. Si uero intelligamus ab ipsis ο, σ, π, τ, ρ, υ, signis in α connexas rectas lineas, cōstituetur quædā figura solida polyhedra inter β ξ, κ ξ, circūferētias, ex pyramidibus cōposita, quarū bases quidē sunt κ β ο σ, σ ο π τ, τ π ρ υ, quadrilatera, & υ ρ ξ triāgulū, uertex aūt α signū. Si aūt & in unoquoq; ipsorū κ λ, λ μ, μ ε, laterū, sicut in β κ eadē cōstruamus, & insuper in reliquis tribus quartis partibus, & in reliquo hemisphærio, cōstituetur figura solida polyhedra descripta in sphæra, contēta ex pyramidibus quarū bases sunt prædicta quadrilatera & triāgulū υ ρ ξ, & quæ in eodē ordine eis, uertex aūt α signū. Dico quod prædicta polyhedra nō tāget minorē sphærā in superficie, in qua est circulus ζ η θ. Excitetur (per 11 undecimi) ab ipso α signo in ipsius κ β ο σ quadrilateri planū, perpēdicularis α ψ, & incidat ipsi plano in ψ signo, & connectātur β ψ, ψ κ. Et quoniā α ψ recta est ad ipsius β κ σ ο planū, & ad omnes igitur ipsam tangentes rectas lineas & existētes in ipsius quadrilateri plano recta est α ψ (per 2 diffinitionē undecimi.) Igitur α ψ, recta est ad utrāq; ipsarū β ψ, ψ κ. Et quoniā (per 15 diffinitionē primi) α β ipsi α κ est æqualis, æquū est & q; ex α β, ei quod ex α κ. Et ipsi quidē quod ex α β, æqualia sunt (per 47 primi) ea quæ ex α ψ, ψ β, rectus enim, qui ad ψ. Ipsi aūt quod ex α κ, æqualia sunt quæ ex α ψ, ψ κ. Quæ igitur ex α ψ, ψ β, æqua sunt eis quæ ex α ψ, ψ κ. Cōe auferatur q; ex α ψ, reliquū igitur quod ex β ψ, reliquo q; ex ψ κ est æquale, æqualis igitur est β ψ, ipsi ψ κ. Similiter id demōstrabimus qđ & quæ ab ψ ad ο σ cōnexæ rectæ lineæ, æquales sūt utriq; ipsarū β ψ, ψ κ. Cētro igitur ψ, & spacio altero ipsorū β ψ, ψ κ, circulus descriptus, ibit etiā per ο, σ, & quadrilaterū κ β ο σ, erit in circulo. Et quoniā κ β maior est ipsa χ φ, æqualis autē est χ φ ipsi σ ο, maior igitur est β κ ipso σ ο. Aequalis aūt est κ β, utriq; ipsarū κ σ, β ο, & utraq; igitur ipsarū κ σ, β ο, ipsa σ ο maior est. Et quoniā in circulo quadrilaterū est κ β ο σ, & β κ, β ο, κ σ, æquales, & minor ο σ, & ex cētro circuli est β ψ, igitur quod ex κ β, eo quod ex β ψ maius est q̄ duplū. Excitetur (per 12 primi) ab ipso κ, in β φ perpēdicularis κ ω. Et quoniā β δ ipsa δ ω minor est q̄; dupla, estq; sicut β δ ad δ ω sic q; ex δ β, β ω, ad id q; sub δ ω, ω β, descripto aūt ab ipsa β ω quadrato, cōpletoq; q; in parallelogrāmo, & quod sub δ β, β ω, igitur eo quod sub δ ω, ω β, minus est quām duplum, & connexa κ β, quod sub δ β, β ω. æquum est ei quod ex β κ, quod uero sub δ ω, ω β, æquū est ei quod ex κ ω. Igitur quod ex κ β, eo quod ex κ ω minus quām duplū. Sed quod ex κ β, eo quod ex β ψ maius est quām duplū, maius igitur est quod ex κ ω, eo quod ex β ψ. Et quoniā (per 15 diffinitionem primi) β α, ipsi κ α est æqualis, æquū est & quod ex β α ei quod ex κ α. Et autem quod autē ex α β, (per 47 primi) æqualia sunt quæ ex β ψ, ψ α. Et aūt quod ex κ α, (per 47 primi) æqua sunt quæ ex κ ω, ω α. Quæ igitur ex β ψ, ψ α, æqualia sunt eis quæ ex κ ω, ω α. quorū quod est κ ω maius est eo quod ex β ψ. Reliquū igitur q; ex ω α, minus est eo quod ex ψ α. Maior igitur est α ψ, ipsa α ω, multo igitur maior est α ψ, ipsa α θ, Estq; ipsa





sa α ↓ in unā ipsius polyhedri basin, & α α in minoris sphæræ superficiem. Quare & polyhedrū nō tangit sphærā in superficie. Quod facere oportebat.

Ostēdēdū iā & aliter ac expeditius quod maior est α ↓, ipsa α κ, Excitetur (per 11 primi) ab ipso κ ipsi α α ad angulos rectos α, & cōnectātur α λ. Secātes iā (per 30 tertij) ipsam γ ε circūferētiam diuidue, & dimidiū ipsius diuidue, & hoc semper facites, relinquemus quādam circunferentiā quæ est minor quā circunferētia ε γ δ circuli quæ subtenditur ab æquali ipsi α λ, relinquatur, & esto κ ε circūferētia. Minor igitur est & κ ε recta linea, ipsa κ λ. Et quoniā in circulo est ε α σ κ quadrilaterum, & æquales sunt κ β, ε κ, κ ε, & minor est α σ, angulus igitur qui sub β ↓ κ obtusus est, maior igitur est ε κ, ipsa β ↓. Sed ipsa α ε maior, est quàm ipsa κ λ, multo maior igitur est κ λ, ipsa ε ↓, maius igitur est & quod ex α λ, eo quod ex β ↓. Et quoniā (per 15 diffinitionē primi,) α λ ipsi α β est æqualis, & quod ex κ λ, igitur ei est æquū quod ex α ε. Sed ei quod ex α λ, æqua sunt quæ ex κκ, κ λ: ei uero quod ex α ε æqua sunt quæ ex ε ↓, ↓ α. Quæ igitur ex κ α, κ λ, æqualia sunt eis quæ ex ε ↓, ↓ α. Quorū quod ex ε ↓, minus est eo quod ex κ λ, & reliquū igitur quod ex ↓ α, maius est eo quod ex α κ. Maior igitur est α ↓, ipsa α κ. Binis igitur sphæris circū idē centrum existentibus, in maiori sphæra solidū polyhedrum descriptū est non tangēs minorem sphæram in superficie. Quod facere oportuit.



CORRELARIVM. *Si uero & in altera sphæra ei quod in ε γ δ ι, sphæra, solido polyhedro, simile solidū polyhedrū inscribatur, in ipsa ε γ δ ι sphæra solidū polyhedrū ad id quod in altera sphæra solidum polyhedrū triplā habet rationē, quàm ipsius ε γ δ ι sphæræ dimetiēs ad ipsius alterius sphæræ dimetientē. Distributis nāq; solidis in numero æquales & æqualis ordinis pyramidas, pyramides similes erūt. Similes uero pyramides, (per 8 duodecimi) adinuicē in tripla sunt rōne eiusdē rōnis laterū. Pyramis igitur cuius basis quadrā est κ ε κ σ quadrilaterū, uertex aūt α signū, ad eā quæ in altera sphæra similis ordinis pyramida triplā habet rōnē, q̄ similis rōnis latus ad similis rōnis latus, hoc est quàm α β quæ ex cētro eius est sphæræ quæ circū α centrū, ad eā quæ ex centro alterius sphæræ. Similiter & unaquæq; pyramis quæ in sphæra quæ circū centrū α, ad quālibet pyramida eiusdē ordinis in altera sphæra triplā habebit rōnē quàm α ε ad eā quæ ex cētro alterius sphæræ. Et sicut unū antecedentiū ad unū sequentiū, sic oia ōantecedentia ad ōnia sequētia. Quare totū solidū polyhedrū quod in sphæra quæ circū centrū α, ad totū solydum polyhedrum quod in altera sphæra triplam rationem habebit quàm α ε ad eā quæ ex centro alterius sphæræ, hoc est quàm ε δ diameter ad alterius sphæræ diametrum. Quod ostendere oportuit.*

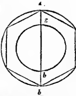
Euclid. ex Camp. Propositio 15

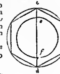
15 **OMnium duarum sphærarum est proportio alterius ad alteram, tanquam suæ diametri ad diametrū alterius proportio triplicata.**

CAMPANVS Sint duæ sphæræ a b & c d, quarum diametri sint a b & c d. Dico quod proportio earum. est sicut suarū diametrorum proportio triplicata Cuius demōstratio est Quoniam neque ad minorem sphæram quàm sit sphæra c d neque ad maiorē est ꝓportio sphæræ a b. sicut diametri a b ad diametrum c d triplicata. Esto quidem proportio sphæræ a b ad sphæram e f, sicut diametri a b sphæræ a b, ad diametrū c d triplicata Demonstrabo itaque, quod sphæra e f nō potest esse minor neque maior quàm sphæra c d. Si enim affirmet aduersarius eā esse minorem, imaginabor eā includi a sphæra c d, & circunduci ab eodem centro, & inscribam sphæræ c d iuxta præcepta præmissæ, unum corpus multarum basium non tangentium superficiem sphæræ e f, minoris. dicaturque istud corpus nomine sphæræ cui inscribitur, c d. Postea simile corpus multarum basium inscribam sphæræ a b, quod etiam nomine suæ sphæræ dicatur a b: constat itaq; ex secunda parte præmissæ & undecimi quinti, quod proportio sphæræ a b ad sphærā e f. est sicut corporis multarum basium quod est a b, ad

corpus

corpus multarum basium quod est c d, utraque enim, est sicut diameter a b ad diametrum c d triplicata. Hæc autem, ex hypothesi, illa uero, ex secunda parte præmissæ. Quare p[er]mutatim proportio sphæræ a b ad corp[us] multarũ basiũ a b, est sicut sphæra e f ad corpus multarum basium c d. Cum igitur sphæra a b sit maior corpore multarum basium a b, erit etiã sphæra e f maior corpore multarum basium c d. Hoc autẽ est impossibile, nã ipsa est pars eius. Non est ergo sphæra e f minor sphæra c d. Si autẽ dicat aduersarius eam esse maiorem, confurabimus ipsum hoc modo. Erit enim per conuersam proportionalitatem sphæra e f ad sphærã a b, sicut diameter c d ad diametrum a b triplicata. Sit itaque eadem sphæræ c d, ad sphæram g h, eritq[ue] ex 14 quinti sphæra g h, minor sphæra a b, eo q[uo]d sphæra c d posita est minor sphæra e f. Quare proportio sphæræ c d ad aliquam sphæram minorem sphæra a b, est sicut diametri c d ad diametrum a b triplicata. At hoc est impossibile, nã ex hoc sequitur, quod pars sit maior suo toto ut demonstratum est prius. Itaque sphæra e f, non est maior neq[ue] minor quam sphæra c d. Igitur (ex 7 quinti) concludes p[ro]positã cõclusionẽ, quæ imponit finẽ libro duodecimo.

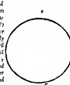


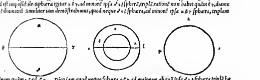


Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propositio 18

18 Sphæræ adinuicem, in triplici sunt ratione propriorum dimetientium.

THEON ex Zãb. *Intelligãtur sphæræ α β γ, δ ε ζ, diametri uero ipsarũ sint β γ, ε ζ, dico quod sphæra α β γ ad sphæram δ ε ζ, triplã habet rationẽ quàm β γ ad ε ζ. Si aũt nõ, habebit igitur α β γ sphæra ad minorẽ aliquã ipsa δ ε ζ, sphæra, triplã rationẽ, uel ad maiorẽ, quàm β γ ad ε ζ. Habeat prius ad minorẽ η θ κ, & intelligatur δ ε ζ sphæra, ipsi η θ κ, circũ idẽ centrũ, describaturq[ue] (per præcedentẽ) in sphæra maiori δ ε ζ, solidũ polyhedrũ non tangẽs minorẽ sphærã η θ κ in superficie. Describatur autẽ (per eandẽ, & in α β γ sphæra, ei quod in δ ε ζ, solido polyhedro simile solidũ polyhedrũ. Igitur (per correlariũ eiusdem) solidũ polyhedrũ quod in sphæra α β γ, ad id solidũ polyhedrũ quod in δ ε ζ, triplã habet rõnẽ quã β γ ad ε ζ. Habet autẽ & α β γ sphæra, ad η θ κ sphæram, triplã rationẽ quàm β γ ad ε ζ, est igitur sicut sphæra α β γ ad sphæram η θ κ, sic solidum polyhedrũ quod in α β γ sphæra, ad solidũ polyhedrũ quod in δ ε ζ, sphæra. Vicißim igitur (per 16 quinti,) sicut α β γ sphæra ad id quod in ipsa polyhedrũ, sic η θ κ, sphæra ad id quod in δ ε ζ sphæra solidũ polyhedrũ. Maior autẽ est α β γ sphæra, ε ε q[uod] in se polyhedro. Maior igitur & η θ κ sphæra, eo quod in δ ε ζ, sphæra polyhedro. Sed & minor, ab ipso namq[ue] cõprehenditur, quod est impoßibile. Sphæra igitur α β γ, ad minorẽ ipsa δ ε ζ sphærã, triplã rationẽ non habet quàm β γ, diameter ad ε ζ diametrũ. Similiter iam demõstrabimus, quod neque δ ε ζ sphæra, ad minorẽ ipsa α β γ sphæra, triplam*





habet rõnem quàm ε ζ ad β γ. Dico iam quod neque sphæra α β γ, ad maiorem aliquã ipsa δ ε ζ sphæra triplã habet rationẽ quàm β γ ad ε ζ. Si enim poßibile habeat ad maiorẽ λ μ ν. Conuersim igitur sphæra λ μ ν ad sphæram α β γ triplã habet rationẽ, quàm diameter ε ζ ad diametrũ β γ. Sicut autẽ λ μ ν sphæra ad α β γ, sphæram, sic δ ε ζ sphæra ad minorẽ aliquã ipsa α β γ sphæra, sicut antea patuit, quoniam maior est λ μ ν ipsa δ ε ζ. & sphæra δ ε ζ ad minorem ipsa α β γ, sphæra triplam habet rationem quàm ε ζ ad β γ, quod est impoßibile. Igitur sphæra α β γ, ad maiorem ipsa δ ε ζ sphæra, triplam rationẽ non habet quàm β ε ad ε ζ. Patuit autẽ quod neque ad minorem. Ipsa igitur α β γ sphæra, ad δ ε ζ sphæram, triplam habet rationem, quàm β γ ad ε ζ. Quod ostendendum fuerat.

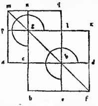
DVODECIMI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORVM. LIBER TERTIVSDECIMVS,

Eucl des ex Campano. Propositio 1

1 CVm diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium duoq́ue extrema, si maiori portioni linea in longum addatur æqualis dimidio ipsius lineæ proportionaliter diuisæ, quadratum lineæ ex eis duabus compositæ quadrati medietatis eiusdem lineæ diuisæ quintuplum esse necesse est.

CAMPANVS Sit linea a b diuisa in puncto c, prout docet 29 sexti, & sit maior portio eius, linea b c, cui b c directe adiungatur linea b d, quæ sit æqualis medietati totius a b. Dico quod quadratum lineæ c d, erit quintuplũ ad quadratũ lineæ b d. Quadrabo enim lineam b d, & sit eius quadratum d e, & circũponam huic quadrato gnomonem secũdum quantitatem lineæ b c, protracta diametro f b g, sitq́ circũpositus gnomo e g d, eritq́ ex 24 sexti superficies i de composita, quæ sit h k, tanquã quadratum lineæ c d. Dico igitur quadratũ h k, quintuplum esse ad quadratũ d e. Sit igitur c l quadratum circumpositi gnomonis, sibiq́ circũponatur alius gnomo ad quantitatem lineæ a c, protracta diametro f b usque ad m, sitq́ hic gnomo c m l, & protrahantur lineæ c n & p l æquidistanter lateribus oppositis, secantes se super diametrũ f m in puncto g. Manifestũ est autem ex 22 sexti, quod cõpositũ ex hoc secũdo gnomone & quadrato c l (& ipsum quadratũ sit a q) est quadratũ lineæ a b, qđ ex quarta sc̃di necesse est esse quadruplũ ad quadratũ d e, eo qđ linea b d est medietas lineæ a b. Cumque sit ex prima parte 16 sexti superficies a n, ideoque per 43 primi superficies m l æqualis quadrato c l (prouenit enim a n, ideoq́ & m l, ex b a in a c, & c l prouenit ex c b in se, & cum ex prima sexti sit a l dupla ad l d ideoq́ æqualis l d & c e pariter acceptis ex 43 primi, erit ex hac communi scientia (si æqualibus æqualia addas tota fient æqualia) quadratũ a q æquale gnomoni e g d. Hic ergo gnomo quadruplus est ad quadratum d e, quemadmodum erat quadratum a q. Itaq́ totum quadratum h k, cum ipsum constet ex simplo & quadruplo, erit ex communi sciẽtia quintuplum ad idẽ. Quod est propositum.

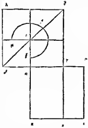


IDEM aliter. Ex quarta secundi constat, quod quadratum lineæ a b, est quadruplũ ad quadratum lineæ b d. At per secundam eiusdem quod fit ex a b in b c & in a c, est æquale quadrato a b, quod autem ex a b in b c, æquũ est ei quod ex b d bis in b c, quod ex prima secundi manifestum est, cũ a b sit dupla ad b d. At uero quod ex a b in a c est ex prima parte 16 sexti æquale quadrato b c. Itaque per communem scientiam quod fit ex b d, bis in b c, quod ex b c in se, est æquale quadrato a b, & ideo est quadruplum ad quadratum b d. Quare superaddito quadrato b d, erit totum aggregatum, quintuplum, uidelicet illud quod fit ex b d bis in b c cum quadrato b c & quadrato b d. At quia ex quarta secundi hoc totũ est æquale quadrato c d, constat uerũ esse quod diximus.

Eucl. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 SI recta linea extrema & media ratione secetur maius segmentum admittens totius dimidiam, quintuplum potest eius quod ex totius dimidia.

THEON

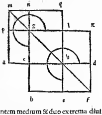


THEON ex Zāb. Recta enim linea α β extrema & media rōne secetur in γ signo, & sit maius segmentū α γ, & extendatur in rectam lineam γ α, α δ: & ponatur ipsius α β, dimidia α δ. Dico quod ex γ δ, eius quod ex δ α, quincuplū potest. Describantur enim (per 46 primi) ab ipsis α ε, δ γ, quadrata α ε, δ ζ, & in δ ζ describatur figura, extendaturq; ζ γ in κ. Et quoniam α β, extrema & media ratiōe diuisa est in γ, igitur quod sub α β, ε γ, æquū est ei quod ex α γ. Est autē id quod sub α β, β γ, ipsum γ ι, quod autem ex α γ, ipsum ζ θ. Igitur γ ε, ipsi ζ θ est æquale. Et quoniā β α ipsius α δ dupla est, æqualis aūt est ε α ipsi κ α, & α δ ipsi α θ, igitur & κ α, ipsius α θ dupla est. Sicut autē κ α ad α θ, sic γ κ ad γ θ. Duplum igitur est γ κ, ipsius γ θ. Sūt autem & ipsa λ θ, θ γ, dupla ipsius γ ε, (supplemēta nāq; adinuicē sunt æqualia per 43 primi,) igitur γ κ, ipsis λ θ, θ γ, est æquale, demonstratū autem est, quod & γ ε, ipsi ζ θ est æquale, totum igitur α ε quadratum, æquū est ipsi μ ν ξ gnomoni. Et quoniā ε α ipsius α δ dupla est, quadruplū est quod ex β α eius quod ex α δ, hoc est α ε ipsius δ θ. Est autē α ε, ipsi μ ν ξ gnomoni æquale. & μ ν ξ, igitur gnomon, quadruplus est ipsius δ θ. Totū igitur δ ζ, quīcuplū est ipsius δ θ, Estque δ ζ, quod ex γ δ, & δ θ, quod ex δ α: quod ex γ δ igitur, quincuplum est eius quod ex δ α. Si recta igitur linea extrema & media ratione secetur, maius segmentum totius admittens dimidiam, quincuplum est siue potēs eius quod ex dimidia quadrati. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 2

Si cuilibet lineæ bipartitæ cuius quadratum quadrati alterius suarum portionum sit quintuplum, in longum sibi linea addatur donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex, eadem duplex linea secundum proportionem habentem medium duoq; extrema diuisa erit, maiorq; portio eius erit linea media.

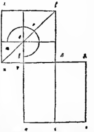
CAMPANVS Hæc est conuersa præmissæ, duplici quoque modo sicut illa demonstrabitur uia retrograda, eadē prorsus manente dispositione. Verbi gratia, sit quadratum h k quintuplum ad quadratum d e, & linea a b dupla ad lineam b d Dico quod linea a b diuisa est in puncto c secundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maior portio eius est linea media ut est c b. Constat autē ex 4 secundi, q quadratum a q est quadruplū ad quadratum d e. Itaque gnomo d g e, æqualis est quadrato a q. Cumq; duo supplementa l d & c e pariter accepta sint quantum gnomo c m l, atque eadē supplemēta pariter accepta sint ex 1 sexti quātū a l, ideoq; quantum c q, sequitur q c q sit æqualis gnomoni c m l Dempta igitur ab utroque, superficie l n, erit quadratum c l æquale superficiei a n. Cum igitur fiat superficies a n ex a b in a c, sit autē quadratum c l quadratum lineæ c b, erit ex secunda parte 16 sexti proportio a b ad b c. sicut b c ad c a. Ex diffinitione ergo lineæ secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisæ, positam in principio sexti libri conclude propositum.



IDEM aliter. Cum quadratum c d sit ex hypothesi quintuplum ad quadratum b d quadratum uero a b sit ex quarta secundi quadruplum ad idem, at quadratum c d sit ex eadem æquale quadrato c b & quadrato b d & ei quod fit ex b d bis in c b, sequitur ut illud quod fit ex b d bis in c b cum quadrato c b, sit æquale quadrato a b. Sed ex b d bis in c b, tantum est quantum quod ex a b in b c, eo quód a b dupla est ad b d. Ergo q fit ex a b in b c cum quadrato b c, est æquale quadrato a b. Et quia ex secunda secundi quod fit ex a b in b c & a in a c est æquale quadrato a b, sequitur ex communi scientia ut quadratum lineæ q c sit æquale ei quod fit ex a b in a c. Igitur ex secunda parte 16 sexti & diffinitione, constat propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

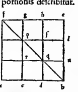
2 **Si recta linea sui ipsius segmento quincuplum potuerit, dupla prædicti segmenti extrema & media ratione dissecta, maius segmentum reliqua est pars eius quæ in principio rectæ lineæ.**



THEON ex Zāb. *Recta enim linea αβ, sui ipsius segmēto αγ quincuplum possit, ipsius autē αγ dupla sit γδ. Dico quod ipsa γδ extrema & media ratione diuisa, maius segmentū est γε. Describantur enim ex utraque ipsarū αβ, γδ, quadrata αζ, γη, & describatur in ipso αζ, figura, & extēdatur βζ in θ. Et quoniā αζ ipsius αθ quincuplum est, quadruplus igitur est μνξ gnomon, ipsius αθ. Et quoniā δγ ipsius γα dupla est, quadruplum igitur est quod ex δγ eius quod ex γα hoc est γη ipsius αθ. Patuit autē, quod μνξ gnomō ipsius αθ quadruplus est. Aequus igitur est μνξ gnomō ipsi γη. Et quoniā δγ ipsius γα dupla est, æqualis autē est δγ ipsi γη, & αγ ipsi γθ, dupla igitur est & ηγ, ipsius γθ, duplā igitur est & κβ, ipsius εθ. Sunt autem & λθ, θε, dupla ipsius εθ. Igitur κε, ipsis λθ, θε, est æquale. Ostēsum autē est, quod & totus μνξ gnomon toti γη est æqualis, & reliquū igitur θζ, ipsi εη, est æquale. Estq; ipsum εη, id quod sub γδ, δε, æqualis enim est γδ ipsi δη, & θζ ipsum quod ex γε. Igitur quod sub γδ, δε, æquū est ei quod ex γε. Est igitur sicut δγ ad γε, sic γε ad εδ. Maior autē est δγ, ipsa γε, maior igitur est & γε ipsa εδ. Igitur γδ recta linea extrema & media ratione diuisa maius segmentum est γε. Si recta igitur linea sui ipsius segmento quincuplum potuerit, dupla dicti segmenti extrema & media ratione dissecta, maius segmentū reliqua pars eius quæ in principio rectæ lineæ. Quod autem dupla ipsius αγ maior sit quàm ipsa εγ, sic ostendendum est. Si autem non, esto (si possibile est) βγ dupla ipsius γα, quadruplum igitur est quod ex εγ, eius quod ex γα, quæ igitur ex βγ, γα, eius quod ex γα, quincupla sunt. Supponitur autem & quod ex εα, quincuplum eius quod ex γα. Quod ex εα igitur, æquū est eis quæ ex βγ, γα quod est impossibile. Igitur βγ, ipsius αγ dupla non est. Similiter iam ostendemus, quod neque minor quàm ipsa εγ, est dupla ipsius αγ, multo enim absurdius. Ipsius igitur αγ, dupla, maior est ipsa εγ. Quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 **CVm diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium & duo extrema, si minori portioni tāquā dimidium maioris directe iūgatur, erit ut quadratum lineæ inde compositæ quintuplum sit quadrati quod ex ipsa maioris medietate portionis describitur.**

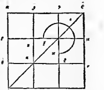


CAMPANVS Sit linea a b diuisa in puncto c, secundum proportionē habentem medium & duo extrema, sitque eius maior portio linea c b, quæ diuidatur per æqualia in d. Dico quod quadratum lineæ a d, est quintuplum ad quadratū lineæ c d. Describatur enim quadratum a b, quod sit a e, in quo protrahantur diameter b f & lineæ g c & d h, itēq; k l & m n, æquidistanter lateribus oppositis, secātes se inuicem super diametrū in duobus punctis p & q, & extra diametrū in duobus aliis locis r & s. Manifestū igitur est ex 22 sexti uel ex correlario 4 secūdi, quod oēs superficies existentes in quadrato a e, quas diameter diuidit per mediū sunt quadratæ. Quatuor aūt superficies quæ sunt a r, m p, p h, & s e, cōstāt ex 43 primi & pria sexti esse adinuicē æquales nā duæ postremæ p h & s e, sūt adinuicē æquales ex 1 sexti. Quoniā igitur ex præsenti hypothesi & diffinitiōe lineæ sc'd'm qd proponitur diuisæ & prima parte 16 sexti quadratū c l est æquale supficiei a g ideoq; & gnomoni r s s propter id qd superficies a r est æqualis superficiei p h, & quoniā ex 4 secūdi quadratū c l est quadrupliū ad quadratum r s quod est tāquā quadratū lineæ c d, sequitur ex cōmuni scientia quod quadratū m h sit quintuplũ quadrati r f. Constat enim ex gnomone quadruplo, & r f simplo. Hoc autem est propositum. IDEM aliter. Cum sit linea b c diuisa per æqualia in puncto d, & addita est ei linea a c, erit ex 6 secundi quod fit ex a b in a c, cum quadrato c d interiacẽtis, æquale quadrato a d. At quia quod fit ex a b in a c est æquale quadrato c b ex prima parte 16 sexti, hoc autẽ est quadruplũ ad quadratũ c d, manifeste patet ueritas eius quod dicitur. Potes quoq; si libet, duplici modo ex consequente huiussuũ antecedens concludere processu retrogrado. Sit enim (eadem dispositione manente) quadratũ m h quintuplũ ad quadratum r f, eritq; gnomo r f l æquale quadrato c l. Vtrũq; enim est quadruplũ ad quadratum r f. At quia superficies a g est æqualis gnomoni prædicto, necesse est ut superficies eadem sit æqualis quadrato prædicto. Quare ex secunda parte 16 sexti & diffinitione linea a b est diuisa in puncto c secundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maior portio eius est linea c d.

IDEM aliter. Cum sit ex hypothesi quadratum lineæ a d quintuplum ad quadratũ lineæ c d, & ex 6 secundi idem ipsum quadratum sit æquale ei quod fit ex a b in a c cum quadrato c d, sequitur ut id quod fit ex a b in a c cũ quadrato c d, sit quintuplũ ad idẽ quadratum c d. Ideoq; eo dẽpto erit residuum uidelicet quod fit ex a b in a c, quadruplum ad ipsum. Et quia etiam ex 4 secundi quadratum lineæ c b est quadruplum ad idem, necesse est ut quod fit ex a b in a c, sit æquale quadrato c b. Quare iterũ ex secunda parte 16 sexti & diffinitione, linea a b est diuisa secundum proportionẽ habẽtem mediũ & duo extrema in puncto c, & maior portio est linea c b.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 3

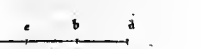
3 Si recta linea media & extrema ratione secetur, minus segmentum admittens dimidiam maioris segmenti, quincuplum potest eius quod à media maioris segmenti fit quadrati.



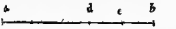
THEON ex Zamb. Recta enim quædã linea α ε, media & extrema ratione secetur in γ signo, sitq́ maius segmẽtũ α γ, seceturq́ (per 10 primi) α γ bifariã in δ. Dico quod ex ε δ, quincuplum potest eius quod ex δ γ. Describatur (per 46 primi) ex α ε, quadratũ α ι, & describatur figura. Et quoniã α γ, dupla est ipsius δ γ, quadruplum igitur est quod ex α γ eius quod ex δ γ, hoc est ρ σ ipsius ζ κ. Et quoniã quod sub α ε, ε γ, æquum est ei quod ex α γ, estq́ quod sub α β, ε γ, ipsum γ ι, & quod ex α γ id quod ρ σ, igitur γ ι ipsi ρ σ, est æquale. Quadruplum autem est ρ σ, ipsius ζ κ, quadruplũ igitur est & γ ι, ipsius ζ κ. Rursus quoniã æqualis est α δ ipsi δ ε, æqualis est & θ κ ipsi κ ζ, quare & κ ζ, quadratum, æquum est ipsi θ λ quadrato, æqualis igitur est κ κ ipsi κ λ, hoc est μ ν ipsi ν ι, quare & μ ζ, ipsi ζ ι est æquale. Sed μ ζ, ipsi γ κ est æquale, & γ κ igitur, ipsi ζ ι est æquale. Commune apponatur γ ν, igitur ξ ο π gnomon, æquus est ipsi γ ι, Sed γ ι, quadruplum ostensum est esse ipsius κ ζ, & ξ ο π, igitur gnomon, ipsius κ ζ, quadruplus est. Igitur quadratum δ ν, quincuplum est ipsius ζ κ quadrati, estq́ δ ν id quod ex δ ε, & κ ζ quod ex δ γ, Quod ex δ ε igitur, quincuplum potest eius quod ex δ γ. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 4.

4 SI secundum proportionem habẽtem medium & duo extrema quælibet linea fuerit diuisa, eiq; in longum directe tanquã maior sectio adijciatur, erit totam lineam inde compositam secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisam esse, & erit eius maior portio linea prima.



CAMPANVS Sit linea a b diuisa qua supponitur proportione in puncto c, & sit eius maior portio c b totiq; a b adijciatur directe linea b d quæ sit æqualis c b. Dico quod tota a d eadem proportiõe diuisa est in pũcto b, & maior eius portio est linea a b quæ est linea prima. Est enim ex diffinitione, a b ad b c, sicut b c ad c a. At quia ex 7 quinti a b ad b d, sicut a d b c, igitur ex undecima eiusdẽ a b ad b d, sicut b c ad c a. quare per conuersam proportionalitatem b d ad b a sicut a c ad c b, & coniunctim d a ad a b, ſicut a b ad b c. Cŭq́ſ ſit ex 7 quinti a b ad b c, ſicut ad b d, erit ex undecima eiuſdē d a ad a b, ſicut a b ad b d. Itaq́ʒ ex diffinitione linea a d diuiſa eſt in puncto b ſecūdum proportionem habentem mediū & duo extrema, & maior portio eit. s eſt linea a b. Qđ eſt propoſitum. Eodem quoq́ʒ modo ſi ex maiori portione cuiuslibet lineæ ſecūdū prædictā ꝓportionē diuiſæ tāquā minor portio detrahatur, erit maior ipſa portio ſecundum eandem proportionem diuiſa, eritq́ʒ maior portio eius linea detracta. Verbi gratia a b ſicut proponitur in pūcto c diuiſa, ſitq́ʒ maior portio a c, a qua detrahatur c d æqualis c b. Dico quod a c eſt diuiſa ſecundū proportionē eandē in pūcto d. & quod maior portio eius eſt linea d c. Cū enim ſit ex diffinitiōe, b a ad a c, ſicut a c ad c b. at ex 7 quinti a c ad c b ſicut ad c d, erit ex undecima eiuſdē b a ad a c, ſicut a c ad c d. ideoq́ʒ per 19 quinti ſicut c b reſiduū ad d a reſiduum. Sed ex ſeptima eiuſdē, c b ad d a, ſicut c d ad a, itaq́ʒ a c ad c d. ſicut c d, ad d a. Ex diffinitione ergo cōſtat quod diximus. Nec igitur ea quam auctor proponit additio, nec ea quam ex oppoſito proponimus detractio. quātuncunq́ʒ utralibet in prolixum tendat, a proprietate diuiſiōis lineæ primitiuæ diſcordat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 5

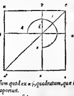
5 Si ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema quælibet linea fuerit diuiſa, quod ex tota linea quodq́ʒ ex minori portione producitur ambo quadrata pariter accepta, triplū ſunt eius quod ex maiore portiōe quadratū deſcribitur. Zāb 4

CAMPANVS. Sit linea a b, diuiſa per ſæpe dictam proportionē in puncto c. ſitq́ʒ maior portio eius linea c b. Dico quod quadrata duarū linearū a b & c a pariter accepta, triplum ſunt ad quadratum lineæ c b. Hæc enim duo quadrata pariter accepta. ſunt ex 7 ſecundi quārū quadratum c b, & dupiū eius quod fit ex a b in a c. Iteq́ʒ quia quod fit ex a b in a c eſt æquale quadrato c b ex diffinitiōe & prima parte 16 ſexti manifeſtum eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propoſitio 4

4 Si recta linea extrema mediaq́ʒ rōne ſecetur, quod ex tota & q̃ ex minori ſegmēto utraq́ʒ quadrata tripla ſūt eius q̃ à maiori ſegmēto fit quadrato. Camp. 5

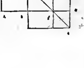
THEON ex Zamb. Sit recta linea αβ, ſeceturq́ʒ extrema & media ratione in γ, ſitq́ʒ maius ſegmentū αγ. Dico quod quæ ex αβ, βγ, tripla ſunt eius quod ex ipſa αγ. Deſcribatur (per 46 primi) ab ipſa αβ quadratū αδεβ, & deſcribatur figura. Quoniā igitur αβ extrema & media rōne ſecta eſt in γ, & maius ſegmentū eſt αγ, quod igitur ſub αβ, βγ, æquū eſt ei quod ex αγ, eſtq́ʒ id quod ſub αβ, βγ, id quod ακ quod autem ex αγ, id quod θη, æquum igitur eſt ακ ipſi θη. Sed αζ, ipſi ζε, æquū eſt, apponatur cōmune γη, totū igitur ακ, toti γε eſt æquale. Igitur γε, ακ, ipſius ακ dupla ſunt. Sed ακ γε, ſunt id quod λμν gnomon, & γη quadratum. Igitur λμν gnomon & γη quadratum, dupla ſunt ipſius ακ. Sed quod ακ, ipſi θη ſit æquale oſtēſum eſt. Igitur λμν gnomon & γη quadratum dupla ſunt ipſius θη, quare λμν gnomon & γη, θη, quadrata, tripla ſunt ipſius θη, quadrati. Et λμν gnomō & γη, θη, quadrata, ſunt totū αε, & γη, quæ ſunt ex αβ, βγ, quadrata & θη ipſum quod ex αγ, quadratum, quæ igitur ex αβ, βγ, quadrata, tripla ſunt eius quod ex αγ quadrati. Quod oſtendere oportuit.



Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propoſitio 5.

5 Si recta linea extrema & media ratione ſecetur, apponatur quæ eidem æqualis maiori ſegmento, tota recta linea extrema & media ratiōe ſecatur, & maius ſegmētū eſt ea quæ in principio recta linea. Cāp. 4

THEON ex Zāb. Recta enim quædā linea αβ extrema & media ratiōe ſecetur in γ ſigno, & ſit maius ſegmentū αγ, & ipſi αγ æqualis ponatur αδ. Dico quod δβ recta linea extrema & media rōne ſecatur in α, & maius ſegmentū eſt ipſa quæ in principio recta linea αβ. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex αβ, quadratū αι, & deſcribatur figura. Quoniā enim αβ, extrema & media ratiōe ſecatur in γ, quod ſub αβ, βγ, æquū eſt ei q̃ ex αγ, eſtq́ʒ



γ, estq; quod sub αβ, βγ, id quod γι, & id quod ex αγ, ipsum γθ, æquū igitur est γι, ipsi γθ, sed quidem γι, æquū est θι, ipsi autem γθ, æquum est δθ: & δθ, igitur ipsi θι est æquale. Commune adijciatur θδ, totū igitur δκ, toti κι est æquale, estq; δκ id quod sub βδ, δα, æqualis enim est αδ, ipsi δλ, & κι, ei quod ex αβ: quod igitur sub βδ, δα, æquum est ei quod ex αβ. Est igitur sicut δβ ad βα, sic βα ad αδ. Maior autem est δβ, ipsa βα, maior igitur & βα, ipsa αδ, ipsa igitur βδ, extrema & media ratione secatur in α, & maius segmētū est αβ. Quod erat ostendendum.

Quid sit resolutio.

RESOLVTIO, est aſsumptio quæsiti tanquam conceſsi per ea quæ sequuntur in uerum aliquod cōcessum.

Quid sit compositio.

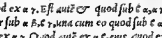
COMPOSITIO uero, est aſsumptio cōceſsi per ea quæ sequūtur in quæsiti terminationē siue occupationem.

1 RESOLVTIO primi theorematis. Recta enim quædā linea αβ extrema & media rōne secetur in γ, sitq; maius segmētū αγ, & dimidiū ipsius αβ, æqualis apponatur αδ. Dico φ ex γδ, eius quod ex αδ quincuplū est.

Quoniā enim φ ex γδ eius quod ex δα quincuplū est, at quod ex γδ est, ea quæ ex γα, αδ, una cū eo quod bis sub γα, αδ, quæ igitur ex γα, αδ, una cū eo quod bis sub γα, αδ, quincuplū est eius quod ex αδ, diuidēdo igitur quod ex γα una cū eo quod bis sub γα, αδ, quadruplū est eius quod ex αδ. Sed ei quod bis sub γα, αδ, æquū est id quod sub γα, αβ, dupla enim est βα ipsius αδ. Ei autē quod ex αγ, æquū est quod sub αβ, βγ, ipsa enim αβ, extrema & media ratiōe secatur, quod igitur sub βα, αγ, una cū eo quod sub αβ, βγ, quadruplū est eius quod fit ex αδ. Sed quod ex αβ, quadruplū est eius quod fit ex αδ. sed quod sub βα, αγ, una cum eo quod sub αβ, βγ, est id quod ex αβ, Quod igitur ex αβ, eius quod ex αδ quadruplum est, est uero: dupla enim est αβ ipsius αδ.

COMPOSITIO primi theorematis. Quoniā igitur quod ex βα, eius quod ex αδ quadruplū est, sed quod ex βα, est id quod sub βα, αγ, una cū eo quod sub αβ, βγ, quod igitur sub βα, αγ, una cū eo quod sub αβ, βγ, quadruplū est eius quod ex αδ. Sed quod sub βα, αγ, æquū est ei quod bis sub δα, αγ, quod autē sub αβ, βγ, ei est æquū quod ex αγ, quod igitur ex αγ una cū eo quod bis sub δα, αγ, quadruplū est eius quod ex δα. Quare quod ex δα, αγ, una cū eo quod bis sub δα, αγ, quincuplum est eius quod ex δα. Quæ aūt ex δα, αγ, una cum eo quod bis sub δα, αγ, est id quod ex γδ, quod igitur ex γδ, quincuplū est eius quod ex δα. Quod ostendere oportuit.

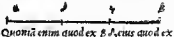
2 RESOLVTIO secundi theorematis. Recta enim quædā linea γδ, sui ipsius segmēto δα, quincuplū poſsit, ipsius autē δα, dupla sit αβ. Dico quod αβ extrema & media rōne secatur in γ signo, & maius segmentū est αγ quæ est reliqua pars eius quæ in principio rectæ lineæ.



Quoniā enim αβ extrema & media ratione secatur in γ, & maius segmentū est αγ, quod igitur sub αβ, βγ, æquū est ei quod ex αγ. Est autē & quod sub βα, αγ, æquum est ei quod bis sub δα, αγ, dupla enim est βα, ipsius αδ. Quod igitur sub αβ, βγ, una cum eo quod sub βα, αγ, quod est id quod ex αβ, æquū est ei quod bis sub δα, αγ, una cū eo quod ex αγ. Quod autē ex αβ, eius quod ex δα quadruplū est: quadruplū igitur est & quod bis sub δα, αγ, una cū eo φ ex αγ, eius quod ex αδ. Quare quæ ex δα, αγ, una cū eo quod bis sub δα, αγ, quod est id φ ex γδ quincuplū sunt eius φ ex δα: sunt uero, propter hypothesin.

COMPOSITIO secūdi theorematis. Quoniā igitur quod ex γδ quincuplū est eius quod ex δα, quod autē ex γδ est id quod ex δα, αγ, una cū eo quod bis sub δα, αγ, quæ igitur ex δα, αγ, una cū eo quod bis sub δα, αγ quincupla sunt eius quod ex δα, diuidēdo igitur, quod bis sub δα, αγ, una cū eo quod ex γα, quadruplū est eius quod ex αδ, est uero & quod ex αβ quadruplum eius quod ex αδ, quod igitur bis sub δα, αγ, quod est id quod sub βα, αγ semel una cū eo quod ex αγ, æquum est ei quod ex αβ. Sed quod ex αβ, est id quod sub αβ, βγ, una cū eo quod sub βα, αγ, quod igitur sub βα, αγ, una cū eo quod sub αβ, βγ, æquū est ei quod sub βα, αγ, una cum eo quod ex αγ, & sublato cōmuni, eo quod sub βα, αγ, reliquū igitur quod sub αβ, βγ, æquū est ei quod ex αγ. Est igitur sicut βα, ad αγ sic αγ ad γβ. Maior autē est βα, ipsa αγ, maior igitur est & αγ, ipsa γβ. Igitur αβ, extrema & media ratione secatur in γ, & maius segmentum est αγ. Quod erat ostendendum.

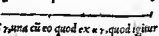
3 RESOLVTIO tertij theorematis. Recta enim quædā linea αβ, extrema & media ratione secetur in γ signo sitq; maius segmentū αγ, & ipsius αγ, dimidia esto γδ. Dico quod ex βδ ipsius γδ quincuplum est



Quoniā enim quod ex βδ, eius quod ex γδ quincuplū est quod autem ex δβ, est id quod sub αβ, βγ, una cum eo quod ex δγ, quod igitur sub αβ, βγ, una cum eo quod ex δγ, quincuplum est eius quod ex δγ, diuidendo igitur quod sub αβ, βγ, quadruplū est eius quod ex δγ. Ei aūt quod sub αβ, βγ, æquū est id quod ex αγ, ipsa enim αβ, extrema & media ratione secatur in γ, quod igitur ex αγ, quadruplū est eius quod ex δγ, est uero, Ipsa enim αγ est dupla ipsius δγ.

COMPOSITIO tertij theorematis. Quoniam igitur αγ ipsius δγ dupla est, quadruplū est quod ex αγ, eius quod ex δγ, Sed ei quod ex αγ, æquū est quod sub αβ, βγ, quod igitur sub αβ, βγ, eius quod ex δγ quadruplum est. Cōponendo igitur (per 18 quinti) quod sub αβ, βγ, una cū eo quod ex δγ, quod est id quod ex δβ, quincuplū est eius quod ex δγ, quod ostendere oportuit.

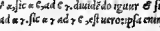
4 RESOLVTIO quarti theorematis. Recta enim linea αβ, extrema ac media ratione secetur in γ, & sit maius segmētū αγ. Dico quod quæ ex αβ, βγ, tripla sunt eius quod ex αγ.



Quoniā enim quæ ex αβ, βγ, tripla sunt eius quod ex αγ, sed quæ ex αβ, βγ, sunt id quod bis sub αβ, βγ, una cū eo quod ex αγ, quod igitur bis sub α β, β γ, una cum eo quod ex α γ, triplum est eius quod ex α γ, diuidendo igitur quod bis sub α β, β γ, eius quod ex α γ duplũ est. Quare quod semel sub α β, β γ, æquũ est ei quod ex α γ: est uero. ipsa enim α β, extrema & media ratione secta est in γ.

COMPOSITIO. Quoniã igitur α β, extrema & media rõne in γ, secatur maiusq́ segmẽtũ est α γ, quod igitur sub α β, β γ, ei est æquũ quod ex α γ. quod bis igitur sub α β, β γ, duplũ est eius quod ex α γ. Cõponẽdo (per 18 quinti) quod igitur bis sub α β, β γ, una cũ eo quod ex α γ, triplũ est eius quod ex α γ Sed quod bis sub α β, β γ, una cũ eo quod ex α γ, est ea quæ ex α β, β γ, sunt quadrata. Quæ igitur ex α β, β γ, quadrata, tripla sunt eius quod ex α γ. Quod ostendere oportuit.

RESOLVTIO quinti theorematis. Recta enim quædã linea α β, extrema & media ratiõe secetur in γ sitq́ maius segmentũ α γ, & ipsi α γ æqualis ponatur α δ. Dico quod δ β, extrema & media rõne secatur in α, & maius segmẽtũ est α β. Quoniã enim δ β extrema & media ratiõe secatur in α, & maius segmẽtũ est α β, est igitur sicut δ β ad β α, sic β α ad α δ. Aequalis aũt est α δ, ipsi α γ. Est igitur sicut δ β ad β α, sic est β α, ad α γ. Cõuertẽdo igitur sicut β δ ad δ α, sic α β, ad β γ. diuidẽdo igitur & sicut β α ad α δ, sic α γ ad γ β. Aequalis autem est α δ, ipsi α γ, est igitur sicut β α ad α γ. sic α γ ad γ β, est uero: ipsa enim α β. extrema & media ratione secta est in γ.

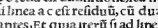


COMPOSITIO Quoniã α β, extrema & media ratione in γ secatur, est igitur sicut β α ad α γ, sic α γ, ad γ β. Aequalis autẽ est α γ, ipsi α δ, est igitur sicut β α ad α δ, sic α γ, ad γ β, cõponẽdo (per 18 quinti) sicut β δ, ad δ α, sic α β ad β γ. Cõuertẽdo, sicut δ β ad β α, sic β α ad α γ. Aequalis autẽ est α γ, ipsi α δ, est igitur sicut δ β ad β α, sic β α, ad α δ. Ipsa igitur δ β, extrema & media ratione secatur in α, & maius segmentum est α β. Quod ostendere oportuit.

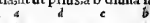
Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 OMnis rationalis lineæ secundum proportionem habẽtem mediũ & duo extrema diuisæ, utrãq; portionẽ residuum esse necesse est.

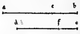
CAMPANVS. Sit linea a b secundũ solitã proportionẽ diuisa in pũcto c, rationalis, dico quod utraq; portio eius est residuum. Sit enim maior eius portio a c, cui directe adijciatur a d æqualis dimidio totius a b, eritq́ etiã d a rationalis ex 6 decimi libri & diffinitione. Cõstat autẽ ex prima huius, quod quadratũ lineæ d c. quintuplũ est ad quadratũ lineæ d a Igitur linea d c, est cõmunicãs lineæ d a in potẽtia ex diffinitione, sed nõ in lõgitudine ex ultima parte 7 decimi, quare per 68 decimi linea a c est residuũ, cũ duæ lineæ c d & d a sint ambæ rõnales potentialiter tantũ cõicantes. Et quia iterũ si ad lineã rationalẽ a b adiũgatur superficies æqualis quadrato lineæ a c quæ est residuũ, erit latus eius secũdũ linea c b ex prima parte 16 sexti, necesse est ex 92 decimi ut linea c b sit residuũ primũ, quare cõstat propositũ.



Amplius autẽ si lineæ sic diuisæ ut proponitur maior portio fuerit ratiõalis, erit minor residuũ. Verbi gratia, sit ut prius, a b diuisa in c, secũdũ dictã proportionẽ, & maior eius portio quæ est a c, sit rationalis, quæ diuidatur per æqualia in d, eritq́ ex tertia huius quadratum d b, quintuplũ ad quadratũ d c At quia d c est ratiõalis cum ipsa sit dimidiũ a c, sequitur ut duæ lineæ d b & d c sint ratiõales potẽtialiter tantũ cõicãtes. Quare ut prius, linea & b est residuũ.



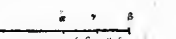
At uero si linea rationalis in potẽtia tantũ secũdũ proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema diuidatur, adhuc necesse est ut utraq; portio eius sit residuũ. Sit enim a b rõnalis in potẽtia tantũ diuisa sicut proponitur in pũcto c, & sumatur aliqua rõnalis in lõgitudine quæ sit d e, quæ etiã diuidatur in f secundũ prædictã proportionẽ, manifestũ est igitur ex 2 quartidecimi quæ sine adminiculo alicuius eorũ quæ sequũtur, incõcussa demonstratiõe roboratur quod proportio a b ad d e, est sicut a c ad d f, & sicut c b ad f e. Cũ ergo a b cõmunicet cũ d e in potẽtia, sequitur ex prima parte 10 decimi quod a c cõicet cũ d f, & c b cũ f e, in potentia. Et quia utraq; portio lineæ d e est residuũ. ut patet ex prædictis, sequitur ex 98 decimi ut utraq; portio lineæ a b sit etiam residuũ. sed nõ eiusdẽ speciei, ut ibidẽ demonstratum est Quare cõstat, quod omnis lineæ rationalis in lõgitudine uel in potẽtia tantũ, secundũ proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema diuisæ utraq; portio est residuũ.



CAMPANI annotatio. Et nota, quod prima pars præsentis demõstrationis qua demonstratur quod maior portio lineæ diuisæ secũdũ proportionẽ habentẽ medium & duo extrema sit residuũ, si tota linea sit rationalis, procedit ex sufficientibus siue tota linea ponatur ratiõalis in lõgitudine, siue in potẽtia tãtũ. Secũda uero pars qua demonstratur hoc de minori portione quod ipsa quoq; sit residuum si tota est rationalis, nõ procedit ex sufficiẽtibus, nisi tota sit rationalis in longitudine. Tertia autẽ pars qua probatur quod minor portio est residuũ, sufficienter procedit, siue maior portio sit ratiõalis in lon in longitudine siue in potētia tantū. Ad concludēdū igitur de maiori portione lineæ prædicto modo diuisæ quod ipsa sit residuū, sufficit ponere totā lineā diuisam esse rationalem in potētia tantū, sed ad concludendū quoq; hoc de minori portione mediāte maiore, sufficit ponere portionē maiorē similiter rationē in potētia tantū: ad cōcludendū autē hoc de minori portione mediāte tota, necesse est ponere totam lineā esse rationalē in longitudine, aut utendū est 2 quartidecimi quemadmodum dictum est.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 6

6 **Si recta linea rationalis, extrema & media ratione secta fuerit, utrunque segmentorum irrationalis est ea quæ appellatur apotome.**

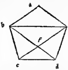


THEON ex Zāb. *Sit recta linea ratiōalis α β, seceturq; extrema & media ratiōe in γ, sitq; maius segmentū α γ. Dico q; utraq; ipsarū α γ, γ β, irrōnalis est ea quæ appellatur apotome. Extēdatur enim α β, & ponatur ipsius β α, dimidia α δ. Quoniā igitur recta linea α ϐ, extrema & media rōne secatur in γ, maioriq; segmēto α γ apponitur α δ dimidia existēs ipsius α β, q; igitur ex γ δ, eius quod ex δ α quincuplū est (per 1 decimitertij.) Quod ex γ δ igitur, ad id quod ex δ α, rationem habet quam numerus ad numerum. Quod igitur ex γ δ, ei quod ex δ α, commēsurabile est. Quod aūt ex δ α, rōnale est, ipsa enim δ α, rōnalis est, dimidiū existēs ipsius α ϐ rationalis existentis. Rōnale igitur est & q; ex γ δ, rationalis igitur & γ δ. Et quoniā q; ad id quod ex δ α rōnē non habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū, incōmēsurabilis igitur est γ δ ipsi δ α lōgitudine. Ipsæ igitur γ δ, δ α, rationales sunt potētia tantū cōmēsurabiles. Igitur α γ, apotome est. Rursus quoniā α β extrema & media ratione secatur, & maius segmentū est α γ, igitur quod sub α ϐ, ϐ γ ei quod ex α γ æquū est. Igitur ex α apotome ad α β rationalē cōparatū latitudinē primā efficit ϐ γ, quod ex apotome uero ad rationalē cōparatū latitudinē primam efficit apotomen. Igitur γ ϐ, prima est apotome (per 97 decimi.) Ostensum autē est, quod & α γ apotome est. Si recta igitur linea, & quæ sequūtur reliqua quod oportuit ostendere.*

Eucl. ex Camp. Propositio 7

7 **SI quis pentagonus tres æquos angulos habens, fuerit æquilaterus, æquiangulus quoque idem pentagonut esse probatur.**

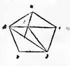
CAMPA. Sit pētagonus a b c d e. æquilaterus, sintq; quilibet tres eius anguli, siue cōtinue siue incōtinue sumātur, adinuicē æquales, & sint prius incōtinue sumpti, sintq; anguli a, c, d. illi tres qui ponūtur adinuicē æquales. Dico totū pentagonum esse æquiangulū. His angulis subtendantur chordæ b e b d, & e c, & totus pentagonus, diuidatur in trigonū, & quadrilaterum cuius duæ diagonales sint chordæ duorū proximorū æqualiū angulorum secantes se intra quadrilaterū ipsum in puncto f, eritq; per 4 primi basis b e æqualis basi b d, & angulus a e b æqualis angulo c d b. Cūq; per 5 primi angulus b e d sit æqualis angulo b d e, eo quod duo latera b e & b d sunt æqualia, erit ex cōmuni scientia totalis angulus e æqualis totali angulo d. Similiter, pbabis, totalē angulū b esse æqualē angulo totali c, est enim p 4 primi basis b e æqualis basi c e, & angulus a b e æqualis angulo d c e, per quintā autē eiusdē scilicet primi est angulus e b c æqualis angulo e c b, igitur ex cōmuni scientia totalis angulus b, est æqualis totali angulo c. Sint itaq; tres anguli b, c, d, cōtinue sumpti, æquales: & sic quoq; erit pētagonus æquiangulus. Erit enim ex 4 primi basis b d æqualis basi c e, & angulus c b d angulo d e c, & angulus b d c angulo e c d, quare per 5 primi duæ lineæ c f & f d erūt æquales. cum duo anguli trianguli f c d qui sunt ad basin c d, sint æquales. igitur ex cōmuni sciētia erit linea f b, æqualis lineæ f e, erat enim tota b d, æqualis toti c e, ideoq; per 5 primi erit angulus f b e æqualis angulo f e b. Per eandē autē est angulus a b e, æqualis angulo a e b. Itaq; per cōmunē scientiā angulus b totalis, est æqualis angulo e totali, tres enim partiales anguli cōponentes unū, sunt æquales tribus partialibus cōponentibus aliū, unusquisq; suo relatiuo. Manifestum est igitur, quod tres anguli e, b, c, non continue sumpti in proposito pentagono sunt æquales. Cū autem sic demonstratū est totū pētagonū esse æquiangulū, utrolibet ergo modo cōstat propositū.



Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 7

7 **Si quinquanguli æquilateri tres anguli ordinatim, aut non ordinatim, æquales fuerint, æquiangulum erit ipsum quinquangulum.**

THEON ex Zamb. *Quinquāguli æquilateri α β γ δ ε, tres anguli prius ordinatim qui ad α, ϐ, γ, signa, inuicem sint æquales. Dico quod quinquangulū α ϐ γ δ, æquiāgulū est. Cōnectantur enim α γ, ϐ ε, & ? δ. Et quoniā binæ γ ϐ, ϐ α, duabus ϐ α, α ε, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub γ ϐ α ei qui sub ϐ α γ est æqualis, basis igitur α γ, (per 4* primi) basi β ε est æqualis, & triãgulũ α β γ, triãgulo α β ε, est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt sub quibus æqualia latera subtendantur, qui sub β γ α ei qui sub β ε α, qui autẽ sub α β ε ei qui sub γ α β. Quare & latus α ζ, ipsi β ζ lateri est æquale, patuit autẽ quod & tota α γ, toti β ε est æqualis & reliqua igitur ζ γ, reliquæ ζ ε est æqualis. Est autẽ & γ δ, ipsi δ ε æqualis. Binæ iã ζ γ, γ δ, duabus ζ ε, ε δ, sunt æquales, & cõmunis ipsorũ basis, est ζ δ, angulus igitur qui sub ζ γ δ, angulo qui sub ζ ε δ est æqualis. Patuit autẽ quod & qui sub β γ α, ei qui sub α ε β, est æqualis, totus igitur qui sub β γ δ, toti qui sub α ε δ est æqualis. Sed qui sub β γ δ, æqualis supponitur eis qui ad α, β & qui sub α ε δ, igitur, eis qui ad α, β, angulis est æqualis. Similiter iam ostẽdemus, quod & qui sub γ δ ε angulus, eis est æquus qui ad α, β, angulis. Aequiangulũ igitur est, α β γ δ ε quinquangulũ. Sed iam nõ sint æquales ordinatim ipsi anguli, sed sint æquales qui ad α, γ δ, signa. Dico quod & sic quinquangulũ α β γ δ ε æquiangulum est. Cõnectãtur enim β, δ. Et quoniã binæ β α, α ε, duabus β γ, γ δ, sunt æquales, & æquos cõprehendunt angulos, basis igitur β ε (per 4 primi) basi β δ, est æqualis, & triãgulũ α β ε, triãgulo β δ γ, est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, sub quibus æqualia latera subtendũtur. Aequalis igitur est angulus qui sub α ε β, ei qui sub γ δ β. Est autem & qui sub β ε δ angulus, ei qui sub β δ ε æqualis, quoniam & latus β ε lateri β δ est æquale. Totus igitur qui sub α ε δ angulus, toti qui sub γ δ ε est æqualis. Sed qui sub γ δ ε, eis qui ad α, γ, angulis supponitur æquus, & angulus igitur qui sub α ε δ, eis est æquus qui ad α γ. Iam id propterea & qui sub α β γ, æqualis eis qui ad α γ δ, angulis. Aequiangulum igitur est, & ipsum α β γ δ ε quinquangulum. Quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 OMnis trianguli æquilateri quod à latere suo quadratum, describitur, triplum est quadrato dimidiæ diametri circuli à quo triãgulus ipse circunscribitur. Zamb. 8

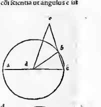
CAMPANVS Sit triangulus a b c æquilaterus, cui circũscribatur circulus a b c supra centrum d, quemadmodum docet 5 quarti, & protrahatur in eo diameter a d e. Dico ergo quod quadratũ lineæ a b triplũ est ad quadratũ semidiametri a d. Ducantur enim duæ lineæ b d & d c, & arcui b e, subtẽdatur chorda b e, eritque ex 8 primi angulus b a d, æqualis angulo c a d, quare per ultimã sexti arcus b e, est æqualis arcui e c. Et quia ex 27 tertij tres arcus a b, b c, & c a, sunt adinuicẽ æquales, eo quod eorũ chordæ, quæ sunt latera trigoni, sunt æquales ex hypothesi, erit arcus b e sexta pars circũferentiæ, ideoque chorda b e, erit latus hexagoni æquilateri ipsi circulo inscripti, quare per correlarium 15 quarti, linea b e, est æqualis semidiametro a d. Manifestum est autem ex prima parte 30 tertij, quod angulus a b e est rectus, ideoque quadratũ lineæ a e, est æquale quadratis duarũ linearũ a b & b e pariter acceptis, ex penultima primi. At uero quadratũ a e, quadruplũ est ad quadratum b e ex 4 secũdi, cũ linea a e sit dupla b e, relinquitur ergo, quadratũ a b triplũ esse ad quadratũ b e, & ideo ad quadratũ a d. Quod est propositũ. Non lateat autem nos, quod linea b c quæ est latus trigoni diuidat semidiametrum d e, per æqualia. Esto quidẽ punctus diuisionis, f. Constat igitur ex 4 primi, quod b f est æqualis f c, ideoque per primã partẽ 3 tertij, oẽs anguli qui sunt ad f, sunt recti, quare ex penultima primi quadratũ b d, est æquale quadratis duarũ linearũ quæ sunt b f & f e. Et quia b d est æqualis b e, erũt ex cõi scientia duo quadrata duarũ linearũ b f & f d pariter accepta æqualia duobus quadratis duarũ linearũ b f & f e pariter acceptis. Dempto igitur utrinque quadrato b f, erit ex cõi sciẽtia quadratum f d residuum, æquale quadrato f e residuo, quare & linea f d, lineæ f e, ex hac cõmuni scientia, quarum quadratũ sunt æqualia eas lineas esse æquales. Ex hoc itaque manifestum est, quod perpendicularis ducta à cẽtro circuli ad latus trigoni æquilateri sibi inscripti, æqualis est dimidio lineæ ductæ à centro eiusdem circuli ad ipsius circunferentiam.

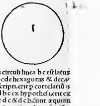
Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 SI latus hexagoni æquilateri, latusque decagoni æquilateri, quos ambos unus idemque circulus circũscribit, sibi inuicẽ in longũ directũque coniun Zamb. 9

coniungantur, tota linea ex eis composita secundum proportionem habẽtem mediũ & duo extrema diuisa erit, maiorq́ꝫ eius portio latus hexagoni.

CAMP. Sit circulus a b c, cuius cẽtrum d, & diameter a d c, sitq́ꝫ arcus c b quinta pars arcus semicirculi a b c. cui subtendatur chorda c b. quam constat esse latus decagoni æquilateri, ꝓposito circulo inscripti, adiungaturq́ꝫ lineæ c b in continuũ & directũ linea b e, quæ ponatur esse æqualis lateri hexagoni æquilateri prædicto circulo inscripti. Dico totam lineam c e, diuisam esse in puncto b secundum proportionẽ habẽtem mediũ & duo extrema, & maiorẽ eius portionẽ dico esse lineã b e quæ est latus hexagoni. Ducantur enim in centrũ, duæ lineæ e d & b d, eritq́ꝫ angulus e æqualis angulo b d e ex 5 primi, propter hoc quod linea e b est æqualis lineæ b d ex correlario 15 quarti, angulus quoq́ꝫ d b c, est æqualis angulo c ex 5 primi, quare ex 32 primi angulus a d b, erit duplus ad angulũ d b c. Et qa per eandẽ angulus d b c est duplus ad angulũ e, sequitur ut angulus a d b sit quadruplus ad angulũ e, est enim ex cõi sciẽtia quadruplum, quicqd fuerit duplũ dupli. Cũq́ꝫ sit etiã idẽ angulꝰ a d b quadruplus ad angulũ b d c ex ultima sexti, eo quod arcus a b est quadruplus ad arcũ b c. necesse est ex cõi scientia ut angulus e sit æqualis angulo b d c. Si igitur intelligãtur duo trianguli, d e c totalis, & b d c partialis, cũ angulus e totalis triãguli sit æqualis angulo b d c partialis, & angulus c sit cõis utriusq́ꝫ necesse est ex 32 primi ut ipsi sint æquianguli, quare per 4 sexti proportio duorũ laterũ e c & c d cõtinẽtiũ angulũ c in totali triangulo, est sicut duorũ laterũ d c & c b cõtinentiũ eundẽ angulũ in partiali triangulo. Quia ergo proportio e c ad c d est sicut ad e b ex secunda parte 7 quinti, & d c ad c b est sicut e b ad eandẽ ex prima parte eiusdẽ, sequitur ex 11 quinti ut sit proportio c e ad e b, sicut e b ad b c. Igitur à diffinitione cõclude propositum, lineã e c esse diuisam secũdum proportionem habentem medium & duo extrema, & maiorem portionem eius esse latus hexagoni. Quod oportuit nos demonstrare.





CAMPANVS Conuersã 1 quoq́ꝫ demõstrare cõuenit, quod facile fiet, uia retrograda, eã enim assumit Ptolomæus capitulo 9 primæ dictiõis Almagesti, ad demõstrãdũ quãtitatẽ chordarũ arcuũ circuli. Dico itaq́ꝫ ꝙ si linea quælibet secũdũ proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema diuidatur, cuius circuli maior portio fuerit latus hexagoni, eiusdẽ minor erit latus decagoni, at uero cuius minor erit latus decagoni, eiusdẽ maior erit latus hexagoni. Sit enim (priori dispositiõe manẽte) linea e c diuisa in pũcto b sc̃dm prædictã proportionẽ, & maior eius portio sit e b, dico ꝙ cuiuscũq́ꝫ circuli linea e b est latus hexagoni. eiusdẽ est linea b c latus decagoni, & cuiuscũq́ꝫ circuli linea b c est latus decagoni, eiusdẽ est linea e b latus hexagoni. Intelligo autẽ hoc de hexagonis & decagonis æqlateris. Si enim sit e b latus hexagoni circulo a b c inscripti, erit ꝑ correlariũ 15 quarti e b æqualis d c. Et qa proportio c e ad e b est sicut e b ad b c ex hypothesi, erit ex 7 quinti c e ad d c, sicut d c ad c b. Igitur ex 6 sexti duo triãguli e d c & d c b, sunt æquianguli: angulus ergo e, est æqualis angulo b d c, ipsos enim latera ꝓportionalia respiciũt. Cũq́ꝫ sit angulus a d b quadruplus ad angulũ e ex 32 primi bis assumpta & quinta eiusdem bis, sequitur ut etiã idẽ angulus a d b sit quadruplus ad angulũ b d c. Ideoq́ꝫ ex ultima sexti, arcus a b. quadruplus est ad arcũ b c. Linea igitur b c, est latus decagoni circulo a b c inscripti. Qđ si linea b c fuerit latus decagoni circuli a b c, erit e b latus hexagoni eiusdẽ. Sit enim e b latus hexagoni circuli f, eritq́ꝫ ex prædictis, b c. latus decagoni eiusdẽ. Intelligantur igitur inscripti esse decagoni æquilateri duobus circuli a b c & f, quorũ omnia latera erũt æqualia lineæ b c. Et quia omnis figura æquilatera circulo inscripta est æquiãgula ut probatũ est in 15 quarti libri, seqtur utrosq́ꝫ decagonos esse æquiangulos. Cũq́ꝫ oẽs anguli unius pariter accepti sint æquales oĩbus angulis alterius pariter acceptis, sicut euidẽter apparet ex demõstratis in 32 primi, necesse est ex hac cõi sciẽtia (quorũlibet æqualiũ decimas aut quotaslibet partes eiusdẽ denominatiõis, esse æquales) ut unus horũ decagonorũ sit æquiangulus alij, ideoq́ꝫ similis ex diffinitiõe similiũ superficierũ. Et qa si duæ figuræ similes duobꝰ circulis inscribãtur, erit ꝓportio

duo

duorum relatiuorum laterum illarum figurarum sicut duarum diametrorum illorũ circulorum, ut apparet ex correlario 15 sexti libri & 1 duodecimi, cum latera decagonorum similium inscriptorum duobus circulis a b c & f, sint æqualia, sequitur ut diametri eorum sint æquales ideoq; & semidiametri etiam æquales. Sũt autem semidiametri & latus hexagoni, æqualia ex correlario 15 quarti. Erit ergo linea e b, latus hexagoni circulo a b c inscripti sicut ipsa est latus hexagoni circuli f sibi æqualis. Hoc autem est, quod demonstrare uolumus. Ex hac autem nona huius decimitertij noueris exortam esse 10 quarti libri, quæ duum æqualium laterum proponit trigonum describẽdum, cuius uterque duorum angulorum quos basis obtinet, ad tertiũ duplus existat, talis enim est uterque triangulorum e d c & d c b, & simpliciter omnis, cuius duo latera sunt æqualia maiori portioni alicuius lineæ diuise sc'dm proportionem habentem medium duoq; extrema & tertium quod est basis est æquale minori portioni lineæ eiusdem, uel cuius duo latera sunt æqualia lateri hexagoni æquilateri alicui in circulo inscripti, basis uero est æqualis lateri decagoni æquilateri eidem circulo inscripti. Quod est propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 OMne latus pentagoni æquilateri tanto potentius est latere hexagoni æquilateri quantum potest latus decagoni æquilateri, si sint in eodem circulo ambo inscripti.

CAMP. Sit circulus a b c, cuius centrũ d, & diameter a d c, inscribaturq; ei pẽtagonus æquilaterus, qui sit a b e f g, & a centro d protrabatur perpendicularis ad latus a b, quæ producatur usquequo obuiet circunferentiæ in puncto h. sitque d h, & protrahãtur duæ chordæ a h & h b, quæ erunt æquales adinuicem ex secũda parte 3 tertij & 4 primi, ideoq; etiã duo arcus a h & h b, æquales adinuicẽ ex 27 tertij. Est igitur utraque duarũ chordarũ a h & h b, latus decagoni æquilateri proposito circulo inscripti. Dico itaq; quod quadratũ lineæ a b quæ est latus pentagoni, est æquale duobus quadratis duarum linearũ b d & a h pariter acceptis, quarũ prima est

.b d. æqualis lateri hexagoni ex correlario 15 quarti, & secunda est latus decagoni, protrahatur enim a centro d, perpendicularis à linea a h quæ est latus decagoni, quæ producatur usque ad circunferentiam, sitq; d k quæ secet lineam a b quæ est latus pentagoni in puncto l, & protrahatur linea h l. Constat autem ex secunda parte 3 tertij & 4 primi & 27 tertij, quod linea d k quæ est perpendicularis ad chordã a h, simul diuidit per æqualia chordam & arcum, ideoq; arcus a k est æqualis arcui k h quare ex ultima sexti angulus a d l, est æqualis angulo l d b, ideoq; ex 4 primi basis a l, basi l h, igitur ex 5 primi angulus l a b, æqualis est angulo l h a. Cũq; etiã sit ex eadẽ angul h a b æqualis angulo h b a, sequitur ut angulus l b a sit æqualis angulo h b a ergo ex trigesimasecunda primi duo triãguli b a h & a h l, sunt æquiãguli, est enim angulus b, maioris, æqualis angulo h, minoris, & angulus a, communis est utriq; Itaq; p 4 sexti ꝓportio b a ad a b, est sicut a h ad l a: quare ex prima parte 16 sexti quod prouenit ex b a in a l, est æquale quadrato lineæ a h quæ est latus decagoni. Cũ sit autem semicirculus a e c æqualis semicirculo a f c, & arcus a e arcui a f erit arcus e c residuus æqualis arcui f c est duo, quare arcus e c, est medietas arcus e f, ideoq; æqualis arcui a h, & duplus ad arcũ h k. Et quia arcus e b est duplus ad arcũ b h, erit ex 15 quinti tot9 arcus c e b duplus ad totum arcum b h k ideoq; ex ultima sexti angulus c d b, est duplus ad angulum b d l Cumq; etiam angulus c d b duplus sit ad angulum b a d ex 32 & 5 primi, sunt enim duo latera d a & d b æqualia, erit angulus b d l æqualis angulo b a d. Itaq; per 32 primi erit triangulus b d l, æquiangulus triangulo b a d, est enim angulus d, minoris, æqualis angulo a, maioris, & angulus b est communis utriq; ergo per 4 sexti proportio a b ad b d, est sicut b d ad l b, quare per primã partem 16 sexti quod prouenit ex a b in b l, est æquale quadrato d b. At uero probatum est prius, quod illud quod prouenit ex a b in l a est æquale quadrato a h. Itaq; quod prouenit ex a b in a l & in l b. est æquale duobus quadratis duarũ linearũ a h & b d. Et quia ex secunda secundi quod prouenit ex

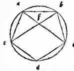
a b in

ab in l a & in l b est æquale quadrato lineæ a b: est autem linea a b latus pentagoni æquilateri ꝑposito circulo inscripti, linea uero a b est latus decagoni æquilateri, & linea b est ex correlario 15 quarti æqualis lateris hexagoni æquilateri proposito circulo inscriptorum, inconcussa demonstratione astruitur hoc quod dicitur.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 SI duobus propinquis angulis pentagoni æquilateri intra circulum descripti, à terminis suorum laterum duæ rectæ lineæ subtēdātur, utraq; alterā secundum proportionem habentē mediū duoq; extrema secabit, maiorq; ipsius portio lateri ipsius pentagoni æqualis erit.

CAMPANVS. Sit pentagonus æquilaterus a b c d e, inscriptus circulo eisdē literis signato. & duobus eius propinquis angulis qui sunt a & b. subtēdatur duæ rectæ lineæ a c & c b e, secantes se inuicem in puncto f. Dico itaque utrāque harū esse diuisam in pūcto f, secundū proportionē habentē mediū duoq; extrema, & ꝙ maior portio utriusq; est æqualis lateri pentagoni. Manifestū est enim ex 27 tertij, ꝙ quinq; arcus circuli pentagonū propositū circunscribētis, quorū latera ipsius pētagoni sunt chordæ, sūt adinuicē æquales, ideoq; ex ultima 6 quatuor anguli a e b, a b e, b a c, & b c a, sunt adinuicē æquales, nā arcus a b a e, & b c, sunt adinuicē æquales. Cumq; sit arcus c d e duplus ad arcū b c, erit quoq; ex ultima sexti angulus c a e duplus ad angulū c a b. At uero ex 27 primi angulus a f e. duplus est ad angulū f a b. Igitur angul9 a f e, est æqualis angulo f a e, quare per 6 primi linea a e, est æqualis lineæ f e. Sunt autem duo triāguli a b e & a f b, æquianguli, per ea quæ dicta sunt & per 32 primi. est enim angulus e. maioris. æqualis angulo a minoris & angulus b, cōis utriq;, igitur per 4 sexti proportio e b ad b a, sicut b a ad f b. Cūq; sit e f, æqualis a b eo quod ipsa (ut probatū) est æqualis a e, sequitur ex 7 quinti ut sit ꝓportio b e ad e f, sicut e f ad f b. Quare ꝑ diffinitionem linea e b est diuisa sec̄d'm ꝓportionē habentē mediū duoq; extrema, & eius maior portio est æqualis lateri ipsius pentagoni. Si autē hoc est uerū de linea e b erit quoq; ex 7 quinti & quinta eiusdē & diffinitione idē uerū de linea a c: nā tota b e est æqualis toti a c ex 4 primi. & portiones portionibus ex 6 primi & cōi scientia. portiōes enim a f & b f, sunt æquales ex 6 primi, ideoq; f e & f c residuæ erūt adinuicē æquales ex cōceptiōe. Vel potes si libet & facilius, de linea a c demonstrare propositum, negociando circa ipsum, ut prius circa lineā e b.



Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 SI circuli pentagonum æquilaterum circūscribentis, diameter fuerit rationalis, eius latus pentagoni erit linea irrationalis, ea scilicet quæ dicitur minor.

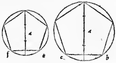
CAMPANVS Sit pentagonus æquilaterus a b c d e inscriptus circulo eisdem literis ascripto, cuius centrum f, & duæ diametri b g & a h. sitq; utraque harum diametrorum linea rationis in longitudine. Dico tunc quod latus pentagoni inscripti, erit linea irrationalis, illa uidelicet quæ dicitur minor. Protrabatur enim linea a c. quæ secet diametrum b, in puncto k, eritq; ex ultima sexti & 4 primi linea a c, diuisa à diametro b g orthogonaliter & per æqualia in puncto k, quia cum semicirculus b a g sit æqualis semicirculo b c g, & arcus b a arcui b c. sicut constat ex 27 tertij, erit arcus a g residuus, æqualis arcui c g residuo. ideóque ex ultima sexti angulus a b g. æqualis etiam anguo c b g. Cum itaque duo latera a b & b k trianguli a b k sint æqualia duobus lateribus c b & b k trianguli c b k, & angulus b unius angulo b alterius. erit ex 4 primi basis a k æqualis basi k c, & omnes anguli qui sunt e d k, sunt recti ex prima parte 3 tertij. Diameter autem a h, secet latus pentagoni c d. in puncto l. Eritque linea c d diuisa à diametro a h orthogonaliter, & per æqualia in puncto l. Cum enim sint duo arcus a d h & a c h æquales, & arcus a c, sit æqualis arcui a d, erunt duo residui semicirculorum

qui

qui sunt c h & d h, æquales, quibus si subtendantur duæ chordæ quæ sunt c h & d h, ipsæ quoque ex 28 tertij erūt æquales. Et quia arcus a c est æqualis arcui a d, erit ex ultima sexti angulus c h l æqualis angulo d h l, ideoq́ per 4 primi basis c l est æqualis basi d l, & omnes anguli qui sunt ad l, recti ex prima parte 3 tertij, itaque duo trianguli a c l & a f k sunt æquiāguli ex 32 primi. Est enim angulus l, maioris, æqualis angulo k, minoris, eo quod uterq́ est rectus, & angulus a est communis utriq́, quare 4 sexti proportio l c ad c a, est sicut k f ad f a. Sumatur igitur ex diametro b g, linea f m æqualis quartæ parti semidiametri, eritq́ per æquā proportionalitatē proportio c l ad quartā partem lineæ a c quæ sit c q, sicut k f ad quartā partē lineæ f a quæ est f m. Et quia per 15 quinti proportio c d ad c k est sicut c l ad c q (sic enim est duplū ad duplū sicut simplū ad simplū) erit per 18 quinti d c ad c k, sicut k f ad f m, & cōiūctim lineæ cōstātis ex d c & c k, ad k c, sicut k m ad m f, & ideo per primā partē 22 sexti proportio quadrati lineæ cōpositæ ex d c & c k, ad quadratum lineæ c k, sicut quadrati lineæ k m ad quadratum lineæ m f. Constat autem ex præmissa, quod si linea a c diuidatur secundum proportionem habentem medium duoque extrema, maior portio eius erit æqualis lineæ d c, igitur linea cōstans ex d c & c k, cōponitur ex maiori portione diuisæ secūdū proportionē habentē medium duoq́ extrema, & ex medietate totius lineæ sic diuisæ, est enim c k, medietas a c. Itaq́ per primā istius 13 libri quadratū lineæ cōpositæ ex d c, & c k, quintuplū quoque est ad quadratū lineæ c k, ideoq́ quadratū lineæ k m, quintuplū quoq́ est ad quadratū lineæ m f, cum sit horū quadratorū & illorū una proportio. Est autē linea b m, quintupla ad lineā m f, erat enim m f, quarta pars semidiametri propositi circuli. Ergo quadratū lineæ k m ad quadratū lineæ m f, est sicut linea b m ad lineam m f. Et quia ex secūda parte 15 sexti quadratum lineæ k m ad quadratū lineæ m f, est sicut lineæ k m ad lineā m f duplicata, erit ex 11 quinti linea b m ad lineam m f, sicut linea k m ad lineam m f duplicata. Igitur linea k m, est medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m f. Quod sic constat. Sit enim linea n p medio loco proportionalis inter eas, sumpta secundū doctrinam 9 sexti eritq́ ex diffinitione proportionis duplicatæ quæ posita est in principio quinti, proportio b m ad m f, sicut b m ad n p duplicata. Et quia b m ad n p, sicut n p ad m f, erit etiam ex 11 quinti proportio b m ad m f, sicut n p ad m f duplicata, igitur ex prima parte 9 quinti, duæ lineæ k m & n p, sunt æquales, ideoq́ ex prima parte 7 quinti, ex secunda parte eiusdem linea k m, est medio loco proportionalis inter b m & m f. Quare ex correlario 5 sexti, proportio quadrati lineæ b m ad quadratum lineæ m k, est sicut lineæ b m ad lineam m f. Et quia linea b m est quintupla ad lineā m f, erit quadratum lineæ b m, quintuplum ad quadratū lineæ m k. Linea aūt b m, est rationalis in lōgitudine, ergo per ultimā partem 9 decimi, linea m k est rationalis in potentia tantum. Et quia linea b m est potentior linea m k, in quadrato lineæ sibi incommēsurabilis in longitudine, ut in continuo probabitur, erit linea b k residuū quartum ex diffinitione residui quarti. Quod autem probādum assumpsimus, sic patet: Sit numerus r quintuplus ad numerū s, sintq́ t & s quantum r, ac si esset r quinque, s unū, t quatuor, & sit linea b m, potentior linea m k in quadrato lineæ x. Cum igitur sit quadratū lineæ b m ad quadratum lineæ m k sicut numerus r ad numerū s, erit per euersam proportionalitatē quadratum lineæ b m ad quadratum lineæ x, sicut numerus r ad numerum t, quare per ultimam partē 7 decimi, lineas, est incommensurabilis lineæ b m in lōgitudine, non est ergo dubiū, quin b k sit residuū quartum. Manifestum uero est ex 34 tertij, quod illud quod fit ex b k in k g, est æquale ei quod fit ex a k in k c, ideoq́ etiā ipsum est æquale quadrato k c, eo quod a k est æqualis k c, ergo quadrato b k addito utrique, erit ex penultima primi quod fit ex b k in se & in k g, æquale quadrato b c. Et quia ex 1 secūdi q́ fit ex b k in g b, erit linea b c latus tetragonicum superficiei cōtentæ a duabus lineis g b & k b. Et quia linea g b est ratiōalis, linea uero b k est residuū quartū, & quia linea potēs in superficiē linea rationali residuoq́ quarto cōtentam est linea minor ut constat ex 39 decimi libri, necesse est lineā b c quæ est latus pentagoni æquilateri proposito circulo inscripti, esse lineam minorem

quod

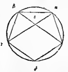
quod erat ex principio demonstrandum. Hoc ergo modo sequitur, quod latus pentagoni æquilateri circulo inscripti sit linea minor, si diameter circuli cui inscribatur, fuerit rationalis in longitudine. At uero si diameter circuli fuerit rationalis in potentia tantũ, adhuc necesse est ut latus pentagoni æquilateri sibi inscripti sit linea minor. Esto enĩ linea a, rationalis in potentia tantum, supra quã describatur circulus, eiq; descripto inscribatur pentagonus æquilaterus, cuius unum latus sit b c, dicanturq; pentagonus & circulus, a. Dico q linea b c est linea minor. Sumatur enĩ aliqua linea rationalis in lõgitudine, quæ sit d, & super eam lineetur circulus cui inscribatur pentagonus æquilaterus, & sit unum latus ipsius linea e f, dicanturq; pentagonus & circulus, d. Constat igitur ex hac 11, q e f est linea minor, cum diameter d sit rationalis in longitudine. Quoniam uero proportio pentagoni a ad pentagonũ d est sicut quadrati lineæ b c ad quadratum lineæ e f (utraq; enim est ex secũda parte 15 sexti, sicut lineæ b c ad lineam e f duplicata) pentagoni autem a ad pentagonũ d, est sicut quadrati diametri a ad quadratũ diametri d ex prima 11, erit ex 11 quinti quadratũ lineæ c b ad quadratũ lineæ e f, sicut quadratũ diametri a ad quadratum diametri d. Cumq; quadrata duarum diametrorũ a & d sint cõmunicantia, quia ambo sunt rationalia ex hypothesi, erũt quoq; ex prima parte 10 decimi quadrata duarum linearũ b c & e f, cõmunicantia: ergo linea b c cõmunicat in potentia cum linea e f. Et quia linea e f est minor, sequitur ex . . decimi q etiã b c sit linea minor, quod est propositum. Siue ergo diameter alicuius circuli sit rationalis in longitudine, siue in potentia tantum, necesse est ut latus pentagoni æquilateri sibi inscripti, sit linea minor.



Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 8

8 Si quinquanguli æquilateri & æquianguli binos ordinatim angulos rectæ lineæ * expliciunt, extrema & media ratione sese inuicem dispescunt, & maiora earum segmenta ipsius quinquanguli lateri sunt æqualia. Camp. 11 ὑποτείνουσι subtendant

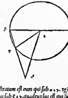
THEON ex Zamb. Quinquanguli enim æquilateri & æquianguli α β γ δ ε, binos ordinatim angulos qui ad α, β, rectæ lineæ α γ, β ε, * explicẽt, sese inuicem in θ signo dispescentes. Dico quod ipsarum utraq; extrema & media ratione secatur in θ signo, & earum maiora segmenta sunt æqualia ipsius quinquanguli lateri. Circunscribatur (per 14 quarti) ipsi quinquangulo α β γ δ ε, circulus α β γ δ ε. Et quoniam binæ rectæ lineæ ε α, α β, duabus α β, β γ, sunt æquales, & angulos æquales comprehendunt, bases igitur β ε (per 4 primi) basi α γ est æqualis, & triangulũ α β ε, ipsi triangulo α β γ est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales alter alteri sub quibus æqualia latera subtendũtur. Angulus igitur qui sub β α γ, et qui sub α β ε est æqualis. Duplus igitur est qui sub α θ ε, eius qui sub β α θ anguli: extra enim est ipsum α β θ triangulum. Est autem & qui sub ε α γ, eius qui sub β α γ duplus, quoniam & circũferentia ε δ γ, ipsius γ β circũferentiæ est dupla. Angulus igitur qui sub θ α ε, et qui sub α θ ε est æqualis. Quare & θ ε recta linea, ipsi ε α, hoc est ipsi α β est æqualis. Et quoniam β α recta linea ipsi α ε est æqualis, æqualis est & angulus qui sub α β ε et qui sub α ε β. Sed qui sub α β ε, et qui sub β α θ, patuit quod æqualis. qui igitur sub β ε α, et qui sub β α θ est æqualis. Et ipsorum duorum triangulorũ α β ε, & α β θ, cõmunis est angulus qui sub α β ε, reliquus igitur qui sub β α ε angulus, reliquo qui sub α θ β est æqualis. Triangulum igitur α β ε, ipsi α β θ triangulo æquiangulum est: proportionaliter igitur est sicut ε β ad β α, sic α β ad β θ. Aequalis autem est β α, ipsi ε θ. Sicut igitur β ε ad ε θ, sic ε θ ad θ β, maior autem est β ε, ipsa β α, maior igitur est ε θ, ipsa θ β. Ipsa igitur β ε, extrema & media ratione in θ secatur, & maius segmentum θ ε æquum est ipsius quinquanguli lateri. Similiter iam ostendemus, quod α γ extrema & media ratione in θ secatur, & ipsius maius segmentum γ θ ipsius quinquanguli lateri est æquale. Quod ostendere oportuit.



ὑποτείνουσαι subtendant

Eucli ex Zamb. Theorema 9 Propositio 9

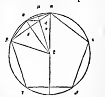
9 Si sexanguli & decagoni latus in eodem circulo descriptorũ componantur, tota recta linea extrema & media ratione secatur, & maius segmentum est ipsius sexanguli latus.



THEON ex Zamberto. Sit circulus α β γ, & in ipso circulo α β γ, descriptarū figurarū decagoni quidem latus esto β γ, & sexanguli γ δ, & sint in rectas lineas. Dico quod tota β δ, extrema & media ratione secatur in γ, & maius ipsius segmentū est γ δ. Assumatur enim (per 1 tertij) centrū circuli, signū ε, & cōnectantur ε β, ε γ, ε δ, & extendatur β ε in α. Et quoniā decagoni æquilateri latus est β γ, quincupla igitur est α γ β circūferentia ipsius γ β circūferentiæ. Quadrupla igitur est α γ circūferentia, ipsius γ β. Sicut autē α γ circūferentia ad γ β, sic angulus qui sub α ε γ ad angulum qui sub γ ε β: quadruplus igitur est q sub α ε γ, eius qui sub γ ε β. Et quoniā qui sub ε β γ angulus ei qui sub ε γ β angulo est æqualis, qui igitur sub α ε γ angulus, duplus est eius qui sub ε γ β. Et quoniam ε γ recta linea æqualis est ipsi γ δ, utraq; enim ipsarum æqualis est ipsius sexanguli lateri in α β γ circulo descripti, & angulus qui sub γ ε δ, angulo qui sub γ δ ε est æqualis, igitur angulus q sub ε γ β, duplus est eius qui sub ε δ γ. Sed eius qui sub ε γ β, duplum esse demonstratum est eum qui sub α ε γ. Igitur qui sub α ε γ, quadruplus est eius qui sub ε δ γ. Ostensum est autem quod & eius qui sub β ε γ, quadruplus est qui sub α ε γ, æqualis igitur est qui sub ε δ γ, ei qui sub β ε γ, Cōmunis autem ipsorū binorum triangulorū, hoc est β ε γ & β ε δ, est angulus qui sub ε β δ, & reliquus igitur qui sub β ε δ, ei qui sub ε γ β est æqualis. Aequiangulū igitur est triangulum ε β δ ipsi ε β γ triangulo: proportionaliter igitur est sicut β δ ad β ε, sic ε β ad β γ. Aequalis autem est ε β, ipsi γ δ. Est igitur sicut β δ ad δ γ, sic δ γ ad γ β. Maior autem est β δ, ipsa δ γ, maior igitur est & δ γ, ipsa γ β. Igitur ipsa β δ, recta linea extrema & media ratione secatur in γ signo, & maius segmentum est δ γ. Quod ostendere oportuit.

Eucli ex Zamb. Theorema 10 Propositio 10

10 Si in circulo quinquangulū æquilaterū descriptū fuerit, ipsius quinquanguli latus potest & sexanguli & decagoni latus in eodē circulo descriptorū.



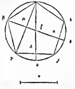
THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ δ ε, & in ipso α β γ δ ε (per 11 quarti) quinquangulū describatur α β γ δ ε. Dico quod ipsius α β γ δ ε quinquanguli latus, potest & sexanguli & decagoni latus in ipso α β γ δ ε circulo descriptorū. Assumatur (per 1 tertij) centrum circuli, & sit ζ, & connexa α ζ, extendatur in η signum, & connectatur ζ β, & ab ipso ζ in α β perpendicularis excitetur (per 12 primi) ζ θ, & extendatur in κ, & connectantur α κ, κ β, & rursus ab ipso ζ, in α κ excitetur (per 12 primi) perpendicularis ζ λ, & extendatur in μ, & connectatur κ ν. Et quoniam circūferentia α β γ η ipsi α ε δ η circūferentiæ est æqualis, quarū α β γ ipsi α ε δ est æqualis, reliqua igitur γ η circūferentia reliquæ δ η circūferentiæ est æqualis. Quinquanguli autem γ δ, & decagoni igitur γ η. Et quoniam ζ α ipsi ζ β (per 15 diffinitionem primi) est æqualis, & perpendicularis est ζ θ, igitur angulus qui sub α ζ κ, ei qui sub κ ζ β est æqualis. quare & circūferentia α κ, ipsi κ β est æqualis. Dupla igitur est α β circūferentia, ipsius β κ circūferentiæ. decagoni latus igitur, est recta linea α κ, & id propterea & α κ, ipsius κ μ est dupla. Et quoniam dupla est circūferentia α β ipsius circūferentiæ β κ, æqualis autem est γ δ circūferentia ipsi α β circūferentiæ, dupla igitur est γ δ circūferentia ipsius β κ circūferentiæ. Est autem γ δ circūferentia, ipsius γ η dupla: igitur circūferentia γ η, ipsi β κ circūferentiæ est æqualis. Sed β κ ipsius κ μ dupla est, quoniam & κ α. & γ η igitur, ipsius κ μ est dupla. Sed & γ β circūferentia, ipsius β κ circūferentiæ dupla est: æqualis enim est γ β circūferentiæ, ipsi β α, & tota igitur η β circūferentia, totius β μ est dupla. Quare & angulus qui sub η ζ β, anguli qui sub β ζ μ duplus est. Est autem qui sub η ζ β, eius qui sub ζ α β duplus. Aequalis enim est qui sub ζ α β, ei qui sub α β ζ. Qui sub β ζ ν igitur, ei est æquus qui sub ζ α β. Binorum autem triangulorū α β ζ & β ζ ν, cōmunis angulus est qui sub α β ζ. Reliquus igitur qui sub α ζ β, reliquo qui sub β ν ζ est æqualis. Triangulum igitur α β ζ, ipsi β ζ ν triangulo æquiangulū est, proportionaliter igitur est sicut α β recta linea ad β ζ, sic ζ β ad β ν, quod igitur sub α β, β ν, ei quod ex β ζ est æquale. Rursus quoniam æqualis est α λ ipsi λ κ, cōmunis autem & ad angulos rectos λ ν, basis igitur κ ν (per 4 primi) basi α ν est æqualis, & angulus igitur qui sub λ κ ν, ei qui sub λ α ν est æqualis. Sed qui sub λ α ν, ei qui sub κ β ν est æqualis, & qui sub λ κ ν igitur, ei qui sub κ β ν est æqualis, & ipsorum triangulorū binorum α κ β & α κ ν, cōmune est quod sub κ α β. Reliquum igitur quod sub α κ β, reliquo quod sub κ ν α est æquale. Aequiangulū igitur est triangulum κ α β ipsi κ α ν triangulo: proportionaliter igitur est sicut β α recta linea ad α κ, sic κ α ad α ν. Quod igitur sub β α ν, æquale est quod ex α κ. Ostensum est autem quod quod sub α β ν, æquum est ei quod ex β ζ. Quod igitur sub β α ν, una cum eo quod sub α β ν, quod est id quod ex β α, ei est æquum quod ex β ζ una cum eo quod ex α κ, & β α quidem est latus ipsius quinquanguli, & β ζ sexanguli, & α κ decagoni. Quinquanguli ergo latus potest & sexanguli & decagoni latus in eodem circulo descriptorum. Quod ostendere oportuit.

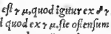
Eucli. ex

Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 11

11 Si in circulo rationalem habente diametrum, quinquangulũ æquilaterũ inſcribatur, quinquanguli latus irrationalis eſt ea quæ appellatur minor. Camp. 12

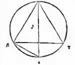
THEON ex Zamb. In circulo enim α β γ δ ε, rationalem habente diametrum, quinquangulũ inſcribatur α β γ δ ε. Dico quod ipſius α β γ δ ε quinquanguli latus α β irrationalis eſt ea quæ appellatur minor. Aſſumatur enim (per 1 tertij) circuli centrum ζ ſignum, & connectantur α ζ, ζ β, & extendantur in η, θ, ſigna, & connectatur α γ, ponaturq; ipſius α ζ, quarta pars ζ κ. Rationalis autem α ζ, rationalis igitur & ζ κ. Eſt autem & β ζ rationalis. Tota igitur β κ rationalis eſt. Et quoniam circũferentia α γ η ipſi α δ η circũferentiæ eſt æqualis, quarũ α β γ æqualis eſt & ipſi α ε δ, reliqua igitur γ η reliquæ η δ eſt æqualis. Et ſi cõnectamus α δ, *ducuntur recti qui ad λ anguli, & dupla eſt γ δ ipſius γ λ, & id propterea & qui ad μ recti ſunt, & dupla eſt α γ ipſius γ μ. Quoniam igitur angulus qui ſub α λ ζ ei eſt æquus qui ſub α μ ζ, cõmunis autem ipſorũ triangulorũ binorũ α λ γ, α μ ζ, eſt qui ſub λ α γ, reliquus igitur qui ſub α γ λ ei eſt æqualis qui ſub μ ζ α, æquiangulũ igitur eſt triangulum α γ λ, ipſi α μ ζ triangulo. proportionaliter igitur eſt ſicut λ γ ad γ α, ſic μ ζ ad ζ α, & antecedentiũ duplicia. Sicut igitur dupla ipſius λ γ ad γ α, ſic ipſius μ ζ dupla ad ζ α. Sed ſicut ipſius μ ζ dupla ad ζ α, ſic μ ζ ad ipſius ζ α dimidiam. Sicut igitur ipſius λ γ dupla, ad γ α, ſic eſt μ ζ ad dimidiam ipſius ζ α, & ſequentiũ dimidia. Sicut igitur ipſius λ γ dupla ad ipſius γ α dimidiam, ſic μ ζ ad quartã partem ipſius ζ α, & ipſius λ γ, dupla eſt δ γ, ipſius uero γ α, dimidia eſt γ μ, ipſius autem ζ α, quarta pars eſt ζ κ. Eſt igitur ſicut δ γ ad γ μ, ſic μ ζ ad ζ κ. Cõponendo (per 18 quinti) & ſicut utraq; δ γ μ ad γ μ, ſic μ κ ad ζ κ. & ſicut igitur (per 22 quinti) quod ex utraq; ipſarũ δ γ μ, ad id quod ex γ μ, ſic quod ex μ κ ad id quod ex κ ζ. Et quoniã (per 8 decimitertij) ea quæ ſub duobus lateribus pentagoni ſubtenſa ut α γ, extrema & media ratione ſecta, maius ſegmentũ eſt æquale ipſius pentagoni lateri hoc eſt ipſi δ γ, maius autem ſegmentũ totius admittens dimidiũ quincuplum poteſt eo quod ex totius dimidia (per 1 decimitertij) & totius α γ dimidia eſt γ μ, quod igitur ex δ γ μ tanquã ex una, quincuplũ eſt eius quod ex γ μ. Sicut autem quod ex δ γ μ ſicut una, ad id quod ex γ μ, ſic oſtenſum eſt eſſe id quod ex μ κ ad id quod ex κ ζ, quincuplũ igitur eſt quod ex μ κ, eius quod ex κ ζ, rationale autẽ quod ex κ ζ, rationalis enim eſt diameter. Rationale igitur eſt & quod ex μ κ. Rationalis igitur eſt μ κ, rationẽ enim habet quam numerus ad numerũ quod ex μ κ, ad id quod ex κ ζ. Et quoniã quadrupla eſt β ζ ipſius ζ κ, quincupla igitur eſt β κ ipſius κ ζ. Vigintiquincuplex igitur eſt quod ex θ κ, eius quod ex κ ζ. Quincuplũ autem eſt id quod ex μ κ, eius quod ex κ ζ, quincuplũ igitur eſt quod ex θ κ, eius quod ex κ μ. Quod igitur ex θ κ ad id quod ex κ μ rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) θ κ, ipſi κ μ in longitudine & ipſarũ utraq; rationalis eſt. Ipſæ igitur β κ, κ μ, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Si autem à rationali rationalis auferatur potentia tantum cõmenſurabilis ſubſiſtens toti, reliqua irrationalis eſt, uocatur autẽ apotome (per 63 decimi,) igitur μ β apotome eſt. Congruens autẽ ei eſt μ κ. Dico quod & quarta. Quo enim maius eſt id quod ex θ κ eo quod ex κ μ, ei æquũ eſto quod ex ν. Igitur ipſa θ κ, ipſa κ μ maius poteſt ipſo ν. Et quoniam (per 16 decimi) cõmenſurabilis eſt κ ζ ipſi ζ β, & cõponendo (per 16 decimi) cõmenſurabilis eſt κ θ ipſi θ ζ. ſed β ζ ipſi θ θ longitudine eſt cõmenſurabilis, & θ κ igitur ipſi θ θ cõmenſurabilis eſt. Et quoniam quod ex β κ eius quod κ μ quincuplũ eſt, quod igitur ex θ κ, ad id quod ex κ μ rationẽ habet quam quinq; ad unũ. Conuertẽdo igitur (per correlariũ 18 quinti) quod ex β κ ad id quod ex ν, rationẽ habet quam (quinq; ad quatuor) non quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt θ κ, ipſi ν. Igitur θ κ, ipſi κ μ maius poteſt eo quod ex ſibi incõmenſurabili. Quoniã igitur tota θ κ, ipſa κ μ congruente maius poteſt eo quod ex ſibi incõmenſurabili, & tota β κ, ipſi β θ rationali expoſitæ cõmenſurabilis eſt. Apotome igitur quarta eſt ipſa μ β. Quod autẽ ſub rationali & apotome quarta cõprehenſum rectangulũ, irrationale eſt & ipſum potens irrationalis eſt, minorq; appellatur (per 94 decimi.) Poteſt autẽ quod ſub θ θ, β μ, ipſa α β, quoniam ꝑpter cõnexionẽ ipſius α θ, triangulũ α θ θ æqangulũ fit ipſi α θ μ. Et eſt ſicut θ θ ad θ α, ſic eſt α θ ad θ μ, ipſa igitur α β quinquãguli latus, irrationalis eſt minor appellata. Quod erat oſtendendũ.





Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propoſitio 12

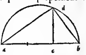
12 Si in circulo triangulũ æquilaterũ deſcriptũ fuerit, ipſius trianguli latus potentia triplum eſt eius quæ ex centro circuli. Camp. 8

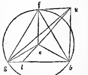


THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ, & in eo triangulũ æquilaterũ deſcribatur α β γ. Dico quod ipſius α β γ triãguli latus potentia triplũ eſt eius quæ ex centro ipſius circuli α β γ. Aſſumatur enim (per 1 tertij) centrum ipſius circuli δ, & connexa α δ extendatur in ε, & cõnectatur β ε. Et quoniã triangulũ α β γ æquilaterũ eſt, igitur β ε γ circũferentia tertia pars eſt ipſius circuli α β γ circũferentiæ. igitur β ε circũferentia, ſexta pars eſt circũferentiæ ip *sius circuli, hexagoni igitur latus est ipsa ε ι recta linea, æqualis igitur est ei qui ex centro, hoc est ipsi δ ι. Et quoniã α γ ipsius δ ι dupla est, quadruplũ est quod ex α ι eius quod ex δ ι, hoc est eius quod ex ε ι. Aequũ autem est id quod ex α ι, eis quæ ex α β, ε ι, quæ igitur ex α ε, ε ι, quadrupla sunt eius quæ ex ε ι: diuidendo igitur quód quod ex α β, triplum est eius quod ex ε ι. Aequalis autem est ε ι, ipsi δ ι, quod ex α β igitur triplum est eius quod ex δ ι. Trianguli ergo latus potentia triplum est eius quæ ex centro circuli. Quod ostendere oportuit.*

Eucli ex Camp. Propositio 13

13 PYramidem quatuor basium triangulariũ & æquilaterarũ ab assignata sphæra circunscriptibilem fabricare. Huius ergo sphæræ diametros, ad latus ipsius pyramidis sesquialterã proportionem potentialiter habere probatur.



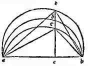


CAMPANVS. Sit linea a b diameter assignatæ sphæræ, quæ diuidatur in pũcto c, ita ꝙ a c sit dupla ad b c, & lineetur super eam semicirculus a d b, & producatur linea c d orthogonaliter super lineã a b, & producãtur lineæ b d & d a. Postea fiat circulus f g h super centrũ e, cuius semidiameter sit æqualis lineæ c d, cui ex 2 quarti libri inscribatur triangulus æquilaterus qui sit f g h, ad cuius angulos protrahãtur a centro, lineæ e f, e g, e h, deinde super centrum e, erigatur (secundũ ꝙ docet 12 undecimi) linea e k quæ ponatur æqualis a c, perpendicularis ad superficiẽ circuli f g h, & demõstrãtur a puncto k hypothenusæ k f, k g, k h, eritq́ completa pyramis quatuor basium triangulariũ & æquilaterarũ, quam dico esse ab assignata sphæra circũscriptibilẽ, & dico quadratũ diametri propositæ sphæræ, sesquialterũ esse ad quadratũ lateris fabricatæ pyamidis. Constat enim ex prima parte correlarii 8 sexti, ꝙ linea c d est medio loco ꝓportionalis inter a c & c b, quare ex correlario 15 eiusdẽ, quadratũ lineæ a c ad quadratũ lineæ c d, est sicut linea a c ad c b, ergo coniunctim quadratũ a c & quadratũ c d, ad quadratũ c d, sicut linea a b ad b c, ideoq́ ex penultima primi quadratũ a d ad quadratũ d c, sicut a b ad b c. Cum ergo linea a b sit tripla ad b c, erat enim a c dupla ad eam, erit quoq́ quadratũ a d triplum ad quadratũ d c. Est autẽ ex 8 huius, quadratũ f g, triplum ad quadratũ e f, quare cum ex hypothesi d c sit æqualis e f, erit ex cõmuni scientia a d æqualis f g. Et quia ex diffinitiõe lineæ perpendicularis ad superficiẽ, linea e k continet cũ singulis lineis e f, e g, e h, angulos rectos, quarũ quælibet est æqualis lineæ c d, & quia ipsa eadem est æqualis lineæ a c, & angulus c est rectus, erit per 4 primi unaquæq́ trium linearũ k f, k g, k h, æqualis lineæ a d. Manifestum est igitur fabricatã pyramidẽ esse quatuor basium triangulariũ æquilaterarũ.

Ipsam autẽ esse circũscriptibilem ab assignata sphæra, sic habeto. Lineæ e k intelligatur adiici secũdum rectitudinẽ lineæ e l æqualis lineæ c b, ut tota k l sit æqualis a b quæ est diameter assignatæ sphæræ. Hanc autẽ lineam, in quã e l imagineris esse sub circulo f g h, perpendicularẽ quoq́ ad ipsius superficiẽ ex parte inferiori, sicut est e k ex parte superiori, eritq́ unaquæq́ trium linearũ e f, e g, e h, & simpliciter quælibet semidiameter circuli f g h, medio loco ꝓportionalis inter k e & e l, quemadmodũ est d c inter a c & c b, nam hæ sunt æquales illis, unaquæq́ suæ relatiuæ. Si igitur super lineã l k describatur semicirculus, circũducaturq́ quousq́ ad locũ unde moueri cœperat redeat, erit ex diffinitione sphærarũ æqualiũ, sphæra descripta motu huius semicirculi, æqualis sphæræ assignatæ: sunt enim sphæræ æquales, quarũ sunt æquales diametri, quemadmodũ de circulis in principio tertii dictum est. Hunc uero semicirculũ necesse est trãsire per tria puncta f, g, h, quæ sunt anguli solidæ pyramidis fabricatæ. Similiter autẽ dico ꝙ semicirculus hic quoniã super lineam k l fuerit descriptus, si circũducatur quousq́ ad locũ redeat unde moueri cœperat, continget circulũ f g h super omnia puncta circũferentiæ ipsius. Quod ex hac uetusta ueritate probatur. Si linea recta super lineã rectã perpẽdiculariter steterit, quæ inter partes eius cui superstat uel circũstat medio loco ꝓportionalis ponatur, fueritq́ super eam lineã cui ꝑpendicularis superstat, semicirculus descriptus, circũferentia ipsius per extremitatẽ lineæ medio loco ꝓportionalis positæ perpẽdiculariter necessario transibit. Cum igitur cũctæ semidiametri circuli f g h sint perpendiculares

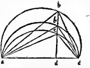
diculares ad lineã k l,& medio loco,pportionales inter partes ipsius quæ sunt k e & e l, sequitur ut semicirculus descriptus super k l,si circũducatur trãseat per omnia puncta circũferẽtiæ f g h,& per omnes solidos angulos pyramidis fabricatæ. Itaq; à diffinitiõe eius quod est figurã inscribi figuræ, pyramis fabricata est inscriptibilis illi sphæræ quã semicirculus per lineã k l lineatus motu suo describit. Et quia hæc sphæra descripta,est assignatæ sphæræ æqualis per diffinitionẽ æqualiũ sphærarũ,sequitur ex cõmuni scientia ut hæc pyramis fabricata,sit ab assignata sphæra circũscriptibilis. Q.e.est,ppositũ.

CORRELARIVM autem patet sic. Cum enim a b sit tripla ad b c,per euersam proportionalitatẽ erit a b sesquialtera ad a c,ideoq; ex secũda parte correlarij 8 sexti & correlario 17 eiusdem, quadratũ lineæ a b erit etiam sesquialterũ ad quadratũ lineæ a d. Et quia linea a d est æqualis lateri fabricatæ pyramidis, at uero a b est diameter sphæræ, constat uerũ esse qđ per correlariũ dicitur. Ne autem quicq; de uetustã ueritate proposita hæsitare cõtingat, eam uolumus hoc modo demõstratione firmare. Sit igitur super lineam a b,linea c d perpẽdicularis, quæ ponatur medio loco,pportionalis inter partes lineæ a b,quæ sint a c & c b,ita q; sit proportio a c ad c d,sicut c d ad c b. Et super lineam a b,describatur semicirculus a e b. Dico q; huius semicirculi circũferẽtia transibit per punctum d,qui est extremitas perpẽdicularis. Sin autem



aut secabit lineam c d,aut supertrãsibit eam totam ipsam transiens & includens & non cõtingens. Secet ergo primo eam in puncto e,& ducãtur lineæ e b & e a,eritq; ex prima parte 30 tertij totalis angulus a e b rectus,itaq; ex prima parte correlarij 8 sexti proportio est a c ad c e, sicut c e ad c b, at uero ex secunda parte 8 quinti proportio a c ad c e,est maior q̃ a c ad c d, eo q; c e est minor q̃ c d. Cum igitur sit c e ad c b,sicut a c ad c e. & c d ad c b,sicut a c ad c d, erit per 13 quinti e c ad c b, maior q̃ c d ad c b: ideoq; per primam partem 10 quinti e c est maior q̃ d c, pars, uidelicet, q̃ suum totũ, quod est impossibile. Non ergo secabit circũferẽtia semicirculi lineam c d. Supertrãseat igitur & producatur c d usq; ad circũferentiã,sitq; tota c e,& protrahãtur lineæ e b & e a,sequeturq; ut prius lineam c d esse maiorẽ q̃ sit linea c e,quod est etiã impossibile. Constat ergo propositũ.

Similiter autẽ dicimus, q; si fuerit aliquis angulus rectus cui basis subtendatur super quã semicirculus lineetur, ipsius circũferentiã per angulũ rectũ transire necesse est. Conuersam huius,ppõnit prima pars 30 tertij. Quod autẽ dicimus,sic constat. Sit enim angulus a b c rectus, cui subtendatur basis a c, & super eam lineetur semicirculus, dico q; ipsius circũferẽtia transibit per punctũ b, in quo cõcunt lineæ cõtinentes angulũ rectum. Cuius demõstratio est,quod neq; transibit supra neq; infra. Sin autem transeat primo infra,sitq; a e c,& ab angulo b,pducatur linea b d per



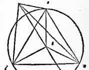
pendicularis ad basin a c,quæ secet circũferentiã semicirculi in puncto e, &,ptrahantur lineæ e a & e c,eritq; angulus a e c,rectus ex prima parte 30 tertij, at ipse est maior angulo a b c per 21 primi,hoc autẽ est impossibile ex tertia petitione,cum uterq; sit rectus,hic quidem ex hypothesi,ille uero ex prima parte 30 tertij. Non ergo transibit circũferẽtia semicirculi,infra angulũ b. Transeat itaq; supra,& sit a f c,producatur autẽ perpẽdicularis d b,quousq; obuiet circũferentiæ semicirculi a f e in puncto f, & producãtur lineæ f a,f c,eritq; ex prima parte 30 tertij angulus a f c rectus. Cumq; etiam esset ex hypothesi angulus a b c rectus,sequitur impossibile per 21 primi,sicut in pricipio. Relinqtur ergo quod diximus. Hoc autem necessariũ est ad cognitionẽ eorum quæ sequũtur.

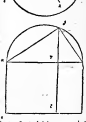
Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 13

13 Pyramidem constituere, & data sphæra cõprehendere, & demõstrare q; ipsius sphæræ dimetiens potentia sesqualter est lateris ipsius pyramidis.

THEON ex Zamb. Exponatur datæ sphæræ dimetiens α β, seceturq; in γ signo, ut α γ ipsius ε γ dupla sit. Describaturq; super α ε, semicirculus α δ β, exciteturq; (per 11 primi) ab ipso γ signo ad angulos rectos, γ δ, & cõnectatur δ α, exponaturq; circulus ε ζ η, æquam habens eam quæ ex centro ipsi δ γ, describaturq; in ipso ε ζ η circulo triangulũ æquilaterũ ε ζ η, & accipiatur (per 1 tertij) centrũ circuli, sitq; θ signũ, & cõnectatur ε θ, θ ζ, & θ η. Et constituatur (per 11 undecimi) ab ipso signo ipsius ε ζ η circuli plano ad angulos rectos recta θ κ, & ponatur ipsa θ κ ipsi α γ rectæ lineæ æqualis, & cõnectãtur κ ε, κ ζ, κ η. Et quoniã κ θ recta est ad ipsius ε ζ η circuli planũ & ad omnes igitur ipsam tangẽtes rectas lineas, & in eodem ipsius ε ζ η circuli plano existentes rectos efficit angulos (per 3 undecimi diffinitionẽ.) Tangit autem ipsam unaquæq; ipsarũ θ ε, θ ζ, θ η. Igitur θ κ, ad unãquanq; ipsarũ θ ε, θ ζ, θ η, recta est. Et quoniã æqualis est α γ ipsi θ κ & γ δ ipsi θ ε, & rectos cõprehendũt ãgulos, basis igitur δ α (per 4 primi) basi κ ε est æqualis, & id propterea & utraq; ipsarũ κ ζ, κ η, ipsi δ α est æqualis. Tres igitur κ ε, κ ζ, κ η, mutuẽ sunt æquales. Et quoniã dupla est α γ ipsius γ ϐ, tripla igitur est α ϐ ipsius ϐ γ. Sicut autẽ α ϐ ad ϐ γ, sic quod ex α δ ad id qđ ex δ γ sicut ostenditur. Quoniã enim est sicut β α ad α γ, sic quod ex δ α ad id quod ex α γ, cõuertendo (per correlariũ 19 quinti) sicut α β ad β γ, sic quod ex ex α δ ad id qđ ex α γ. Sicut demonstrabitur. Triplũ igitur est quod ex α δ, eius quod ex δ γ. Est autẽ & quod ex ζ ε, eius quod ex ε θ triplũ, & æqualis est δ γ ipsi ε θ, æqualis igitur est δ α ipsi ε ζ. Sed δ α unicuiq; ipsarũ κ ε, κ ζ, κ η ostensa est æqualis. Vnaquæq; igitur ipsarũ ε ζ, ζ η, η ε, unicuiq; ipsarũ κ ε, κ ζ, κ η, est æqualis: æquilatera igitur sunt ipsa quatuor triangula, hoc est ε ζ η, κ ε ζ, κ ζ η, κ η ε. Pyramis igitur cõstructa est ex quatuor triangulis æqualibus & æquilateris, cuius basis est ε ζ η triangulũ, fastigium uero est signũ κ. Oportet iam ipsam data sphæra cõprehendere, ostendireq; quod ipsius sphæræ diameter potentia lateris ipsius pyramidis sesqualtera est. Extendatur enim in rectas lineas ipsi κ θ, recta linea θ λ, & ipsi ϐ γ æqualis ponatur θ λ. Et quoniam est sicut α γ ad γ δ, sic γ δ ad γ ϐ, æqualis autẽ est ipsa quidẽ α γ ipsi κ θ, & γ δ ipsi θ ε, & γ ϐ ipsi θ λ, est igitur sicut κ θ ad θ ε, sic ε θ ad θ λ: quod igitur sub ipsis κ θ, θ λ, æquũ est ei quod ex ε θ. Et rectus est uterq; ipsorũ κ θ ε, ε θ λ, angulorũ. Igitur semicirculus descriptus super κ λ, ueniet & per ε, quoniam si cõnectamus ε λ, rectus fit qui sub λ ε κ angulus, eo quod triangulũ ε λ κ utriq; ipsorũ ε λ θ, ε θ κ, triangulorũ æquiangulũ fit. Si iam manẽte κ λ circũducatur semicirculus, & in idem unde duci incœpit rursus steterit, ueniet & per signa ζ, η, connexis ipsis ζ λ, λ η. & rectis similiter factis ijs qui ad ζ, η, angulis, pyramis data sphæra cõprehensa erit, ipsa enim κ λ sphæræ dimetiens, æqualis est ipsi α ϐ datæ sphæræ diametro, quoniam ipsi quidem α γ æqualis ponitur κ θ, ipsi autẽ γ β ipsa θ λ.

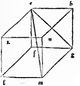
Dico iam quod ipsius sphæræ dimetiẽs, lateris ipsius pyramidis potentia sesqualter est. Quoniã etenim dupla est α γ ipsius γ ϐ, tripla igitur est α ϐ ipsius ϐ γ. Cõuertendo igitur (per correlariũ 15 quinti) sesqualtera est α ϐ ipsius α γ. Sicut autẽ β α ad α γ, sic quod ex β α ad id quod ex α δ, quoniã connexa ipsa ϐ δ, est sicut ϐ δ ad α δ, sic δ α ad α γ, propter ipsorũ δ α ϐ, δ α γ, triangulorũ similitudinẽ, & eo quia est sicut prima ad tertiã sic quod ex prima ad id quod ex secunda. Sesqualterũ igitur est quod ex β α, eius quod ex α δ. Et est β α quidẽ est ipsius datæ sphæræ diameter, & α δ æqualis est lateri ipsius pyramidis, ipsius igitur sphæræ diameter, ipsius pyramidis lateris sesqualtera est. Quod erat ostendendũ. Ostendendũ iam quod est sicut α ϐ ad ϐ γ, sic quod ex α δ ad id quod ex δ γ. Exponatur ipsius semicirculi descriptio & ab ipsa α γ describatur (per 46 primi) quadratũ ε γ. & cõpleatur ζ ϐ parallelogrammũ. Quoniã igitur triangulũ δ α β ipsi δ α γ triãgulo æquiangulũ est, est sicut β α ad α δ, sic est δ α ad α γ. Igitur quod sub β α, α γ, æquũ est ei quod ex α δ. Et quoniã est sicut α ϐ ad ϐ γ, sic ipsi ε ϐ ad ϐ ζ, & est quidẽ ipsum ε ϐ id quod sub ϐ α, α γ (æqualis enim est ε α ipsi α γ, & ϐ ζ, id est quod sub α γ, γ ϐ) sicut igitur α ϐ ad ϐ γ, sic quod sub ipsis ϐ α, α γ, ad id quod sub ipsis α γ, γ ϐ. Et quod sub ϐ α, α γ, æquũ est ei quod ex α δ, quod autẽ sub α γ, γ ϐ, æquũ est ei quod ex δ γ, ipsa enim δ γ perpendicularis, basis segmẽtorũ α γ, γ ϐ, media est proportionalis, quoniã qui sub α δ ϐ rectus est. Sicut igitur α ϐ ad ϐ γ sic quod ex α δ ad id quod ex δ γ. Quod ostẽdere oportuit. Eucli. ex Camp. Propositio 14.





14 Ab assignata sphæra circũscriptibilẽ cubum constituere. Eiusdem
Zamb. 15 autem sphæræ diametrum lateri ipsius cubi potentialiter triplicem esse manifestum erit.

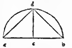
CAMPANVS. Assignatæ sphæræ diameter sit a b, super quã lineetur semicirculus a d b, diuidaturq; diameter in puncto c, prorsus secundũ conditionẽ præmissæ, uidelicet ut linea a c sit dupla ad lineam c b & producatur c d perpendicularis ad a b, & protrahãtur d b & d a. Postea fiat unũ quadratũ cuius omnia latera sint æqualia lineæ b d, sitq; e f g h, super cuius quatuor angulos erigãtur, ut docet

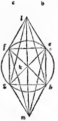


undecimi, quatuor lineæ perpẽdiculares ad superficiẽ ipsius quadrati, quarũ quælibet ponatur etiã æqualis lineæ b d, sintq́ e K, f l, g m, b n, eruntq́ hæ quatuor perpẽdiculares, singulæ singulis æquidistantes ex 6 undecimi, & anguli quos connnẽt cum lateribus quadrati, recti ex diffinitiõe lineæ perpẽdicularis ad superficiẽ. Deinde cõiungãtur extremitates istarũ perpendicularium, protractis lineis K l, l m m n, n k, eritq́ cõpletus cubus, sex supficiebus quadratis cõtentus, constat ex 34 primi, ꝙ quatuor superficies ipsum ambiẽtes (& ipsæ sunt quarũ opposita latera sũt quatuor perpẽdiculares) sunt omnes quadratæ, de basi autẽ, hoc positũ est, at uero de suprema eius supficie quæ est K l m n, ꝙ ipsa quoq́ sit quadrata, constat ex 34 primi & 10 undecimi, ideoq́ ex 4 undecimi manifestũ est, singula latera eiusdẽ cubi duabus ipsius opposins supficiebus orhogonaliter insistere. Vt autẽ cubũ hũc ab assignata sphæra circũscriptibilẽ esse demõstremus, in una suarũ supficierũ ꝑtrahatur diagonalis, uerbi gratia in basi eius, sitq́ e g, & ab huius diagonalis altera extremitate, ꝑtrahatur diameter cubi e m, eritq́ ex penult. primi quadratũ e g, duplũ ad quadratũ f g, ideoq́ & ad quadratũ g m, eo ꝙ g m est æqualis f g, sunt enĩ omnia latera cubi ad inuicẽ æqualia. Et quia rursus ex penul. primi, quadratũ e m est æquale quadratis duarũ linearũ e g & g m, ꝓpter hoc ꝙ angulus e g m est rectus ex diffinitiõe lineæ perpẽdicularis ad superficiẽ, erit quadratũ e m triplũ ad quadratũ m g, constat enĩ ex duplo & simplo. Cumq́ ex secũda parte correlarij 8 sexti & ex correlario 17 eiusdẽ quadratũ quoq́ a b sit triplũ ad quadratũ b d, eo ꝙ linea a b tripla est ad lineã b c, sit aũt b d æqualis f g, seqtur ex cõmuni scientia ut e m quæ est diameter cubi sit æqualis a b quæ est diameter sphæræ. Itaq́ si sup e m lineetur semicirculus circũducaturq́ quousq́ ad locũ unde fuit initiũ motus, redeat sphæra descripta, erit ex diffinitiõe sphærarũ æqualiũ æqlis sphæræ assignatæ. At uero qa hic semicirculus transitũ faciet per punctũ g, eo ꝙ angulus e g m est rectus, eadẽq́ ratione per cæteros singulos rectos angulos cubi, qđ ex antecedẽte ante hãc 14 ĩmediate præmisso manifestũ est, cõstat cõstitutũ cubũ ab assignata sphæra (eo ꝙ a sua æquali) circũscriptibilẽ esse. Quod demõstrare oportebat. Correlarij uero demõstatio in istius demõstrationis processu præpatuit. *Eucli. ex Camp.* *Propositio* 15

15 CORPUS octo basium triangulariũ & æquilaterarũ à sphæra proposita circũscriptibile, cõponere. Eritq́ palàm eiusdem sphæræ diametrum lateri ipsius corporis duplicem esse potentialiter. *Zamb. 24*

CAMPANVS. Diameter sphæræ propositæ sit a b, quæ diuidatur per æqualia in pũcto c, & super eam lineetur semicirculus a d b, & ꝑducatur c d ꝑpendicularis ad a b, & iungatur punctus d cum a & cum b, describaturq́ unum quadratũ cuius singula latera sint æqualia lineæ b d, sitq́ quadratũ hoc e f g h, in quo protrahãtur diametri duæ e g & f b, secantes seinuicẽ in puncto K. Cõstat igitur ex 4 primi, ꝙ utraq́ istarũ diametrorũ sit æqualis lineæ a b quæ est diameter sphæræ, cum angulus d sit rectus ex prima parte 30 tertij, & singuli quoq́ anguli e, f, g, h, recti ex diffinitiõe quadrati. Cõstat rursus, ꝙ eædem diametri e g & f h diuidunt seinuicẽ per æqualia in puncto K. Hoc autẽ ex 5 primi & 32 & 6 eiusdẽ facile est elicere. Erigatur itaq́ super punctũ K, linea K l perpẽdicularis ad superficiẽ quadrati, quæ ponatur æqualis medietati diametri e g uel f h, & demittantur hypothenusæ l e, l f, l g, l h, eruntq́ ex his quæ posita sunt, & penult. primi, quoties oportuerit repetita, singulæ harũ hypothenusarũ æquales sibijnuicẽ & æquales lateribus quadrati. Habes ergo pyramidem quatuor æquilaterarũ triangulariũq́ basium, super quadratũ constitutã. Huic itaq́ sub ipso quadrato similem pyamidẽ, hoc modo appone. Lineã l K producas, perforãdo quadratũ, usq́ ad m, ita ꝙ K m existẽs sub quadrato, sit æqualis l K existẽti supra, & iunge punctũ m cũ singulis angulis quadrati, ꝑducendo 4 alias hypothenusas quæ sunt m e, m f, m g, m h, de quibus quoq́ manifestum est ex penult. primi, quemadmodũ de alijs quæ sunt in su-

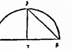




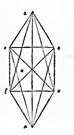
periori parte, ꝙ ipsæ sint æquales adinuicẽ & lateribus quadrati. Cõpleuimꝰ igitur corpus 8 basiũ triangulariũ & æquilaterarũ. Hoc autẽ ab assignata sphæra circũscriptibile esse, sic habeto. Constat enim ꝙ linea l m est æqualis diametro assignatæ sphæræ, nam utraqꝫ earũ est æqualis diametro quadrati. Igitur si super l m lineetur semicirculus qui circũuoluatur quousqꝫ ad locũ suũ redeat, sphæra quã motu suo describet, erit æqualis assignatæ sphæræ, ut ex diffinitiõe æqualiũ sphærarũ colligitur. Hic uero semicirculus trãsibit per quatuor angulos quadrati, & simpliciter per omnia pũcta circũferẽtiæ circuli circũscribẽtis quadratũ, eo ꝙ semidiameter quadrati ut linea f k, & portiões lineæ l m quæ sunt l k & k m, sunt adinuicẽ æquales, quare ex diffinitiõe eius q̃d est figurã unã alij figuræ inscribi, fabricatũ corpus inscriptibile est sphæræ motu huius semicirculi descriptæ. Itaqꝫ & sphæræ assignatæ ex cõceptione, cum ipsæ sint adinuicẽ æquales ex diffinitiõe. Correlariũ uero manifeste constat, sunt enĩ duæ lineæ d b & d a ex penult. primi, latus autem fabricati corporis, est æquale lineæ b d. Verum est ergo correlariũ.

Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 14

14 **Octahedrũ construere, & data sphæra cõprehendere ea, qua pyramidẽ, ostendereqꝫ ꝙ ipsius sphæræ dimetiẽs potentia lateris ipsius octahedri duplus est.**



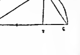
THEON ex Zamb. *Exponatur datæ sphæræ diameter $\alpha\beta$, seceturqꝫ (per 10 primi) diuidue γ, & describatur super $\alpha\beta$ semicirculus $\alpha\delta\beta$. Exciteturqꝫ (per 11 primi) ab ipso γ ipsi $\alpha\beta$ ad rectos angulos $\gamma\delta$, & cõnectatur $\delta\beta$. Exponaturqꝫ quadratũ $\epsilon\zeta\eta\theta$, æquum habens unũquodqꝫ latus ipsi $\beta\delta$, & cõnectantur $\zeta\theta$, $\epsilon\eta$. Exciteturqꝫ (per 12 undecimi) ab ipso κ signo ad ipsius $\epsilon\zeta\eta\theta$ quadrati planũ ad angulos rectos recta linea $\kappa\lambda$, & extẽdatur in alterã partẽ plani $\lambda\mu$ ut ipsa $\kappa\mu$, auferaturqꝫ ab utraqꝫ ipsarũ $\kappa\lambda$, $\kappa\mu$, uni ipsarũ $\kappa\epsilon$, $\kappa\zeta$, $\kappa\eta$, $\kappa\theta$, æqualis utraqꝫ ipsarũ $\kappa\lambda$, $\kappa\mu$, & cõnectantur $\lambda\epsilon$, $\lambda\zeta$, $\lambda\eta$, $\lambda\theta$, $\mu\epsilon$, $\mu\zeta$, $\mu\eta$, $\mu\theta$. Et quoniã $\kappa\epsilon$ ipsi $\kappa\theta$ est æqualis, & angulus qui sub $\epsilon\kappa\theta$ rectus est, igitur q̃d ex $\theta\epsilon$ duplum est eius quod ex $\epsilon\kappa$. Rursus quoniã $\lambda\kappa$ ipsi $\kappa\epsilon$ est æqualis, & angulus qui sub $\lambda\kappa\epsilon$ rectus est, quod igitur ex $\epsilon\lambda$, duplum est eius quod ex $\epsilon\kappa$. Ostensum autẽ est quòd & quod ex $\theta\epsilon$, duplum est eius quod ex $\epsilon\kappa$. Igitur quod ex $\lambda\epsilon$, ei quod ex $\epsilon\theta$ est æquale. Ipsa igitur $\lambda\epsilon$ ipsi $\epsilon\theta$ est æqualis. Idqꝫ propterea iam & $\lambda\theta$, ipsi $\theta\epsilon$ est æqualis. Triangulum igitur $\lambda\epsilon\theta$ æquilaterũ est. Similiter iam demonstrabimus quod unumquodqꝫ reliquorũ triangulorũ quorũ bases quidem sunt ipsa $\epsilon\zeta\eta\theta$ quadrati latera, fastigia uero λ, μ, signa, æquilaterũ est. Octahedrũ igitur constitutũ est, sub octo triangulis æqualia habentibus latera cõprehensum. Oportet iam & illud sphæra data cõprehendere, ostendereqꝫ quod ipsius sphæræ dimetiens potentia duplus est lateris ipsius octahedri. Quoniã enim ipsæ tres $\lambda\kappa$, $\kappa\mu$, $\kappa\epsilon$ adinuicẽ sunt æquales, super $\lambda\mu$ igitur descriptus semicirculus ueniet & per ϵ, & id propterea si manente $\lambda\mu$, circũducatur semicirculus, & in idem unde circũduci cœpit steterit, ueniet & per ζ, η, θ, signa, & octahedrũ sphæræ erit cõprehensum. Dico quod & data. Quoniã nanqꝫ æqualis est $\lambda\kappa$ ipsi $\kappa\mu$, cõmunis autẽ $\kappa\epsilon$, & angulos rectos cõprehendunt, basis igitur $\lambda\epsilon$ (per 4 primi) basi $\epsilon\mu$ est æqualis. Et quoniam angulus qui sub $\lambda\epsilon\mu$ rectus est, in semicirculo enim, quod igitur ex $\lambda\mu$, duplũ est eius quod ex $\lambda\epsilon$. Rursus quoniam $\alpha\gamma$ ipsi $\gamma\beta$ est æqualis, dupla est $\alpha\beta$ ipsius $\beta\gamma$. Sicut autem $\alpha\beta$ ad $\beta\gamma$, sic quod ex $\alpha\beta$ ad id quod ex $\beta\delta$. Duplum igitur est quod ex $\alpha\delta$. Ostensum est autẽ quòd & quod ex $\lambda\mu$ duplũ est eius quod ex $\lambda\epsilon$, & quod ex $\beta\delta$, ei est æquũ quod ex $\lambda\epsilon$, æqualis enim ponitur $\epsilon\theta$, ipsi $\delta\beta$. Quod igitur ex $\alpha\beta$, ei quod ex $\lambda\mu$ est æquale, ipsa igitur $\alpha\beta$ ipsi $\lambda\mu$ est æqualis, estqꝫ $\alpha\beta$ datæ sphæræ dimetiens, ipsa igitur $\lambda\mu$, æqualis est datæ sphæræ diametro. Comprehensum est igitur octahedrum data sphæra, & simul ostensum est quod ipsius sphæræ diameter potentia dupla est ipsius octahedri lateris. Quod facere & ostendere oportebat.*



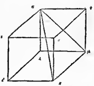
Eucli. ex Zamb. Problema 3 Propositio 15

15 **Cubum construere & data sphæra cõprehendere ea, qua priora, ostendereqꝫ ꝙ ipsius sphæræ dimetiens potentia triplus est lateris ipsius cubi.**

THEON ex Zamb. *Exponatur datæ sphæræ diameter $\alpha\beta$, seceturqꝫ in γ, ut $\alpha\gamma$ dupla sit ipsius $\gamma\beta$. Describatqꝫ super $\alpha\beta$ semicirculus $\alpha\delta\beta$, & ab ipso γ ipsi $\alpha\beta$ (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur $\gamma\delta$, & connectatur $\delta\beta$. Exponaturqꝫ quadratũ $\epsilon\zeta\eta\theta$, æquũ habens unũquodqꝫ latus ipsi $\delta\beta$, & ab ipsis ϵ, ζ, η, θ, signis, ad ipsius $\epsilon\zeta\eta\theta$ quadrati planum ad angulos rectos excitentur (per 12 undecimi) $\epsilon\kappa$, $\zeta\lambda$, $\eta\mu$, $\theta\nu$, & auferatur ab unaquaqꝫ ipsarũ $\epsilon\kappa$, $\zeta\lambda$, $\eta\mu$, $\theta\nu$, uni ipsarũ $\epsilon\zeta$, $\zeta\eta$, $\eta\theta$, $\theta\epsilon$, æqualis unaquæqꝫ ipsarum $\epsilon\kappa$,*

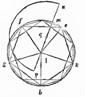


tũ ι κ, ζ λ, π μ, β ν, cõnectãturq; ipſæ κ λ, λ μ, μ ν, ν κ: cubus igitur ζ ν, cõſtructus eſt ſub ſex quadratis æqualibus cõprehenſus. Oportet iam ſphæra data cõprehendere, & oſtẽdere quod ipſius ſphæræ dimetiẽs potẽtia triplex eſt ipſius cubi lateris. Cõnectantur enim ipſæ κ π, ι π. Et quoniã angulus qui ſub κ ι π rectus eſt, eo q̃ κ ι recta eſt ad planũ ι π, uidelicet, & ad rectã lineã ι π, igitur ſuper κ π deſcriptus ſemicirculus ueniet & per ι π ſigna. Rurſus quoniã ζ π recta eſt ad utranq; ipſarũ ζ λ, ζ ι, & ad ζ κ: igitur planũ recta eſt ipſa ζ π. Quare & ſi cõnectamus ipſam ζ κ, ipſa π ζ recta erit ad ipſam ζ κ, ac per hoc rurſus ſuper κ π deſcriptus ſemicirculus, tranſiet & per ζ, ſimiliter & per reliqua ſigna ipſius cubi ueniet. Si iam manente ipſa κ π, circũductus ſemicirculus in idem ſteterit unde circũduci cœpit, cubus ſphæra cõprehenſus erit. Dico iam quod & data. Quoniã enim æqualis eſt π ζ ipſi ζ ι, & angulus qui ad ζ rectus eſt, quod igitur ex ι π, duplũ eſt eius quod ex ι ζ. Aequalis autẽ eſt ι ζ ipſi ι κ, quod igitur ex ι π, duplũ eſt eius quod ex ι ζ. Quare quod ex κ ι, ι π, triplũ eſt eius quod ex ι κ. Et quoniã α β ipſius β γ triplex eſt, ſicut autẽ α β ad β γ, ſic quod ex α β ad id quod ex β δ, triplũ igitur eſt quod ex α β, eius quod ex β δ, patuit autẽ quòd & quod ex κ π, triplũ eſt eius quod ex κ ι, & æqualis poſita eſt κ ι, ipſi β δ, æqualis igitur eſt & κ π, ipſi α β. Et α β eſt datæ ſphæræ dimetiens, & κ π igitur æqualis eſt ipſi datæ ſphæræ diametro. Data igitur ſphæra cõprehenditur cubus, & una oſtenditur quod ſphæræ diameter potẽtia tripla eſt ipſius cubi lateris. Quod facere & oſtendere oportebat. Eucli. ex Camp. Propoſitio 16

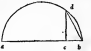


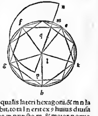
16 **C**Orpus uiginti baſium triangulatium atque æquilateratũ à data ſphæra diametrũ rationalem habente circũſcriptibile, fabricare. Eritq; palàm, latus eiuſdem corporis eſſe lineam irrationalem, eam ſcilicet quæ dicitur minor.

CAMPAN. Sit hic quoq; diameter aſſignatæ ſphæræ a b, quæ ponatur eſſe rationalis ſiue in lõgitudine ſiue in potentia tantũ, & diuidatur in puncto c, ita q; a c ſit quadrupla ad c b, & lineetur ſuper eam ſemicirculus a d b, & producatur c d perpendicularis ad a b, & ptrahatur linea d b, deinde ſecundũ quantitatẽ lineæ d b lineetur circulus e f g h k ſupra centrũ l, cui inſcribatur pentagonus æquilaterus eiſdem literis annotatus, ad cuius angulos a centro l ducãtur lineæ l e, l f, l g l h, l k. Rurſus in eodẽ circulo inſcribatur decagonus æquilaterus, diuidãtur enim cuncti arcus quorũ chordæ ſunt latera pentagoni per æqualia, & a punctis medijs ad extremitates cunctorũ laterum inſcripti pentagoni lineæ rectæ dirigantur. Itemq; ſuper ſingulos angulos pentagoni erigatur cathetus ſecũdum q; docet 12 undecimi, quorũ quilibet ſit etiam æqualis lineæ b d & continuẽtur extremitates horũ quinq; cathetorũ, quinq; corauſtis, eruntq; ex 6 undecimi quinq; catheti erecti, adinuicẽ æquidiſtantes, cumq; ipſi ſint æquales erunt quoq; ex 33 primi quinq; corauſti eorũ extremitates iungẽtes æquales lateribus pentagoni. Demitte igitur à ſummitatibus ſingulis ſingulorũ cathetorũ, binas & binas hypothenuſas ad duos circũſtantes angulos inſcripti decagoni, & harũ decẽ hypothenuſarũ à quinq; extremitatibus cathetorũ ad quinq; puncta quæ ſunt ſinguli anguli medij inſcripti decagoni, deſcendentiũ extremitates continua, alium pentagonũ rurſus ipſi circulo inſcribẽdo, qui quoq; erit æquilaterus ex 33 tertij. Cũ hoc itaq; feceris, uidebis te pfeciſſe decem triangulos, quorũ latera ſunt decem hypothenuſæ & quinq; corauſti & quinq; latera huius ſecũdi pentagoni inſcripti. Hos ergo decem triãgulos, æquilateros eſſe, ſic collige. Cum enim tam ſemidiameter deſcripti circuli q̃ quilibet erectorũ cathetorũ ſit æqualis lineæ b d ex hypotheſi, erit ex correlario 15 quarti quilibet cathetorũ æqualis lateri hexagoni æquilateri circulo cuius ſemidiameter eſt æqualis lineæ b d inſcripti. Quia uero ex penultima primi unaquæq; decẽ hypothenuſarũ tanto eſt potẽtior catheto quantũ poteſt latus decagoni, at uero ex 10 huius, latus quoq; pentagoni eſt tanto potẽtius eodem quantũ

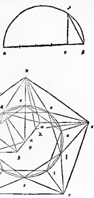


poteſt idem latus decagoni, erit ex cõmuni ſcientia unaquæq; harum hypothenuſarũ æqualis lateri pentagoni. De corauſtis autem iam patuit, quod ipſi ſint æquales lateribus pentagoni. Itaq; cuncta latera horũ decem triangulorũ, aut ſunt latera pentagoni æquilateri ſecũda uice circulo inſcripti, aut illis æqualia, ſunt igitur æquilateri triãguli. Amplius autẽ ſuper centrũ circuli quod eſt pũctum l, erige aliũ cathetũ æqualẽ prioribus qui ſit l m, eiusq; ſuperiorem extremitatẽ quæ eſt m, iunge cum ſingulis extremitatib. priorũ, per quinq; corauſtos, eritq; ex 6 undecimi, hic centralis cathetus, ſingulis cathetorũ angularũ æquidiſtãs, ideoq; ex 33 primi, hi quinq; corauſti erũt ſemidiametro circuli æquales, & ex correlario 5 quarti, quælibet eorum tanq; latus hexagoni. Centrali ergo catheto ex utraq; pte adijciatur linea una æqualis lateri decagoni, ſupra quidẽ adijciatur ei m n, deorſum autẽ ſub circulo adijciatur ſibi à centro circuli p, poſtea demittatur à puncto n, 5 hypothenuſæ ad 5 ſuperiores angulos decem triangulorũ, qui ſunt in circuitu, & à puncto p, aliæ 5 ad alios 5 inferiores. Erunt hæ decem hypothenuſæ æquales adinuicem lateribus inſcripti pentagoni ex penultima primi & 10 huius, quẽadmodũ de alijs decem prius demonſtratũ eſt. Habes ergo corpus 20 baſium triangularium atq; æquilaterarũ cuius cuncta latera ſunt æqualia lateribus pentagoni, eius uero diameter eſt linea n p, horũ autem 20 triangulorũ decem conſiſtunt in circuitu ſupra circulũ, quinq; autẽ conſurgũt ſurſum ad punctũ n concurrentes, atq; quinq; reliqui deorſum emergunt ſuper punctũ p concurrentes. Hoc autem icoſedron corpus a data ſphæra circũſcriptibile eſſe, ſic erit manifeſtũ. Cum linea l m ſit æqualis lateri hexagoni, & m n lateri decagoni æquilaterorũ quos circulus e f g circũſcribit, tota l n erit ex 9 huius diuiſa ſecũdum proportione habentẽ medium & duo extrema in puncto m, & maior portio eius erit linea l m. Diuidatur itaq; l m per æqualia in q, eritq; ex cõmuni ſcientia p q, æqualis q n, nam p l poſita eſt æqualis lateri decagoni, quemadmodũ m n, quare q n eſt medietas n p, quemadmodũ eſt q m medietas m l. Cum ergo quadratũ n q ſit ex 3 huius quintuplum ad quadratũ q m, erit quoq; ex 15 quinti quadratũ p n quintuplũ ad quadratũ l m, eſt enim ex 4 ſecundi quadratũ p m, quadruplũ ad quadratũ q n, quadratũ quoq; l m, quadruplũ ad quadratũ q m ex eadem, quadruplũ autem ad quadruplũ, eſt ut ſimplum ad ſimplũ, teſte 15 quinti, at uero quadratũ a b, quintuplũ eſt ad quadratũ b d ex ſecunda parte correlarij 5 ſexti & ex correlario 17 eiuſdẽ, eſt etiam a b, quintupla ad b c, eo q; a c fuit ad eandẽ quadrupla. Quia ergo l m eſt ex hypotheſi æqualis h d, erit ex cõmuni ſcientia a b æqualis n p. Itaq; ſi ſuper lineã n p ſemicirculus deſcribatur qui tandiu q; locũ primũ repetat circũuoluatur, ſphæra ipſius motu deſcripta, erit a diffinitione ſphærarũ æqualiũ, æqualis ſphæræ propoſitæ. Et quoniã linea l m eſt medio loco ꝓportionalis inter l n & n m, ideoq; inter l n & p l, erit quoq; quælibet ſemidiameter circuli, medio loco ꝓportionalis inter l n & l p. Et cũ l m ſit æqualis ſemidiametro circuli, itaq; ſemicirculus ſuper p n deſcriptus tranſibit per omnia puncta circũferentiæ circuli e f g, ideoq; & per ſingulos angulos ſolidi fabricati, in illa circũferentia conſiſtentes. Et quia eadẽ ratione ſinguli corauſti cõtinuantes extremitates angulariũ cathetorũ cum extremitate centralis, ſunt medio loco ꝓportionales inter p m & m n, eo q; quilibet eorum eſt æqualis l m, ſequitur ut idem ſemicirculus tranſeat etiam per reliquos angulos figuræ icoſedræ futuræ. Eſt igitur corpus hoc inſcriptibile ſphæræ cuius diameter p n, ideoq; & ſphæræ cuius diameter a b. Latus autẽ huius ſolidæ figuræ dico eſſe lineam minorẽ. Conſtat enim q; linea b d eſt rationalis in potentia, cum eius quadratũ ſit ſubquincuplũ ad quadratũ lineæ a b quæ poſita eſt rationalis ſiue in lõgitudine ſiue in potentia tantũ. Itaq; ſemidiameter atq; diameter circuli e f g eſt etiam rationalis in potentia, nam eius ſemidiameter eſt æqualis b d. Igitur ex 11 huius latus pentagoni æquilateri huic circulo inſcripti eſt linea minor: at uero (ſicut in huius demõſtrationis proceſſu patuit) latus huius figuræ eſt quantũ latus pẽtagoni, ergo latus huius figuræ 20 alchaidarum id eſt baſium eſt linea minor, quemadmodum proponitur.





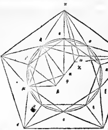
16 Icosahedrum construere, & data sphæra comprehendere, qua & dictas figuras, ostendereq́ue quod ipsius icosahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur minor.

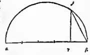


THEON ex Zamb. Exponatur datæ sphæræ diameter α β, seceturq́ue in γ, ut α γ quadrupla sit ipsius γ β, & describatur super α β semicirculus α δ β, & excitetur (per 11 primi) ab ipso γ, ipsi α β ad angulos rectos recta linea γ δ, connectaturq́ue δ β, ponaturq́ue circulus ε ζ η θ κ, cuius quæ ex centro, æqualis esto ipsi δ β, & in ipso ε ζ η θ κ circulo describatur (per 11 quarti) quinquangulū æquilaterū & æquiangulum ε ζ η θ κ. Et secentur ε ζ, ζ η, η θ, θ κ, κ ε, circūferentiæ bifariam in signis λ, μ, ν, ξ, ο, connectanturq́ue λ μ, μ ν, ν ξ, ξ ο, ο λ, λ ο, æquilaterū igitur est quinquangulū λ μ ν ξ ο, & decagoni latus est ε ο recta linea. Constituantur (per 12 undecimi) ab ipsis ε, ζ, η, θ, κ, signis ad ipsius circuli planum ad rectos angulos rectæ lineæ ε π, ζ ρ, η σ, θ τ, κ υ, æquales existentes ei quæ ex centro ipsius ε ζ η θ κ circuli, & connectantur ipsæ π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, υ π, π λ, λ ρ, ρ μ, μ σ, σ ν, ν τ, τ ξ, ξ υ, υ ο, ο π. Et quoniam utraq́ue ipsarū ε π, κ υ, eidem plano ad angulos est rectos, parallelus igitur est (per 6 undecimi) ε π ipsi κ υ, est autem & ei æqualis, æquales autem & parallelos connectentes ad easdem partes rectæ lineæ, æquales & paralleli (per 33 primi) sunt. Igitur π υ ipsi ε κ æqualis & parallelus est, pentagoni autē æquilateri latus est ipsa ε κ, pentagoni ergo æquilateri est & π υ, in ε ζ η θ κ circulo descripti, & iam id propterea, & unaquæq́ue ipsarū π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, pentagoni est æquilateri in circulo ε ζ η θ κ descripti, pentagonū igitur π ρ σ τ υ æquilaterū est. Et quoniā π ε hexagoni est, decagoni autem ε ο, & angulus qui sub π ε ο rectus est, pentagoni igitur est π ο, pentagoni enim latus potest & hexagoni & decagoni in eodem circulo descriptorum latus (per 10 decimitertij) Iam id propterea & ο υ pentagoni latus est, est etiam π υ pentagoni latus. Aequilaterum igitur est π ο υ triangulum. Iam id propterea & unumquodq́ue ipsorum π λ ρ, ρ μ σ, σ ν τ, τ ξ υ, æquilaterū est. Et quoniam ostensum est utranq́ue & π λ & π ο pentagoni esse, est autem & λ ο pentagoni, æquilaterum igitur est π λ ο triangulum. Iam id propterea & unumquodq́ue ipsorum λ ρ μ, μ σ ν, ν τ ξ, ξ υ ο triangulorū, æquilaterū est. Assumatur (per 1 tertij) centrum circuli ε ζ η θ κ, & sit φ signum, & ab ipso φ ad ipsius circuli planum ad rectos angulos (per 12 undecimi) excitetur φ ω, extendaturq́ue ex utraq́ue parte ut φ ψ, & auferatur ipsius quidem hexagoni φ χ, decagoni autem utrunq́ue ipsorum φ ψ, χ ω, & connectantur π ω, π χ, υ ω, υ χ, ε φ, λ φ, λ ψ, ψ μ. Et quoniam utraq́ue ipsarum φ χ, π ε, ad circuli planum ad rectos angulos est, parallelus igitur est φ χ ipsi π ε. Sunt autem æquales & ipsæ igitur ε φ, π χ, æquales & parallelæ sunt. Hexagoni autem est ε φ, hexagoni ergo & π χ. Et quoniam hexagoni quidem est π χ, decagoni uero χ ω, & rectus est qui sub π χ ω angulus, pentagoni igitur est π ω, iam id propterea & υ ω, pentagoni est. Quoniam si connectamus ipsas φ κ, χ υ, æquales & ex opposito erunt. Est autem ipsa φ κ ex centro existens, hexagoni. hexagoni igitur est & ipsa χ υ. Decagoni autem & χ ω, & qui sub υ χ ω rectus est, pentagoni igitur est ipsa υ ω. Est autem & π υ, pentagoni. Igitur triangulum π υ ω æquilaterum est. Iam id propterea & unumquodq́ue reliquorū triangulorū quorum bases sunt π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, rectæ lineæ, fastigium uero ω signum, æquilaterum est. Rursus quoniam hexagoni quidem est ipsa φ λ, decagoni autem ipsa φ ψ, & rectus est qui sub λ φ ψ angulus, pentagoni igitur est λ ψ. Iam id propterea si connectamus ipsam μ φ quæ est hexagoni, * ducetur ipsa μ ψ pentagoni, est autem & λ μ pentagoni, triangulum igitur λ μ ψ æquilaterū est. Similiter iam ostendetur quod unumquodq́ue reliquorum triangulorum quorum bases sunt μ ν, ν ξ, ξ ω, ω λ, fastigium autem ψ signum, æquilaterum est. Constructum igitur est icosahedrum, sub uiginti triangulis æqualia latera habentibus comprehensum. Oportet iam illud quoque data sphæra comprehendere, ac demonstrare quod latus icosahedri est irrationalis ea quæ appellatur minor. Quoniam enim hexagoni est ipsa φ χ, decagoni autem ipsa χ ω, ipsa igitur φ ω extrema & media ratione secatur in χ, & ipsius maius segmentum est φ χ. Est igitur sicut ω φ ad φ χ, sic φ χ ad χ ω; æqualis autem est & φ χ ipsi φ λ, & χ ω ipsi φ ψ, est igitur sicut ω φ ad φ λ, sic φ λ ad φ ψ, & recti sunt anguli, qui sub ω φ λ, λ φ ψ. Si connectamus igitur ipsam λ ω rectam lineam, rectus erit angulus qui sub ψ λ ω, propter ipsorum ψ λ ω, φ λ ω, triangulorum similitudinem. συνάγεται colligitur

Semicirc.

Semicirculus igitur super ψ ω descriptus, ueniet & per λ iam id propterea quoniam est sicut ω φ ad φ χ, sic φ χ ad χ ω, æqualis autem ipsa quidem ω φ ipsi ψ χ, & φ χ ipsi χ π, est igitur sicut ψ χ ad χ π, sic π χ ad χ ω. Ac per hoc rursus si cõnectamus ipsam π ψ, rectus erit qui ad π angulus. Igitur super χ ω descriptus semicirculus, ueniet & per π, & si manente ψ ω, circũductus semicirculus in illud idem unde circũduci cœpit steterit, ueniet & per π, & per reliqua ipsius icosahedri signa, & sphæra comprehensum erit ipsum icosahedrum. Dico quod & datæ. Secetur (per 10 primi) φ χ diuidue in α. Et quoniã recta linea φ ω extrema & media ratione secatur in χ, & minus segmentum illius est ω χ. ipsa igitur ω χ admittens dimidium maioris segmenti χ α, quincuplum potest eius quod ex dimidia maioris segmenti (per 3 huius.) Quincuplũ igitur est quod ex ω α, eius quod ex α χ. Ipsius autem ω α, dupla est ω ψ, ipsius autẽ α χ, dupla est χ φ. Quod igitur ex ω ψ, quincuplum est eius quod ex φ χ. Et quoniã α γ ipsius γ β est quadrupla, quincupla igitur est α β ipsius β γ. Sicut autem α β ad β γ, sic quod ex α β ad id quod ex β δ, quincuplũ igitur est quod ex α β, eius quod ex β δ. Patuit autem quòd quod ex ω ψ, quincuplũ est eius quod ex φ χ. Et δ β æqualis est ipsi φ χ, utraq; enim ipsarum, æqualis est ei quæ ex centro ipsius ι ζ κ θ κ circuli, æqualis igitur est & α β ipsi ψ ω. Et α β est ipsius datæ sphæræ diameter, & ψ ω igitur datæ sphæræ diametro est æqualis. Data igitur sphæra, icosahedrum cõprehensum est. Dico iam quod ipsius icosahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur minor. Quoniã enim rationalis est ipsius sphæræ diameter, & potentia quincuplũ est eius quæ ex centro circuli ι ζ κ θ, rationalis igitur est & ea quæ ex centro circuli ι ζ κ θ. Quare & diameter illius, rationalis est. Si uero in circulo rationalem habente diametrum, quinquangulum æquilaterum descriptum fuerit, latus pentagoni irrationalis est ea quæ appellatur minor (per 11 huius.) Latus autem ipsius ι ζ κ θ κ pentagoni, est quod & icosahedri. Icosahedri ergo latus, irrationale est, minor appellatur. Quod facere & ostendere oportebat.





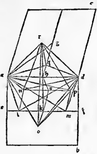
CORRELARIVM. *Ex hoc igitur est manifestum, quod sphæræ diameter potentia quincuplum est eius quæ ex centro circuli à quo icosahedrum describitur, & quod sphæræ diameter componitur & ex sexangul. & ex binis decagoni in eodem circulo descriptorum lateribus.*

Eucli. ex Camp. Propositio 17

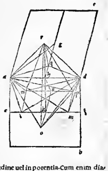
17 Corpus duodecim basium pentagonatarum æquilaterarum atq; æquiangularium ab assignata sphæra circunscriptibile, constituere. Eritq; palàm, latus eiusdem corporis irrationale esse, id quod residuum dicitur.

CAMPANVS. Fiat cubus secundum quod docet 14 huius, circunscriptibilis ab assignata sphæra, sintq; huius cubi duæ superficies a b & a c, imaginemur autẽ nunc, quod a b sit suprema superficies cubi, & a c sit una ex lateralibus, sitq; linea a d, cõmunis istis duabus superficiebus. Diuidantur itaq; in superficie a b duo opposita latera per æqualia, uidelicet, d b & latus ei oppositum, & puncta diuisionis continuẽtur per lineam e f, latus quoq; a d, & illud quod sibi opponitur in superficie a c, diuidantur per æqualia, & puncta diuisionis continuẽtur linea recta cuius medietas sit g h, sitq; punctus h, medius punctus lineæ a d, similiter linea e f diuidatur per æqualia in k, & protrahatur h k. Quamlibet igitur trium linearum e k, k f. & g h, diuide secundum proportionẽ habentem medium & duo extrema in tribus punctis l, m, q, sintq; maiores portiones earum, l k, k m, & g q, quas manifestum est esse æquales, cum totæ lineæ diuisæ sint æquales, uidelicet, quælibet earũ medietati lateris cubi. Deinde a duobus punctis l & m, erige perpendiculares ut docet 11 undecimi, ad superficiem a b, quarũ utranq; ponas æqualem lineæ k l, sintq; l n & m p, similiter à puncto q, erige perpendiculariter q r ad superficiem a c.

elem a c. quam ponas æqualem g q, protrahe itaque lineas a l, a n, a m a p, d m, d p, d l, d n a r, a q, d r, d q. Manifestũ est igitur ex quinta huius, quod duæ lineæ k e & e l potentialiter sunt triplũ ad lineam k l, ideoq etiã ad lineam l n, cũ k l & l n sint æquales. At uero k e, est æqualis e a, igitur duæ lineæ a & e. & e l, sunt potẽtia triplũ ad lineã l n. Quare ex penultima primi a l. est potẽtia tripla ad l n, ideoq per eãdẽ a n, est potentia quadrupla ad l n. Cũq omnis linea sit potẽtia quadrupla ad medietatem sui. sequitur ex cõmuni scientia quod a n sit dupla in lõgitudine ad l n. Et q a l m dupla est ad l k: at k l, & l n, sunt æquales, erit a n æqualis l m, sunt enim earum dimidia, æqualia. Et quia ex 33 primi, l m est æqualis n p, erit a n, æqualis n p. Eodem modo probabis tres lineas p d, d r, & r a esse æquales sibi inuicẽ & duabus prædictis. Habemus itaque ex his 5 lineis, pẽtagonũ æqlaterũ q est a n p d r. Sed fortasse dices ipsum nõ esse pẽtagonũ, qa nec forsan est tot9 in superficie una, quod esset necessariũ ad hoc ut esset pentagonus. Quod ergo sit totus in superficie una, sic habeto. Prodeat equidẽ à puncto k lineæ k f. ppẽdicularis ad supficiẽ a b, quæ sit æqualis l k, eritq ob hoc, æqualis utriq duarũ l n & m p. Cumq ipsa sit æquidistãs utriq earum ex sexta undecimi, ideoq cũ ambabus in eadẽ superficie ex diffinitione linearũ æquidistantium, necesse est ut punctus f sit in linea n p. & quod diuidat eam per duo æqualia. Protrahantur igitur duæ lineæ r h & h f, sunt itaque duo triãguli k f h & q r h super unum angulum uidelicet k h q constituti, & est proportio k h. ad q r. sicut k f ad q h, nã ut g h ad q r sic k h ad q f ex 7 quinti, & ut r q ad q h, sic k f ad q h ex eadẽ, sed g h ad q r, ut q r ad q h, eo q q r est æqualis g q, ergo p 32 sexti linea r h f, est linea una. Quare ex scda undecimi, tot9 pẽtagonus de quo disputamus, est in supficie una. Ipsum quoq dico esse æquiangulũ. Cũ enim e k sit diuisa scdm



proportionem habentem mediũ duoq extrema, & k m sit æqualis maiori portioni eius, erit quoq ex 4 punctis tota e m diuisa secũdũ pportionẽ habẽtẽ mediũ duoq extrema, maior quoq portio eius linea e k, ideoq per 5 duæ lineæ e m & m k (ideoq duæ e m & m p, nãm p est æqualis m k) sunt potẽtia triplũ ad lineã a e. nã a est æqualis e k. Itaque tres lineæ a e, e m, & m p, sunt potẽtia quadruplum ad lineam a e. Constat autem per penultimã primi his assumptã, quod linea a p est potentia æqualis tribus lineis a e, e m, & m p, itaq a p, est potẽtia quadrupla ad lineã a e. Latus uero cubi cum sit duplum ad lineã a e, est potentia quoq quadruplũ ad ipsam ex 4 secundi, igitur ex cõi scientia a p, est lateri cubi æqualis. Cũq a d sit unũ ex lateribus cubi erit a p æqualis a d. Ideoq ex 8 primi angulus a r d, est æqualis angulo a n p. Eodem modo probabis angulum d p n esse æqualem angulo d r a. quia probabis lineã d n esse potentialiter quadruplũ ad medietatem lateris cubi. Cum igitur ex his. pentagonus sit æquilaterus, & habeat tres angulos æquales, ipse erit æquiangulus ex septima præsentis libri. Si itaq hac uia rationẽque consimili, & super unumquodq reliquorum laterũ cubi pentagonũ æquilaterum & æquiangulum fabricemus, perficietur solidũ 12 superficiebus pentagonis æquilateris & æquiangulis contentũ, cubus enim habet 12 latera. Reliquũ autem est demõstrare. solidũ hoc esse à data sphæra circũscriptibile. Protrahantur igitur à linea f k duæ superficies secantes cubum, quarum una secet ipsum super lineam h k, & aliã super lineã k f, eritq ex 4 undecimi, ut cõmunis sectio harũ duarũ superficierũ secet diametrũ cubi, & secetur uiceuersa ab ipsa diametro per æqualia. Sit ergo cõis sectio earum usq ad diametrũ cubi linea k o, ita quod o sit centrum cubi, & ducantur lineæ o a, o n, o p, o d: o r. Constat autem, quod utraque duarum linearum o a & o d est semidiameter cubi, ideoque æquales, de linea autem o k. constat ex 4 undecimi quôd ipsa est æqualis e k, uidelicet medietati lateris cubi. Et quia k f est æqualis k m, erit o f diuisa in puncto k, secundum proportionem habentem mediũ duoq extrema, & maior portio eius erit linea o k quæ est æqualis e k. Itaque per 5 huius erunt duæ lineæ o f & f k (ideoq o f & f p quod s p,(ad quos hæc demonstratio non extenditur) est æqualis k striplum in potentia ad lineam o k,& ideo ad medietatem lateris cubi. Quare per penultimam primi linea o p,est potẽtia tripla ad medietatẽ lateris cubi. Ex correlario aũt 14 huius cõstat,qđ semidiameter sphæræ tripla est in potentia ad medietatem lateris cubi quem circunscribit eadem sphera. Itaque o p,est quanta semidiater sphæræ circunscribentis cubum propositum. Eadem ratione,cunctæ lineæ ductæ à puncto o,ad angulos singulos pẽtagonorũ oĩm super latera cubi descriptorũ ad singulos angulos inquã,qui ꝓprij sũt pẽtagonis,non autem communes eis & superficiebus cubi,quales sunt in pentagono statuto tres anguli n,o,r de istis autem lineis quæ ueniũt à pũcto o ad angulos singulos pentagonorũ qui sunt cõmunes pentagonis & superficiebus cubi, quales sunt in pentagono præsenti duo anguli a & d constat qđ ipsæ sunt æquales semidiametro sphæræ circumscribentis cubum,ipsæ enim sunt semidiametri cubi ex 4. undecimi,at uero semidiameter cubi,est tãquam semidiameter sphæræ ipsum circũscribẽtis quẽadmodũ ex rõne 14 apparet. Igitur oẽs aliæ ductæ a pũcto o ad singulos angulos dodecedri,sũt æquales adinuicẽ & semidiametro sphæræ Semicirculus itaq; super totã diametrũ sphæræ uel cubi lineatus,sic circũducatur,trãsibit per oẽs angulos eius. Quare ꝑ diffinitionẽ ipsum est ab assignata sphæra circũscriptibile. Dico iterũ quod latus huius figuræ est linea irratiõalis, ista uidelicet quæ residuũ dicitur,si diameter sphæræ ipsum circunscribentis fuerit rationalis in longitudine uel in potentia. Cum enim diameter sphæræ sit ex 14 huius tripla in potentia ad latus cubi,erit latus cubi ratiõale in potentia,si diameter sphæræ fuerit rationalis in longitudine uel in potentia. Constat autem ex 11,quod linea r p diuidit lineã a d quæ est latus cubi,secundum proportionẽ habentem medium duoq; extrema,& quod portio eius maior æqualis est lateri pentagoni. Et quia maior eius portio est residuum,ex sexta huius,manifestum est latus figuræ duodecim basium,esse residuũ. Quod demonstrare uolumus.



CAMPANVS. Fabricata sunt igitur per 13 & quatuor eam sequentes, quinque corpora æquilatera atque æquiangula, quorum unumquodque est circunscriptibile ab assignata sphæra. Sunt autem hæc solida, primum quidem quatuor basium triangularium,& dicitur tetraedron. Secundum est sex basium quadratarum & dicitur cubus siue hexaedron. Tertium octo basium triangularium,& dicitur octoedron Quartum autem est solidum icosedron & est uiginti basium triangularium. Quintum uero ex 12 basibus pentagonis cõsistit,diciturq; dodecedron, Hæc autẽ quinq; solida,regularia dicũtur, regularia dicũtur, quoniam ipsa æquiangula sunt atq; æquilatera. & a sphæra atq; abinuicẽ circũscriptibilia. plura uero his quinq;,æquilatera quæ sunt æquiangula esse est impossibile. Ad cõstitutionem cuiuslibet anguli solidi,necesse est ad minus tres supeficiales angulos concurrere. Ex duobus enim solis superficialibus,nequit solidus angulus compleri. Quia ergo tres anguli cuiuslibet hexagoni æquilateri & æquianguli sunt æquales quatuor angulis rectis,at uero heptagoni & cuiuslibet pluriũ laterũ figuræ æquilateræ atq; æquiãgulæ tres anguli sunt maiores quatuor angulis rectis quẽadmodũ ex 32 primi euidenter dicitur,omnis autem angulus solidus quatuor rectis angulis minor est teste 21 undecimi,impossibile est tres angulos hexagoni atque heptagoni & simpliciter omnis plurilateræ figuræ æquilateræ tamen atque æquiangulæ,solidũ angulum constituere Ideo nulla solida figura æquilateta atque æquiangula. potest ex superficiebus hexagonalibus aut plurium laterum constitui. Si enim tres anguli hexagoni æquilateri atq; æquianguli quenq; solidum angulum excedũt quatuor,& plures multo fortius eundẽ excedũt. Tres autem angulos pẽtagoni æquilateri atq; æqanguli minores esse quatuor rectis angulis manifestũ est,& quatuor esse maiores quare ex tribus angulis pẽtagoni,æquilateri atq; æqangull possibile est solidũ angulum cõstitui

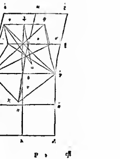
stitui

stitui, ex quatuor aūt aut ex pluribus impossibile ideóque unum duntaxat solidum ex pentagonis æquilateris atque æquiangulis constitutum est illud uidelicet quod dodecedron dicitur, in quo anguli pentagonorum trini & trini solidos angulos perficiunt. Eadem quoque est ratio in quadrilateris figuris æquilateris & æquiangulis, quæ in pentagonis, omnis enim quadrilatera figura si æquilatera æquiangulaque fuerit, ipsa erit quadrata à diffinitione nam omnes eius anguli erunt recti per 32 primi Ex tribus igitur angulis talis superficialis figuræ, possibile est solidum angulum constitui, ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile est: propterea quòd ex talibus figuris superficialibus (quæ cum quadrilateræ sint ipsæ æquilateræ atque æquiangulæ) unicū solidum quod cubum dicimus fabricatum est. Triangulorum autem æquilaterorū sex anguli. sunt æquales quatuor rectis ex 32 primi. pauciores ergo minores. & plures, maiores, igitur ex sex angulis talium trigonorum aut ex pluribus impossibile est angulū solidum fieri. ex quinque & ex quatuor & ex tribus possibile. Cum itaq; tres anguli trigoni æquilateri efficiūt angulum solidum, perficitur ex triangulis æquilateris corpus quatuor basium triangularium atque æquilaterarum. Cum uero quatuor cōsurgūt: corpus octo basium, quod octoedron diximus At uero si quinque triangulorum æquilaterorum anguli. solidum angulum contineant, fiet corpus icosédron uiginti basium triangulariū & æquilaterarū. Quare ergo tot & talia sunt solida regularia, & quare plura his non sint dictum est.

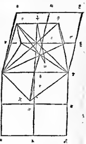
Eucli. ex Zamb. *Problema 5* *Propositio 17*

17 Dodecahedrum construere & data sphæra comprehendere qua & prædictas figuras, ostendereq; quòd dodecahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur apotome.

THEON ex Zamb. *Exponantur prædicti cui bina plana inuicem ad angulos rectos, α β γ δ, γ β ε ζ, seceturq; (per 11 primi) unū quodq; ipsorum laterum α β, β γ, γ δ, δ α, ε ζ, ε β, ζ γ, diuidue in ο, θ, κ, λ, μ, ν, ξ, & cōnectātur ipsæ ν κ, θ λ, sese secantes in signo ο & μ θ, ν ξ se inuicem secantes in signo π, seceturq; unaquæq; ipsarum ν ο, ο ξ, θ π, extrema & media ratiōe in ρ, τ, σ signis, sintque ipsarum maiora segmenta ρ ο, ο σ, τ, π, & cōstituantur (per 12 undecimi) ab ipsis ρ, σ, τ, signis ad ipsius cubi plana ad angulos rectos ad exteriores partes ipsius cubi ipsæ ρ υ, σ φ, τ χ, exponātur que æquales ipsis ρ ο, ο σ, τ π, cōnectanturq; ipsæ υ β, β χ, χ γ, φ υ. Dico quod υ β χ γ φ pentagonum, æquilaterū est, & in uno plano, & insuper æquiangulum. Cōnectātur enim ρ β, σ β, φ β. Et quoniā recta linea ν ο extrema & media ratione secatur in ρ, & maius segmētū est ρ ο quæ igitur ex ν υ, υ ρ, tripla sūt eius quod ex ρ ο, Aequalis autem est ο ν ipsi ν β, & ο ρ ipsi ρ ο. Quæ igitur ex β ν, ρ υ, tripla sūt eius quod ex ρ υ. Eis aūt quæ ex β ν, ν ρ æquū est et id quod ex β ρ, quod igitur ex β ρ, triplum est eius quod ex ρ υ, quare quæ ex β ρ, ρ υ, quadruplum sunt eius quod ex ρ υ. Eis uero quæ ex β ρ, ρ υ, æquum est id quod ex β υ, quod igitur ex β υ quadruplum est eius quod ex ο ρ. Dupla igitur est β υ, ipsius ρ υ. Est aūt & φ υ dupla ipsius υ ρ, quoniā & φ υ dupla ipsius υ ρ, quoniā & σ ρ ipsius ο ρ hoc est ipsius ρ υ dupla est. Aequalis igitur est β υ ipsi υ φ. Similiter iam ostendetur, quod & unaquæq; ipsarum β χ, χ γ, γ φ, utrique ipsarum β υ, υ φ, est æqualis, quinquangulū igitur β υ φ γ χ, æquilaterum est. Dico quod & in uno est plano. Excitetur enim (per 31 primi) ab ipso ο, utriq; ipsarū ρ υ, σ φ, parallelus ad exteriores partes, cubi, ο ψ, & connectātur ψ θ, θ χ. Dico quod ipsa ψ θ χ recta linea est. Quoniā enim θ π, extrema & media ratione secatur in τ & maius segmentum est π τ, est igitur sicut θ π, ad π τ, sic π τ ad τ θ, æqualis autem est θ π ipsi θ ο, & π τ utriq; ipsarum τ χ, ο ψ, est igitur sicut θ ο, ad ο ψ, sic χ τ, ad τ θ, & est parallelus quidē θ ο ipsi τ χ, utraq; enim ipsi β δ plano ad angulos rectos est, & ipsa τ θ parallelus est ipsi ο ψ, utraque enim ipsarum plano ad angulos rectos est. Quando autem bina triangula composita fuerint ad unum angulum (ut sunt ipsa ψ ο θ & θ τ χ,) bina latera binis proportionalia habentia, ut ipsorum eiusdem rationis latera sint parallela, reliquæ rectæ lineæ in rectas lineas erunt (per 32 sexti.) igitur ψ θ, ipsi θ χ in rectā lineam est. Oīs aūt recta linea, in uno est plano. In uno igitur plano est ipsum υ β χ γ φ. quinquāgulū. Dico iā quod & æquiangulū est Quoniam enim recta linea ν ο extrema & media rōne secatur in ρ, & maius segmentū est ο ρ, est igitur sicut utraque ν ο, ο ρ, simul ad ο ν, sic ο ν ad ν ρ Aequalis autem est ο ρ, ipsi ο σ. Est igitur sicut σ ν ad ν ο, sic ν ο ad ο σ. ipsa igitur σ ν, extrema & media ratione secatur in ο, & maius segmentū*



est ρ ο, quæ igitur ex ρ σ, σ ο, tripla sunt eius quod ex ρ ο. Aequalis aũt est ρ ο ipsi ρ ϛ, & σ ο ipsi σ φ, quæ igitur ex ρ σ, σ φ quadrata tripla sunt eius quod ex ρ β, quare quæ ex φ σ, σ ρ, ρ ϛ, quadrupla sunt eius quod ex ρ ϛ. Eis aũt quæ ex σ ρ, ρ β, æquale est (per 47 primi) id quod ex σ ϛ, quæ igitur ex ϛ σ, σ φ, hoc est φ ex ϛ φ (recta enim est qui sub φ σ β angulus) quadruplum est eius quod ex ρ ϛ, dupla igitur est ϛ φ, ipsius β ρ. Est autem & ϛ γ, ipsius ϛ ρ dupla, æqualis igitur est ϛ φ, ipsi ϛ γ. Et quoniam binæ ϛ υ, υ φ, duabus β χ, χ γ, sunt æquales, & basis β φ basi ϛ γ est æqualis, angulus igitur qui sub ϛ υ φ, angulo qui sub ϛ χ γ (per 8 primi) est æqualis. Similiter iam demonstrabimus, quod & angulus qui sub υ φ γ, æqualis est ei qui sub β χ γ. Tres igitur anguli qui sub β χ γ, β υ φ, υ φ γ, inuicem sunt æquales. Si autem quinquanguli æquilateri tres anguli æquales inuicem fuerint, æquiangulum erit (per 7 decimitertij) quinquangulum. Quinquangulum igitur ϛ υ φ χ γ, æquiangulum est. Patuit autem, quod & æquilaterum. Igitur pentagonũ β υ φ γ φ æquilaterum & æquiangulũ est, estq; super ϛ γ uno cubi latere. Si igitur ab unoquoque ipsius cubi duodecim laterum eadem cõstruamus, constituetur figura quædam solida cõprehensa sub duodecim quinquangulis æqualia habentibus latera & angulos æquos. Oportet iam ipsum sphæra data cõprehẽdere, & demonstrare quod dodecahedri latus irratiõalis est ea quæ appellatur apotome. Extendatur ϟ ο, & sit ϟ ω coincidit igitur ϟ ω, ipsi cubi diametro & bifariã se inuicem dispescunt, hoc enim patuit in penultimo undecimi theoremate, secentur in ω. Igitur ω centrum est sphæræ cubum comprehendentis, & dimidia est ϟ ω lateris cubi. Connectantur autem ρ ω. Et quoniam recta linea ρ σ extrema & media ratione secatur in ο, & maius illius segmentum est ρ ο, quæ igitur ex ρ σ, σ ο, tripla sunt eius quod ex ρ ο. Aequalis autem est ρ σ, ipsi ϟ ω, quoniã & ipsa ρ ο, ipsi ο ω est æqualis, & ϟ ο, ipsi ο σ, sed ο σ ipsi ϟ ρ, quoniã & ϛ ο, quæ igitur ex ω ϟ, ϟ υ, tripla sunt eius quod ex ρ ο. Eis aũt quæ ex ω ϟ, ϟ υ, æquum est (per 47 primi) quod ex υ ω. Quod igitur ex υ ω, triplũ est eius quod ex ρ ο. Est aũt & quæ ex centro sphæræ cubũ ipsum cõprehẽdentis potentia triplex dimidij ipsius cubi lateris, antea enim ostẽsum est cubũ construere, ac sphæra cõprehendere, ac demõstrare quod sphæræ dimetiens potentia triplex est lateris cubi (in 15 decimitertij) Si autem tota totius, & dimidia dimidiæ. Et ρ ο, dimidia est lateris cubi. Ipsa igitur υ ω æqualis est ei quæ ex centro sphæræ cubum cõprehendentis. Sphæræ autem cubũ cõprehendentis centrũ est ω. Igitur υ signum, ad superficiem est ipsius sphæræ. Similiter iam ostendemus, quod & unusquisque reliquorum ipsius dodecahedri angulorum, est ad ipsius sphæræ superficiẽ. Igitur dodecahedrum, data sphæra comprehensum est. Dico iam φ ipsius dodecahedri latus irratiõalis est ea quæ appellatur apotome. Quoniam enim ipsa ν ο extrema & media ratione diuisa maius segmentũ est ϛ ο, ipsa aũt ο ξ, extrema & media rõne diuisa maius segmẽtũ est ο σ, tota igitur ν ξ extrema & media ratione diuisa, maius segmẽtũ est ϛ σ. Et quoniam est sicut ο ν ad ο ϛ, & ο ϛ ad ν ϛ, & duplicia (partes enim æque multiplicium eandẽ habẽt rationẽ,) sicut igitur ν ξ, ad ϛ σ, sic ϛ σ ad utranq; ipsarum ν ϛ, σ ξ, simul. Maior autem est ν ξ, ipsa ϛ σ, utraque ipsarum ν ϛ, σ ξ, simul. Igitur ν ξ, extrema & media ratione diuiditur, & maius segmẽtum est ϛ σ. Aequalis aũt est ϛ σ, ipsi υ φ. Ipsa igitur ν ξ, extrema & media ratione diuisa, maius segmentum est υ φ. Et quoniam rationalis est ipsius sphæræ diameter, potentiaq; triplex est ipsius cubi lateris, rationalis igitur est ν ξ, latus cubi existens. Si aũt rationalis linea extrema & media ratione secta fuerit, utrũq; segmentorũ irrationalis est ea quæ appellatur apotome (per 6 decimitertij.) Igitur υ φ, latus existens dodecahedri, irrõnalis est ea quæ apotome appellatur. Quod ostendere oportuit: & fieri postulabatur.

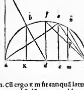


CORRELARIVM. Ex hoc, inquã, est manifestum, quod cubi latere extrema & media ratione diuiso, maius segmentum est dodecahedri latus, quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 Latera quinque corporum præmissorum ab eadem sphæra circũscriptibiliũ, cuius sphæræ sola diametros nobis proposita fuerit, per ipsam propositam diametrum inuenire.

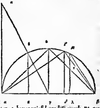
CAMPANVS. Sit a b diameter alicuius sphæræ, nobis proposita, ex qua iubemur latera quinq; præmissorum corporum elicere. Diuidamus igitur hanc diametrũ in c ita quod a c sit dupla ad c b, & per æqualia in d, & lineemus super eam semicirculum a f b, ad cuius circumferentiã protrahantur duæ lineæ perpendiculares ad lineã a b, quæ sint c e & d f, & iungamus e cum a & cum b & f cum b. Manifestum ergo est ex demonstratione quod a e est latus figuræ quatuor basium triangularium & æquilaterarũ, & ex de mon mõstratione 14, quod e b est latus cubi & ex demõstratione 15, quod f b est latus figuræ octo basium triangulariũ & æquilaterarũ. Prodeat itaq; a puncto a, linea a g perpendicularis ad a b & æqualis eidem a b & iungatur g cum d, sitq; h punctus in quo g d secat circũferentiam semicirculi & ducatur h k perpendicularis ad a b. Et quia g a est dupla ad a d, erit ex quarta sexti h k dupla ad k d: sunt enim duo triãguli g a d & h k d æquiãguli ex 32 primi, eo quod angulus a, maioris, est æqualis angulo k minoris, nã uterq; rectus, & angulus d, est cõis utriq;: igitur ex 4 secũdi h k est potentia quadrupla ad k d. ergo ex penultima primi h d, est potẽtia qncupla ad k d. Cũq; d b sit æqualis h d est enim d centrum semicirculi, erit quoq; d b potentia quincupla ad k d. At uero cum tota a b sit dupla ad totã b d quẽadmodũ a c detracta ex primã a b est dupla ad c b detractã ex secũda b d, erit ex 19 quinti h c residua primæ, dupla ad c d residuam secundæ, ideoq; tota b d, est tripla ad d c. Igitur quadratũ b d, est noncuplum ad quadratũ d c. Et quia ipsum erat quincuplũ tantũ ad quadratũ k d, erit ex secũda parte decimæ quinti, quadratum d c minus quadrato k d ideoq; d c, minor k d. Sit g d m æqualis k d, & prodeat m n usq; ad circũferẽtiã, quæ sit perpendicularis ad a b & iungatur n cũ b. Cum igitur d k & d m sunt æquales, erũt (ex diffinitiõe eius quod est aliquas lineas a centro æquidistare) duæ lineæ h k & m n æqualiter distantes a cẽtro; ideoq; æquales adinuicem ex secũda parte 13 tertij & ex secunda parte tertiæ eiusdẽ. Itaq; m n est æqualis m k, nã h k erat æqualis ei. At quia a b dupla est ad h d, & k m dupla est ad d k, & quadratũ b d quincuplum ad quadratum d k erit ex 15 quinti quadratum a b similiter qncuplũ ad quadratũ k m, est enim quadratũ dupli ad quadratũ dupli, sicut quadratũ simpli ad quadratũ simpli. Ex demõstratione aũt 16 manifestũ est, q; diameter sphæræ est potẽtialiter quincupla ad latus hexagoni circuli figuræ 20 basiũ, ergo k m est æqualis lateri hexagoni circuli figuræ 20 basium, nã diameter sphæræ quæ est a b, est potentialiter quincupla tam ad latus hexagoni circuli illius figuræ, quam ad k m. Rursus quoq; ex demonstratione eiusdem manifestum est, quod diameter sphæræ cõstat ex latere hexagoni & duplici lateri decagoni circuli figuræ 20 basium. Cũ ergo k m sit tanquã latus hexagoni, at uero a k sit æqualis m b, nã ipsa sunt residua æqualiũ dẽptis æqualibus, erit m b tanquam latus decagoni, Quia igitur m n est tanquam latus hexagoni, nam ipsa est æqualis k m, erit ex penultima primi & 10 huius, n b tanquã latus pentagoni figuræ circuli 20 basium. Et quia ex demõstratione 16 apparet quod latus pentagoni circuli figuræ 20 basium est latus eiusdem figuræ 20 basium, cõstat lineã n b esse latus istius figuræ. Diuidatur itaq; e b quæ est latus cubi, ab assignata sphæra circũscriptibilis, secundũ proportionẽ habentem mediũ duoq; extrema in pũcto d, sitq; maior portio eius p b. Constat igitur ex demõstratiõe præmissæ, quod p b est latus figuræ 12 basiũ. Inuenta ergo sunt latera 5 præmissorũ corporũ ex diametro sphæræ nobis proposita. est enim a e latus pyramidis 4 basiũ e b latus cubi. f b, latus octoedri. at uero n b latus icosedri linea aut p b, latus dodecedri. Quæ autẽ horũ laterũ sint maiora alijs, sic habetur constat enim, quod a e est maior f b, nã arcus a e, est maior arcu f b. Itẽ f b, est maior e b, & e b maior quam n b, at uero n b, dico enã esse maiorẽ quàm p b. Cũ enim sit a c dupla ad c b, erit ex 4 secũdi quadratũ a c quadruplũ ad quadratũ c b. Cõstat aũt ex scd'a pte correlarij 8 sexti & ex correlario 17 eiusdẽ, q; quadratum a b triplũ est ad quadratũ b c. Sed per 21 sexti quadratũ a b ad quadratũ b e, est sicut quadratũ b e ad quadratũ c b, ex eo quod proportio a b ad b e, est sicut b e ad b c ex secũda parte correlarij 8 sexti. Itaque per 11 quinti quadratũ b e, triplũ est ad quadratũ c b. Et quia quadratũ a c quadruplũ est ad idẽ quadratũ ut ostẽsum est, ut ex prima parte 10 quinti quadratũ a c minus quadrato b e, ideoq; linea a c maior est linea b e, ideoq; a m, multo maior b e. Manifestũ uero ex 9 huius, quod si linea a m diuisa fuerit secundum proportionem habentẽ mediũ duoq; extrema, erit maior portio eius linea k m quæ est æqualis m n. At uero cũ h e diuiditur secundum eandem proportionẽ uidelicet habentẽ mediũ duoq; extrema, maior eius portio est linea p b. Cum itaque a m tota sit maior tota b e, erit m n quæ est æqualis maiori portioni a m, maior quã p b quæ est maior portio b e. Hoc autem mani-



festum est ex 2 decimiquarti quæ sine auxilio alicuius earum quæ sequuntur firma demonstratione solidatur: ergo per 15 primi a fortiori n b, maior est quam p b. Quare patet latera horum 5 corporum præmissorum fere eo ordine quo corpora seinuicem sequuntur: seinuicem excedere. In cubo enim dũtaxat & octoedro habet hic instantias, nam latus octoedri excedit latus cubi, quamuis cubus antecedat octoedron. Cubum autem præmittunt idcirco octoedro, quia eadẽ diuisione diametri, assignatæ sphæræ, latus pyramidis 4 bases triangulas habentis, & latus cubi inuenitur. Est igitur a e latus pyramidis. maius lateribus cæterorum corporũ, post ipsum autẽ, est s b latus octoedri maius sequentium corporũ lateribus. Tertio ordine sequitur in magnitudine e b. latus cubi. Quarto uero loco est n b latus icosedri. Minimũ autem est omniũ p b, latus dodecedri. Eucli. ex Zamb. Problema 6 Propositio 18

18 Latera quinque figurarum exponere, & adinuicem comparare.

THEON ex Zamb. Exponatur datæ sphæræ diameter α β. seceturq; in γ. ut α γ ipsi γ β, sit æqualis, & in δ, ut α δ ipsius δ β dupla sit, & super α β describatur semicirculus α ε β, & ab ipsis γ, δ, ipsi α β, (per 11 primi) ad angulos rectos excitẽtur γ ε, δ ζ, & cõnectãtur α ζ, ζ β, β ε. Et quoniã dupla est α δ ipsius δ β, tripla igitur est α β ipsius δ β: cõuertẽdo igitur (per correlariũ 18 quinti) sesqualtera est β α ipsius α δ. Sicut aũt β α ad α δ, sic quod ex β α ad id quod ex α ζ, æquiangulum enim est α ζ β triangulũ, ipsi α ζ δ triangulo, sesqualterum igitur est quod ex β α, eius quod ex α ζ. *Latus pyramidis* Est autem & ipsius sphæræ diameter, potentia sesqualtera lateris pyramidis, & α β, ipsius sphæræ diameter est: igitur α ζ æqualis est lateri ipsius pyramidis. *Latus cubi.* Rursus quoniam dupla est α δ, ipsius δ β, tripla igitur est α β, ipsius β δ. Sicut autẽ α β ad β δ, sic quod ex α β ad id quod ex ζ β, triplũ igitur est quod ex α β, eius quod ex ζ β, Est autem & ipsius sphæræ diameter, potẽtia tripla lateris ipsius cubi (per 15 decimitertij,) & sphæræ diameter, est α β, igitur β ζ, cubi est latus. *Latus octahedri.* Et quoniã æqualis est α γ ipsi γ β, dupla igitur est α β ipsius γ β. Sicut autẽ α β ad γ β, sic quod ex α β. ad id quod ex β ε. Duplũ igitur est quod ex α β, eius quod ex β ε. Est aũt & ipsius sphæræ diameter, potentia dupla lateris ipsius octahedri, & α β datæ sphæræ diameter est. Igitur β ε, octahedri est lat9. *Latus icosahedri* Excitetur iã (per 11 primi) ab ipso α signo ipsi α β rectæ lineæ ad angulos rectos, α η. Ponaturq; ipsa α η æqualis ipsi α β, & cõnectatur η γ, seceturq; η γ circũferentiã semicirculi in signo θ, & ab ipso θ, in ipsam α β (per 12 primi) perpẽdiculatis excitetur θ κ. Et quoniã dupla est η α, ipsius α γ) æqualis enim est η α ipsi α β) sicut aũt η α ad α γ sic θ κ, ad κ γ, dupla igitur est & θ κ ipsius κ γ. Quadruplũ igitur est quod ex θ κ, eius quod ex κ γ. Quæ igitur ex θ κ, κ γ, quæ idẽ sũt ei quod ex θ γ, quincuplũ est eius quod ex κ γ. Aequalis aũt est θ γ, ipsi γ β, quincuplũ igitur est quod ex β γ, eius quod ex γ κ. Et quoniã dupla est α β, ipsius β γ, quarũ α δ ipsius δ β dupla est, reliqua igitur β δ, reliquæ δ γ est dupla. Tripla igitur est β γ, ipsius γ δ, nonecuplũ igitur est quod ex β γ, eius quod ex γ δ, quincuplum autẽ est quod ex β γ, eius quod ex γ κ, maius igitur est quod ex γ κ, eo quod ex γ δ, maior igitur est γ κ, ipsa γ δ, ponatur (per 2 primi) ipsi γ κ æqualis γ λ, & ab ipso λ ipsi α β ad angulos rectos excitetur λ μ, & cõnectatur μ β. Et quoniã quod ex γ β eius quod ex γ κ quincuplũ est, & ipsius β γ dupla est α β, ipsius aũt γ κ dupla est κ λ, quincuplum igitur est quod ex α β eius quod ex κ λ. Est autem sphæræ diameter potentia quincupla, eius quæ ex centro ipsius circuli à



quo icosahedrũ describitur, estq; α β, ipsius sphæræ diameter, ipsa igitur κ λ ex cẽtro est circuli a quo icosahedrũ describitur. Ipsa igitur κ λ, hexagoni est latus dicti circuli. Et quoniã sphæræ diameter cõponitur ex hexagoni & binis decagoni in dicto circulo descriptorũ lateribus (per correlariũ 16 decimitertij,) estq; ipsa quidẽ α β, ipsius sphæræ diameter, & κ λ hexagoni latus, & æqualis est α κ ipsi λ β, utraq; igitur ipsarũ α κ, λ β, decagoni latus est descripti in circulo à quo icosahedrũ describitur. Et quoniã decagoni quidem λ β, hexagoni autẽ μ λ (æqualis enim est ipsi κ λ, quoniã & ipsi κ θ, æqualiter enim distãt à centro) & utraq; ipsarũ θ κ, κ λ, dupla est ipsius κ γ, quinquanguli igitur est μ β. Quod aũt pentagoni est, & icosahedri. Icosahedri ergo est μ β. *Latus dodecahedri* Et quoniam ζ β est latus cubi, seceetur extrema & media ratione in ν sitq; maius segmẽtũ ν β. Igitur ν β, dodecahedri est latus.

Comparatio 5 laterum Et quoniã ostẽsum est quod ipsius sphæræ diameter potẽtia est sesqualtera ipsius α ζ lateris pyramidis, ipsius autem β ε lateris octahedri potẽtia dupla, ipsius aũt ζ β, cubi potentia tripla: qualiũ igitur sphæræ diameter potẽtia sex taliũ ipsius quidẽ pyramidis latus quatuor, octahedri uero latus triũ, cubi uero duorũ. Latus igitur ipsius pyramidis, lateris octahedri potentia est epitritũ. Cubi aũt lateris, potentia est duplũ. Octahedri aũt latus lateris, cubi potẽtia est hemioliũ. Ipsa quidẽ igitur prædicta triũ figurarũ latera, hoc est pyramidis & octahedri & cubi adinuicẽ, in rõnibus rõnalibus subsistunt. Reliqua uero duo & icosahedri & dodecahedri, neq; adinuicẽ, neq; ad prædicta in rõnibus rõnalibus existunt, irratiõalia sunt etenim, hoc est minor & apotome. Quod autẽ maius est icosahedri latus μ β. dodecahedri latere ν β, sic ostendemus, Quoniã triangulum ζ δ β. ipsi triangulo ζ α β æquiangulum est, proportionaliter est sicut β δ, ad β ζ, sic α ζ ad β α. Et quoniã tres rectæ lineæ proportionales sunt, est igitur sicut prima ad tertiã, sic quod ex

prima

prima ad id quod ex secūda. Est igitur sicut δβ ad βα, sic quod ex δβ ad id quod ex εζ. Conversim igitur sicut αβ ad βδ, sic quod ex ζε ad id quod ex βδ. Tripla autē est αβ, ipsius βδ, triplum igitur quod ex ζβ, eius quod ex βδ. Est autē & quod ex αδ, eius quod ex δβ, quadruplum, dupla enim est αδ, ipsius δβ. Maius igitur est quod ex αδ, eo quod ex ζβ, & maior igitur est αδ, ipsa ζβ, multo igitur maior est αλ, ipsa ζβ. Et ipsa quidē αλ, extrema & media ratione diuisa, maius segmentū est αβ, quoniā ipsa quidē λκ hexagoni est, & κα decagoni, ipsa aūt ζβ extrema & media ratione diuisa maius segmentū est νβ. Maior igitur est κλ, ipsa νβ. Aequalis autē est κλ, ipsi λμ, maior igitur est λμ, ipsa νβ. Ipsa autē λμ, maior est μβ, multo igitur maior est μβ latus existēs icosahedri, ipsa νβ latere existēte ipsius dodecahedri. Quod facere & ostendere oportuit. Alter, quod maior est μβ ipsa νβ. Quoniā enim dupla est αδ ipsius δβ, tripla igitur est αβ ipsius δβ. Sicut autē αβ ad βδ, sic quod ex αβ ad id quod ex βζ, quoniā triangulū ζαβ ipsi ζδβ triāgulo æquangulū est, quod igitur ex αβ, eius quod ex βζ triplū est. Patuit aūt quod ex αβ eius quod est ex κλ, quincuplū. Quinque igitur quæ ex κλ, tribus quæ ex ζβ, sunt æqualia Sed tria quæ ex ζβ, sex quæ ex νβ, sunt maiora. & quinq; igitur quæ ex κλ sex quæ ex νβ sunt maiora. Quare & unū quod ex κλ, uno quod ex νβ maius est. maior igitur est κλ, ipsa νβ, æqualis aūt est κλ, ipsi λμ, maior igitur est & λμ, ipsa νβ, multo igitur maior μβ, ipsa νβ, quod ostēdere oportuit. Quod aūt tria quæ ex ζβ, sex quæ ex νβ sūt maiora, sic ostēdemus. Quoniā enim maior est βν ipsa νζ, quod igitur sub βζ, βν maius est eo quod ex βζ, ζν, quod igitur sub ζβ, βν, una cū eo quod sub βζ, ζν, maius est quā duplū eius quod sub βζ, ζν. Sed quod sub βζ, βν, una cū eo quod sub βζ, ζν, id est quod ex βζ, quod uero sub βζ, ζν, æquū est ei quod ex νβ. extrema nāq; & media rōne secatur ipsa βζ in ν, & quod sub extremis æquū est ei quod à media (per 17 sexti.) Quod igitur ex ζβ, eo quod ex βν maius est quā duplū, unū igitur quod ex ζβ, duobus quæ ex βν maius est, quare & tria quæ ζβ, sex quæ ex βν, sunt maiora Quod ostēdere oportuit. Dico iam quod præter prædictas quinque figuras, non cōstruetur alia figura cōprehēsa sub æqlateris & æqangulis inuicē æqualibus. Sub binis nāq; triāgulis, neq; sub duobus alijs planis, solidus angulus nō cōstruitur. Sub tribus triāgulis, quæ pyramis, sub quatuor, quæ octahedri, sub quinq; quæ icosahedri. Sub sex triāgulis æqlateris & æqangulis ad unū signū cōstitutis, nō erit solidus angulus, existente nāq; æquilateri triāguli angulo duarū partiū recti, erūt sex quatuor rectis æquales. Quod est impossibile. Oīs namq; solidus angulus, sub paucioribus quā quatuor rectis cōprehēditur (per 21 undecimi) Iā id propterea, neque sub pluribus quā sex planis angulis solidus cōstruitur angulus. Sub quadratis tribus, cubi angulus cōprehēditur. Sub quatuor est impossibile, erūt enim rursus quatuor recti. Sub pētagonis æqlateris & æquiangulis tribus, dodecahedri. At sub quatuor, impossibile, existēte nāq; quinquanguli æquilateri anguli angulo recto & quinto, erūt quatuor anguli quatuor rectis maiores, quod est impossibile. Neq; sub polygonis alijs figuris comprehēdetur solidus angulus, quoniā absurdū esset. Igitur præter prædictas quinq; figuras alia figura solida nō cōstruetur sub æqlateris & æqāgulis cōprehēsa, quod erat ostendendū. Quod aūt æqlateri & æquianguli quinquāguli angulus rectus est & quintū, sic ostēdēdū. Sit enim quinquangulū æquilaterū & æquiāgulū αβγδε, & circūscribatur (per 14 quarti decimi) ei circulus αβγδε, & accipiatur (per 1 tertij) illius cētrū, sitq; ζ, cōnectanturq; ζα, ζβ, ζγ, ζδ, ζε. Bifariā igitur secāt ipsius pētagoni angulos ad ipsam α, β, γ, δ, ε, signa. Et quoniā quinq; anguli qui ad ζ, quatuor rectis sunt æquales & sunt æquales, igitur unus ipsorū (sicut qui sub αζβ,) unius recti est, † quasi quintū reliqui igitur qui sub ζαβ, αβζ, unius sunt recti & quintū. Aequalis aūt est qui sub ζαβ ei qui sub ζβγ, totus igitur qui sub αβγ pētagoni angulus, unius recti est & quintū, Quod ostēdere oportuit.

† παρὰ πέμπτον præter quintū, id est quinta parte minor recto.

FINIS.

EVCLIDI MEGARENSI CLARISSIMO PHILOSOPHO MATHEMATICORVMQVE

facile principi deputatus liber de regularium corporū proportione Campano cōmentatore, qui in ordine est decimusquartus.

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 OMnis perpendicularis à centro circuli ducta ad latus pentagoni intra circulū ipsum descripti dimidium, lateris decagoni atque dimidio lateris hexagoni intra circulum eundē descriptorū ambobus dimidijs in longū directūq; cōiunctis æqualis esse probatur. Patet igitur quod perpēdicularis ducta à centro circuli ad latus pētagoni, est æqualis perpendiculari ductæ à centro ad latus triāguli dimidioq; lateris decagoni intra eundem circulum descripti directe coniunctis.

CAMPA. Sit linea a b latus pẽtagoni æquilateri inſcripti circulo cuius centrũ c. & ducatur à centro c. perpendicularis ad lineã a b, quæ per ſecundã partẽ tertiæ tertij diuidet ipſam per æqualia, & arcũ eius etiã per æqualia ex 4 primi & 27 tertij, ſitqꝫ hæc perpẽdicularis linea c d, ſecãs a b in pũcto e, & arcũ eius in pũcto d. Eſt igitur ut diximus linea a e, æqualis lineæ e b, & arcus a d, arcui d b, protrahaturqꝫ linea d b, de qua cõſtat ꝙ ipſa eſt latus decagoni æquilateri ꝓpoſito circulo inſcripti, cũ ipſa ſubtẽdatur medietati quinti totius circũferẽtiæ. Dico itaqꝫ ꝙ linea e c, eſt æqualis medietati lineæ c d & medietati lineæ d b, in longũ directũqꝫ cõiunctis. Cõpleatur quidẽ diameter d c, ſitqꝫ d c g, & ſit e f æqualis e d, & protrahatur b f. eritqꝫ ex 4 primi b f æqualis b d, ideoqꝫ per 5 primi angulus b d f erit æqualis angulo b f d. Cõſtat autẽ ex ultima ſexti, ꝙ angulus g c b, qua duplus eſt ad angulũ b c d, eo quod arcus g b quadruplus eſt ad arcũ b d: at uero angulus g c b per 32 primi duplus eſt ad angulũ b d c. nã ipſe eſt extrinſecus duobus qui ſunt b d c & d b c, at ipſi ſunt æquales ex 5 primi: igitur angulus b d c. duplꝰ eſt ad angulũ b c d, quare angulus quoqꝫ b f d, duplus eſt ad angulũ b c f. Sed angulꝰ b f d, duplus eſt ad angulũ b c f. Sed angulus b f d, eſt æqualis duobus intrinſecis q̃ ſunt b c f & c b f per 32 primi. Itaqꝫ duo anguli b c f & c b f. ſunt æquales, ideoqꝫ per 6 primi c f eſt æqualis b f. ideoque etiam c f. eſt æqualis b d & nam b d & b f, ſunt æquales adinuicem. Quare dimidiũ c d cum dimidio b d. eſt quãtum dimidium c d cum dimidio c f. at uero dimidiũ c d cũ dimidio c f, eſt quãtũ dimidiũ c f bis cũ dimidio f d, dimidiũ autem c f bis. eſt quantum c f. & dimidiũ f d, eſt quãtũ e f. Itaqꝫ e c. eſt quãtũ dimidiũ c d cũ dimidio c b & d b. quod eſt propoſitũ.

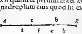
Correlariũ autẽ ſic cõſtat. Manifeſtũ eſt enim ex 3 tredecimi libri quod perpẽdicularis ducta a cẽtro circuli ad latus triãguli ſibi inſcripti eſt æqualis dimidio lineæ ductæ à centro ad circunferẽtiã. Hoc quidẽ ibi demõſtratũ eſt, & quaſi correlariũ cõcluſum. Cum igitur ex hac prima iſtius 14 libri pateat quod perpendicularis ducta à cẽtro circuli ad latus pẽtagoni ſit æqualis dimidio lineæ ductæ à centro ad circũferentiã & dimidio lateris decagoni, ſeqtur ꝙ perpẽdicularis ducta a cẽtro circuli ad latus pẽtagoni ſit æqualis perpẽdiculari ductæ a cẽtro ad latus triãguli dimidioqꝫ lateris decagoni intra eũdẽ circulũ deſcripti. Et hoc eſt ꝙ ex correlario ꝓponitur.

CAMPANI annotatio. Nũc ergo explicãdũ eſt quod ait Ariſtæus in libro intitulato. Expoſitio ſciẽtiæ quinqꝫ corporũ, necnõ & Apollonius in dono ſecũdo in proportionalitate figuræ 12 baſiũ ad figurã 20 baſiũ, dicẽs quod proportio ſuperficierũ figuræ habentis 12 baſes ad ſuperficies figuræ habẽtis 20 baſes eſt tanquã proportio corporis 12 baſiũ ad corpus 20 baſiũ, linea etenim ducta a centro circuli pẽtagoni figuræ 12 baſiũ dodecedri ad circũferẽtiã eius eſt quaſi linea prodiẽs a cẽtro circuli triãguli figuræ uiginti baſium icoſedri ad circũferentiã eius. Hæc ſunt ipſius magni Apollonij uerba. Intelligẽda aũt ſunt de figura 12 & 20 baſiũ ab una eadẽqꝫ ſphæra circũſcriptibiliũ. Eſt enim proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedron, cũ ambo una eadẽqꝫ ſphæra circunſcribit ſicut proportio omnium ſuperficierũ dodecedri pariter acceptarũ, ad oẽs ſuperficies icoſedri pariter acceptas. quẽadmodũ Apollonius præmiſſorũ uerborũ prima parte cõmemorat, quod & 10 huius decimiquarti libri ſolida demõſtratione ſtabilitur. Et eſt circulus circũſcribẽs pẽtagonũ dodecedri æqualis circulo circũſcribẽti trigonũ icoſedri. cum dodecedrõ & icoſedrõ eadẽ ſphæra circunſcribit, quamadmodum ipſe Apollonius ſecunda parte præmiſſorũ uerborum commemorat, quod etiam 5 huius libri demõſtratione firmatur. Præmittẽda ſunt igitur antecedẽtia, ad tantorũ uirorum eloquia, inconcuſſa ueritate corroboranda.

Eucl. ex Camp. propoſitio 2

2 QVicquid accidit uni lineæ diuiſæ ſecũdũ proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema, omni lineæ ſimiliter diuiſæ ꝓbatur accidere.

CAMPANVS Sit utraqꝫ duarũ linearũ a b & d e diuiſa ſcdm proportionẽ habẽtẽ mediũ duoqꝫ extrema, hæc qdẽ in c, illa uero in f ſintqꝫ maiores portiões huius quidẽ a c, illius autẽ d f. Dico itaqꝫ ꝙ ambarũ ad ſui maiores portiones eſt una proportio itẽqꝫ ambarũ ad ſui minores portiones eſt proportio una, at quoqꝫ maiorũ portionum ad maiores una, & ecõtrario & ꝑmutatim & cõiũctim & diſiũctim & euerſim, nihil enim aliud eſt, quicquid, uni earum accidit idẽ quoqꝫ alij accidere, cõſtat enim ex diffinitione tiohe lineæ secundum proportionem medium duoq́ʒ extrema diuisæ & ea parte 16 sexti quod illud quod fit ex a b in b c,est æquale quadrato a c,eodeḿʒ modo quod fit ex d e in e f,est æquale quadrato d f.ideoq́ʒ proportio eius quod fit ex a b in b c,ad quadratum a c est sicut eius quod fit ex d e in e f ad quadratum d f.utraque enim est ꝓportio æqualitatis.Igitur quadruplũ eius quod fit ex a b in b c ad quadratum a c,sicut quadruplum eius quod fit ex d e in e f ad quadratũ d f,quod ex 15 quinti & permutata & æqua proportionalitate manifestũ est.Quare coniunctim quadruplum eius quod fit ex a b in b c cũ quadrato a c,ad quadratũ a c,sicut quadruplũ eius quod fit ex d e,in e f cũ quadrato d f,ad quadratũ d f.Adiũgatur autẽ secundũ rectitudinẽ ad lineam a b,una linea quæ sit æqualis b c,quæ dicatur b g,& ad d e adiungatur æqualis e f,quæ dicatur e h.

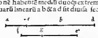


Manifestũ est igitur ex octaua secundi,quod quadruplũ eius quod fit ex a b in b g cum quadrato a e,est æquale quadrato lineæ a g.At uero similiter quadruplũ eius quod fit ex d e in e h cũ quadrato d f,est æquale quadrato d h.At uero ex communi sciẽtia quadruplũ eius ꝙ fit ex a b in b c æquũ est quadruplo eius ꝙ fit ex a b in b g,eoꝙ b c & b g sũt quales,similiter quoq́ʒ quadruplũ eius ꝙ fit ex d e in e f,æquũ est quadruplo eius ꝙ fit ex d e in e h,eo quod e f & e h sunt etiã æquales.Igitur ex prĩa parte 7 quinti & ex 11 quinti quadratũ a g ad quadratũ a c. sicut quadratum d h ad quadratm d f.Quare ex secunda parte 11 sexti,proportio lineæ a g ad lineã a c est sicut lineæ d h ad lineã d f, & coniunctim a g & a c ad a c,sicut d h & d f ad d f.At uero a g cum a c,sunt taquam duplum a b,& d cum d f,tãquam duplum d e.Quare dupla a b ad a c,sicut duplũ d e ad d f & permutatim duplum a b ad duplum d e sicut a c ad d f.Sed duplum a b ad duplum d e,sicut a b ad d e ex 15 quinti.Igitur a b a d d e,sicut a c ad d f.Itaque permutatim & euersim & conuersim & disiunctim & coniunctim.Quod oportebat ostendere.

Eucl.ex Camp. Propositio 5

3 Diuiso latere hexagoni secundum proportionem habentem mediũ duoq́ʒ extrema,maior eius portio erit latus decagoni circunscripti à circulo ipsum hexagonum circunscribente.

CAMPANVS Sit linea a b latus hexagoni alicuius circuli diuisa secundũ proportionẽ habente mediũ duoq́ʒ extrema in puncto c,sitq́ʒ maior proportio eius b c.Dico qđ cuiuscũq́ʒ circuli a b est latus hexagõi,eiusdẽ,b c erit lats decagoni Adiũgatur enim ad lineã a b,linea d b,quæ sit latus decagoni illius circuli cuius a b est latus hexagoni,erit que ex 9 tredecimi,linea a d diuisa secundũ ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoq́ʒ extrema & maior portio eius erit linea b. Cũ igitur utraq́ʒ duarũ linearũ a b & a d sit diuisa secũdum proportionẽ babentẽ medium duoq́ʒ extrema.igitur erit per præmissam ambarum ipsarũ ad sui maiores portiones una proportio. Itaq́ʒ d a ad a b quæ est eius maior portio,sicut a h ad b

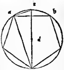


c quæ est etiam eius maior portio,sed d a ad a b,sicut a b ad b d ex diffinitiõe lineæ diuisæ secundũ proportionẽ habentem mediũ duoq́ʒ extrema.& maior portio eius igitur ex undecima quinti a b ad b d,sicut a b ad b c.Quare per secundã partẽ 9 quinti b d & b c.sunt æquales.Cũ ergo d b sit latus decagoni.erit quoq́ʒ ex cõmuni scientia b c latus decagoni, Vel aliter.Ad lineã a b adiũgatur b d æqualis b c,eritq́ʒ ex 4 tredecimi tota a d diuisa secundũ proportionem habẽtẽ mediũ duoq́ʒ extrema,& maior portio eius linea a b.Itaq́ʒ per cõuersam 9 tredecimi quã cõtinue post ipsam demõstrauimus circuli linea a b est latus hexagoni,eiusdẽ linea b d (ideoq́ʒ linea b c sibi æqualis) est latus decagoni, Possumus iterũ idem alia uia (si libet) demõstrare.Sit enim e f æqualis a b,quæ etiã diuidatur in g secundũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq́ʒ extrema.& sit maior portio,eius linea f g Cõstat igitur ex præmissa ꝙ queadmodũ a b est æqualis e f.sic a c est æqualis e g,& c b æqualis g f. Cũq́ʒ fuerit b d adiũcta ad a b latus decagõi illius circuli cuius a b est latus hexagoni,erit (sicut prius dictũ est) ex 9 tredecimi tota a d diuisa scđm ꝓportionẽ habẽtẽ mediũ duoq́ʒ extrema,& maior eius portio erit linea a b. Itaq́ʒ ꝑ præmissã a b ad b d,sicut f g ad g e,quare ꝑ primã partẽ 15 sexti ꝙ fit ex a b in g e,æquum est,ei quod fit ex b d in f g.Cũq́ʒ a b sit æqualis e f,& erit quod fit ex e f in g e æquum ei quod fit ex b d in f g. Sed quod fit ex e f, in g e, æquum est quadrato f ex diffinitione lineæ diuisæ secundũ proportionem habentem medium duoq́ꝫ extrema, & ex prima parte 16 sexti, igitur ꝙ fit ex b p in f g est æquale quadrato f g, ideoq́ꝫ ex pria sexti linea b d, æqualis f g. Et quia f g est æqualis c b, erit quoq́ꝫ c b æqualis b d, & latus decagoni. Quod oportebat ostendere.

Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 **Quadratum lateris pẽtagoni intra circulum descripti. quadratũq́ꝫ lineæ quæ illius pentagoni angulò subtenditur, ambo hæc quadrata pariter accepta, quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio,**

CAMPANVS Sit in circulo a b c cuius centrum d, inscriptus unus pentagonus æquilaterus cuius unũ latus sit a b, & protrahatur diameter c d e. diuidens lineã a b & eius arcũ per æqualia. Est igitur arcus a e medietas quintæ partis circunferentiæ illius circuli. quare arcus a c est duæ quintæ totius circunferentiæ. Protrahantur itaque duæ lineæ a e & a c, eritque a e latus decagoni æquilateri. eo quod eius arcus est medietas quintæ partis circunferentiæ, linea uero a c, erit quæ subtẽditur uni ex angulis pentagoni prædicti, eo quod arcus a c est duæ quintæ partes circunferentiæ circuli. Dico itaque quod quadrata duarum linearum a b & a c pariter accepta, quincuplum sunt ad quadratum lineæ d e. Est enim ex 4 secũdi quadratum lineæ c e, quadruplũ ad quadratum lineæ d e. Cum aũt angulus c a e sit rectus ex prima parte 30 tertij, erũtque ex penultima primi quadrata duarũ linearũ c a & a e quadruplum ad quadratũ d e. igitur quadrata trium linearũ c a & a e & d e, quincuplum sunt ad quadratũ lineæ d e. Et quia ex 10 tredecimi quadratum a b est æquale quadratis duarũ linearũ a e & d e, sequitur ut quadrata duarũ linearũ a b & c a sint quincuplum ad quadratũ d e, quod est propositum.



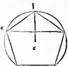
CORRELARIVM. Manifestum est ergo quod quadratum lateris cubi atque quadratum lateris figuræ duodecim basium, cũ cubum & figurã duodecim basiũ eadem sphæra circunscribit, ambo quadrata pariter accepta quincuplum sunt quadrati medietatis diametri circuli qui circunscribit pentagonum eiusdem figuræ duodecim basium.

Istud correlarium uere manifestum est, constat enim ex demõstratione 17 tredecimi quod latus cubi subtenditur angulo pẽtagoni dodecedri, cum cubum & dodecedron una eademq́ꝫ sphæra circunscribit, itaque per hanc 4 sine obice constat correlarium.

Eucli. ex Camp. Propositio 5

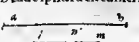
5 **Pentagonus figuræ duodecim basium, trianguluśq́ꝫ figuræ uiginti basium, quos eadem sphæra circunscribit, uno eodemq́ꝫ circulo circunscribuntur.**

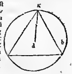
CAMPANVS. Sit sphæra cuius diameter a b, circunscribens duas solidas figuras, uidelicet dodecedron cuius unus ex duodecim pentagonis sit c, & icosedron cuius unus ex 20 triangulis sit d, pẽtagono autem c & trigono d, super duo centra d & c. circunscribantur duo circuli, huic quidem f c ex 14 quarti, illi uero f d, ex 5 eiusdem. Dico itaque ꝙ hi duo circuli sphæræ propositæ, quorum alter circunscribit pentagonũ c, alter uero trigonũ d. sunt æquales. Signentur enim duo latera pentagoni c, unũ ex suis angulis continentia, literis e f & f g & protrahantur, linea e g quæ subtendat angulũ f & semidiameter circuli quæ sit c f. Vnum quoque ex lateribus trigoni d, signetur literis k h. & protrahatur semidiameter sui circuli quæ sit d k. Dehinc sumatur linea l m, ad quã sit linea a b quæ est diameter sphæræ assignatæ. quincupla in potentia quæ quidem l m diuidatur in n secundum proportionẽ habentem me



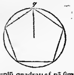
dium

dium duoq; extrema.sitq; maior portio eius linea l n.& secūdū quantitatē totius l m lineetur circulus p q.Itaq; semidiameter circuli p q.erit æqualis lineæ l m.eritq; ex correlario 15 quarti,linea l m.tāquā latus hexagoni æquilateri circulo p q inscripti,ideoq; per tertiā huius,linea l n.erit tāquā latus decagoni æquilateri eidē circulo inscripti. Igitur ex 11 quarti inscribatur pētagonus æquilaterus circulo p q.cuius unū latus sit p q. eritq; ex 10 tredecimi libri quadratū lineæ p q,æquale quadratis duarū linearū l m & l n pariter acceptis. Cōstat autē ex demōstratiōe 15 tredecimi,quod n k est æqualis p,q ergo quadratū h k,est æquale quadratis duarū linearū l m & l n pariter acceptis. At uero ex demōstratione 17 tredecimi,manifestū est q e g latus cubi ab eadē sphæra circunscriptibilis.quare per correlariū 14 tredecimi a b quæ est diameter sphæræ,potentialiter est tripla a d e g quæ est latus cubi.





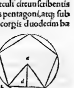
Si autē e g diuidatur secūdū pportionē habētē mediū duomque extrema,patet ex demōstratione tredecimi quod e f est tāquā maior portio eius,igitur ex secunda huius,e g ad l m. sicut e f ad l n,nā ut tota ad totā,sic maior portio ad maiorē. Itaque per 22 sexti quadratū e g ad quadratū l m,sicut quadratū e f ad quadratū l n quare p 15 qnti,quadrata duarū linearū e g & e f piter accepta,ad quadrata duarū linearū l m & l n,pīter accepta,sicut quadratū e g ad quadratū l m. Ergo per 15 quinti & permutatā proportiōalitatē,& æquā,triplū duorum quadratorū duarū linearū e g & e f pariter acceptorum ad quadrata duarū linearū l m & l n,pariter accepta.sicut triplū quadrati e g ad quadratū l m. Triplū aūt quadrati e g,est tanquā quadratū a b ex correlario 14 tredecimi,at quadratum a b,est per hypothesin quincuplū ad quadratū l m,ergo triplum quadrati e g,quincuplū quoq; est quadrati l m. Quareetiā triplū quadratorū duarū linearū e g & e f pariter acceptorum,est quincuplū ad quadrata duarū linearum l m & l n pariter accepta. Et quia probatū est quod quadratum h k est æquale e quadratis duarum linearum l m & l n pariter acceptis,sequitur ex cōi scientia ut triplū quadratorum e g & e f sit quincuplū ad quadratum h k.cōstat autē ex 3 tredecimi,quod quincuplum quadrati h k est quindecuplū ad quadratū d k,nā simplum est triplū. Et ex quarta huius cōstat,quod triplū quadratorū e g & e f,est quindecuplū quadrati c f,nā simplum est quincuplum. Itaq; quindecuplū quadrati c f est æquale quindecuplo quadrati d k,ideoq; per 15 quinti quadratum c f,est æquale quadrato d k,quare etiā linea c f, est æqualis lineæ d k. Ergo ex diffinitiōe circulorū æqualium,circulus circunscribēs pētagonum c,est æqualis circulo circūscribenti trigonum,nā semidiametri horum circulorum sunt æquales,uidelicet c f & d k quod erat ex principio demonstrandum.



Eucli.ex Camp. Propositio 5

QVadratum quoq; quod est triangulum alias trigincuplum tetragoni qui sub perpēdiculari ducta à centro circuli circunscribentis pentagonū figuræ duodecim basiū ad latus pentagoni,atq; sub latere ipsius pentagoni cōtinetur,oībus superficiebus corpis duodecim basiū piter acceptis esse æquale ex necessitate cōuincit.

CAMP. Sit pētagonus a una ex 12 basib9 figuræ dodecedri, & unū ex eius lateribus sit b c,sibiq; ex 14 quarti circūscribatur circulus supra cētrū a & ptrahātur lineæ a b & a c & a d ppēdicularis ad b c. Dico ergo q trigincuplū eius q fit ex a d in b c,est æquale oībus supficiebus dodecedri piter accepte. Cōstat enim pētagonū d esse diuisibilē in qnq; triāgulos æquales triāgulo a b c ex 8 primi. Itaq; oēs 12 pētagoni dodecedri (cū oēs sint æquales & similes pētagono a) diuisibiles sunt in 60 triāgulos,quorū qsq; p 8 primi est æqualis triāgulo a b c. Quod aūt fit ex a d in b c est duplū per 41 primi,ad triāgulū a b c. Ergo trigincuplum



plum eius quod fit ex a d in b c, est sexagincuplum ad triangulum a b c, nam ut simpli sic duplum ad duplum. Cum itaque omnes dodecedri superficies pariter acceptæ sint etiam sexagincuplum ad triangulum a b c, sequitur ut trigincuplum eius quod fit ex a d in b c, sit æquale omnibus superficiebus dodecedri pariter acceptis. Quod est propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 QVadratum quoque quod est triangulum, alias trigincuplum tetragoni qui sub perpendiculari ducta à centro circuli ad latus sibi inscripti trianguli figuræ uiginti basium, atque sub ipso latere trianguli continetur, æquale est omnibus superficiebus figuræ uiginti basiũ pariter acceptis.

CAMPANVS. Esto enim hic trigonus e, una ex 20 basibus figuræ icosedri, & unũ ex eius lateribus sit f g, sibiq́; ex 5 quarti circunscribatur circulus super centrum e, & protrahantur lineæ e f, e g, & e b perpendicularis ad f g. Dico igitur quod trigincuplum eius quod fit ex e h in f g, est æquale omnibus icosedri pariter acceptis. Constat enim trigonum esse diuisibilẽ in tres trigonos quorum quilibet per octauam primi, est æqualis trigono e f g. Itaque omnes 20 trigoni icosedri pariter accepti, (cum cuncti sint æquales & similes trigono e) sunt tã quam sexagincuplum trigoni e f g. Et quia per 41 primi ꝙ fit ex e h in f g est duplum trigoni e f g, ideo que trigincuplũ huius est æquale sexagincuplo illius, sequitur ut trigincuplum e b in e f sit æquale omnibus superficiebus icosedri pariter acceptis. Quod erat demonstrandum.

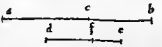
CORRELARIVM. Manifestum igitur est, quod proportio superficierum figuræ duodecim basium in aliqua sphæra contentæ ad superficies figuræ uiginti basium in eadẽ sphæra conclusæ, est tanquã proportio tetragoni contenti sub latere pentagoni ipsius figuræ duodecim basium & sub perpendiculari ducta à centro sui circuli ad ipsum latus pentagoni ad tetragonum contentum sub latere trianguli ipsius figuræ uiginti basium & perpendiculari ducta à centro sui circuli ad ipsum latus trianguli corporis uiginti alchaidarum. Quod per illud correlarium concluditur uerum esse, siue figura duodecim basium & figura uiginti basium sint ab eadem sphæra circunscriptibiles ut proponitur, siue etiam fuerint circunscriptibiles à diuersis sphæris, proponitur autem prout hæ figuræ sunt circunscriptibiles ab eadem sphæra, quoniã hoc modo ualet & sufficit ad propositum. Eius ergo communis ueritas sic patet. Constat enim ex 6 huius quod trigincuplum a d in b c, æquũ est omnibus dodecedri pariter acceptis cuius pentagonus a est una ex 12 superficiebus. Et ex hac 7 constat similiter qđ trigincuplũ e h in f g, æquũ est oĩbus superficiebus icosedri pariter acceptis, cuius trigonus e est una ex 20 basibus siue illud dodecedron & istud icosedron eadem sphæra circunscribat, siue diuerse, itaque proportio trigincupli a d in b c ad omnes superficies illius dodecedri pariter acceptas, est sicut trigincupli e b in f g ad omnes superficies icosedri pariter acceptas, utrobiq́; enim est proportio æqualitatis. Quare permutatim trigincuplum a d in b c ad trigincuplũ e h in f g, sicut oẽs illius dodecedri ad omnes superficies huius icosedri, & per 15 quinti trigincupli ad trigincuplum, est sicut simpli ad simplum. Constat igitur per 11 quinti quod proportio omnium superficierum illius dodecedri ad omnes sup̃ficies huius icosedri, est eius quod fit ex a d in b c, ad id quod fit ex e h in f g. Et hoc est quod ex correlario proponitur.

8 Eucli. ex Camp. Propositio 8

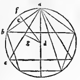
PRoportio cunctarum superficierum corporis duodecim basium pariter acceptarum ad cunctas superficies corporis uiginti basiũ pariter acceptas, quæ ab una sphæra ambo circunscribuntur, est tanquam proportio lateris cubi quem circunscribit eadem sphæra, ad latus trianguli ipsius corporis uiginti basium.

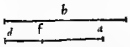
CAMP.

CAMPANVS. Vt ab huius octauæ demonstrationis 14 libri processu ambiguitas omnis abscedat, istud præscire oportet. Quod si aliqua linea secundum proportionẽ habẽtem medium duoq́ extrema fuerit diuisa, & ex medietate eius tanquã dimidium suæ maioris portionis detrahatur, ipsa quoq́ medietas secundum proportionem habentem medium duoq́ extrema diuisa erit, & eius maior portio est tanquã dimidium maioris suæ duplæ. Verbi gratia. Sit a b diuisa secũdum proportionem habentem medium duoq́ extrema, in c, & maior eius portio sit a c, & sit d e tanquam dimidium a b, & d f tanquam dimidium a c. Dico ergo quod d e diuisa est in f secũdum proportionẽ habentem medium duoq́ extrema, & maior portio eius est d f, constat enim ex 15 quinti quod proportio a b ad a c, est sicut d e ad d f, uidelicet, duplum ad duplum tanquã simplum ad simplum. Quare permutatim a b ad d e, sicut a c ad d f, igitur per 19 quinti c b ad f e, sicut a b ad d e. Estq́ c b, dupla ad f e, sic enim est a b ad d e. Cum igitur tota a b sit dupla ad totã d e, & singulæ partes a b ad singulas partes d e, erit ex 15 quinti & prima eiusdem & diffinitione lineæ diuisæ secundũ proportionẽ habentẽ medium duoq́ extrema, linea de diuisa in f, quemadmodũ proponitur.



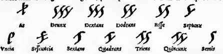
Nunc igitur demonstrationi eius quod propositũ insistamus. Ad cuius exemplum sit a b c circulus cuius centrum d, circũscribens pentagonum dodecedri & trigonum icosedri, quæ ambo pariter eadem sphæra circumscribit & concludit, nam ex 3 huius manifestum est, quod idem circulus huius pentagonũ & illius trigonum circũscribit. Sit autem linea a b, latus pentagoni, & linea a c, trigoni, sitq́ linea h, tanquã latus cubi ab eadem sphæra circũscripti. Dico itaq́ quod proportio omnium superficierũ dodecedri pariter acceptarũ ad omnes superficies icosedri pariter acceptas, est sicut linea h ad lineam a c. producatur quidem a centro d, perpendicularis ad a b, quæ transeat usq́ ad circũferentiam, secans a b in puncto e, & arcum eius in puncto f, hanc autẽ perpendicularẽ constat diuidere per æqualia tam lineam a b quam eius arcum, chordã quidem a b per secundã partem 3 tertij, arcum uero eius per 4 primi & 27 tertij. Est igitur arcus f a decima pars circũferentiæ. Subtendatur itaq́ sibi chorda a f, quæ erit latus decagoni æquilateri eiusdem circuli erit igitur ex 9 tredecimi linea constans ex d f, f a, diuisa secundum proportionem habẽtem medium duoq́ extrema, & maior portio eius erit linea d f. At uero ex prima huius, d e, est æqualis dimidio d f, dimidioq́ f a in longum directumq́ cõiunctis. Sit igitur d g perpẽdicularis ad a c, eritq́ ex correlario 3 tredecimi, g d, tanquã dimidium d f. Itaq́ si a linea d e quæ est tanquã dimidium d f a, cum d f & f a sit linea una, detrahatur æqualis d g quæ est tanquam dimidium d f erit per illud quod ante hoc probatum est, linea d e diuisa secundum proportionem habentem medium duoq́ extrema, & maior portio erit tanquam g d. Ex demõstratione autem 17 tredecimi constat, quod si linea h quæ est latus cubi diuidatur secundum proportionem habentem medium duoq́ extrema, maior portio eius erit tanquam a b quæ est latus pentagoni figuræ 12 basium. Itaque per 2 huius, proportio h ad a b, est sicut d e ad g d, quare per primam partem 15 sexti, quod prouenit ex h in g d, æquum est ei quod fit ex a b in d e. Ex correlario autem præmissæ manifestum est, quod proportio omnium superficierũ dodecedri cuius latus a b pariter acceptarũ ad omnes superficies icosedri, cuius latus a c, pariter acceptas, est sicut eius quod fit ex a b in d e, ad illud q̃d fit ex a c in g d. Igitur ex prima parte 7 quinti & 11 eiusdẽ, proportio eius quod prouenit ex h in g d, ad illud quod prouenit ex a c in g d, est sicut omnium superficierum illius dodecedri ad omnes huius icosedri. At uero eius quod prouenit ex h in g d, ad illud quod prouenit ex a c in g d, est per 1 sexti, sicut h ad a c Itaq́ per 11 quinti proportio omnium superficierũ illius dodecedri ad omnes huius icosedri, est sicut h ad a c, quod est propositũ. Hoc ipsum aliter probare poterimus, si ad ipsum huius antecedens necessarium præmiserimus, quod est.



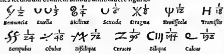


Si circulo cuilibet pentagonus æquilaterus inscribatur, rectangulum quod sub dodrante diametri ipsius circuli & sub dextante ipsius lineæ angulum ipſius pentagoni ſubtendentis continetur, eidem pentagono æquũ eſſe ex neceſſitate oportet.

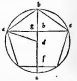
Maiores noſtri unũquodq; integrum in 12 partes æquales intellectu & ratione diuiſerunt, omnesq; eas ſimul hoc eſt ipſum totum, aſſem uocauerunt, undecim uero earũ dixerũt deuncem: decem autem, dextantem, nouem, dodrantem, octo uero, biſſe, at ſeptem, ſeptantem uel ſeptuncem, ſex autẽ ſemis, quinq;, quincuncẽ, quatuor, trientem: tres autem, quadrantẽ, duas uero ſextantem, unam autem appellauerũt unciam, easq; per ordinẽ talibus deſignauere figuris, quæ ſæpiſſime inueniũtur in antiquis libris.



Vnciam quoq; quam duodecimã partem aſſis fore diximus, in alias rurſus 12 fractiones, ſed alia uia diuiſerunt, nam medietatem unciæ, dixerunt ſemiunciam, ternam uero duellam, quartam ſicilicum, ſextam ſexculam, octauam dragmam, duodecimã ſemiſſiclam, decimamoctauã tremiſſem, uigeſimamquartã ſcrupulum, quadrageſimãoctauã obulum, ſeptuageſimãſecundam biſſiliquã nonageſimãſextam, ceracem. Vltimam uero quæ eſt centeſima quadrageſimaquarta pars ipſius unciæ, ſiliquam nominauerũt. His autem 12 fractionibus unciæ poſteriores adiunxere calcum, eſt autem calcus centeſima nonageſimaſecunda pars unciæ. Cuius additionis cauſa fuit, ut uſque ad minimũ extremũ diateſſeron & diapente ſymphoniarũ tonorum ſemitonorumq; interuallis diſtinctarum, harum fractionum denominatio conſcenderet uel contenderet. & ipſas omnes ſecundum ordinem talibus annotauere figuris.

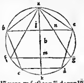


Eius ergo quod dicitur, ſenſus eſt. Quod ſi in aliquo circulo pentagonus æquilaterus inſcribatur, illud quod fit ex tribus quartis diametri circuli in quinq; ſextas lineæ ſubtẽdentis unum ex angulis inſcripti pentagoni, æquale eſt pentagono. Verbi gratia. Sit circulus a b c ſicut centrum d, eiq; ex 11 quarti inſcribatur pentagonus æquilaterus, cuius duo latera unũ ex ſuis angulis continẽtia ſint a b & b c, & angulo b ſubtendatur linea a c, & protrahatur diameter b d e ſecans lineam a c per æqualia in pũcto g, ſitq; d f medietas d e, & g h dupla ad h c, eritq; b f dodrans diametri, eſt enim tres quartæ ipſius, & a h erit dextans uel ſextãs a c, eſt enim 5 ſextæ eius, protrahatur autẽ linea a d: dico q illud quod prouenit ex b f in a h, eſt æquale pentagono inſcripto circulo. Cum enĩ a g ſit perpendicularis ad b d, erit ex 41 primi & illud quod prouenit ex b d in a g, duplum ad triangulũ a b d, ideoq; quod prouenit ex b f in a g, triplum erit ad eundem triangulũ, & quod prouenit ex b f in h g, duplum, & ex b f in totam a h, quincuplum. Cum itaq; totus pentagonus quintuplus ſit ad eundẽ triangulũ, conſtat q iſtud quod fit ex b f in a h, eſt æquale pentagono. Et illud erat demõſtrandum.



Quod igitur ex principio propoſitum eſt, nunc alia uia (ſicut promiſimus) demonſtremus. Sint itaq; circulo cuius centrũ h, inſcripti, pentagonus figuræ 12 baſium & trigonus figuræ 20 baſium, quas eadem ſphæra circũſcribit. Conſtat enim ex 5 huius, quod huius dodecedri pentagonus, & illius icoſedri trigonus, ab eodem circulo circũducentur, ſitq; pentagonus a b c d e, & trigonus a f g, & angulo a pentagoni ſubtendatur linea b e, quæ ex

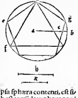
demonſtrademõstratione 17 tredecimi erit latus cubi quem eadem sphæra cõcludit, protrahatur itaq; diameter a h k, secans orthogonaliter & per æqualia utranq; duarũ linearũ b e & f g, hanc quidem in puncto l, illam uero in puncto m. Dico ergo ꝙ proportio omnium superficierũ dodecedri ad omnes icosedri, quorũ pentagonus & trigonus proposito circulo sunt inscripti, est sicut lineæ b e, quæ est latus cubi ab eadem sphæra conclusi, ad lineam f g quæ est latus trigoni icosedri. Constat enim ex correlario 8 tredecimi, ꝙ linea h m est dimidiũ lineæ a h, ideoq; a n erit dodrans diametri a k, est enĩ eius tres quartæ. Sit ergo l n dupla ad n e, eritq; b n dextans b e, est enim quinq; eius sextæ. Itaq; per præmissum antecedens, quod prouenit ex a m in b n, erit æquale pentagono a b c d e, q̃d autẽ prouenit ex a m in m f, est æquale triangulo a f g. Igitur ex 1 sexti, proportio pẽtagoni ad trigonũ, est sicut b n ad m f, quare duo decupli illius pentagoni ad uigincuplũ istius trigoni, sicut duodecupli lineæ b n ad uigincuplũ lineæ m f, quod ex 15 quinti & æqua proportionalitate manifestum est. Duodecuplũ autem b n, est tanq; decuplũ b e, nam 12 dextantes, coæquãt 10 asses, hoc est 10 tota: uigincuplũ uero m f, est tanq; decuplũ f g, nam f g est dupla ad m f. Igitur duodecupli istius pentagoni ad uigincuplũ istius trigoni, est sicut decupli b e ad decuplum f g. Et quia duodecuplũ illius pentagoni est omnes superficies dodecedri, uigincuplũ autem huius trigoni est omẽs superficies icosedri, & quia per 15 quinti decupli b e ad decuplũ f g, sicut b e simplæ ad f g simplam, erit per 11 quinti, proportio omniũ superficierũ dodecedri pariter acceptarũ ad omnes superficies icosedri pariter acceptas, sicut b e ad f g. Et hoc est quod oportuit nos demõstrare.



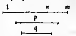
Eucl. ex Camp. Propositio 9

9 **Diuisa qualibet linea secundum proportionẽ habentem medium duoq; extrema, erit proportio lineæ potentis supra totam lineã eiusq; maiorem portionẽ ad lineam potentem supra totam eiusdemq; minorem portionẽ, tanq; proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis uiginti basium una cum cubo ipso in eadem sphæra contenti.**

CAMPANVS. Sit linea a b diuisa secũdum proportionẽ habẽtem medium duoq; extrema, & maior portio sit linea a c, & super centrũ a secundũ quantitatẽ lineæ a b describatur circulus d b e, eiq; inscribatur ex 11 quarti pentagonus æquilaterus cuius unũ latus sit d e, & ex secũda eiusdem triangulus æquilaterus cuius unũ latus sit d f, & uni ex angulis pentagoni qui sit d, subtendatur linea e g. Constat igitur ex 3 huius, ꝙ sphæra circũscribẽs dodecedron cuius pentagoni latus est d e, circũscribit simul icosedron cuius triãguli latus est d f, & ex demõstratione 17 tredecimi manifestũ est, ꝙ eadem sphæra circũscribit cubum cuius latus est e g. Sumatur ergo linea h potens super totam a b & eius maiorem portionẽ a c, & sumatur k potẽs super totam a b & minorẽ eius portionẽ b c. Dico itaq; ꝙ proportio e g ad d f, hoc est lateris cubi ad latus triãguli icosedri una cum ipso cubo ab ipsa sphæra contenti, est sicut h ad k. Constat quidem quod ex correlario 15 quarti, ꝙ a b est tanq; latus hexagoni æquilateri circulo b d e inscripti. Igitur ex 3 huius. a c est tanq; latus decagoni eiusdem circuli. Itaq; per 10 tredecimi, d e potens est super totam a b & eius maiorẽ portionẽ a c, quare d e est æqualis h, nam quadratũ utriusq; earũ, tantũ est quantũ quadrata duarũ linearũ a b & a c pariter accepta. Patet autẽ ex 8 tredecimi, ꝙ d f est tripla potentialiter ad a b, at uero ex 5 eiusdẽ patet, ꝙ k quoq; tripla est potentialiter ad a c. Ergo ex secũda parte 22 sexti, proportio d f ad a b, est sicut k ad a c, quare permutatim d f ad k, sicut a b ad a c. Et quia ex demõstratione 17 tredecimi, manifestũ est ꝙ si e g diuidatur secundum proportionẽ habentẽ medium duoq; extrema, maior portio eius erit tanq; d e, erit per secũda, huius proportio e g ad d e, sicut a b ad a c, quare per 11 quinti erit quoq; e g ad d e, sicut d f ad k, & permutatim e g ad d f, sicut d e ad k. Et quia per primã partem 7 quinti, d e ad k, sicut h ad k, eo ꝙ d e & h sunt æquales, erit per 11 quinti e g ad d f, sicut h ad k.

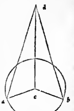


Quod est propositū. Non solum autē est proportio e g lateris cubi ad d f latus trianguli icosedri sicut h ad k, immo simpliciter sicut quarūlibet duarū linearū unius ad alteram, quarū altera potest super totam quālibet lineam diuisam secūdum proportionē habentē medium duoq; extrema & super eius maiorem portionē, altera uero super totam & eius minorē portionē, nam singularū linearū talium est proportio una. Verbi grana, maneāt priores hypotheses circa lineas a b, h, & k, & sumatur quoq; quælibet alia linea quæ sit l m, diuisa secundum proportionē habentē medium duoq; extrema in n, & portio maior sit l n, sitq; linea p potens super totam l m & eius maiorē portionē l n, & linea q sit potens super totam l m & eius minorē portionē m n. Dico ergo q proportio p ad q, est sicut h ad k. Constat enim ex 2 huius, q b a ad a c, est sicut l m ad l n, ergo per primam partem 22 sexti, quadrati b a ad quadratū a c, est sicut quadrati m l ad quadratū n l, quare coniunctim quadrati h ad quadratū a c, sicut quadrati p ad quadratū l n, & permutatim quadrati b ad quadratū p, sicut quadrati a c ad quadratū l n. Eodem argumētationis genere sequitur q proportio quadrati k ad quadratū q, est sicut quadrati c b ad quadratū n m. Et quia ex 2 huius & prima parte 22 sexti, quadratū a c ad quadratum l n, sicut quadratū c b ad quadratū m n, erit ex 11 quinti quadratū h ad quadratū p, sicut quadratū k ad quadratū q, quare per secūdam partē 22 sexti h ad p, sicut k ad q. Et permutatim h ad k, sicut p ad q. Quod erat demonstrandū. Et ne quisquā dubitationis locus ea quæ demōstranda restant obfuscet, præmittenda adhuc duximus quædam, quibus sequentia firmo demonstrationis robore inconcussa permaneant.



Si aliqua plana superficies sphærā quālibet secet, cōmunis sectio planæ supficiei secantis & curuæ supficiei sphæræ erit circūferētia continēs circulū.

Sit igitur aliqua plana superficies secans spherā, & sit linea a b cōmunis sectio superficiei secantis & superficiei sphæræ, dico q linea a b est circūferētia circuli. Aut enim centrū sphæræ est in plana superficie secante, aut extra. Quod si fuerit in ea, ponatur ubicunq; contigerit, & sit c. Quia ergo tota linea a b est in superficie sphæræ, & quia omnes lineæ ductæ à centro sphæræ ad ipsius circūferentiam sunt æquales quemadmodū constat ex diffinitione sphæræ, sequitur ut omnes lineæ ductæ à puncto c ad lineam a b sint æquales. Est igitur ex diffinitione circuli superficies quam continet linea a b, circulus, & eius centrū est c, uidelicet, idem quod centrū sphæræ. Si autē centrū sphæræ fuerit extra superficiē secantē, ponatur ergo ubilibet quod sit d, à quo secūdum doctrinā 11 undecimi, ducatur linea d c ppendicularis ad supficiem secantē, & protrahātur ab eodem centro d, duæ lineæ rectæ quomodocunq; cōtingat ad lineam a b, quæ sint d a & d b, & iungatur c cum a & cum b, erūtq; duæ lineæ d a & d b æquales,



eo q ipsæ sunt à centro sphæræ ad superficiē eius. Ex diffinitione autē lineæ perpēdicularis ad superficiē manifestum est, q anguli d c a ad d c b sunt recti, ideoq; ex penultima primi, & ista cōmuni scientia (quæ æqualibus sunt æqualia inter se sunt æqualia) erunt quadrata duarū linearū c d & c a pariter accepta, æqualia quadratis duarū linearū d c & c b pariter acceptis, dempto itaq; utrinq; quadrato d c, erit quadratū c a æquale quadrato c b, quare & linea c a, lineæ c b. Eodem argumētationis genere necesse est omnes lineas ductas a puncto c ad lineam a b, esse æquales. Ergo ex diffinitione circuli, superficies quam continet linea a b, est circulus, & eius centrum est c, quod est propositū.

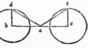
Ex hoc itaq; manifestū est, q cum superficies secat sphæram super centrū eius, sector proueniēs in superficie sphæræ est linea continēs circulū, cuius centrū est centrū sphæræ. Cum autē superficies secat sphærā non super centrū eius, sector quoq; prouenēs in superficie sphæræ, est linea continēs circulū cuius centrū est punctus ille in quo incidit perpēdicularis ducta a centro sphæræ ad superficiē secantē. Amplius autem dico

Si in sphæra aliqua fuerint circuli æquales, perpēdiculares ductæ à centro sphæræ ad superficies illorum circulorū erunt adinuicem æquales.

Sint in sphæra cuius centrum a, siqnati duo circuli b & c æqualus, quorū superficies

protra/

protrahãtur à centro ſphæræ,uidelicet,à puncto a, ꝑpendiculares, ſecundũ ꝙ docet 11 undecimi,ad hũc quidẽ a b,ad illum autẽ a c. Dico ꝙ duæ lineæ a b & a c ſunt æquales. Protrahãtur enim à punctis b & c ſingulæ lineæ rectæ ad circũferẽtias illorũ circulorũ prout libuerit,in hoc quidẽ b d,in illo autẽ c e,& iungatur a cum d & cũ e,eritq́ ex diffinitiõe lineæ ſupra

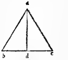


ſuperficiẽ perpẽdiculariter ſtantis,uterq́ duorũ angulorũ a b d,a c e rectus. At uero ex ſecũda parte præmiſſi correlarij manifeſtũ eſt, ꝙ duo pũcta b & c ſunt centra circulorũ b,c, ideoq́ duæ lineæ b d & c e ſunt ſemidiametri eorũ,qui circuli cũ ponãtur æquales, ſequitur ex diffinitiõe æqualiũ circulorũ has ſemidiametros eſſe æquales. Et quia duæ lineæ a d & a e ſunt æquales,quia ſunt ductæ à centro ſphæræ ad eius ſuperficiẽ,erũt ex penult. primi duæ perpendiculares a b & a c æquales. Quod oportebat demonſtrare. Nunc igitur ad propoſitũ redeamus. *Eucli.ex Camp.* *Propoſitio* 10

10 **PRoportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri,quæ ambo una eademq́ ſphæra includit,eſt ſicut omnium ſuperficierũ eius pariter acceptarũ ad omnes ſuperficies illius pariter acceptas.**

CAMPANVS. Hoc eſt quod ſuperius poſt demonſtrationẽ 1 huius,auctoritate Ariſtei & Apollonij cõmemorauimus,cuius demõſtratio ex ijs quæ præmiſſa ſunt, euidenter elicitur. Ex 5 quidẽ huius manifeſtũ eſt,ꝙ circuli quorũ alter circũſcribit pentagonũ dodecedri,reliquꝰ uero trigonũ icoſedri,quæ ambo corpora ſphæra una coercet,ſunt adinuicẽ æquales. Itaq́ erunt perpendiculares à centro ſphæræ ad ſupficies omniũ circulorũ circũſcribentiũ pentagonos huius dodecedri & trigonos illius icoſedri in eorũ centra cadẽtes, adinuicẽ æquales, ſicut ex præmiſſis manifeſtũ eſt,nam omes hi circuli, teſte 5 huius ſicut dictũ eſt,æquales ſunt ſibi adinuicẽ. Pyramides igitur quarũ ſunt baſes pẽtagoni dodecedri,& coni earũ ſimiliter centrũ ſphæræ,ac pyramides quarũ baſes ſunt trigoni icoſedri & coni earũ ſimiliter centrũ ſphæræ,ſunt æque altæ. Cunctarũ quidem pyramidũ altitudinẽ,menſurãt uel determinãt à conis ad baſes perpẽdiculares cadẽtes. Pyramides autẽ æque altas,ſuis baſibus,ꝓportionales eſſe oportet,quẽadmodũ in 6 duodecimi probatũ eſt. Itaq́ ꝓportio pyramidis cuius pentagonus dodecedri,ad pyramidẽ cuius baſis trigonus icoſedri,eſt ſicut iſtius pẽtagoni ad hũc trigonũ,ideoq́ per 24 quinti,ꝓportio duodecupli illius pyramidis cuius baſis pentagonus dodecedri ad pyramidẽ cuius baſis trigonus icoſedri,ſicut duodecupli illius pẽtagoni ad hũc trigonũ,hæ autẽ 12 pyramides quarũ ſunt baſes 12 pentagoni dodecedri,ſunt tanq̃ totum corpus ipſius dodecedri,at 12 pẽtagoni tanq̃ omnes ſupficies eius,itaq́ ꝓportio corporis dodecedri ad pyramidẽ cuius baſis eſt trigonus icoſedri, eſt ſicut ꝓportio omniũ ſuperficierũ dodecedri ad trigonũ icoſedri. Quare rurſus ex 24 quinti,ꝓportio corporis dodecedri ad uigincuplũ illius pyramidis cuius baſis eſt trigonus icoſedri,eſt ſicut omnium ſupficierũ dodecedri ad uigincuplũ trigoni icoſedri. Cũ igitur uigincuplũ huius pyramidis ſit tanq̃ totũ corpus icoſedri,at uigincuplũ iſtius trigoni tanq̃ omnes ſupficies ipſius icoſedri,erit ꝓportio corpis dodecedri ad corpus icoſedri, quæ ambo una eademq́ ſphæra cõcludit, ſicut ꝓportio omniũ ſupficierũ corporis dodecedri pariter acceptarũ ad omnes ſupficies corporis icoſedri pariter acceptas. Hoc autem eſt prædictorũ philoſophorũ de ꝓportione horũ duorũ corporũ ſentẽtia,fixa ſolidaq́ demonſtratiõe roborata. Cui quoq́ adijciendũ eſt hoc,nam cum ꝓportio lateris cubi ad latus trianguli corporis icoſedri una cum ipſo cubo ab eadẽ ſphæra cõcluſi,ſit ſicut ꝓportio omniũ ſupficierũ corporis dodecedri pariter acceptarũ ad omnes ſupficies ipſius icoſedri in eadem ſphæra cõcluſi,ſicut ex 8 huius demonſtratũ eſt,erit ex 11 quinti ꝓportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri quæ ambo ſphæra una circũuoluit,tanq̃ ꝓportio lateris cubi eidemq́ ſphæræ inſcriptibilis ad latus ipſius trigoni icoſedri. Amplius autẽ quia diuiſa qualibet linea ſecundũ proportionẽ habentẽ medium duoq́ extrema eſt ꝓportio lineæ potentis ſuper totam & eius maiorẽ portionẽ,ſicut lateris cubi alicui ſphæræ inſcripti ad latus trigoni corporis icoſedri ab eadem ſphæra circũducti, ſicut ex 9 huius demonſtratũ eſt, erit etiã ex 11 quinti, ut diuiſa qualibet linea ſecũdum ꝓportionẽ habentẽ medium duoq́ extrema ſit ꝓportio lineæ potentis ſuper totam & eius maiorẽ portionẽ ad lineam potentẽ ſuper totam & eius minorẽ portionẽ, ueluti proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri quæ ambo una atq́ eadẽ ſphæra circũſcribit. Ex dictis igitur manifeſtũ eſt ꝙ proportio lateris cubi alicui ſphæræ inſcripti ad latus trigoni icosedri ab eadem sphæra circũscripti, item proportio cunctarũ superficierũ dodecedri ad cunctas superficies icosedri quæ ambo eadem sphæra circũscribit, & rursus proportio lineæ potentis super quamlibet lineam diuisam secundũ proportionẽ habentẽ medium duoq; extrema, & super eius maiorem portionẽ ad lineam potentem super eandem & super eius minorẽ portionẽ, itaq; iterum proportio corporis dodecedri ad corpus icosedron quæ ambo una eademq; sphæra coercet, est proportio una. Mirabilis itaq; est potentia lineæ secundũ proportionẽ habentem medium duoq; extrema diuisæ. Cui cum plurima philosophantiũ admiratione digna cõueniant, hoc principiũ uel præcipuũ ex superiorũ principiorũ inuariabili procedit natura, ut tam diuersa solida tum magnitudine tum basium numero tum etiã figura, irrationali quadam symphonia rationabiliter conciliet. Quippe demonstratũ est q proportio dodecedri corporis ad icosedron corpus quæ ambo sphæra una coambit, est quasi proportio lineæ potentis super quamlibet lineam secundũ præfatam proportionẽ diuisam & super eius maiorẽ partem, ad quamlibet lineam potentẽ super eandem & eius minorẽ partem. Quoniam uero de tribus cæteris corporibus regularibus nihil adhuc diximus, studeamus de ipsis aliquid dicere. *Eucli. ex Camp.* *Propositio 11*

11 IN omni triangulo æquilatero si ab uno angulorũ eius perpendicularis ad basin ducatur, latus eiusdem trianguli ad ipsam perpendicularẽ potentialiter sesquitertiũ esse conueniet.



CAMPANVS. Sit enim triãgulus æquilaterus a b c, ducaturq; ab angulo a, linea a d, perpendicularis ad basin. Dico q a b est potentialiter sesquitertiũ ad a d. Sunt quidem ex 5 primi, duo anguli b & c æquales. Et quia anguli ad d sunt recti, erit per 26 primi, linea b c diuisa per æqualia in puncto d. Itaq; ex 4 secũdi quadratũ b c, quadruplũ ad quadratũ b d, ideoq; etiam quadratũ a b, qd'uplũ est ad quadratũ b d, est enim triangulus æquilaterus. Quare per penult. primi, quadrata duarũ linearũ a d & b d pariter accepta, quadruplũ sunt ad quadratũ b d. Itaq; quadratũ a d, triplũ est ad quadratũ b d. Constat ergo propositũ. *Eucli ex Camp.* *Propositio 12*

12 OMnis trigonus æquilaterus cuius est latus rationale, superficies medialis esse probatur.

CAMP. Sit ut prius, triangulus a b æquilaterus, & sit latus eius a b rationale siue in longitudine siue in potentia tantum. Dico itaq; q ipse triangulus est superficies medialis. Ducatur enim perpẽdicularis a d ab angulo a, ad basin, eritq; ex præmissa & ex 6 decimi, & diffinitiõe sũperficiei rationalis, quadratũ lineæ a d rationale, & linea a d rationalis in potentia. Ipsa autẽ ex ultima parte decimæ mediante præmissa erit incõmensurabilis lineæ a b, ideoq; & linea b d, quæ est tanq; eius dimidiũ. Sunt itaq; duæ lineæ a d & b d rationales, potẽtialiter tantum cõmunicantes, igitur ex 19 decimi, superficies unius earũ in alterã est medialis. Cumq; superficies unius earũ in alterã sit æqualis trigono a b c, constat uerũ esse quod diximus. *Eucli ex Camp.* *Propositio 13*

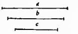
13 CVnctæ superficies utriuslibet duorum solidorũ, quorũ alterũ est pyramis quatuor basium triangulariũ & æquilaterarũ, reliquum uero est corpus octo basium triangulariũ & æquilaterarũ pariter acceptæ, si diameter sphæræ ea circũscribentis rationalis fuerit, componũt superficiem medialem. CAMPANVS. Nam si diameter sphæræ alterum duorum propositorũ corporum circũscribentis fuerit rationalis siue in longitudine siue in potentia tantum, erit ex correlario 13 tredecimi libri, latus pyramidis rationale in potentia, & ex correlario eiusdem 15, latus quoq; corporis octo basium rationale in potentia, quare per præmissam, trianguli qui sunt bases utriuslibet corporis, erunt superficies mediales. Et quia trianguli utriuslibet eorum sibi ad inuicem sunt æquales, erunt ex 21 decimi omnes superficies utriuslibet eorum pariter acceptæ componentes superficiem medialem, quemadmodum proponitur.

Eucl. ex

Eucli.ex Camp. Propositio 14

14 SI tetrachedron & octoedron una eademq; sphæra circũscribat, erit una ex basibus tetrachedri sesquitertia ad unam ex basibus octoedri. Omnes autẽ bases octoedri pariter acceptas ad omnes bases tetrachedri pariter acceptas, sesquialterã proportionẽ habere necesse est.

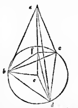
CAMPANVS. Sit aliqua sphæra cuius diameter a, circũscribens pyramidẽ cuius latus b, & octoedron cuius latus c. Dico itaq; quod triãgulus æquilaterus cuius latus b, sesquitertius est ad triangulũ æquilaterũ cuius latus c, & quod superficies quã componunt octo trianguli æquilateri cuiusq; quorum est latus c, sesquialtera est ad superficiem quam componunt quatuor trianguli æquilateri cuiusq; quorũ est latus b. Constat enim ex correlario 13 tredecimi, quod quadratũ a ad quadratũ b, est sicut 6 ad 4, igitur econuerso quadratum b ad quadratum a, sicut 4 ad 6. Ex correlario uero 15 eiusdem manifestũ est, quod quadratum a ad quadratũ c, sicut 6 ad 3. Itaq; per æquam proportionalitatẽ quadratum b ad quadratum c, sicut 4 ad 3. Quadratũ autem b ad quadratum c, est sicut trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterum cuius latus c, utrobiq; enim est sicut b ad c proportio duplicata ex secunda parte 18 sexti, igitur trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterũ cuius latus c, sicut 4 ad 3. Quare constat prima pars propositi. Ex quo euidenter elicitur secũda. Erit enim per conuersam proportionalitatẽ trigonus æquilaterus cuius latus c, ad trigonum æquilaterum cuius latus b, sicut tria ad quatuor, ideoq; octuplum trigoni æquilateri cuius latus c, ad quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b, est sicut octuplum ternarii ad quadruplũ quaternarij. hoc autem sicut 24 ad 16. Et quia octuplum trigoni æquilateri cuius latus c, est omnes bases octoedri cuius latus c, & quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b, est omnes bases pyramidis cuius latus b, & quia proportio 24 ad 16 est sesquialtera, sequitur ut superficies quam componunt omnes bases octoedri cuius latus c, ad superficiem quam componunt omnes bases pyramidis cuius latus b, sesquialtera (sicut diximus) in proportione respiciat.



Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 PYramide quatuor basium triangulariũ atq; æquilateratũ intra sphæram quamlibet collocata, si a quolibet angulorum eius per ceotrum sphæræ recta linea ad basin ducatur, in centrum circuli basio circũscribentis eam cadere, atque eidem basin perpendiculariter insistere necessario comprobatur.

CAMPANVS. Sit pyramis a b c d, quatuor basium triangulariũ atq; æquilaterarũ, intra sphæram aliquam cuius centrũ sit f, collocata, & cum quilibet quatuor angulorum istius pyramidis possit esse conus eius, & quilibet quatuor triangulorũ esse basis, imaginemur nũc eius solidum angulũ a esse conũ, & triangulũ b c d imaginemur esse basin, atq; huic basi intelligamus circũscriptũ esse circulum b c d, dehinc a pũcto a quem imaginati sumus conum pyramidis, ducamus ad basin b c d, lineam rectam transeuntẽ per punctum f, qui est centrum sphæræ circũscribentis pyramidẽ de qua disputamus, & occurrat hæc linea superficiei b c d quam imaginati sumus basin pyramidis, super punctũ e. Dico igitur q; punctũ e est centrũ circuli b c d, & q; linea a f e est perpendicularis ad superficiem b c d. Producã enim lineas f b, f c, f d. Et quia quatuor puncta a, b, c, d, sunt in superficie sphæræ cuius centrum f, propter hoc q; illam sphæram positum est circũscribere hanc pyramidẽ, erunt omnes quatuor lineæ f a, f b, f c, f d, adinuicẽ æquales, sunt enim ductæ a centro sphæræ ad eius superficiem. Ergo quia duo latera a f & f b triãguli a f b,

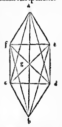


sunt æqualia duobus lateribus a f & f c trianguli a f c, & basis a b basi a c, nam pyramis posita est æquilatera, erit ex 8 primi angulus a f b æqualis angulo a f c, ideoq; per 13 primi, angulus quoq; b f e, erit æqualis angulo c f e. Eodem modo probabis angulum d f e esse æqualē angulo c f e, necesse est enim ex 8 primi, ut angulus a f d sit æqualis angulo a f c. Quare per 13 primi angulus quoq; c f e, erit æqualis angulo d f e. Sunt igitur tres anguli c f e, d f e, adinuicē æquales. Protractis igitur lineis e b, e c, & e d, sequitur ex 4 primi bis assumpta eas esse adinuicem æquales, ideoq; per 9 tertij punctus e, est centrum circuli b c d. Et quia perpēdicularis ducta à centro sphæræ ad superficiē cuiuslibet circuli eam secantis, cadit super centrū eiusdem circuli, sicut ex ijs quæ præmissa sunt uidelicet ex ijs quæ 14 huius immediate præcedunt didicisti, conuincitur lineam a f e esse perpendicularē ad superficiem circuli a b c, quēadmodum proponitur. Sin autem, erunt eiusdem circuli duo centra, quod natura tanquam impossibile exhorruit.

Eucli ex Camp. Propositio 16

15 SOlidum octo basium triangulariū atq; æquilaterarū quod ab aliqua sphæra circūscribitur, diuisibile est in duas pyramides æque altas quarū altitudo æqualis est semidiametro sphæræ, basis autem utriusq; quadratū quod est subduplum quadrato diametri sphæræ.

CAMPANVS. Esto corpus octo basium triangulariū atque æquilaterarū cuius sex anguli sint a, b, c, d, e, f, circūscripta a sphæra cuius centrū g. Constat itaq; q̄ sex puncta a, b, c, d, e, f, sunt in superficie sphæræ cuius centrum g. Si igitur centrū g iungatur cum quolibet horum sex punctorū, erunt duæ lineæ iungentes ipsum eis adinuicem æquales, cum ipsæ sint à centro sphæræ ad superficiē. Cum aūt ex correlario 15 tredecimi, sit diameter sphæræ potētialiter dupla ad latus huius corporis, erit ex 4 secundi latus huius corporis potētialiter duplū ad semidiametrū sphæræ. Quadratū ergo e f, duplum est ad quadratū ipsius c e, ideoq; æquale duobus quadratis duarū linearū e g & g f. Itaq; per penultimā primi angulus e g f, est rectus, eadem ratione quisq; angulorū f g d, d g e, & e g c, est rectus, quare per 14 primi, & c g d, & f g e, est linea una, igitur ex 2 undecimi quinq; puncta c, f, d, e, g, sunt in superficie una. Manifestū est autem ex 5 primi & 32 eiusdē q̄ quilibet quatuor angulorū c, e, d, e, f, est rectus, igitur ex diffinitione quadrati, supficies c e d f est quadrata. Et quia latus eius est latus propositi corporis, constat ex correlario 15 tredecimi, istud quadratū esse subduplum quadrato diametri sphæræ. Consimili quoq; ratiocinatione constat utranq; duarum linearū a g & g b, cum qualibet quatuor linearū c g, f g, d g, e g, continere angulum rectum, ideoq; ex 4 undecimi utranq; earum esse perpendicularē ad superficiē c e d f, & ambas scilicet a g & g b per 14 primi cōponere lineā unam. Diuisum est igitur propositū corpus in pyramidem a c f d e cuius basis quadratū c e d f quod est subduplū quadrato diametri sphæræ, & etiam altitudo linea a g quæ est semidiameter sphæræ, & in pyramidem b c f d e cuius basis est prædictum quadratū, & eius altitudo linea g b quæ est semidiameter sphæræ. Et hoc est quod oportebat ostendere.

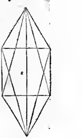


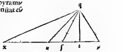
Eucli ex Camp. Propositio 17

17 PYramidē quatuor basium triangulariū atq; æquilaterarū sphæra aliqua circūscribente, erit ꝓportio tetragoni qui sub linea potentialiter subsesquitertia ad dodrantē lateris ipsius pyramidis & sub linea superquincupartiēte uicesimasseptimas eius dodrantis cōtinetur, ad quadratū diametri sphæræ, sicut corporis ipsius pyramidis ad corpus octo basiū triangulariū atq; æquilaterarū, quæ ambo eadē sphæra circūducaet.

CAMPANVS Sit sphæra cuius diameter a b & centrū h, circūscribens pyramidem quatuor basium triangulariū atq; æquilaterarū a c d, & corpus octo basium triangulariū atq; æquilaterarū quod sit e, sitq; linea l m potētialiter subsesquitertia ad dodrantē lineæ a c quæ est latus pyramidis, & linea m n contineat dodrantem prædictum & eius quinq;

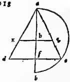
quinq; uicesimas septimas, sit p quadratū diametri a b. Dico itaq; q̄ proportio pyramidis a c d ad octoedron e, est sicut superficiei l m in m n, ad quadratū p. Imaginemur enim solidum angulū a esse conum pyramidis, & basin pyramidis cuius unū latus est d c, secare diametrū sphæræ in puncto f, eritq; (quemadmodū ex ratiocinatione 13 tredecimi manifestū est) a f dupla ad f b. Cumq; etiā a b sit dupla ad b h, erit ex 19 quinti b f dupla ad h f, ideoq; a f, quadrupla ad f h. Imaginemur igitur superficiē secantem pyramidē a c d, super centrū sphæræ æquidistanter basi ipsius, sitq; linea g k cōmunis sectio huius superficiei & triāguli a c d, eritq; ex 17 undecimi proportio c a ad a g, sicut f a ad a h. igitur c a ad a g, sicut 4 ad 3, sic enim est ex euersa ꝓportionalitate f a ad a h. Constat etiam ex secūda parte 29 primi, & 16 undecimi, & 10 eiusdem, & prima parte 2 sexti, & diffinitione similium superficierū & similium corporū, q̄ pyramis a g k est similis pyramidi a c d, ideoq; ex 5 duodecimi ꝓportio pyramidis a c d ad pyramidē a g k, est sicut c a ad a g triplicata, quare sicut 4 ad 3 triplicata. Constat autem ex 2 octaui, q̄ proportio 4 ad 3 triplicata, est sicut 64 ad 27. Itaq; proportio pyramidis a c d ad pyramidem a g k, est sicut 64 ad 27. Fiat ergo triāgulus æquilaterus q r s ex linea æquali a g, quam constat esse dodrantē lineæ a c, & producatur linea q t perpendicularis ad r s, erit ex 11 huius linea q t potētialiter subsesquitertia ad lineā q r, ideoq; æqualis l m. Adijciatur quoq; lineæ r s linea s x, ita q̄ ꝓportio r x ad r s, sit sicut 64 ad 27, diuidaturq; r x per æqualia in u, ut sit r u 32 de partibus illis de quibus r s est 27, aut r x 64, eritq; r u æqualis m n. Et ducātur lineæ q u & q x, eritq; ex 1 sexti, proporio trianguli q r x ad triangulū q r s, sicut 64 ad 27. Cumq; per eandem triangulus q r x sit duplus ad triangulū q r u, at ex 41 primi quod fit ex q t in r u, duplum quoq; sit ad triangulū q r u, erit quod fit ex q t in r u (& ipsum est æquale superficiei l n) æquale triāgulo q r x, quare proportio superficiei l n ad triangulū q r s, est sicut 64 ad 27: ideoq; sicut pyramidis a c d ad pyramidē a g k. Manifestū est autem ex 15 huius, q̄ linea a f est perpēdicularis ad basin pyramidis a c d, ideoq; per 19 undecimi linea a h, est etiam perpendicularis ad basin pyramidis a g k. Igitur altitudo a g k pyramidis, est semidiameter sphæræ. Diuidatur itaq; octoedron e, quemadmodū proponit præmissa, erit itaq; utraq; duarū pyramidū in quas ipsum e diuiditur, æque alta pyramidi a g k, nam singularū altitudo, est semidiameter sphæræ. Quia igitur omnes lateratæ pyramides æque altæ, suis basibus sunt ꝓportionales, ut in 6 duodecimi demonstratū est, erit proportio pyramidis a g k ad utranq; earū in quas diuiditur octoedron e, sicut basis eius ad bases earū. Quare per 24 quinti ꝓportio pyramidis a g k ad totū octoedron e, est sicut suæ basis quā constat esse æqualē triangulo q r s, ad bases ambarū pyramidū in quas diuiditur e pariter acceptas, quas cōstat esse æquales quadrato diametri sphæræ per præmissam, uidelicet p. Quoniā ergo ꝓportio pyramidis a c d ad pyramidē a g k, est sicut ipsius tetragoni l n ad trigonū q r s, uidelicet 64 ad 27, & pyramidis a g k ad octoedrō e, sicut trigoni q r s ad quadratū p, erit per æquā ꝓportionalitatē ꝓportio pyramidis a c d ad octoedron e, sicut tetragoni l n ad quadratū p. Et hoc erat demōstrandū.





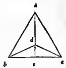
CORRELARIVM. Ex præmissis igitur manifestum est, quod perpendicularis ueniens à centro sphæræ ad pyramidem quatuor basium triangulariū atq; æquilaterarū circūscribentis ad quamlibet basin ipsius pyramidis, æqualis est sextæ parti diametri sphæræ.

cum



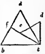
Cum enim cuncti trianguli pyramidē ambientes sint similes & æquales, erũt quoq; circuli ipsos circũscribentes æquales, ideoq; perdendiculares à centro sphæræ ad eosdem circulos in eorũ centra, erunt etiam æquales, perpendiculares autē cadentes ad circulos, sunt perpēdiculares ad bases pyramidis, itaq; perpendiculares ad bases, sunt adinuicē æquales. Linea autē h f, est perpēdicularis ad basin pyramidis a c d, quã h f quia constat ex prædictis esse sextã partem diametri a b, relinqtur ergo esse uerũ quod per correlariũ cōcluditur. Idem aliter demōstrare contingit, si prius hoc antecedēs fuerit stabili ratiōe firmatũ.

In omni triangulo æquilatero linea descendens ab uno angulorũ eius orthogonaliter supra basin, tripla est ad perpendicularē quæ à centro circuli trigonũ ipsum circũscribentis ad quodlibet latus eius protrahitur.



Sit enim triãgulus a b c, æquilaterus, sitq; d centrũ circuli ipsum circũscribentis, à quo ducantur lineæ ad singulos angulos, quas manifestũ est esse æquales, cum sint à centro circuli ad circũferentiam. Sint enim tria puncta a, b, c, in circũferentia circuli ipsum trigonũ circũscribentis, ptrahatur autē a d in continuũ & directum, quousq; obuiet lateri b c super punctũ e. Constat igitur ex 8 primi, q; angulus a d b est æqualis angulo a d c, ideoq; ex 13 primi angulus b d e, est æqualis angulo c d e. Quare per 4 primi, b e est æqualis e c, & anguli qui sunt ad e, recti. Itaq; d e perpēdicularis est ad b c, ueniens a centro circuli circũscribentis trigonũ a b c, & a e perpēdicularis est etiam ad b c, ueniens ab uno angulorũ prædicti trigoni. Dico ergo q; a e tripla est ad e d. Constat enim q; tetragonus qui fit ex d e in e b, æqualis est trigono b d c, tetragonus quoq; qui fit ex a e in e b, æqualis est trigono a b c. At quia trigonus a b c triplus est ad trigonum d b c, eritq; tetragonus qui fit ex a e in e b, triplus ad eum qui fit ex d e in e b. Cum igitur ex 1 sexti sit proportio tetragoni a e in e b ad trigonũ d e in e b, sicut a e ad e d, erit a e tripla ad e d. Quemadmodum proponitur.

Necesse est ergo ut perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni æquilateri super latus oppositum, transeat per centrum circuli trigonum ipsum circunscribentis.



Nunc itaq; quod promisimus absoluamus. Ad hoc autem imaginemur pyramidem quatuor basium triangulariũ atq; æquilaterarũ cuius una ex quatuor basibus eius sit trigonus a b c, circunscriptam esse a sphæra cuius centrum d, & protrahatur linea d e perpendicularis ad superficiem trianguli a b c, quam constat cadere in centrum circuli dictum trigonum circũscribentis. Dico igitur lineam d e, esse sextam partem diametri sphæræ propositam pyramidem circũscribentis: producam enim lineam d c, & lineam c f perpendicularem ad lineam a b, quam c f ex proximo correlario constat transire per punctum e, & ex præmisso antecedente triplam esse ad e f. Constat autem ex 4 secundi quod secũdum quod quadratum diametri sphæræ cuius centrum d, est 36, & quadratum semidiametri d c, 9, ex correlario autem 12 tredecimi est quadratum b c, 24. & per 11 huius quadratum c f, 18. & per præmissam antecedens, quadratum c e, 8. Quia igitur ex penultima primi quadratum d c est æquale quadratis duarum linearum d e & e c, est autem quadratũ d c 9, & quadratum c e 8 prout quadratum diametri sphæræ est 36, relinquitur quadratum d e unum, prout quadratum diametri sphæræ est 36: itaque linea e d est unum, prout diameter sphæræ est 6, quod oportebat probare. Eodem demonstrationis genere demonstrabitur nobis quod semidiameter sphæræ circunscribentis corpus 8 basium triangularium atq; æquilaterarũ tripla est in potentia ad perpendicularem à centro sphæræ circunscribentis ipsum, ad quamlibet suarum basium descendentem. Constat quidem quemadmodũ dictum est prius, quod cum omnes bases huius corporis sint æquales & similes, erunt circuli ipsas circũscribentes æquales, ideoq; perpendiculares a centro sphæræ in ipsorum circulorũ centra cadentes, erũt adinuicem æquales.

Cumq;

Cumq́ perpendiculares ad circulos basium, sint quoq́ perpẽdiculares ad bases, sequitur ut perpendiculares à centro sphæræ ad singulas bases, adinuicem sint æquales. Si ergo quod dicimus de perpẽdiculari ad unam suarũ basium probetur, relinquetur uerum esse quod proponitur. Sit itaq́ ut prius triangulus a b c una ex basibus octoedri circunscripti à sphæra cuius centrum d, & cætera quoq́ fiant ut prius. Cum igitur ex correlario 13 tredecimi, diameter sphæræ sit potẽtialiter dupla ad latus octoedri, sequitur ut latus octoedri sit potẽtialiter duplum ad semidiametrũ sphæræ, ideoq́ cum quadratum lineæ b c est 12, quadratum lineæ d c quæ est semidiameter sphæræ 6, ex 11 autem huius cum quadratũ b c est 12, quadratũ c f est 9. Et ex præmisso antecedẽte, quadratũ c e est 4.

Itaq́ cum quadratũ d c quæ est semidiameter sphæræ est 6, quadratũ c e est 4. Et quia ex penultima primi quadratũ d c est æquale quadratis duarum linearũ c e & e d, sequitur ut quadratũ e d sit duo, prout quadratũ d e est 6. Constat ergo quod diximus.

Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 DVplum quadrati quod ex diametro sphæræ cubum circunscribentis describitur, æquum est omnibus superficiebus ipsius cubi pariter acceptis. Perpendicularis quoq́ quæ à centro sphæræ ad quamlibet ex superficiebus cubi producitur, medietati lateris cubi eiusdem æqualis esse ex necessitate conuincitur.

CAMPANVS. Manifestum est enim ex correlario 14 tredecimi, quod diameter sphæræ cubum includentis, tripla est in potentia ad latus cubi. Cum igitur quadratum diametri sphæræ triplum sit ad quadratũ lateris cubi, duplum quadrati diametri sphæræ æquũ erit sexcuplo quadrati lateris cubi. Sunt autem omnes superficies cubi, sex quadrata quæ ex latere cubi in se producuntur, itaq́ duplum quadrati diametri sphæræ, æquum est omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima pars. Secundam autem partem, ex 15 & 19 & 40 undecimi libri facile probabis.

CORRELARIVM. Ex his ergo euenire necesse est, ut ex medietate lateris cubi in bisse quadrati producti ex diametro sphæræ ipsum cubum ambientis cubi soliditas producatur.

FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENtorum, deputatus liber de regularium corporum proportione, traditore Hypsicle Alexandrino, ac Bartholomæo Zamberto Veneto interpetete, qui in ordine est decimusquartus.

Procœmium.

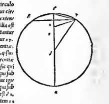
BAsilides Tyrius Protarche cum Alexandriam petijsset, patriq́ nostro ob Mathematicas disciplinas familiaris substitisset, cum eo, ipso pestilentiæ tempore diu uersatus est. Et quandoq́ discutiendo id quod ab Apollonio scriptum est de dodecahedri & icosahedri in eadem sphæra descriptorũ cõparatione, & quam inter se figuræ huiusmodi habeant rationem, uidebatur nanq́ Apollonius hæc recte minime conscripsisse, ipsi uero enucleantes (quemadmodũ pater meus dicebat) perscripserant. Ego uero posterius alium competi librum ab

Apollonio

Apollonio conscriptum, qui recte complectebatur eius quod obijciebatur demonstrationē, gauisi sunt inquam illi ualde, in problematis indagatione. Ab Apollonio nanqꝫ æditum uidetur cōmuniter considerare, nam sic circumfertur. Quod uero à nobis rursus laboriose conscriptum uisum est,
προσφωνῶν dedicare ea quæ ex cōmendatione deprehendi, tibi* discutienda esse censui, propter eam quæ in omnibus disciplinis, & in Geometria præcipue promotionem, ut prompte ea quæ dicentur possis iudicare, tum propter beneuolentiam erga patrem, tum ob amorem erga nos. Benigne igitur audies ea quæ tibi trademus. Sed tempus iam esto proœmio supersedere, & constructionem exordiri.

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 Camp. 1 Quæ ex centro alicuius circuli in pentagoni latus in eodem circulo descripti perpēdicularis acta, dimidia est simul utriusqꝫ & eius quæ ex centro, & eius quæ decagoni in eodem circulo descripti.



HYPSICLES ex Zamber. Sit circulus α β γ, & in ipso α β γ circulo latus pentagoni æquilateri sit β γ, assumaturqꝫ (per 1 tertij) centrum ipsius circuli, sitqꝫ δ. & in ipsam β γ (per 12 primi) perpendicularis excitetur δ ε, extendaturqꝫ in rectas lineas ipsi δ ε recta linea α ε ζ. Dico quod ipsa δ ε dimidia est & hexagoni & decagoni laterum in eodem circulo descriptorū. Connectantur enim δ γ, γ ζ, & ponatur ipsi ε ζ æqualis ε η, & ab ipso η in γ connectatur η γ. Quoniam quincupla est totius circuli circūferentia ipsius β ζ γ circūferentiæ, & totius quidem circunferentiæ circuli dimidia est circunferentia α γ ζ, ipsius autem β γ ζ dimidia est ζ γ, igitur & circūferentia α γ ζ ipsius ζ γ circūferentiæ quincupla est. Quadrupla igitur est α γ ipsius ζ γ. Sicut autē α γ ad ζ γ, sic qui sub α δ γ angulus ad eum qui sub ζ δ γ angulum: quadruplus igitur est qui sub α δ γ, eius qui sub ζ δ γ. Duplus autē qui sub α δ γ, eius qui sub ε ζ γ, duplus igitur est qui sub ε ζ γ, eius qui sub η δ γ. Est autem qui sub ε ζ γ, ei æquus qui sub ε η γ, duplus est igitur is qui sub ε η γ, eius qui sub η δ γ. æqualis igitur est δ η, ipsi η γ. Sed η γ ipsi ζ γ est æqualis: æqualis igitur est δ η ipsi ζ γ. Est autem η ε ipsi ε ζ æqualis: æqualis igitur est & ipsa δ ε, simul utriqꝫ ε ζ γ. Cōmunis autem apponatur & ipsa δ ε. Vtraqꝫ simul δ ζ γ, dupla est ipsius δ ε. Est autē δ ζ, æqualis quidem ipsius hexagoni lateri. At ζ γ æqualis ei quod decagoni. Igitur δ ε dimidia est & eius quod hexagoni & eius quod decagoni, in eodem circulo descriptorū. Manifestum nempe est ex ijs quæ in tertiodecimo libro theorematibus, quod ex centro circuli in latus triāguli æquilateri perpēdicularis acta, dimidia est eius quæ ex centro circuli.

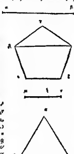
Eucli ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

2 Idem circulus cōprehendit & dodecahedri quinquangulū, & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorū.

HYPSICLES ex Zamb. Hoc, inquam, ab Aristeo describitur in eo libro cuius index est quinqꝫ figurarū comparatio, ab Apollonio autem in
ἐκδόσει editione secunda* traditione comparationis dodecahedri ad icosahedrum, quod est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic & ipsum dodecahedrum ad ipsum icosahedrū, quoniam ex centro sphæræ in dodecahedri pentagonū & in icosahedri triangulum perpendicularis acta eadem est.
Camp. 4 Describendū quoqꝫ à nobis est, quod idem circulus comprehendit & dodecahedri pentagonū & icosahedri triangulū in eadem sphæra descriptorū.
προγράφεται Hoc* descripto, si in circulo quinquangulū æquilaterū descriptum fuerit, quod ex latere pentagoni &, quod ab ea quæ sub binis pentagoni lateribus subtensa est recta linea, quincuplum erit eius quod fit ex ea quæ ex centro circuli. Sit circulus α β γ, & in ipso α β γ circulo sit latus pentagoni α γ, assumaturqꝫ (per 1 tertij) ipsius circuli centrum & sit δ, & in ipsam α γ (per 12 primi) perpendicularis excitetur δ ζ, & extendatur in β, ε, & connectatur α β. Dico quod quæ ex β α, α γ, quadrata, quincupla sunt eius quod ex δ ε quadrati. Connectatur α ε, igitur α ε decagoni est. Et quoniā β ε, ipsius δ ε dupla est,

quadruplum

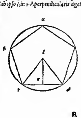
quadruplum igitur est quod ex β ε, eius quod ex δ ε. Et aūt quod ex β ε, æqua sunt quæ ex β α, α ε, quadrupla igitur sunt quæ ex β α, α ε, eius q̃ ex δ ε, quincupla igitur sunt quæ ex α β, α ε, & δ ε, eius quod ex δ ε, quæ autē ex δ ε, ε α, æqualia ei quod ex α γ, quincupla igitur sunt quæ ex β α, quod ex δ ε. Hoc ostenso, demonstrandum est quod circulus idem comprehendit & dodecahedri pentagonū, & icosahedri pentagonum, & icosahedri triangulum, in eadem sphæra descriptorum. Exponatur ipsius sphæræ diameter α β, & in eadem sphæra describatur dodecahedrum & icosahedrū. & sit unū quidē dodecahedri pentagonū, γ δ ε ζ η, icosahedri uero triãgulū, esto κ λ θ. Dico quod quæ ex cētris circulorum qui circum ipsa, sunt æquales, hoc est quod idem circulus cōprehēdit & quinquangulum γ δ ε ζ η, & ipsum κ λ θ triangulum. Connectatur δ, η. Cubi igitur latus est δ η, (per 17 decimitertij & eius correlarium.) Exponatur autē quædā recta linea μ ν, ut quincuplum sit quod ex α β, eius quod ex μ ν. Est autem & ipsius sphæræ diameter, potētia quincupla eius quæ ex centro circuli à quo icosahedrū describitur, est igitur μ ν, ea quæ ex cētro circuli à quo icosahedrū describitur. Secetur (per 30 sexti) μ ν extrema & media rōne in ξ, sitq́; maius segmentum μ ξ. decagoni igitur ipsius circuli est ipsa μ ξ (per 9 decimitertij.) Et quoniā quod ex α β, eius quod ex μ ν quincuplum est, triplum autem quod ex β α eius quod ex δ η (per correlarium 15 decimitertij, tria igitur quæ ex δ η æqua sunt quinque quæ ex μ ν. Sicut aūt tria quæ ex δ η ad quinq; quæ ex μ ν, sic tria quæ ex γ η, ad quinque quæ ex μ ξ, tria igitur quæ ex γ η, quinque quæ ex μ ξ sunt æqualia. Quinque autem quæ ex κ λ, quinq; quæ ex μ ν & quinq; quæ ex μ ξ, sunt æqualia (per 10 decimitertij.) Quinque igitur quæ ex κ λ, æqua sunt tribus quæ ex δ η, & tribus quæ ex γ η. Sed tria quidem quæ ex δ η, & tria quæ ex γ η, sunt æqualia decē & quinq; eis quæ ex ea quæ ex centro circuli ipsi γ δ ε ζ η, pētagono circūscripti, patuit namque, quod ex δ η una cū eo quod ex γ η, quincuplum est eius quod ex ea quæ ex centro circūscripti ipsi γ δ ε ζ η pentagono. Quinque autem quæ ex κ λ, æqualia sunt decē & quinq; eis quæ ex ea quæ ex cētro circuli ipsi κ θ λ triãgulo circunscripti, patuit æquidem (per 12 decimitertij) q̃ quod ex κ λ, triplum est eius quod ex ea quæ ex centro circuli ipsi κ λ θ triangulo circūscripti. Quindecim igitur quæ ex ea quæ ex centro, æqua sunt eis quindecim quæ ex ea quæ ex centro. unum igitur q̃ ex ea quæ ex centro, æquū est uni eorū quod ex ea quæ ex centro, dimetiens igitur, ipsi diametro est æqualis Idem igitur circulus comprehendit & ipsius dodecahedri, quinquangulum, & ipsius icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum.



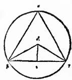
Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

3 **Si fuerit pentagonum æquilaterum & æquiangulum, & circum ipsum circulus, & ex centro perpendicularis in unum latus acta fuerit, quod trigesies sub uno laterum & perpendiculari, æquum est ipsius dodecahedri superficiei.**

HYPSICLES ex Zamb. Esto pentagonum æquilaterum & æquiangulum α β γ δ ε. & circū quinquangulum sit (per 14 quarti circulus) & capiatur (per 1 tertij centrū) sitq́; ζ, & ab ipso ζ, in γ δ, perpendicularis agatur (per 12 primi) ζ η. Dico q̃ quod sub γ δ, η ζ, trigesies, æquū est duodecim pētagonisquæ α β γ δ ε. Connectantur γ ζ, ζ δ. Quoniā quod sub γ δ, η ζ, duplū est ipsius triãguli γ δ ζ, quod igitur quinquies sub γ δ, ζ η, decem triangula sunt æqualia. Decem uero triangula, bina sunt quinquangula, & omnia sexies, quod igitur trigesies sub γ δ, η ζ, decem quinquangulis æquū est. Duodecim autem quinquangula sunt ipsius dodecahedri superficies. Quod igitur trigesies sub γ δ, ζ η, æquū est ipsius dodecahedri superficiei. Similiter quoque demonstrabimus quod & si fuerit triãgulum æquilaterum sicut α β γ, & circum ipsum circulus, & centrū circuli δ, perpendicularis uero δ ε, quod trigesies sub β γ, δ ε, æquum est ipsius icosahedri superficiei. Quoniam enim rursus quod sub δ ε, β γ, duplum est ipsius δ β γ, bina igitur triangula æqua sunt ei quod sub δ ε, β γ, & omnia ter. Sex igitur triãgula δ β γ, æqua sunt tribus eis quæ sub δ ε, β γ. Sex autem triangula δ β γ, æqua sunt binis α β γ, Tria igitur quæ sub δ ε, β γ, æqualia sunt duobus



α ϐ γ. Et omnia decies. Quod igitur trigesies sub δ ι, ϐ γ, æquũ est uiginti triangulis α ϐ γ, hoc est ipsius icosahedri superficiei. Quare erit sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiẽ, sic quod sub γ δ, ζ η, ad id quod sub ϐ γ, δ ι.

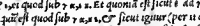


CORRELARIVM. Ex hoc nempe manifestum est, quod sicut ipsius dodecahedri superficies ad ipsius icosahedri superficiẽ, sic quod sub latere pentagoni & sub ea quæ ex centro circa quinquangulum circuli, in ipsam perpendiculari acta, ad id quod sub latere icosahedri & sub ea quæ ex centro circa triangulum circuli, in ipsam perpendiculari acta, in eadem sphæra descriptorum icosahedri & dodecahedri.

Camp. 8 Eucl. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 4

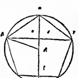
4 **Hoc demonstrato ostẽdendum est, quod erit ut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic cubi latus ad icosahedri latus.**

HYPSICLES ex Zamb. Exponatur (per 2 theorema) circulus cõprehendens & dodecahedri quinquangulum & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorũ, sitq́ δ ϐ γ. & in ipso δ ϐ γ, describatur trianguli æquilateri latus γ δ, quinquanguli uero α γ. & assumatur (per 1 tertij) centrum circuli, & sit ι, & ab ipso ι in ipsas δ γ, γ α, perpendiculares excitentur ι ζ, ι η, & extendatur in rectas lineas ipsi ι η recta linea η ϐ, & cõnectatur ϐ γ, ponaturq́ cubi latus η θ. Dico quod est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiẽ, sic est θ ad γ δ. Quoniam enim utraque simul ι ϐ γ extrema & media ratione diuisa, maius segmentum est ϐ ι, (per 9 decimitertij) & est quidem utriusque simul ι ϐ γ dimidia ι η. (per 1 decimiquarti) ipsius autẽ ϐ ι dimidia est ι ζ, & ipsa igitur ι η extrema & media ratione diuisa, maius segmentum est ι ζ. Est autẽ & ipsius θ extrema & media ratione diuisæ maius segmentum γ α, sicut in dodecahedro ostẽsum est, sicut igitur θ ad γ α, sic ι η ad ι ζ, æquũ igitur est quod sub θ, ζ ι, ei quod sub γ α, ι η. Et quoniã est sicut θ ad γ δ, sic quod sub θ, ι ζ, ad id quod sub γ δ, ζ ι, ei autem quod sub θ, ι ζ, æquũ est quod sub γ α, η ι, & sicut igitur (per 11 quinti) θ ad γ δ, sic quod sub γ α, η ι, & ad id quod sub γ δ, ζ ι, hoc est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic θ ad γ δ.



Camp. 8 **Aliter ostendere, quod est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic est cubi latus ad icosahedri latus sic descripti.**

Esto circulus α ϐ γ, & in ipso circulo α ϐ γ, describantur quinquanguli æquilateri latera α ϐ, α γ, & cõnectatur ϐ γ, assumaturq́ (per 1 tertij) centrum ipsius circuli, & sit δ, & ab ipso α in δ cõnectatur recta linea α δ, & extendatur in rectas lineas ipsi α δ recta linea δ ι, ponaturq́ ipsius α δ, rectæ lineæ dimidia δ ζ, & η γ, ipsius ι θ, esto tripla. Dico quod sub α ζ, β θ, æquum est ipsi quinquangulo. Ab ipso enim ϐ, in δ connectatur ϐ δ. Quoniam dupla est α δ, ipsius δ ζ, hemiolia igitur est α ζ ipsius α δ. Rursus quoniam tripla est η γ ipsius γ θ, dupla est η θ ipsius θ γ, hemiolia igitur est η γ, ipsius θ η. Sicut igitur ζ α ad α δ, sic γ η ad η θ, æquum igitur est quod sub α ζ θ η, ei quod sub δ α, γ η. Ipsa autẽ γ η, ipsi ϐ η est æqualis, quod igitur sub α δ, ϐ η, æquum est ei quod sub α ζ, θ η. Quod autem sub α δ, ϐ η, bina sunt triãgula sicut α ϐ δ, & quod igitur sub α ζ, η θ, bina sũt α ϐ δ, quinq; igitur quæ sub α ζ, η θ, decem sunt triãgula. Decẽ uero triangula, bina sunt pentagona, quinq; igitur quæ sub α ζ, η θ, binis pentagonis sunt æqualia. Et quoniam

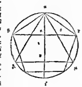


dupla est η θ ipsius θ γ, quod sub α ζ η θ, duplum est eius quod sub α ζ, θ γ. Duo igitur quæ sub α ζ, γ θ, æqua sunt uni quod sub α ζ, θ η. Et omnia quinquies, decem igitur quæ sub α ζ θ γ, æqualia sunt quinque quæ sub α ζ, η θ, hoc est binis pentagonis, quare quinq; quæ sub α ζ, θ γ, æqua sunt uni quinquangulo. Quinquies autem quæ sub α ζ, θ γ, æqua sunt ei quod sub α ζ, θ ϐ, quoniam quincupla est θ ϐ ipsius θ γ, & commune fastigium est α ζ, quod sub α ζ, ϐ θ, igitur æquum est uni pentagono.

Hoc demonstrato, nunc exponatur circulus comprehendens & dodecagoni pentagonum & icosahedri triangulum, in eadẽ sphæra descriptorũ.

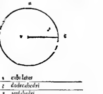
Describantur in ipso circulo α ϐ γ, pentagoni æquilateri latera, ϐ α, α γ, & connectatur ϐ γ, & assumatur centrum circuli

circuli, & sit ι, & ab ipso α in ι connectatur α ι, & extendatur α ι in γ. Et sit α ν, ipsius ι ν dupla, tripla autem ν γ, ipsius γ θ. Et ab ipso ν, ipsi α γ ad angulos rectos excitetur (per 11 primi) ν μ, & extēdatur in rectas lineas ν δ ipsi ν μ, triāguli ergo æqlateri est δ μ. Cōnectātur ipsæ α δ, α μ, æquilaterū igitur est ipsum α δ μ triāgulū. Et quoniā quod sub α ν, β ϛ, æquū est ipsi quinquāgulo, quod autem sub α ν δ, æquum est ipsi α δ μ triāgulo, est igitur sicut quod sub α ν, β ϛ, ad id quod sub δ θ α, sic quinquangulū ad triangulū. Sicut autem quod sub ϛ θ α ν, ad id quod sub δ ν α, sic ϛ θ ad δ ν. Et sicut igitur (per 11 quinti,) duodecim β θ, ad uiginti δ ν, sic duodecim quinquangula ad uiginti triāgula. hoc est dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem. Et duodecim quidē ϛ θ, sunt decem β γ, nā ipsa β θ, ipsius α γ, quincupla est, & ϛ γ ipsius γ θ sexcupla est. Sex igitur β θ, sunt æquales quinque β γ, & duplicia, uiginti uero δ ν, decem sunt δ μ, dupla namq; est δ μ, ipsius δ ν. Sicut igitur decem β γ ad decē δ μ, hoc est sicut ϛ γ ad δ μ, sic dodecahedri superficies ad icosahedri, superficiē, & β γ, quidē cubi est latus δ μ ipsius icosahedri, & sicut igitur (per 11 quinti) dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic β γ ad δ μ, hoc est cubi latus ad icosahedri latus.



Ostendendum iam, quod (recta linea secta extrema & media ratione) qualem rationem habet potens quod à tota & quod à maiori segmēto, ad potentem quod à tota & minori segmento, talem habet rationem cubi latus ad icosahedri latus.

Esto circulus α β comprehendens & dodecahedri pentagonum & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum, capiaturq; (per 1 tertij) centrū circuli & sit γ, & extēdatur quædam ab ipso γ utcūq; recta linea β γ, seceturq; (per 30 sexti) extrema & media ratione in δ, & maius segmentū sit γ δ. Decagoni igitur est latus ipsa γ δ, in eodē circulo descripti. Exponatur icosahedri latus & sit ε, dodecahedri uero, & sit ζ, cubi autē, & sit η. Igitur ε, triāguli latus est æquilateri, & ζ, pētagoni in eodem circulo descripti, & ζ ipsius η, extrema & media ratione diuisæ maius est segmentū. Et quoniam ε æqualis est ipsi æquilateri trianguli lateri, trianguli autem æquilateri latus (per 12 decimitertij) potētia ipsius ϛ γ, triplum est: triplū igitur est quod ex ε, eius quod ex ϛ γ. Sunt autem & quæ ex β γ, β δ, eius quod ex γ δ tripla. Sicut igitur quod ex ε, ad id quod ex γ ϛ, sic sunt quæ ex γ β, ϛ δ ad id quod ex γ δ, & uicissim (per 16 quinti) sicut igitur quod ex ε ad ea quæ ex γ ϛ, ϛ δ, sic quod ex γ ϛ, ad id quod ex γ δ. Sicut autē quod ex ϛ γ ad id quod ex γ δ, sic est quod ex η ad id quod ex ζ, maius, nāq; est segmentū ζ, ipsius η. Et sicut igitur (per 11 quinti) quod ex ε ad ea quæ ex γ ϛ, ϛ δ, sic quod ex η ad id quod ex ζ, & uicissim (per 16 quinti.) Ac conuersim, sicut igitur quod ex η ad id quod ex ε, sic quod ex ζ, ad ea quæ ex γ ϛ, ϛ δ. Et autem quæ ex ζ, æqua sunt quæ ex ϛ γ δ, quinquanguli nāque latus (per 16 decimitertij) potest & hexagoni & decagoni latus. Sicut igitur quod ex η ad id quod ex ε, sic quæ ex β γ, γ δ, ad ea quæ ex γ δ ϛ. Sicut autē quæ ex ϛ γ δ ad ea quæ ex γ δ ϛ, sic (recta linea extrema & media ratione diuisa quacunq;) potens quod ex tota & ex maiori segmēto, ad potentem quod ex tota & ex minori segmento, & sicut igitur (per 11 quinti) quod ex η ad id quod ex ε, sic (recta linea quacūque extrema & media ratione diuisa) potens id quod ex tota, & ex maiori segmento, ad potentem id quod ex tota & minori segmento. Est autem η, latus cubi, & ε icosahedri. Si recta igitur linea extrema & media ratione secta fuerit, erit sicut potens totam & maius segmentum ad potentem totam & minus segmentū, sic cubi latus ad icosahedri latus in eadem sphæra descriptorum.



Ostendendum iam nunc est, quod sicut cubi latus ad icosahedri latus, sic dodecahedri solidum ad icosahedri solidum.

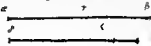
Quoniam enim æquales circuli comprehendunt & dodecahedri quinquangulum & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum, in sphæris autem æquales circuli æqualiter distāt à cētro (à cētro nāq; sphæræ ad circulorum plana perpendiculares ductæ æquales sunt, & in centra circulorum cadunt) quare à centro sphæræ in centrum circuli comprehendentis & icosahedri triangulum & dodecahedri pentagonum æquales sunt, perpendiculares, inquā. æqualiter igitur fastigiatæ sunt pyramides habentes bases dodecahedri pentagona, & bases habētes icosahedri triangula. Aequalis autem fastigij pyramides, adinuicem sunt sicut bases (per 5 duodecimi) Sicut igitur quinque altæ ... (lœuħ ſe, id est æque altæ)

 quangulum

quangulum ad triangulum, sic pyramis cuius basis quidem est dodecahedri pentagonum, vertex autem centrum sphæræ, ad pyramida basin quidem habentem triangulum, verticem autem centrum sphæræ Et sicut igitur (per undecimam duodecimi pentagona ad uiginti triangula, sic duodecim pyramides pentagona bases habẽtes, ad uiginti pyramides triangula bases habentes. Et duodecim pentagona, sunt dodecahedri superficies, & uiginti triangula, icosahedri sunt superficies. Est igitur sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiẽ, sic duodecim pyramides pẽtagona bases habentes, ad uiginti pyramides triangula bases habẽtes. Suntq; duodecim quidẽ pyramides pentagona bases habentes, solidũ ipsius dodecahedri, uiginti autem pyramides triangula bases habentes, solidum sunt icosahedri. Et sicut igitur (per 11 quinti) dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic solidum dodecahedri, ad solidum icosahedri. Sicut autem superficies dodecahedri ad solidum icosahedri, sic patuit esse cubi latus ad icosahedri latus Et sicut igitur (per 11 quinti) cubi latus ad icosahedri latus, sic solidum dodecahedri ad solidum icosahedri & quæ sequuntur.

Quod si binæ rectæ lineæ extrema & media ratione sectæ fuerint, in proportione sunt subiecta, sic ostendemus.

Secetur enim (per 30 sexti) αβ, recta extrema & media ratione in γ, maius autem segmentum eius sit αγ, similiter quoq; & δε (per 30 sexti) extrema & media ratione secetur in ζ, & maius segmentum eius esto δζ. Dico quod est sicut tota αβ ad maius segmentum ipsius αγ, sic tota δε ad maius segmentum ipsius δζ. Quoniam etenim quod sub αβγ æquum est ei quod ex αγ, quod aũt sub δεζ æquũ est ei quod ex δζ, est igitur sicut quod sub αβ, βγ, ad id quod ex αγ, sic quod sub δε, εζ, ad id quod ex δζ. Et sicut quod quater igitur sub αβγ, ad id quod ex αγ, sic quod quater sub δεζ, ad id quod ex δζ, Et componendo (per 18 quinti) sicut quod quater sub αβγ una cum eo quod ex αγ, ad id quod ex αγ, sic quod quater sub δεζ, una cum eo quod ex δζ, ad id quod ex δζ. Quare & sicut quod ex utraque ipsius δεζ, simul ad id quod ex δζ, & longitudine, sicut utraq; simul αβγ ad αγ, sic utraque simul δεζ ad δζ. Componendo (per 18 quinti,) sicut utraque αβγ, una cum αγ ad αγ, sic utraque δεζ, una cum δζ ad ipsam δζ, hoc est binæ δε ad δζ, & antecedentum dimidia, hoc est sicut αβ ad αγ, sic δε ad δζ. In antiquissimo codice sic. Quare & sicut quod ex utraque simul αβγ ad id quod ex αγ, sic quod ex utraque simul δεζ ad id quod ex δζ. & longitudine sicut utraque simul αβγ una cum αγ hoc est binæ αβ ad αγ sic utraque simul δεζ, una cum δζ, hoc est binæ δε ad δζ, & dimidia sicut αβ ad αγ, sic δε ad δζ.



Hoc demonstrato quod (recta linea quacunque extrema & media ratione diuisa) qualem rationem habet potens quod ex tota & ex maiore segmento, ad potentem quod ex tota & ex minori segmento, talem habet rationem cubi latus ad icosahedri latus, hoc etiã demõstrato quod sicut cubi latus ad icosahedri latus, sic dodecahedri superficies ad icosahedri superficiẽ in eadem sphæra descriptorum, & hoc quoque percepto quod sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic ipsum dodecahedrum ad icosahedrum, eo quia ab eodem circulo comprehenduntur & ipsius dodecahedri pentagonum & icosahedri triangulum, manifestum est quod si in eadem sphæra dodecahedrum & icosahedrum fuerint descripta rationem habebunt (recta linea quacunque extrema & media ratione diuisa) sicut potens quod ex tota & quod ex maiori segmento, ad potentem quod ex tota & minori segmento. His omnibus nobis notis, patet quod si in eadem sphæra dodecahedrum & icosahedrum inscripta fuerint, rationẽ habebunt, sicut (recta linea diuisa extrema & media ratione) potens totam & maius segmentum, ad potentem totam & minus segmentum, Quoniam enim est sicut dodecahedrum ad icosahedrum, sic dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, hoc est cubi latus ad icosahedri latus, sicut autem cubi latus ad icosahedri latus, sic (recta linea quacunque extrema & media ratione diuisa) potens totam & maius segmentum, ad potentẽ totã & minus segmẽtum, sicut igitur dodecahedrum ad icosahedrum in eadem sphæra descriptũ, sic (recta linea quacũq; extrema & media ratione diuisa) potens totam & maius segmentum ad potentem totam & minus segmentum.

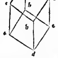
DECIMIQVARTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI MATHEMATICORVMQVE facile principis, ex traditione Campani, Geometricorum Elementorum Liber decimusquintus.

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 INtra propositum cubum, corpus habẽs quatuor bases triangulas æqualiũ laterum designare.

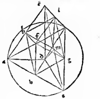
CAMP. Sit cubus cuius basis est quadratũ a b c d, suprema uero eius superficies quadratũ e f g h. Ipsum autẽ hac arte fabricare cõueniet Quadrato basis secũdũ quãlibet lineã ex 45 primi descripto, super singulos angulos eius ex 12 undecimi catheti secũdũ mẽsurã lateris ipsius quadrati erigãtur, quos ex 6 undecimi cõstat esse æquidistantes. Quinq; ergo eorũ bini & bini, corausto eis imposit æquidistãter laterib9 quadrati cõtinuẽtur, Cõstat igitur esse cõpositũ cubũ. nã quatuor eius laterales superficies sunt quadratæ ex 33 primi & ex 34 eiusdẽ & diffinitione quadrati: de suprema aũt superficie manifestũ est quoq; ꝙ ipsa est quadrata ex 10 immo 24 undecimi, & hac cõi sciẽtia quæ æqualibus sunt æqualia sibi quoq; sunt æqualia, & ex diffinitione quadrati. Si itaq; huic cubo libeat corpus quatuor basiũ triãgulariũ & æqlaterarũ inscribere, in basi & eius superficie suprema protrahãtur duæ diametri quarũ una cõtinuet duas extremitates infimas duorũ cathetorũ, & alia cõtinuet supremas aliorum duorum quas animo intelliges esse a c & h f, dehinc à duobus punctis h & f terminãtibus diametrũ superficiei supremæ, demitte hypothenusaliter binas & binas diametros quæ quatuor laterales supficies diuidant, quas imaginaberis esse ab h quidẽ a h & h c at uero ab f f a & f c. Has aũt diametros in hac plana figura protrahere contempsi, ne multitudo linearũ confunderet intellectũ. Si igitur figurã hanc ut oportet, actu uel animo cõpleueris uidebis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidẽtibus, pyramidẽ quatuor basiũ triangulariũ esse perfectã, quam cubo proposito ex diffinitione constat esse inscriptam, huius autem pyramidis bases æquilateras esse cõstat, eo quod ex 4 primi omnes istæ sex diagonales sunt adinuicem æquales.



Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 INtra datum corpus habens quatuor bases triangulas atque æquilateras, corpus octo basium triangularium æqualium laterum distinguere

CAMP. Si intra pyramidẽ quatuor basium triangularium & æquilaterarum, octoedrõ libeat inscribere, prius cõuenit pyramidem ipsam fabricare quæ ratione certa hoc modo componitur. Statuatur secundum cuiuslibet lineæ quantitatem trigonus æquilaterus qui sit a b c, cui circunscribatur circulus supra centrũ d. & exeat d e perpendicularis ad superficiẽ ipsius trigoni ex 12 undecimi, quæ ponatur dupla esse in potentia ad semidiametrum circuli circunscribentis trigonum a b c, & à puncto cadant tres hypothenusæ super tria pũcta a, b, c. Est itaque completa pyramis quatuor basium trilaterarũ & æquilaterarũ, protrahatur enim



d a d b,d c. Cum igitur anguli quos cõtinet linea e d cum singulis lineis d a,d b,d c. sint recti ex diffinitiõe perpendicularis ad superficiẽ cũq; quadratũ lineæ e d sit ex hypothesi duplũ ad quadratum semidiametri circuli a b c, erit ex penultima primi quadratum uniuscuiusq; trium hypothenusarũ linearũ e a,e b,e c, triplũ ad quadratũ semidiametri circuli a b c. Sed ex 5 tredecimi quadratum quoq; cuiusq; triũ laterum triãguli a b c, triplũ est ad quadratũ semidiametri eiusdẽ circuli, igitur omnia latera statutæ pyramidis sunt adinuicẽ æqualia, quare ipsa est æquilaterarũ basiũ. Cũ itaq; sibi octoedron includere uoluerimus, diuidemus unũquodq; sex laterũ eius in duo medio æqualia, & cõtinuabimus mediũ punctũ cuiusq; laterum mediis pũctis cũctorũ reliquorũ laterũ cũ quibus ipsum cõtinet & angulũ superficialẽ: uerbi gratia, diuidã latera basis in punctis f,g,h, & hypothenusas cadẽtes ab e. in pũctis k,l,m, & cõtinuabo pũctũ f: cũ pũcto g & cũ h & cũ k & cũ l, pũctũq; m, cũ eisdem g,h k.l, & g, cũ l, & k, cum eisdẽ h & l. Ecce itaque perfectum est corpus octo basium triangularium iis duodecim lineis media puncta laterum fabricatæ pyramidis iungentibus contentũ. Has autẽ octo bases ex 4 primi quoties oportet repetita æquilateras esse manifestum est, ipsum quoq; corpus statutæ pyramidi ex diffinitione inscriptum, quemadmodum iussi eramus efficere.

Eucli. ex Camp. *Propositio* 3

3 INtra cubum assignatum figuram octo basium triãgularium æqualium laterum constituere.

CAMPA. Cubo intẽdimus inscribere octoedron. Qualiter autẽ cubũ componere oporteat in prima huius sufficiẽter dictũ est. Igitur fabricato cubo pyramis quatuor basiũ triãgulariũ & æqualiũ laterũ in eo ex prima huius designetur ac intra ipsam pyramidẽ ex præmissa octoedrõ distiguatur, quo facto, simul etiã factũ erit quod uolumus. Cõstat enim ex ratiocinatiõe primæ, latera cũcta ipsius inscriptæ pyramidis esse diagonos basiũ cubi, & ex ratiocinatiõe præmissæ liquet cũctos ãgulos octoedri in hac pyramide distincti esse in lateribus ipsius pyramidis, quare manifestũ est omnia angularia pũcta huius octoedri esse in basibus assignati cubi. Igitur ex diffinitione habemus propositũ. Aliter idẽ. Cẽtris cũctarũ basiũ cubi queadmodũ in 9 quarti fit, repertis, à cẽtro supremæ superficiei eius ad cẽtra quatuor lateraliũ superficierũ quatuor hypothenusas demitte, & a cẽtro infimæ & ad earũdẽ lateraliũ superficierũ cẽtra quatuor alias hypothenusas eleua, cẽtra quoq; quatuor lateraliũ quatuor rectis lineis cõtinua, ita uidelicet quod cẽtra earũ tãtũ quæ inuicẽ secãt cõtinues. Verbi gratia, iũges cẽtrũ anteriorũ cũ cẽtro dextræ & cũ cẽtro sinistræ cẽtrũ quoq; ultimæ iũges cũ eisdẽ, hoc est cũ cẽtro dextræ & cũ cẽtro sinistræ. Habes itaq; corpus octo basiũ triãgulariũ iis 12 lineis quæ cẽtra superficierũ cubi cõtinuãt, cõplexũ. Si igitur has bases æquilateras esse probare uolueris, a centris basiũ cubi ad cũcta perpẽdiculares protrahe, quas necessariũ est omnia latera ipsius cubi per æqualia diuidere ex secunda parte 3 tertij. Quod planum erit, si unicuique basium cubi circulũ circunscripseris. atque ideo binas & binas super idẽ pũctum in lateribus basium cubi constat concurre, easque ex secunda parte 11 tertij patet adinuicẽ esse æquales, & æquidistãtes lateribus cubi ex secũda parte 28 primi, ideoq; etiã singulas esse æquales dimidio lateris cubi. Igitur ex 10 undecimi manifestũ est binas & binas earũ super idẽ latus cubi in medio eius pũcto cõcurrẽtes rectum angulũ continere, eo quod oẽs superficies cubi sunt quadratæ. Quia igitur illæ 12 lineæ cẽtra superficierũ cubi cõtinuãtes quæ & angulis quos hæc lineæ super media puncta laterũ cubi cõcurrẽtes binæ & binæ cõtinẽt subtẽduntur, ipsæ erũt ex 4 primi uel etiã si malis ex penultima primi adinuicẽ æquales. Ergo est in proposito cubo designatũ corpus octo basiũ triãgulariũ & æquilaterarũ, quod oportebat facere. *Eucli. ex Camp.* *Propositio* 4

4 INtra datum corpus octo basium triangularium atque æquilaterarum cubum figurare.

CAMP. Nõ dubites quin corpus octo basiũ triãgulariũ atq; æquilaterarũ certo dogmate fabricabis hoc modo. Qualibet recta linea super aliquod planum sursum orthogonaliter erecta eã per æqualia diuide & a pũcto eius medio duas lineas hinc inde perpendiculares extrahe, quæ cõponant lineã unã, eruntq; hæ duæ lineæ seinuicẽ secãtes uidelicet prima quæ super positũ planũ est orthogonaliter erecta, & alia quæ ipsam super eius mediũ pũctũ orthogonaliter secat in eadẽ superficie sitæ sunt per primã partẽ 3 undecimi. Ad superficiẽ igitur in qua ipsæ sitæ sunt super cõem pũctũ punctũ sectiõis earũ (quẽadmodũ 12 docet undecimi) ꝑpẽdicularẽ erige, quã facias eãdẽ superficiẽ in utrãq; partẽ penetrare, & pone cunctas sex portiões harũ triũ linearum à pũcto in quo seinuicẽ secãt æquales, sic enim quælibet quãlibet per æqualia & orthogonaliter diuidet, ita ꝙ cũ sint tres quæq; duæ earũ, salutiferæ crucis uenerãdũ signum ad angulos rectos cõtinebũt. A supremo igitur erectæ lineæ super positũ planum puncto quatuor hypothenusas ad extremitates duarũ linearũ ipsam secantiũ demitte deinde ab infimo eiusdẽ erectæ pũcto, quatuor alias hypothenusas ad easdẽ duarũ secantiũ linearũ extremitates eleua, postremo quoq; harũ hypothenusarum extremitates quatuor rectis lineis quadratũ cõtinentibus cõtinua. Erũt enim hæ duodecim lineæ uidelicet quatuor hypothenusæ a supremo pũcto erectæ perpendicularis descendentes quatuorq; postremæ ab eius infimo puncto sursum eleuatæ, & reliquæ quatuor lineæ harũ hypothenusarũ extremitates cõtinuãtes, ex penultima primi sine nugatiõis peccato pluries repetita adinuicẽ æquales quare cõstat corpus ab eisdem terminatũ octo basibus triangularibus æquilaterisq; cõtineri. Si igitur huic corpori cubũ inscribere delectat, cẽtra octo triãgulorũ ipsum ambientiũ inuenire ex 5 quarti labora, eaq; reperta 12 lineis rectis hac lege cõtinua, ut centrũ cuiusq; horũ triãgulorũ cũ centro cuiusq; triũ ad ipsius latera terminatorũ, per rectã lineã copuletur. Nõ est autẽ huius rei idoneũ figurã in plano depingere ideoq; restat, ut quod dicitur mẽte cõcipias, ipsumq; si placet actu & opere cõpleas Videbis enim 12 lineas horũ triãgulorũ cẽtra posita lege cõtinuãtes cubũ cõtinere. quẽ restat ut æquilateris rectãgulisq; superficiebus demõstres esse cõclusum, non enim erit cubus, nisi oẽs eius superficies sint quadratæ. Ducito ergo à quolibet angulo trigonarum superficierũ octoedri perpendicularẽ ad latus illi angulo oppositũ, has autẽ perpẽdiculares ex 1 quartidecimi cõstat adinuicẽ æquales, & diuidere latera quibus ꝑpẽdiculariter insistũt per æqualia, ideoq; binas & binas super 1 ẽ punctum lateris cu. superstãt cõuenire. Easdẽq; cõstat ex his quæ in 7 quartidecimi demonstrata sunt trãsire per cẽtra triãgulorũ. ideoq; per extremitates laterũ inclusi corporis trãsire, ac eorum portiones quæ intra cẽtra trigonorum & latera ipsorũ intercipiũtur ex ijs etiam quæ in eadẽ demõstrata sunt cõstat esse æquales, angulos quoq; ab ijs perpendicularibus binis coeuntibus cõtẽtos ex 4 primi patet esse æquales. Et quia hæ perpendiculares, suæq; portiões inter cẽtra & latera interceptæ eosdẽ angulos ambiũt. erunt quoq; anguli quos lineæ a cẽtris trigonorũ ad latera perpẽdiculariter cadẽtes binæ & binæ cõtinẽt adinuicẽ æquales Cumq; latera illius corporis de quo disputamus, hos angulos subtẽdunt, sequitur ex 4 primi frequẽter sumpta corpus inclusum esse æquilaterum. At quoq; rectãgulũ. Protrahãtur enim diagoni in singulis superficiebus, hos diagonos ex 4 primi oẽs adinuicẽ æquales esse cõuinces mediãtibus angulis a duabus perpẽdicularibus per ipsarum diagonorum extremitates trãseuntibus cõtentis, si prius hos angulos ex 8 primi æquales sibi inuicẽ esse probaueris. Cum igitur diameter tetragonarum basiũ corporis huius sint adinuicẽ æquales, latera quoq; earundẽ basiũ æqualia, necesse est ex 8 primi multoties repetita ipsas tetragonas bases esse æquiãgulas. At quia ex 32 primi oẽs ãguli cuiusq; earũ sunt æquales quatuor rectis, sequitur eas esse rectãgulas, itaq; ex diffinitiõe quadrati ipsæ sunt quadratæ. Igitur inscriptum corpus manifestũ esse cubum, sicut intẽdimus. *Eucl. ex Camp.* *Propositio 5*

5 PYramidem quatuor basium triangularium atque æquilaterarũ, assignato corpori octo basiũ triãgulariũ quoq; atq; æquilaterarũ inscribere. CAMP. Assignato corpori octo basium inscribe secũdũm præcepta præmissæ cubum, cuboq; inscripto inscribe (ut docet prima huius) pyramidẽ qualis proponitur. Cum igitur huius pyramidis anguli sint etiã anguli cubi, quemadmodũ ex demõstratione primæ manifestum est. cuncti autẽ anguli cubi sint ex præmissa in superficiebus assignati octoedri erunt quoq; cuncti anguli pyramidis huius in superficiebus corporis octo basium cui eam iubemur inscribere, quare ex diffinitione manifestum est nos fecisse quod quæritur. *Eucl. ex Camp.* *Propositio 6*

6 INtra datum corpus uiginti basium & æqualium laterum, corpus duodecim basium pentagonalium æqualium latetum atq; æqualium angulorum figuraliter componete.

CAMPA. Corpus 12 basium non docemus hic fabricare, quoniam ex 16 tredecimi qua conueniat arte hoc fieri, satis euidens est. Eo igitur ut ibi docetur composito ut sibi

R 4 corpus

corpus 12 basium pentagonarum atque æquilaterarum includere delectar, hac uía procedendum est Manifestum enim est 20 triãgulos, 60 superficiales angulos habere, & quia ad constitutionẽ uniuscuiusq; solidi anguli corporis icosedri quinque superficiales cõueniunt, sicut ex demonstratione 16 tredecimi colligitur, cõstat illud corpus duodecim solidis angulis cõpleri Inuenris igitur ut in antepræmissa cẽtris cunctorum triangulorum totum icosedron terminantiũ, ea 30 rectis lineis cõtinua, ita φ cuiusq; cẽtrũ centris omniũ circuniacentiũ cum quibus cõmunicat in larere per rectas lineas iũgas. Cũ ergo hoc feceris. uidebis ex illis 30 in eis duodecim pẽtagones cõstitui 12 angulis solidis dati icosedri oppositos. hos itaq; pẽtagonos quẽadmodũ in antepræmissa fecisti de basibus cubi, æquilateros esse probabis. Necesse est enim. ut quorũlibet triangulorum duorũ idem latus habentiũ, centra eodẽ spatio distent, restar ergo ut eos etiã æquiãgulos esse syllogises. Manifestũ est autem ex ratiocinatione 16 tredecimi, datum corpus uiginti basium ab eadem sphæra cuius diameter est tanquam diameter huius corporis uidelicet linea quæ duos eius angulos oppositos cõtinuat, esse circunscriptile Si igitur hæc diameter per mediũ secetur. pũctus sectiõis erit centrum sphæræ circunscribẽtis. Ab eo itaque ad superficies cunctorum pentagonorum perpendiculares ex 11 undecimi ducito, & a puncto in quo singulis pentagonis obuiauerint, ad singulos eorum angulos rectas lineas dirigito, deinde centrum sphæræ cum singulis angulis ipsorum pentagonorũ cõtinuato. Age ergo eos proba esse æquiãgulos hoc modo. Cũ enim oẽs circuli circũscribentes trigonos icosedri sunt æquales, erunt oẽs perpẽdiculares a cẽtro sphæræ ad ipsos ueniẽtes & in eorum centra cadẽtes, æquales. omnes ergo lineæ a centro sphæræ ad angulos cuiuslibet pentagoni ueniẽtes, sunt æquales nã anguli pentagonorũ sunt centra circulorum trigonos ipsos icosedri circunscribentium ex hypothesi Igitur ex penultima primi eodẽ argumẽtationis genere quo superius in 14 syllogisauimus sectorem prouenientẽ in superficie sphæræ cum aliqua plana superficies sphæram secat non super centrum eius. esse circunferentiam continentem circulum. necesse est quinq; lineas uenientes a cõcursu perpendicularis ductæ a cẽtro sphæræ ad superficies omnium pentagonorum ad quinque angulos cuiuscunq; pentagoni. esse adinuicẽ æquales: itaque omnibus duodecim pentagonis est circulus circunscriptibilis. Cum igitur ipsi sint æquilateri, conuincitur eos esse etiã æquiangulos quod oporrebat ostendere.

Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 **INtra datum corpus duodecim basium pentagonarum æquilaterarum atque æquiangularum, corpus uiginti basium triangularium atque æquilaterarum fabricare.**

CAMP. Qualiter corpus duodecim basium pentagonarum æquilaterarum atque æquiangularium componere oporteat. ex 17 tredecimi require. Sed qualiter corpus uiginti basium triãgularium æquilaterarũ sibi conueniat inscribi, hic addisce. Suorũ pẽtagonorum centris (ut in 14 quarti fit) repertis, ea adinuicẽ 30 lineis hac lege cõtinua, ut uniuscuiusq; pentagoni centro cuiusq; pentagoni secum in latere cõicantis iungatur. ita uidelicet, quod unuscuiusq; pentagoni centrum centris quinq; pentagonorum terminantium uel circuniacentium continuetur Cum igitur hoc feceris, obuiẽt tibi uiginti trianguli ab ijs 30 lineis centra pentagonorum continuantibus cõtenti. eruntq; ij uiginti trianguli uiginti solidis angulis ipsius dodecedri oppositi. amplectentes corpus uiginti basium triangularium, quas æquilateras esse demonstrabimus, & erunt 12 solidi anguli huius corporis 20 basium in centris 12 pentagonorum corpus dati dodecedri terminãtium. Hos itaque 20 triangulos æquilateros esse sic proba. A centris pentagonorum ducito perpendiculares ad latera, eruntq; omnes perpendiculares æquales. Binas ergo & binas probabis ex octaua primi æquos angulos cõtinere. Et quia lineæ cõtinuantes centra pentagonorum his angulis à binis & binis perpendicularibus contẽtis subtenduntur. cum omnes perpẽdiculares sint æquales, erunt ex quarta primi oẽs lineæ cõtinuantes centra pentagonorum æquales. Quod est propositũ. Perpendiculares autem binas & binas æquales angulos cõtinere, & omnes eas adinuicẽ esse æquales, sic collige. Ex 5 primi & 27 eiusdem constat singulas earum diuidere latera pentagonorum super quæ cadunr, per æqualia easq; esse adinuicem æquales ductis lineis a cẽtris pentagonorum ad singulos angulos eorum, Quare binæ & binæ super idem latus cadentes in eodem ipsius lateris puncto coibunt, eo quod utraque diuidit illud latus

duo

duobus pentagonis à quorum centris ueniunt cõmune per æqualia. Has igitur perpendicalares binas & binas usq; ad angulos quibus cõe latus in quo cocunt oppositũ per centra pentagonorũ producito, & eisdẽ angulis duas lineas subtẽdito, quas ex demonstratione 17 tredecimi manifestum est esse tan quam latus cubi ab eadem sphæra cũ proposito dodecedro circunscriptibili, ideoq; patet eas esse æquales, eo quod omnia latera cubi sint æqualia easdẽq; liquet ex nona undecimi esse æquidistantes. propter hoc quod ambæ æquidistãt cõmuni lateri in quo binæ & binæ perpendiculares cõueniunt. At uero ipsas easdẽ cõstat ex his perpendicularibus per æqualia diuidi. Itaque per 33 primi cunctæ lineæ cõtinuantes puncta in quibus binæ & binæ perpendiculares super has lineas quas tãquã cubi latera fore diximus, cõcurrunt sunt adinuicẽ æquales: nam omnes sunt tanquã latus cubi. Igitur ex octaua primi, anguli contenti a binis perpendicularibus, sunt æquales. Quare per 4 eiusdẽ, lineæ quoq; cõtinuantes centra pentagonorum sunt sibijnuicem æquales: inscriptũ ergo est proposito dodecedro corpus uiginti basium triangularium & æqualium laterum sicut iussi eramus.

Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 SOlido duodecim basium pentagonarum atque æquilateratum proposito, intra ipsum cubum distinguere.

CAMPANVS. Cum dodecedron super cubi latera fabricetur ut cõstat ex 17 tredecimi, nimirum eo fabricato sibi cõuenit cubũ inscribi, nam cum duodecim sint pẽtagoni, si unius cuiusq; eorũ uni angulo (prout cubi figuram uidebis exigere) chordã unã subtẽderis, ex ijs duodecim chordis sex æquilateras rectãgulasq; superficies cubi & corpus amplectentes superficies. Aequilateras quidẽ eas esse, constat ex quarta primi, rectãgulas autẽ, eodẽ argumentationis genere quo in sexta huius bases dodecedri dato icosedro inscripti demõstrauimus esse æquiangulas, constat quidẽ ex 17 tredecimi, propositum dodecedron sphæræ esse inscriptibile. Ergo à centro illius sphæræ ad omnes has quadrilateras superficies, perpendiculares, ut docet 11 undecimi protrahe, & à puncto concursus ad singulos angulos illarũ quadrilaterarũ superficierum rectas lineas dirige, ac eosdem angulos quadrilaterarũ superficierum cũ centro sphæræ iunge, eruntq; hæ lineæ centrum sphæræ cum angulis quadrilaterarum superficierum cõtinuantes: semidiametri sphæræ, de quarum quadratis (quia dempto quadrato perpendicularis, remanẽt ex penultima primi quadrata linearũ continuantium punctum concursus perpendicularium cum angulis quadrilaterarũ superficierũ) necesse est omnibus his quadrilateris superficiebus circulos esse circũscriptibiles, ideoq; necesse est eas esse æquiangulas, cum sint æquilateræ. Et quia ex 32 primi anguli cuiusq; earum pariter accepti sunt æquales quatuor rectis angulis, sequitur eas esse rectangulas: nihil ergo deest incripto corpori de ratione cubi.

Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 DAto dodecedro, sibi demum octoedron includere.

CAMPANVS Cõposito dodecedro ut in 17 tertijdecimi, sex latera suarum superficierũ ea uidelicet quæ cathetos sup sex lineas opposita latera superficierum cubi per æqualia secãtes erectos tanquã eorũ corausti iungũt per æqualia diuide, eaq; bina & bina adinuicẽ cõposita cõtinua per tres lineas, quæ seinuicem super medium punctum diametri cubi ex 38 undecimi per æqualia secabunt, eruntq;, ut quæq; duæ earum trium seinuicem quoq; ad angulos rectos diuidãt. Si igitur harum triũ linearum extremitates per 12 lineas rectas continuaueris, proueniet tibi corpus octo basium triangularium & æquilaterarum ex 4 primi, uel si mauis ex penultima primi. Quod oportebat ostendere.

Eucl. ex Camp. Propositio 10

10 INtra assignatum dodecedron, pyramidem quatuor basium triangularium atq; æquilaterarum adhuc restat distinguere.

CAMPANVS Assignato dodecedro inscribe cubũ ex 8 huius, cuboq; pyramidem ex prima. Cum igitur anguli pyramidis sint in angulis cubi ut patet ex ratiocinatione primæ, & anguli cubi in angulis dodecedri ex ratiocinatione octauæ: erũt quoque anguli pyramidis in angulis dodecedri, itaque cõstat q; uolumus.

Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 PRoposito icosedro, in eodem cubum figurare.

CAMPANVS Icosedro inscribe dodecedron ex sexta, ac dodecedro cubũ ex octaua. Constat autem ex demõstratione sextæ, quod omnes anguli dodecedri cadunt super centrum basium icosedri, & anguli cubi sunt in angulis dodecedri: itaque anguli cubi sunt in centris basium icosedri. Habemus ergo propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 ICosedron datum, pyramidẽ quatuor basium triangularium atq; æquilaterarum sibi postulat inscribi.

CAMPANVS. Si in dato icosedro ex præmissa cubum inscripseris, cuboque ex prima pyramidem incluseris, quin postulationi icosedri satisfeceris hæsitandum non erit. Scire autem oportet quod cum sint quinque regularia corpora de quorum mutua abinuicem inscriptione in hoc 15 libro determinetur, si unũquodque eorum cuilibet cæterorum esset inscriptibile, 20 eorundẽ inscriptiones acciderent. Quippe cuilibet eorũ quinq; essent cætera quatuor inscriptibilia, ideoq; quater quinque inscriptiones quod est 20, necessario prouenirent. At uero pyramidi solũ octoedrõ cõueniens est inscribi, nõ enim sunt in pyramide bases aut anguli aut latera, in quibus anguli cubi aut icosedri aut etiã dodecedri possint extrema ipsius pyramidis contingere. Cubus quoque solius pyramidis & octoedri, & octoedron solius pyramidis & cubi, receptioni sunt apta, qualiter enim in eorum alterutro 12 angulos icosedri, aut 20 angulos dodecedri, ita ut singuli in eorum singulis cadant collocabis? Icosedron autem cum cætera conuenienti ambitione possit complecti, solius octoedri nequit esse receptaculum, nam octoedri sex anguli semidiametrali seinuicem bini & bini oppositione respiciunt lineæq; eos continuantes sese per æqualia orthogonaliter diuidunt, ita q; illud gloriosum signũ ad cuius intuitum cõsternãtur dæmones, sub rectis angulis triplicatũ reddãt. hos itaq; triãgulos, neq; bases neq; anguli neq; latera icosedri possunt sub suo situ recipere, neq; enim in eo reperies sex bases aut sex angulos aut sex latera, hac diametrali orthogonaliq; oppositione se contuentes. Dodecedron autẽ nulli cæterorũ suæ ambitiõis denegauit hospitiũ, immo cũctorũ receptorũ existit. Vnde non incõuenienter dodecedri figurã antiqui Platõis discipuli ascripsere cœlo, quẽadmodũ pyramidis formã tribuerunt igni, eo q; sursum sub pyramidali figura euolet. Ac octoedri, aeri, qppe sicut aer ignẽ motus puitate sequitur, sic octoedri forma, pyramidis formã ad motũ habilitate comitatur. Viginti uero basiũ figurã aquæ dictauerũt, nã cũ ipsa basiũ pluralitate plus cæteris circuletur in sphærã, fluẽtis rei motui magis quã scãdẽtis cõueniens uisa est. Cubũ uero figurã, quidã dedere terræ: quid enim in figuris maiori ad motũ uiolentia indiget quàm tesseras? at in elementis quid fixius cõstãtiusq; reperitur terra. Si igitur ex 20 inscriptionibus, tres quæ pyramis nõ sustinet, binasq; à quibus natura cubi & octoedri aliena est, rursusq; unã cui repugnat icosedri figura, reieceris, erũt reliquæ tantum 14 inscriptiones, pyramidis quidem, sola cubi uero octoedri q; binæ, icosedri autẽ, tres, dodecedri autẽ quatuor, de quibus omnibus ut arbitror sufficienter alias disputatũ est.

Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 DAbticato quouis quinque regularium corporum sibi sphæram inscribere,

CAMP. Ex tertiodecimo libro itaq; manifestũ est unũquodq; quinq; horũ corporũ esse sphæræ inscriptibile. Nũc itaq; cõstabit uiceuersa sphærã unicuique ipsorũ esse inscriptibilẽ. A circũscribẽtis enim sphæræ cẽtro ad bases uniuersas cuiuslibet eorũ perpẽdiculares exeãt, quas intra centra circulorum bases ipsas circũscribentiũ cadere necesse est. Cũq; oẽs circuli eas circũscribentes sint æquales, eruntq; hæc perpendiculares æquales. Itaq; si secundũ quantitatẽ unius earũ circulũ super centrũ circũscribẽtis sphæræ descripseris, eiusq; semicirculũ quousq; ad locũ unde moueri cœperit redeat circũduxeris, quia ipsum per extremitates cũctarũ perpendicularũ necesse est trãsire cõuinces ex correlario 15 tertij sphærã istius semicirculi motu descriptam uniuersas bases assignati corporis in concursibus perpendicularium cõtingere. Nõ enim plus potest, sphæra de basibus corporis cõtingere q; circũduct9 semicirculus (dũ mouebatur) cõtingit. Quare assignato corpori cõstat nos sphærã quemadmodũ propositum erat inscripsisse.

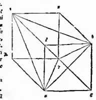
FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI MATHEMATICORVMQVE facile principis, ex Hypsiclis Alexandrini, Græci philosophi traditione, Geometricorum Elementorum Liber decimusquintus,

Eucli.ex Zamb. Problema 1 Propositio 1

Cap. 1
1

IN dato cubo pyramida describere.



HYPSICLES ex Zāb. Esto datus cubus α β γ δ ε ζ η θ, in quo oportet pyramida inscribere, connectātur α γ, γ ε, α ε, α θ, ε θ, θ γ. Manifestū iā, q ipsa α ε γ, α θ ε, α θ γ, γ θ ε, triāgula æqlatera sūt. quadratorū enim diametri sunt latera. Pyramis igitur igitur est ipsa α ε γ θ, & describitur in dato cubo quod facere oportebat.

Eucli.ex Zāb. Problema 2 Propositio 2

Cap. 2
2

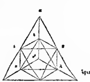
In data pyramide octahedrū describere.

HYPSIC. ex Zamb. Esto data pyramis α β γ δ, seceturq́ bifariā ipsis ε, ζ, η, θ, κ, λ, signis: & connectantur ipsæ θ η, θ λ, ζ κ, η κ, & reliquæ. Et quoniam α β, dupla est utriusq́ ipsarū θ κ, η ζ, æqualis igitur est θ κ, ipsi η ζ, & parallelus, similiter & θ η, ipsi ζ κ est æqualis & parallelus, æquilaterū igitur est θ κ ζ η. Dico quod & rectāgulū. Si enim ab ipsa κ λ, perpēdiculares agātur ad plana ε ζ β κ, ε ζ η ε, θ ζ θ λ, θ κ ζ η, similiter ostendemus quæ in ipsius θ κ ζ η, quadrati æqualatera: Quod facere oportebat.

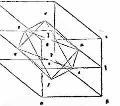
Eucli.ex Zamb. Probleme 3 Propositio 3

Cap. 3
3

In dato cubo octahedrum describere.



HYPSICLES ex Zamb. Esto datus cubus α β γ δ ε ζ η, Et capiantur centra insidentium quadratorum, κ, λ, μ, ν. Dico quod κ λ μ ν quadratum est. Excitentur per ipsa κ λ parallelis (per 31 primi) ξ ο, π ο. Quoniā igitur dupla est γ ο ipsius ο κ, & ξ ο ipsius ο λ, id propterea quod ex ο κ igitur ei est æquum quod ex λ ο, & per hoc & ο κ, ipsi ο λ est æqualis. Quod igitur ex κ λ, duplum est eius quod ex ο λ, Ac per hoc: & quod ex μ λ duplū est eius quod ex λ ξ, quod igitur ex κ λ, æquū est ei quod ex μ λ. Aequilaterū igitur est κ λ μ ν, manifestum est, quod & rectangulum, Assumantur ipsi β δ ν κ, bina quadrata, & centra ρ, σ, & connectantur ρ λ, ρ μ, ρ ν, σ κ, σ λ, σ ν, σ μ, manifestum est quod triāgula efficientia octahedrū æqualatera sunt eadem nāq ostendemus ratione.



Cap. 4 Eucl.ex Zāb. Problema 4 Propositio 4.

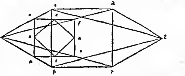
4

In dato octahedro, cubum describere.

HYPSICLES ex Zamb. Capiātur (per primā tertij) eorū qui circū α β γ, α γ δ, α β ε, α δ ε, triangula, circulorū centra κ, θ, κ, λ, & connectantur κ θ, κ κ, μ λ, λ θ. Dico quod κ θ κ λ est quadratum. Excitentur (per 31 primi) per ipsa κ, θ, κ, λ, ipsis β γ, β ε, γ δ, δ ε, paralleli, μ ν, μ ο, ν ξ, ξ ο. Quoniam igitur æquilaterū est α β γ triāgulum, quæ ex α in θ centrum, eius qui circū α β γ triāgulum circuli, bifariā dispescit eā q ad κ ipsius α β γ triāguli, æqualis igitur est ν θ ipsi θ μ. Ac per hoc iam & μ κ ipsi κ ο: & ο κ ipsi κ ξ est æqualis. Quoniam autem ipsa μ ν, ipsi

μα

μο, & μγ, ipsi ο ξ est æqualis, æqualis igitur & ι θ, ipsi μ κ, & θ μ, ipsi κ ο, & μ κ, ipsi ι κ, qui autem sub ι μ κ & κ θ κ, recti ex quo manifestum est, quod κ θ æqualis est ipsi κ. Et id propterea iam & reliquæ. Quoniã igitur κ θ κ λ parallelogrammum est in uno est plano. Et quoniam dimidium est uterque ipsorũ qui sub μ κ θ, θ κ κ, recti reliquus igitur qui sub θ κ κ, rectus est. Similiter & reliqui. Quadratum igitur est κ θ κ λ. Poßibile autem

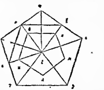


est quæ in principio aßũpta κ, θ, κ, λ, centra & parallelos cõficientia μ γ, γ ξ, ξ ο, ο μ, cõnectere ipsas κ θ, θ λ, λ κ, κ κ, & dicere ipsum κ θ κ λ quadratum. Si uero aßumamus & reliquorum triangulorum centra connectamusq; eadem, ostendemus reliqua, quadrata, habebimusq; in dato octahedro cubum descriptum, quod agendum fuerat.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5

5 In dato icosahedro dodecahedrum inscribere.

HYPSICLES ex Zamb. Exponatur quinqueangulum ipsius icosahedri α β γ δ ε, & centra circulorum qui circũ α ζ ε, α ζ β, β ζ γ, γ ζ δ, δ ζ ε, triangula, sintq; κ, θ, κ, λ, μ, connectanturq; θ θ, θ κ, κ λ, λ μ, μ κ. Et rursus connexæ ζ θ, ζ θ, ζ κ, extendãtur in ξ, ν, ο, bifariam nempe ipsæ γ α, κ β, β γ, secabuntur in ipsis ξ, ν, ν, signis. Et sicut γ ξ ad γ ο, sic κ θ ad θ κ, æqualis igitur est θ γ ipsi κ ο. Similiter iam & reliqua ipsius κ θ κ λ μ, pentagoni latera, æqualia demonstrabuntur. Dico quod & æquiangula.



παρὰ δύο, id est paralleli. Quoniam enim duæ γ ξ, γ ν, *ad binas κ θ, θ κ, æquos comprehẽdũt angulos & reliqua manifesta sunt. Intelligatur ab ipso ζ ad ipsius α β γ δ ε pentagoni planum perpendicularis acta quæ cadit in cẽtrum eius qui circũ pentagonum circuli. Si uero ab ipso γ in signũ in quod concurrit quæ ex ζ perpendicularis connectamus, ac per θ, parallelum agemus ad eam, manifestum quod concurrit ei quæ ex ζ perpendiculari, & quæ ab ipso γ parallelus rectum comprehẽdit angulum una cum ea quæ ex ζ perpendiculari. Rursus si connectamus ab ipsis ζ, κ, in centrum eius qui circum α β γ δ ε pentagonũ circuli, & in signũ in quod cõcurrit quæ ex θ, ei quæ ex κ connexa recta quo cum eadem comprehendet. Ex quo manifestum est quod quinquangulum κ θ κ λ μ in uno est plano.

Nos uero scire oportet, quod si quis nos interroget quot latera habet icosahedrum, sic dicemus. Manifestum quod icosahedrum, sub uiginti triangulis comprehenditur, & quod unumquodq; triangulum tribus rectis lineis constat. Oportet igitur nos multiplicare uiginti triangula in ipsa trianguli latera, fiunt sexaginta, quorum medietas sunt triginta. Similiterque & in dodecahedro. Rursus quoniam duodecim quinquangula dodecahedrum conficiunt, & unumquodque quinquangulum quinque continet rectas lineas, efficiemus duodecies quinque, & fiunt sexaginta: rursus eorum medietas sunt triginta. Cur autem dimidium efficiamus? quia quodlibet latus etiam si fuerit triangulum siue quinquangulum siue quadratum ut in cubo, †ex secundo capitur. Iisdem eadem disciplina in cubo & in pyramide, & in octahedro eadem efficiens, latera comperies. Si uero uelis rursus uniuscuiusque figurarũ angulorũ numerum inuenire, rursus eadem efficiens diuide per plana comprehendentia unum angulum solidi. †Et quoniam icosahedri angulum quinque triangula cõprehẽdunt, diuide per quinque, fiunt duodecim icosahedri anguli. In dodecahedro, tria pentagona angulum comprehendunt, diuide per tria, & uiginti habebis dodecahedri angulos. Similiter aũt & in reliquis angulos inuenier. Quæsitũ est quomodo ab una quaq; quinq; solidarum figurarũ uno plano cõprehendentium quomodocunq; dato, inuenitur & inclinatio, in quam adinuicem inclinantur comprehendentia plana unamquamque figurarum. Inuentio autem (sicut Isidorus noster magnus magister enarrabat) hunc habet modum.

ἐκ δευτέρου, id est repetitus bis, ut

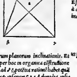
Quod quidem in cubo per rectã angulum dispescunt ipsum comprehendentia plana adinuicem manifestum. In pyramide uero exposito uno triangulo, centris terminis unius lateris, spacio uero à uertice in basin perpendiculari acta. †ambitiones descriptæ inuicem se secent, & ab ipsa sectione ad centra connexæ rectæ lineæ comprehendent inclinationem planorum pyramidem comprehendentium. In octahedro uero à latere trianguli descripto quadrato, centris terminis diagonij, interuallo autem iisdem trianguli perpendiculari, describantur circunferentiæ, & rursus à communi sectione ad centra connexæ rectæ lineæ comprehendent† desinentem in binas rectas quæsitæ inclinationis. In icosahedro porro, à latere trianguli descripto pentagono connectatur sub binis lateribus subtensa recta linea, & centris terminis eiusdem, interuallo autem ipsius trianguli perpendiculari descriptis, circunferentijs, quæ ex communi sectione

περιφέρειαι τῶν κύκλων αἱ δύο ἀπό. id est comprehendẽt cũ quo quæsita inclinatio à duobus rectis deficit.

ctione ad centra connexæ, comprehendent desinentem similiter in binas rectas inclinationis icosahedri planorum. In dodecahedro uero exposito uno quinquangulo, connexa similiter sub binis lateribus subtensa recta linea, centris terminis eiusdem, interuallo autem acta perpendiculari à bifaria sectione ipsius in parallelum et latus pentagoni, describantur circunferentiæ & quæ à signo in quod mutuo concurrunt ad centra connexæ similiter comprehendent* desinentem in binas rectas inclinationis planorum dodecahedri. ut supra

Sic quidem clarissimus ille uir de prædictis disseruit, claram putans in quouis demonstrationem. Sed ut manifesta fiat illorum demonstratio, uisum est uerba ipsius declarare, primumq; in pyramide. Intelligatur pyramis sub quatuor æquilateris triangulis comprehensa α β γ δ, basi α ϐ γ, fastigio uero δ, & secto ipso α δ latere (per 10 primi) bifariam in ε, connectantur ϐ ε, ε γ. Et quoniã α δ ϐ, α δ γ, triangula æquilatera sunt, & α δ bifariam secatur, ipsæ igitur α ε, ε γ, perpendiculares sunt in ipsam α δ. Dico quod angulus qui sub β ε γ, est acutus. Quoniam enim dupla est α γ ipsius α ε, quadruplũ est quod ex α γ eius quod ex α ε. Sed quod ex α γ, æquũ est eis quæ ex α ε, ε γ, (per 47 primi) quorum quod ex α γ ad id quod ex γ ε rationem habet quam 4 ad 3, & est æqualis γ ε ipsi ε β. quod igitur ex ϐ γ, minus est eis quæ ex ϐ ε, ε γ: acutus igitur est qui sub β ε γ. Quoniam igitur binorum planorum α ϐ δ, α δ γ, communis sectio est α δ, & cõmuni sectioni ad angulos rectos sunt rectæ lineæ in utroque ipsorum planorum actæ β ε, ε γ, & acutum angulum comprehendunt, angulus igitur qui sub β ε γ inclinatio est planorum, & est datus, data enim ϐ γ latus existens trianguli, & utraque ipsarum β ε, ε γ, perpendicularis, subsistens æquilateri trianguli, centris nimirum ϐ, γ, hoc est terminis unius lateris, interuallo uero triãguli perpendiculari descripti* ambitus, sese mutuo in ε signo dispescunt. Et quæ ab ipso in ipsa ϐ γ connexæ rectæ lineæ, comprehendunt planorum inclinationem id autem erat dictum. περίμετροι

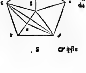
Et quod centris quidem ϐ γ, interuallo autem trianguli perpendiculari, descripti circuli adinuicem se secent, perspicuum est, utraque enim ipsarum ϐ ε, ε γ, maior est dimidia ipsius β γ: centris autem β γ, interuallo aũt dimidia ipsius ϐ γ descripti circuli, sese mutuo tangunt. Si uero minor fuerit, neque se tangunt neq; dispescunt, si uero maior, omnino secant & sic in pyramide hæc consequens aperte apparet ratio. Intelligatur rursus in quadrato α ϐ γ δ, pyramis uerticem habens ε, & ipsam comprehendentia* bifariam basis trĩagula æquilatera, erit autem α ϐ γ δ ε pyramis: dimidium octahedri, secetur (per 10 primi) unum latus unius trianguli α ε bifariam in ζ, & connectantur β ζ, δ ζ, æquales igitur sunt ϐ ζ, δ ζ, & perpendiculares in α ε. Dico quod angulus qui sub ϐ ζ δ, obtusus est, connectatur enim ϐ δ. Et quoniã quadratum est α γ, dimetiens autem ϐ δ, quod ex ϐ δ, duplum est eius quod ex δ α. Quod autem ex δ α, ad id quod ex δ ζ rationem habet (sicut in præcedenti dictum est) quam 4 ad 3. & quod ex δ β igitur ad id quod ex δ ζ, rationem habet quam octo ad tria, æqualis autem est δ ζ, ipsi ζ β. Quod igitur ex δ ϐ, eis quæ ex β ζ, ζ δ, maius est. Obtusus igitur est qui sub β ζ δ. Et quoniam binis planis se inuicem secantibus, hoc est α ϐ ε, α δ ε, communis sectio est α ε, & ad rectos angulos ei in utroque ipsorum planorum actæ sunt, ipsæ ϐ ζ, δ ζ, obtusum comprehendentes, qui igitur sub ϐ ζ δ, angulus *desinit in binas rectas inclinationis ipsorum α β ε, α δ ε planorum. Si datus fuerit igitur qui sub ϐ ζ δ, datur quoq; dicta inclinatio. Quoniam igitur datur triangulum octahedri & unum latus octahedri est α δ, & ab ipsa quadratum describitur α γ, dataq; ϐ δ, dimetiens existens ipsius quadrati. Sed & β ζ, ζ δ, ipsius trianguli perpendiculares. Quare & qui sub β ζ δ angulus datur. Descripto igitur quadrato ex latere trianguli sicut α γ, & connexa diametro sicut ϐ δ, si centris β δ, interuallo autem trianguli perpendiculari, circulos describamus, se inuicem in ζ dispescent. Et quæ ex ζ in centra connexæ rectæ lineæ, comprehendunt inclinationem eam quæ sub β ζ δ, *quæ desinit in binas rectas (sicut dictum est) ipsorum planorum inclinationis. Et hic perspicuũ est quidem sicut utraq; ipsarũ β ζ, ζ δ, est dimidia ipsius ϐ δ maior, ac per hoc in organica cõstructione circulos sese inuicẽ dispescere necesse est. Et ex demõstratione manifestũ sit sicut β δ ad δ ζ, potẽtia rationẽ habet quã octo ad tria, dimidiæ uero ipsius β δ potentia quadrupla est, & proinde maior est utraq; ipsarum ϐ ζ, ζ δ, dimidia ipsius β δ, & hæc quidem de octahedro. δίχα τῆς βάσεως praeter basim



Est quo deficit à duobus rectis inclinatio

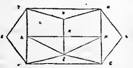
ut supra

In icosahedro autem intelligatur pentagonum æquilaterum α ϐ γ δ ε, & in eo pyramis uerticem habens ζ, ut triangula ipsam comprehendentia æquilatera sint, erit iam ipsa α ϐ γ δ ε pyramis pars icosahedræ figuræ. Secetur unum latus unius trianguli ζ γ bifariam in η, & connectantur β η, η δ, æquales existentes & perpẽdiculares factæ in ipsum ζ γ. Dico quod qui sub β η δ angulus obtusus est, & ibidem manifestum est, nam connexa recta linea ϐ δ, obtusum quidẽ explicat eum qui sub β γ δ ipsius pẽtagoni angulum, hoc autem maior qui sub β η δ, ipsæ nãq; ϐ η, η δ, ipsis β γ, γ δ, sunt minores: similiter iam ut in præcedenti, quod qui sub ϐ η δ angulus desinit in binas inclinationis ipsorum ϐ ζ γ, γ ζ δ, triangulorum, hoc dato, data erit & inclinatio ipsius icosahedri planorum. A latere namq; trianguli icosahedri descripto quinquangulo cõnexa sub binis lateribus subtensa pentagoni, sicut in ipsa descriptione ϐ δ data, similiter autem ὑποτείνει subtendit



. δ & ipsi ε

ipsis ϛ ε, γ δ perpendicularibus triangulorum, datur & qui sub ϛ ε δ. Siemm centris limitibus eius quæ sub binis lateribus subtensa pentagoni, sicut ϛ δ interuallo autem ipsius trianguli perpendiculari, circuli describantur, se cabunt se inuicem sicut in λ, & quæ ex ε ad ipsa ϛ δ connexæ rectæ lineæ, comprehendent desinentem sub binis rectis ipsorũ planorũ inclinatiõis, & hic quidẽ ex descriptione manifestũ est, quod utraq; ipsarũ β ε, ε δ maior est dimidia ipsius β δ. Instrumentali quoque fabrica est ostẽdere. Intelligatur separatim æquilaterum quidem triangulum ε κ λ, ab ipso autem κ λ quinquangulum describatur κ μ ν ξ λ, & connectatur μ λ, excitetur q; (per 11 primi) perpendicularis ipsius ε κ λ trianguli, ε ο. Dico quod ipsa ϛ ο maior est dimidia ipsius μ λ subtendentis inclinationem planorũ. Acta ab ipso α in ipsam μ λ perpendiculari ipsa κ π, quoniam qui sub κ λ π maior est tertio recti, hoc est eo qui sub κ ε ο, constituatur ei qui sub κ ε ο æquus qui sub π λ ϛ, ipsa igitur π λ perpendicularis est æquilateri triãguli cuius est latus ϛ λ, quare quod est ex ϛ λ, ad id quod ex λ π, rationem habet quàm 4 ad 3, maior autem est κ λ, ipsa λ ϛ. Quod igitur ex κ λ, ad iã quod ex λ ο, maiorem rationem habet quàm 4 ad 3, habet autem & ad id quod ex ε ο, quã 4 ad 3. Ipsa igitur κ λ, ad λ π maiorẽ rationẽ habet quàm ad ε ο, maior igitur est ε ο ipsa λ π. In dodecahedro sic intelligatur unũ quadratũ cubi à quo dodecahedrũ describitur, & sit α β γ δ, & bina plana dodecahedri, hoc est κ ϛ ζ ε, λ δ γ ζ. Dico iam & hic datã esse, binorũ quinquãgulorũ inclinationẽ. Secetur (per 10 primi) ζ ε bifariã in κ, & ab ipso κ ipsi ζ ε (per 11 primi) ad angulos rectos excitẽtur in utroq; planorũ κ λ, κ μ, & cõnectatur μ λ. Aio primũ q; q sub μ κ λ, angulus obtusus est. Ostensum autem est in decimotertio elemẽtorum, uolumine siue statu dodecahedri, quod quæ ex κ perpendicularis acta in α β γ δ, quadratum dimidia est lateris pentagoni, quare minor est dimidia ipsius μ λ, & id propterea qui sub μ κ λ angulus obtusus est. Simul q; ostensum est in eodem theoremate quod & quod quidem ex κ λ, æquum est ei quod ex dimidio lateris cubi & ei quod ex dimidio lateris pentagoni, quare eadem κ λ & κ μ sunt æquales, & maiores sunt dimidia ipsius μ λ; dato igitur angulo sub μ λ κ, desinens in binas rectas inclinatio erit planorum, uidelicet data. Quortam igitur latus α ϛ ε δ, quadrati subtendens est bina latera pentagoni daturque & pentagonum, datur ergo & μ λ. Datur autem & utraque ipsarum μ κ, κ λ, perpendiculares enim sunt à bifaria sectione α β sub binis subtensa lateribus in parallelum eidem latus pentagoni ut ζ ε, datur igitur qui sub λ κ μ desinens (sicut dictum est) in binas rectas quæsitæ inclinationis. Sene igitur in instrumentali fabrica dixit quod oportet dato pentagono, connectere subtensam sub binis lateribus quæ æqua sit ipsius cubi lateri, & centris limitibus ipsius, interuallo uero ab ipsa bifaria sectione acta perpendiculari in parallelum eidem pentagoni latus, sicut in descriptione κ λ, κ μ, describe circumferentiæ, & ab ipso commissuræ circumferentiarum signo ad centra connectere rectas lineas comprehendentes desinentem in binas rectas inclinationis ipsorum planorum, quod enim ipsa κ λ, perpendicularis maior est dimidia ipsius μ λ, dictum est, sicut in elementis simul etiam est ostensum.



DECIMIQVINTI LIBRI FINIS

BARTOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS
Clarissimo uiro Paulo Pisano patritio Veneto
equiti Inrato grauissimoq; senatori
fœlicitatem perpetuam.

LICET Mathematicæ disciplinæ quæ primum certitudinis fastigium uno omniũ philosophantium iudicio obtinent. Paule Pisane uir grauissime, à priscis illis philosophantibus semper exculta fuerint, tamen astrologiam cæteris lõge præstare censuerim: & hoc sane binis adductus rationibus, nam longe clariora & excellentiora sunt quæ ab astrologis in cœlestium globorum conuersione, astrorumq; reuolutione, traduntur, hac siquidem disciplina cœlestia quæ his inferioribus lõge sunt præstãtiora homines intuentur, astra fixa errãtiaq; paritet, distãtias, solisq; & lunæ defectus cõiectãt, quæ deus opti. max. mira sapiẽtia cõstruxit. Illud quoq; accedit quod hæc disciplina reliquas tres in sese cõtinet: nã cũ in astrologicis theorematibus spectãtur circuli, anguli, quadrata quæ ex cœlestiũ globorũ cõuersione fiunt, tunc geometria est opus, cũ uero numeri adhibẽtur ut supputatiões accõmodatius fieri possint tam minutorũ quã secundorũ & reliquarũ particularũ, sicut in magna cõstructiõe Mathematica Claudius tradit Ptolomæus, quã imperiti almagestũ nescio quo beluoso nomine appellãt, tũc auxiliatur arithmetica, si autẽ globorũ mot⁹ alios celeriores, at alios tardiores iuuenis ubi eos simul cõparaueris, propottionibus sese mutuo correspõdere cõperies quas musica disciplina ostẽdit. Pythagoreus nãq; Nicomachus in globorũ cœlestiũ reuolutionibus Hatmoniã sonosq; gigni in musicis tradit. Cuius disciplinæ primordia quæ Phænomena sunt hoc est apparentia, cum Euclides Megarensis clarissimus mathematicus mira indagatione cõscripserit, opusculũ illud ijs qui astrologiæ disciplinã sibi uendicare cõtendunt utile & scitu iucũdum cũ fortasse hisce diebus ad nostras manus peruenisset, ne tãta utilitate studẽtes carerẽt, illud latinũ fecimus. Quod opus qm̃ latinis hucusq; ignotũ extitit, uoluimus ut sub tuo nomine è Græcia in Italiã migraret seseq; latinis præberet legendũ, ut licet ex sese auctoritatẽ uel maximã habeat: nã nõ recte sentiũt qui Euclidi plurimũ non tribuũt, tua auctoritate, maior existimatio & auctoritas ei accederet. Tũ ut licet te pater meus nosq; omnes semper excoluerimus, tuaq; uetustissima fuerimus mãcipia, hãc obseruationẽ nostrã nullã esse cẽserẽ, nisi ea tibi hoc munere certior fieret. Quod op⁹ tibi abs te cõprobatũ fuisse cognoscã cõi utilitati consulens, conabor ut aliorum præclarissima mathematicorũ opera in lucem ueniãt, tu uero Vale æternũ, nostri sq; uotis da facilẽ cursum. In Ædibus patrijs xij. Kal. Octobris in xi. ɪɪvɪ. & xɪx. Elemento à reconciliata diuinitate.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI PLATONICI MATHEMATICIQ́ præſtãtiſſimi Phænomena, ex traditione Theonis Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

QVONIAM aſtra non errantia ex eodem oriri loco, in eũdemq́ locum occidere ſpectantur, quæq́ ſimul oriũtur, ſimul ſemper oriri, & quæ ſimul occidunt ſemper ſimul occidere. Ab ortuq́ in occaſum uergentia eiſdem inuicẽ interuallis diſtare, ueluti Orionis, id quod obtigit à cingulo ad pedes uſque idem ſemper eſt interuallum. Id, inquam, fit in ijs ſolis quæ in gyrum feruntur, quoniam uiſus omnino a circunferentia æque diſtat, quemadmodũ in opticis oſtenditur. Receptum ſiquidem eſſe oportet aſtra circulo ſe ferri in unoq́ corpore reuinciri, uiſumq́ à circunferẽtijs æque diſtare, ſpectatur ſiquidem ſtella aliqua inter ſublimes loco, locum ex loco non permutans, ſed in qua eſt regione in eadem reuoluta. Quandoquidem ita ad circulorum circunferentias in quibus reliqua aſtra feruntur, ubique æque diſtare uidetur. Admittendũ eſt ſane circulos omnes parallelos eſſe. & id propterea aſtra non errantia per parallelos ferri polum habentes iã dictam ſtellã. Horũ aũt nõnulla neq́ orientia neq́ occidentia ſpectãtur, eo quia in ſublimioribus circulis ferũtur, quos ſemp apparẽtes appellãt. Hæc ſiqdẽ ſunt aſtra quæ polum apparentem ſequuntur uſque ad circulum arcticum, & quæ polo propinquiora minimo circulo feruntur, maximo uero quæ longius abſunt. At quæ in arctico circulo exiſtunt horizontem radere uidentur. Quæ uero ad meridiem omnia & oriri & occidere ſpectantur, eo quia eorum circuli non ſunt toti ſupra terram, ſed eorum pars ſupra, at reliqua ſub terra. Eorũ uero ſegmentorũ quæ ſupra terram unũquodq́ quo propius ad ſemper apparentium circulum maximum acceſſerit, magis apparet, eorũ uero quæ ſub terra quo propius ad dictũ circulũ accedit, min ſpectatur. Eo quia aſtra in ſegmento orbis quod ſub terra exiſtunt inuehuntur tẽpore minimo, quæ uero in eo quod ſupra terram maiori feruntur. Quæ uero ab ijs longius abſunt ſemper ſupra terram tempus obtinent minus: quæ uero ſub terra maius, minimum uerò tempus habebunt quæ ſupra terram ferũtur ea quæ in meridiem uergunt, quæ uero infra terram maius. Qui uero inter hos medij ſunt æquale tempus habent ei quæ ſub terra eſt parti. Quare orbem huiuſmodi æquinoctialem appellamus. Qui uero ab æquinoctiali circulo æqualiter diſtent, æquali tempore. & ſegmentis uiciſſim æqualibus inuehuntur, ſicut quæ ſupra terram in ſeptentrionem uergunt cis quæ ſub terra in meridiem tendunt. Quæ uero ſupra terrã in meridiem tendunt, eis quæ infra terram ad ſeptentrionem comeãt utriuſq́ enim circuli & eius qui ſupra terram. & qui ſub terra in continuum tendit idem tẽpus, apparet præterea lacteus circulus & zodiacus in parallelos obliqui exiſtentes circulos, ſeſeq́ inuicẽ in circunuectione diſpeſcẽtes ſemper hemicyclia ſuper terram habere uidentur. Iã ex his omnibus quæ dicta ſunt mundus ſphæricæ ſpeciei eſſe ſupponitur. Si enim cylindroides aut conoides eſſet. Quæ in obliquis circulis æquinoctialẽq́ bifariã ſecãtibus ſtellæ cõprehenſæ in ambitu, neutiquam ſemper in æqualibus ſemicirculis prouehi apparerẽt, ſed quãdoq́ in maiori ſemicirculi ſegmẽto. & quandoq́ in minori. Si enim conus aut cylindrus plano ſecetur, non aũt ad baſim, ſectio ſit oxygoni coni quæ clypeo ſimilis eſt. Manifeſtũ igitur qđ huiuſmodi figura in medium ſecta & in longum & in latum diſſimilia ſegmenta efficiet. Manifeſtum autem quod & ſi oblique per medium ſecta fuerit. & ſic diſſimilia efficiet ſegmenta. Quod in mundo nequaquam fieri deprehenditur. hijs igitur omnibus mundus eſt ſphæricus. æqualiterq́ circa axẽ uoluitur. Cuius unus quidem eſt polus ſupra terram apparens, alter uero infra terram occultus. Horizon uero uocetur per planum noſtrũ procidens in mundo circulus finiensq́ ſupra terram ſpectatum hemiſphærũ, ſi ſphæra nãque plano ſecta fuerit ſectio circulus eſt. Meridianus porro circulus appelletur,

qui

qui per ſphæræ polos & recte ad horizõtẽ ꝑuenit. Tropici uero ſunt quos per mediũ zodiacus orbis tangit, qui eoſdem cum ſphæra polos habent, ſed qui per medium cur rit zodiacus circulus & æquinoctialis maximi ſunt, bifariã enim inuicem ſeſe diſpeſcũt in principio arietis & libræ. ſunt namq; in diametro, & in æquinoctiali exiſtentes, con/iugatæ oriuntur & occidunt, inter ipſos habentes ʀ ſignorum ſex ſigna, æquino/ctialis uero circuli binos ſemicirculos, quando quidem utrunque principium in æqui/noctiali orbe exiſtens in eodem feratur tempore. & quæ ſupra & que infra terram eſt pars. Si enim ſphæra circa ſuũ æqualiter axẽ euoluta fuerit, omnia in ipſius ſphæræ cir cunferentia cõſiſtentia ſigna in æquali tempore ſimiles circunferẽtias circulorum per quos feruntur tranſibunt. ſimiles igitur æquinoctialis circuli circũferentias tranſibũt, eam ſcilicet quæ ſupra terram, & eam quæ infra: circunferentiæ igitur ſunt æquales: ſe/micirculus & enim utraq; eſt. Nam ab oriente in ortum, ſiue ab occidente in occaſum totus circulus eſt. Id propterea animalium circulus & æquinoctialis inuicem ſeſe bifa/riam diſpeſcunt. Si uero in ſphæra bini circuli ſeſe inuicem bifariam ſecuerint, uterque ſecãnum maximus eſt. Igitur zodiacus orbis. & æquinoctialis maximi ſunt, & horizon quoque maximus eſt, zodiacum & enim & æquinoctionalem orbem maximos exiſtẽ/tes ſemper bifariam diſpeſcit, Duodecim uero animalium ſex ſemper ſupra terram, & æquinoctialis circuli ſemper ſuperñe ſemicirculum habent: quæq; in eo ſunt aſtra ſi/mul & orientia & occidentia in eodem tempore adueniunt, alterum ſiquidem ab ortu in occaſum, alterum uero ab occaſu in ortum. Ex his igitur oſtenſis manifeſtum eſt quod æquinoctialis circuli ſemicirculus in horizonte eſt Si uero in ſphæra manens cir culus bifariam maximorum aliquem ſecuerit ſemper delatum, & ſecans quoque maxi mus eſt, horizon igitur maximus eſt,

Theorema 1 Apparens 1

TErra in medio mundo eſt, centriq; ordinem obtinet ad mũdum.

Sit in mundo horizon a b. terra autem ſit uiſus noſter qui ſit ad d, ſintq; orientales partes c, occiduæ uero ſint a. ſpectetur que per dioptram iacen/tem ad d, ſignum cancer oriens in c ſigno. ſpectabitur igitur eadem dioptrá capricornus occiduus, ſpectetur per a ſignũ & quoniã ſigna a d c. per dioptram ſpectãtur, recta igitur eſt linea quæ p a d c eſto a d c. ma/nifeſtum iam eſt quod a d c dimetiens eſt non errantium ſphæræ & zodiaci, quandoquidẽ zodiaci ſuper horizontem ſex animalia diſcin dit. Rurſus iam moto zodiaco & dioptra ſpe/ctetur leo oriens in b ſigno: ſpectabit igitur eadem dioptra aquarius occidens, ſpectetur in e ſigno, & quoniam e d b ſigna per dioptrã ſpectantur, recta eſt linea quæ per e d b, ſit e d.

igitur ipſa e d b diametros eſt, & non errantium ſphæræ & zodiaci circuli. patuit autẽ quod & a d c. Igitur d ſignum centrum eſt non errantium ſphæræ, eſtq; ad terrã. ſimili ter iam oſtendemus quod ſi illud ſignum, in terra aſſumatur centrum eſt mundi, ter/ra igitur in medio mundo eſt, centrique ordinem ad mundum obtinet.

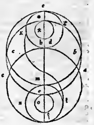
Theorema 2 Apparens 2

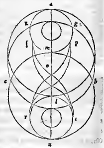
IN uno mundi ambitu, qui per polos ſphæræ circulus bis erit re/ctus ad horizontem, zodiacus uero circulus ad meridianum bis e/rit rectus, ad horizontem uero minime quando polus horizõtis fuerit inter æſtiuum tropicum circulum, ſi uero in aliquo tropicorum fue/rit polus horizontis, zodiacus circulus omnino ad horizontem rectus erit, quando autem polus horizontis inter tropicos circulos fuerit, zodiacus cir culus ad horizontem bis erit rectus.

Eſto horizon circulus b e c, & maximus ſemper apparentium circulorum eſto a d. maximus uero ſemper non apparentium eſto e f, æſtiuus uero tropicus ſit g b k, hyber

 nius

nus autem tropicus sit l m n, zodiacus porro circulus positionem habeat sicut K l, poli autẽ sphæræ sint x o, signa, describaturq; per x maximus circulus a x e o. Dico quod in uno sphæræ ambitu, qui per polos sphæræ circulus bis erit rectus ad horizontem, zodiacus autem circulus ad meridianum bis erit rectus, ad horizontem uero minime, quando polus horizontis inter g h K, & a d. fuerit, quod quidem qui per polos sphæræ ad b e c, horizontem bis est rectus ostẽditur. Dico iam quod K l, ad a o, meridianum bis erit rectus. Quoniam enim in sphæra bini circuli a b c, g h k, sese inuicem dispescunt, perque polos eorum describitur circulus maximus a h o, æqualis igitur est circunferentia k h, ipsi h K, & l p, ipsi, p n, estque æqualis circunferentia g b K, ipsi circunferentiæ l p n, æqualis igitur est l p, circunferentia ipsi k h, circunferentiæ. In quo igitur tempore K signum ab ipso exordiens k, ipsam K h, percurrens circunferẽtiam in h, peruenit, in eo & l signum ambitum l p, percurrens in p signum stabit, & zodiacus circulus positionem babebit sicut h b, p c Nã quoniam in sphæra bini orbes a g h K, b h p c, sese inuicem tangunt, ac per unius polum & contactum maximus describitur circulus x h o b. Igitur ipse x h o q, orbis ueniet & per ipsius h b p c, orbis polos, ad eumq; rectus erit, quare & b b p c. orbis ad ipsum x b o p, orbẽ rectus est. Rursus quoniam a d circunferentia ipsi m n, circunferentiæ similis est, in quo igitur tẽpore a ad d. peruenit, in eodẽ & n ad m, & zodiacus circulus positionem habebit sicut a b m c, nam quoniam in sphæra bini orbes a b m c, a h sese inuicem tangunt, perq; unius polum & contactum maximus describitur circulus a x o h, rectus igitur est, a x h o ad a b m c, orbem, quare & a b m c, orbis ad a x h o, orbem rectus est. Rursus quoniam a k circunferentia ipsi l m. circunferentiæ similis est, in quo igitur tempore a, peruenit ad K, in eodem & m ad l, uenit zodiacusque circulus positionem babebit sicut k l: in quo igitur tẽpore K incipiens a K, ipsamq; K h, percurrens circũferentiã ad h, peruenit, q temporis interuallum est unius sphæræ ambitus, ipse K l, orbis ad b e c, orbem, bis erit ad angulos rectos, Eisdẽ expositis sit polus ipsius b e c K, inter signa d x. Dico quod k l, circulus zodiacus ad b e c K, horizontem neutiquam erit erectus. Si enim orbis K l rectus est ad orbem, b e c K, ipsum per polos dispescit, transietq; per polum existentem inter d x, secabit quoque ipsum g h K, tropicum quod est impossile, idq; propterea k l zodiacus nõ erit rectus ad b e c K, horizontem. Sit autem borizõtis polus in l m n, in m. signo. Dico quod omnino orbis K l. ad horizontem rectus erit. Nam quoniam K m, circunferentia ipsi l n circunferentiæ, est æqualis. In quo igitur tempore k ipsam k m, percurrens circunferentiam ad m, peruenit, in eodem l in n, erit & zodiacus circulus positionem habebit sicut b k c. Quoniam igitur b m, ipsum n b c, horizontẽ per polos secat ipsumq; bifariam secat & ad angulos rectos Rectus igitur est zodiacus circulus ad horizontẽ. Esto aũt polus horizõtis inter tropicos sitque o signũ. Dico q k l circulus ad horizontẽ bis erit rectus. describãtur p polũ o maximi orbes s o t. p o r, tangentes ipsum a g m k tanget iam & ipsum t n r, & quoniam orbis p o r. ipsum g e k, per polos secat bifariam & ad angulos rectos ipsum secat, rectus ergo est circulus p o r, ad g e k. Idque propterea iã orbis s o t. ad g k e, rectus est. Et quoniam qui ex k semicirculus sicut ad k l partes contactum non admittit ipsi s semicirculo, sicut ad s t. partes, Similis & K s, circũferentia ipsi l t. cir-



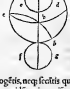


l t. circunferentiæ: in quo igitur tempore k in f peruenit in eodem & l in t. & k l. circulus coheret in ipso f t, circulo a t, f t. circulus ad g e k rectus est: & k l. igitur ad e k. rectus est. Rursus quoniam f m p, circunferentia ipsi t n r, est similis: in quo igitur tempore f in p. in eodem quoque & t in r uenit, & circulus zodiacus conuenit in circulo p o r, & p r. ad g e k, rectus est, & zodiacus circulus rectus est ad g e k, horizontem, bis igitur zodiacus circulus ad horizontem rectus est.

Theorema 3 Apparens 3

ASTrorum non errantium, ortus occasusq; efficientium unũquodque iuxta eadem horizontis signa oritur & occidit.

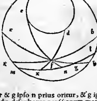
Sit in mundo horizon a b c maximus autem semper apparẽtium esto circulus a d e, non apparentium uero maximus esto b g f, assumanturq; signum b ortus & occasus facientiũ, sintq; orientales partes c, occiduæ uero sint k. Dico quod h signum semper iuxta eadem horizontis signa oritur, & occidit euoluta sphæra, sit orbis per quem signum b cõuertitur sitq; k b c, igitur orbis k h c, ipsum horizontem secat estque rectus ad ipsius sphæræ axem. Ipsi autem axi ad angulos rectos existentes circuli, horizontemq; dispescentes, ortus & occasus per eadem horizõtis signa efficiunt, orbis igitur k h c, per c signum oritur, & per k occidit, fertur aũt h signum in circunferentia ipsius k h c circuli, & h igitur signum per signũ c oritur, & per k occidit.



Theorema 4 Apparens 4

ASTrorum in maximi circuli ambitu existẽtiũ, maximũq; semper appareotiũ non taogẽtis, neq; secãtis quæ prius oriuntur, prius & occidũt & qui prius occidũt prius oriũtur.

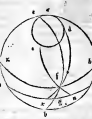
Sit in mundo horizon a b c, maximus autem semper apparentium sit a d e, alius autem maximus orbis esto e f b. non secans circulum a d e, neque ipsum tangens. Assumanturq; in ipsius c f b, circuli circunferentia bina contingentia signa sintq; f g. Dico quod ipsorum f g signorum, quod prius oritur prius & occidit, & prius occidens, prius oritur. Sint autem orientales partes c, occiduæ uero sint b. sintque paralleli circuli per quos signa f g. inuebuntur h k. l m & per f maximus describatur circulus n f e, ipsum a d e. circulum tangens ut tamen non tangat semicirculum qui ex e sicut ad partes e f n, ei qui ex a semicirculo ad a c. partes similis igitur est k f, circunferentia, ipsi m n, circunferentiæ, reliqua igitur f h, circunferentia & continua ei sub terram usque ad k, signum similis est ipsi n l, circunferentiæ & ei continuæ sub terram usque ad m signum. In æquali igitur tempore f n. signa ipsas f b, n l, & eis continuas usque ad k m, signa circunferentias pertranseunt. Ipsa igitur f n, signa simul oriuntur & g ipso n prius oritur, & g igitur ipso f. prius oritur. Dico quod & prius occidit, describatur per f signum maximus circulus x f d. ipsum a d e, circulum tangens, ut a b d, semicirculus ad partes d f x, ipsi a. semicirculo ad partes a h, non concurrat. similis igitur est f b, circunferentia ipsi x l. In æquali igitur tempore f, signum ipsam f h, circunferentiam transit, & x signum ipsam n l circunferentiam. Igitur f signo in h ducto, & x. in l, stabit. Ipsa igitur f x, signa simul occidunt: & g, ipso x, prius occidit, & g ipso igitur f. prius occidit: similiter iam demonstrabimus quod & prius occidens prius & oritur.



Theorema 5 Apparens 5

AStrorum in maximi orbis ambitu qui maximum semper apparẽtium secat, existentium, quæ in septentrione sunt prius oriuntur posterius uero occidũt.

Esto in mũdo horizon a b c, maximus autẽ semper apparẽtiũ sit a d e, alius autẽ maximus circulus esto c f b, ipsum a d e, circulum dispescens. Assumanturque in ipsius c f b, orbis ambitu bina contingentia signa. sitq; f, signum a d septẽtrionem. Dico quod f, signum ipso g prius quidem oritur, posterius autem occidit. Sint orientales quidẽ partes c, occiduæ uero sint b sintque circuli paralleli per quos f g, signa inuehũtur b k, l m, describaturq; per f signum maximus circulus n f e, ipsum a d e, circulum tangens, ut non tangat eũ qui ex a, semicirculũ ad partes f g, ei qui ex a semicirculo, sicut ad a c k, partes. Similis ergo est f k, circunferentia ipsi n m circunferentiæ. Reliqua igitur h f, circunferentia & continuá ei sub terram usque ad k signum similis erit ipsi n l, circunferentiæ & ei cõtinuæ sub terrã usq; ad m signũ. In æquali igitur tẽpore ipsa f n, signa ipsas f h, n l, circũferentias, & eis continuas usq; ad k m, signa percurrẽt. Igitur ipsa f n, signa simul oriũtur. Ipsum autẽ n ipso f prius oritur, & f ipso g igitur prius oritur. Dico quod & posterius occidit, describatur per x signum maximus circulus f d, ipsum a d e, circulum tangens, ut non tangat eum qui ex d, semicirculum sicut ad partes d f, ei qui ex a semicirculo, sicut ad a h partes. Similis igitur est f h, ambitus ipsi x l, ambitui. In æquali igitur tempore f, ipsum f h, ambitum, & x ipsum x l, perficit. Ipso igitur f in h signo existente, & x in l stabit. ipsa igitur x f, signa simul occidunt. Ipsum autem g prius ipso x occidit. Igitur & g ipso f prius occidit, quare & x ipso g posterius occidit, patuit autem quod & prius oritur. Igitur ipsum f ipso g prius oritur, posterius autem occidit.



Theorema 6 Apparens 6

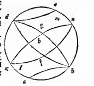
IN zodiaco circulo astra consistentia in diametro coniugate oriũtur & occidunt, similiter & qui in æquinoctiali.

Sit in mundo horizon a b c, zodiacus autẽ circuli positionẽ habeat a d b, æquinoctialis autẽ esto e f d, sintque ipsorum quidem segmẽta super terram a g b, e g f, in diametro igitur est a, signum ipsi b signo, & e ipsi f. Dico quod ipsa a b & e f, signa coniugate oriuntur & occidunt. Sint orientes partes a, occiduæ uero b, & sunt paralleli circuli per quos signa a b, inuehuntur a h, b c, sitq; segmẽtum a h super terram, at b c infra terram. Quoniam a ipsi b & e, ipsi f est in diametro, æqualis igitur est circunferentia, e b ipsi a f, circunferentiæ. Sed e b, ipsi f c, est æqualis, & a f igitur ipsi f c, est æqualis, éstque maximus parallelorum e f d, æquus igitur est orbis a h ipsi b c, orbi, suntq; ipsorũ segmenta quæ uicissim a h, b c, æqualis igitur est a h, circunferentia ipsi b c circunferentiæ, in æquali igitur tempore a signũ ipsum a h, ambitum transiens in h ueniet, & b ipsam b c, circũferentiam perficiens ueniet in c. Sed a ipsam a b, percurrens in b proueniens occidit, at b ipsam b c, currens in c, quod proueniens, oritur. Ipso igitur a occidente, ipsum b oritur, similiter demonstrabimus quod & a oriente b occidit. Rursus quoniã uterq; ipsorum e g f, f d e, semicirculus est, æqualis est ambitus f g e, ipsi f d e, ambitui, in æquali igi-

tur tempore f,signum ipsam f g e,circunferentiã efficiens in e,ueniet & e ipsum efficiens ambitum e d f in f ueniet. Sed f quidem per f g e,circunferentiam ductus in e,quod proueniens occidit. At e,per e d f,ambitum inuectus in f,quod perueniens oritur ipso igitur f occidente e,oritur. similiter iam demonstrabimus quod f ipso oriente ipsum e occidit. Similiter autẽ & omnia in zodiaco & æquinoctiali astra consistẽtia in diametro coniugate oriuntur & occidunt.

Alter ex impoßibili.

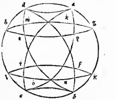
Sit horizon circulus a b c d, æstiuus autem tropicus sit a d, hybernus uero b c zodiacus porro positionem habeat sicut d g b f,sintque in d g b f in diametro signa f g. dico quod ipso f oriente, ipsum g, occidit. Si autem est possibile, non occidat, sed esto h. occidens & per f h. paralleli describantur circuli n h, f k. quare f signo oriẽte per k ipsum h, occidet per n,& zodiacus circulus positionẽ habebit sicut m n l k,& quoniam unusquisq; ipsorum a b c d, m n, l k, maximus est: in diametro igitur est k ipsi n, sed & k ipsi f, est idem, & n ipsi h, igitur f ipsi h. est in diametro, sed & g, quod est impossibile. Igitur oriente ipso f, ipsum g occidit.



Theorema 7 *Apparens 7*

Zodiacus circulus per omnem horizontis locum inter circulos tropicos oritur & occidit quando maximus semper apparentium maior fuerit circulo tropico, conuersionesq; contrarias fecerit transmutatus, quando enim ortus ad meridiem cum ipso ad septentrionem occasu immutatus fuerit, transmutatus apparet, quã do uero ortus septentrionalis cum ortu meridiano immutatus fuerit: transmutatus apparet, & quandoq; aliter supra nos stabit.

Sit in mundo horizon a b c d, æstiuus quidem tropicus sit a d, hybernus uero tropicus b c, zodiacus circulus positionem habeat d e b, sitque d e b, segmentũ infra terrã at, d f b supra terram. Dico quod zodiacus circulus per omnẽ horizontis locũ inter tropicos oritur & occidit, conuersionesq; efficit opposite transmutatus: quãdo enim ortu meridiano eo qui ad septentrionem immutatus fuerit, transmutatus apparet, & quãdoq; aliter supra nos stabit. Sint quidem partes oriẽtales d c occiduæ uero a b, quod igitur zodiacus quidem circulus per omnem horizontis inter tropicos locum oritur & occidit, manifestũ est. quandoquidem maximos tangit orbes, fuerit autem unus eorum quem tangit horizon Dico autem quod & conuersiones oppositæ immutatus efficit, assumãtur æquales & ex opposito circunferentiæ, d e, b f. describanturque paralleli circuli per quos signa e f, inuehuntur g e h k f l Quoniam circũferentia d e ipsi b f, circunferentiæ est æqualis, communis apponatur e b, tota igitur d e b, toti e b f. est æqualis, semicirculus autem est d e b, semicirculus igitur est & e b f: in diametro igitur est per præcedentem e signum ipsi f signo, & quoniam circunferentia e d, ipsi d m, circunferentiæ est æqualis & b f ipsi b n. Sed d e ipsi b f est æqualis. & d m igitur ipsi b n est æqualis Communis apponatur m b. tota igitur d m b toti m b n est æqualis. semicirculus autem est d m b, semicirculus igitur est m b n, igitur per præcedentem in diametro est m signũ ipsi n signo, & quoniam per præcedẽtem zodiaci circuli in diametro signa exist tia coniugate oriuntur & occidunt. Ipso igitur d signo oriẽte per signum d ipsum b, quod ei est in diametro signum occidit. & ipso igitur e, oriente per h signum f, quod

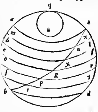


f,quod ei est in diametro occidit per k signum,& ipso n signo oriente per l,signum ipsum m,quod ei est in diametro signum per g,signum occidit & insuper ipso b,signo per c oriente,ipsum d,quod ei est in diametro per a occidit. Quando igitur zodiacus circulus ortu meridiano cum occasu septentrionali immutatus fuerit, transmutatus apparet. Dico quod & quando ortu qui ad septentrionem,occasu eo qui ad meridiem permutatus fuerit immutatus apparet. Oriente siquidem d e b,semicirculo, zodiacus circulus positionem habebit a x c. Similiterq; ostendemus quod in diametro est ipsum quidem x signum ipsi o signo & r ipsi p. Et quoniã signo c oriente per c,quod in diametro ipsi c,est a,signum occidit per a. ipso autem o,per l,signum oriente,ipsum x, quod est ei in diametro per g signum occidit. Ipso autem p signo per h,oriente ipsum r,quod ei est in diametro per k occidit. Et insuper ipso a signo,per d oriente, ipsum c, quod ei est in diametro per b occidit. Quãdo igitur zodiacus circulus ortu septentrionali eo qui ad meridiem immutatus fuerit,permutatus apparet, patuit autẽ quod & quãdo ortu meridiano occasu septentrionali immutatus fuerit,permutatus apparet, & manifestũ quod quandoq; aliter supra nos stabit, Quãdo enim zodiaci circuli contactus fuerit in bifaria sectione segmenti quod supra terram tropici æstiui ad nos erit rectus: quando uero in bifaria sectiõe segmenti quod infra terram æstiui tropici humilior ad nos erit,semperque longius factus a bifaria sectione segmenti circuli quod supra terram æstiui tropici ualde erit proclinatus,similiter autem erit inclinatus æque distans ab utraque bifaria sectione.

Theorema 8 Apparens 8

Signa io inæqualibus horizontis segmentis oriũtur, & occidunt, & in maximis quæ ad æquinoctialem, in minoribus autem quæ hæc sequuntur, in minimis uero quæ ad tropicos, io æqualibus quæ ab æquinoctiali circulo æque distant.

Sit horizon circulus a b c d, tropici autem a c,b d, maximus uero semper apparentium sit q u. zodiacus porro circulus positionẽ habeat, c b. æquinoctialis circulus sit e f. Seceturq; utraque ipsarum c g,g b, in tria æqualia per n k,p t, signa. Dico quod ipsæ c n,n k,k g,g p,p t,t b. circunferentiæ in æqualibus horizontis segmentis oriuntur & occidunt. In maximis ipsæ k g,g p, in minoribus autem,k n,p t, in minimis uero c n,b t, in æqualibus k g, ipsi g p,& k g, ipsi p t,& n c, ipsi t b. Sint per quos inuehuntur ipsa,n k,p t, signa paralleli circuli m x,h l,o r,s y. Quoniam ipsæ g k,k n,n c, sunt adinuicẽ æquales: ipsæ igitur,f l,l x,x c, adinuicem sunt maiores incipientes à maxima f l. Idq; propterea ipsæ quidem e h,h m,m a, inuicem sunt maiores incipientes à maxima e h,& insuper ipsæ quidem f r,r y y d, ab ipsa f r, maxima incipientes inuicem sunt maiores,& insuper ipsæ e o,o s,s b, ab ipsa e o, maxima incipientes inuicem sunt maiores,& quoniã ipsæ c n,n k,k g,g p,p t,t b. oriũtur quidẽ per c x,x l, l f,f r,r y,y d circunferentias, occidunt autem per a m,m h,h e,e o,o s,s b quare in inæqualibus horizontis segmentis oriuntur & occidunt. Et quoniam in sphæra, paralleli circuli,h l,o r, maximi alicuius circuli circunferentias ipsius c b, hoc est p g,g k, æquas auferunt ad maximum parallelorum e f, æqualis igitur est circulus h l, ipsi o r circulo. Quoniã igitur in sphæra æquales & paralleli circuli h l,o r maximi alicuius circuli circunferentias ipsius a b c d, ipsas l f,f r, auferunt ad maximum parallelorum e f, æqualis est circunferentia l f, ipsi f r, circunferentiæ. Similiter autem ostendemus, quod circunferentia f x, ipsi f y, circunferentiæ est æqualis. Reliqua igitur x l, reliquæ r x, per tertiam communem sententiam est æqualis. Iam id propterea & c x, ipsi y d. Signa igitur in inæqualibus horizontis segmentis oriuntur & occidunt in maximis quidẽ quæ ad æquinoctialem, in minori quæ ea sequuntur, in minimis uero quæ ad tropicos, in æqualibus porro quæ ab æquinoctiali circulo æqualiter distant.

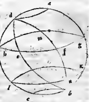


Theo

Theorema 9 Apparens 9

SIgoorum circuli semicirculi qui exordium in eodem parallelo nõ habuerint inæquali tempore oriuntur toti, & in pluri qui cũ cancro, in minori autem qui subsequuntur, in minimis uero qui cum capricorno, quicunq; autem exordium in eodem habuerint, parallelo in æqualibus temporibus oriuntur.

Sit in mũdo horizon a b c d. æstiuus autem tropicus sit b c, zodiacus uero circulus positionem habeat. d e b f, sintque orientales partes quidem c d, occiduæ uero a h & d e b, sit qui post cancrum semicirculus, at b f d sit qui post capricornum. Dico quod ipsius zodiaci circuli semicirculi qui exordium in eodem non habent parallelo inæquali tempore oriuntur & in pluri quidem qui cum ipso cancro d e b, in minori qui hunc subsequuntur, in minimo autem qui cum capricorno b f d. quicunque uero exordium in eodem parallelo habuerint æquali tempore oriuntur, auferantur æquales circunferentiæ d e, b f. Describanturq; paralleli circuli g e h m, k f l n, per quos inuehuntur ipsa, e f signa. Sintque eorum quæ supra terram segmenta g m h, k f l. Similiter iam ostendemus, sicut in præcedentibus quod in diametro este signum ipsi f signo, & m ipsi n. Et quoniam ipsa a d circunferentia, ipsa m b, circunferentia est maior aut ei similis. Ipsa autem g m h, ipsa k f l, & insuper k f l, ipsa b c. In maiori igitur tempore d signum, incipiens a, d, ipsam d a circunferentiã ambit: quam e incipiens ab h, ipsam h m g. circunferentiã ambit. Et e ab ipso h incipiẽs in maiori tempore ipsam h m ambit, quam n incipiens ab l ipsam l f k ambit circunferentiam, & n ab ipso l incipiens in maiori tempore ipsam f k ambit quàm b ab ipso c incipiens ipsam c b ambit circunferentiam. Sed in quo quidẽ tempore d signum ipsam d a, ambit circunferentiam, in eo & ei existens in diametro b signum ipsam b c ambit circunferẽtiam, & semicirculus d e b, oritur. In quo autem tempore e incipiens ab ipso h ipsam h m g ambit circunferentiam in eo f. et in diametro existens incipiens a k, ipsam k n l, ambit circunferentiam, & semicirculus e b f, oritur In quo uero tempore n incipiẽs ab ipso l ipsam l f k, ambit circunferẽtiam, in eo m & in diametro existens incipiens ab ipso g, ipsam g e h, ambit, & semicirculus n b m oritur. In quo uero tempore b incipiens ab ipso c, ipsam c b ambit, in eo ipsum d existens in diametro incipiens ab a, ipsam a d ambit: & semicirculus b f d. oritur. In maiori igitur tempore semicirculus qui cum cãcro oritur, hoc est ipse d e b, minore uero eo quod in d e b ipse e b f, & insuper ipse n b m. in minori ipso e b f. in minimo demum qui capricorno. Dico insuper quod quæcunque, exordium in eodem parallelo humerini æquali tempore oriuntur, habeant enim ipsi m d n, e b f. semicirculi exordium in eodẽ parallelo, dico quod æquali tempore ipsi m d n, e b f, semicirculo oriuntur: quoniam in æquali tempore m signum incipiens ab h, ipsam h m g, ambit circunferentiam. & e incipiens ab h, ipsam. h m g, ambit circunferentiam, sed in quo tempore m signum incipiens ab h ipsam h m g ambit, in eodẽ quod ei est in diametro n incipiens a k ipsam k n l. ambit circunferentiam, & semicirculus m d n oritur. In quo autem tempore e signum incipiens ab h signo ipsam h m g ambit circunferentiam, in eodem quod ei est in diametro f incipiens ab ipso k ipsam k n l. ambit circunferentiam, & semicirculus e b f, oritur. In æquali igitur tempore ipsi m d n, e b f. semicirculi oriuntur.



Theorema 10 Apparens 10

SI zodiaci circuli bini semicirculi cõmunem qoandã habentes circũferentiam inæquali tempore orti fuerint, & ex opposito circunferentiæ inæquali tempore oriuntur. & eædem erunt differentiæ

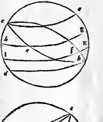
tẽpore

tempore in quibus semicirculi & circunferentia quæ ex opposito oriuntur, & si zodiaci circuli bini semicirculi æquali tempore communem quandam habentes circunferentiam orti fuerint, & quæ ex opposito circũferentiæ æqualibus temporibus orientur.

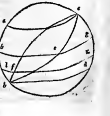
Sit horizon circulus a b c d, tropicus uero æstiuus sit a c, hybernus aũt sit b d, zodiacus porro sit b c. Assumanturq; æquales circunferentiæ c e, b f, ipsi igitur semicirculi c e b, e b f, inæquali tempore oriũtur. Dico quod & ipsæ c e, b f, circunferentiæ in æquali tempore oriuntur. Nam quoniam c e b, ipso e b f, in maiori oritur tempore communis auferatur ipsius e f, circunferentiæ ortus tempus: ipsa enim a b, circunferentia eadem sed in æquali oritur. Reliqua igitur c e, ipsa b f in maiori tẽpore oritur. & manifestũ quod eodem sunt differentiæ tẽpore in quibus ipsi c e b, e b f, semicirculi oriuntur, & quæ ex opposito circunferentiæ c e, b f. Manifestum autem quod si semicirculi aliqui æquali tempore orti fuerint, & quæ ex opposito circunferentiæ æquali tempore orientur.

Theorema 11 *Apparens 11*

ZOdiaci circuli æqualium & ex opposito circunferẽtiarum in quo tempore altera oritur, & altera occidit, & in quo altera occidit altera oritur. 11



Sit horizon circulus a b c d, tropicus autem æstiuus sit a c, hybernus autem b d, zodiacus sit c b, assumanturque in ipso æquales circunferentiæ ex opposito c e, b f. Dico quod in quo tempore c e, oritur b f, occidit. Sint per quos inuehuntur e f, signa paralleli circuli g h K l, & quoniam astra in zodiaco in diametro existentia per 6 theorema coniugate oriuntur & occidunt. Ipso igitur e oriente f occidit. In quo igitur tempore e, incipiens a b c, ipsam e h, ambiens circunferẽtiam uenit in h, in eodem & f ab ipso f incipiens f K ambiens ad K uenit. Sed quando e ipsam e b ambiens ad b uenit. circũferentia e c, oritur: quando uero f ipsam f K ambiẽs ad K uenit, occidit b f circunferentia. In quo igitur tempore c e, circunferentia oritur in eodem f b, circunferẽtia occidit. Dico q; & in quo tẽpore b f oritur, occidit ipsa c e. Immutetur enim in b a. casu zodiacus circulus, habeatq; positionem sicut c e b. Dico quod in quo tempore b f oritur, ipsa c e occidit. Quoniam f ipsi e signo in diametro est, ipso igitur f oriente, ipsum e, occidit. In quo igitur tempore f ipsam f l, ambiens circunferentiam ad l uenit. In eodem & e ipsam e g, circunferentiam percurrens ad g, uenit. Sed quãdo f ipsam f l, circunferentiam ambiens peruenit ad l. ipsa b f oritur. Quando uero e ipsam e g ambiẽs ad g uenit ipsa c e occidit. In quo igitur tẽpore b f, ambitus oritur, in eodem & c e, ambitus occidit.



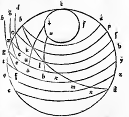
Theorema 12 *Apparens 12*

12 SEmicirculi qui cum cancro æquales circunferentiæ inæqualibus temporibus occidũt, & in maiori quæ sũt

ad

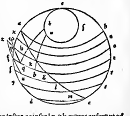
ad tropicorum contactus, in minori autem quæ has subsequũtur, in minimis uero quæ ad æquinoctialē, æqualibus porro qui æqualiter distaot ab æquinoctiali circulo & occidunt & oriuntur.

Esto horizon circulus a b c d, maximus autem semper apparentiũ sit e f, tropicus uero æstiuus sit a b, hybernus sit c d, sit porrò cum cancro semicirculus qui super terram b d, æquinoctialis circulus sit h g. Seceturqꝫ utraqꝫ ipsarum b x, d x, in tria æqualia per signa k l, m n. Dico quod ipsæ b k, k l, l x, x m, m n, n d, in æqualibus tẽporibus occidunt & in maiori quidem ipsæ b k, n d, in minoribus ipsæ k l, m n, in minimis uero ipsæ l x, x m, in æqualibus porrò ipsa quidẽ l x, ipsi x m, ipsa k l, ipsi m n, & b k ipsi n d. Sint per quos inuehũtur ipsa k l, m n, signa paralleli circuli p o, s r, y t, z φ. Describantur per k l, maximi orbes ⸸ a, ω b, ipsum tãgentes circulum e f. Quoniam ipsæ b k, k l, l x, adinuicẽ sunt æquales, ipsæ igitur g a, a b, b x, sunt adinuicẽ maiores incipientes ab ipsa g a maxima. Quoniam igitur g a ipsa a b maior est, sed g a ipsi o k est similis, & a b ipsi u l & o k, igitur ipsa u l maior est uel et similis. Ipsa autem l r maior fuerit uel similis o k. Sit ipsi o k similis l c. In quo igitur tempore k, signum incipiẽs ab ipso k, ipsam k o, ambiens circũferentiam ad ipsum usqꝫ peruenit o. In eodẽ & l, incipiens

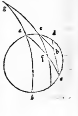


ab ipso l, ipsam l c ambiens perueniet ad c, & zodiacus circulus positionẽ habebit sicut c o d. Quoniam igitur o k circunferentia ipsi l c similis est, sed o k ipsi r u est similis, & r u igitur ipsi l c est similis, suntqꝫ eiusdem circuli. Aequalis igitur est r u ipsi c l, cõmunis auferatur c u. Reliqua igitur r c ipsi u l est æqualis, & o k ipsa u l est maior aut ei similis, & u k igitur ipsa r c maior est aut similis ei, in pluri ergo tempore k ipsam k o circũferentiam ambiens peruenit ad o ꝙ c, incipiens a c ipsam c r ambiens circũferentiam ueniat ad r. Sed in quo quidem tempore k ipsam k o ambiens circũferentiam, uenit ad o, ipsa b k cirũferentiã occidit: in quo autem tempore c ipsam c r ambiens circũferentiã, peruenit ad r, occidit circũferentia k l. In maiori igitur tẽpore occidit b k ꝙ k l. Rursus quoniam minor est a b ipsa b x, sed a b ipsi u l est similis, & ipsa igitur u l ipsa b x, maior est uel ei similis, multò igitur maior est r l ipsa b x, uel ei similis. Ipsa autem g x minor, uel ei similis, sit ipsi r l similis x e. In quo igitur tempore x ipsam x e, circũferentiam ambiens ad e, uenit in eodem & l ipsam l r, circũferentiam ambiens ad r, uenit & zodiacus circulus positionem habebit sicut e r g. Quoniam igitur circunferentia r l ipsi e x similis est, sed r l ipsi g b est similis, & g b igitur ipsi e x est similis, & sunt eiusdem circuli, æqualis igitur est g b ipsi e x circũferentiæ, cõmunis auferatur e b: reliqua igitur g e, reliquæ b x est æqualis. Et quoniam u l ipsa b x, maior est aut similis ei, æqualis autem est ipsa quidem u l ipsi r c, & b x ipsi g e, & r c igitur ipsa g e, maior est aut ei similis. In maiori igitur tempore c ipsam c r, circũferentiã ambiens ad r uenit ꝙ e, ipsam e g percurrens ad g ueniat. Sed in quo tempore c ipsam c r, circũferentiam ambiens ad r uenit, ipsa c o circũferentia occidit, hoc est ipsa k l circũferentia occidit. In quo igitur tempore e ipsam e g, circũferentiam ambiens ad g peruenit, ipsa e r, hoc est l x circũferentiã occidit. In pluri ergo tẽpore k l occidit quam l x. Rursus quoniam t m ipsa n x, maior est aut ei similis sit ipsi g x, similis m x. In quo igitur tempore x, incipiens ab ipso x ipsam x g, ambiens circumferentiam ad g peruenit. In eodem & m ipsam m x, ambiens circũferentiam perueniet ad x, & zodiacus circulus positionem habebit sicut x g h. Et quoniam in sphæra paralleli circuli t y, r l, maximi cuiusdam circuli ambitus ipsius b d, ipsos l x, x m, æquos auferunt ad maximũ parallelorũ orbem g h, æquus est r s ipsi t y. Quoniam igitur in sphæra æquales & paralleli circuli r s, y t, maximi cuiusdam circuli ambitus a b c d, ad maximum parallelorũ g h auferunt, æqualis est t g ipsi g r, est autem & x n ipsi g h æqualis. Quoniam l x ipsi x m est æqualis: æqualis igitur est & quæ ab h in r ei quæ ab t in f. Estqꝫ urbis r s ipsi t y orbi æqualis, æqualis igitur est circũferentia h r ipsi t f, circumferentiæ.

Sed ipsa quidem h r ipsi g e, ambitus est similis, & ipsa g e igitur ipsi t f est similis. In quo igitur tempore e, incipiens ab ipso e ipsam e g, circũferentiã ambiens ad g peruenit. In eodem & f ipsam f t, ambiẽs ad t peruenit. Sed in quo quidem tempore e ad g peruenit, occidit g r ambitus, hoc est l x circũferentia. In quo autem tempore f ad t peruenit, occidit f g ambitus, hoc est x m. Igitur l x ambitus ipsi x m, circũferentiæ in æquali tempore occidit. Similiter iam ostendemus ꝙ & k x ipsi x n, in æquali occidit tempore quarũ l x ipsi x m, in æquali tempore occidit. Reliqua igitur k l ipsi m n, in æquali occidit tẽpore. Similiter iam ostendemus ꝙ & b k ipsi n d, in æquali occidit tempore. Et quoniã in pluri tempore b k occidit ꝙ̃ k l, & k l ꝙ̃ l x. Sed in quo tempore b k occidit in eodem & d n. In quo igitur tẽpore k l in eodem & m n. In quo autẽ l x in eodem x m, & ipsa quidem d n, igitur ipsa n m in maiori occidit tẽpore, & n m ipsa m x. Dico ꝙ & ipsa l x ipsa x m, in æquali tempore oritur, & k l ipsa m n, & b k ipsa n d, inspiciãturꝙ ea quæ in secunda descriptione dicta sunt, sitꝙ cum cancro semicirculus q sub a c, diuidaturꝙ utraꝙ ipsarũ a g, g c, in tria æqualia per h k l m, signa, paralleli autẽ circuli sint n x, o p, s r, t y, quoniam f g ipsa k p, maior est uel ei similis. Sit ipsi k p similis g q. In quo igitur tempore k, incipiens ab ipso k ipsam k p, ambiẽs ad p, peruenit in eodem & g incipiens ab ipso g, ambiens ipsam g q, circũferentiã erit in q Et zodiacus circulus positionem habebit, sicut q p z. Rursus quoniam l f ipsa g f, maior est aut ei similis. Sit ipsi g f similis l u. In quo igitur tempore g ipsam g f, ambiẽs peruenit ad f. In eodem & l ipsam l u, ambiẽs peruenit ad u. & zodiacus circulus positionẽ habebit, sicut u f ω. Et quoniam in sphæra paralleli circuli o p, r s, maximi cuiusdam orbis circũferentias ipsius, ac ipsas l n, g k, æquas auferunt ad maximũ parallelorũ e f, æqualis est o p ipsi r s. Quoniam igitur in sphæra æquales & paralleli circuli o p, r s, maximi cuiusdã orbis circũferentias ipsius a b c d, auferũt ipsas s f, f p, ad maximũ parallelorũ e f, æqualis est s f ipsi f p, est autem & u f ipsi f ω æqualis, æqualis igitur est & quæ ex p in ω, ei quæ ex u in s, estꝙ orbis o p ipsi r s orbi æqualis, æqualis igitur est ipsa p ω ipsi u s circũferentiæ. Quoniã autem semicirculus z, nõ coincidit sicut ad partes z p ipsi ω semicirculo, sicut ad partes ω f, similis est circũferentia p ω ipsi q f circunferentiæ. Sed p ω ipsi u s, est æqualis ipsis circulis æqualibus existentibus. Similis est & q f, ipsi igitur u s. In quo igitur tempore q ipsam q f, ambiens circũferentiã ad f, peruenit in eodem, & u ipsam u s percurrens, ad s perueniet. Sed quando u ad f peruenit, oritur p q circũferentia, hoc est k g circũferentia, quando uero u ad s uenit, oritur u f circũferentia, hoc est l g & k g, igitur ipsi l g, in æquali tempore oritur, & a b ipsi m c, in æquali tempore oritur, cum cancro igitur semicirculi æquales circũferentiæ in æquali tẽpore occidunt, & in pluri quidem quæ ad tropicorũ contactus, in minori autem quæ subsequũtur, in minimis porrò quæ ad æquinoctialẽ, in æqualibus quæ æqualiter ab æquinoctiali circulo distant & occidũt & oriuntur.



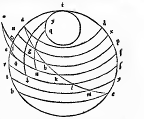
Aliter idem. Eadem manente descriptiõe. Dico ꝙ ipsa a b ipsi a c, in æquali occidit tempore, nam quoniam c d ipsa b e maior est. uel ei similis ponatur ipsi b e, similis c f, & zodiacus circulus positionẽ habeat f e g. Et quoniã æqualis est a b ipsi b c æqualis est circulus a h ipsi c d circulo, æqualis igitur est a e ipsi e d, est autem & f e ipsi e g æqualis. Et quoniã c b ipsi b a est æqualis, est autẽ & quæ ex g in a, ei quæ ex d in f, æqualis igitur est & a g, circũferentia ipsi d f circũferentiæ. Sed ipsa a g ipsi e b est similis, & e b igitur ipsi d f est similis. In quo igitur tempore b, incipiens ab ipso b, ipsam b e ambiens circũferentiam peruenit ad e in eodem & f, incipiẽs ab f, ipsam ꝗ f d ambiens circũferentiam, peruenit ad d. Sed quãdo ipsum b ad e peruenit, occidit b a, quãdo autem f peruenit



tenit ad d, occidit f e, hoc est c b. Igitur ipsa a b ipsi c b, in æquali occidit temporé.

Aliter xij eadem & manifestior.

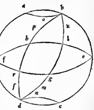
Semicirculi qui cum cancro æquales circũferentiæ inæquali tempore occidunt, & in pluri quidem quæ ad tropicorũ contactus, in minori autem quæ subsequũtur has, in minimis uero quæ ad æquinoctialem, in æqualibus porrò quæ æqualiter ab æquinoctiali circulo distant & occidunt & oriuntur. Sit in mũdo horizon a b c d, æstiuus uero tropicus sit a d, hybernus autem tropicus sit b c, zodiaci porrò semicirculus qui cum cancro sit supra terram a c, sintq; partes orientales d c, occiduæ uero a b, æquinoctialis circulus autẽ sit e f. Seceturq; a c semicirculus in ea quæ in ipso signa per g h k l m, signa, describanturq; paralleli circuli n g x, o h p, r l s, & t m y, per quos inuehũtur ipsa g h l m signa. Dico q; in pluri tempore ipsæ a g, m c, circũferentiæ occidunt, in minori autẽ ipsæ g h, l m, in minimo porrò ipsæ h k, l k, in æquali autẽ quæ ab æquinoctiali æque distant. Sit maximus semper apparentiũ t y q. Describanturq; per g h, maximi circuli y ψ, q g u ipsum orbem t y q tangẽtes, ut non coincidant semicirculi qui ab ipsis y q, sicut ad partes u & φ ψ, ei qui ex t a semicirculo, sicut ad partes t a. Similis igitur est g n, circũferentia utriq; ipsacũ ω o, u e, á r, b ω, ipsi u z. In æquali igitur tẽpore g ipsam g n, ambit circũferẽtiam, & ω ipsam ω o. Sed tempus in quo g ipsam n g, circũferentiã ambit, id est in quo circũferentia g a occidit, & tempus igitur in quo ω ipsam ω o, ambit, idẽ est tempori in quo ipsa g a, circũferentia occidit. Rursus quoniam tempus in quo b ipsam h o ambit, id est in quo ipsa b a occidit. A quibus aufertur tempus in quo ω ipsam ω o ambit, idem existẽs tempori in quo ipsa h a occidit circũferẽtia. Reliquũ igitur tempus in quo h ipsam h ω ambit, idem est tempori in quo ipsa g h occidit circũferentia. Similis autem est ipsa quidem o ω ipsi u e, & ω h ipsi u φ, & tempus igitur in quo u ipsam u e ambit, id est in quo ipsa g a occidit circunferentia, tempus autem in quo φ ipsam φ u ambit, id est in quo ipsa h g circũferentia occidit. Atq; id ꝓpterea iam & tempus in quo ipsum k ipsam k φ transit, id est in quo ipsa k h circũferentia occidit. Et quoniã in sphæra maximus orbis a b c, quendam tangit circulum parallelum t y q. & ipsum a b c maximi orbes secant e f, a c, quorũ e f maximus est parallelorũ, & a c obliquus ad parallelos, & assumptæ sunt circũferentiæ a g, g b, h k, in obliqui circuli circũferentia, æquales consequenter ad easdem partes maximi parallelorũ, & per g h signa descripti sunt maximi orbes y φ, q g u, ipsum orbem t y q tangentes, maior est ipsa quidem e u circũferentia, ipsa u φ circũferẽtia, & u φ ipsa φ k, in pluri igitur tempore u, ipsam u e transit, quam ipsam φ u, & u φ ipsam φ u, pluri tempore ambit quàm k ipsam k φ. Sed tempus in quo u ipsam u e transit, id est in quo g ipsam g n, circũferentiam perficit, hoc est in quo ipsa a g occidit circũferentia, tempus autem in quo φ ipsam φ u ambit, id est in quo h ipsam h ω perficit, hoc est id in quo ipsa g h circũferentia occidit, tempus autẽ in quo k ipsam k u transit, id est in quo k h circũferentia occidit. In pluri ergo tempore ipsa a g circumferentia occidit, ipsa g b circũferentia, & g h ipsa h k. Dico iam quod in æqualibus temporibus quæ æque distant ab æquinoctiali occidunt. Existente iam k signo in e, zodiaci orbis positionem habeat ω i φ. & quoniam æqualis est ω e, circũferentia ipsi e φ circũferentiæ, parallelorũ autem maximus est e f: æquus igitur est b p, orbis ipsi r l s, orbi: æqualis igitur est o e, circũferentia ipsi e r, circũferentiæ: est autem & ω e ipsi e t, æqualis igitur est & quæ ex ω in o, ei quæ ex r in l suntq; æquales circuli ipsi ω h p, r l s, similis igitur est ω o, circũferentia ipsi r φ circũferẽtiæ. In æquali ergo tempore r signum, ipsam φ r perficit, & o ipsum o ω. Sed tempus quidem in quo φ ipsam φ r perficit, id est in quo ipsa r e circũferentia occidit, tempus uero in quo o ipsam o ω perficit, ei est æquũ tempori in quo e ω circũferentia occidit. In æquali ergo tempore ipsæ φ e, e ω, circũferentiæ occidunt, æqualis autẽ est φ e ipsi l k, & e ω ipsi k h. Ipsæ igitur l k, k h, in æquali tempore occidunt. Similiter autem demõstrabimus q; & ipsæ m k, k g, in æquali tempore occidunt,



quarum ipsæ l k. k h, in æquali tempore occidunt. Reliqua igitur m l, h k in æquali tempore occidunt. Similiter iam ostendemus q̄ & ipsæ m c, a g, circūferentiæ tēpori æquali occidunt. Et quoniā in pluri tēpore a g, circūferentia occidit q̄ g h, & g h q̄ h k, in pluri ergo tempore occidit c m, circūferentia q̄ m l, & m l, q̄ l k. In pluri igitur tempore ipsæ a g, m c, circūferentiæ, occidunt in minori autem ipsæ g h, l m, in minimo uero h k, k l, in æquali autem quæ æqualiter ab æquinoctiali distant occidunt & oriūtur, eadem enim manente descriptione, si conuertamus zodiacum, efficiamus a c semicirculum zodiaci infra terram, eadem demonstratio eueniet, demonstrabiturq́; æque restantes ab æquinoctiali æquali tempore oriri & occidere.

Theorema 13 *Apparens 13*

SEmicirculi qui cum capricorno æquales circūferentiæ tēporibus inæqualibus oriuntur, in maiori quidem quæ ad tropicorū contactus, in minori autem quæ has subsequuntur, in minimis uero quæ ad æquinoctialem, in æquali porro quæ ab æquinoctiali circulo æque distant oriuntur & occidunt.



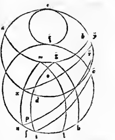
Sit horizō circulus a b c d, æstiuus uero tropicus sit a b, hybernus autem tropicus sit c d, sitq́; cum capricorno semicirculus q sub terra d g, æquinoctialis uero circulus sit e h f g. Diuidantur utraq; ipsarū b g, d, in tria æqualia p k l, m n, signa. Dico q ipsæ b k, k l, l g, g m, m n, n d, temporibus inæqualibus oriuntur, & in pluri quidē ipsæ b k. n d, in minori autē ipsæ k l, m n, in minimis autem ipsæ l g, g m, in æquali porro ipsa b k, ipsi n d, & k l, ipsi m n, & l g, ipsi m g oritur. Sit enim cum cancro semicirculus super terram b h d, feceturq; utraq; ipsarū b h, d, in tria æqualia in p r f. Quoniā in pluri tempore b o occidit, q̄ o p, sed in quo tēpore b o occidit, ipsa d g oritur. In quo autē tempore o p occidit, n m oritur. In pluri ergo tempore ipsa n d oritur q̄ n m. Rursus quoniam o p in maiori tēpore occidit q̄ p h. Sed in quo tempore o p occidit, oritur ipsa n m. In quo autem tempore p h occidit, oritur n m. In pluri igitur tēpore n m oritur quàm m g. Iam id propterea & ipsa quidem b k, ipsa k l, in maiori tēpore oritur, & k l ipsa l g, & quoniam in quo tempore p h occidit, in eodem & h r. Sed in quo p h occidit, ipsa m g oritur. In quo autē tempore h r occidit, & g l oritur, & m g igitur ipsa g l, in æquali tēpore oritur. Iamq́; id propterea & ipsa quidem k l, ipsi m g, inæquali tempore oritur, & b k ipsi d n. Rursus quoniam in quo tempore p h oritur. in eodem h r. Sed in quo tempore p h oritur, occidit m g, in quo autem tēpore h r oritur, ipsa g l occidit. Igitur l g ipsi g m, æquali temore occidit. Iam id propterea, & ipsa quidem k l, ipsi m n, in æquali tempore occidit, & b k ipsi g d.

Theorema 14. *Apparens 14.*

ZOdiaci circuli æquales circūferentiæ inæqualibus tēporibus permutant apparens hemisphæriū, sed in pluri tempore quæ prope contactū æstiui tropici ea quæ longius distat, quādo polus horizontis inter arcticum circulum & æstiuum tropicum fuerit.

Sit horizon circulus a b c d, maximus autem semper apparentiū sit e f, æstiuus uero tropicus sit b a, sitq́; ipsius a b c d, polus inter e f, b a, zodiacus autē circulus quandoq; positionē habeat sicut h g k, quandoq; uero sicut l m n. assumaturq́; n k m, maior semicirculo. Describaturq́; per k signum circulus maximus k n f, tangens e f. Quoniam in sphæra maximus orbis a b c d, quendam orbem e f, tangit alium uero huic parallelum secat a b, estq́; ipsius a b c d, orbis polus inter a b & e f, descriptiq́; sunt maximi orbes h g k, l m n, ipsum b a tangētes, maior est m x circūferentia, ipsa o d circūferentia. Rursus quoniam in sphæra maximus orbis a b c d, circulum quendam e f tangit, alium autem huic parallelum b a secat, estq́; ipsius a b c d, circuli polus inter b a, e f. Describiturq́; maximus

ximus orbis f n k, ipsum e f tangens, & ipsius f n k igitur circuli polus est inter b a & e f. Alius igitur polus ipsius est inter æquos & parallelos ipsis e f & b a, maior igitur est ipsa k o, ipsa o m, quorũ x m o ipsa o d maior est. Reliqua igitur d k, ipsa x n, maior est, ponatur ipsi n x æqualis d p. Sintq; per quos inuehuntur ipsa n p signa paralleli circuli n r, c p f. Quoniam non coincidit ei qui ex e semicirculo, sicut ad partes e r, ei qui ex f semicirculo, sicut ad partes f n. Similis est r n circũferentia, ipsi c f circũferentiæ. Igitur n r, ipsa c p maior est uel similis ei. In pluri ergo tempore n, incipiens ab n, ipsam n r perficiens circũferentiã, peruenit ad r q̃ p, incipiẽs ab ipso p, ipsam p c ambiens circũferentiã, peruenit ad c. Sed in quo tempore n ipsam n r, circũferentiã ambiens, ad r uenit. Ipsa n x, ꝑmutat hemisphæriũ apparẽs. In quo autem tẽpore p incipiens á p, ipsamq; p c ambit circunferentiã, & peruenit ad c. Ipsa p d permutat apparens hemisphæriũ. In pluri ergo tẽpore ipsa x n, permutat apparens hemisphæriũ q̃ d p. Dico ꝙ & propior est ipsa x n, contactui æstiui tropici q̃ p d.

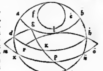


Describatur per x parallelus x y, æqualis igitur est x m, circũferentia ipsi d k, maior igitur est d g, ipsa m x & x n, igitur propior est contactui tropici æstiui quam ipsa p d.

Theorema 15 Apparens 15

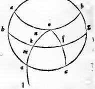
Similiter autem & in altero semicirculo, æquales circũferentiæ in inæqualibus temporibus permutant apparens hemisphæriũ, & in pluri quidem quæ propiores sunt contactui æstiui tropici ea quæ longius distat, in æquali uero quæ æqualiter distant ab æstiuo tropico in utroq; semicirculo.

Sit horizon circulus a b c d, maximus autẽ semper apparentium e f, æstiuus uero tropicus sit b g a, zodiacus autem circulus positionem habeat c g d. Dico ꝙ in altero semicirculo qui ad g c partes, æquales circũferentiæ non permutãt æquali tempore apparens hemisphærium, sed in pluri quæ propiores contactui æstiui tropici ea quæ longius distat, in æquali uero quæ æque ab æstiuo tropico distant in utroq; semicirculo. Describatur per assumptionem parallelus circulus d h, æqualis igitur est k g ipsi g d permuteturq; zodiacus circulus, habeatq; positionem sicut h l r.

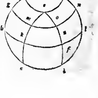


Quoniam k g, g d, á contactu æstiui tropici æquæ distant, in quo igitur tẽpore d g oritur, in eodem k g occidit, hoc est k l. Sed tempus quidem in quo d g oritur, id est in quo g incipiẽs ab ipso a, ipsam a g, ambiens circũferentiã ad ipsum g uenit. Tempus autem in quo h occidit, id est in quo l incipiens ab ipso l, ipsam l b ambiens circunferentiã ad ipsum uenit b. In quo igitur tempore g, ipsam a g ambiens, ad g peruenit. In eodem & l ipsam l b circũferentiam ambiens, ad ipsum uenit b. Cõmune apponatur tempus in quo d, incipiens ab ipso d, ipsam d k h ambiens circunferentiã, peruenit ad h, tempus igitur in quo g, incipiens ab ipso a, ipsam a g ambiens circũferentiam, ad ipsum g uenit, cum tempore in quo d incipiẽs ab ipso d, ipsam d h ambiens circũferentiam, ad ipsum uenit h, æquale est tẽpori in quo l, incipiens ab ipso l, ipsam l b ambiens circũferentiã, ad b uenit cum tẽpore in quo h, incipiens ab ipso d, ipsam d k b, ambiens circũferentiã in h uenit. Sed tempus quidem in quo g incipiens ab a, ipsam a g ambiens circũferentiã ad g uenit, cum tempore in quo d, incipiens ab ipso d, ipsam d h, ambiens circũferentiã ad h uenit. Idem est in quo g d, circũferentia apparens hemisphæriũ permutat. Tempus uero in quo l, incipiens ab ipso l, ipsam l b, circũferentiam ambiens ad ipsum uenit b, cum tempore in quo h incipiens ab ipso d, ipsam d r h, ambiens circũferentiā ad h uenit, id est in quo ipsa l h apparēs hemisphæriū permutat, hoc est ipsa k g. In quo igitur tempore k g. circūferentia apparens hemisphæriū permutat, in eodem & g d. Assumatur iam quoddam signū m, ut g d ipsi d m sit æqualis. Sitq; per quem inuehatur m, signū parallelus circulus m x n o. Aequalis igitur est d m ipsi k p. Et ipsæ d m, k p, à contactu æstiui tropici æque distant. In quo igitur tēpore d m circūferētia oritur in eodem ipsa p k occidit, hoc est ipsa h o occidit. Sed tempus quidē in quo d m oritur, idem est in quo m incipiēs ab ipso m ipsam m x, ambiens circūferentiā ad x uenit. Tempus autem in quo h o occidit, id est in quo o, incipiens ab n, ipsam n o, ambiens circūferentiam ad o uenit. Tempus igitur in quo m incipiens ab ipso m, ipsam m x, ambiēs circunferentiā ad x uenit, idem est tempori in quo ipsum n, incipiens ab n ipsam n o ambiens circunferentiam ad ipsum peruenit o. Cōmune apponatur tempus in quo x incipiens ab x ipsam x n. circūferentiā ambiēs ad ipsum n peruenit. Tempus igitur in quo m, incipiēs ab ipso m ipsam m n, circūferentiā ambiens ad ipsum n uenit, æquū est tempori in quo o incipiēs ab ipso x, ipsam x o ambiens circūferentiā ad ipsum peruenit o. Sed tempus quidem in quo m, incipiens ab ipso m ipsam m n, ambiens circūferentiam ad n uenit, id est in quo ipsa d m, circūferentia permutat apparēs hemisphæriū. At tempus in quo ipsum o incipiēs ab ipso x, ipsam x o ambiēs circūferentiā ad o uenit, id est in quo ipsa o h, hoc est ipsa k p, pmutat apparens hemisphæriū. In quo igitur tēpore d m, permutat apparēs hemisphæriū. in eodem & k p, & in maiori tempore ipsa g d, permutat apparens hemisphæriū quam d m. Sed in quo quidem tempore g d, permutat apparēs hemisphæriū in eodem & g k, permutat apparēs hemisphæriū. In quo autem d m in eodem & k p. In pluri ergo tempore g k, permutat apparēs hemisphæriū quā k p.

Aliter idem. Eisdem expositis assumatur e f, non maior existens quarta parte, estoq; per quem fertur f signum, ipse f k h orbis, æqualis igitur est e f, ipsi e k, ponatur ipsi e k, æqualis k l, tota igitur f e k toti e l est æqualis. Dico q; si quarta pars est e f, ipsæ f e k e k l, æquali tempore permutat apparens hemisphæriū. Si autem minor est quarta parte ipsa e f. In pluri tempore f e k, pmutat apparens hemisphæriū, q̃ ipsa e l. Esto prius quarta pars e f & e k, ipsa quarta pars est, æquinoctialis igitur est g f h, & quoniam ipsæ e k, k l, æqualiter distant ab æquinoctiali, in quo igitur tempore ipsa e k occidit, in eodem & k l. In quo autē tempore ipsa e k occidit, in eodem e f oritur, & in quo igitur tempore e f oritur, ipsa k l occidit, cōmune apponatur tempus in quo ipsa e k, permutat apparēs hemisphæriū: tempus igitur in quo k l occidit, cum tempore in quo ipsa e k, permutat apparens hemisphæriū, æquū est tempori in quo e f oritur, & ipsa e k permutat apparēs hemisphæriū. Sed tempus quidem in quo k l occidit, & ipsa k e permutat apparēs hemisphæriū, tempus est in quo ipsa e l, permutat apparens hemisphæriū. Tempus uero in quo e f oritur, cum tēpore in quo e k, permutat apparēs hemisphæriū, tempus est in quo f e k, permutat apparēs hemisphæriū. Igitur ipsæ f e & k l, in æquali tēpore apparens hemisphæriū permutāt. Sed esto e f circūferentia minor quarta parte, & ipsa e k igitur quarta parte minor est, quarta pars e m, ponaturq; ipsi m k, æqualis k n. Reliqua igitur e n reliquæ m l est æqualis, & e n ipsius æstiui tropici contactui propior est q̃ m l, in pluri ergo tēpore ipsa e n occidit, q̃ m l.

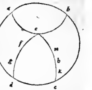


Idq; ppterea & n k in pluri tempore occidit q̃ k m, & ipsa igitur e k, ipsa k l pluri tēpore occidit. In quo autem tempore e k occidit, ipsa e f oritur: in pluri ergo tpe ipsa e f oritur, q̃ k l occidit. Cōmune apponatur tēpus in quo e k, permutat apparēs hemisphæriū, in pluri ergo tpe f e k, pmutat apparēs hemisphæriū q̃ ipsa e l. Eisdem suppositis assumatur e f. nō maior quarta parte assumaturq; cōtingens signum n, sitq; per quē inuehatur n, signum parallelus circulus h k n l, ponaturq; ipsi f n, æqualis k m, æqualis igitur est & k e n ipsi m e f. Dico q; in pluri tēpore ipsa k e n circunferentia



cunferētia permutat apparēs hemiſphæriū, q̃ ipſa m e f. Sit per quē fertur m ſignū parallelus circulus g m x, æqualis igitur eſt k m ipſi o n, & quoniā o n contactui æſtiui tropici propinquior eſt q̃ n f, in pluri igitur tēpore o n occidit q̃ n f. In quo autē tempore, o n occidit, ipſa m k oritur. In pluri igitur tēpore m g oritur q̃ n f occidit. Cōmune apponatur tēpus in quo ipſa m e n, ꝑmutat apparens hemiſphæriū. In pluri ergo tēpore ipſa k e n permutat apparēs hemiſphæriū q̃ ipſa m e f.

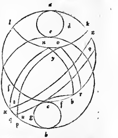
Eiſdem expoſitis aſſumātur æquales, & ex oppoſito circūferentiæ f g, h k, ſitq̃ f g propior contactui ipſius æſtiui tropici q̃ h k. Dico q̃ in pluri tēpore f g permutat apparēs hemiſphæriū, q̃ h k. Quoniā enim f g, propior eſt contactui ipſius æſtiui tropici, q̃ h k, maior eſt h e ipſa e f, ponatur ipſi quidem f e, æqualis e l, ipſi autē f g æqualis l m. Quoniā igitur ipſæ l m, f g æque diſtant à contactu æſtiui tropici, in quo tēpore l m permutat apparens hemiſphæriū, in eodem & f g, in pluri autem tempore l m, permutat apparens hemiſphæriū, q̃ h k, in pluri ergo tempore & f g permutat apparens hemiſphærium, quam h k.



Altera traditio ſuper 14. Propoſitionem.

ZOdiaci circuli æquales circūferentiæ tempore in æquali permutāt apparēs hemiſphæriū, in pluri quæ propius contactui æſtiui tropici, ea quæ longius diſtat, quādo polus horizontis inter arcticū circulum & æſtiuū tropicum fuerit.

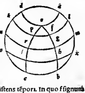
Sit in mūdo horizon a b c, & maximus ſemper apparentiū ſit a d e, maximus autem ſemper non apparentiū f g h, tropicus autē æſtiuus ſit k l, hybernus uero tropicus ſit b c. Sitq̃ ipſius a b c circuli polus inter a d e, & k l circulos. Sintq̃ partes orientales l, occiduæ uero b, zodiaci uero poſitiones ſint ſemicirculi qui cum cancro n x, o p. Aſſumaturq̃ o p circūferentia non minor exiſtens ſemicirculo, deſcribaturq̃ per p maximus circulus tangens ipſum a d e, tanget igitur & ipſum f g h. Iam aut per o ſignum, ſiue ſupra o ſignum cadit, deſcribatur ſitq̃ e h p, ut nō coincidat qui ex h ſemicirculus, ſicut ad partes ex p, ei qui ex a ſemicirculo, ſicut ad partes a k r. Cōplcanturq̃ ipſi x n b, p o r, circuli. Quoniam in ſphæra maximus circulus eſt a b c, & bini maximi circuli ſeſe inuicem diſpeſcunt ipſi b n ſ, r o t p, & ipſius a b c, circuli polus eſt inter a d e & k l circūferentias: maior igitur eſt ſ n y, circūferentia ipſa y t circūferētia. Ipſa igitur t y, circūferentia ipſa y n ſ minor eſt. Et quoniam in ſphæra bini maximi circuli a b c, e h p, eundem circulum a d e tangunt, & ipſi a d e, ipſum k l parallelum exiſtentem ſecant, & ipſius a b c, polus eſt inter ipſos a d e, & k l circulos, & ipſius e h p, igitur polus eſt inter ipſos a d e, & k l orbes. Alter igitur eius polus eſt inter ipſos f g h, & h c circulos. Quoniā igitur in ſphæra maximus orbis eſt e h p & ipſum e h p, ſecant bini maximi circuli r o p, b n x, & ipſius e h p, polus eſt inter ipſos b c & f g h, orbes, maior eſt p y, circūferentia ipſa y n x, circūferentia. Quarum y t, ipſa y n ſ, minor eſt, reliqua igitur t p, ipſa ſ x, maior eſt, ponatur ipſi ſ x, circūferentiæ æqualis circunferentia t u. Deſcribanturq̃ paralleli circuli per quos inuehuntur ipſa u x, ſigna, ipſi x z, q φ. Similis igitur eſt x z, circunferentia ipſi q φ, circunferentiæ. Ipſa igitur x z, ipſa u φ, maior eſt uel ei ſimilis. In pluri ergo tempore x, ſignum, ipſam x z, circunferentiam tranſit, quàm u, ipſam u φ. Sed tempus in quo x ſignum, ipſam x z, circūferentiam ambit, id eſt in quo ſ x, circunferentia permutat apparens hemiſphærium,



Tempus autem in quo u signum ipsam u e circũferentiam perficit, id est in quo ipsa t u permutat apparens hemisphæriũ. In pluri ergo tempore ipsa s x, permutat apparens hemisphæriũ q̃ t u,& est ipsa s x, propior ipsi æstiuo tropico q̃ t u. In pluri ergo tẽpore permutat apparens hemisphæriũ, ꝓpinquior æstiuo tropico, ea quæ longius distat.

Alia traditio in 15 Theorema.

Similiter autẽ & in eo qui cũ capricorno semicirculo æquales circũferẽtiæ in æqualibus tẽporibus permutãt apparẽs hemisphæriũ, & in pluri quæ tropico æstiuo ꝓpinquior ea quæ lõgius distat, in æquali autẽ quæ æque distãt ab utroq; cõtactu.



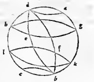
Sit in mũdo horizon a b c d, tropicus uero æstiuus sit a d, zodiacus circulus autem positionẽ habeat b e c. Sitq; ipsa quidem b e circũferentia in semicirculo, qui cum capricorno & e c, sit in eo qui cum cancro. Sintq; oriẽtales partes d, occiduæ uero b. Assumãturq; æquales circũferentiæ f g, g h. Dico q̃ f g in pluri tẽpore permutat apparens hemisphæri: q̃ g h. Describantur paralleli circuli k l, m n, x o, per quos inuehãtur ipsa f g h signa, æqualis igitur est f g, circũferentia ipsi p r, circũferentiæ. & g h ipsi r s. Sed f g ipsi g h est æqualis, & p r igitur ipsi r s est æqualis. Et quoniã in quo tẽpore p r, occidit ipsa s g oritur. Cõmune apponatur tempus in quo p signum ipsam k l, circũferentiũ perficit, æquum existens tẽpori. In quo f signum ipsam k l circũferentiã transit. Tempus igitur in quo p signum ipsam k l, ambit circumferentiã, & p r occidit, æquũ est tempori in quo f g circũferentia oritur, & f signũ ipsam k l, circũferentiã perficit. Sed tempus quidem in quo p signum ipsam k l, circũferentiã ambit, & p r occidit, id est in quo ipsa p r, permutat apparẽs hemisphæriũ. Tempus autem in quo f g oritur, & f signum ipsam k l, ambit circũferentiã, id est in quo f g, permutat apparens hemisphæriũ. Ipsæ igitur f g, p r, in æquali tempore apparens hemisphærium permutant. Similiter iam ostendemus quod ipsæ g h, r s, in æquali tempore permutant apparens hemisphæriũ, & p r ipsa r s, pluri tempore permutat apparens hemisphæriũ, & ostensæ sunt ipsæ f g, p r, æquali tempore apparens hemisphærium permutare, & f g igitur in pluri tempore permutat apparens hemisphæriũ quam g h. zodiaci ergo circuli æquales circũferentiæ, inæquali tempore permutat apparens hemisphærium. Sed in pluri quæ propinquior æstiuo tropico ea quæ longius distat, & simul ostensum est quod æque distantes æquali tempore permutant.

Aduerte. Vniuersaliter scire oportet, quod præcedẽtibus signis super horizonte existentibus circũferentia neq; oritur neq; occidit, subsequentibus autem signis super horizonte existentibus, tota oritur & tota occidit, præcedẽtia nã q; signa prius oriuntur & prius occidunt per 5 theorema. Ipsius igitur p r circũferentiæ signum præcedens est p, ipsius autem g s præcedens est g accipiẽs igitur ipsam p r occidentem, ipsam uero g s orientem, necessario permutationes earum quærens, eas in semper apparẽti hemisphærio accepit. Ipsius autem p r occasum, ipsius uero g s ortum quãdo enim p ad ipsum l uenit, ipsa p r nequaq; occidit, sed adhuc super terram est quare accepit eius occasum, ipsum enim p r, per k in oriente existente, tota p r sub terra est motaq; sphæra tota superfertur. Quare in quo p ab ipso k ad l. uenit cum occasu ipsius p r, id est tempus in quo p r permutat apparens hemisphæriũ. Rursus ipso f per k, in oriente existente, ipsa g s tota prius oritur. Quare accepit eius ortum. Facto autem f per l tota g s occidit. Quere in quo f ab ipso k in l, uenit cum ortu ipsius g s, tempus est in quo g s, permutat apparens hemisphæriũ. Si autem sicut habetur in alia traditione ipsius quidem p r ortum ipsius g s occasum, nequaq; accipient ipsa p f signa, sed ipsa r g, & tempus in quo ipsum r ipsam r g & n ipsam n m, perficit.

Theorema 16 *Apparens 16*

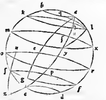
Zodiaci circuli æqualiũ & ex opposito circũferentiarũ in quo tempore permutat altera apparẽs hemisphæriũ, altera non apparẽs, & in quo tempore altera non apparens, altera apparens.

Sit in



Sit in mundo horizon a b c d, æstiuus quidem tropicus sit a d, hybernus uero tropicus sit b c, zodiacus porro circulus positionẽ habeat d e b f, sitq́ꝫ d e b semicirculus qui cum cancro sub terra, at b f d sit qui cum capricorno super terram. Sintq́ꝫ orientales partes d, occiduæ uero sint b, assumanturq́ꝫ binæ æquales & ex opposito circũferentiæ d e, b f. Dico ꝙ in quo tẽpore d e permutat apparẽs hemisphæriũ, in eodem f b non apparens, & in quo tẽpore d e non apparens, b f apparens. Describantur paralleli circuli g e h, k f l, per quos inuehuntur ipsa e f signa. Et quoniam in zodiaco circulo astra in diametro existentia coniugate oriuntur & occidunt. Ipso igitur e signo occidente per g signũ, ipsum f quod ei est in diametro oritur per l signũ. Sed ipsum quidem e, ipsam e h perficiens occidit, ipsum autem f, ipsam f k l ambiens oritur. In quo igitur tempore e, ipsam e h g ambit circũferentiã, & f ipsam f k l. Sed tempus quidem in quo e ipsam e h g transit, id est in quo d e permutat apparens hemisphærium. At tempus in quo f ipsam f k l transit, id est in quo ipsa f b, permutat non apparẽs hemisphæriũ. In æquali igitur tempore d e permutat apparens hemisphæriũ, & f b non apparens, similiter ostendemus ꝙ & in quo tẽpore ipsa d e permutat non apparens hemisphæriũ ipsa f b apparens.

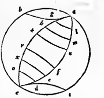
Aliter idem. Sit horizon circulus a b c d, æstiuus autem tropicus sit b a, hybernus uero sit c d, zodiacus circulus positionẽ habeat sicut a e, c f. Assumanturq́ꝫ æquales & ex opposito circũferentiæ e g, f h. Dico ꝙ in quo tempore f h, permutat apparens hemisphæriũ ipsa e g non apparens. Sint per quos inuehuntur ipsa f h, e g, signa paralleli circuli k h l m n x f, e o p r, ſ g t, permuteturq́ꝫ zodiacus circulus, & hic habeat positionem y l q, at alius ipsam u ſ z. Et quoniam ipsæ f h. e g, circũferentiæ æquales sunt & ex opposito, æquales sunt & ipsi m n x, o p r, circuli, æqualiũ autem & parallelorũ circulorũ sectiones, quæ per uices adinuicẽ sunt æquales. Ipsius igitur m nx f, circuli segmentũ m n x supra terrã. æquũ est ei quod sub terra ipsius o e p r, circuli o p r. Rursus quoniã ipsæ f h, e g, æquales sunt & ex opposito in quo tempore f h oritur in eodem e g occidit. Sed tẽpus in quo h f oritur, hoc est ipsa y l tempus est in quo y signũ incipiẽs ab ipso y ipsam y x, ambiens circũferentiã ad ipsum x, uenit tempus autẽ in quo e g occidit, hoc est ipsa u ſ, tẽpus est in quo u incipiẽs ab ipso u ipsam u o, ambiens circũferentiam ad o uenit: tempus autem in quo y incipiẽs ab ipso y, ipsam y x, ambiẽs circũferentiã ad x, uenit æquũ est tempori in quo u incipiens ab ipso u, ipsam u o ambiens circũferentiam ad o uenit. Cõmune apponatur tempus in quo y incipiens ab ipso x, ipsam x n m. circũferentiam ambiens ad ipsum m, uenit æquũ existens tempori in quo u incipiens ab ipso u, ipsam u o, circũferentiã ambiens ad r uenit. Tempus igitur in quo y incipiens ab ipso y, ipsam y x n m, circũferentiã ambiens ad m uenit, æquũ est tẽpori in quo ũ, incipiens ab ipso u ipsam u o p r, ambiens circũferentiã ad r uenit. Sed tempus quidẽ in quo y, incipiẽs ab ipso y, ipsam y x n m, ambiẽs circũferentiã ad ipsum m uenit, id est in quo y l permutat apparens hemisphæriũ, hoc est h f. Tempus autẽ in quo u, incipiẽs ab ipso u ipsam u o, p r, circũferentiã ambiens ad r uenit, tempus est in quo u ſ, permutat non apparẽs hemisphæriũ, hoc est ipsa e g. In quo igitur tẽpore h f, permutat apparẽs hemisphæriũ, in eodem ipsa e g non apparens.



Theorema 17 Apparens 17

ZOdiaci circuli æquales circũferentiæ æquali tempore non permutant non apparẽs hemisphæriũ, sed in pluri tempore quæ propinquior est tropico ea quæ longius distat, in æquali uero quæ ab utroq́ꝫ contactu æque distant.

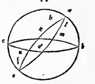
Sit in



Sit in mundo horizon a b c, æstiuus quidem tropicus sit a b, hybernus uero sit c t, zodiacus uero circulus positionẽ habeat a c e, assumanturq́ æquales circũferentiæ d e, e f. Dico q ipsæ d e, e f, æquali tempore non permutãt non apparens hemisphærium. Sed in pluri tempore ipsa d e q̃ e f. Assumantur ipsis d e, e f, circũferentijs æquales, & ex opposito circũferentiæ g h, h k. Ipsæ igitur g h, h k, circũferẽtiæ æquali tempore non permutant apparens hemisphæriũ. Sed in pluri g h q̃ h k. Sed in quo tempore g h permutat apparẽs hemisphæriũ, permutat ipsa f e non apparens. Ipsæ igitur d e, e f, circũferẽtiæ, æquali tempore non permutant non apparẽs hemisphærium. Sed in pluri d e, ipsa e f. Dico q & in æquali tempore quæ æque distant ab utroq; cõtactu tropicorũ, sint n per quos inuehantur ipsa d e f g b k, signa circuli paralleli d o, e x, f r, l g, h m, n k. Ipsæ h k, l m, igitur circũferentiæ in æquali tempote permutãt apparens hemisphæriũ. Sed in quo tẽpore h k apparens hemisphæriũ permutat, ipsa d e non apparens permutat. In quo autem l m apparens, hemisphæriũ permutat, ipsa x o non apparẽs permutat. Ipsæ igitur e d, o x, circũferentiæ æquali tempore non permutãt non apparens hemisphærium.

Theorema 18 Apparens 18

LAtum quæ in utraq; parte æquinoctialis circunferentiarũ æqualium, & ab æquinoctiali æqualiter distantiũ, in quo tẽpore altera permutat apparens hemisphæriũ, altera non appatẽs, & in quo tempore altera permutat non apparens hemisphæriũ, altera apparens.



Sit in mũdo horizon a b c, æquinoctialis autem circulus sit b d c, zodiacus autem circulus positionem habeat sicut a e h, & ipsius b c d, æquinoctialis ex utraq; parte æquales & æque distantes circũferentiæ sint h k, f n. Dico q in quo tẽpore h k permutat apparens hemisphæriũ, ipsa f n non apparens, ponatur enim ipsi f n, æqualis & ex opposito m l circũferentia. Ipsæ igitur m l, h k, circũferentiæ permutãt apparens hemisphæriũ. Sed in quo tẽpore l m apparens hemisphæriũ permutat, ipsa f n non apparens permutat, & in quo igitut tempore h k, circũferentia permutat apparens hemisphæriũ, ipsa n f circũferentia non apparens permutat. Idq́; ꝓpterea iam & in quo tempore h k, circũferentia petmutat non apparens hemisphærium, ipsa f n non appatens permutat.

Theorema 19 Apparens 19

IN semicirculo assumpto sub æquinoctiali ad æstiuum tropicum æqualium circũferentiarũ existentium, in pluri tempore altera earum permutat apparens hemisphæriũ quàm reliqua non apparens, & contingens contingente.

Esto in mundo horizon a b c, æstiuus quidem tropicus esto a x, hybernus uero sit d o, æquinoctialis autẽ circulus sit b e c, zodiacus porrò circulus positionem habeat a e o, & in ipso a o, semicirculo æquales circũferentiæ sint f g, h k. Sit autem ꝓpinquior æstiuo tropico f g. Dico quod in pluri tempore g f, permutat apparens hemisphæriũ q̃ h k, non apparens & contingens ipso contigente ponatur n ipsi h k, circũferentiæ æqualis & ex opposito circũferentia m n, ꝓpinquior igitur est f g, æstiuo tropico q̃ m n, in pluri igitur tempore f g, permutat

permutat apparens hemisphærium quàm m n, non apparens. Sed in quo tempore m n, circumferentia permutat apparens hemisphærium, ipsa h k non apparẽs. Similiter iam demonstrabimus quod & contingens contingente, in pluri tempore permutat apparens hemisphærium quam reliqua non apparens. Similiter autem & earum quæ in altero semicirculo assumpto, sub æquinoctiali ad hybernum tropicum æqualium circumferentiarũ in pluri tempore altera permutat, non apparens hemisphærium quam reliqua apparens, & contingens contingente.

PHAENOMENA FINIVNT.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS

Lodouico Mocenico patritio Veneto equiti iurato, Senatorij ordinis, ac oratori facundissimo, gaudere & bene rem gerere.

Virtus, doctrina, morumq; singularium tuorum claritudo Lodouice uir integerrime, quibus in homine splendidius aut rutilantius nihil esse sapientissimi græcorũ dicere consueuerunt, ea semper in te extitit, ut om̃es de te nil nisi clarum aliquid, nil nisi perspicuũ, nil nisi omni ex parte gloriosum semper conciperẽt, aut sperarent. Idq; propterea ego quoq; quem tibi destinatum tu te scis semper babuisse mancipiũ præclaras animi tui dotes, probitatemq; singularem coniectans animoq; perpendens, nil de te unquã aliud mihi persuadere solebam, nisi quod tibi tuæq; familiæ præclarissimæ immortalem gloriam & laudem afferre posset. Quod, inquam, ut assequaris iam tibi uirtute, quæ, sola ex omnibus possessionibus, Isocratica sententia mortalitati minime obnoxia est adytus comparasti. Factum est enim ut huiusce inclytæ Reipub senatores ingenij tui peracuti uires, facundiamq; singularẽ (habes enim ut ingrati mancipij suspicionem fugiam in orando nescio quid uiuæ uocis, ac latentis energiæ tibi naturæ benignitate concessæ) uel magni æstimantes, te oratorem Maximiliano cæsari, germaniæq; principibus destinauerint. Quam legationem ita egisti, ita transegisti, ut senatorem optimum par est facere, & adeo ut Regi gratus, sed huic grauissimo senatui gratissimus extiteris. Illud, inquam, munera equestria tibi à rege donata, hoc uero senatorius ordo quem tibi comitia contulerũt exactissime comprobant. Neq; id mirum, quippe quoniam omnia adsunt bona quem penes est uirtus (ut eo utar Plauti familiaris nostri) hac etenim ductrice tibi nec legationes, nec præturæ, uec cæteri magistratus deerunt, modo Dei opt. maxi. munere tibi uita superstes. Verum quid illud fuerit quod eam fidem, eam obseruantiã quam erga te (licet exilis seruus) semper maximam habui, idq; gaudij, quod ex dignitatibus tibi collatis concepi bucusque, si scire cupis, tibi non aperuerim, illud, inquam, fuit quod hoc à me fieri oportere censebam aliquo argumento, & eo sane quo tibi hæc fieri possent explicatiora. Cumq; id propterea sapientium Græcorum uolumina reuoluerem, sese Catoptrica Euclidis Megarensis præstantissimi mathematici obtulerunt, opusculum certe arduum, rarissimum, & latinis bucusque aut ex toto, aut magna ex parte ignotum, speculari nanque & indagare uoluit sapientissimus philosophus quæ in speculis imagines, quas mirabili quadam disciplina patefacit, dum humanũ uisum, & oculi potentiam accõmodat. Quod opus si reliqua Euclidis opuscula excellit, sicut cæteros humanos sensus uisus, qui rationi & intellectui in eo quod sub sensu cadit obsequitur, exuperare cognoscitur. Taceo de elementis, nam ex opere illo quod non minoribus uigilijs quam laboribus quos per multos dies ei accommodauimus, una cum Theonis acutissimi mathematici traditione latinum fecimus, nec minus Euclidi qui illa compegit, quemadmodum Proclus (inquit) Diadochus, quam eorum inuentoribus tribuo, licet uetus sit adagium inuentis addere facillimum esse. Sed quibus aut inuentoribus, aut ipsi Euclidi, siue etiam interpretibus magis tribuendum sit, bonam hominum partem ignorare crediderim. Id igitur opusculi quod Catoptrica nuncupatur, à me latinum faciendum esse censui, tuoq; nomini destinandum, ut ex eo tanquam ex planis, conuexis, cauisq; speculis Bartholomæi Zamberti tui, & quidem ueterrimi mancipij, fidem inspicias,

obser-

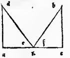
obseruantiã spectes, amoris erga te sui magnitudinẽ uideas, & demum beneuolentiam in te maximam intuearis. At fortasse diceres quid sic id uis mathematicis huiusmodi disciplinis aperire? Ne id propterea mireris uelim, ob id scias Lodouice uir grauissime, à me id consulto factũ fuisse. Nam cum mihi sit compertũ te disciplinas semper amasse, & coluisse, earumq́ amatorem extitisse, facile propterea mihi persuaserim te eas in primis diligere, & colere quæ primum certitudinis omnium philosophantiũ decreto gradum obtineant. Hæc, inquam, sunt mathematicæ disciplinæ, quæ uno eodemq́ modo semper sese habent, quemadmodum Ammonius interpres Aristotelicus, philosophiæ diffinitionẽ Aristotelicam interpretans nos docuit. Has certe disciplinas naturales sequũtur, sicut Auerrois peripateticus Aristotelem nobis aperiẽs sensisse uidetur. Quas qui ignorãt sicut Euclidis interpres Proclus Lycius, inquit, ieiunas uoluptates capiũt. Hoc igitur argumẽto amorem erga te meum tibi esse explicandum sum arbitratus. In qua interpretatione licet Flaccus noster Horatius dixerit. Nec uerbum uerbo curabis reddere fidus interpres, nihil tamen ex nostra officina adiunximus, at etiam nihil subsecuimus, sed sicut lectio sese habet græca, sic ueritatem colentes, nuda, pura, syncera, & fideli sumus interpretatione interpretati. Noluimus enim eos immutari qui ex auctoribus aliqua decerpũt, aliqua omittunt & aliqua permutant, & sic hinc & inde sumpta conglutinant, ut nec pes nec caput uni reddatur formæ. & perinde cum sic auctorũ illorum ueterum quos uetustas ueritatis indagatrix mira quadam religione coluit, famæ & fidei plurimum detraxerint, falsam & furto comparatam sibi gloriam uendicare studeant. Sed hij tandem sunt quos unusquisq́ possit deridere. Nam si forte suas repetitum uenerit olim grex auium plumas, moueat cornicula risum, Furtiuis nudata coloribus. Stulti sunt qui aliena pluma sese obtegere quærunt. Accipias igitur uir clarissime opusculum huiusmodi iam in nulla sede receptum, ut tuo nomine in lucem prodeat, quod obsecro legere uelis ubi quid tibi ocij superfuerit, uidebis etenim quanto fuerit ingenio præditus is philosophus, cuius si id opusculi tibi placuisse cognoscam, sunt in manibus illius & alia opera. Phænomena quidem optica & Data, quæ quãdoq́ me interprete è Græcia in Italiam uenient, & sic se latinis legenda tradent, & is auctor priscam auctoritatẽ penè amissam philosophantium scholas petens sibi comparabit. Verum ne pluribus quàm par est uerbis tecum agere uidear, superest iam ut ipsum audias Euclidem de speculorum imaginibus, sic per nos latine loquentem. Vale æternum nostri memor, equestris ordinis rarissimum ornamentũ, & hijs audacibus annue cœptis. Venetijs XI Calendas Octobris, in IXII. IIIVII. & XIX. Elemento, reconciliatæ diuinitatis.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI PLATONICI MATHEMATICIQ́ præstantissimi Specularia, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

VISVM lineam rectã esse quã media cuncta extremis correspondent, quæq́ uidentur per rectam spectari lineam, planũ ac receptũ esse oportet. Speculo in plano collocato, inspectoq́ aliquo sublimi, quod & ipsi plano ad angulos rectos existat, fiant proportionalia, ut inter speculũ & spectantẽ recta linea ad eam quæ inter speculum & id quod ad angulos rectos fastigium, sic aspectu fastigij ad id quod ad angulos rectos in plano fastigium obiectum est. In planis nanq́ speculis loco assumpto, in quẽ ab inspecto perpendicularis cadit, non amplius spectatur uisibile. In cõuexis uero speculis assumpto loco per quem ab inspecto in centrum sphæræ ducitur, uisibile non amplius spectatur, id quoq́ in cauis euenit. Si in uas enim quidpiam proiectum sit, acceperitq́ interuallum ut minime uideatur, eodem existente interuallo, si aqua infundatur, iniectum spectabitur.

Theorema primum,

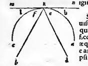
A Planis, conuexis, cauisq; speculis uisus inæqualibus angulis refringuntur.



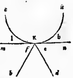
Sit oculus b speculum autem planum sit a c, uisus uero feratur h k & refringatur in d. Dico quod angulus e ipsi angulo f est æqualis. Excitētur per n primi elementorum perpendiculares in speculum b c, d a est igitur sicut b c ad c k, sic est d a ad a k. hoc, in quā, in diffinitionibus patuit. Simile igitur est triangulum b c k triangulo d a k, per diffinitionem primam 6 elementorum. Igitur angulus e angulo f est æqualis, nam quæ similia æquiangula sunt.

In conuexis.

Sit iam conuexum speculum a k c, uisus uero sit b k. refractus in d. Dico quod angulus e h, æqualis est angulo f l, appusui planum speculum n m, æqualis est angulus e angulo f per precedentem. Sed & h ipsi l: connectitur namque m k, totus igitur e h, toti l f est æqualis.



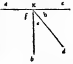
In cauis.



Sit rursus cauum speculum a k c. uisus autem b k refractus in d. Dico quod angulus e, æquus est angulu f, collocato enim plano speculo m n æqualis est per primam angulus h e angulo f l. Aequalis autem est h ipsi l: reliquus igitur e reliquo f est æqualis

Theorema secundum.

IN qualiacunq; specula inciderit uisus æquos efficiens angulos, ipse per sese refringetur,



Sit planum speculum a k c oculus autem sit b uisus uero sit b k, cadatq; æquos efficiēs angulos f h. Dico quod b k refractus in seipsum. hoc est in b reuertetur. Non enim sed si possibile est agatur in d & quoniam per primam uisus in æqualibus angulis refringuntur, angulus e æquus est ipsi angulo h ostensum quoque est quod e f angulus ipsi h est æqualis, & angulus igitur e f, ipsi e angulo erit æquus maior minori. quod est impossibile. Igitur b k in se ipsum refringetur, eadem quoque demōstratio in conuexis, & in cauis speculis conueniet.

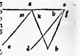
Theorema tertium.

IN qualecunque speculum procidens uisus inæquales efficiens angulos, in se ipsum non refringetur neque in minori etiam angulo.

Sit planum speculum a k c. uisus autem b k procidat maiorem efficiens angulum f ipso h l. Dico quod b k, refractus, non refringetur in sese, neque in angulo h l, si enim ueniet in b k angulus f ipsi h l. est æqualis. quod est impossibile, maior enim supponitur. Igitur b k in maiori refringetur angulo f: a maiori namque minori æquale abscindi est possibile per 3 primi elementorum. eademq; demonstratio est & in conuexis, & in cauis.

Theorema quartum.

VIsus in planis specolis, & cōuexis refracti, neque concurrunt adinuicem, neque sunt paralleli.



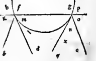
Sit planum speculũ a c,oculus sit b,uisus uero refracti sint. b c d.b a e.Dico quod c d,& a e,neque paralleli sunt,neque cõcurrunt in d e.Nam quoniam angulus f æqualis est angulo h & k ipsi m, maior autem est per 16 primi elemẽ.f ipso k,quoniam est extra ipsum triangulum b k c, maior autem fuerit h quàm m.Igitur c d ipsi a e,parallelus non est.neque in e d, cõcurrunt.

In conuexis.

Sit rursus conuexum speculum a g f c,oculus uero sit b, aspectus autem refractus sint b f d b g e.Dico quod ipsi f d,g e.neque in e d cõcurrũt,neq; sunt paralleli,& cõnectatur enim g f,recta linea,extendaturq; ex utraque parte,quoniã æqualis est k h,ipsi l,eo quia in æquis angulis refringitur.maior fuerit quoque l m ipso k & k ipso n x est maior.sed n x ipso p o maior est. Rursus x,æqualis est ipsi o p,maior igitur est l m ipso o p,multo igitur maior est l m ipso o:non concurrunt igitur ipsæ f d,g e,rectæ lineæ,neque sunt paralleli.

Theorema quintum.

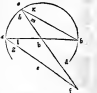
IN cauis speculis si ad centrum,siue ad circunferentiam,siue extra circũferentiam oculus extiterit, hoc est inter centrum & circunferentiã, uisus refracti concurrent.



Sit cauum speculum a c d,centrum autem sphæræ sit b ponaturque oculus in b & procidant ex b uisus in circunferentiam b a,b c.b d,æquales igitur sunt qui ad signa a c d,sunt anguli,semicirculi enim sunt per 17 tertij elemẽ uisus igitur refracti per se ipsos refringentur b a,b c,b d,hoc autem patet quod in b cõcurrunt.

Oculus in circunferentia.

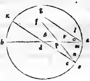
Sit rursus cauum speculum a b c,oculus autẽ esto. b ponaturq; in eius circunferentia,& ab ipso b,incidãt uisus b c.h a, refracti in d e signis. Quoniam maius est a c b segmẽtum ipso b c, segmento,maior est angulus f, angulo h per 21 tertij elemẽtorũ & g per a igitur ipso k.maior Ipsi igitur f k,ipsis h k,sunt maiores Reliquus igitur l reliquo m minor, multo magis igitur:quæ enim cõcurrunt igitur ipsæ c d a e,in f similiter ostendetur,& si extra circunferentiam ceciderit oculus.sicut in sequenti theoremate.



Theorema sextum.

IN cauis speculis, si ad medium centri & circunferentiæ positus fuerit oculus,quandoque uisus refracti concurrent, & quandoque non concurrent.

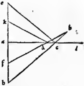
Sit speculum cauum a c,centrum autem sit d,oculus uero ponitur b,intra centri medium & circunferentiæ,uisus autem h a,b c,refringantur in g f,extendanturque uisus usque ad speculnm a h,c k.Ipsa a h,iam ipsa c k,aut maior est,aut ei æqualis,aut ea minor.Siquidẽ uisus,a h æqualis est ipsi c k.æqualis est & a c b,circũferentia ipsi c h k,circunferentiæ Quare & m angulus ipsi x angulo,æqualium circunferẽtiarum anguli in uicem sunt æquales per 27 tertij elementorum,& anguli m l.igitur ipsis n x. sunt æquales per refractionem per primum theorema.& reliquus igitur angulus o angulo p est æqualis;maior igitur est angulus r ipso angulo o.Quoniam enim per 16 primi elementorum torũ angulus r,ipſo p maior eſt quia exterior eſt. Et angulus p ipſi o, angulũ eſt æqualis igitur angulus r,ipſo angulo o maior eſt, cõmunis apponatur qui ſub o r f,igitur ipſæ c f,a g,cõcurrunt ſicut ad g f. Idem quoque erit & ſi maior ſit uiſus a h,ipſo c k,maiores enim erunt ipſi l m anguli ipſis n x,& angulus p angulo o maior eſt,& r ipſo o. Si uero a h recta linea minor fuerit ipſa c k, id propterea maior erit angulus o angulo p:eſt autem & angulus r ipſo p maior. Nihil enim prohibet angulum r ipſi o eſſe æqualem uel ipſo o minorem,& nõ concurrere a g ipſi f. Manifeſtum eſt autem quod & ſi maior fuerit a b, circũferẽtia ipſa c k. Sitque æqualis coincidentia refractionum,neque in circuli circũferentia,neque extra utique fiet, ſed intus tantum.



Theorema ſeptimum.

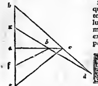
CElſitudines & craſſitudines à planis ſpeculis conuerſæ uidentur.

Sit faſtigium quidem a e, ſpeculum autẽ planum ſit a l. oculus uero ſit b,uiſus porro ſint b c,b d,refracti,in e k. Igitur oportet deductis uiſibus in rectam lineam e,quidem ſupra eſſe,ipſo h infra exiſtente,& k infra exiſtens in f,quod ſupra eſt,ac perinde conuerſa ſunt in phantaſia.



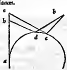
In craßitudinibus.

Sit rurſus craſſitudo quidem e a,ſpeculũ autem planum ſit a c,oculus uero ſit d, uiſus porro ſint d c,d b refracti in e f, ſimiliter eductis uiſibus ad h k, apparet quidem e infra exiſtens ſuper h ſuperius exiſtente,& f, ſupra exiſtẽs ſuper k infra exiſtente.



Theorema octauum.

FAſtigia & craſſitudines à conuexis ſpeculis conuerſa uidentur.



Sit celſitudo a e, ſpeculum autem conuexum ſit a d c,uiſus uero ſint b d,b c,refracti in e h,patet quod non concurrunt, reliqua uero ſicut & in planis.

In craßitudinibus.

Sit rurſus craſſitudo a e,ſpeculum uero conuexum ſit a d c oculus autem ſit b uiſus autem refracti in e b,ſint b c e,b d h,reliqua uero ſicut & in planis.

Theorema nonum.

OBliquæ longitudines à planis ſpeculis ſicut ſe habent, ſic & uidentur.

Sit oculus b longitudo autem obliqua ſit d e,ſpeculum uero ſit a c,igitur refractis uiſibus uidetur quidẽ d in a & e,ſuper c ſicq; ſe habet in phantaſia, ſicut uero ſe habet, propius propius,& remotius remotius.

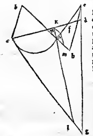
Theorema decimum.

OBliquæ longitudines à conuexis ſpeculis ſicut ſunt uere, ſic ſpectantur.

Sit longitudo e d. oculus autem b, speculum uero conuexum a e, aspectus porro refracti in e d, sint b a, b c, reliqua uero eadem.

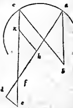
Theorema undecimum.

CElsitudines & crassitudines à cauis speculis quæcunque sunt intra coincidentiam uisuum conuersa uidētur, quemadmodum in planis & conuexis speculis, quæcunque autem extra coincidentiam sicut sunt, sic & spectãtur.



Sit cauum speculum a c, oculus aut sit b, uisus uero refracti sint b a, b c. eorum coincidētia: porro sit f celsitudo sit d e, & k n, & k n quidē intra f coincidētiā sit at, d e sit extra coincidentiā: igitur productis uisibus sicut in planis & conuexis speculis apparet k super m, & n super l: quare conuersæ uidētur, rursus super exteriorem coincidētiam celsitudinis apparet quidem d super g, & e super h, sicut se habet sic spectatur.

In crassitudinibus.

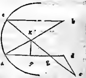


Rursus crassitudo quidem sit d e. & k h, cauū autem speculum sit a c, oculus uero sit b, uisus autem refracti sint & cōcurrētes in f b a, b c. igitur productis uisibus similiter k h, cōuersæ apparent, k quidem per c & h p a. Sicut est in planis & conuexis speculis ad d e, sicut ipsum quidem e. infra pet a & d super c.

Theorema duodecimum.

OBliquæ longitudines à cauis speculis quæcunque intra coincidentiam uisuum iacent, ut sunt sic spectantur, quæcunque uero extra, conuersæ.

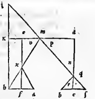
Sint, inquam, longitudines obliquæ e d, h k, cauum uero speculum sit a c. oculus autem sit b, uisus refracti & concurrentes in g sint b a d, b c e, & ipsa quidem b k, obliqua longitudo sit intra. Igitur h k iuxta naturam apparet. sicut & in planis & conuexis speculis Sed e d. conuersa, nam ipsum quidem d, super a apparet & e super c.



Theorema decimumtertium.

IDem spectare pluribus planis speculis est possibile.

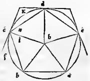
Sit quod uidendum est a, oculus uero sit b, specula autem tria sint c d, d,e:e f,excitetur per n primi elementorum perpendicularis ab ipso h in c d speculum b c,æqualis autem sit b c,ipsi c f,& rursus per eandem ab ipso a in e f,perpendicularis excitetur a f & ipsi a f,æqualis esto f b & per eandem ab ipso h,in speculum d e,perpendicularis excitetur h k,sitq; ipsi h k,æqualis k l,& ab ipso l in f cõnectantur l m x f,ab ipso aũt m in h cõnectatur m r h.Cõnectãtur autem & a r & b x.Quoniam igitur æqualis est b c ipsi c f & qui ad c,anguli recti sunt:binæ igitur b c,c q,ipsis binis f c,c q sunt altera alteri æquales,& angulus qui sub b c q,rectus existens,angulo qui sub f c q,recto existẽn est æqualis per 4 postulatũ,& reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales sub quibus æqualia latera subtenduntur per quattam primi elementorum. Angulus quidem qui ad b angulo qui ad f,& angulus x,angulo t.Sed t ipsi n est æqualis per 15 primi elementorum ad uerticem enim.Quare & angulus n angulo x.Igitur uisus b x in m refringitur. Rursus quoniam æqualis est h k,ipsi k l,& qui ad k recti sunt,augulus o æqualis est ipsi p.Refringitur ergo idem uisus b x m in r,& id propterea iam & in a.quia æqualis est qui sub f r a,angulus ei qui sub e r m,similiter & in reliquis demonstrationibus.Inspice igitur ab ipso b oculo uisus a,per tria specula plana existentia c d,d e,e f.



Theorema decimumquartum.

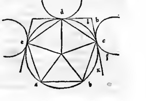
EST autem & in quibuslibet siquis constituat speculis idem inspicere, oportet autem iuxta speculorum numerum polygonum æquilaterum & æquiangulum constituere binis lateribus excedẽs specula.

Esto enim quod spectari debeat a,oculus autem sit b & connectatur a b & ab ipso a h, describatur polygonum æquilaterum,& æquiãgulum binis lateribus excedens ipsa specula,& sit a b d polygonum.& sumatur per 1 tertij elementorum centrum circuli ipsi polygono circunscripti,& sit h,& ab ipso connectantur,h c,h e,h d,h b,h a,in angulis,& proponantur specula plana ad angulos rectos ipsis conuexis.Quoniam igitur per quartum postulatum æqualis est f l,angulus ipsi n k angulo:uterque enim rectus est,quorum n ipsi l est æqualis.reliquus igitur f,ipsi k est æqualis.Quare refractio ipsius b uisus erit in d,per æquos enim angulos refractiones fiunt per primum theorema.Similiter iã ostendetur quod qui ad d e signa ad omnia specula uenient in a.



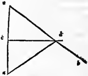
Theorema decimumquintum.

ILlud idem quoque & in conuexis & in cauis speculis uideri potest.



Sit namque spectare oporteta oculus uero sit b.& similiter describatur polygonum æquilaterum & æquiangulum a b c d e,& ad signa c d e,sint specula plana à quibus spectatur a.sicut ostensum est. adijciãtur his specula aut caua aut cõuexa ad uisuum contactus.Igitur æqualis est f ipsi h,& k ipsi l,totus igitur k f.æqualis est ipsi l h refringetur ergo uisus à speculo conue xo c in d,& ab ipso d in e.& ab ipso e in a: manifestum igitur est quod conuexis aut cauis existentibus omnibus & mixtis illud idem uideri potest.

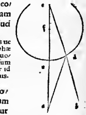
Theorema decimumsextum



N planis speculis unumquodque eorum quæ sub aspectum cadunt per illius quod sub aspectum cadit perpendicularem uidetur.

Sit speculum planum c d, oculus autem sit b, res uero uisa sit a sitque perpendicularis K re uisa in speculum a c: igitur quoniam supponitur in phænomænis quod assumpto loco c ipsum a nõ uidetur, ergo a uidebitur in linea recta a c. Sed & in rectas lineas ipsi b d, uisus per c igitur: positum namque est nobis rectum cuius medium extremis correspondet. Quare a e & b e recta linea erit.

Theorema decimumseptimum.

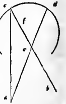


IN speculis conuexis, unumquodque eorum quæ sub aspectum cadunt per eam quæ à re uisa in sphæræ centrum deducitur rectam lineam spectatur.

Esto cõuexum speculum c d, oculus autem sit b, uisus uero sit b d, refractus in a, aspiciaturque a, centrum autẽ sphæræ sit f, & connectatur a f extendaturque b d in c: igitur quoniam supponitur in phænomenis quod assumpto c ipsum a non uidetur, uidebitur igitur in rectam lineam a c, per id quod euenit ex b d, uisu, & ab ipso a c in e, sicut & in planis.

Theorema decimumoctauum

IN cauis speculis unumquodque eorum quæ sub aspectum cadunt per eam quæ à re uisa in cẽtrum sphæræ ducitur rectam lineam spectatur.



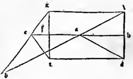
Sit cauũ speculum c d, aspectus autem refractus sit b c, in a uisum, centrum autem sphæræ sit e connectatur recta linea & extendatur igitur quoniam in phænomenis deprehenditur quod assumpto loco d ipsum a non uidetur: quare agetur in rectam lineam a e, aspicietur ergo per congressum ipsius a d rectæ lineæ & b c uisus per f.

Theorema decimumnonum.

N planis speculis quæ dextra sunt sinistra apparent, & quæ sinistra dextra, & simulacrum æquum est rei uisæ & distantia à speculo æqualis est.

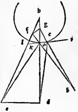
Sit planum speculum a c, oculus autem b, uisus uero sint b a, b c, refracti in d e, quod autem spectatur sit, d e, & ab ipsis e d, per duodecimam primi elementorum in speculum perpendiculares excitentur e f, d h & extendantur. Extendanturque & b c, b a, uisus & concurrant parallelis in K l, & connectatur l K, Igitur ea pparet

paret super k & d super l, hoc enim prius ostēsum est, ergo sinistra dextra apparent, & dextra sinistra, & quoniam æqualis est qui sub k c f, angulus ei qui sub f c e angulo, & recti sunt qui ad f, æqua igitur etiam fuerit f k ipsi f e. Idq̄ propterea & d h, ipsi h l, æquum est igitur interuallum quod abest à speculo e d, ipsi a abest simulacrum k l & æquū est uisum e d simulacro k l, quoniam æqualis est e f ipsi f k, & d h ipsi h l. communis autem & ad rectos angulos ipsa b f.



Thorema uigesimum.

N conuexis speculis sinistra dextra, & dextra sinistra spectantur, & interuallum à speculo simulacro minus abest

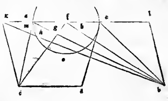


Sit speculum conuexum a c, centrum autem sphæræ sit h, oculus porro sit b, uisus autem sint b a, b c, refracti in d e, quod spectatur sit d e, & ab ipso h centro excitentur in d e ipsæ h d, h e, & extendātur uisus ad f g, & connectatur f g simulacrum. Igitur ipsum quidem d apparet super g, & e super f dextra igitur sinistra, & sinistra dextra spectantur. Dico quod maior est e l ipsa l f. excitetur per a ipsam tangens circunferentiam r a k. quoniam igitur b a, a e, ad ipsam circunferentiam æquos efficiunt angulos, propter refractionem tangit ipsa k a r, bifariam fuerit sectus qui sub e a f angulus, & obtusus est angulus k. maior igitur est e k, ipsa k f multo maior igitur e l ipsa l f: minus igitur abest simulacrum f g à speculo: magis autem quod spectatur e d, sicut in sequenti patet.

Theorema uigesimumprimum.

N conuexis speculis simulacrum spectatis minus est.

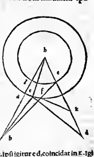
Sit speculum conuexum a o c, oculus autem sit b, uisus uero refracti sint b a, b c, in d e, igitur à conuexo speculo aspicitur e d in angulo qui sub a c b; apponatur iam speculum planum a c tangens, uisus in a c. Igitur uisus uisurus e à plano speculo non est b a e, non enim æquos efficit angulos ad planum speculum, neque refringetur intra a c, refringatur si possibile est, & esto b f, uisus, æqualis igitur est angulus g angulo h propter refractionem, & h, maior est ipso n & m ipso g: quare & m ipso n maior est, qđ est impossibilē. Ipse nāq; n ipso m maior est. Aequalis enim est totus ei q ad circūferētiā: extra igitur ipsum m a refringatur, refringatur esto b k e. similiter aūt



&bcd, extra cadit. Igitur ed in maiori angulo spectatur à speculo plano comprehēso sub kbl, quæ à conuexo. æquum autem patuit apparens in plano, manifestum igitur quod à conuexo speculo simulacrum minus apparet re uisa.

Theorema uigesimumsecundum.

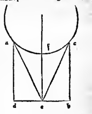
IN conuexis speculis, à minoribus speculis minora simulacra spectantur.



Sit sphera maior a c minor uero e l, circa idem centrū h, oculus uero sit b & connectatur b a h, & ab ipsa sphæra refringatur uisus b c d, dico quod uisus refractus à minori sphæra in d. neque per c. neque extra ipsum c cadit. Cadat enim prius si possibile est per c & refringatur à minori sphæra in d, & sit b e d. & connectatur ab h in c & refringatur in k. Igitur h c k, bifariam secat eū qui sub b c d, angulum: quoniam ipsos b c d angulos æquos ad circunferentiam propter refractionem efficit Id que propterea iam quæ ab h in e cōnexa recta linea & extensa angulum sub b e d bifariam secat. Secet sitque h e f Quoniam angulus comprehensus sub b c d, angulo comprehenso sub b e d, maior est. & dimidius dimidio maior est qui sub b c k eo qui sub b e f est autem & minor quod est impossibile: uisus ergo à minori sphæra refractus per ipsum c minime ueniet. Supponantur rursus eadem, & à minori sphæra refractus uisus b e d, extra ipsum c cadat. & b e secet maiorem sphæram in f. Visus iam ab ipso f, refractus in b f k, non coincidet ipsis c d, hoc, inquam, patet. Ipsi igitur e d, coincidat in k. Igitur b f k, uisus refractus á maiori speculo ipsum aspicit k & ipse b e k: refractus à maiori speculo ipsum aspicit k. hoc, inquam, superius impossibile patuit. Intra igitur c a, cadit uisus refractus a maiori speculo in d. Similiter quoque ōstendetur, & quæ ab altera parte idem efficiens. Sub minori igitur angulo spectatur eo qui ad b facto a minori speculo quàm a maiori, minus igitur apparet simulacrum a minori speculo.

Theorema uigesimum tertium.

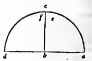
IN curuis speculis simulacra conuexa spectantur.



Sit curuum speculum a c, oculus autem sit e uisus uero refracti e a, e c. in d b at f e, sit in seipsum refractus, hoc est in e. Igitur uisus iam maiores sunt qui longiores: minimi uero qui circa medium hoc est f e spectatur igitur propius a speculo magis e, longius uero b, & d. quare totum curuum spectatur.

Theorema uigesimumquartum.

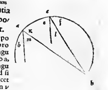
IN cauis speculis si in centro oculus positus fuerit ipse tantum oculus spectatur.



Esto cauum speculū a c d. centrum aūt ipsius sit b. uisus uero sint b a. b c, b d. Igitur angulus e æqualis est ipsi f, igitur uisus b c refractus ueniet in b: similiter quoque & reliqui, ipsum igitur tantum b, spectatur.

Theorema uigesimumquintum

N cauis speculis si in circunferentia aut extra circunferẽtiam oculus po/ situs fuerit, oculus non spectatur.



Esto cauum speculum, a c b, & oculus po natur in circunferentia ipsius & sit b, aspectus aũt pro cidant b a, b c & refringantur igitur angulus m b angu lo k maior est, & e l ipso f. Quare non refringuntur, b a, b c uisus in b oculum. Si in oculum refringũtur, angu li æqui ad ipsa a c, signa. Ostendetur autem & quod si extra circunferentiam sit oculus idem eueniet. scilicet quod non spectabitur oculus, quippe quoniam in ipsum non fiunt refractiones.

Theorema uigesimumsextum.

IN cauis speculis si extendatur dimetiens sphæræ, ex centróque ad angulos rectos ducatur, & in altera parte positus fuerit oculus nihil eorum quæ in sunt parte in aqua oculus spectabitur, hoc est neque eorum quæ ad diametrum, neque eorum quæ extra diametrum neque eorum quæ in diametro.

Sit cauum speculum a c d, dimetiens autem esto ipsius sphæræ a d & ipsi a d ad angulos excitetur rectos ab ipso f ipsa f c, oculus autem esto b extra ipsum diametrum, uisus autem sit b e. Igitur uisus b e. refractus non ueniet in b, neque in f. In æqualibus namque angulis refringitur. Veniet igitur sicut e h Similiter quoque & si introrsum cadat oculus sicut h siue in diametro, sicut m. refracti autem uisus sicut h k, m n. uenient enim sicut k l, n x Igitur eorum quæ in ea sunt parte in qua oculus spectatur nihil, neque eorum quæ in diametro, neque eorum quæ extra diametrum, neque eorum quæ introrsum.

Theorema uigesimumoctauum.

IN cauis speculis si in dimetiente ponantur oculi æqualiter distantes à centro, nullus ipsorum oculotum spectabitur.

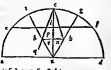
Sit cauum speculum a c d, dimetiens uero sit a d centrum autem sit f ad rectos angulos sit f c. oculi porro sint b e a centro æqualiter distãtes, uisus autem b c, igitur refractus ueniet in e. in æqualibus enim angulis refringitur, alius autẽ nullus ibit ut b h. Connectantur h e, h f. igitur angulus qui sub b h e bifariam secabitur ab ipsa f h. & proportionale erit sicut b h ad h e. sic b f ad f e, quod est impossibile Nã b h, ipso h e, maior est, & b f. ipsi f e est æqualis, nullus igitur refractus ueniet ex b in e. unus igitur uisus refringetur in utroque oculorũ, & ipse non spectabitur. Nam b c. extensa ipsi b d, non cõcurrit ad partes c d, apparebat autem unumquodque propter spectatorũ congressum neque e c, ipsi e a ad partes c a. concurrit. In cauis neq; speculis unũquodq; spectatorũ per ex spectato in centrum sphæræ ductã rectam lineam spectatur.

Theorema 28

IN cauis speculis si eam quæ ex centro bifatiam secans, & ad angulos rectos educens quis ponat oculos æque distantes in ea quæ ex centro, ponatur autem uel per medium diametri & eius quæ ad rectos angulos, uel in ipsa quæ ad rectos angulos, ipsorum oculorum nullus spectabitur.

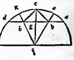
Esto,

Esto cauum speculum a c d, dimetiens autem sit a d cẽtrum sit k, & quæ ad rectos angulos, k c, secetur per 10 primi elemẽtorum bifariã in p, super e a uero ad angulos rectos esto e p f, & oculi intra diametrum a d & e f, sint b h, in parallelis e f, b h, æque distantes ipsi k c, uisus uero esto b c refractus in h: æquos igitur efficit angulos ad circunferentiã, quippe quoniam f e, ipsi b h parallelus est, & b n ipsi n h, est æqualis. & connexæ k b, k h, extẽdantur, extendatur autem & c b in q, & quoniam b c maior est ipsa b k maior est angulus r angulo i. Quare & qui sub c b h, maior est eo qui sub b b k hoc est eo qui sub h b k, igitur b c, ipsi k h, non concurrit. Igitur ipse h non spectabitur: propter congressum namque ipsorum b c, k b, spectatur.



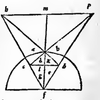
Aliter.

Sint rursus eadem qui supra, sed b h oculi sint in bifaria, & ad angulos rectos secta ea quæ ex centro a d: quoniam igitur æqualis quidem est b c, ipsi b f & c h ipsi f h, parallelus igitur est b c, ipsi f b. Igitur b c, uisus non concurrit ei quæ ex cẽtro in spectatũ, hoc est ipsi f b ad partes, b c: quare oculus h non spectatur, spectabitur namque propter ipsorum b c f h, congressum.



Aliter.

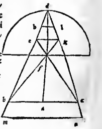
Sunto rursus eadem, in superiori uero ipsius bifariæ sectionis ponantur oculi b c, æque distantes ab ea quæ ex centro hoc est f a Dico iam b c, ipsos spectari, & ea quæ sunt dextra sinistra, & quæ sunt sinistra dextra, & simulacrum maius ore & interuallũ à speculo maius habens simulacrum: esto enim b a, uisus refractus & connectantur à centro f ad b c ipsæ f b, f c, & extendatur b a. Quoniam igitur bifaria sectio est g maior est b f ipsa b a, & angulus k angulo e: æqualis autẽ est k ipsi d: maior igitur est & d ipso e: coincidunt igitur ipsæ f b, c a, extensæ coincidãt in p. Id propterea iam b a, f c concurrunt in b, spectabitur igitur ipsæ quidem c, in b, & b in p & dextra quidem sinistra, & sinistra dextra apparent. Sed maior esto b p ipsa b c, paralleli enim sunt: simulacrum igitur maius apparet, & magis à speculo distans, maior est enim m a ipsa a l.



Theorema uigesimum nonum.

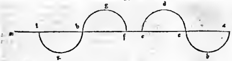
SI uero extra diametrum ponantur oculi, ea quæ dextra sunt dextra, & quæ sinistra spectantur, & simulacrum minus spectato, & in eo quod medium inter spectatum & speculum.

Esto, inquam, oculi b c, cẽtrum autem sit f. ipsius speculi: & ipsi diametro ad angulos rectos esto a f d, & huic ad angulos rectos b c & ipsi b a, æqualis esto a c, & uisus sit b d, refractus in c & per centrum ipsæ b f k, c f e, & ab ipsis e k, connectatur e k, igitur b in k apparet & c in e. Igitur quæ dextra sunt dextra, & quæ sinistra sunt sinistra spectantur, & simulacrum e k, minus est ipso b c, spectato, parallelus namque est e k ipsi b c, & circa medium speculi, & spectate apparet simulacrum. Deducto autem spectato, & eo minus apparet simulacrum



crum sepositum ab ipso b c,positum.similiter igitur ab ipso m in f. centrum connexa & extensa superius cadit in k sicut l.quæ uero ab n in f superius in e,usque h.igitur m n spectatur sicut h l & minus est h l,ipso e k & speculo propinquius.

Theorema trigesimum,

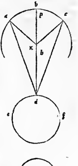


Speculum construere est possibile,ut in ipso spectentur plures facies,& maiores,& minores,& aliquæ propius,& aliquæ lõgius, & aliæ dexteræ,& aliæ sinistræ.

Sit enim planum a m,igitur in hoc fieri possunt conuexa specula sicut a b c,b k l. Caua autem qualia sunt c d e,f g h.plana porro qualia sunt e f.l m,posita uero facie sicut g spectantur a planis æqualia simulacra æque distantia,a conuexis uero minora & minus distãtia,à cauis porro omnino sicut manifestum est.

Theorema trigesimum primum.

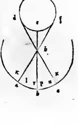
EX cauis speculis ad solem positis ignis accenditur.



Esto cauum speculum a b c,sol autem sit e f, centrum autem speculi sit h.& à quodam signo d cõnexa quidem in h centrum d h,extendatur in b. Incidat autem d c acta & refracta in k,refringetur autem super h cẽtrũ. Angulus enim qui ad p,circunferẽtiam minor est eo qui ad circunferentiã sub b c d,& sit a b circunferentia æqualis ipsi b c,& ab ipso d alia acta cadat d a,manifestum igitur quod refracta a d acta cadit in k,quippe quoniam circũferentia a b æqualis est ipsi b c, similiter autem ostendetur quod omnes ab ipso d incidentes in speculum & æquos luscipiẽtes in idẽ coincidunt ipsi b k super ipso h.

Aliter,

Esto rursus cauum speculum a b c,sol autem sit d e f & à signo quoddam e per h centrum sit e h b & a b d f,sint d h c,f h a igitur demonstraui quidem quod quæ ex e actæ concurrunt in seipsas per p r,angulos æquos existentes, diametri enim sunt Quæ uero ab f in h a,per k l angulos. Quæ uero a b d in h c,quoniam n x anguli sunt æquales.quod autem omnes in se ipsas refringuntur,manifestum.ex centro namq; existentes semicirculos faciunt.qui uero in semicirculis anguli sunt æqualis per 27 tertij elemẽtorum,per æquos enim angulos fiunt refractiones.in se ipsos igitur refringuntur. omnes igitur coincidunt quæ ab omnibus signis in eas quæ per centrum & in centro agũtur,hijs igitur actis,calefactis q; circa centrum ignis colligitur, quare ibi stupa apposita accendetur.



Catoptrices hoc est de imaginibus quæ in speculis opusculi Euclidis Megarensis præstantissimi mathematici, FINIS. Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

Ioanni Zamberto Veneto fratri humanissi- mo salutem perpetuam.

QVVM me iam pluribus annis hisce mathematicis disciplinis mirum in modum delectari tibi exploratissimum esset Ioannes frater charissime, cumq; saepius, me quasi ad pugnam prouocans aliqua abs te mechanico artificio structa ostenderes, quae optices hoc est perspectiuae speculationibus compacta pluribus lineis sese inuicem dispescētibus, multiplicibusq; angulis, mirandam ingenij tui solertiā altamq; indaginem praeseferrent, efficere non poteram quin eam theoremata maxime non comprobarem, quandoquidem tu teris lineis & angulis efficere ut ea quae plana sunt quandoque conuexa, at quandoque sese in intima penetralia extendere, aliquando uero solida & tribus dimensionibus constare uideātur. Cuius quidem disciplinae rationem quādoq; cum apud Socraticum Euclidem in uetustissimis & tineis ac carie contritis graecis codicibus legerem, quodam stupore perfusus, hominis ingenium arduum & sublime inde dijudicans, opus illud mira solertia sed maximo studio non legi sed relegi transcripsiq; pariter, ut tanta doctrina quoque inter nostros codices summa ueneratione seruata reperiri posset. Quod quidem opusculum cum quandoque tibi demonstrassem, auidissime, ut qui hiantibus faucibus sitibundi fontis frigidam aquam aestiuis ardoribus ingurgitāt, petijsti, ut illud tibi latinū efficerem, existimans esse aliquid caeteros homines quos diuersa inutilia oblectamenta iuuant disciplinis excellere. Quod sane ut tuis uotis frater charissime satisfactum esset: quasi ocio deditus ex Euclidea interpretatione illa laboris plena, sedulo curaui opusq; ipsum sublimi, & mirando iudicio ab Euclide ipso exquisitum latinum feci, ut tibi satisfaciendo, communi quoque studentium utilitati consulerem. Quod sane opusculum tibi id propterea destino, ut tibi necessitudinis nostrae amorisq; & beneuolētiae sit exploratissimum pignus, tum quia hisce studijs & speculationibus delectaris, idque propterea iure quodam tibi id opus destinari debet, quandoquidem ea illis sunt dedenda, qui eorū peritiam tenēt. Sub tuo igitur nomine perspectiua Euclidis in lucē ueniet, ex grecorum illis disciplinarum ingeniorum & doctrinae mundae & castigatae plenis scrinijs eruta. Caeterum tu frater charissime haec leges, uidebisq; quantum fuerit Euclidis iudicium, quantum ingeniū, quanta doctrina, ut haec optica theoremata eo examine struxerit, ut eorū nullū recte sentientes negare possimus, in quibus si quid fortasse cōperies minus obuium & tibi notum, testatim ad elementorum specularia & apparentium Euclidis doctrinam conferes, inde nāq; omnia tibi plana fient, & luce meridiana clariora, uerū ne me crispini scrinia lippi compillasse putes, uerbum nō amplius addam. Vale. XI, IV, XIX, elemento conciliatae diuinitatis. Vene. VI. Kalen octobris.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI PLATONICI INSIGNISQVE mathematici incipiunt optica ex traditione Theonis Bartholomaeo Zamberto Veneto interprete.

OSTENOENS ea quae per uisum consolationis gratia non nullos induxerunt, ratiocinatus est, quod omne lumen in rectas lineas protenditur, reique huiusmodi argumentum uel maximum esse ex corporibus umbras eductas, deque foraminibus & aspectibus lucem delatam. Horum & etiam unumquodq; neutiquam fieret sicut & nunc factū spectatur, nisi a sole delati radij in rectas lineas extenderētur. Itidem quoque ex ignibus nostris emissam inquit lucem causam esse, qua corporum adiacentium aliqua illustratur, indeq; umbrae educuntur, aliquae quidem subiectis aequales corporibus Aliae uero maiores. Aliae porro suppo-

suppositis corporibus minores. Aequales quidem emittunt umbras quæcunque lucẽtibus illustrantibusq; ignibus sunt æqualia, extremi nãq; radij in hijs in parallelis cõueniunt, fitq; ut umbræ neque cõcurrentes imminuant, neque hijs umbræ crescant, sed si cut se habet offensio corporis, talem quoque umbræ cõmensurationẽ obtineat. Minores uero corporibus umbræ sunt, quando illustrantes ignes maiores fuerint, extremi namque radij in ipsis concurrunt, idq; propterea umbras imminuunt. Maiores porro corporibus umbræ sunt, quando illuminantes ignes minores fuerint: extremos nãq; radios in his rotundi contingit inumbratamq; maiorem partem perficere. Id minime fieret nisi ab igne delati radij in rectas lineas protenderentur. Clarius quoque hoc & ab his effectibus deprehendi contingit. Lucerna & enim utcunq; iacente si apposita fuerit portula subtilem habens rimulã ut feræ, prouenia tque rimula ex opposito lucernæ. Ipsi autem portulæ in alteram partem propior apponatur portula, in quam, per rimulam lux delata procidat, omnino procidentem lucem in ipsam portulam rectis contẽtam lineis inueniemus, connectentemq; intervallum medium inter rimulam portulamq; in eandem rectam lineam existere. Cum igitur manifestum sit quod omne lumen in rectam lineam protẽditur, & omnibus cõstat in recti aspectũ euenire, ab ipso erũpentes radios, eiusdem esse rationis hoc est per rectas protẽdi lineas bosq; in intervallis, ad que propterea ea quæ spectantur, simul tota aspici non posse, præceptionẽ attulit huiusmodi. Acu siquidem siue alio huiusmodi corpusculo sepius in pauimentum delapso aliquibusq; accuratius inquirentibus, locumq; ipsum sepius nullo corpusculum quæsitum probibente tangentibus, deinde rursus uisum projicientibus ad locum in quo erat corpusculum, acum perspexerunt. Manifestum nempe quod id quod inuentum est, neque etiam locus in quo erat uidebatur, proinde quæsito sub aspectũ exposito, loci partes omnes non spectantur. Si enim uideretur, & quæsitum quoque aspiceretur, non aspicitur autem. Itidem quoque eos qui libris accurate assistunt neque omnes literas in margine existentes intueri posse dixit. Sepius namq; coactos ostẽdere raro descriptas literas, minime ipsas ostendere posse, eo quia ad omnes literas uisus nõ efferuntur, sed per interualla ipsos existere, ac perinde ordine expositarum literarum plures percipi nõ possunt: proinde manifestum est quod neque totus marginis locus aspicitur, itidem quoque in alijs spectaculis euenit, quare quæcunque spectãtur simul tota non spectantur, uidentur tamen aspici ob nimiam uisuum celeritatẽ, nihilq; relinquentium hoc est in cõtinuũ delatorũ, minimeq; salientiũ. Sub uisum namq; cadit speciatæ rei imago, ut inde motus uisus rem uisam percipiat, causasq; bas attulit. In quæsito namq; corpore, & in eo qui accurate libro studet, dubiũ sumitur ut dicatur. Si imaginibus procidentibus passio uisiua gignitur, & si ab omni corpore cõtinue imagines profluunt quæ nostros sensus cõmouent, qua de causa fit ut quærẽs acum, itidemq; librum accurate legens omnes literas non perspicit. Eo quia quandoque intellectu eleuantur nihil minus ratiocinantes quærunt, sed omnino non inueniunt: sepius autẽ cũ alijs ratiocinantes, intellectuque atrahentes, celerius inueniunt. Sed non omnes imagines per aspectũ iudicantur, & qui nam causa iudicata permanent, dixerũt, inquã, naturam esse iuxta animalia. Eorum uero quæ sensus habent aliqua ad receptaculũ recta linea sunt constructa, aliqua uero non, auditum & enim & gustum & olfactum conuexa cõstruxit intrinsecus, ut extrinsecus procidentia corpora eisdẽ sensus huiusmodi moueren, auditui siquidem uox procidens locũ aptum inuenire debet ut permaneat, ac ne ut obtigerit ẽ uestigio transiliat, sed sensum immobilem seruet, ac delatam uocẽ confundat. Similiter quoque & olfactũ. at de gustu aliquid dicere oportet, & maxime quo modo ipsi sensus conuexi & in speluncæ similitudinem sint constructi, ad hoc ut procidentia corpora plurimo tempore permaneãt, & in uisu quoque igitur si extrinsecus eidem ceciderint ipsum corpora mouentia, & non ab ipso in eadẽ aliquid sit emissum, illius constructionem conuexam beneq; cõpositam ad receptaculum corporũ præcedentium esse oportuit, nunc autem spectatur hoc non sic sese habẽs, sed potius sphæricus uisus apparet, sidemq; huiusmodi efficiunt in præsentia radij effusi passionemq; ui suam mouentes. At de huiusmodi satis dictum uidetur. Cur autem uisui in eodem existenti plano superficies iacentes in rectam lineam appareant, hæc asseruit quippe quoniam in eodem plano existens uisus rei uisæ idem est, neque sublimior, neque humilior eo quia in eodem situs est plano, si igitur neque sublimior, neque humilior est uisus in eodem existente plano circunferẽtia. In partes aliquas sublimiores, & in partes aliquas humiliores radios minime transfundit. Sed omnibus circunferentiæ partibus

X æquos

æquos per planum delatos radios trāsmittit. Quare hac de causa fit ut planum rectas per phantasiam lineas relinquat, & in plano descriptam circunferentiam: planum etenim in rectas uisui lineas iacens, inuisibile siquidem est eo quia in illud nullus ab uisu emissorum radiorum cadit, at illius finis spectatur, quæ linea est. Inquit enim quod eo quia in uisu linea manet, quæ reliquis plani partibus adiecta inuisibile planum efficit. Eadem quoque causa asseritur de plano in rectas lineas posito ad oculum, efficit nanq; rectas lineas relinquere phantasiam, circunferentiarūq; in eodē plano ad oculum expositarum apparere, ut maior pars appareat quando plures uisus emittuntur, æqualis uero quando æquales, minor autē quando minores, fiunt uisibus sicut anguli quidem ad oculum.

Suppositio prima.

Supponatur ab oculo uisus emissos in rectas lineas ferri, interuallūq; quoddā inuicem efficientes, & sub uisibus figuram comprehensam esse conum uerticem habentem ad oculum, basim uero ad fines rerum uisarum.

Suppositio secunda.

Ea uidentur ad quæ uisus perueniunt.

Suppositio tertia.

Ad quæ uisus non perueniunt, ea non spectantur.

Suppositio quarta.

Sub maiori angulo spectata: maiora apparent.

Suppositio quinta.

Sub minori angulo minora uidentur.

Suppositio sexta.

Aequalia uero uidentur quæ æqualibus angulis spectantur.

Suppositio septima.

Quæ sub sublimioribus radijs spectantur: sublimiora apparent.

Suppositio octaua.

Quæ uero sub humilioribus radijs uidentur, humiliora apparent.

Suppositio nona.

Et similiter quæ sub dexterioribus spectantur radijs, dexteriora apparent.

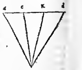
Suppositio decima.

Quæ uero sub sinisterioribus radijs spectantur: sinisteriora uidentur.

Suppositio undecima.

Quæ sub pluribus angulis spectantur: expeditius uidentur.

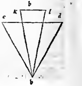
Theorema primum.



Orum quæ sub aspectum cadunt quicquā simul totum aspici minime potest.

Sit nāq; uisile quoduis a d, oculus uero sit b, à quo procidant uisus b a, b c, b k, b d. Igitur quoniam in interuallo feruntur procidentes uisus non prociderent continui ad a d, quare fient quoque & ad a d, interualla, ad quæ uisus non ueniunt ea non spectantur per 3 suppositionem: totū igitur a d, simul minime spectabitur uidetur autem simul spectari uisibus celerrime delatis.

Theorema secundum.

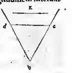


AEqualibus magnitudinibus interuallo positis, propius positæ euidentius spectantur.

Sit oculus b, quod autē spectatur sit c d, & k l oportet, inquā, ipsa æqualia & parallela esse, propius uero sit c d, procidantq; uisus b c, b d, b k, & b l, non utique dixerimus quod ab ipso b. oculo ad ipsam k l procidentes uisus ueniant per c d, signa, fuerit namque trianguli. b k l, & b c d ipsum k l, maius quam ipsum c d, atqui positum est quod & æquale, igitur sub pluribus uisibus spectatur c d, quàm k l, euidentius igitur apparebit c d, quam k l.

Theorema tertium.

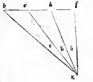
EOrum quæ ſpectantur unumquodque longitudinem interualli habet aliquam, qua aduentante, non amplius ſpectatur.



Sit, inquam, oculus n. ſpectatū uero c d, ſitq́ in aliqua diſtantia, nō amplius ſpectabitur, fiat naq́ c d, inter uiſuū interuallū in quo K igitur ad k nullus ab ipſo b uiſus procidet, id uero ad quod uiſus non addunt non ſpectatur. Eorū igitur quæ ſpectantur unūquodq́ longitudinem diſtantiæ habet nō aliquam, qua aduentante, amplius ſpectatur.

Theorema quartum.

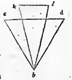
AEqualibus interuallis, in eadē recta linea exiſtētibus, quæ ex pluri diſtantia ſpectantur minora apparent.



Sint, inquam, æqualia b c, c d, d f, oculus uero ſit k, ex quo, pcidāt uiſus k b. k c, k d. & k f. & K b, ad rectos ſubſiſtat angulos ipſi b f: quoniam igitur in rectāgulo K b f. æquales ſunt b c, c d. d f, maior eſt quidem angulus e angulo g & g angul9 ipſo angulo h: maius igitur apparet b c ipſo c d & c d, ipſo d f.

Theorema quintum.

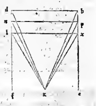
AEquales magnitudines inæqualiter expoſitæ inæquales apparent, & maior ſemper ea quæ propius oculum adiacet.



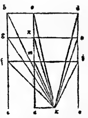
Sit æqualis c d ipſi k l. oculus uero ſit b a. quo procidant uiſus b c, b k, b l, & b d. igitur, d c, ſub maiori ſpectatur angulo quam ipſa k l: maior igitur apparet c p ipſa k l.

Theorema ſextum.

PArallela interuallo in diſtantia ſpectata inæqualis latitudinis apparent.



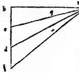
Sit, inquam, b c ipſi d f parallelū interuallum, oculus uero ſit K. Dico quod b c, & d f inæquali latitudine apparet, & maius, inquam, propius interuallum remotiore, procidant nempe radij k x. k p, k b, kd, k n, & kl, & connectantur rectæ lineæ x l, p n, & p d. Quoniam igitur angulus q ſub x k l, maior eſt eo angulo qui ſub p k n, maius igitur apparet ipſum x l ipſo p n, atq́ id propterea n p, recta linea maior apparet ipſa b d, recta linea non amplius ſpectabuntur parallela interualla, ſed minora, & inæqualis latitudinis, parallela igitur interuallorum ex diſtantia ſi ſpectentur inæqualis latitudinis apparent. Sic nempe in eodem plano ſpectato fuerit oculus ſic, eſto enim k, & excitetur per undecimam undecimi elementorum, ab ipſo k ad ſubiectum planum perpendicularis k a: ab ipſo autem a in f l, ipſa a m, per duodecimam primi elementorum: & extendatur per ſecundum poſtulatum in o. procidantque radij k b. k g, K f, K d K n, & k l, & connectantur, per primum poſtulatum k m, K x, & K o. Quoniam igitur ab ipſo k, ſublimi in ipſum m annectitur k m, perpendicularis igitur eſt in ipſam m l, per duodecimam primi elementorum: ſimiliter iam & k x, in ipſa g n, & ipſa K o, in ipſa b d. Igitur triāgula k m l, K x n: K o d, rectāgula ſunt, & æqualis est ipsa quidem x n ipsi m l, parallelogrammum, inquam, est ipsum m n, utraq; ipsarum x k, k n, maior est utraque ipsarum m k, k l. maior igitur est & angulus qui sub m k l, eo qui sub x k n. Quare & tota f l, tota g n maior apparet. idque propterea & l f, ipsa b d, inæqualis igitur latitudinis ipsæ magnitudines apparent.



Theorema septimum

IN eadem recta linea æquales magnitudines remotius inuicem positæ inæquales apparent.

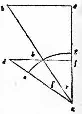
Sint æquæ magnitudines b c, & d f oculus uero sit k, & ab ipso k, oculo procidant uisus k b, k c, k d, k f, rectus uero sit angulus qui sub k f b, igitur angulus f angulo q maior est, quare & d f ipsa c b, maior apparet. Igitur ipsæ d f & b c magnitudines inæquales apparent.



Theorema octauum.

AEquales magnitudines inæqualiter expositæ internallis proportionaliter minime spectantur.

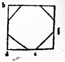
Esto enim b c ipsi d f, æqualis, & ei parallelus apponatur. k oculus, & ab ipso procidant radij, k f c: k h b, k f, & k e d. Quorum k c, ipsi b c, esto ad angulos rectos. Dico iam quod ipsæ b c, & d f magnitudines ipsis c k, & k f, interuallis proportionaliter minime apparent. Quoniam enim angulus qui sub d f k, rectus est, acutus igitur est angulus qui sub f k h. quare & ipsa b k ipsa k f maior est, centro igitur k, interuallo uero k b, per tertium postulatū circulus descriptus extra ipsam k f cadit, describatur & esto e h g: & quoniam b d k, triangulum maiorem habet rationem ad h k e, sectorem, quàm f h k, triangulum ad g h k, sectorem: uicissim igitur h d k, triangulum ad f b k, triangulum maiorem habet rationē, quam e h k, sector, ad g h k sectorem. Componendo igitur per decimamoctauam quinti elemētorum triangulum f d k, triangulum f h k, maiorem habet rationem, quā e g k, sector ad g h k, sectorem. sed sicut f d k, triangulum ad f h k triangulum, sic d f ad f k, sicut autem g e k, sector ad g h k, sectorem, sic qui sub d k f angulus ad eum qui sub b k f angulum. In maiori ergo ratione est d f ad f h. quàm f r angulus ad r angulum. Sicut autem d f ad f h, sic c k, ad k f, & k c. igitur ad k f. in maiori est ratione quàm f r angulus ad r angulum, at ex angulo f r, spectatur d f: ex r uero angulo spectatur b c. igitur magnitudines interuallis proportionaliter minime spectantur.



Theorema nonum.

REctangulæ magnitudines ex interuallo spectatæ circunductæ apparent.

Sit rectangula magnitudo, b c ex interuallo spectata. igitur eorum quæ spectantur unumquodq; lōgitudinē habet aliquā interualli, qua aduentante nō amplius spe

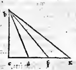


ſpectatur ſicut per 5 theorema apparet, igitur angulus e non ſpectatur. At ſigna d f, ſolum apparent. Similiter etiã & in unoquoque reliquorum angulorũ hoc eueniet, quare totum circũductum apparebit.

Theorema decimum.

SVb oculo poſitorũ planorum quæ remotiora ſublimiora apparent.

Sit, inquam, oculus b ſuper ipſo c k, plano, à quo oculo procidant radij, b c, b d: b f, & b k, perpendicularis autem eſto per 11 undecimi elementorum b k ad ſubiectum planum. Dico quod c d ipſo d f ſublimius apparet. Igitur ipſo quidem, c d ipſo d f, ſublimius apparet, & f d ipſo f k, quæ uero ſub ſublimioribus radijs ſpectantur ſublimiora uidentur, ſicut per ſuppoſitionem ſeptimam perſpectiuæ apparet.



Theorema undecimum.

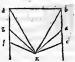
PLanorum ſuper oculo poſitorum quæ remotiora humiliora appatent.

Sit oculus b ſub ipſo d f plano poſitus. à quo exeuntes radij procidant ut b c, b d: & b f humillima omnium quæ ex b ad ipſum d f prodũt, planum eſt ipſa b d, & b c etiam ipſo b f humilior eſt. Sed per b d, & b c, radios ſpectatur ipſum d c, & per b c & b f, ſpectatur ipſum c f, ipſum igitur d c humilius ipſo c f ſpectatur.

Theorema duodecimum

QVæ obijciuntur longitudinem habentium quæ ſunt in dextris, in ſiniſtra procedere uidentur, quæ uero in ſiniſtris in dextra.

Sint enim ſpectata b c, d f, oculus uero ſit k: à quo procidant uiſus k c, k a, k b, k f, k g, & k d. Igitur ipſum d in ſiniſtrã magis quàm g, ſimiliter quoque b dextrorſum magis quàm a uidetur procedere. Quare quæ obijciuntur longitudinem habentium quæ in dextris ſiniſtrorſum & quæ in ſiniſtris dextrorſum uidentur procedere.



Theorema decimumtertium.

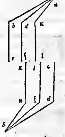
AEqualium magnitudinum ſub oculum poſitorum quæ longe poſitæ ſunt ſublimiores apparent.

Sint enim æquæ magnitudines b c, d f, k l, ſub oculum n poſitæ & ab ipſo n oculo procident radij n b, n d, n k, igitur ſublimior eſt n b, reliquis radijs, quare & b ſignum. Igitur b c ipſa d f: ſublimior apparet & d f ipſa k l: æqualium igitur magnitudinum ſub oculum poſitorum, quæ longe poſitæ ſunt ſublimiores apparent.

Theorema decimumquartum.

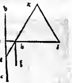
AEqualium magnitudinum ſupra oculum poſitorum quæ longe poſitæ ſunt humiliores apparent.

Sint æquæ magnitudines k n, l f, c d, ſuper oculũ poſitæ, qui ſit b & ab ipſo b oculo procidant radij b n, b f & b d. Igitur humillima eſt b d, quare & d ſignum. Ac per hoc c d, humilior apparet ipſa l f, & l f, ipſa k n.



Theorema decimumquintum.

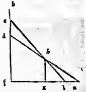
Eorum quæ sub oculum posita sunt, quæ sese inuicem excedunt adhærente oculo maiore supra spectatũ maius apparet, recedente uero minore minus,



Sit nempe maius b c ipso h f, ponaturq; ut oculus sit k, super ipsa b c, & b f, procidatq; radius per h, sitq; k d, igitur b c ipso h f maius apparet ipso b d, æquum enim apparebat h f ipsi d c, quoniam iam sub eodem oculo k & radio k d aspiciebatur. Rursus iam permutetur oculus k, sitq; oculus in l & per h, procidat radius l n, igitur rursus b c ipso h f maius apparet ipso b n minore, igitur ipsum b c, ipsum h f, uidetur excedere abeunte oculo que adhærente.

Theorema decimumsextum

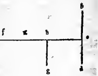
Quæ sese inuicem excedunt inferius oculo posito, adhærente oculo minore minus super spectatum apparet, recedente uero maius maiore.



Esto, inquam, maius b f ipso h k, & oculo l inferius posito cadat radius l c, per h, igitur b f ipso h k maius apparet ipso c b. Immutetur iam l oculus sitq; oculus n cadatq; radius n d, per h igitur rursus b f ipso h k maius ipso b d apparet. Adhærente igitur oculo minore maius, & recedente maiore ipsum b f, ipsum h k uidetur excedere.

Theorema decimumseptimum.

Quæcunque sese inuicem excedunt, oculo posito in recta linea minori magnitudine existente, adhærẽte & recedente oculi æquali semper superius spectatum minus uidebitur excedere.



Excedat, inquam, b d ipsum h g ipso b c & connexa c h per 2 postulatum extẽdatur, sitq; oculus in f. igitur ab ipso f radius procidens per f c, annectetur. Rursus iam permutetur oculus in k, igitur per hoc ab ipso k oculo radius procidens per k c annectetur, eodem igitur excedet b d, ipsum h g & adhærente & recedente oculo.

Theorema decimumoctauum.

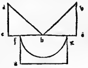
Datam altitudinem cognoscere quanta sit.

Sit, inquam, quã oportet cognoscere, quanta sit data altitudo b c, cadatq; radius solis ab ipso b ut b d, igitur umbra erit ut c d, cape magnitudinem quampiam notam sitque k f annectásque per trigesimamprimam primi elemẽtorum sub angulo d, parallelũ b c. Igitur est sicut d c ad c b, sic d f, ad f k. & nota est ratio ipsius d f, ad ipsam f k, nota igitur est ipsius d c ad c b ratio. Sed d c umbra non est ipsa igitur c b altitudo nota est.

Theorema decimumnonum

Sole non apparente datam altitudinem quanta sit cognoscere.

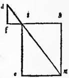
Sit quam cognoscere conuenit quãta sit data altitudo b c, exponaturque speculum k a, oculus uero sit d & ab ipso procidat radius d h, refringaturq; ut h b, finiens. & ab ipso d oculo perpendicularis d f agatur per duodecimam primi elementorum. Igitur anguli qui ad h sunt æquales adinuicem, hoc enim ostensum est per primum theorema specularię, sed angulus ad c, eo qui ad f, est æqualis per 4 postulatum, rectus enim est eorum uterque. Reliquus igitur angulus qui ad b, reliquo qui ad d est æqualis. Quare triangulum b c h, ipsi d h f, triangulo simile est per primam diffinitionem 6 elementorum. Est igitur sicut h c ad c h sic h f ad f d. Ipsius autem f h. ad f d ratio nota est, & ipsius igitur h c ad c b, ratio nota est; at nota est c h nota igitur & c b altitudo.



Theorema uigesimum

DAtam profunditatem quanta sit cognoscere.

Esto, inquam, profunditas quam oportet quãta sit cognoscere b k, ponaturque oculus d, procidatq; radius d l k in deiectum, exciteturq; per 11 primi elementorum ab ipso d ad ipsam b k ipsa d f, quoniam parallelus est b k ipsi d f. prociditq; d k, angulos igitur per uigesimamnonam primi elementorum b k l, & l d f. inuicem efficit æquales: sunt autem qui ad l ad uerticem inuicem æquales per decimamquintam primi elemẽtorum, reliquus igitur angulus reliquo angulo est æqualis, æquiangulum igitur est h k l triangulum ipsi l d f, triangulo, est igitur sicut l f, ad f d, sic l b ad b k. Data autem est ratio ipsius l f ad f d. Data igitur est ratio & ipsius l b ad b k. Data autẽ est l b. Data quoque est ipsa b k.



Theorema uigesimumprimum.

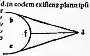
DAtam longitudioem quanta sit cognoscere.

Esto enim quam quãta sit cognoscere oportet data longitudo h c ponatur oculus d à quo procidant radij d b. d c, & ab ipso f. excitetur per trigesimamprimam primi elementorum ad ipsam h c. ipsa f k igitur est sicut f k, ad k d, sic b c ad c d nota autem est ratio ipsius f k ad k d. nota igitur & ipsius b c ad c d ratio, & nota est c d, nota igitur est & c h.

Theorema uigesimumsecundum.

SI in eodem plano, in quo & oculus, circuli ambitus positus fuerit; recta linea ipsius circuli ambitus apparebit.

Esto, inquam. ambitus b c, oculus uero sit d. In eodem existens plann ipsi b c à quo procidant radij d b. d f & d c. Igitur quoniam per primum theorema eorum sub prospectum cadunt nihil simul spectatur nequaquam apparebit f b. ambitus ipsa igitur f b, signa in rectam esse lineam uidebuntur, similiter quoque & f c, tota igitur b c circunferentia recta linea uidebitur.



Theorema uigesimumtertium.

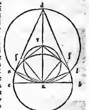
SPhæra utcunque inspecta ab uno oculo minus semper hemisphærio cernetur, ipsum uero spectatum sub sphæræ circulo comprehensum apparet.

Sit enim ſphæra cuius cētrum ſit k, oculus autem ſit b, & connectatur per primum poſtulatum b k, & per 11 primi ele. ei ad angulos excitetur rectos per k ipſa c k d & extendatur per b k, planum c k d, efficiet, inquã, in ſphæra circulum, efficiat iam ipſum c d l n f, circum uero k b dimetientem circulus deſcribatur, & per primũ poſtulatũ connectantur k f, f b, b l, l k, & l f, igitur quoniam per 31 tertij elementorum anguli qui ſub k f b, b l k, recti ſunt, quoniam in ſemicirculis ſunt, & ex centro k f & k l in uno ſigno tangunt b l, b f, ipſam ſphæram. Igitur ab ipſo b oculo procidẽtes radij in ipſas b f, b l, procidunt. Et quoniam uterque qui ad h ſunt angulorum rectus eſt eo quia c d, ipſi f l, parallelus eſt, & f h, ipſi h l, eſt æqualis per tertiam tertij elementorũ, ſi iã manẽte ipſa b b ipſum h f b, triangulum circũducatur in idem rurſus reuoluetur unde cœperat circunduci. At b f, circumacta in uno ſigno ſphæræ ambitum tangit per correlarium 16 tertij elemẽtorum, hoc eſt in f, & circulus erit deſcriptus per f l ſigna, quare ſub circulo id ſphæræ quod ſpectatur contentũ, uidetur & minus hemiſphærio: ipſum namque f n l minus eſt hæmiſphærio. Quare & ab oculo ſpectatum minus eſt hemiſphærio.

Theorema uigeſimumquartum.

Oculo ad ſphæram propius accedẽte, ſpectatum minus eſt, putabitur autem maius uideri.

Eſto enim ſphæra cuius centrum ſit k, & ab oculo d in centrum connectatur d k, & per k, per undecimã primi elemẽtorum excitetur, b c, circũ uero d k circulus deſcribatur, per 3 poſtulatum, & per ſecundum poſtulatum connectãtur d n, n k, d l, l k, igitur recti ſunt qui ad l n, anguli: quoniam in ſemicirculis ſunt per 31 tertij elementorum. In unũ igitur contactum tangunt ipſæ d l, d n, ipſam ſphærã per correlarium 16 tertij elementorum. Ipſi igitur ab ipſo d, oculo procidentes radij per d l & d n cadunt. Rurſus remoueatur oculus & ſit in r & circum ipſum r, per 3 poſtulatũ circulus deſcribatur, & per ſecundum poſtulatum connectãtur r f, f k, r ſ, ſ k, igitur ipſo r f, r ſ, in uno ſigno ipſam tangunt ſphæram per correlarium 16 tertij elementorum, & ab ipſo r oculo procidentes radij ut r f, r ſ cadunt. Quare ſub angulo r ipſum f ſ, & ſub angulo d ipſum n f ſ l, ſpectatur, ſed f n ſ l, ipſo f ſ, maius eſt, apparet autem minus, angulus enim qui ad r maior eſt eo qui ad d eſt angulo per 20 tertij elementorum, quæ uero ſub maiori ſpectantur angulo per 4 ſuppoſitionem optices maiora uidẽtur, maius ergo apparet f ſ, ipſo n f ſ l, eſt autem minus.



Theorema uigeſimumquintum.

Sphæra binis ſpectata oculis, ſi dimetiens ſphæræ æquus fuerit rectæ lineæ diſtãti ab oculis, ipſius hemiſphærium ſpectabitur.

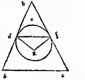
Sit ſphæra cuius dimetiens ſit b c, & ab ipſo b c per 11 primi elemento. excitentur ad angulos rectos b f, c l & ab ipſo f ad ipſam b c, per 31 primi elementorum excitetur f l, & ponatur oculus unus in f, alter uero in l, ab ipſo uero centro d per 31 primi elementorum ad ipſam b f parallel9 d k, igitur ſi manẽte d k ipſum b k parallelogrammum circumagatur in idem rur-

ſus

sus unde cœpit agi consistet,& circunscripta ab ipsa b d,figura circulus erit,qui per centrum erit ipsius sphæræ. Quare hemisphærium tantum ipsius sphæræ spectabitur sub f l oculis.

Theorema uigesimumsextum.

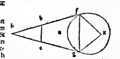
CVm oculorum distantia sphæræ diametro maior fuerit hemisphærio, maius id quod ipsius sphæræ spectabitur apparebit.



Esto enim sphæra cuius centrum sit k, oculorum uero interuallum maius esto ipsius sphæræ diametro,& per k & h c,extendatur planum efficiatque in sphæra circulum d f n, procidantque radij b d,c f,in uno signo tangentes.igitur producti inuicem congrediuntur Quoniam b c ipsius sphæræ diametro maior est.congrediantur iam in h signum.igitur quoniam ab ipso signo h ipsæ h f,h d,per unum signum tangentes cadunt,minor est ipse f n d,ambitus semicirculo per uigesimumtertium theorema,anguli enim h f k,h d k,sunt rectæ. Ipsius uero sphæræ reliquum sphæræ hemisphærio maius spectatur sub b d c f.

Theorema uigesimumseptimum.

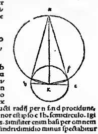
SI oculorum interuallũ minus fuerit sphæræ diametro,id sphæræ quod spectatur hemisphærio minus spectabitur.



Esto, inquam, sphæra cuius centrum sit k oculorum interuallum sit b c minus existens ipsius sphæræ diametro: & per k, & b c, extendatur planum efficiatque in sphæra circulum f g n,excitentur autem per decimamseptimam[que] tertij elementorum ab ipsis h c oculis in uno signo tãgentes b f,& c g,quæ in h inuicem congrediãtur. Quoniam h c, & ipsius sphæræ diameter sunt inæquales.igitur ab ipso h signo procidentes in ipsam sphæram minorem hemisphærio ambitum capient,per uigesimumtertiũ theorema. igitur ambitus f g n, hemisphærio minor est. Quare sub b c oculis spectatum, hemisphærio minus erit.

Theorema uigesimumoctauum

CYlindro utcunque inspecto ab oculo uno, minus hemicylindro spectabitur.

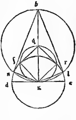


Esto namque cylindri circa basim circuli centrum k. ab ipso n,oculo excitetur ad k ipsa n k.per primum postulatum,& per k:per secundam primi elementorum excitetur b c,& circum k n. describatur circulus, connectanturque n f,f k,n d,d k. Igitur qui ad f d,recti sunt. In uno igitur signo f n,n d,tangunt per correlarium decimãsextamtertij elementorum. ipsi igitur ab ipso n oculo educti radij per n f,n d procidunt, quare ipsi ambitus f l d,tantũ spectabitur:sed f l d,minor est ipso c l b. semicirculo. igitur f l d. semicirculo minor uidebitur,hoc est cylindrus. Similiter enim basi per omnem superficiem cylindri demõstrabimus,quare totius cylindri dimidio minus spectabitur

Theorema uigesimumnonum

OCulo propius ad cylindrum posito, minus quidem erit assumptum cylindri sub ipsis aspectibus, uidebitur autem maius aspici.

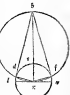
Esto enim cylindri circa basim circuli centrum K,& ab ipso k oculo in K centrum per 1 postulatum connectatur b K,& per K, per 11 primi elementorum ad angulos excitetur rectos e d,& circum k b circulus describatur,per 3 postulatũ & cõnectantur b n, n k,b l,l k:iam per ea quæ prædicta sunt l f n,minus est semicirculo,& similiter basi cylindri minus est,& dimidium spectabitur. Sed propius excitetur oculus,sitq́ q & circũ f k, per 3 postulatũ circulus describatur cõnectãturq́ q r, r k,k s,& s q.Igitur qui ab ipso q radij,pcidẽtes per q r,&q s, cadunt, q uero ab ipso b scatẽt,cadũt per b l,b n,maior igitur ambitus n f l,ambitu r s,uidetur aut minor r f s,ipso n f l,maior enim est angulus,q angulo b,per 20 tertij elementorum.quare cylindri minor pars spectabitur, uidetur autem maior aspici.



Theorema trigesimum

Cono circulum basim habente sub uno oculo perspecto, minus hemiconio spectabitur.

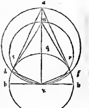
Esto enim coni basis circulus cuius centrum sit k, & ab ipso b oculo excitetur in centrum per primum postulatum b k,& per K,per 11 primi elementorum ,ad angulos rectos ipsi k b excitetur n l,circum uero K b,per 3 postulatum describatur circulus. Connectanturq́ per 2 postulatum b f,f k,b d,d k. Igitur anguli qui ad f d,recti sunt per 31 tertij elemẽtorum.Igitur ipsæ b d,b f in uno signo tangunt per correlarium 6 tertij elementorum,& radij qui ex b per b d,b f,procidunt,igitur ambitus f r d, perspectus minor existens ipso n r l. At n r l, semicirculus est. Igitur ambitus f r d semicirculo minor est. Quare & coni quod spectatur minus est hemiconio: similiter enim & in reliquorum circulorum ipsius coni superficie ostendemus.



Theorema trigesimumprimum.

Oculo propius posito in eodem plano minor,inquam,erit uisibus assumpta pars at maior perspicij uidebitur.

Esto coni basis circulus cuius centrum sit k,oculus uero sit a & ab ipso a per primum postulatum in K connectatur a K. Et per undecimam primi elementorum , ad angulos rectos excitetur per K ipsa h b. Describaturq́ per tertium postulatum circum a K circulus,& per primum postulatum connectantur a f,f k,a d d k,permuteturque oculus a in n, & circum k n, per tertium postulatum circulus describatur,connectanturque n r, r k,n s,s k. Igitur qui ex a oculo radij scatent,per a d,a f,cadunt.Quare ambitus f q d apparet.Idque propterea & qui ab ipso n,oculo radij scatent per n r,n s cadunt, spectabitur igitur ambitus r q s. Sed maior f q d ipso r q s. At minor apparet, maior enim est angulus n eo qui ad a e st angulo.



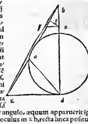
Theorema trigesimumsecundum

Cono circulum basim habente, si à contactibus qui ab oculo in coni basim procidẽtibus radijs rectæ lineæ deducatur per superficiẽ

coni

coni ad uerticem eius perq; deductas, & eis quæ ab oculo in baſim coni procidentibus plana educta fuerint, in communique planorum ſectione oculus poſitus fuerit, id quod ſpectatur coni, omnifariam æquum ſpectabitur uiſu in plano propoſito exiſtenti.

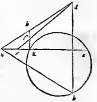
Sit conus cuius baſis quidē ſit circulus c d, uertex autem ſit b ſignum. oculus uero ſit K à quo procidant radij k d, k c, tangentes in c d, connectaturq; ab ipſis d c, ſignis in uerticem coni d b. & c b, & per c b, & c K, quidem planum extendatur quod eſt ipſorum d b, d K. Similiterq; alterum protenditur planum, igitur ipſi plani ueniunt in congreſſum, nam ipſæ c d b. concurrunt. & c K, d k. cōcurrunt, ueniant in congreſſum igitur ipſa plana. & ſit eorū communis ſectio b K. Dico quod ubi in b k. poſitus fuerit oculus, quo ſpectatur coni. æquū eſt, ponatur in b k oculus ſitq; ſ, exciteturq; per 31 primi ele. per f ad ipſam quidē K d, ipſa f n, ad ipſam autem c k ipſa f ſ, igitur ipſæ f n, f ſ. coni ſuperficiem in ſignis f ſ, tangunt. In ipſa enim coni ſuper æquidiſtantium circulorum ſegmenta ſunt ſimilia. igitur in ipſa b d c, coni ſuperficie interualla ſpectata æqualia apparent Quoniam æqualis eſt quem ipſæ f ſ, ſ n cōprehēdunt angulus ei qui ſub K c, c d, cōprehēditur angulo. æquum apparuerit igitur, ſ n, interuallum ipſi d c interuallo. Quare quando oculus in K b, recta linea poſitus fuerit, æquū ſemper ſpectatum apparet.



Theorema trigeſimumtertium

Æqualiter autem ſemper oculo à cono diſtante, ſublimius quidem oculo poſito minus apparet coni ſpectatum, humilius uero maius.

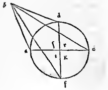
Eſto coni uertex quidem ad d ſignum, baſis autē circulus, exciteturque per 31 primi elementorum k h. ipſi b d, ponaturque oculus in h. Dico iam quod id quod ſpectatur coni oculo poſito in h minus ſpectabitur quam in ſ. Connectātur, inquam, per primum poſtulatum ab ipſo d ſigno in h ſ ſigna ipſæ h d, d ſ, & per ſecundum poſtulatum extendantur in n l. igitur in n & l. ſigno poſito oculo ſpectata coni æqualia apparebunt, & minus quidem apparebit quod ad n, maius autem id quod ad l. æquū uero id quod ad n, ei quod ad h. Id autem quod ad l ei quod ad ſ, ſicut in præcedēti patuit: oculo igitur in h, ſigno exiſtente ſpectatū coni minus apparet quám in ſ ſigno,



Theorema trigeſimumquartum.

IN circulo ſi à centro ad angulos rectos quædam agatur recta linea ipſius circuli plano, & in ipſa apponatur oculus circuli dimetientes æquales apparent.

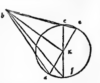
Eſto enim circulus cuius centrum ſit k, & ab ipſo k. per 12 undecimi ele. ad angulos rectos excitetur ipſi plano circuli ipſa k b, oculus uero ſit in b exciteturq; diametri c a, & d f. Dico iam ipſum a c ipſi d f, æqualem apparere cōnectantur enim ipſæ b a, b f, b c, b d. per primum poſtulatum. Igitur binæ b K, k f, binis b k. K c, ſunt altera alteri



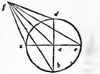
teri æquales,est autem & angulus r angulo f æqualis,æqualis igitur est per 4 primi elementorũ basis b f.basi b c.Idq; propterea iam & b d ipsi b a est æqualis,binæ iam d b,b f, binis c b,b a,sunt æquales,est autẽ & d f ipsi c a,æqualis:angulus igitur qui sub d b f.angulo qui sub c b a,est æqualis.Sed ea quæ sub æqualibus spectantur angulis æqualia apparent:æqualis igitur per suppositionem 6 c a,ipsi d f apparet.

Theorema trigesimumquintum

ET si quæ ex centro excitatur non fuerit ad angulos rectos ipsi plano,æqualis antem fuerit ei quæ ex centro,dimetientes ipsi æquales apparent.

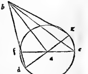


Sit circulus cuius centrum k,& ab ipso k,excitetur non ad angulos rectos ipsi plano ipsa k b,æqualis autem esto ei quæ ex centro circuli.& per primũ postulatum cõnectantur ab ipso b signo eæ,quæ prius:quoniã igitur ipsæ d k,k b,k f,inuicem sunt æquales,rectus est angulus contentus sub f b d.Idque propterea iam & qui sub a b c,angulus rectus est.æquales igitur sunt ipsi adinuicem per 4 postulatum.Sed quæ sub æqualibus spectantur angulis æqualia apparent per suppositionem 6:æqualis igitur apparet d f ipsi a c.Sed iam a f,neque sit æqualis ei quæ ex centro,neq; sit ad angulos rectos ipsi circuli plano,æquales uero efficiat angulos sub d a f,f a c,& e a f & f a b.Dico quod & sic dimetiẽtes ipsi æquales apparent.Quoniam enim æqualis est d a,ipsi a c,per 15 diffinitionem primi:ele.communis autem a f,& æquos comprehẽdunt angulos.Basis igitur d f,per 4 primi elemẽ.basi c f,est æqualis,& angulus d f a angulo a f c,est æqualis.similiter iam ostẽdemus quod & angulus e f a.angulo a f b est æqualis.totus angulus igitur qui sub d f b,toti angulo sub e f c,est æqualis:quare per suppositionem 6 perspectiuæ ipsæ diametri æquales apparebunt.



Theorema trigesimumsextum.

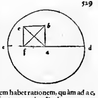
SI uero quæ ab oculo ad centrum procidẽs circuli,neque ad angulos fuerit rectos ipsius circulo plano,neque etiã eicq; ex centro fuerit æqualis,neq; æquos cum hijs quæ ex centro comprehendet angulos,sed aut maior aut minor ea quæ ex centro fuerit,di ametri ipsę inæquales apparebunt.



Sit enim circulus cuius cẽtrum sit a,& ab ipso b oculo in cẽtrum circuli excitetur recta linea b a.sit autem neque ad angulos rectos ipsi plano,neque ei quæ ex circuli cẽtro æqualis,neque etiam cum his quæ ex centro æquos comprehendat angulos.Dico quod ipsæ diametri circuli inæquales apparebunt,excitetur.inquam,c f.dimetiens ad angulos subsistens rectos ipsi a b.Et d k inæquales efficiens angulos ipsi a b,& per primum postulatum connectantur b c,b d,b f.& b k.Sit.inquam,prius b a ipsa a k maior:igitur maior est angulus comprehensus sub c b f,eo qui comprehẽsus est sub k b d,sicut in theorematibus ostensum est.Quæ uero sub maiori angulo spectãtur maiora apparẽt.Igitur c f ipsa d k maior apparet.

Theorema trigesimumseptimum.

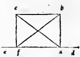
SI autem b a,ipsa a k,minor fuerit,maior apparet d k ipsa c f.



Esto circulus cuius centrum sit a, oculus uero sit b, à quo in circulum perpẽdicularis acta nõ cadat in a, sed exterius, sitq; b c, connectaturq; per primum postulatũ ex c in a, ipsi c a, insuper a b a in b, ipsa a b per idem postulatũ. Dico quod omnium per a actarũ rectarum linearũ, ad ipsamq; b a angulos efficientium minimus est qui sub c a b, excitetur enim recta linea d a, & ab ipso c per xi.xi.ele. in d e perpendicularis agatur ipsi plano c f, cõnectaturq; b f, per primum postulatum: igitur ipsa b f, super d e perpẽdicularis est. Quoniam igitur angulus c f a rectus est. qui sub a c f, igitur minor est recto, maius igitur est per 18 primi element. latus a c, latere a f. Igitur b a, ad ipsam a f, maiorem habet rationem, quàm ad a c, sed angulus a c b, & qui sub b f a recti sunt, & c a, & a f, sunt inæquales, & reliquus igitur qui sub f a b, eo qui sub c a b maior est, similiter autem ostendetur q & omnium per a, actarũ rectarũ linearũ ad ipsam a b, rectam lineam angulum efficientium minimus est qui sub c a b.

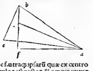
Theorema trigesimumoctauum.

SEd q f b ipsi d e ad angulos rectos existat sic ostendemus. Quoniã b c. ipsi circuli plano ad angulos est rectos, & omnia igitur per b c, plana producta ipsi circuli plano per 3 diffinitonem 11 element. ad angulos rectos existunt. Vnum autem eorum quæ per b c, extendũtur planorũ est ipsum b c f, triangulum. Igitur triãgulum b c f, ipsius circuli plano ad angulos rectos existit. Quoniã igitur bina plana hoc est & id quod ipsius e d, circuli, & id quod ipsius b c f, triãguli adinuicem sese dispescunt, & ipsi e f, quæ ipsorum cõmunis est sectio ad angulos rectos est ipsa f d, in ipsius circuli plano: perpẽdicularis nanq; agitur c f, in e d, & f d igitur ipsius b c f, trianguli plano ad angulos rectos est. Quare per 4 diffinitionẽ 11 elementorũ. ad omnes ipsum tangentes rectas lineas, & in ipso trianguli e f b, plano existentes ad angulos rectos subsistit. Igitur d f, ipsi b f, ad angulos rectos est.



Theorema trigesimumnonum.

RVrsus igitur b f ipsi e f d, dimetienti ad angulos rectos est. Esto bina triangula b c a, & b f a, rectos habẽtia eos qui ad c f, angulos, & b a, ad f a, maiorem habeat rationẽ quam ad c a. Dico q angulus f a b, eo qui sub c a b, est angulo maior est. Quoniam enim b a, ad a f, maiorem habet rationem quàm ad c a: & rursus igitur f a ad a b, minorẽ habet rationem quam c a, ad a b, quare c a, ad a b, maiorem habet rationẽ quam f a, ad a b. Fiat igitur sicut c a, ad a b, sic f a, ad minorem ipsa a b, hoc est ad ipsam a d, æquiangula igitur sunt triangula b c a, & d f a, quare angulus c a b, angulo f a d, est æqualis. Igitur angulus f a b, angulo c a b. maior est. Esto circulus a b c d, excitẽturq; binæ diametri a b, c d, sese inuicẽ ad angulos rectos dispescentes, oculus uero esto e, à quo in centrum connexa e f. ad angulos quidẽ rectos esto ipsi c d, ad ipsam autem a b, contingentẽ angulum comprehendat, estoq; e f. utraq; ipsarũ quæ ex centro maior. Quoniam igitur c d. utriq; ipsarũ a b & e f, ad angulos est rectos & omnia igitur plana per c d, proiecta ei quod per e f & a b, plano ad angulos rectos subsistunt. Excitetur perpdicularis igitur ab ipso e, signo ad subiectum planum per 11 undecimi elemen. in cõmunem igitur planorum sectionem a b cadit. Cadat igitur & sit e k, extendaturq; dimetiens g h, ponatnrq; ipsi dimetienti circuli æqualis l m, seceturq; per 10 primi elementorũ. bifariam in n, & ab ipso n, ipsi l m, per 11 eiusdem excitetur ad angulos rectos in sublimi recta linea n x, sitq; ipsa n x, ipsi e f æqualis. Segmentum igitur circum l m, descriptum, transiensq; per 10 semicirculo maius erit. Quoniam n x, maior est utraq; ipsarum l n, n m, sit ipsum l x m. Cõnectanturq; ipsæ x l, & x m, angulus igitur qui ad x comprehensus sub l x m, ei est æquus qui ad e. signum, cõprehenso sub continẽtibus ipsum

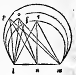


e,& c d, signa. Insuper ponatur ei qui sub e f,& f g, æquus qui sub l n, n o, auferaturq́; ipsa e f, æqualis ipsi n o, cõnectanturq́; ipsæ l o, m o, describaturq́; circum l o m, triangulũ segmentũ circuli cõprehẽsum sub l o, o m, hoc est ipsum l o m. Erit iam qui ad o, signũ angulus cõprehensus sub l o m æquus ei qui sub g e h. Insuper ponatur ei qui sub e f g, æqualis qui sub l p n, auferaturq́; e f, æqualis ipsi n p, connectanturq́; ipsæ l p, p m, describaturq́; circum ipsum triangulum segmentũ circuli, erit iam angulus qui ad p, signum angulo comprehenso sub a e,& e b, æqualis. Quoniam igitur angulus x, angulo o, maior est, sed angulus x, ãgulo s, est æqualis,& qui ad s, per 21 primi elemẽt. maior est eo qui ad o, extra enim triangulũ est l s o,& qui ad x igitur eo qui ad o maior est,& qui ad x, ei est æqualis qui sub c e d,& qui ad o, ei qui sub g e h, igitur per 4 suppositionẽ perspectiuæ c d, ipsa g h, maior apparebit. Rursus angulus s, angulo g e h, est æqualis,& qui ad p, ei qui sub a e b: maior autem est angulus o, angulo p, maior igitur apparebit per suppositionem 4 perspectiuæ g h, ipsa a b recta linea.

Theorema quadragesimum.

NOn sit autem maior quæ ab oculo in centrũ annexa est ea quæ ex centro, sed minor, erit iam circa diametros contrariũ: nam ipsorũ dimetientiũ maior, minor,& minor, maior, apparebit.

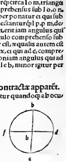
Esto circulus a b c d, extendanturq́; bini dimetientes a b, c d, sese inuicẽ ad rectos angulos secantes, altera uero quæpiam extendatur n h, oculus uero sit e, à quo in centrum f, connexa esto e f, minor existens utraq; earum quæ ex centro, ad angulos uero rectos esto e f, ipsi c d, ponaturq́; circuli diametro æqualis l m, quæ per 10 primi element. secetur bifariam in n, exciteturq́; per 11 eiusdem ad angulos rectos ipsi l m, ipsa n x. Describaturq́; circum l x m, segmentum circuli, sitq́; l x m. Erit iam minus semicirculo, quoniã n x, minor est ea quæ ex centro, esto, inquam, l x m, cõnectanturq́; per primum postulatũ ipsæ x l, x m, igitur angulus qui ad x, comprehensus sub l x, x m, æquus est ei qui ad e, comprehenso sub c e,& e d. Insuper ponatur ei qui sub e f, f g, æqualis qui sub l n, l o, angulus, auferaturq́; e f, ipsi n o, æqualis, connectanturq́; l o, m o. Describaturq́; circa l o m, triangulum segmentum circuli l o m. Iam angulus qui ad o, signum comprehensus sub l o, o n, rectis lineis æqualis erit ei qui ad e, comprehenso sub h e n. Insuper ponatur ei qui sub a f, f e, æquus qui sub l p, p n, auferaturq́; n p, ipsi e f, æqualis connectanturq́; l p, p m, describaturq́; circum l p m, triãgulum segmentum circuli, sitq́; l p m, erit iam angulus qui ad p, signum comprehensus sub l p, p m, æqualis ei qui ad e, angulo comprehenso sub a e & e b. Quoniam igitur angulus qui ad x, eo qui ad o, minor est, æqualis autem est angulus qui ad o, ei qui ad e. comprehenso sub h e e n,& qui ad x, ei qui ad e, comprehenso sub c e d, minor igitur apparebit e d, ipsa n h. Rursus quoniam angulus qui ad e, comprehensus sub h e n, minor est eo qui comprehẽsus est sub l e b, minor igitur per suppositionem 5 speculariæ apparebit & n h, ipsa a b.



Theorema quadragesimumprimum.

CVruũ rotæ quandoq; circulares,& quãdoq; contractæ apparẽt.

Esto enim rota cuius dimetientes sint d f,& b c. Igitur quandoq; ab oculo in centrũ agitur, ad angulos fuerit rectos, ipsi plano uel æqua fuerit ei quæ ex centro, æquales diametri apparẽt, sicut in præcedenti theoremate ostensum est. Quare rota currus his existentibus circulares apparet, producto uero curru & eo qui ab oculo in centrum actus est, ad rectos angulos non subsistente radio ipsius rotæ plano, neque æquali ei quæ ex ipsius centro, dimetientes inæquales apparẽt, quod similiter in præcedenti ostensum est, quare rota contracta apparebit.



Theorema

Theorema quadragesimumsecundum.

SI magnitudo quæpiam sublimis ad subiectum planum ad angulos rectos extiterit, positusq́ fuerit oculus in aliquo signo ipsius plani, & permutatum fuerit uisile in circuli circunferentia, uisile semper æqualiter spectabitur.

Esto, inquam, spectata aliqua magnitudo a b, sublimior plano, oculus autem esto c. connectaturq́ b c, & centro c. spacio uero c b, per 3 postulatum circulus describatur b d. Dico quod si in circuli circunferentia permutabitur ipsa a b. ab ipso c, oculo æqualiter spectabitur. Quoniam enim a b, recta est & ad ipsam b c, angulum efficit rectum: omnes igitur quæ ex centro c, ad ipsam a b, magnitudinem procidentes inuicem æquos efficiunt angulos, per secũdam diffinitionem 11 element. æqualiter igitur uisile spectabitur, similiter quoq & si à centro c, sublimis excitetur recta linea, & in ipsa positus fuerit oculus in parallelum existens spectatæ magnitudini, commotaq́ fuerit magnitudo, spectatum æqualiter semper apparet.

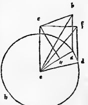
Theorema quadragesimumtertium.

SI uero uisile ad subiectũ planum ad angulos fuerit rectos, permutatus autem fuerit oculus in circuli circunferentia centrum habente signum circum quod conuertitur magnitudo ipsi plano, uisile semper æqualiter apparebit.

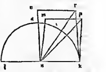
Sit, inquam, spectata magnitudo a b. sublimis & ad angulos rectos existens ad subiectum planum, oculus uero sit c, & centro quidem b, spacio uero b c, per 3 postulatum circulus describatur c d. Dico quod si c, permutetur in circuli circunferentia ipsa a b, magnitudo æqualiter semper apparebit, hoc, inquam, est manifestum, omnes enim ab ipso c signo ad a b, cadentes radij ad æquos angulos procidunt. Quoniã angulus qui ad b rectus est. Aequaliter igitur spectata magnitudo apparebit.

Theorema quadragesimumquartum.

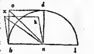
SI autem spectata, à magnitudo ad subiectum planum neutiquã ad angulos rectos fuerit, mutatũq́ fuerit uisile in circuli circunferentia, inæqualiter semper spectabitur.



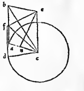
Esto circulus a h, & suscipiatur in ipsius circũferentia signum, sitq́ illud d, & cõstituatur non ad rectos angulos ipsi circulo ipsa d f, oculus uero sit e. Dico quod ipsa d f, si in ipsius circuli circũferentia permutabitur quandoq maior, & quandoq minor apparebit. Iam ipsa d f, uel est maior ea quæ ex centro, uel ei æqualis, uel minor: sit in primis maior, exciteturq́ per 31 primi element. per e, centrum ipsi d f, parallelus e c, sitq́ æqualis d f, ipsi c e. Exciteturq́ per 11 undecimi element. ab ipso c, signum ad subiectũ planum perpendicularis c n, & cadat ipsi plano in n, signum, & connexa e n, per 2 postulatum extendatur & procidat in circuli circunferentia in a, & per a. per 31 primi element. ipsi c e, parallelus excitetur a b, ipsi d f, æqualis: dico quod a b, omnibus in circuli circũferentia stantibus rectis lineis minor apparebit. Connectantur enim per primum postulatum c f, c f, b c, & c b: habuimus autẽ in præterito 16 theoremate quod omnium per e, signum ductarum rectarum linearum, efficientiumq́ a d, e c,angulum, minimus est qui sub c e a . Quoniam igitur c e,ipsi a b, parallelus est,sed & æqualis,& ea igitur ipsi c b, æqualis est & parallelus , parallelogrammum igitur est b e, idq́ propterea iam & f e,parallelogrammum est. Et quoniam oportet ostendere quod minor apparet a b,ipsa d f, manifestum est quod prius ostendere oportet quod angulus qui sub b e a, minor est angulo qui sub f e d . Quoniã igitur ostensum est quod omnium per e, signum actarum rectarum linearũ ad c e, angulosq́ efficientium minimus est qui sub c e a, minor igitur est & ipso c e d, is qui sub c e a. Exponatur circuli semicirculo,æquum segmentum k a l,accipiaturq́ illius centrum & sit n,ponaturq́ ei angulo qui sub c e a, æqualis angulus qui sub k n m,ei aũt qui sub c e d,æqualis qui sub k n o , ponaturq́ ipsi d f, utraq́ ipsarum o n, m n,æqualis per 2 primi elementorũ,& per m ipsi k n, æqualis & parallelus excitetur m p , per 31 primi ele. Connectaturq́ per primum postulatum p k,parallelogrammũ igitur est n p, & æquum & simile ipsi b e. Rursus per o ipsi k n, per 31 primi element. excitetur o r,& connectatur r k. Igitur r n,parallelogrammum æquum est & simile ipsi f e. Connectanturq́ diagonij



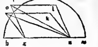
r n, p n. Quare angulus qui sub k n p, eo qui sub k n r, minor est . Estq́ qui sub k n p. ei æqualis qui sub a e b,& qui sub k n r,ei est æqualis qui sub d e f,minor igitur est qui sub a e b, angulus eo qui sub d e f. Quare & magnitudo a b, magnitudine d f, minor apparebit. Similiter iam ostendemus quod b a, ipsa f d,minor est ipsa f d,minore existente & æquali ei quæ ex centro. Sed iam esto d e,ei quæ ex centro æqualis, construanturq́ omnia eadem quæ super,ponaturq́ circuli semicirculo æqualis semicirculus b d l, accipiaturq́ illius centrum,& sit n,& quoniam d o,æqualis supponitur ei quæ ex centro. æqualis igitur est d o, ipsi h n,ponatur,inquam,ei qui sub c e a,angulo,æqualis angulus qui sub h n k, exciteturq́ ipsi h n , parallelogrammũ n x, & ipsi h n, auferatur æqualis k x,connectaturq́ x b, ei autem qui sub c e d, æqualis ponatur qui sub h n d, & ipsi b n, parallelus per 31 primi element. excitetur d o,ipsiq́ h n,æqualis auferatur d o,connectaturq́ o h : parallelogrammũ igitur est utrunq́ ipsorũ b d,h k,& sunt æqualia & similia ipsis e f,e b, quare & qui sub m d, angulus ei est æqualis qui sub c e d. &



qui sub b n k , est æqualis ei qui sub c e a , minor autem est qui sub c e a, eo qui sub c e d, minor igitur est & qui sub b n k, eo qui sub b n d, connectanturq́ diagonij x n, o n, minor igitur est & qui sub h n x. eo qui sub h n o . æqualis autẽ est qui sub h n x,ei qui sub a e b,ipso d e f,minor igitur & qui sub a e b,eo qui sub d e f,minor igitur spectabitur a b, magnitudo,ipsa d f,magnitudine, quod ostẽdere oportebat. Sed iam esto d f,minor ea quæ ex centro circuli , construanturq́ eadem quæ supra , ponaturq́ circuli semicirculo æqualis semicirculus sitq́ b m, accipiaturq́ centrum illius sitq́ n,auferaturq́ ab ipsa h n,ipsi d f æqualis n x,ponaturq́ ei angulo qui sub c e a,æqualis angulus qui sub h n k,ei autem qui sub c e d,æqualis qui sub h n l. Sit autem utraq́ ipsarum n k,n l, æqualis ipsi d f, exciteturq́ per k,ipsi n x, per 31 primi element. æqualis & parallelus k o, connectanturq́ o x , & per l, ipsi x n , per eandem parallelus excitetur l p, connectaturq́ p x, parallelogrammũ igitur est utrunq́ ipsorũ k x,x l, & est quidẽ ipsum k x,ipsi e b,simile & æquale & x l,ipsi e f. Quare & angulus qui sub h n k,æquus



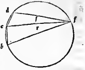
est ei qui sub c e a,& qui sub h n l,ei qui sub c e d,maior autem est angulus qui sub c e d,eo q́ sub c e a. maior igitur est angulus qui sub b n l,eo qui sub h n k, connectantur n o,n p. Angulus igitur qui sub x n o,eo qui sub x n p,minor est,æqualis autem est qui sub x n o,ei qui sub a e b,& qui sub x n p, ei qui sub d e f, minor igitur est qui sub a e b,angulus eo qui sub d e f, perspicitur autẽ sub a e b,magnitudo



gnitudo a b, at sub angulo d e f, magnitudo d f: minor igitur spectabitur magnitudo a b, magnitudine d f, quod oportebat ostendere.

Theorema quadragesimumquintum.

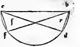
ESt aliquis locos in quo oculo manente uisile, quæ permutato, æquum semper uisile apparet.



Sit, inquã, spectata magnitudo b c, oculus autẽ sit f, à quo procidant radij f b, f c, suscipiaturq́ triangulum f b c, in circulo d b f. Dico quod b c, magnitudo pmutata in descripti circuli circunferentia æqualiter semper apparebit, permutetur enim b c, in c d, connectaturq́ d f, igitur circũferentia b c, æqua est circunferentiæ c d, igitur per 27 tertij elementorũ, æqualis est angulus r, angulo f, quæ uero sub æqualibus spectantur angulis per 6 suppositionem optices, æqualia apparent æqualis igitur apparet b c, ipsi c d.

Theorema quadragesimumsextum conuersum præcedentis.

ESt aliquis locus in quo oculo permutato, uisile uero manente, æqualiter semper uisile apparet.



Esto, inquam, quod spectatur b c, oculus autem sit f, à quo procidant radij f b, f c, & accipiatur b f c, triangulũ in ipsius circuli b f c, segmento, permuteturq́ oculus f, sitq́ in d, procidatq́ radij d b, d c. Igitur per 21 tertij angulus r, angulo f, est æqualis: in eodem enim sunt circuli segmeuto, quæ uero spectantur sub æqualibus angulis æqualia apparent, æqualiter igitur semper b c, apparet: permutato oculo in b d c, circunferentia.

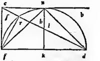
Theorema quadragesimumseptimum.

ESt aliquis locus in quo oculo permutato & uisile permaoente, inæqualiter uisile apparet.

Sit, inquam, uisile k d, recta autem linea b c. in ipsam k d, procidens, accipiaturq́ per 13 sexti ele. ipsius d c, & c k, media proportionalis c f, & connectatur f k, & f d. Super autem k d, segmentum describatur acutum habens angulum q, tangit autem rectam lineam b c. Quoniam est sicut d c, ad c f, sic c f, ad c k, ponatur igitur oculus in b, signo, protendaturq́ d b, b k, connectatur f d, igitur angulus q, æqualis est per 21 tertij elementorũ, angulo f, in eodem nanq́ est segmento, & angulus f, angulo b, maior est, & angulus q, igitur angulo b, maior est, oculo igitur in f, existente, maior apparet k d, q̃ si oculus in b positus fuerit.

Theorema quadragesimumoctauum.

IDem cootinget & si parallelus fuerit linea ipsi spectatæ magoitudini, in qua oculus permutatur.

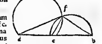


Esto enim parallelus b c, ipsi spectato d f, seceturq́ per 10 primi element. d f, bifariam in k, exciteturq́ per 11 eiusdem ad angulos rectos k n, ponatur igitur oculus in n, connectaturq́ n d, n f, & circum d f, describatur segmentum quod suscipiet angulum q l. Quoniam igitur dimetiẽs est k n, & ad rectos angulos ab extremitate excitatur k n, ipsi b c. Igitur per correlarium 16. 3. element. b c, ipsum d n f, segmentũ tangit, permutetur autem oculus in c, extendaturq́ c f, c d, connectaturq́ r f. Igitur angulus q l, ipsi angulo r, est æqualis. Sed angulus r, angulo c, maior est: igitur & angulus q l, angulo f, maior est. At quæ sub maiori spectantur angulo maiora apparent.

igitur magnitudo d f,maior apparet oculo in n,existente quàm in c,oculo igitur in b e permutato parallelo existenti ipsi d f,spectatum inæquale apparet.

Theorema quadragesimumnonum.

ESt aliquis locus in quo æquales magnitudioes inæquales appareot.



Sit,nanq; æqualis b c ipsi c d,& circum quidẽ b c, semicirculus describatur b f c. circum uero d,describatur segmentũ maius semicirculo . Connectatur f b,f c,f d, igitur angulus qui in semicirculo per 31 tertij element. maior est eo qui est in maiori segmẽto,at quæ sub maiori spectantur angulo per 4 suppositionẽ opticæ maiora apparẽt,oculo uero posito in f, maior igitur apparet b c,ipsa c d, erat autem & æqualis: est igitur cõmunis locus in quo æquales inæquales apparent magnitudines.

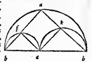
Theorema quinquagesimum conuersum præcedentis.

ESt aliqs locus cõmunis à q̃ inæquales magnitudioes æquales appatẽt.

Esto, inquã, maior b c,ipsa c d, & super b c,maius semicirculo segmentum describatur,& super c d,simile ei quod super b c hoc est suscipiẽs angulũ æqualẽ ei qui in b f c,cõnectantur autẽ f b,f c,f d : igitur quoniã per 27 tertij element. in similibus segmẽtis anguli cõstituti inuicẽ sunt æquales,æquales quoq; sunt & in b f c,c f d,segmẽtis anguli sibi inuicẽ. Quæ uero sub æquis spectãtur angulis æqualia apparẽt,per 6 suppositionẽ opticæ,oculo igitur posito in f,signo æqualis apparet,b c ipsi c d,est autẽ maior. Est igitur locus quidam cõmunis ex quo inæquales magnitudines æquales apparent.

Theorema quinquagesimumprimum.

ALiqui sunt loci in qbus binæ magnitudioes inæquales in idem compositæ utriq; inæqualium æquales apparent.

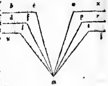


Esto nempe maior b c, ipsa c d, & super ipsis b c & c d. semicirculi describãtur. superq; tota b d. Igitur per 31 tertij element. angulus qui in semicirculo b a d, æqualis est ei q in b k c, uterq; enim ipsorũ rectus est. Igitur b c ipsi b d, æqualis apparet, itidem quoq; & b d ipsi c d, oculis in b a d, b k c, c f d, semicirculis positis. Sunt igitur aliqui loci in qbus binæ inæquales magnitudines in idem cõpositæ æquales utriq; inæqualium apparent.

Problema primum · *Propositio 52*

LOcos inueoire à quibus æqualis magnitudo dimidiũ apparet, siue quarta pars, & uoiuersaliter in data ratione in qua & angulus secatur.

Sit enim recta linea l f, & super l f, describatur segmentũ contingẽs, & inscribatur in eo angulus k. Ipsi autẽ l f, æqualis esto b c. & sup b c, describatur segmentũ quod suscipiet angulũ ipsius k, anguli dimidiũ, igitur angulus k, ipsius d, anguli duplus est, dupla igitur apparet l f, ipsius b c, oculis in l k f, & b d c, circunferentijs iacentibus.



Theorema 52 *Propositio 53*

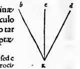
AEquali celeritate delatotũ, in eademq; recta linea existentium, propinquũ oculo postremum

præire

præire putabitur, permutatis autem præcedens subsequi, & subsequens præcedere putabitur.

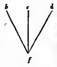
Deferantur æquiceleriter b c, d f, k l, & ab oculo m, procidāt radij m c, m f, & m l, igitur sublimior & dexterior omniū ab m, oculo radiorū erumpentiū est ipse m c. Igitur b c, præcedere putabitur, permutatis autem b c, d f, & k l, in n x, p r, s t, quæ positis procidāt radij m n, m p, & m s, omniū igitur ab m, oculo radiorū erūpentiū dexterior est ipse m s. Sinisterior uero m n, quare & s t præcedere putabitur, subsequi uero n x. Igitur b c præcedens in n x, positū subsequi & l k, subsequēs in s t, positū præcedere putabitur.

Theorema 53 Propositio 54



SI aliquibus delatis, & pluribus celeritate inæquali, cōferatur uero ad eadē & oculus, oculo quidē æquiceleriter delata stare, quæ uero tardius in contrariū ferri, quæ autē celerius, præcedere existimabuntur.

Ferantur inæquali celeritate b c d, tardius uero feratur b, sed c æquiceleriter oculo k & d, celerius ipso c, ab oculo uero k, procidant radij k b, k c, k d, igitur oculo ipsos b c d, insequēte. Semper c per c delatum stare putabitur. At b derelictum in contrarium ferri, & d celerius ipso c uidebitur præcedere, plus nanq; ab ipso c distat.

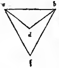


Theorema 54 Propositio 55

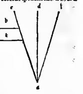
SI aliqbus delatis differat quippiā aliquid non delatū, non delatū in contrariū ferri putabit̃.

Ferrantur nanq; b, d, maneat autem c, & ab oculo f, procidant radij f b, f c, f d. Igitur b quidem delatū propius erit q̃ c. At d discedere longius, proinde c in contrariū ferri putabitur.

Theorema 55 Propositio 56



OCulo prope spectatum accedente, spectatū augeri putabitur. Spectetur, inquā, b c, oculo in f, posito sub f b, f c, radijs, permuteturq; oculus ut propius sit ipsi b c, sitq; in d, spectetur q; idem sub d b, & d c radijs. Igitur angulus d, angulo f, maior est. Sed quæ sub maioribus angulis spectantur per suppositionem 4 opticæ maiora apparent. Igitur b c, oculo existente in d, augeri putabitur potius quam in f.



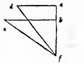
Theorema 56 Propositio 57

AEquali celeritate delatorū, quæ longius distant tardius ferri uidentur.

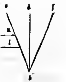
Ferantur enim æquiceleriter b, k, sicut ad partes f, & ab oculo a, radij excitentur a c, a d, a f. Igitur k minores habet ab ipso oculo radios productos, quàm b, minus igitur transibit interuallum, & prius permutans a f, uisum celerius ferri putabitur.

Aliter.

Ferantur bina signa a b, in parallelos rectas lineas ad b e, æqualiter æque cito & æquali tempore procedent, sint igitur æquales a d, b e, procidantq; radij ab f, oculo f a, f d, f e. Quoniam angulus qui sub d f b, minor est eo qui sub b f e, minus igitur a d, interuallum, uidebitur q̃ b e. Quare a tardius quam b ferri putabitur.



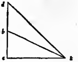
Theorema 57 Propositio 58



OCulo translato quæ longius spectantur, destitui uidentur.

Sit, inquã, oculus b, à quo excitentur radij b c, b d, b f, spectentur uero k & l, igitur oculo translato ad partes c, celerius transibunt uisus k q̃ l, putabitur igitur k, desitui, & l, in contrarium ferri, hoc est ad partes f.

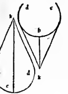
Theorema 58 Propositio 59



AVctæ magnitudines, propius oculo produci putantur.

Sit spectatũ b c, sub k b, k c, radijs augeaturq́; b c, ipsa b d, & ab ipso k, oculo procidat radius k d. Igitur angulus qui sub d k c, maior est angulo qui sub b k c, qui uero sub maiori spectantur angulo, per 4 suppositionem opticæ maiora apparent, maior igitur apparet, maior igitur apparet c d, ipso c b, & ea quæ oculo putantur maiora, augeri putantur, & auctæ igitur magnitudines ad oculum prouehi putantur.

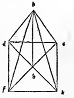
Theorema 59 Propositio 60



QVæcunq; in eodem non iacent interuallo, neq; parallela in extremis posita, neque inuicem posita medijs, neque in rectas existentia lineas totam figuram quandoq; manentem conuexam, quandoq; uero curuam efficiunt.

Spectentur nanq; b c d, oculo in k posito, procidantq́; radij k b, k c, k d, igitur tota figura cõuexa esse putabitur, permutetur iam rursus spectatum, ponaturq́; propius ad oculum. Igitur d b c, curuum esse putabitur.

Theorema 60 Propositio 61



QVadrato existente, si à contactu dimetientiũ ad angulos rectos quædam excitata fuerit ad ipsius quadrati planũ, in ipsaq́; positus fuerit oculus, latera & dimetientes ipsius quadrati æquales apparent.

Esto, inquam, quadratum c f, excitenturq́; dimetientes c f, k d, & a b h, ad angulos rectos, excitetur per 11 undecimi elementorũ h b, oculus uero ponatur in b, procidantq́; radij b k, b d, b c, b f: igitur duæ f h, h b, duabus c h, h b, sunt æquales, & æquales sunt anguli qui sub ipsis cõprehendũtur, hoc est anguli qui ad h. Aequalis igitur est per 4 primi element. f b, basis ipsi b c, basi. Idq́; propterea & k b, ipsi b d, est æqualis. Binæ iam f b, b c, binis k b, b d, sunt altera alteri æquales. Et diametri sunt æquales, quare & anguli qui ad b, erunt æquales. Quæ uero sub æqualibus angulis spectãtur æqualia apparent. Diametri igitur & altera quadrati æqualia apparent, ea uero quæ ab oculis in dimetientiũ contactum ad angulos rectos ipsi plano existente, neq; æquali utriq; eorũ quæ à contactu ad angulos quadrati ductæ sunt, neq; angulos cõprehendente æquos cum ipsis, diametri inæquales apparent, similiter enim ostendemus cotingentiã, quemadmodum & in circulis.

BARTHOLOMAEVS

doctissimo physiologo Antonio Abiosio Rauennati artium, ac Medicinæ doctori eximio socero patriꝗ humanissimo fœlicitatē perpetuā.

Philosophātes illi ueteres Antoni uir clarissime eorum opera, aut magnis, aut doctissimis uiris destinare consueuerūt, aut quia inde eorum operibus maximā inuehi posse auctoritatē censebant, aut quoniam eis eorum obseruantiā explicatiorē fieri posse arbitrabātur, aut ꝙ ab illis aliquid assequi posse expeditius existimabāt. Idꝗ propterea nos qui cum aliquid ocij superest illud omne græcorū operibus sapiētium studendis accōmodauimus, & maxime hijs mathematicis quæ tute scis qualē nam gradum certitudinis obtineāt, ex hijsꝗ studijs pinguibus & multiplici disciplina scatentibus nostris laboribus, ut scis, eduximus illius Megarensis Euclidis mathematici præstantissimi elementa, optica, phænomena, catoptrica, & data. Quæ opera eo sunt iudicio & arte ab insigni illo Socratico philosopho structa & cōpacta, ut studentes eis miro quoddā stupore detineant. Scalam enim quandā uenerandus ille uir cōpegit qua ad omnes mathematicas disciplinas percipiēdas ascendere possimus, qua sine ad eas nō sit accessus, quæ opera cum à me nōnullis emancipata fuerint, ueterem, sincerā ac puram illam beneuolentiā tuam qua patrem meum nostramꝗ familiā iam pluribus annis cōplexus es, & quam postea inuicem sanximus cōciliauimusꝗ cum Luciam filiā tuam mihi dicaueris, fraudē facillime perpeti posse censerem, nisi aliquo nostrorū studiorū munere amoris nostri mutui ac beneuolētiæ defecatæ fructū reportaret. Quam cum tibi uellem fieri explicatiorem, cunꝗ nollem Euclidis opera in lucem uenire, nisi tuū quoꝗ nomen aliquā eius partē sibi uendicaret, cunꝗ ad manus nostras fortasse ex bibliotheca senatoria Marini philosophi ac dialectici præstantissimi protheoria in data Euclidis cōstructa peruenisset, eam à me latinā esse censui faciendā, tibiꝗ dedendam, non ut abs te aliquid mihi id propterea dari uelim, nam tute scis te & nos iam unum esse, sed ut eam tua auctoritate studentes cumulatius existumēt, & tu obseruantiā amoremꝗ nostrū singularē perpendas, ac ut beneuolētiæ tuæ erga nos pari lance correspondeā. Futurū etenim scias, ꝙ si hos labores nostros tibi placuisse, gratosꝗ fuisse perspexerimꝰ, conabimur efficere ut nostris uigilijs aliqua in intimis græcorū penetralibus recondita, scitu iucūda & utilia latinā uestem induere non aspernētur, nam quid possum agere melius cum ociū supest ꝙ illud omne ad linguā latinā illustrādam cōuertere, & inde curare ut uiui post mortē nostræ possimus interesse posteritati, sed iam ipsius Marini protheoriā doctissime inspicito philosophe æternumꝗ Valeas, in. xi. iv. xix. elemento salutis, nonis Octobrib.

IN LIBRVM DATORVM EVCLIDIS PHILOSOPHI PLATONICI, AC PRAEstantissimi mathematici, protheoriæ ex uoce Marini philosophi, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete, Caput primum.

IN primis quid sit datum ponere oportet, postmodum quænam huius ex tractatu utilitas dicendū est, tertium uero ad quam disciplinā deducitur. Diffiniunt nempe datum multipliciter aliter quidem antiquiores, & aliter iuniores: idꝗ propterea obtigit, ut eius uera assignatio difficilis sit. Nonnulli siquidem nullam ipsius diffinitionem tradunt, propriam nanꝗ dati inuentionem tentauerunt. Alij uero quæ ab illis iamdiu dicta sunt complicantes, ipsum diffinire ausi sunt, neque hij cum illis congrue. Videntur siquidem omnes ex una eademꝗ sententia, ac perceptione excitati, de eo aliquid dicere: assumptum enim quid datum esse perceperunt, ac per hoc simpliciori, ac una quadam differentia

rentia datum describere proponentibus illis, hij quidem ordinatum ut Apollonius in libro inclinationum, & in uniuersali tractatu. Notum sicut Diodorus, sic etenim rectas lineas, & angulos dari inquit, & quicquid, & si rationale minime fuerit, in cognitionem aliquam uenit. Nonnulli uero ipsum rationale esse dixerunt, quemadmodum uidetur Ptolemæus, data illa appellans, quorum mensura nota est ad certitudinem uel prope. In suppositione autem a proponente propositum, datum nonnulli esse contenderũt. Inquiunt autem, & alio modo in primis elementarijs datum, & datam rectam lineam, hoc est qualem quis diffiniat, detq; rectam lineam. Omnia uero huiusmodi perceptionem quandam significare uolunt, unde maxime illæ diffinitiones comprobantur, quæ à nobis assumptum manifeste ostendunt. In præsentia uero ipsius dati naturã non solum tenui, & uno aliquo assignantium, qualem uero diffinitionem efficiennum, differentias exponemus id capitulatim cum horum modi bene enumerati sint. Alij nanq; ordinatum & porimon datum esse diffiniunt. Alij uero ordinatũ simul & notum. Non nulli porro ordinatum simul & porimon. Hij siquidem omnes apprehensionem, siue perceptionem & inuentionem ipsius dati respicere uidentur, ac perinde prædicto modo diffinire. Vt autem eorum huiusmodi sententiam ostendamus, insuperq; ut ueram propositæ diffinitionis ex multis propositis cõprebendamus inquirendum prius est simplicis uniuscuiusq;, & ei oppositum significatum, inordinati quidem dico, ignoti, & apori, & irrationalis. Extenduntur siquidem hæc ad præsentaneam geometricam materiam, necnon & ad res naturales, ac ad alias mathematicas disciplinas. Describunt siquidem ordinatum, quod idem obseruat, per quod ordinari dicitur, aut per magnitudinem, uel speciem, siue aliud quidpiam huiusmodi. Vel aliter quod aliter fieri non comprehenditur; sed tantummodo in diffinito aliquo est loco, ut si dicatur. per bina signa existentia descripta recta linea ordinari dicitur, eo quia aliter & inordinate minime fit. Inordinatus est qui per bina angulus, multipliciter siquidem & inordinate describitur maioris, scilicet, & minoris circuli infinities descriptorum per bina signa. Rursus ordinatus est qui per tria signa angulus. Sunt autem & hæc ordinata, sicut super data recta linea triangulum æquilaterum constituere, sed ex utraque rectæ lineæ parte tantummodo, & præter coincidentiam. Et datam rectam lineam in datam rationem dispescere, tantummodo siquidem hoc fieret, in utraque bifaria sectione. Inordinata sunt quæ hijs contrario sese habent, sicut scalenum constituere, & rectam lineam infinities secare: adiacet autem diffinitioni id ex quo ordinatur, quãdoquidem unum quid & idem existens quandoq; ordinatum, aliter autem inordinatum esse potest. sicut æquilaterum triangulum, siquidem æquilaterũ est, ordinatur: magnitudine uero non omnino diffinitur. Notum autem est quod cognitum est, sicut nobis manifestum & perceptum, ignotum uero quod neutiquam notum, neque à nobis perceptum est, sicut quadrati longitudo nota esse dicitur, quæ percipitur quotnam sit stadiorum, & quod trianguli tres anguli binis sunt rectis æquales, & quod quæ ex binis nominibus irrationalis est, insuperq; & talia nota dicuntur, ut unam tantum esse ab exterius dato signo curuam tangentem ad utrasq; partes: si enim & alia fuerit, binæ rectæ lineæ areolam comprebendent, quod absurdum est. Ignota uero irrationalia non sunt, sed quæ non sunt nota, neq; à nobis percepta. Porimon autem est quod neq; efficere, neq; construere, hoc est in opinionem ducere non possumus, aliter uero rursus porimon diffiniunt, uel quod per demonstrationẽ exhibetur, uel quando quidpiam absq; demonstratione manifestum fuerit, sicut centro & interuallo circulum describere, & triangulum constituere non solum æquilaterum, sed & scalenum, & eam quæ ex binis nominibus inuenire, & rectas lineas rationales potentia tantum cõmensurabiles indagare, & alia quæ infinities fiunt porimata sunt, sicut per bina signa circulum describere. Aporon uero est quod porimo ipsi sese contrario babet. sicut circuli tetragonismus: nondum enim in uia est, & si illum exhiberi posse putent: at scire eum possumus, eius siquidem est disciplina, nõdum tamen percepta. In præsentia uero iam de eo quod in uia est ratio assignatur, quare & proprie porimon id appellant, quod nondum in disciplinæ uia est, quod autem perceptum exhiberi potest poriston proprie appellant. Aporon autem, ut dictum est, quod ipsi porimo contrariũ est, hoc est cuius inquisitio dijudicata non est. Rationale est, de quo dicendũ est, magnitudo, uel species, siue positio, sed diffinitio huiusmodi quidem cõmunior est, proprie uero & ex seipso rationale est, quod per aliquam dimensionem positione cognoscimus, aut palæsta siue cubito, aut digito.

Hijs sic

Hijs sic diffinitis, quod reliquum super est facile est, eorum quæ dicta sunt cõmunicanam, & differentiã coniectare. In primisq; quomodo ordinatum ad notum, & hijs opposita sese inuicem habent. Eorum quæ connectuntur eadem non sunt, neq; eorum in quibus alterum altero plus est. Et si eis plura cõmunia existant sicut per bina signa rectam lineam scribere, ac per tres circulos triangulum æquilaterum construere. Sed circulum quadrare ordinatũ quidem, ignotum uero est, & quod una tantum recta linea curuaturam ab uno signo tangit. Ordinatorum & minime perceptorũ aliter se habere est: siquidem & illius demonstrano & constructio cognoscitur. Rursus quæ in infinitũ fit sectio, & scaleni constructio cognoscitur quidem, sed nondum ordinatur. Quare manifestum est, quod ipsius ordinati, aliud quidem notum, aliud uero ignotum, & rursus ipsius noti, aliud ordinatum, at aliud inordinatum est, & sic se hæc habent adinuicem sicut rationale, & quod incedit neq; huiusmodi coæquant sese, neque alterum alterum excedit. Similiter ordinatum, & inordinatum sese habet, ac porimon & aporon. Communicant siquidem hæc plurimnm, differuntq; ut dictum est. Curuatura siquidem ordinatur, sed hijs qui Archimedem præcesserunt in uia erat, & alia quæ infinities fiunt, & inordinate, porima quidem sunt. si quis eorum constructionem, ac constitutionem intelligat, non tamen etiam ordinata, ut scalenum triangulũ intelligere, in ipsiusq; constructionem intelligentiam ducere ab æquilatero. nec difficile id est, sed in promptu: & quicquid inordinatum & infinitum. Sic autem ad rationale & irrationale, ordinatum & inordinatum sese habet: cõmunicant siquidem inuicem admodum, differuntq; modo prædicto: hæc autem inuicem minime sunt æqualia, neq; alterum altero percipitur, nam quæ ex binis nominibus, & sic assumptæ irrationales, ordinatæ quidem sunt, sed neutiquam rationales, & quæ dimetientis ad costam quadrati est ratio. Rationalium quidem plura inordinata sunt, sicur quæ multipliciter. indeterminateq; fiunt: possumus enim & scalenum triangulũ mensura diffinita rationali proposita metiri, & siquidem inordinatum fuerit, noti autem ad porimon similitudinem omnino inspicere facile est, differentiam uero elicere difficile: natura nanque prope sunt adinuicem, quare sese inuicem coæquare uidentur, tamen hæc certe intuentibus quædam inesse uidebitur differentia. Quod quidem una sit inflexionem ab uno signo tangens, manifestum ac notum est. Non tamen id propterea iam id problema porimon est, nondum enim perceptum, quare omne notum non omnino porimon est: porimon siquidem omne notum est. Maius igitur est notum ipso porimo. Rursus notum porimon & rationale, quandoq; cõmunicant, at quandoq; inuicem differunt modo iam dicto. Nam quæ irrationales dicũtur notæ sunt, non tamen rationales, numerus enim omnis rationalis quidem est, non tamen omnis notus est. Et rationale ex suipsius more similiter rationale est, nec sic rationalis erit longitudo, in idem siquidem deducunt dimensionẽ, nota siquidem est longitudo, at quandoq; minime, & si in eadem fuerint consuetudine. Fortasse autem & inuenire difficile est. Rationali quidem, at ignotum, uidetur siquidem & rationali notum esse aliquid plus. Quod autem porimon & aporon, a rationali & irrationali differunt, ex hijs est manifestum: porima enim esse possunt & irrationalium aliqua. At rationaliũ irrationale nullum. affinitas autem horum sicut & aliorum omnino manifesta, hæc adinuicem sic se habẽt, quare porimon rationali plus esse uidetur, opere etiam precium est & prædictorũ differentiã coniectare. Rationale quidem & irrationale per dimẽsionis relationẽ, dicuntur ad cognitionẽ nostram minime uenientis, potest enim qdpiam rationale existens nobis minime notum esse, quatenus rationale est, neq; percipi quod rationale sit. Ordinatũ uero & inordinatũ, non per idem, & iuxta propriã speculati naturam est, & si à nobis minime percipiatur, plura igitur ordinata natura posterius Archimedes ex Serini sermonibus, quod ordinantur demonstrauit. Notum autem & ignotum quo ad nostram relationẽ dicitur, quare prædicta inuicem differunt. Siquidem hoc ad nos habet relationẽ, illud uero quo ad naturã, hoc autem ad dimensionẽ. Cum iam præpositorũ societas & differentia diffinita sit, reliquũ superfuerit, quidnam sit datum indagare. Quicunq; in præsentia a pponente quid per hypothesim datum, id datum esse putant à quæsito aberrant, elementa nanq; datorũ omnia simul ordinantur, & non de eo quod per hypothesim, sicuti ex hijs quæ in eorum tractatu sunt licet intueri. Quare perceptionẽ huiusmodi nos negligentes, aliter diffinientium rationes ordinare oportet. Erit autẽ quod per hypothesim datum, id quod post principia speculatur, diffiniunt iam nominatiuis diffinitionibus utentes, uno aliquo dictorũ illud charactere pingentes. Sicut in principio dictum est, omnes autem ferme

ut com-

Archimed.

ut cōmunem sententiam de dato retinere uideantur, perceptum enim quid illud esse assumpserūt, quemadmodū & ipsius dati nomen ostendit, & in primis illi qui per hypothesim datum describunt. Nonnulli uero concessionē respexerunt. Nos autem quoq; utentes prædicta tanquam canone & foro, ipsius dati perfectam diffinitionē inuenire poterimus. Manifestū autem quod coæquatione aut cōuersione ipsum indiget ad diffinitum, & hoc subsistere oportet eis quæ recte datæ sunt diffinitionibus, est & propositi hæc in illis diffitionibus quæ simplicius dictæ sunt, quæ porimon diffiniet, in complicatis autem notum simul & porimon. reliquæ uero omnes imperfectæ sunt. neq; enim ordinatum diffiniens eiusftigio ad dati comprehensionē extenditur eo quia neq; in totum, neq; solum ordinatū perceptū est, sed inordinatorū nonnulla sicut ostensum est. Neq; illa idonea est quæ notum ipsum diffinit, neq; enim hoc totum perceptum est, & si tantum ignotū enim nequaq̄ fuerit perceptum, neq; ipsum rationale diffiniens diffinitio, perfecta erit, nam hoc solum perceptū non est, quoniam & irrationaliū aliqua forsitan autem neq; omne omne rationale perceptū est, sicut & hoc diffinitū est prius. Deficit iam in nominatiue assignatis porimon, quare uidetur maxime perceptionē ostendere, nam omne porimon percipi potest & solum, huiusmodi autem diffinitione usus est Euclides species omnes dati describens. Compositarū diffinitionū perfecta est quæ notum simul & porimon datum esse diffinit, genere quidem, ꝓportionale habēs ipsum notum, differētia uero porimon. Ordinatū autem simul & porimon dicens imperfecta est, nam non solum huiusmodi data sunt & qui datum, & rationale similiter defectiue datum cōprehendit. Quæ uero notum simul & ordinatū, eo quia propositū excedit, neq; sana est, neq; enim omne huiusmodi datum est. Soli iam reliquū dati sententiæ attingere uidentur, qui illum notum esse dixerūt, nam tale omne percipi potest & solum, bina autem hæc subsistere oportet in disciplinaribus diffinitionibus datis. Hijs autem prope sunt compositæ & sic. Datum est cui exhibere possumus æquū per ea quæ à nobis in primis prioribusq; suppositionibus dicta sunt, prædictis autem Euclides ubiq; in exhibēdo utens, notum prætermittit, tanquam porimon iuxta sequens. Accusaret autem quispiam ipsum rationabiliter, tanquam prius cōmuniter datum minime diffinientem, sed immediate unam quanq; ipsius speciem. At qui in geometria elementari prius simplicem lineam quàm lineæ species, & alia huiusmodi diffiniuisse uidetur.

Quænam utilitas ex datorum tractatu, Caput secundum.

Cum forsitan quoad præsentaneū u[illegible] ipsum datum diiudicatū sit, subsequens fuerit ipsius tractatus utilitatē præbere: est siquidem hoc ad aliud habentiū reductionē, ad locum enim qui resolutus dicitur necessaria est admodum huius cognitio. Quantā namq; potentiā habeāt in mathematicis disciplinis, & alijs eiusdem g[illegible]ris, sicut perspectiua & canonica locus resolutus in alijs diffinitū est, & q̄ demōstrationis [illegible] inuentio ipsa resolutio, & q̄ ad inuentionē demonstrationis similium nobis confert. Et q̄ maius est resolutiuā potentiam obtinere, quam plures particulares demōstrationes habere.

Ad quam disciplinam reducatur datorum tractatus, Caput tertium.

Ad omnes siquidem huiusmodi disciplinas, cum datorū speculatio utilis sit, quādoquidem ad resolutionē plurimum confert, opportunū neutiquā fuerit ipsam reduci ad aliquam unam disciplinam dicere. Sed ad eam quæ in uniuersali mathematica dicitur[illegible] siquidem est quæ sese habet circa multitudines, tempora, & celeritates, huiusmo[illegible] omnia, inquantum iam circa rationes, proportiones, & ubiq; medietates negocia[illegible]r. Huiusmodi ergo datorum disciplinari perceptione utilima existente, datorum uolumen Euclides elaborauit, quem proprie & elementarem appellauerūt. Totius enim ferme mathematicæ disciplinæ elementa, & tanquā introductoria ordinauit, sicut geometriæ quidem totius in tredecim uoluminibus, & astronomiæ in phænomenis, musicesq; & perspectiuæ similiter elementa præbuit. At dati tractatus in proposito libro elementarem resolutiuam fecit. Geometricus enim existens ipse uir diuisim cōmunes ipsius dati rationes proprie conglutinauit. Sicut in uniuersalibus rationibus fecit, ut in magnitudinibus eas proprie operatus in quinto de plano uolumine. Communiter quidem quid sit datum dictum est, & ad quam disciplinam reducatur, ac q̄ eius speculatio utilima est hijs iam quæ dicta sunt, adijciatur quoq; ipsius descriptio disciplinæ. erit ea siquidem. sicuti ex prædictis est manifestum, datorum perceptio iuxta omnem locum, & eorum quæ eis eueniunt: proprie uero & sicut ex proposito uolumine dicatur esse methodus totius datorum disciplinæ elementa cōprehendens, habebit autem & ipsa consequēter utilitatem & alia iuxta relationem ad ipsum datum. Diuiditur autem ipsum tem ipsum uolumen in dati species, & in primis. primum segmentum ea quæ ratione data sunt comprehendit, secundum autem ea quæ positione, & demum ea quæ specie. Simplex enim erat quæ de magnitudine datis: disseminauit autem & hæc particulatim in alijs, & maxime in hijs quæ specie data sunt. Orsus autem est ab hijs quæ ratione & positione data sunt: quandoquidem ex hijs quæ specie dantur constant. Aliter facta etiam ipsius libri diuisio, in uniuersales magnitudines in lineas & plana, & cyclica theoremata: simili namque ordine & in diffinitionibus siue uoluminis suppositiõibus usus est. Secutus autem est modum doctrinæ non per compositionem, sed per resolutionẽ, quemadmodum & Pappus satis in libri huius commentationibus demonstrauit. Pappus datorum Comm.

In Librum Datorum Euclidis philosophi Platonici Marini philosophi præstandissimi Protheoriæ finis. Barrholomæo Zamberto Veneto interprete.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS clarissimo uiro Marino Georgio patritio Veneto, artium ac sacræ Theologiæ doctori eximio, Brixiensiumque præfecto designato S.

PLVRES hominum maxima tenet admiratio Marine Georgi philosophe doctissime, quòd in humanis ita sit comparatum homines absque dissidijs, contumelijs, iurgijs, tumultibus, bellisq; atrocibus quasi uiuere nesciant. Ac si eorum misera conditio foret, si amore paceque mutua sibi inuicem corresponderent Idque magis mirũ uideri solet, cum hij qui ab humanitate nomen sibi uendicarũt, nõ nisi inhumaniter uitã agere curẽt. Quod quidẽ uir clarissime nobis enucleatissime constat: nam si uelimus ueterum memorias altius recensere, quam ætatem bellorum uacuam comperiemus: nullam. Sed ne a memoria nostra longe distãtia repetamus, quid de nostra ætate, quam uidimus, nec apud autores legimus in qua ea obtigerunt, quæ si à nobis sic sicut uisa sunt legerentur, proculdubio somnia & phãtastica machinamenta esse putarentur. Nam decem autem aut undecim annorum interuallo quot, quantaq; ac qualia euersa immutata, subuoluta, radicitúsque conuulsa nostris oculis conspeximus? Tu optime nosti qui ob singularem doctrinam tuam, erga patriamq; uel maximam fidem, á senatu legatus missus hos turbines uidisti, & ingenij tui libramine ponderasti. Testis heu testis est Neapolitana ciuitas quæ plures strages perpessa, uno anno, rem nullis seculis auditam regale sceptrum quinquies commutauit. Testis heu testis est illa Roma quæ cum alias subacta Italia ferocissimas infrenesq; nationes domuerit, longe lateq; fines imperij propagauerit, sæpius in præsentia nõ in Italia sed apud urbis muros: non apud muros urbis, sed in ipsa urbe: non hominum tumultus, sed enses euaginatos, non enses euaginatos sed multas cædes, & funera passa est. Testes heu testes sunt fluentinorum, felsinensiumq; agri toties á militibus dissipati. Testis demum tota Italia transpadana toties bellis, atrocibus, cædibus miserandis, ignibus maximis cõquassata: Sed quid de illa quæ citra padũ est Italiæ regiõe dicemus? nil nisi laboriosum, nil nisi flebile, nil nisi illachrymabile, & quod potius silentio trãseũdum sit, quam ea quæ obtigerunt connumerare. Nam si Tarrenses agri uocem attollere possent, se hominum cæde uel maxima contabuisse, humaniq; sanguinis copia affatim effusi inundasse quererentur. Si tota italia loqui posset, eam ad funestum deplorabilemque statũ peruenisse intelligeremus. Sed hæc in præsentia missa faciamus: quãdo quidem in præsentia hystóriam non conscribimus, & quæ apud posteros, non paruam, sed nullam fidem ob rei magnitudinem sit habitatura. Quæ omnia licet quodã nictu oculi obtigerint, non est tamen quod perinde nos mirari oporteat, nam si á causis exordiri atque ad huiusmodi effectus nos ipsos deuoluere uelimus, siue etiã ab his effectibus incipientes causas altius repetere uoluerimus, bella huiusmodi ex contrarijs gigni uoluntatibus comperiemus, quæ ab appetitu diuerso oriuntur, quę diuersa hominum sortita est qualitas, quam illi quatuor humores efficiunt, qui cum ab illis

elemẽtis toties celebratis scateãt,iuxta temporũ qualitatẽ,stellarũq; in humana huius/
modi uires suas transfundennũ motum & influxus,augentur,attollũtur,imminuũtur
ac deprimi solent. Fitq; nimirũ ut uniuscuiusq; loci & regionis exigit dispositio, quẽad/
modum in aphorismis medicorum princeps nos docet Hyppocrates. Alij namq; sunt
influxus in septentrionalẽ plagã uergentibus,at alij hijs qui australẽ inhabitãt,itidẽq;
alij orientalẽ regionẽ colentibus. At alijs aliter sese habet,& sic sicut regio seposita fue/
rit. Quare cũ ea quæ inuicẽ non conueniunt nõ sint æqualia sed dissideant,sicut in ele/
mentis præstantissimus ille Mathematicus nos docet Euclides: at aduersæ hominũ uo/
lũtates cũ inuicẽ non conueniant,sed mira quadã discrepãtia dissideãt, superest igitur
ut cõtrariæ remaneant. Quod cum ita sese habeat,si priscis illis tẽporibus sacrorũ uatũ
monumenta multa bella,& funera facta fuisse commemorant. Si assyriorũ,Persarũ,ac
aliarũ nationũ horrendos tumultus Dionysius Halicarnassæus, Diodorusq; siculus, ac
Iustinus narrant. Si Thucydides Atheniensium,si T. Liuius Romanorum illa denique
miranda facinora & non sine magna copia sanguinis,& non nisi totius mundi tremen
tibus quasi cardinibus,explanant: si Quintus curtius Alexandri macedonis in Persa/
rum Darium delicatissimum regẽ expeditionẽ terribilẽ,expugnationemq; ac uictoriã
subactis Persis explicat: si ille quoq; dicat quod fraterno primi maduerunt sangui/
ne muri: si demũ quoq; nostra tẽpestate priscis illis tẽporibus exorta bella,ac nõ extin
cta,sed usque in id temporis propagata in præsentia horrendis tumultibus, magnis
cædibus,ardentibusq; occulte odijs feruent,non est id propterea clarissime philoso/
phe quod mirari debeamus. Dolendũ potius est ingemiscendũq; plurimũ,quando qui
dem bella quæ inter eos qui sub Christi gloriosi uexillo uiuunt tam atrociter fiũt,non
externa sed ciuilia sunt,ac si in præcordijs,in intestinis ac in intimis cordis penetralib9
gererentur. Illud,inquam,uir doctissime possumus dicere, Quis furor o ciues,quæ tan
ta licẽtia ferri. gentibus inuisis Latium præbere cruorem. Cúm que superba foret Baby
lon spoliãda trophæis Ausonijs,umbraque erraret Crassus inulta. Bella geri placuit nul
los habitura triumphos. Heu quãtum terræ potuit pelagiq; parari Hoc quem ciuiles
auxerunt sanguine dextræ,unde uenit titan & nox ubi sidera condit. Quaq; dies medi
us flagrantibus æstuat horis. Et qua bruma rigẽs ac nescia uere remitti. Astringit scy/
thicum glaciali frigore pontũ. Subiuga iã Seres,iã barbarus isset Araxes. Et gens si qua
manet nascenti conscia Nilo. Tũ illud accedit. quòd hijs bellis noui emergunt ritus, no
ui mores,nã nũc prætextatos referũt artaxata mores,& si quid uspiam est bonarũ lite
rarũ illud interit. Nã adsunt adhuc in Italia illa fœdissima Vãdalorũ Gothorũque ue
fugia,qui postea quàm Italiã flãma,ferro,cæde,rapinis,& alijs huiusmodi sæuiẽtiũ be/
luarũ peruersis moribus fœdarũt,maximas bonis literis tenebras obiecerũt. & adeo ut
ipsæ contremiscentes pluribus annis inuisæ,ritu ferino uiuẽtibus delitescerẽt. Quibus
beluis in uniuersum sæuiẽtibus multa priscorũ illorũ ueterũ preclara opera interierũt,
multa obcæcata & subuersa, multa fœdissima barbarie obsita in lucẽ exierũt. Perijt,in/
quã, tũc perijt illa prisca mathematice disserendi cõsuetudo. & adeo ut quæ priscis illis
tpibus adolescẽtulis plana & facillima ac in prõptu erãt,in præsentia uelut alta caligi/
ne demersa,difficillima nimisq; recondita eruditissimis uiris etiam esse uideantur. neq;
id mirũ. Euclides namq; Megarẽsis Mathematicus præclarissimus, qui omniũ mathe/
maticarũ disciplinarũ unus est qui nobis fores referat. in primis nimis peruerse inter/
pretatus studentiũ animos pluribus annis ambiguos tenuit. Nã cũ illud quod illius es
se asseritur uolumen studẽtes legerent,miris laruis,somnijs, & phãtasmatibus quibus
ille interpres barbarissimus illud refersit,offensi neq; autori fidẽ adhibebãt,neq; illi de
trahere audebãt. Quare cũ nos hijs disciplinis operã per plures annos accõmodauerĩ
mus,uolẽtesq; nostris laboribus studentium cõi utilitati cõsulere,ipsius Euclidis elemẽ
torum uolumina tredecim ex Theonis traditione nõ minoribus uigilijs quàm labori
bus quibus per septẽniũ insudauimus,ex Græcia in Italiam deduximus, quibus labori
bus tandẽ uoto superatis, decreueramus. ut qui ex fluctuãti procellosoq; mari, portũ
quietũ cupit,nos alicui amœno studio emãcipare,animumq; hijs studijs fessum ad hu
maniora conuertere. Cupiebamus etenim illã sublimis Homeri poesim uidere, uim De
mosthenis suspicere,suauitatẽ Isocratis mira quadã sanctitudine mixtã gustare. Pynda
ricos fontes libare. Tũ illa rusticana Theocriti in præsentia in aliqua grata umbra æstu
anti corpori relegere. Quãdo quidẽ ut optime nosti in præsentia sol domũ est leoninã
ingressus, radijque ad rectos angulos procidũt,idq; propterea inferiora hæc ueheme
tius incendũt. Tamen habitus qui aut nunquam,aut difficulter à subiecto conuelli po
test

test dispositionē huiusmodi difflauit. factum nāq; est ut cū me accingerē ut ipsius Euclidis opera seponerē, ecce ut euenire solet, ad manus ipsius Euclidis data peruenerūt. opus sane præter id quod iucūdum studentibus etiam necessariū, quādo quidē ex eo facillime datur intelligi, quod toties Euclides ipse in elementis datum appellat Quod opus quoniā pulchrū, utile, necessariū, scitu iucundū, & quia ex hijs laqueis mathematicis me eximere, nescio, tum quoniam hucusq; latinis ignotū extitit, latinū id à me propterea faciendum esse censui, tuoq; nomini humanissime philosophe destinandum. Eo sane argumento ut meā erga te obseruātiam, amorēq; singularē inde cognosceres. Tū quoniā cū hisce diebus triūuiratū. Rei pu. patrocinatorū ageres, magistratum sane in ciuitate grauissimū, a quo sicut uirtutes benignissime fouentur, sic uitia & scelera seuerissime uindicātur, quē cū per pauculos dies mira integritate, sed miranda te adeuntiū satisfactione exercueris, & adeo ut Brixiensiū præfectus omnium pene comitiorū suffragijs designatus extiteris, tu te meo patri nescio qua liberalitate te me uel libenter cognoscere uelle dixisti. Cognosces igitur me, & quid tui uetustissimū mācipiū. quale uero quis nescit, ineruditū, indoctū, incultū, philosophū tamē. & eū qui diuini Platonis decreta auidissime sequi cupiat, ita tamē ut quādoq; uelut trāsfuga & explorator castra philosophātiū petat. Sed quoniā si uelis binas lōge inæquales magnitudines cōponere: id, inquā, haud facile factu tibi fuerit, nisi medius quidā sit, ppositus limes quo analogico medio extrema cōueniant, coalescant, seq; mutuo pulsent. Nā si sexdecim ad quaternariū cōparare uolueris quippe quoniā lōge distāt, mediō indigent octonario sane, ad quē eā sexdecim habēt, quā ipse ad quatuor habitudinē, duplā quidē. Sed quoniā bini dupli quaternariū cōficiūt, ex ea igitur analogia ipsorū sexdecim, ad octo, & octo ad quatuor, ea scatet rō quadrupla qua & sexdecim, & quatuor reuinciūtur. Quod cū ita sese habeat, cū mea paruitas tuæ magnitudini nulla ex parte cohereat, fuit igitur medium adhibendū, quo tibi uir clarissime fuisset satisfactū. & id sane q̄ tuæ illi rarissimæ doctrinæ correspōderet Data igitur ipsius Euclidis ea erūt quibus me cognosces, quibus meā erga te fidē, & obseruātiæ magnitudinem intueberis. Quæ cū in præsentia græca ueste reposita, latina induta sint, te petūt, te adeūt, te uir doctissime uidere gestiunt, tuoq; sublimi iudicio comprobata, sub tuo nomine in manus studentiū uenire cupiunt. Tantū igitur hospitem philosophe præstantissime hilari fronte serenoq; uultu accipies, & eo sane quo uiros doctos aspicere, & tibi beneuolentia deuincire soles. Verū quoniā priscorū fuit cōsuetudo ut maximos uiros, absque munere adire nulli liceret, id propterea, tibi nō orientaliū gēmas: non Arabū munera uulgo præciosa, non id quod plures hominū preclarissimū bonū existimāt, aurū scilicet, nō id demū quod paruo tēporis interuallo exiguo nutu fortunæ euanescit afferimus. Id quoniā tibi tradere conamur quod rarissimum sit, idq; propterea omni thesauro fœlicisq; Arabiæ ditissimis muneribus lōge preciosius lōgeq; preclarius, hæc igitur nostra tibi erūt tradita munera, quæ si talia fuerint, quæ tua excellēs doctrina amplexetur, tuū illud ferax ingeniū benigne foueat. Curabimus nostris laboribus, præclaris illorum ueterū operibus, & huic nostræ ætati ignotis nomen tuū illustrare, ut tu multis annis etiā post mortē uiuere possis. Sed hoc iam satis est, hoc libello, iam peruenimus usq; ad umbilicū, lōgaq; nimis ac inculta oratione, quæ ne quā par est prolixior euadat, iam te ad sublimē datorum doctrinā philosophe doctissime transmittā. Valeas æternū philosophantiū exemplar rarissimū. Venetijs. M. D. V. VIII. ID. Sextilis.

EVCLIDIS MEGARENSIS PHILOSOPHI PLATOnici mathematicicq; præstantissimi Incipit liber Datorum ex traditione Pappi Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

Diffinitio prima.

DATA magnitudine dicūtur areæ lineæ, & anguli quibus æqualia possumus exhibere.

Diffinitio secunda.

Ratio dati dicitur cui eandem possumus exhibere.

Diffinitio tertia.

Rectilineæ figuræ specie dari dicuntur, quarū anguli dati sunt ad unum, & laterum rationes adinuicem, datæ.

Diffinitio quarta.

Positione dari dicuntur signa, lineæ, & anguli, quæ eundē semper locum obtinent.

Diffinitio quinta.

Circulus magnitudine dari dicitur, cuius quæ ex centro magnitudine datur.

Diffinitio sexta.

Positione magnitudineq́; circulus dari dicitur, cuius centrū positiõe datur, ea quæq́; ex centro magnitudine.

Diffinitio septima.

Segmenta circuli magnitudine dari dicūtur, in quibus anguli dati sunt, & segmentorum bases magnitudine.

Diffinitio octaua.

Positione & magnitudine segmenta dari dicuntur, in quibus & anguli dati sunt magnitudine, & bases segmentorum positione & magnitudine.

Diffinitio nona.

Magnitudo magnitudine dato maior est, quando sublatu dato, reliquū eidē æquū fuerit.

Diffinitio decima

Magnitudo magnitudine dato minor est, quando adiecto dato, totū eidem æquum fuerit.

Diffinitio undecima.

Magnitudo magnitudine dato maior est quã in ratione, quãdo ablato dato reliquū ad idem rationem datam habuerit.

Diffinitio duodecima.

Magnitudo magnitudine dato minor est quàm in ratione, quãdo apposito dato reliquum ad idem rationem habuerit datam.

Diffinitio decimatertia.

Producta est quæ à dato signo in positione rectam lineam acta recta linea in datum angulum, uel in datum signum.

Diffinitio decimaquarta.

Reducta quæ à dato signo ad positionē rectam lineã, recta linea in angulo dato acta est.

Diffinitio decimaquinta.

Appositione est quæ per datum signum positione rectæ lineæ parallelus acta est.

Interpres

Quoniam in eo uolumine ex quo Data huiusmodi transcripsimus, in latinumq́; conuertimus, quod sane uetustissimū est, nõnullas adiectiões cõperimus, quæ licet breues & cõcisæ sint, quoniã ad datorū intelligentiá plurimū conferunt, ut sese habēt sic eas; sumus interpretati, studētes uero iudicabūt. Apud græcos id obseruatum, inquã, inuenimus, ut nõ omnes interpretatiões autorū scribant aut cõficiant, sed hij tantū qui inter autores nominari possint, ut fuerunt homerici & pyndarici interpretes, & alij plures uiri sane grauissimi in disciplinis humanioribus. Itidē quoq; in physiologicis ut sunt interpretes Aristotelici, Ammonius, Alexander, Ioannes grã. Themistius, & Platonici, sic etiã in mathematicis, ut Theon, Hypsicles, Pappus, Heron Alexandrinus, Proclus Lycius qui in Euclidē scripserūt, factūq; est id propterea ut apud Græcos nõ uideamus ista immensa nugarū uolumina, quorū nos latini pleni sumus. Videmus enim unūquēque autorē tribus & quatuor cõmentationibus esse nõ interpretatū, sed laceratum, & adeo ut crebro studentes nesciāt ubi nã sit incipiendū, quippe quoniã sunt adeo nugis & laruis nescio quibus obliti, ut cæcutiētes in tenebris ambulent, illud, inquã. Horatianū si unquã nūc mirū in modū uerū est. nã scribimus indocti doctiq; poëmata passim. nolim tamen detrahere famæ & autoritati. Seruij, Acronis. Porphyrij. Donati, Lactantij grauissimorum autorū, qui linguã latinam illustrarūt, de illis uero alijs quid dicendum superfit ignoramus. Ecce etiã plurima uideas opuscula in grãmaticis composita quæ in eū creuerunt numerū ut studentes superauerint. Miramur plurimum quod in hac nostra ætate tãta sit audacia, ut quasi Priscianus, Diomedes, Agretius, Phocas, Donatus, & alij autores grauissimi non satis exquisite ea quæ in grãmaticis erant dicenda conscripserint, nescio qui insurrexerint conantes ut suæ nugæ neglectis autoribus bonis legantur, & hijs assuescant adolescentes, qui hijs nugis cura præceptorum iudicio carentium studentes scholis ignorantissimi exeunt, sed hos iam missos faciamus cū cuilibet audēdi semper æqua fuerit potestas, redeamusq́; ad rem nostram. Vbicūq; igitur in datorum theorematibus lector humanissime uidebis aliqua dicta per Scholium, ea omnia ex græcis adiectionibus sumpta esse censeto. Ea enim a græcis scholia nuncupātur, quæ à nobis latine postilla dicuntur.

Scholium

Datorum aliqua positione at alia magnitudine data sunt Datum siquidem quadrupliciter dicetur, aut enim magnitudine, aut specie, aut ratione, aut positiõe dari dicitur: quid uero horũ unũquodq; significet, ipse Euclides docet. Cõiter aũt dicitur datum, cui idem inuenire & exhibere est possibile. Datorum uero traditionem in plano uno positã accipimus, sicut in sex prioribus libris elementorum. Data sunt definita. hoc est quorũ finis datur aut intellectu aut sensu, hijs enim æqua possumus exhibere, similiter autem siue intelligentia, siue sensu, potest autem rationale & irrationale datum esse, ut inquit Pappus in principio eorum quæ in Euclidem scripsit, rationale namq; Datum est: sed non omnino Datum rationale est, sed has tres diffinitiões ultimas de magnitudinibus aiunt esse Apollonij.

Theorema 1 Propositio 1

DAtarum magnitudinum ratio adinuicem datur.

Sint datæ magnitudines a. b, dico quod ipsius a ad b, ratio data est. Quoniam enim datur a, possibile est per primam diffinitionẽ ei æquam exhibere, exhibeatur & esto c Rursus quoniam data est b possibile est per eandem eidẽ æquam, exhibere. exhibeatur & esto d: quoniam igitur a est æqualis ipsi c, & b ipsi d: est igitur sicut a ad c. sic est b ad d, uicissim per 16 quinti elementorum sicut a ad b, sic c ad d. ipsius igitur a ad b ratio data est, eadem namque eidem exhibetur ipsius c ad ipsam d.

Theorema 2 Propositio 2

SI magnitudo data ad aliam aliquam magnitudinem rationem datam habuerit, & eadem magnitudine datur.

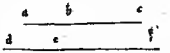
Data, inquam, magnitudo a ad quampiam aliam magnitudinem b rationem habeat datam. Dico quod ipsa b magnitudine datur. Quoniã enim datur a possibile est eidem per primam diffinitionem eandem exhibere, exhibeatur at esto c. Et quoniam ratio ipsius a ad b datur, sic enim supponitur, & ei æqualem per 2 diffinitionem exhibere est possibile, exhibeatur, estoq; ipsius c ad ipsam d ratio, & quoniam est sicut a ad b sic est c ad d uicissim igitur per 15 quinti element. est sicut a ad c, sic b ad d: æqualis autem est a ipsi c: æqualis igitur est & b ipsi d. Datur igitur per primam diffinitionem ipsa b magnitudo, æqualis siquidẽ ei exhibetur d.

Scholium

Hoc precedẽtis conuersum est quodammodo, sed non uniuersaliter id esse conuersum dicendum est, esset enim uniuersaliter id precedentis cõuersum si magnitudines inuicẽ rationem haberent datam, dantur magnitudine, nonnulli autem aggrediuntur ut ostendant esse conuersum precedentis, inquiuntq; quod si magnitudines aliquæ rationem adinuicem datam habuerint dantur magnitudine.

Theorema 3 Propositio 3

SI datæ magnitudines quæcunque compositæ fuerint, & ex ipsis compositum datum erit.



Componantur enim quælibet datæ magnitudines a b, b c. Dico quod & quod ex a b, b c hoc est ipsum a c conflatũ datum est. Quoniam enim datur a b possibile est per primam diffinitionem æqualẽ eidem exhibere: exhibeatur per eandem sitq; d e. Rursus quoniam datur b c, possibileq; est eidem eandem exhibere, exhibeatur per eandem & sit e f. Quoniã igitur æqualis quidem est a b ipsi d e & b c ipsi e f. Tota igitur a c toti d f, est æqualis: per 2 communem sententiam. Datur igitur ipsa a c: eidem siquidem in eadẽ exhibetur d f,

Theorema 4 Propositio 4

SI à data magnitudine, data magnitudo auferatur, reliqua data erit.

A data ſiquidem magnitudine a b data auferatur magnitudo a c. Dico quod reliqua c b, data eſt. Quoniam enim datur a b, poſſibile eſt eidem æqualem exhibere, exhibeatur per primam diffinitionē & ſit d f. Rurſus quoniam datur a c, poſſibile eſt ei æquam exhibere, exhibeatur per eandem & ſit d e. Quoniam æqualis eſt a b ipſi d f, & a c ipſi d e, reliqua igitur b c, reliquæ e f, eſt æqualis per tertiam cōmunem ſententiam. Datur igitur b c, æqualis enim eidem exhibetur e f.

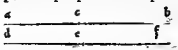
Scholium.

Et id theorema præcedentis quod minime eſt conuerſum, proprie ſiquidem eſſet cōuerſum. ſi data magnitudo in quaſcūq; diuiſa fuerit, & unaquæq; earū in quas diuiditur, data eſt, quæ eidē eædē & adinuicem ſunt eædē, hoc, inquā, patet in 11 quinti elemētorū.

Theorema 5 Propoſitio 5

SI magnitudo ad ſui partem aliquam rationem habuerit datā, & ad reliquam rationem habebit datam.

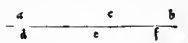
Magnitudo ſiquidem a b ad aliquam ſui partem a c, rationem habeat datam, dico quod & ad reliquam b c, rationem habet datā, ponatur ſiquidem data magnitudo d f. & quoniam per primam propoſitionem ipſius b a ad a c, ratio data eſt, eadem eidem per 2 diffinitionē exhibeatur, ut ipſius d e ad d f, poſſibile enim eſt tribus datis magnitudinibus quartā proportionalem inuenire per 12 ſexti elementorum. Ipſius igitur f d, ratio data eſt, data igitur eſt & f d. Igitur & d e, data eſt, & reliqua igitur e f, data eſt. Eſt autem & d f data. Ratio igitur ipſius d f, ad f e, data eſt. Et quoniam eſt ſicut d f ad d e, ſic a b ad a c. Conuertendo igitur per corre. 8 quinti elemen. eſt ſicut d f ad f e, ſic a b ad b c. Ratio aūt ipſius d f ad f e, data eſt ut patuit. Ratio igitur & ipſius a b ad b c, data eſt.



Theorema 6 Propoſitio 6

SI binæ magnitudines compoſitæ fuerint adinuicem rationem habentes datam, & tota ad ipſarum utranque rationem habebit datam.

Componantur enim binæ magnitudines a c, c b adinuicem datam rationem habentes. Dico quod tota a b ad utranque ipſarum a c, c b rationem datā habet, exponatur enim data magnitudo d e, & quoniā per primam propoſitionem ratio ipſius a c, ad c b data eſt, eadem fiat quæ ipſius d e ad e f ratio: data eſt autē utraque ipſarū d e, e f data. Ratio igitur ipſius d e ad utrāq; ipſarū d e, e f, data eſt. Et quoniā eſt ſicut a c ad c b ſic eſt d e ad e f. Cōponendo igitur per 18 quinti elementorum ſicut a b ad b c, ſic d f, ad f e, & conuertendo igitur per correlariū, decimæoctauæ quinti elementorum ſicut b a ad a c, ſic d f, ad d e, & quoniam ſicut d f, ad utranque ipſarum d e, e f. ſic a b, ad utrāq; ipſarū a c, c b. Ratio igitur & ipſius a b ad utranque ipſarum a c, c b data eſt.



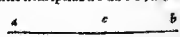
Scholium.

Datarum ſiquidem magnitudinum ratio inuicem datur, æquā enim ipſius d f, ad f e, exhibemus rationem.

Theorema 7 Propoſitio 7

SI data magnitudo in datam rationem diuiſa fuerit, utrunq; ſegmentum datum eſt.

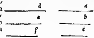
Data enim magnitudo a b, in datam rationem ipſius a c ad c b, diuidatur. Dico quod utrunq; ſegmētum & a c & c b datū eſt: quoniam enim ratio ipſius a c ad c b data eſt, ratio igitur ipſius a b ad utrāque ipſarū a c, c b data eſt. Data eſt a b data igitur utraque ipſarum a c, c b.



Theorema 8 *Propositio* 8

LAndem ad idem rationem datam habentia, & adinuicem rationem datam habebunt.

Habeat siquidē utraq; ipsarū a, c ad b rationē datā. Dico quod & a ad c, rationē habebit datā. Sit inquā, data magnitudo d, & quoniā ratio ipsius a b data est. eadē eidē fiat quæ ipsius d ad e. Data, inquā, est d, data igitur & e. Rursꝰ quoniā ratio ipsius b ad c data est, eadē eidē fiat quæ ipsius e ad f, data est e, data igitur est & f. Est autē & d. data. Ratio igitur ipsius d ad f, est data Et quoniā est sicut d ad e, sic a ad b, & sicut b ad c, sic est e ad f, sed ratio ipsius d ad f, data est, ratio igitur & ipsius a ad c data est.



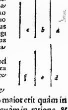
Scholium

Aequa est ratio sicut in 17 diffinitiōe & 22 propositiōe 5 ele. patet.

Theorema 9 *Propositio* 9

SI binæ aut plures magnitudines inuicē rationē habuerint datam, habuerint autē eædē magnitudines inuicē ad alias quasdam magnitudines rationes datas, neque easdem, & ipsæ magnitudines inuicem rationem datam habebunt.

Binæ, inquā, siue plures magnitudines a, b, c adinuicem rationē habeāt datā, habeant aūt ipsæ a, b, c magnitudines ad alias quasdā magnitudines d, e, f, datas rationes, nō aūt easdē. Dico quod & ipsæ d, e, f magnitudines ad inuicē rationē datā habebunt. Quoniā ipsius a ad b, ratio est data, & ipsius a ad d, ratio est data, & ipsius igitur d ad b ratio est data. Sed ipsius b ad e ratio est data, & ipsius igitur d ad e, ratio est data Rursus quoniā ipsius b ad c ratio est data, ipsius autem b ad e, ratio est data & ipsius igitur e ad c ratio data est. Ipsius autem c ad f ratio est data, & ipsius igitur e ad f ratio est data, ipsæ igitur d, e, f, adinuicē rationem datam habent.



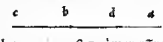
Scholium

Si enim de substantia se habet ostensio quando hoc fuit eadē, uel ratio propositarum ad aliquas contingentes magnitudines eadem, uel quod contingentes rationē habebūt datā, in hoc exerceatur problema.

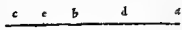
Theorema 10 *Propositio* 10

SI magnitudo magnitudine dato maior fuerit quàm in ratione, & utraque eadem dato maior erit quàm in ratione, & si utraq; eadē dato maior fuerit quàm in ratione, & reliqua eadē uel dato maior est quàm in ratione, uel reliqua cū consequenti ad quā altera rationem habet datam, data est.

Magnitudo, inquā, a b magnitudine b c dato maior esto quàm in ratione, dico quod & utraque a c, eadē c b, dato maior est quàm in ratione. Quoniā enim a b, ipsa b c, dato maior est quàm in ratione auferatur data magnitudo a d. Reliquæ igitur d b, ad b c, per 4 propositionem ratio est data, & cōponēdo per 18 quinti ele. & 5 datorū ipsius d c ad b c, rō data est. & est data a d igitur ipsa d a ipsa c d dato maior est quàm in rōne.



Rursus iam a c, ipsa c b, dato maior esto quàm in ratiōe. Dico quod & reliqua a b, eadē b c, aut dato maior erit quæ in ratione, uel ipsa a b cum consequenti ad eam ad quam ipsa b c, rationem datam habet, data est. Quoniam enim a c, ipsa c b, dato maior est quā in ratione auferatur data magnitudo. Data iam aut ipsa a b minor, aut maior est. Sit prius minor, sitq; a d. reliquæ igitur d c ad c b, ratio per 4 propositionē data est. Distribuendo igitur quod ipsius d b ad b c, ratio data est, per 7 propositionē estq; data ipsa a d. Igitur a b ipsa b c dato maior est q̄ in ratione Sed iam data maior esto ipsa a b, ponaturq; per diffinitionem primam datorum eidem æqualis a e. Ratio



igitur reliquæ e c ad c b data est. Quare & econtra ipsius b c, ad e c, ratio data est, & conuertendo per correlarium 18 quinti elementorum ipsius b c ad. b e, ratio data est, & est e b, cum ipsa b a, data. Tota enim a e, data est. Igitur b a, cum consequenti ad quam b, rationem datam babet, data est.

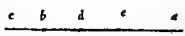
Scholium.

Hoc est componendo maior est quàm in ratione, sicut magnitudo 10 & altera magnitudo 25 data autem sit 5 & utraque 35, & ipsa 10 in ipsa c d, est data quàm in ratione. Auferantur sicut à data cap. 10 ad 20 data sicut nunc in secunda ratione & sicut in diffinitionibus dictum est, sicut magnitudo a b, per hyyothesim 25 magnitudine b c, existente per hypothesim 10 dato maior esto quam in ratione Sitq; data ad 35, si igitur ab ipsa a b, abscindis datũ a d, hoc est 5 reliqua d c 20 ad b c 10 rationẽ babet datã. patuit autem in diffinitionibus, dato enim maior est quàm in ratiõe hoc patet, & manifestum quod & reliqua est, & tota a c, maior est dato quam in ratione. Si enim æqualis extiterit data a b reliqua b c ad eandẽ b c, rursus datã habet rationem, possum siquidẽ eandẽ eidem exhibere sicut in diffinitionibus. Datur siquidem e c. per 4 theorema, & quoniã datur utraque ipsarum c a, a e, & ipsarum adinuicem ratio datur, per primum theorema & ipsius a c ad c e. Sed ipsius a c, ad c b, sic ipsius b c ad c e. Quoniam enim est sicut a d ad d e, sic c d ad d b, & uicissim, per 16 quinti elemẽ. sicut a d ad d c sic e d ad d b. Et cõponẽdo igitur, 18 quinti element. sicut a c ad c d, sic e b. ad d b, & uicissim per 16 quinti element. sicut a c ad e b, sic, c d ad d b: datur autem ipsius a d, ad d b, ratio. Datur igitur & ipsius a c ad e b, ratio. Sed potius cõcisius dicẽdum est sicut unũ antecedentiũ ad unũ sequentiũ, hoc est sicut c d ad d b, sic omnia antecedentia, ad omnia sequentia, hoc est a c ad e b.

Theorema 11 Propositio 11

SI magnitudo magnitudine dato maior fuerit quàm in ratione eadem, & utraque dato maior erit quàm in ratione, & si eadem & utraque dato maior fuerit, quàm in ratione, eadẽ & reliqua dato maior igitur erit quàm in ratione.

Magnitudo enim a b ipsa b c dato maior sit quàm in rõne Dico quod & ipsa a c, dato maior est quam in ratione. Quoniam enim a b ipsa b c, dato maior est quam in ratione auferatur data magnitudo a d. Reliquæ igitur d b ad d c, ratio est data & econtra & componendo per 18 quinti elemen. & 4 datorum. Eadẽ eidem fiat, ipsius a d ad d e. Ratio igitur ipsius a d ad d e data est. Data est, a d, data igitur & d e. Quare per quartã propositionem reliqua e a data est. Est autem totius a c ad totam ratio, quare & ipsius e b ad a c. ratio est data & a e, data est. Igitur b a ipsa a c. dato maior est quam in ratione. Dico quod eadem a b reliqua b c, dato maior est igitur quam in ratione. Quoniam enim ab ipsa a c dato maior est quam in ratione. auferatur data magnitudo a e, reliquæ igitur e b ad a c, ratio data est Quare & ipsius a c hoc est econtra a d. e b, ratio est data. Eadem eidem fiat, ipsius a d ad e d, & ipsius d a igitur ad e d, ratio est data. Et conuertendo per correlariũ 18 quinti ele. ipsius d a ad a e ratio est data, & econtra ipsius e a ad a d ratio est data & data est a e, data igitur & tota a d. Et quoniam tota a c ad totam e b, ratio data est quarum ipsius a d ad d e, ratio data est, erit & per 19 quinti elementorum reliquæ c d ad reliquã d b ratio data Et distribuendo per 7 propositionẽ ipsius c b ad b d, ratio est data. Quare & ipsius d b. ad b c, ratio est data. Ipsa enim d a data est, igitur a b ipsa b c maior est dato, quam minor.



Scholium

Quoniam enim est sicut a c ad e b, sic ablata a h ad ablatam d e, & reliqua igitur c d ad a d reliquam d b est sicut a c ad e b, per 19 quinti elementorum: data autem est ipsius a c ad e b, ratio data igitur & ipsius c d ad d b.

Theorema 12 Propositio 12

SI fuerint tres magnitudines, & prima cum secunda data fuerit, fuerit autem & secunda cum tertia data, prima tertiæ aut est æqualis uel altera dato maior est.

Sint tres magnitudines a b, b c, c d, & a b cum b c, data sit ut a c, At b cum c d, data sit ut d b d b. Dico quod a b ipsi c d, aut est æqualis, uel altera altera dato maior est. Quoniã enim data est utraque ipsarũ a c, b d. Data iam aut sunt æqualia aut inæqualia. Sint primũ æqualia, æqualis igitur est a c ipsi b d, communis auferatur e b, reliqua igitur a b reliquæ c d est æqualis. Non sint autem æqualia, sed esto maior a c, ipsa b d & ipsi b d, exhibeatur æqualis c e, per 2 primi elemen. ipsa b d. data est, data igitur est & c e, est autem & tota a c. data, & reliqua a e, data est. Et quoniam æqualis est e c ipsi b d, communis auferatur b c, reliqua igitur b e, reliquæ c d est æqualis. Est aũt data a e. Igitur a b ipsa c d, dato maior est.

Scholium.

Si autem maior fuerit b d ipsa a c dato a c æquum aũt quod ex b & eadem efficiẽtes demõstrabimus, quod c d ipsa a b dato maior est, hoc enim patuit in prima, uel altera altera dato maior est.

Theorema 13 *Propositio 13*

ſ

I fuerint tres magnitudines, & prima ad secundam rationẽ habuerit datam, secunda uero tertia dato maior fuerit quàm in ratione, & prima tertia dato maior erit quæ in ratione.

Sint tres magnitudines a b, c d, e & ipsa quidem a b. ad c b. rationem habeat datam, at c d ipsa e dato maior sit quam in ratione. Dico quod & a b ipsa e dato maior est quàm in ratione. Nam quoniã c d ipsa e dato maior est quàm in ratione: auferatur data magnitudo c f, Reliquæ igitur d f, ad e ratio data est, & quoniam ipsius a b ad c d, ratio data est, eadẽ eidem fiat quæ ipsius a g ad c f, data. Data est c f, data igitur. & a g & reliquæ g b ad reliquam f d, ratio data est, & ipsius d f ad e. ratio data est. & ipsius g b ad e igitur ratio data est. Est autem data a g. Igitur ipsa e dato maior est quã in ratione.

Scholium.

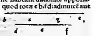
Si enim fuerit sicut totum ad totum, sic ablatum ad ablatum. & reliquũ ad reliquũ erit sicut totum ad totum. sicut patet per 19 quinti elemen. & in diffinitionibus, componitur enim dato quod maior sit quam in ratione.

Theorema 14 *Propositio 14*

ſ

I binæ magnitudines adinuicem rationem datam habuerint, appositaq́; fuerit earum utrique data magnitudo, totæ adinuicem aut rationem datam habebunt, aut altera altera maior est quàm in ratione.

Binæ siquidem magnitudines a b, c d, adinuicẽ rationẽ habeant datam, & apponatur earũ utrique data magnitudo hoc est a e, & c f. Dico quod totæ e b, f d: adinuicẽ aut rationem habent datam, uel altera altera, dato maior est quàm in ratione. Nam quoniam data est utraque ipsarum e a, c f. Ratio igitur ipsius e a ad c f, data est, & siquidem eadem quæ ipsius a b ad c d igitur & totius e b ad totam f d, ratio est data. Non autem sic eadem. Fiatque sicut a b ad c d. sic g a ad c f. Ratio igitur & ipsius g a ad c f, data est. Data aũt est f c, data igitur & g a & ipsius f c ad g a, ratio data est. Et reliqua igitur e g, data est. Estq́; sicut a b ad c d, sic g a ad f c. Ratio igitur ipsius g a ad f c est data. Data autem & f c. Data igitur est & g a. Est autem & ea data. & reliqua igitur e g, data est. Et quoniã sicut a b ad c d, sic g a ad f c, ratio igitur ipsius g b ad f d, data est. Est autẽ data & e g. Igitur e b ipsa f d, maior est dato quàm in ratione.

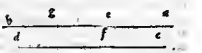


Scholium

Si uero efficiemus sicut a b ad c d, sic a e, ad id quod ex c, sicut in 7 inuenietur f d ipsa e b. dato maior quàm in ratione.

Theorema 15 *Propositio 15*

SI binæ magnitudines adinuicem rationem datam habuerint, & auferatur ab earũ utraq; data magnitudo, reliquæ adinuicẽ aut rationẽ rationem datam habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.



Binæ nanq; magnitudines a b, c d, adinuicē rōnē habeant datā, auferaturq; ab earū utraq; data magnitudo: ab ipsa, in quā, a b ipsa a e, ab ipsa uero c d ipsa c f. Dico quód & reliquæ e b, f d, adinuicē aut rationem habebunt datam, uel altera altera dato maior est quàm in ratione. Nā quoniā utraq; a e, c f, data est, ratio igitur ipsius a e ad c f. data est, per primā propositionē Et siquidem eadem est ei quæ ipsius a b ad c d. erit & reliquæ e b, ad reliquā f d ratio data Non sit autem eadē fiatque sicut a b ad c d, sic a g ad c f. Ratio autē ipsius a b, a d c d, data est Ratio ipsius igitur a g, ad c f data est. Data igitur est & a g. Est aūt & a e, data. Et reliqua igitur e g data est. Et quoniā est sicut a b ad, c d, sic est a g, ad c f. Reliquæ igitur g b. ad reliquā. f d ratio data est. Est autē data e g Igitur e b, ipsa f c. dato maior est quàm in ratione.

Scholium.

Hoc conuersum est quodammodo præcedentis, ostendens, q; si appositæ fuerint datæ magnitudines, eis datam habent rationem, nunc uero auferatur eadem ab eisdem idem ostendit.

Theorema 16 Propositio 16

SI binæ magnitudines inuicem rationem habuerint datam, & sub una earum data magnitudo auferatur, alteri uero earum data magnitudo apposita fuerit, tota dato maior est quàm in ratione.

Binæ siquidem magnitudines a b. c d, rationem habeant datam, & ab ipsa c d. data auferatur magnitudo, ipsi uero a b data apponatur magnitudo f a. Dico quod tota f b tota e d, dato maior est quàm in ratione Nam quoniam ipsius a b ad c d, ratio data est, eadem eidem fiat hoc est ipsius a g ad c e. Igitur ipsius a g ad c e ratio data est. Data autē est c e. data igitur & a g. Est autē & a f data Tota igitur f g, data est per 5 propositionē. Et quoniā est sicut a b ad c d sic est a g ad c e, & reliquæ g b. ad reliquā e d, ratio est data per 19 quinti elemētorum. Et g f data est. Igitur f b ipsa e d dato maior est quam in ratione.

Theorema 17 Propositio 17

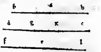
SI fuerint tres magnitudines, & prima secūda dato maior fuerint quàm in ratione, fuerit autem & tertia eadem dato maior quàm in ratione, prima ad tertiam aut datam rationem habebit, uel altera altera dato maior erit quam in ratione.

Sint tres magnitudines a b, c, d e, & utraque ipsarum a b, d e, ipsa c dato maior esto quàm in ratione. Dico quod ipsæ a b, d e, aut adinuicem datam habent rationē, uel altera altera dato maior est quàm in ratiōe. Auferatur data magnitudo d g. Reliquæ igitur g e ad c, ratio est data Id propterea iam & ipsius f b ad c, ratio est data. & ipsius f b ad g e, igitur rō est data, & eis apponuntur datæ magnitudines a f d g. Totæ igitur a b, d e, adinuicem uel rationē habēt datam, uel altera altera dato maior est quàm in ratione.

Theorema 18 Propositio 18

SI fuerint tres magnitudines, una autem earum utraque reliquarum dato maior fuerit quam in ratione, binæ reliquæ adinuicem aut rationem datam habebunt, uel altera altera dato maior erit quam in ratione.

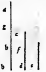
Sint tres magnitudines a b, c d, e f, earum uero una c d, utra que reliquarum a b, e f, dato to maior sit quàm in rône. Dico q ipsa a b, ad e f, aut rationem babet datam, uel altera altera dato maior est quàm in ratione. Nam quoniam c d ipsa a b, dato maior est, quàm in ratione, auferatur data magnitudo c g Reliquæ igitur g d ad a b, ratio est data, eadem eidem fiat quæ ipsius c g ad a b. Ratio igitur ipsius c g ad a h data est. Data autem est c g: data igitur, & a h & totius c d ad totam h b, ratio est data. Rursus quoniam c d ipsa e f, dato maior est quàm in ratione, auferatur data magnitudo c k. Reliquæ igitur k d ad e f ratio data est, eadē eidem exhibeatur quæ ipsius c k ad l e. Ratio igitur & ipsius c k, ad l e, data est. Data autem c k, data igitur & l e, & totius c d ad totum l f ratio est data. Ipsius autem c d ad b b, ratio est data. Et ipsius b b, igitur ad l f. ratio est data. Et ab ipsis datæ auferuntur magnitudines h a. l e Ipsæ igitur a b, e f. aut adinuicem rationē babebūt datam, aut altera altera dato maior erit quàm in ratione.



Theorema 19 Propositio 19

SI fuerint tres magnitudines, & prima secunda dato maior fuerit quàm in ratione, fuerit autem & secunda tertia dato maior quam in ratione, & prima tertia dato maior igitur erit quā in ratione.

Si tres magnitudines a b, c d, e. & a b ipsa c d, dato maior esto quàm in ratione, & c d, ipsa e dato maior esto quàm in ratione. Dico quod & a b ipsa e dato maior est quàm in ratione: nam quoniam c d. ipsa e, dato maior est quàm in ratione. auferatur data magnitudo c f. Reliquæ igitur f d ad e, ratio est data. Rursus quoniam a b ipsa c d, dato maior est quàm in ratione, auferatur data magnitudo a g. Reliquæ igitur g b, ad c d, ratio est data, eadem eidem fiat quæ ipsius g b ad c f. Ratio igitur ipsius g b ad c f data est. Data autem est c f, data igitur est & g h, est autem & g b data, & tota igitur b a, data est. Et quoniā est sicut g b ad c d, sic est, g b, ad c f. & reliquæ b b ad reliquam, f d ratio data est. Ipsius aūt f d. ad e, ratio est data, & ipsius b b. igitur ad e, ratio est data, & data est h a. Igitur b a ipsa e, dato maior est quàm in ratione.

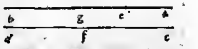


Aliter.

Sint tres magnitudines a b, c. d, & a b ipsa c dato maior sit quàm in ratione. & c ipsa d. dato maior sit quā in ratione Dico quod & a b ipsa d, dato maior est quā in ratione. Quoniā a b ipsa c dato maior est quā in ratione, auferatur data magnitudo a e. Reliquæ igitur e b ad c ratio est data per 4 propositionē. At c ipsa d, dato maior est q̄ in ratiōe, & e b igitur ipsa d, dato maior est quàm in ratione. Auferatur igitur data magnitudo e f. Reliquæ igitur f b ad d, ratio est data per eandem, At a f, data est, & a b igitur ipsa d, dato maior est quàm in ratione.

Theorema 20 Propositio 20

SI fuerint binæ magnitudines datæ ab eisdemq; ablatæ fuerint magnitudines adinuicem rationem datam habentes, reliquæ adinuicē aut datā rōnē habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.



Sint binæ magnitudines datæ a b. c d. & ab ipsis a b, c d auferātur magnitudines a e. c f. rationē adinuicē habētes datā. dico q ipsæ e b, f d. adinuicē rōnē datā habēt, uel altera altera dato maior est q̄ in rōne. Nā quoniā utraq; ipsarū a b, c d. data est. Ratio igitur ipsius a b ad c d. data est, & siquidē eadē est ei quæ ipsius a e, ad c f, erit & reliquæ e b ad reliquā f d, ratio data. Non sit iam eadem, fiatq; sicut e a, ad c f, sic a g, ad c d. Ratio autem ipsius a e ad c f, est data. Ratio igitur ipsius a g ad c d, data est. Data autem c d, data igitur & a g. Est autem & a b recta linea data, & reliqua igi tur g b.data est,& quoniam est sicut a e ad c f,sic est a g ad c d,& reliquæ g e,ad reliquã f d ratio est data.Data autem est g b,igitur e b,ipsa f d,dato maior est quam in ratione.

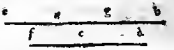
Scholium

Quoniam enim est sicut a e ad c f,sic est a g,ad c d,manifestum quod & reliquæ e g ad reliquam. f d,ratio data per 19 quinti elementorum & in alijs eiusmodi per scholiũ maxime decimi theorematis.

Theorema 21 *Propositio* 21

SI fuerint binæ magnitudines datæ,eisdemq́ appositæ fuerint magnitudines adinuicem rationem datam habentes, totæ adinuicem aut rationem datam habebunt, aut altera altera dato maior erit quàm in ratione.

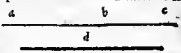
Sint binæ magnitudines datæ a b,c d,apponanturque eisdem magnitudines.e a, c f, rationem babentes datam adinuicem,Dico quod & totæ e b,f d, adinuicem rationem habebunt datã:uel altera dato maior est quàm in ratiõe.Quoniã enim data est utraq; ipsarum a b,c d.Ratio igitur ipsius a b ad c d,per primam propositionem data est & si quidem eadem est ei quæ ipsius a e ad c f erit,& totius e b ad totam f d ratio data est. Si autem nõ fiat sicut a e, ad c f,sic g a ad c d. Ratio igitur ipsius g a,ad c d,data est. Data autẽ est c d,data igitur est & g a Est autem & a b data,& reliqua igitur g b data est.Et quoniam est sicut e a,ad c f,sic est a g, ad c d,& totius e g,ad totam f d,ratio est data.& data est g b,igitur e b,ipsa f d,dato maior est quàm in ratione.



Theorema 22 *Propositio* 22

SI binæ magnitudines ad aliquam magnitudinem rationem datam habuerint, & utraque ad eandem rationem habebit datam.

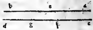
Binæ siquidem magnitudines a b,b c,ad aliquam magnitudinem d rationem habeant datam.Dico quod & utraque a c ad eandem d rationẽ habet datam.Quoniam utraq; ipsarum a b,b c,ad d, rationem habet datam:ratio igitur & ipsius a b ad b c data est.Et componendo per 17 quinti elementorum ipsius a c ad c b,ratio est data:ipsius autem b c ad d ratio est data,& ipsius a c,igitur ad d ratio data est.



Theorema 23 *Propositio* 23

SI totum ad totum rationem habuerit datam, habuerint autem partes ad partes rationes datas,non autem easdem,& omnia ad omnia rationes datas habebunt.

Habeat enim totum a b ad totum,c d,datam rationem, habeant autẽ & a e,e b, partes ad c f,f d,partes datas rationes,nõ autem easdem.Dico quod & omnia ad omnia rationes habebunt datas. Quoniam enim ipsius, a e, ad c f,ratio data est,eadem eidem fiat ipsius a b ad c g. Ratio igitur & ipsius rectæ lineæ a b,ad c g.rectã lineam data est. Erit & reliquæ e b,ad reliquam f g, ratio data.Ipsius aũt e b ad f d,ratio data est. Et ipsius f d ad f g,ratio data est per 18 quinti elemẽtorum,& conuertendo per correlarium eiusdem ipsius f d,ad d g, ratio data est.Et quoniam ratio ipsius b a ad utrunque ipsorum d c,c g,data est,& ipsius d c,igitur ad c g ratio est data,& conuertendo per idem correlarium & ipsius c d,ad d g,ratio est data Sed ipsius d c ad d f,ratio est data,& ipsius c d,igitur ad d f,ratio est data: quare & ipsius c f,ad f d,ratio est data,Sed ipsius quidem c f, ad a e,ratio est data,ipsius autem f d,ad b e ratio est data.Quare omnium ad omnia ratio data est.



Scholium

Receptum siquidem est quod ipsius c f ad f d,ratio data est, ponitur autem & ipsius e b ad f d:

ad f d, ratio data, & ipsius igitur c f, ad e b, ratio est data per 8 propositionē. Rursus quoniam ipsius a e, ad e b, ratio data demonstratur, ponitur autem & ipsius e b, ad f d, ratio data, & ipsius igitur e a, ad f d, ratio est data, per 8 propositionē, & quoniam a e, e b, adinuicem rationem habent datam, & totum a b, ad utrunq; ipsorum a e, e b, rationem habet datam. Quare & similiter & c, ad utranq; ipsarum c f, f d, rationem habet datam. Et quoniam a b, ad c d, rationem habet datam: habet autem & c d, ad utranq; ipsarum c f, f d, rationem datam & a b, igitur ad utranque ipsarum c f, c d, rationem habet datam. Quare omnia ad omnia rationes habēt datas.

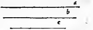
Theorema 24 *Propositio* 14

SI tres rectæ lineæ proportionales fuerint, prima uero ad tertiam rationē habuerit datam, & ad secundā rationē habebit datam.

Sint tres rectæ lineæ ꝓportionales a b c, sicut a ad b, sic b ad c. At a ad c, rationem datam habeat. Dico ꝙ & ad b, rationem habebit datam. extendatur enim data recta linea d, & quoniā ratio ipsius a ad c, data est. Eadem eidem fiat ipsius d ad f. Igitur ipsius d ad f, ratio data est. Data autem est d, data igitur est & f, accipiatur per 13 sexti elementorū ipsorum d f, media proportionalis e. Igitur per 17 eiusdem quod sub d f, æquum est ei quod ex e. Sed quod sub d f, datum est, utraq; enim earum data est. Datum igitur & quod ex e. Est autem & d data. Ratio igitur ipsius d ad e, data est. Et quoniam est sicut a ad c, sic est d ad f. Sed sicut a ad c, sic quod ex a ad id quod sub a c, sicut autē d ad f, sic quod ex d ad id quod sub d f. Sicut igitur quod ex a, ad id quod sub a c, sic quod ex d, ad id quod sub d f. Sed ei quidem quod sub a c, æquum est id quod ex b per 17 sexti element. ipsæ a b c, sunt proportionales. Ei autē quod sub d f, æquū est id quod ex e per eandem. Sicut igitur id quod ex a, ad id quod ex b, sic quod ex d, ad id quod ex e, & sicut igitur a ad b, sic d ad e. Ratio autem ipsius d ad e data est. Ratio igitur ipsius a ad b data est.

Aliter idem.

Quoniam ratio ipsius a ad c data est, sicut autem a ad c, sic quod ex a ad id quod sub a c. Ratio igitur ipsius a ad id quod sub a c data est. Ei autem quod sub a c æquum est id quod ex b. Ratio igitur eius quod ex a, ad id quod ex b data est. Quare & ipsius a ad b, ratio data est: utriq; siquidem ipsarū a b, æquas exhibuimus in proprio cuilibet quadrato.



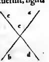
Scholium.

Quoniam didicimus in diffinitiōibus, rectilineas figuras specie dari, quarum anguli dati sunt, & laterū rationes adinuicem sunt datæ, si efficimus parallelogrammū a b c d, rectangulum æquum habens d, ipsis a b. habemus siquidem angulorum unumquenq; datum, quoniam recti sunt, omnis enim rectus angulus datur, rectus siquidem à recto non differt, sicut patet per quartum postulatum, & manifestum quod rationes laterū sunt datæ. Ratio siquidem ipsius a b, ad b c, datur. Quoniam & ipsius d ad f, ratio datur, ac per hoc quod sub d f, datur.

Theorema 25 *Propositio* 25

SI binæ rectæ lineæ positione datæ sese inuicem secuerint, signū in quo sese inuicem dispescunt positione datur.

Binæ, inquam, lineæ positione datæ a b, c d, sese inuicem secent in e, dico quod datum est e, signum. Si autem non intercidet e, signū: intercidet igitur & unius ipsarū a b, c d, positio, non intercidit autem. Datum igitur est signum e.



Theorema 26 *Propositio* 26

SI rectæ lineæ fines fuerint dati positione, datur ipsa recta linea positione & magnitudine.

Rectæ siquidem lineæ a b fines a b dati sint positione. Dico quod ipsa a b positiōe & magnitudine datur. Si enim manēte a intercidet ipsius a b rectæ lineæ aut positio, aut magnitudo intercidet & b signum, nõ intercidit autem. Datur igitur a b, recta linea positione & magnitudine.

Theorema 27 Propositio 27

SI rectæ lineæ positione & magnitudine datæ unum extremum datum fuerit, & alterum dabitur,

Rectæ siquidem lineæ a b positione & magnitudine datæ unum extremum a datum sit. Dico quod & b datum est. Si enim manente a signo intercidit signum b, incidit igitur & ipsius a b rectæ lineæ aut positio aut magnitudo, non intercidit autem. Datum igitur est b signum, & centro a, interuallo uero a b, per tertiũ postulatum circunferentia describatur c b d, positione igitur est ipsa c b d, positiõe autem & ipsa a b, recta linea. Datum igitur est & b signum.

Scholium.

Siquidẽ enim b signũ aut introrsum aut exterius intercidit, igitur recta linea magnitudine data non est, si autem intercidit, aut supra aut infra nec positione data est igitur.

Theorema 28 Propositio 28

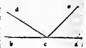
SI per datum signum ad positione datam rectam lineam linea acta fuerit datur quæ acta est positione.

Per siquidem datum signum a ad positione datam rectam lineam b c, recta linea agatur d a e. Dico quod ipsa d a e, positione datur. si autem non manente signo a intercidit ipsius d a e, positio permanente b c parallelo. Intercidat, & esto f a g, parallelus igitur est c b ipsi f a g, sed b c ipsi d a e, est parallel9, & d a e igitur ipsi f a g parallelus est. Sed est coincidens quod est absurdum. Ipsius igitur d a e, positio non intercidit, positione igitur est ipsa d a e.

Theorema 29 Propositio 29

SI additione data recta linea fuerit, ad signumque in ea datum recta linea acta fuerit, datum efficiens angulum, acta positione datur.

Additione siquidẽ recta linea a b, & ad signũ ad eam datum c, recta excitetur linea c d angulum datum efficiens eum qui sub b c d. Dico quod ipsa c d, est positione data. Si autem non manẽte signo c intercidit ipsius c d positio seruans ipsius b c d, anguli magnitudinem. Intercidat & sit c e, æquus igitur est angulus qui sub d c b, ei qui sub e c b, minor maiori quod est absurdum. Nõ intercidit ergo ipsius d c, positio, positione igitur est ipsa c d.



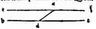
Theorema 30 Propositio 30

f SIà dato signo in positione datam rectam lineam, linea acta fuerit datum efficiens angulum acta positione datur.

A dato enim signo a in positione datam rectam lineam b c. recta agatur linea a d. datũ efficiens angulum sub a d c. Dico quod positione est ipsa a d, Si autem non, manẽte a signo intercidit ipsius a d. positio, seruãs ipsius a d c anguli magnitudinem. intercidat & esto a f. Aequus igitur est qui sub a d c angulus ei qui sub a f c maior minori, quod est alienũ. Non intercidit igitur ipsius a d, positio, positione igitur est ipsa a d.

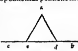
Aliter idem.

Excitetur per 31 primi elemen. ab a signo ipsi b d c, rectæ lineæ parallelus e a f. Quoniam igitur per datum signum a ad positione datã rectam lineam b d c, recta linea acta est e a f, igitur per 28 propositionem ipsa e a f. positione datur, & quoniam parallelus est e a f, ipsi b d c, & in eas incidit d a: æqualis igitur est per 29 primi elementorum angulus e a d angulo a d c. Datus igitur est & qui sub e a d. Quoniam igitur additione data recta linea e a f, & ad signum in ea datũ à recta excitatur linea à d, datum efficiens angulũ, igitur per uigesimãnonã propositionẽ positione est ipsa a d. Assumatur in ipsa b c, datum signum e & per e signũ ipsi a d, per 31 primi elementorum parallelus excitetur e f. quoniam parallelus est f e, ipsi a d, & in eas incidit b e d. Aequus igitur est per 29 primi elementorum qui sub f e d, angulus ei qui sub a d c. Datus igitur est & qui sub f e c, Quoniam igitur additione data recta linea b c & ad datũ in ea signum e linea excitata est e f, datum efficiens angulũ f e c, igitur per 29 propositionem positione data est ipsa e f. Quoniam per datũ signum a ad positionẽ datam rectam lineã d c linea excitatur a d igitur per 28 propositionem positione est ipsa a d.



Aliter.

Assumatur in b c, contingens signum e. cõnectaturque e a, quoniam a signum: datum est igitur per 26 propositionem ipsa a e positione data est, positione autem & b c. Quoniam enim utraque ipsarũ a e, b c, rectarũ linearũ positiõe datur. Datur qui sub a e d, angulus magnitudine, sicut in diffinitionibus, possumus enim eidem æquum exhibere. Datus igitur est qui sub a e d angulus, est aũt & qui sub a d e angulus datus, & reliquus igitur qui e a d, datus est Quoniã igitur additione data recta linea e a & ad signũ in ea a, recta excitatur linea a d datum efficiens angulum eũ qui sub a e d, positione igitur est per 29 propositionem ipsa a d.



Theorema 31 Propositio 31

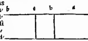
SI à dato signo in positiõe datam rectam lineam, recta linea proiecta fuerit data magnitudine, datur etiam positione.

A dato enim signo a in positiõe datam rectam lineam b c recta excitetur linea d a. data magnitudine. Dico quod etiam põsitione datur. Centro siquidem a interuallo uero a d. per 3 postulatũ circulus describatur e d f, positiõe igitur est. per 6 diffinitionẽ ipse circulus d f. Datur siquidem a cẽtrũ positione, & quæ ex centro a d magnitudine, positione autẽ & b c. recta linea. Si uero binæ lineæ positiõe datæ sese inuicem secuerint, datur per 25 propositionem signum in quo sedispescũt positione. Est autem & a datum, igitur per 26 propositionẽ positione datur ipsa a d.

Theorema 32 Propositio 32

SI in parallelas positione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, datos efficiens angulos, acta magnitudine datur.

In parallellas enim positiõe datas rectas lineas a b c d, recta agatur linea e f, datos efficiens angulos sub b e f, & e f d. Dico quod ipsa e f, magnitudine datur. Assumatur enim in c d, datum signum g, & per g ipsi e f, per 31 primi elemento. parallelus excitetur g h. Quoniam igitur parallelus est g b ipsi f e, & in eas recta cecidit linea c d, æquus est igitur per 29 primi elementorum angulus e f d, angulo h g d. Datus autem est qui sub e f d

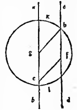


datus igitur est & qui sub h g d. Quoniam igitur additiõe data recta linea c d, & ad in eã datum signum g recta linea excitatur g h datum efficiens angulũ h g f. igitur per 29 propositionem ipsa g h positione datur, positione autem & a b. Datum igitur est h signum, est autem & g. Data igitur est g h, magnitudine per 26 propositionem, & ipsi e f est æqualis. Data igitur est e f magnitudine.

Theorema 55 *Propositio 55*

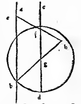
Si in parallelos positione datas rectas lineas recta linea acta fuerit magnitudine data, angulos efficiet datos.

Si in parallelos enim positione datas rectas lineas a b, c d, recta linea excitetur e f magnitudine data. Dico quod angulos datos efficiet sub b e f, e f d, assumatur enim in ipsa a b datum signũ g & per g ipsi e f, per 31 primi ele. parallelus excitetur g h, æqualis igitur est e f ipsi g h. Data autem est e f magnitudine. Data igitur est & g h. Estq; g datũ. Cẽtro igitur g, interuallo uero g h. circulus descriptus erit positiõe. Describatur sitq; k h l, positiõe igitur est circulus k h l, positiõe aũt & c d, datũ igitur & h signum, est aũt & g datum positione, igitur est ipsa g h. per 26 propositionem, positiõe autem & c d. Datus igitur est qui sub g h d angulus & ei est æquus qui sub e f d. Datus igitur est & qui sub e f d, & reliquus igitur qui sub f e b, datus est.



Aliter.

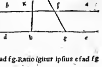
Assumatur in c d datum signum g ponaturq; per 2 primi elemen. ipsi e f, æqualis g d, & centro quidem g spacio uero g d, per 3 postulatum circulus describatur d b, positiõe igitur est ipse b d circulus. Datur siquidem eius cẽtrũ positione & quæ ex centro magnitudine, positione autem & a b. Datum igitur est b signum, est autem & g datum positione igitur est ipsa b g, per 26 propositionem, positiõe autem & c d. Datus igitur est qui sub b g d angulus. Et siquidem parallelus est e f, ipsi g b erit, & qui sub e f g, angulus datus: quare & reliquus qui sub f e b angulus datus est. Si autem non concurrunt ipsæ e f. b g in h. Quoniam æqualis est e f ipsi d g hoc est ipsi g b & parallelus est e b ipsi f g, æqualis igitur est f h ipsi h g. Quare & angulus qui sub h g f, ei qui sub h f g est æqualis. Datus autẽ qui sub h g f. Datus igitur & qui sub g f h, quare & consequens qui sub g f e, datus est, & reliquus qui sub f e b, datus est.



Theorema 54 *Propositio 54*

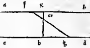
Si in parallelos positione datas rectas lineas à dato signo recta linea acta fuerit, in datam rationem secabitur.

Si in parellelos enim positione datas rectas lineas a b, c d, à dato signo e. recta excitetur linea e f g. Dico quod ratio ipsius e f ad f g, data est, excitetur enim per 12 primi elemento. ab ipso e signo in c d perpendicularis e k h. Quoniam à dato signo e in positione datam rectam lineam c d. recta linea excitata est e h, datum efficiẽs angulum sub e h g. Igitur per 30 propositionem ipsa e h positione datur, positione autem & utraque ipsarum a b. c d. Datum igitur est utrunque ipsorum k h. Est autem & e datum. Data igitur est utraque ipsarum e k, k h. Ratio igitur ipsius e k ad k h, per primã propositionem data est. Estque sicut e k, ad k h sic e f ad f g. Ratio igitur ipsius e f ad f g data est.



Aliter.

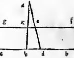
In parallelos siquidem positione datas a b, c d, à dato signo e, recta linea agatur f e g. Dico quod ipsius g e ad e f ratio data est: excitetur siquidem ab e signo per duodecimam primi elementorum in ipsam c d, perpendicularis e h, & extendatur in k. Quoniam à dato signo e, in positione datam rectam lineam c d, recta linea excitatur e h. datũ efficiens angulum qui sub e h g, positione igitur est ipse h e a, positione autem & utraq; ipsarum a b, c d. Datum igitur est utrunque ipsorum h k. signorum, est autem & e datum. Data igitur est utraque ipsarum h e, e k. Ratio igitur ipsius h e ad e k data: sicut autem h e, ad e k, sic g e, ad e f. Ratio igitur & ipsius g e ad e f data est.



Theorema 55 Propositio 55

Si à dato signo in positione datã rectam lineam, recta linea acta fuerit & secta fuerit in datam rationem, & per sectionem ad positionem datam rectã lineam recta linea acta fuerit, datur acta positione.

A dato siquidem signo a in positione datam rectam lineam c b, recta linea agatur a d seceturq; per præcedentem in datam rationem ipsius d e, e a. Exciteturq; per trigesimamprimã primi elemen. per e signum ipsi b c parallelus f e g. Dico quod positione est ipsa f e g. Excitetur enim per duodecimam primi elemẽtorum ab ipso a in ipsam b c, perpendicularis a h. quoniã à dato signo a in positiõe datam rectam lineam b c, recta excitatur linea a h. datũ efficiens angulum qui sub a h d, positione igitur est per trigesimamprimam propositionẽ ipsa a h, positione autem & b c. Datum igitur h signum.

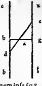


Est autem & a datum. Data igitur est per uigesimamsextam propositionẽ & a h. Et quoniam ratio ipsius d e ad e a, data est: sicut autem d e ad e a, sic h k ad k a. Ratio igitur & ipsius h k ad k a, data est. Componendo igitur per decimamoctauã quinti elementorũ: ratio ipsius h a ad a k, data est, data autem ipsa h a, data igitur & a k Sed & positione, estq; a datum. datum igitur & k. Quoniã igitur per datum signum k, ad positione datam rectam lineam b c, recta linea excitatur f g, positione igitur est & f g.

Theorema 56 Propositio 56

Si à dato signo in positione datam rectam lineam recta linea acta fuerit, proiectáque fuerit eidem aliqua recta linea rationem habens ad eandem datam, ac per proiectæ finem ad positione datam rectam lineã linea acta fuerit, datur acta positione.

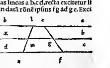
A dato enim signo a in positione datam rectam lineam b c, recta agatur linea a d, & apponatur ipsi a d, ipsa a e, rationem habens ad a d datam, ac per e, per 31 primi elemen. ipsi b c parallelus excitetur f k. Dico quod positione est ipsa f k. excitetur per duodecimam primi elementorum ab ipso a in b c, perpẽdicularis a h, extendaturq; in g Quoniã à dato signo a in positione datam rectam lineam b c. recta excitata est linea a h, datum efficiens angulum a h c, positione igitur datur per 31 propositionem h a g, positione autem & b c. Datum igitur est h signum, est autem & a datum. Data igitur est ipsa a h per 26 propositionem. Et quoniam ratio ipsius d a ad a e, data est, sicut autem d a, e, sic h a, ad a g. Ratio igitur & ipsius h a ad g, data est, data autem h a Data igitur & a g, sed & positione, estq; a datum. datum igitur & g. Quoniam igitur per datum signum g ad positiõe datã rectam lineam b c, recta excitatur linea f g k, positione igitur est per 28 propositionem ipsa f g k.



Theorema 57 Propositio 57

SI in parallelos positiõe datas rectas lineas recta linea acta fuerit, sectaq; fuerit in ratiõe data, ac per sectionẽ ad positiõe datas rectas lineas recta linea acta fuerit, datur acta positione.

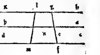
In parallelos enim positiõe datas rectas lineas a b, c d, recta excitetur linea e f. & secetur per 34 propositionẽ in datã rõnẽ ipsius f g ad g e. Excitetur ꝑ 31 primi ele. per g utriq; ipsarũ a b, c d parallelus h k Dico ꝙ positiõe est ipsa h k. Assumatur enim in ipsa a b, datũ signũ l & per 11 primi ele ab ipso l excitetur in c d perpẽdicularis l n. Quoniã à dato signo l in positiõe datã rectã lineam c d, recta linea excitatur l n, datũ efficiẽs angulũ l n d. positiõe igitur per 28 propositionẽ est ipsa l n, positiõe aũt & c d Datum igitur n signũ. Est autẽ & l datũ. Data igitur est ipsa l n per 26 propositionẽ. Et quoniã ratio ipsius f g ad g e data est: sicut autem f g ad g e, sic n m ad m l Ratio igitur ipsius n m ad m l data est. Quare & ipsius n l ad m l componendo per 15 quinti ele ratio data est. Daũta at n l, data igitur & l m, sed & positione, estq; l datum Datum igitur & m Quoniam igitur per datum signũ m ad positione datam rectam lineã c d, recta linea acta est h k, positione igitur est b k, per 28 propositionem.



Theorema 58 Propositio 58

SI in parallelos positione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, proiectaq; fuerit aliqua eidem recta linea rationem habẽs ad eandem datam. Ac per extremum ad positione datas parallelus recta linea acta fuerit acta positione datur.

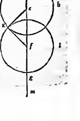
In parallelos positione datas, inquã, lineas a b, c d recta excitetur linea e f, apponaturq; eidẽ aliqua recta linea e g rõnẽ habẽs ad e f. datã a c ꝑ g per 31 primi ele. utriq; ipsarũ a b, c d, rectarũ linearũ recta agatur linea h k. Dico ꝙ positiõe est h k, assumatur enim in a b datũ signũ n excitetur q; per 11 primi ele ab ipso n, in c d perpendicularis n m extendaturque in l. Quoniam a dato signo n in positione datã rectã lineam c d, recta linea c d, recta acta est n m, datũ efficiẽs angulũ n m d. Igitur per 30 propositionem positione data est ipsa l m, positione autem & c d. Datum igitur est m signum, est autem & n datum. Igitur per 26 propositionem positione datur n m. Et quoniã ratio ipsius f e ad e g, data est. Sicut aũt f e ad e g, sic m n ad n l. Ratio igitur & ipsius m n ad n l data est Data autem & n m, data igitur & n l. Sed & positione datum est n, datum igitur est & l Quoniam igitur per datũ signum l ad positione datam rectam lineã a b recta linea acta est h k positione est ipsa h k.



Theorema 59 Propositio 59

SI trianguli unumquodq; latus datum magnitudine fuerit, datur triangulum specie.

Trianguli enim a b c unumquodq; latus esto magnitudine datũ Dico quod & triangulum a b c specie datur, exponatur enim recta linea positione data d m, terminata quidem in d infinita uero in reliquum, ponaturq; per secundam primi elementorum. ipsi quidem a b æqualis d e. Data autem a b, data igitur est & d e Sed & positione, estq; datum ipsum d. datũ igitur & e. Ipsi autem b c æqualis e f data est b c, data igitur & e f, sed & positiõe. datũ est e. datũ igitur est & f. ipsi autem a c æqualis f g. Data est a c. Data igitur & f g sed & positione. Est autem datum f. datum igitur & g & centro quidem e, interuallo autem e d, per tertium postulatum circulus describitur d K h. positione igitur est ipse d K h. circulus per 6 diffinitionem



nem datorum. Rursus centro quidem f interuallo uero f g, per idem postulatum circulus describatur g k l, positione igitur est ipse g k l circulus per eãdem diffinitionem, positione autem & circulus d k b. Datum igitur est & k, signum est autem & utrunque ipsorum e f datum. Data igitur est unaqueq; ipsarũ k e, e f, f k positione & magnitudine. Datur igitur k e f triangulum specie, & æquum ac simile est ipsi a b c. Datur igitur a b c triãgulum specie.

Scholium.

Quoniam igitur datæ sunt ipsæ k e, e f earum adinuicem ratio data est per primũ theorema datorum, similiter autem & ipsarum e f. f k ratio data est, estque ipsarum f k, k e ratio data. Rursus quoniam ipsæ k e, e f, datæ sunt positione, eundem igitur semper locũ obtinent, ac per hoc qui sub k e f magnitudine datur, similiter autem & qui sub e f k. datur magnitudine, & insuper qui sub f k e, datur magnitudine.

Theorema 40 *Propositio 40*

SI trianguli unusquisque angulus datus fuerit magnitudine, datur triangulum specie.

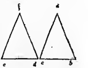
Trianguli enim a b c unusquisque angulus datus sit magnitudine. Dico quod a b c triangulum specie datur, exponatur enim positione & magnitudine data recta linea d e. & construatur ad d e. ad signa que in ea d e, per uigesimamtertiã primi elemen. ei qui sub c b a. angulo æquus rectilineus angulus qui sub e d f, ei aũt qui sub b c a, æquus qui sub d e f. Reliquus igitur qui sub b a c, reliquo ei qui sub d f e, est æqualis. Datus autem unusquisq; eorũ qui ad a b c signa. Datus igitur & unusquisque eorum qui ad d e f. Quoniã igitur additione data recta linea d e, & ad signum in ea datũ d recta excitatur linea d f, datum efficiens angulum d. Igitur per 29 propositionem d f positione est, idque proppterea iam & e, f positione est. Datum igitur est f signum. est autem & utrũq; ipsorum d e datum. Data igitur est unaquæq; ipsarũ d f, d e, e f, positiõe & magnitudine, datum igitur d f e triãgulum specie, & simile est ipsi a b c triangulo. Datur igitur & a b c triangulũ specie.

Scholium.

Quoniam igitur datur utraque ipsarum d e, e f, datur & earum adinuicem ratio per primum theorema. Similiter iam & ipsarum e f, f d, ratio datur, & insuper ipsorum f d, d e, datur ratio. Insuper & unusquisque ipsorum d e f angulorũ datus est magnitudine. Datur igitur d e f triangulum specie sicut in diffinitionibus.

Theorema 41 *Propositio 41*

SI triangulum unum angulum datum habuerit, circum uero datum angulum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triãgulum specie.



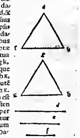
Habeat enim triangulum a b c, unum angulum datũ eũ qui sub b a c, circum uero b a c, latera b a, a c. adinuicem rationem babeant datam. Dico quod a b c, triangulum species datur. Exponatur enim in positione data recta linea d f, constituatur que per uigesimamtertiã primi elementorum ad ipsam d f, rectam lineã, ad signũq; in ea f, ei qui sub b a c angulo æqualis angulus qui sub d f e. Datus autem qui sub b a c, datus igitur & qui sub d f e. Quoniam igitur additione data recta linea d f, & ad signũ datum in ea f, recta linea acta est f e, datum efficiens angulum d f e Igitur per 29 propositionem ipsa f e positione est. Et quoniam ratio ipsius b a ad a c data est, eadem eidem fiat, quæ ipsius d f ad f e, & connectatur, d e. Ratio igitur & ipsius d f ad f e data est. Data autem d f, data igitur & f e. Sed & positione. & f datum est, datum igitur & e, est autem & utrumque ipsorum d f, datum. Data igitur est unaquæque ipsarum d f, f e, d e, positione &

magnitudine datur igitur d f e triangulum specie. Et quoniam bina triangula a b c, d e f unum angulum uni angulo æquum habent eum scilicet qui sub b a c, ei qui sub d f e, ea uero quæ circum eos qui sub b a c, d f e, angulos latera proportionalia, simile igitur est & æquale per primam diffinitionem & 6 propositionem sexti elementorum triangulũ a b c ipsi d e f triangulo. Datur autem d f e, specie, datur igitur & a b c triangulum specie

Theorema 42 Propositio 42

SI trianguli latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum specie.

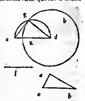
Triãguli enim a b c, latera adinuicem rationem habeant datam. Dico quod ipsum a b c, triangulũ datur specie: exponatur enim data magnitudine recta linea d, & quoniã ratio ipsius a b, ad b c data est. Eadem eidem fiat ipsius d ad e. Data autem d. Data igitur & e. Rursus quoniã ratio ipsius b c, ad a b data est, eadem eidem fiat ipsius e ad f. Data autẽ e data igitur & f, & ex tribus rectis lineis quæ æquales sunt tribus datis d e f, quarum binæ reliqua quomodocunque assumptæ sunt maiores, per 22 primi elementorum triangulum constituatur g h k. Quoniam æqualis est d ipsi g h, & e ipsi h k & f ipsi g k, Data autem unaquæque ipsarum d e f. Data igitur & unaquæque ipsarum g h, h k, k g magnitudine. Datur igitur triangulũ g h k, specie, & quoniam est sicut a b ad b c, sic est d ad e. Aequalis autẽ est d ipsi g h, & e ipsi h k: est igitur sicut a b ad b c, sic g h ad h k. Rursus quoniam est sicut b c ad c a sic e ad f. Aequalis autem est e ipsi h k: & f ipsi g k. Est igitur sicut b c ad c a sic h k ad k g. Ostensum autem est sicut a b ad b c, sic g h ad h k, ex æquali igitur per 22 quinti elemẽtorum sicut b a ad a c, sic g h ad g k. Simile igitur est per primam diffinitionem 6 elementorum a b c triangulum ipsi g h k triangulo. Datur autem g h k triangulum specie. Datur igitur & a b c triangulum specie.



Theorema 43 Propositio 43

SI trianguli rectanguli circa unum acutorum angulorum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum specie.

Trianguli enim rectanguli a b c, rectum habentis eum qui sub b a c, angulum, circa unum acutorum eiusdem angulorũ qui sub a b c latera c b, b a, adinuicem rationem habeãt datam. Dico quod ipsum a b c, triangulum datur specie. Exponatur enim positione & magnitudine data recta linea d e. Describaturq; super d e semicirculus d g e, positione igitur est d g e semicirculus, & quoniam ratio ipsius c b ad b a data est, eadem eidem fiat ipsius d e ad f. Ratio igitur ipsius d e ad f data est Data autem d e, data igitur & f & quoniam maior est c b ipsa b a, maior igitur est & e d, ipsa f. Congruat ipsi f per primam quarti elementorum, d g, connectaturque g e & centro quidem d, interuallo autem d g, per tertium postulatum circulus describatur h g k, positione igitur est circulus h g k. Datur enim ipsius centrũ positiõe, & quæ ex centro magnitudine, positione autem & d g e, semicirculus datũ igitur est & g signum, est autem utrunque ipsorum d e, datum. Data igitur est, per uigesimamsextam propositionem unaquæque ipsarum g d, d e, e g, positione & magnitudine. Datur igitur triangulum g d e specie. Quoniam igitur bina triangula sunt a b c, d e g unum angulum uni angulo æquum habentia. eum scilicet qui sub b a c, ei qui sub d g e. Circum uero alios angulos qui sub c b a, e d g. latera proportionalia. Reliquorum autem qui sub b c a, d e g, utrumque simul minorem recto. Simile igitur est per septimam sexti elemen. triãgulum a b c ipsi d e g, triãgu



io. Datur autem d e g, triangulum specie, datur igitur & a b c, triangulum specie.

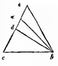
Scholium.

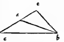
Quoniam enim ponitur d e, positione & magnitudine data, manifestum quod si circulus bifariam secetur est centrum circuli positione Dimidia uero, hoc est quæ ex centro datur positione & magnitudine sicut & circulus, per diffinitionem.

Theorema 44 Propositio 44.

SI triangulum unum habuerit angulum datum, circum autem alium angulum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum specie.

Sit triangulum a b c unum habens angulum datum eum qui sub b a c, circum autẽ alium angulum eum qui sub a b c latera a b, b c, rationem habeant adinuicem datam. Dico quod triangulum a b c, specie datur. Nõ sit autem qui sub b a c, angulus rectus. Sed sit prius acutus. Exciteturq́ per 12 primi elemento. ab ipso b signo in ipsam a c perpendicularis b d. Quoniã angulus b d a, datus est, est aũt & qui sub b a d, datus, & reliquus igitur qui sub a b d, datus est. Datur igitur triangulum a b d, specie. Ratio igitur ipsius b a ad b d data est, sed ipsius a b ad b c, ratio data est, & ipsius b d igitur ad b c, ratio data est. Rectus autẽ est qui sub b d c. Datur igitur triangulum b d c, specie. Datus igitur est qui sub b c d angulus. Est autem & qui sub b a c, datus, & reliquus igitur qui sub a b c. datus est. Datur igitur & a b c, triangulum specie. Sed iam esto qui sub b a c angulus obtusus, extẽdaturq́ c a in e. Exciteturq́ per 12 primi elementorum ab ipso b signo in ipsam a e perpẽdicularis b e. Quoniam angulus b a c datus est, & consequẽs igitur qui sub b a e, datus est. Datur igitur triangulum e b a, specie Ratio igitur ipsius e b ad b a, data est, ipsius autem a b ad b c, ratio data est, & ipsius igitur e b ad b c ratio est data. Et qui sub b e c, rectus est angulus. Datur igitur triãgulum e b c specie. Datus igitur est qui sub b c e, est autem & qui sub b a c, angulus datus, & reliquus igitur qui sub a b c angulus datus est. Datur igitur triangulum a b c, specie.

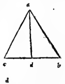




Theorema 45 Propositio 45

SI triangulum unum habuerint angulum datum, circũ uero datũ angulum latera utraque sicut unum ad reliquum rationem habuerint datam, datur triangulum specie.

Esto triãgulum a b c, unum habens angulum datum qui sub b a c, at quæ circum b a c, angulũ latera utraque hoc est b a c tanquam unum ad c b rationem habeãt datam. Dico quod a b c, triangulum specie datur. secetur per tertiam primi elementorum angulus b a c, bifariam a recta linea a d. Datus igitur est qui sub b a d, angulus, & quoniã est sicut b a ad a c, sic b d ad d c, uicissim etiam per 16 quinti elementorum, sicut a b ad b d, sic a c ad c d. Ratio utriusque b a c ad b c, data est. Ratio igitur ipsius b a ad b d, data est, Estq́ datus qui sub b a d angulus. Datur igitur a b d triangulum specie. Datus igitur est qui sub a b d, angulus, est autem & qui sub b a c, angulus datus, & reliquus igitur qui sub a c b datus est. Datur igitur triangulum a b c specie.

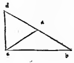


Scholium.

Sicut enim unum antecedentium ad unũ sequentium sic omnia antecedentia ad omnia sequentia per 12 quinti elementorum.

Aliter

Extendatur b a in rectas lineas in d, & ipsi a c, ponatur æqualis a d & connectatur d c. Etenim ipsius b d ad b c. ratio data est. Et qui sub a d c, datus est, dimidius siquidẽ eius qui sub b a c. Datur igitur triangulũ b c d specie. Da



tus

tus igitur est qui sub a b c,angulus est autem qui sub b a c,datus,& reliquus qui sub a c b datus est. Datur igitur a b c,triangulum specie.

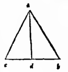
Scholium

Quoniam enim angulus qui ad a datus est,& qui ad a eis qui ad d c,angulis exterior bi nis interioribus est æqualis,& opposito per 32 pri elemen. & anguli d b,quare & anguli a c,dati sunt.

Theorema 46 Propositio 45

SI triangulum unum habuerit angulum datum,circum uero aliũ angulum latera utraque sicut unum ad reliquum rationem datam habuerint,datur triangulum specie.

Esto triangulum a b c,unum habens angulum datum qui sub a b c,circulum uero alium angulum b a c,latera utraq; hoc est b a c ad b c,rationem habeant datam. Dico quod ipsum a b c,triangulum specie datur. Secetur enim per 9 primi elementorũ angulus b a c.bifariã à recta linea a d. Est igitur utrũque b a c ad c b.sicut a b ad b d. Ratio autem utriusque b a c ad c b data est. Ratio igitur & ipsius a b ad b d, data est. Estq; datus qui sub a b d,angulus. Datur igitur triangulũ specie. Datus igitur est qui sub a b d,angulus,est autem duplus eius qui sub b a c. Datus igitur est & qui sub b a c. Est autẽ & qui sub a b c,datus,& reliquus igitur qui sub a c b datus est. Datur igitur a b c triangulũ specie.



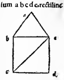
Aliter

Ponatur ipsi c a,æqualis d a,& connectatur d c. Quoniã ratio utriusque b a c ad c b data est. Aequalis autem est c a ipsi a d. Ratio igitur & ipsius d b ad,b c data est. Et qui sub d b c angulus datus est. Datur igitur triãgulũ d b c specie. Datus igitur est qui sub b d c angulus. Et eius est duplus qui sub b a c. Qui sub b a c,angulus igitur datus est. Datur igitur a b c triangulum specie.

Theorema 47 Propositio 47

DAta rectilinea specie,in data triangula specie diuiduntur.

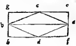
Esto datum rectilineum specie a b c d e, Dico quod ipsum a b c d e,rectilineum in data triangula specie diuiditur. Connectantur enim a e,e c Quoniam rectilineũ a b c d e. specie datur. Igitur angulus q sub b a e,datus est,& ratio data est. Quoniam igitur angulus b a e,datus est,& ratio ipsius b a ad e a,data est. Datur igitur triangulũ b a e specie Datus igitur est qui sub a b e,angulus. Est autem & totus qui sub a b c angulus datus. & reliquus igitur qui sub e b c datus est Estq; ratio ipsius a b ad b e data,ipsius autem a b ad b c,ratio data est, & ipsius igitur e b ad b c,ratio data est,& datus est qui sub c b e angulus. Datur igitur b c e triangulum specie. Ac per hoc iam & c d e,trianguliũ specie datur Data igitur rectilinea specie in data triangula specie diuiduntur.



Theorema 48 Propositio 48

SI ab eadem recta linea descripta fuerint triangula specie data adinuicem rationem habebunt datam.

Ab eadem enim recta linea a b bina triangula specie data describantur a b c,& a b d Dico quod ratio ipsius a b c ad a b d.data est Excitentur per undecimam primi elementorum ab ipsis a b ,signis ipsi a b, rectæ lineæ ad angulos rectos a e, b g. Extendanturq; in f h, ac per c d signa per 31 primi elementorum ipsi a b parallelі excitẽtur e c,d b. Quoniam datur a b c,triangulũ specie. Ratio ipsius a c ad

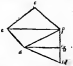


b a,data est. Quoniam igitur angulus qui sub c a b,datus est,est autẽ & qui sub e a b,datus. Reliquus igitur qui sub e a c,datus est,datur igitur triãgulũ a e c specie. Ratio igitur ipsius e a ad a c,data est,ipsius autem c a ad a b,ratio est data & ipsius e a ad a c igitur ratio data est. Idque propterea & ipsius f a, ad a b ratio est data, estque sicut a e, ad a f,sic b g ad b h. Quare & ipsius b g ad b h ratio est data. Est quæ ipsius quidẽ a g,dimidium triangulũ a b c,per 41 ptimi ele. Ipsius autem a h, per eandem dimidium est triangulum a b d,& ipsius igitur a b c ad a d b,ratio est data.

Theorema 49 Propositio 49

SI ab eadem recta linea bina rectilinea utcunque data specie descripta fuerint,adinuicem rationem datam habebunt.

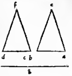
Ab eadem enim recta linea a b,bina rectilinea utcunque specie data describantur a e c f b & a d b Dico ꝙ ratio ipsius a e c f b, ad a d b. est data. Connectantur a f,f e. Datur igitur unumquodꝗ ipsorũ e c f,e f a,f a b,triãgulorum specie. Et quoniam ab eadem recta linea e f,bina triangula specie data e f c,& e f a,describũtur. Ratio igitur ipsius c f e ad f e a, data est per præcedentem.& componendo igitur per 18 quinti elemẽtorum ratio ipsius c e a f data est. Ipsius autem f e a ad f a b,ratio est data. Quoniam ab eadem recta linea a f,describitur. Et ipsius f c e,e a f,igitur & a f b,ratio est data.& componendo igitur per 18 quinti ele,ipsius c e a b f ad b f a, rõ est data. Ipsius autem f b a,ad a d b,ratio est data,& ipsius igitur c e a b f,ad a d b,ratio est data.



Theorema 50 Propositio 50

SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationẽ habuerint datam,& ab ipsis rectilinea similia,similiterꝗ descripta adinuicem rationem datam habebunt.

Binæ siquidẽ rectæ lineæ a b,c d,adinuicẽ rõnẽ habeant datã, describãturꝗ ab ipsis a b,c d, similia similiterꝗ posita rectilinea e f. Dico ꝙ earũ ratio data est. Assumatur enim ipsis a b,c d,per 11 sexti elementorum tertia proportionalis g. Est igitur sicut a b ad c d sic c d ad g Ratio autem ipsius a b ad c d data, ratio igitur & ipsius c d ad g data. Quare & ipsius a b ad g ratio est data. Sicut autẽ a b ad g,sic e ad f. Ratio igitur ipsius e ad f data est.

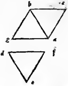


Scholium.

Quoniam enim ipsius a b ad c d,ratio est data,est autem & ipsius c d ad g,ratio data, manifestum est quod & composita ex binis datis rationibus ratio data est,uel & per octauum theorema quod & melius est.

Theorema 51 Propositio 51

SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datam,& ab ipsis rectilinea utcunque descripta specie data rationẽ adinuicem datam habebunt.



Binæ enim rectæ lineæ a b,c d,adinuicem rationem habeant datam,describanturque ab ipsis a b,b c. rectilinea utcunque specie data e f Dicoque,& ipsius e ad f ratio est data. Describatur enim per uigesimãquintã sexti elemento. ab ipsa a b ipsi f,simile similiterꝗ positum rectilineum a g b. Datur autem f specie,datur igitur & a g b specie. Sed & e,spe

cie

cie datur & ab eadem describitur recta linea a b. Ratio igitur ipsius e ad a g b, data est. Et quoniam ratio ipsius a b ad c d, data est. Describunturq; ab ipsis a b, c d, similia similiterq; posita a b g, f ratio igitur ipsius a g b. ad f data est. Ipsius aũt a g b, ad e, ratio est data. Et ipsius igitur e ad f, ratio est data.

Theorema 52 Propositio 52

SI à data recta linea magnitudine data specie species descripta fuerit datur quæ descripta est magnitudine.

A data enim recta linea magnitudine a b data specie species describatur a c d e b, dico quod a c, d e b, datur magnitudine. Describatur enim ab ipsa a b, per 46 primi elemen. quadratũ a f Datur igitur a f, specie & magnitudine. & quoniam ab eadem recta linea a b, bina rectilinea describuntur specie data a c d e b, & a f, igitur per 49 propositionem ipsius a c d e b ad a f, ratio data est. Datur igitur & ipsum a c d e b, magnitudine.

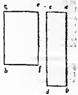
Scholium.

Omne enim quadratũ datum est specie quandoquidem ipsius anguli dãtur, omnes enim sunt recti. & rationes quoque laterũ, omnia enim sunt æqualia. & enim non solum inæqualium est ratio. sed & æqualium. Et quoniam exponitur quadratum: describitur enim possum & eidẽ exhibere idem, ac per hoc datur & magnitudine idem quadratum & eius unumquodq; latus.

Theorema 53 Propositio 53

SI binæ species specie datæ fuerint, & unum latus unius ad unum latus alterius rationem datam habuerit, & reliqua latera ad reliqua latera rationem datam habebunt.

Sint binæ species specie datæ, a d. e h. ratio aũt ipsius b d ad f h, esto data. Dico quod & reliquorũ laterũ ad reliqua latera ratio est data. Nã quoniã ipsius d b ad f b, ratio est data, ipsius aũt d b ad b a. ratio est data, & ipsius igitur d b ad f h, ratio data est, ipsius aũt f h, ad f e. ratio est data, & ipsius a b. igitur ad e f, ratio est data. Idq; propterea iam & reliquorũ laterũ ad reliqua latera ratio est data.



Scholium

Ostensum est in scholio 20 propositionis quod si a ad b, rationem habet datam: fuerit autẽ & c, datũ, & fiat sicut a ad b sic c ad aliud quid ut puta d, non tamen & uicissim rationẽ habebunt datam, quoniã & hic non per uices est eorum rationem datam inuenire, sed aliter sicut nunc.

Theorema 54 Propositio 54

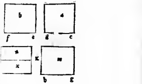
SI binæ species specie datæ adinuicẽ rationem datam habuerint, & eorum latera adinuicem rationem habebũt datam.

Binæ, inquã, species specie datæ a b adinuicem rationem habeant datam. Dico quod & eorũ latera adinuicem rationẽ habẽt datam. Ipsum enim a ipsi b aut est simile, aut non, sit prius simile. Accipiaturq; per 11 quinti ele. ipsorum c d, e f. tertia proportionalis g: est igitur sicut c d ad g, sic est a ad b. Ipsius autem a ad b ratio data est Ratio quoque igitur c d ad g data est, & sunt c d, e f, g, proportiõales, & ipsius, c d igitur ad e f, ratio est data. Simileq; est a ipsi b, & reliqua igitur latera ad reliqua latera per præcedentem rationẽ datam habebunt. Non sit autem simile a ipsi b & describatur a b, e f, per 25 sexti elementorum ipsi a, simile similiterq; positum e h, datur igitur & e h, specie,

ſpecie. Datur autem & b. Ratio igitur ipſius b ad e h, data eſt. ipſius autem b ad a, ratio eſt data & ipſius a ad e h, igitur ratio eſt data. & ſimile eſt a ipſi e h. Ratio igitur ipſius c d ad e f, data eſt Idque propterea iam & reliquorum laterum ad reliqua latera per præcedentem ratio eſt data.

Aliter.

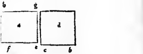
Exponatur recta linea g h, ſĩ d ipſi b, aut eſt ſimile aut nõ. Sit prius ſimile fiatq́ ſicut c d ad e f, ſic g h ad k l. Deſcribantur q́ per 18 ſexti ele. ab ipſis g b, k l ipſis a b, ſimiles ſimiliterq́ poſitæ m, n, ſpẽs. Et quoniã eſt ſicut c d ad e f, ſic eſt g b ad k l. Deſcribunturque ab ipſis c d e f, g h, k l, ſimilia ſimiliterq́ poſita rectilinea a, b, m, n, eſt igitur ſicut a ad b ſic m ad n. Ratio autẽ ipſius a ad b data eſt. Ratio igitur ipſius m ad n data. Datũ autem m per 55 propoſitionẽ, à data ſiquidem magnitudine rectilinea deſcribitur ſpecies. Datum igitur eſt & n. Deſcribatur iam per 46 primi elemen. ex ipſa k l quadratum x. Datur igitur ipſum x ſpecie. Ratio igitur ipſius n ad x data, datũ aũt ipſum n, datum igitur & x. Data igitur eſt k l, eſt aũt & g h data. Rõ igitur ipſius g h ad k l data eſt, eſtq́ ſicut g b ad k l, ſic c d ad e f. Ratio igitur ipſius c d ad e f, data eſt. Simile eſtq́ a ipſi b & latera quoque reliqua ad reliqua latera per præcedentem rationem habebunt datam, non ſit autem ſimile, conſequenter iam priori oſtenditur demonſtratione.



Theorema 55 Propoſitio 55

SI areola ſpecie & magnitudine data fuerit, & eius latera magnitudine data erũt.

Sit areola ſpecie & magnitudine data a. Dico quod & ipſius latera magnitudine data recta ſunt, exponatur ſiquidem poſitione & magnitudine data recta linea b c deſcribaturq́ per 15 ſexti elemen. ex ipſa b c ipſi a ſimile ſimiliterque poſitum d. Datur iam ipſum d ſpecie, datur igitur & d magnitudine. Datur autem & a, ratio igitur ipſius a ad d, data. Simileq́ eſt a ipſi d, ratio igitur ipſius e f ad b c data. Data autem & b c data, igitur & e f. Et ipſius f e ad e g data eſt ratio, data igitur e g Idque propterea iam & unumquodque ipſorum magnitudine datur.



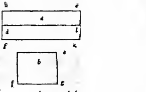
Aliter.

Eſto areola k l m n x, ſpecie data & magnitudine, dico quod & latera eius data ſunt ſpecie. Deſcribatur per 46 primi elementorum, ex m n, quadratum m o. Datur igitur ſpecie. Sed & l n. Ratio igitur ipſius l n ad m o data eſt Data autem l n magnitudine. Data igitur & m c, magnitudine, eſtque quadratum ex m n. Datum igitur eſt quod ex m n. Data igitur eſt m n magnitudine. Idque propterea iam & unumquodque ipſorum m l, l k, k x, x n, data eſt magnitudine.

Theorema 56 Propoſitio 56

SI bina æquiangula parallelogramma, adinuicem rationem habuerint datã, erit ſicut primi latus ad ſecundi latus, ſic reliquum ſecundi latus ad quod alterum primi rationem habet datam, quam parallelogrammum ad parallelogrammum.

Bina enim æquiangula parallelogramma a, b, adinuicem rationem habeant datam. Dico quod eſt ſicut c d ad e f, ſic eſt e g ad id quod ipſa c h rationem habet datam, quã parallelogrammum a ad parallelogrammum b extendatur in rectas lineas ipſi c b, ipſa c k, fiatque ſicut c d ad e f, ſic e g.



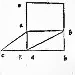
B b. ad c k.

ad c k. Compleatur'q; c l parallelogrammum. Quoniam igitur est sicut c d ad e f, sic e g, ad c k, æqualis autem est c d ipsi k l. Est igitur sicut k l ad e f, sic e g ad c k, circum æquales angulos qui sunt sub c k l, g e f, latera sunt reciproca, æquum igitur est per 14 sexti ele. k d ipsi g f. Et quoniam ratio ipsius a ad b est data, est aũt æquale b ipsi c l. Ratio igitur ipsius h d ad c l data est. At sicut h d ad c l, sic h c ad c k. Et ipsius igitur b c ad c k ratio est data: & quoniam est sicut c d ad e f, sic e g ad c k, at ipsa c h ad c k rationem habet datam. quam area a ad ipsam b: est igitur sicut c d ad e f: sic est e g ad quod h c, rationem habet quam areola a ad areolam b.

Theorema 57 *Propositio 57*

SI datum ad datam comparatum fuerit in angulo dato, datur latitudo excessus.

Datum enim a g ad datam b a, proiectum sit in angulo dato qui sub c a b. Dico quod ipsa c a data est. Describatur per 46 primi ele. ex a b quadratum e b. Datũ igitur est e b excitentur e a, f b, c g ad ipsa d b: & quoniam utrũque ipsorum e b, a g datum est. Ratio igitur ipsius e b ad a g data est, æquum autem est e b ipsi a h. Ratio igitur & ipsius e b ad a b. data est. Quare & ipsius c a ad a d ratio est data, æqualis autem est e a ipsi a b. Ratio igitur ipsius b a ad a d, data est, & quoniam qui sub c a b datus est & qui sub d a b datus est. Reliquus igitur qui sub a c d datus est. Datur igitur triangulũ a c d specie. Rõ igitur ipsius c a ad a d data est, ipsius autem d a ad a b ratio est data, & ipsius c a ad a b, igitur ratio est data, estque data ipsa b a. Data igitur & a c, & latitudo ipsius comparatiõis.



Scholium.

Quoniam binæ species e a, a d specie datæ sunt, adinuicem rationem habẽt datam & ipsarum latera adinuicem rationem datam habebunt.

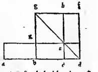
Scholium.

Ipsius, inquam, a g b latitudo parallelus est, & a h ad rectam existẽs ipsi a b. ipsius autem a c g b comparationis ut in quatuor rectis lineis a b, b g, g c, c a, longitudine existẽte ipsa a b latitudo erit ipsa a c: in quatuor siquidẽ propositis rectis lineis latitudinem quærit, non autem ueræ areæ latitudo alia est præter quatuor sicut a e.

Theorema 58 *Propositio 58*

SI datum ad datam proiectum fuerit specie deficiens à dato specie, dantur latitudines defectus.

Datum enim a c ad datam a d proiectum sit specie deficiens à dato d c. Dico quod utraque ipsarum b c, b d data est. Secetur enim per decimã primi elemen. ipsa a d bifariam in e signo: data igitur est e d. Describatur ab ipsa e d per 25 sexti ele. ipsi c d simile, similiterque positum rectilineũ e f. Describaturque e f. Datur igitur e f specie. Et quoniam à data recta linea e d data specie species describitur e f, datur igitur ipsum e k magnitudine, & æquum est ipsis a c k h. Dantur igitur, ipsa a c k h magnitudine, est autem a c datum magnitudine, supponitur enim. Reliquum igitur k h, datum est magnitudine, est autem & specie datum simile, siquidẽ est ipsi c d. Ipsius h k, ergo latera data sunt, datum igitur k c, & est æquum ipsi e b. Ipsa igitur e b data est. Est autem & e d, data, & reliqua igitur b d data est, & ratio ipsius b d ad b c data est. Data igitur est & b c.



Theorema 59 *Propositio 59*

SI datum ad datam proiectum fuerit excedens specie dato specie, dantur latitudines excessus.

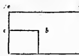
Datum

Datū siquidē ab ad datā a c proiectū sit excedens specie data c b,dico quod utraqꝫ ipsarū h c.c e data est. Secetur enim per 10 primi ele.ipsa d e bifariā in f signo. Describaturꝗ per 25 sexti ele ex e f ipsi c b simile similiterꝗ positum f g. Circa igitur eundē dimetientē est f g ipsi c b.excitērur per 26 sexti ele eorū dimetiēs h e m, describaturꝗ figura. Et quoniā c b ipsi f g est simile. Datur autem c b specie. Datur igitur & f g specie,& describitur à data recta linea f e Data igitur sunt a b,f g & ipsi k a,sūt æqualia. Datum igitur est b c.Ipsius ergo k a latera sunt data,data igitur est K h,& K c data est,& ipsi e f æqualis,reliqua igitur c b,data est.& ad b b rationem babet datam. Data igitur est & h b.

Theorema 60 *Propositio 60*

Si parallelogrammum specie & magnitudine datū dato gnomone auctum aut imminutū fuerit. Dātur latitudines gnomonis.

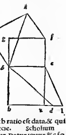
Parallelogrammum enim a b datum specie & magnitudine augeatur prius dato,gnomone e c b d f g. Dico quod datæ sunt utræqꝫ ipsarum c e,d f. Nam quoniam a b datū est,est autem d f g gnomon datus.& totū igitur a g datū est. Sed & specie,simile enim est ipsi a b. Igitur ipsius a g latera data sunt. Data igitur est utraque ipsarum a e,a f.est autem utraque ipsarum c a. a d data,reliqua igitur utraque ipsarum c e.d f data est. Rursus iam parallelògrāmū a g,datū specie & magnitudine minuatur dato gnòmone e c b d f g. Dico quod utraque ipsarum c e,d f,data est. Quoniā igitur datū est a g cuius gnomō e c b d f g. datus est. Reliquum igitur a b datū est. Sed & specie. ipsius igitur a b latera data sunt. Data igitur est utraque ipsarum c a, a d, est autē & utraque ipsarum e a,a f,data. Et reliqua utraque igitur ipsarum e c,d f data est.



Theorema 61 *Propositio 61*

Si data specie specie, ad unum latus parallelogrāma area proiecta fuerit in dato angulo,habeat autem species ad parallelogrāmum rationem datam. Datur parallelogrammum specie.

Data enim specie specie a f c b,ad unum latus c b parallelogramma areola proiecta sit c d in dato angulò l c b. Ratio autem sit ipsius a c speciei ad c d parallelogrāmū data. Dicò ꝙ datur c d specie,excitetur enim siquidē per 11 primi ele.ipsi f c parallelus b g,& per f ipsi b c, parallelus f g extēdāturꝗ f c g h,in b K signa. Quoniā datus est qui sub f c b angulus. Et ipsius f c ad c b ratio data est. Datū est igitur ipsum f p parallelogrammum specie. Datur autē specie a f c b species,& describitur eadem recta linea c b. Ipsius igitur a b speciei ad f b,parallelogrāmū per 49 propositiònē ratio data est. ipsius autem f b ad c d.ratio est data,quoniā iam ipsius a b,ad supponitur. Aequum autem est c d,ipsi k b.per 35 primi elementorum.ratio igitur ipsius K b ad c g,est data. Quare & ipsius f c ad c k, ratio est data. ipsius autem f g ad c b . ratio est data , ipsius igitur b c ratio data est. Et quoniā angulus qui sub b c k dat9 est & qui sub b c l datus est,& reliquus igitur qui sub l c k datus est. Est autē & qui sub l k c,datus angulus,æquus ei qui sub k c b. Reliquus igitur qui sub c l K datus est. Datur igitur l c k triangulum specie. Ratio ipsius igitur l c ad c k data est. Ipsius autem c K ad b c ratio est data. Et ipsius igitur l c ad c b ratio est data.& qui sub l c b angulus datus est. Datur igitur c d, parallogrammū specie.



Scholium

Datur f b,parallelogrammū manifeste,quoniā angulus f c b datur. Datur igitur & c f g

angulus

angulus,in parallelos enim f g.c b recta cecidit linea c f,efficiens interiores & ad easdē partes binis rectis æquales. Quorū qui sub f c b.datur:& reliquus qui sub c f g datur. Quare & reliqui dati sunt & qm̄ datur ratio c f ad c b,æqualis aūt ipsa g b ipsi c f & c b ipsi f g,quare & laterū ratio datur.

Scholium.

Quoniam enim ipsius f b parallelogrāmi ad a f c b,speciē ratio est data,ipsius autē a f c b,speciei ad c d,ratio est data. & ex æquali per 22 quinti ele.ipsius b f ad c d,ratio est data.

Theorema 62 Propositio 62

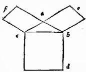
SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datā. Descriptáque fuerit ab una quidem data specie species, altera uero area parallelogramma in angulo dato, habuerit aūt species ad parallelogrammū rationē datā. Datur parallelogrāmū specie.

Binæ enim rectæ lineæ a b.c d,adinuicē rationē habeāt datā, & describatur ab ipsa quidē a b,data specie species a e b & ab ipsa c d,parallelogrammū f d in dato angulo f c d. Rō autē sit ipsius a e b speciei ad f d parallelogrammū data. Dico q̃ datur d f.parallelogrāmū specie. Describatur enim ab ipsa a b ipsi d f,per 18 sexti ele. simile similiterq́ positū a g. Quoniam ratio ipsius a b ad c d data est. Describāturq́ ab ipsis a b c d similia similiterq́ posita rectilinea a g,f d. Ratio igitur ipsius a g ad f d.data est. Ipsius autē f d ad e b ratio est data. & ipsius e b igitur ad a g,ratio data est,& angul9 qui sub b a h,datus est,æquales enim ei qui sub f c d. Quoniā igitur data specie:specie e b ad unum latus a b proiectū est a g in dato angulo h a b.& ratio ipsius e b speciei ad a g.parallelogrammum data est. Datur igitur a g specie, estq́ similis ipsi f d,datur igitur f d specie.

Theorema 63 Propositio 63

SI triangulum specie datum fuerit,quod ex uno quoq; latere ipsius,quadratum ad triangulum rationem datam habebit.

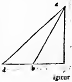
Esto triangulū specie datū a b c. Describaturq́ ex unoquoq; ipsius latere quadratū e b,c d.c f. Dico quod unūquodq; ipsorū e b.c d,c f ad a b c,triāgulum rationē datā habebit Nam quoniā ab eadē recta linea b e,rectilinea data specie describūtur utcunq; a b c d. Igitur per 49 propositionē.ratio ipsius a b c ad c d data est. Idq; propterea iam,& utriusq; ipsorum e b & c f ad a b c,triangulū ratio est data.



Theorema 64 Propositio 64

SI triangulum obtusum habuerit angulum datū qua maius quod obtusum angulū subtendit latus,area lateribus obtusum angulū cōprehendentibus ad triangulum, rationem datam habebit.

Sit triangulum obtusum habens angulum eum qui sub a b c.datum,extendaturq; in rectas lineas ipsius b c,recta linea b d.exciteturque per duodecimam primi elementorum ab ipso a in c d.perpendicularis a d. Dico quod quo maius est quod ex a c eis quæ ex a b,b c.hoc est quod bis sub d b. b c. ea area ad a b c.triangulū datam rationem habebit. Quoniā nāq; angulus qui sub a b c,per hypothesim datus est, & qui sub a b d,datus est,est aūt & qui sub a d,d b,datus. Reliquus

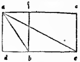


igitur

igitur qui ſub d a b, datus eſt. Datur igitur d a b triãgulum ſpecie. Ratio igitur ipſius a d ad d b, data eſt, eſtq́ ſicut a d ad d b, ſic quod ſub a d, b c ad id quod d b, b c, quare & ipſius d a, b c, ad id quod ſub d b, b c, ratio data eſt. Et eius quod bis ſub d b, b c, igitur ad id quod ſub a d, b c, ratio data eſt. Sed eius quod ſub d a, b c ad a c b triangulum ratio eſt data, & eius igitur quod bis ſub d b, b c ad a b c, triãgulum ratio eſt data, eſtq́ quod bis ſub d b, b c, quo maius eſt quod a c, eis quæ ex a b, b c, ipſa igitur area ad a b c, triangulum rationem datam habet.

Scholium.

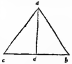
Excitetur ad angulos rectos ab ipſo b ſigno ipſi a d per 11 primi ele. æqua & parallelus b f, & ab ipſo a ſigno ipſi d c, per eandem æqua & parallelus excitetur d c, & connectatur e c, & quoniã per 41 primi elementorum parallelogrammum b e ipſius b a c trianguli duplum eſt, ſuper namq́ eadem baſi, & in eiſdem eſt parallelis. comprehẽditur que parallelogrãmum ſub f e, e c, æqualis autem eſt e c, ipſi a d & f e ipſi b c. Quoniam parallelogrammum ad triangulum rationẽ habet, quare & parallelogrammũ ad triãgulũ ratio eſt etiam dupla. Quod uero bis ſub a d, c b, rationẽ habet datam, ad triangulum quadruplam, eſt enim ſub d c, c b ſicut in 2 elementorum.



Theorema 65 *Propoſitio 65*

SI triangulum acutum habuerit angulum datum, qua minus poteſt angulum acutum ſubtendens latus comprehendentibus lateribus acutum angulum, illa areola ad triangulum rationem habebit datam,

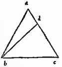
Eſto triangulum acutum habens angulum a b c. Excitetur q́ ab ipſo a per 12 primi elemẽtorum perpendicularis a d. Dico quod qua minus eſt quod ex d c, eis quæ ex a b, b c, hoc eſt quod bis ſub c b, b d ad a b c triangulum rationẽ habet datam. Nam quoniam angulus a b d datus eſt & qui ſub a d b, datus eſt. Reliquus igitur q ſub b a d datus eſt. Datur igitur a b d, triãgulum ſpecie. Ratio igitur ipſius b d ad d a data eſt. Quare & eius qui ſub c b d, ad id quod ſub c b, ratio data eſt, & eius quod bis ſub c b, b d igitur. Sed eius quod ſub c b, b d ad ea quæ ex a b, b c, quo igitur minus eſt quod ex a c eis quæ ex a b, b c, ea area ad a b c, triãgulum rationem habet datam.



Theorema 66 *Propoſitio 66*

SI triangulum datum habuerit angulum, rectangulum ſub datum angulum comprehendentibus rectis lineis ad triangulum rationẽ habebit datam.

Eſto triangulum a b c, datum habens angulum eum qui ad a. Dico ꝙ quod ſub b a c ad a b c, triangulum rationẽ habet datam, excitetur enim per duodecimam primi elementorum ab ipſo b in ipſam a c perpendicularis b d. Quoniam igitur angulus b a c, datus eſt. Eſt autem & qui ſub a d b, angulus datus Et reliquus igitur qui ſub a b d angulus datur. Datur igitur a b d, triangulum ſpecie. Ratio igitur ipſius a b ad b d data eſt. Sicut autem a b ad b d, ſic quod ſub b a c ad id quod ſub b d a c. Quare & eius qui ſub b a c, ad id quod ſub b d a c ratio eſt data. Eius autem quod ſub a c, b d ad a b c, triangulum ratio eſt data. Et eius qui ſub b a c, igitur ad a b c, trianguli ratio eſt data.

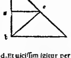


Theorema 67 *Propoſitio 67*

SI triangulum datum habuerit angulum, qua maius poſſint datum angulum comprehendentia latera ut unum, ea quæ ex reli-

quo, area ad triangulum rationem habebit datam,

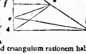
Esto triangulum a b c, datum habens angulum b a c. Dico quod quo maius est quod ex utraque b a c, eo quod ex b c, ea area ad a b c, triangulum ratione habet datam. Extendatur enim in rectas lineas ipsius a b ipsa a d ponaturq; ipsa a c æqualis ipsi a d per 2 primi elementorum & connexa recta linea d c extendatur in e, exciteturq; per 31 primi elementorum ab ipso b ipsi a c parallelus b e. Et quoniam æqualis est a d ipsi a c æqualis igitur est & d b ipsi b e, extendituro; quædam b c. Quod igitur sub d c e, una cum eo quod ex b c, æquum est ei quod ex b d, æqualis autem est d a ipsi a c. Quod igitur ex utroque b a c, æquum est ei quod sub d c e, una cum eo quod ex b c. Quare quod ex utroque b a c, eo quod ex b c maius est eo quod sub d c e.



Dico iam quod eius quod sub d c e ad a b c triãgulum ratio est data. Quoniam enim angulus b a c, datus est, & cõsequens igitur qui sub d a c, datus est. est autem & uterque ipsorum a b c, d e a datus. Dimidia namque sunt eius qui sub b a c. Datur enim qui sub b a c. datur igitur triangulum d a c specie. Ratio igitur ipsius d a ad d c, data est. Quare & eius quod ex a d ad id quod ex d c ratio data est. Et quoniam est sicut b a ad a d, sic est e c ad c d, sed sicut quidem b a ad a d. sic quod sub b a ad id quod ex a d. Sicut autem e c ad c d. sic quod sub e c. c d ad id quod ex c d, & sicut igitur per undecimam quinti elemẽtorum, quod sub b a ad id quod ex d a, sic quod sub e c d, ad id quod ex c d. Et uicissim igitur per decimamsextam quinti elementorum quod sub b a d ad id quod sub e c d. sic quod ex a d id quod ex d c. Ratio autem eius quod ex a d ad id quod ex d c data est. Ratio igitur & eius quod sub b a d ad id quod sub e c d data est. Aequalis autem est d a ipsi a c. Ratio igitur eius quod sub b a c, ad id quod sub e c d. data est. eius autem quod sub b a c, trianguli ratio est data, eo quia angulus qui sub b a c datus est. Et eius qui sub d c e, igitur ad a b c ratio est data Estq; quod sub d c e, eo maius quod est ex utraque b a c, eo quod ex b c Quo uero maius est quod ex utroque b a c, eo quod ex b c ea area ad triãgulum rationem datam habebit.

Aliter.

Construantur enim eadem quæ prius, exciteturq; per duodecimam primi elementorum ab ipso a in e c perpendicularis a f, connectaturque a d, & quoniam datus est angulus b a c & eius dimidium est angulus a c f est autem & angulus a f c, datus. Datur igitur triangulum a f c specie. Ratio igitur ipsius a f ad f c, data est, ipsius autem f c ad c e, ratio data est Dupla siquidem eius est. & ipsius igitur e c, ad a f ratio data est. Quare & eius qui sub e c d ad eũ qui sub a f c d ratio data est Quare & eius qui sub e c d, ad eum qui sub a f c d. ratio data est. Duplum siquidem illius est & eius qui sub e c d, igitur ad eum qui sub a c d, ratio data est, æquum autem est a c d. triangulum ipsi a b c triangulo per trigesimamseptimam primi elementorum, in eadem siquidem basi a c, & in eisdem sunt parallelis a c, b d, & eius qui sub e c d, igitur ad a b c. triangulum ratio est data, estque quæ sub e c d, qua maius est quod ex utroque b a c, ea quæ ex b c, qua maius est quod ex utroque, b a, a c. ea quæ ex c b area ad triangulum rationem habet datam.

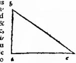


Aliter

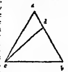
Angulus a aut est rectus, aut acutus, aut obtusus, sit prius rectus, quod igitur ab utroque b a c id quod ex b c excedit eo quod bis sub b a c & eius quod bis sub b a c ad a b c triangulum ratio data est. Esto autem acutus qui sub b a c exciteturque per duodecimam primi elementorum ab ipso c in ipsam a b perpendicularis c d, quoniam triangulum a b c. oxygonium est. & excitatur perpendicularis c d. Quæ igitur ex b a c, æqua sunt & ei quod ex b c, & eis quod bis sub b a d. Commune adiungatur quod bis sub b a c. Quæ igitur ex b a c, una cum eo quod bis sub b a c, quod est ex utroque b a c, æqua sunt ei quod ex b c & ei quod bis sub b a d, & insuper ei quod bis sub b a c, hoc

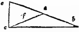
est

est ei quod bis sub utroque e c d & a b. Quare quod ex utroque b a c maius est eo quod ex b c, eo quod bis sub utroque c a d & a b. Quare quod ab utroque b a c maius est eo quod ex b c, eo quod bis sub utroque d a c & b a, & quoniam angulus b a c datus est, & qui sub a d c quoque datus est. Et reliquus igitur qui sub d c a datus est Datur igitur triangulum a d c, specie. Ratio igitur ipsius a d ad a c, data est, quare & utriusque d a c ad a c, ratio est data. Et eius igitur quod sub utroque d a c, & a b ad id quod sub b a c, ratio est data. Et eius quod bis sub utroque d a c & a b ad id quod sub b a c ratio est data. Eo quia qui sub b a c, angulus datus est, & eius quod bis sub utroque d a c, & a b igitur ad a b c triangulum ratio data est. Sed iam esto angulus qui sub b a c obtusus, & producta b a in eam per duodecimam primi elementorum perpēdicularis agatur c e, & ponatur per secundam primi elementorum ipsi a e æqualis a f.



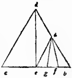
Quoniā igitur angulus b a c, est obtusus excitaturque perpendicularis c e, quæ igitur ex b a, a c una cum eo quod bis sub b a e, hoc est bis sub b a f, æqua sunt ei quod ex b c. Cōmune proiectum sit quod bis sub b a c. Quæ igitur ex b a, a c una cum eo quod bis sub b a c, hoc est, ex utroque b a c, una cum eo quod bis sub b a f, æqua sunt ei quod ex b c, una cum eo quod bis sub b a c. Cōmune auferatur quod bis sub b a f, quod igitur ab utroque b a c æquū est ei quod ex b c, & ei quod bis sub b a c f. Quare quæ ex utroque b a c id quod ex b c. excedit eo quod bis sub b a c f. & quoniam angulus b a c. datus est, & qui sub e a c, igitur datus est. Sed & qui sub c e a, datus est. & reliquus igitur qui sub a c e. datus est. Datur igitur a e c triāgulum specie. Ratio igitur ipsius c a ad a e, data est. hoc est ad a f. Quare & ipsius a c ad c f, ratio est data. Ipsius autem a c ad c e ratio est data, & ipsius e c ad c f igitur ratio est data. Quare & eius qd' sub e c, a b ad id quod sub c f a b ratio est data Ipsius autē quod ex a b, c e ad a b c, triāgulum ratio est data: quare & eius quod sub c f, b a ad b c triangulum ratio est data, estque quod bis sub f c b a, quo maius est quod ex b c: eo igitur maius est quod ex utroque b a c eo quod ex b c, ea area ad triangulum rationem habet datam.





Aliter.

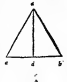
Excitetur b a & ipsi a c æqualis ponatur d a connectaturque d c. Quoniam igitur angulus a b c datus est, & eius uterque qui sub a d c, a c d, dimidium est. Datur ergo uterque eorum qui sub a d c, a c d. & reliquus igitur qui sub d a c, datus est. Datur ergo triangulum a c d specie. Ratio igitur ipsius a c ad c d, data est. Et quoniam qui sub a d c, datus est, excitetur eidem æquus uterque eorum qui sub d e c, a f c, per uigesimamsecundam primi elementorum. Et quoniam angulus b d c, ipsi d e c æquus est. Cōmunis autem qui sub a b c, ipsius d b e trianguli existens, & ipsius d b c. Reliquus igitur angulus d b e. reliquo angulo b c d est æqualis, æquiangulum igitur est b d e, triangulum ipsi d b c triangulo. Est igitur sicut e b ad b d, sic est d b ad c b Quod igitur sub e b, b c, hoc est quod sub e c b, una cum eo quod ex c b ei æquum est quod ex b d, hoc est ei quod ex utroque b a c, æqualis enim est d a ipsi a c. Quod igitur sub e c b, una cum eo quod ex c b, æquum est ei quod ex utroque b a c. Quod igitur ex utroque b a c, id qd' ex b c excedit eo quod sub b c e. Dico igitur quod ratio ipsius qui sub b c e ad a b c, triangulū data est. Quoniā æqualis est angulus b d e, angulo b c d, quorū qui sub a d c, ei qui sub a c d, est æqualis. Reliquus ergo qui sub c d e, reliquo qui sub a c b est æqualis. Est autem & qui sub d e c, ei qui sub a f c, æqualis: reliquus ergo qui sub c a f, reliquo qui sub d c e, est æqualis, æquiangulum igitur est triangulum a c f, triangulo d e c. Est igitur sicut c a ad a f, sic d c ad c e: & uicissim igitur per decimāsextam quinti

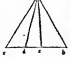


elementorum sicut c a ad d c, sic a f ad c e. Ratio autem ipsius a c ad c d, data est. Ratio igitur ipsius a f ad c e, data. Excitetur per duodecimam primi elementorum, ab ipso a in b c perpendicularis a g, & quoniam angulus a f c datus est, est autem & qui sub a g f. datus, & reliquus ergo qui sub g a f. datus est. Datur ergo a g f triangulũ specie, Ratio igitur ipsius f a ad a g, data est, ipsius autẽ f a. a c. c e ratio data est. Quare & quod sub a g b c ad id quod sub b c, c e, ratio data est. Eius autẽ quod sub a g, b c, ad id quod sub a b c, triangulum ratio est data, & eius quod sub b c, c e, ad a b c ratio est data. Est autem quod sub b c, c e, qua maius est quod ex utroque b a c eo quod ex b c. Qua igitur maius est quod ex utroque b a c eo quod ex d c, ea area ad triangulum rationẽ habet datam.

Scholium super prima demonstratione 65 propositionis.

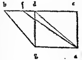
Si in triangulo isoscele acta fuerit aliqua recta linea utcunque in basim, quod ex acta una cum eo quod sub basis segmentis, æquum est ei quod ex uno laterum æqualiũ gignitur. Sit nempe isosceles triangulum a b c. æquum habens latus a b lateri a c, & ab ipso a in b c agatur quædã recta linea utcũque a d. Dico quòd quod ex a d una cum eo quod sub b d c, æquũ est ei quod ex a c. Ipsa a d in b c, aut perpendicularis est aut non. Sit prius perpendicularis, & quoniã recta linea aliqua b c secatur bifariam in d. Quod igitur sub c d b: æquum est ei quod ex b d. cõmune apponatur quod ex a d, quod igitur sub c d b una cum eo quod ex a d, æquum ei est quod ex a d. d b. At eis quæ ex a d, d b æquum est quod ex a b. Quod uero sub d b una cum eo quod ex a d, æquum est ei quod ex a b. Sed iam non sit perpendicularis a d, exciteturque ab ipso a, in b c perpendicularis a e. Et quoniam recta quædam linea secatur in æqualia in e, & in inæqualia in d. Igitur per nonam secundi elementorum quod sub c d b, una cum eo quod ex d e, ei est æquum quod ex b e commune apponatur quod ex a e, igitur quod sub c d b una cum eo quod sub a e, e d, æquum est ei quod ex a e, e b, æquum est autem eis quæ ex a e, e d, id quod ex a d. Quod igitur sub c d b, unà cum eo quod ex a d, eis est æquum quod ex a d b, & eis quæ ex a d b, id quod ex a b, est æquum, quod autẽ sub c d b, una cum eo quod ex a d ei quod ex a b.





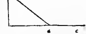
Scholium in secundam demonstrationem.

Quoniam autem quod sub a f c d. trianguli duplũ sit sic demonstrabimus, excitetur per a ipsi c d, parallelus per trigesimam primi elementorum, ipsa a g, & per eandem ipsi a f, per g parallelus excitetur g h. Bina igitur sunt parallelogramma ipsa a b. a d, supponitur autem a c ipsi d g parallelus super eadem basi a g existentes & in eisdem parallelis a g, c h, parallelogrammum igitur a b per trigesimamquintam primi elementorum, ipsi a d parallelogrammo æquum est, & quoniam quod sub a f, a g, est ipsum a h, æqualis autẽ est a g ipsi c d & quod igitur sub a f. c f d, est q a b. Duplum autem est a h ipsius a c d triãguli per 41 primi elemẽtorum: quoniam & a d. Quod igitur sub a f, c d, duplum est ipsius a c d trianguli.



Item scholium.

Si enim efficiemus in rectas lineas d a ipsi a c, sicut d a c, & per d ipsi d c. per undecimam primi elementorum ad angulos rectos excitemus d b. Manifestũ quod manente quidem æquali d a ipsi d c ipsa autem d c ipsi a c, ipsa uero b a ipsi d a, manifestum erit quod dictum est. Quoniam enim sicut se habent bases, sic & parallelogrãma sub eodem fastigio existentia.



Super tertia demonstratione scholium.

Esto recta linea d e, & ipsi quidem d e, ponatur d a, ipsi autem a c, ipsa a c, & ab ipso a ipsi d c per undecimam primi elementorum ad angulos excitetur rectos a b & ipsi a b æqualis

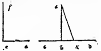
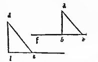
qualis esto d c. Quoniam igitur ipsius d a c ad c a, ratio data est, sicut autem d a c, ad c a, sic quod sub d a c, a b, ad id quod sub c a, a b. & eius quod sub d a c, a b ad id quod sub c a, a b, igitur ratio est data: est autem & eius quod sub c a, a b ad a b c, triangulum ratio data per 66 theorema, & quod sub d a c, a b igitur ad id quod ex a b c triangulum ratio est data per 8 theorema.

Super eadem ubi agitur de angulo obtuso.

Si enim per c ipsi e b. per 31 primi elementorum agamus parallelos, & per eandem per a b ipsi e c, agamus parallelos. manifestum enim quòd quod sub e c, a b est ipsum a b & a g ipsius a b c, trianguli duplum est, ac per hoc & a b c, triangulum rationem datam habet: si enim per c ipsi e b. & per a b ipsi e c, per eandem parallelos agamus. manifestum igitur, quæ enim ex a ipsi e c, est æqualis, sicut in superiori scholio habetur.

Super quarta demonstratione 67.

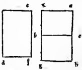
Quoniam autem ipsam d e c, ipsi a d c, æqualem constituere possimus: seorsum ab Apollonio sic demonstrabimus, quoniam enim angulus a c d æquus est angulo a d c, maior est qui sub b c d, eo qui sub a d c: ponatur, inquam, ipsi b c d, æquus angulus qui sub b d e, & extendatur b c, est autem angulus qui ad b, communis & ipsius d b c, & ipsius d b e, trianguli. Reliquus ergo qui sub b d c, reliquo qui sub d e c est æqualis. Quoniam autem uniuersaliter sit possibile a dato signo sicut a, in datam rectam lineam b c, deducere rectã lineã æquũ efficientẽ angulũ dato angulo d e f, sic ostẽdemus. Angulus enim d e f. aut est rectus, aut acutus, aut obtusus. Siquidẽ igitur rectus est, manifestũ, ago enim ab ipso a perpẽdicularẽ a g, æquus igitur est angulus e ipsi g. Sed iã esto angulus d e f, acutus exciteturq; per duodecimã primi elementorum ab ipso d in e f, perpendicularis d h, ab ipso autem a in b c ipsa a g, constituaturque ad ipsam a g rectam lineam ad signumque in ea a ipsi e d h, per 23 primi elementorum, æquus angulus g a k. Reliquus igitur qui sub d e f, ei est æquus qui sub a k g Sed iam esto obtusus angulus qui sub d e f, extensa igitur d e, in l: acutus igitur qui sub f e l, perpendicularis excitetur per duodecimam primi elementorum d l, & ipsi l d e æqualis ponatur g a k. Sic igitur qui sub d e l, ei est æquus qui sub a k g. Quare & ex consequẽti qui sub d e f, ei qui sub a k b est æqualis.

Theorema 68 Propositio 68

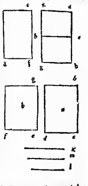
Si bina æquiangula parallelogramma adinuicem rationem datam habuerint, & unum latus ad unum latus rationem habuerit datam, & reliquum latus, ad reliquum latus rationem habebit datam.

Bina siquidem parallelogrãma a b, c d adinuicem rationem habeant datam, habeat autem & unum latus ad unum latus rationem datam, sit autem ipsius b e ad f d, ratio data. Dico quod & ipsius a e ad f c, ratio est data comparetur enim ad ipsam e b, parallelogrammum æquum ipsi c d, sitque per uigesimamquintam sexti elementorum e g, ponaturque ut a e ipsi e h, sic in rectas lineas in rectas igitur lineas est k b ipsi b g. Quoniam igitur ipsius a b ad c d ratio est data, æquum est autem c d ipsi e g. Ratio igitur ipsius a b ad e g, est data: quare & ipsius a e ad e h, ratio est data. Et quoniam æquũ est e g.



ipsi

ipsi c d, est autem & æquiangulum. Igitur per 14 sexti elementorum latera quæ circum æquos angulos sunt reciproca, est igitur sicut e b ad f d, sic est c f ad e h. Ratio autē ipsius e b ad f d data, & ipsius igitur c f ad e h. ratio est data, ipsius autem e h ad a e, ratio est data, & ipsius igitur a e ad cf, ratio est data.



Aliter.

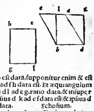
Exponatur data recta linea k, & quoniam ratio ipsius a ad b data est, eadem eidem fiat quæ ipsius K ad l. Ratio autē ipsius a ad b data, & ipsius igitur K ad l ratio est data. Data autem est K, data igitur & l per cōuersionem primæ diffinitionis. Rursus quoniam ipsius c d ad e f, ratio est data, eadem eidem fiat quæ ipsius K ad m. Igitur ratio ipsius k ad m data est. Data autem & K, data igitur & m, est autem & l data. Ratio igitur & ipsius l ad m data est, & quoniam æquiangulum est a ipsi b, igitur a ad b rationē habet ex lateribus cōpositam, per 23 sexti ele. hoc est ex ea ratione quam habet c d ad e f, & h c ad e g. Sed & k ad l rationem habet cōpositā ex ea quam habet k ad m, & m ad l. Ratio igitur composita ex ea quam habet c d ad e f, & h c ad g e eadem est compositæ rationi ex ea quam habet K ad m, & m ad l. Quarū ipsius c d ad e f, ratio eadē est ei quæ est ipsius k ad m ratiōi, reliqua ergo quæ ipsius h c ad g e, ratio eadē est ei quæ est ipsius m ad l, ipsius autē m ad l ratio est data, Igitur & ipsius h c ad e g, ratio est data.

Scholium.

Si fuerint binæ rectæ lineæ, assumaturq; quædam una recta linea, una priorum ad alteram rationem habet cōpositam ex ea quam habet prima ad extrinsecus utcunq; sumptam, & quam assumpta ad alteram.

Theorema 69 Propositio 69

SI bina parallelogramma datos angulos habuerint, habuerint autem & ad inuicem rationem datam, unumq; latus uni lateri rationem habuerit datam, & reliquum latus ad reliquum latus rationem datam habebit,



Bina siquidem parallelogramma a b, g e, datos habētia angulos, eos qui ad d f, adinuicem rationē datā habeant. Ipsius autem d b ad f g, ratio sit data Dico quod & ipsius a d ad e f ratio data est. Siquidem igitur æquiangulum est a b parallelogrammum ipsi e g, parallelogrammo, manifestū est. Si autē non Cōstituatur per 23 primi elemen. ad ipsam d b ad signumq; in ea d ei qui sub e f g, æqualis angulus b d k Compleaturq; d l. parallelogrammum. Quoniā uterq; ipsorū d a c, a k d, angulorum datus est, & reliquus igitur qui sub a d K, datus est. Datur igitur triangulum a d k specie. Igitur ipsius a d ad d k, ratio data est Et qm̄ ipsius d c ad f b ratio est datā, supponitur enim & est æquū d c ipsi d l, per 35 primi ele. Ratio igitur ipsius d l ad f h data est. Et æquiangulum est d l ipsi f h, & ratio ipsius d l ad f h data est. Estq; ipsius d l ad e g, ratio data, & insuper ipsius d h ad f g id enim est receptum. Ratio igitur & ipsius d k ad e f data est & ipsius d K ad d a ratio est data & ipsius igitur a d ad e f, ratio est data.

Scholium.

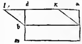
In uniuersum enim si parallelogrammi unus angulus datus fuerit, & reliqui dati erunt, uno enim dato necessario & consequentes dabuntur, quare & conuerso.

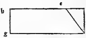
Theorema 70 Propositio 70

SI binorum parallelogrammorum quæ circum æquales angulos uel

uel inæquales datos tamen latera adinuicem rationem datam habuerint, & ipsa parallelogramma adinuicem rationem datam habebunt.

Binorum siquidem parallelogrammorum a b, c g, quæ circum angulos qui ad f c, aut æquos aut inæquales, datos tamen latera adinuicem rationem habeant datam hoc est sit ratio ipsius quidem a c ad e f. data itidemque ipsius b c ad f g. Dico quod & ipsius c d ad f h, ratio est data, esto enim æquiangulum c d ipsi f h. Comparetur per uigesimam quintã sexti elemen. ad c b, rectam lineam ipsi f h. parallelogrammo æquũ parallelogrãmum c m, ponaturq; ut a c ipsi c n, sit in rectã lineam. Igitur & d b ipsi b m, erit in rectam lineam. Et æquum est b n ipsi f b. est autem & æquiãgulũ. Igitur per decimamquartã sexti elementorum ipsorum b n, b f, latera quæ circum æquos angulos sunt reciproca. Est igitur c b ad f g sic f e ad c n. Ratio aũt ipsius e b ad f g data est. Rõ igitur & ipsius e f ad c n data est, ipsius aũt e f ad a c rõ est data: & ipsius igitur a c ad c n rõ est data Quare & ipsius c d ad c m, rõ est data: est aũt c m ipsi f h, æquale. Rõ igitur & ipsius c d ad e g, data. Non sit iam æquiangulũ a b ipsi f h. Construaturq; per 23 primi elemẽtorũ ad ipsam b c, rectã lineam. ad signumq; in ea c ei qui sub e f g angulo æqualis angulus b c k, compleaturque parallelogrammum c l. Et quoniam angulus a c b datus est, & reliquus igitur qui sub a k c. datus est, est autem & qui sub c a k datus. & reliquus igitur qui sub a k c datus est Datur ergo triangulũ a c k specie. Ratio igitur ipsius a c ad e k est data, ipsius autem a c ad e f. ratio est data. ipsius aũt a c ad e f, rõ est data, & ipsius c k. igitur ad e f, ratio est data, est autem & ipsius c b ad f g, ratio data, æquũ aũt est c l ipsi c d. Ratio ipsi c d. Ratio igitur ipsius c d ad f h, data est.





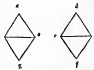
Scholium.

Nam quoniam æquiangulum est a b ipsi e g, æqualis est qui sub a c b ei qui ad g & qui ad f exterior interiori, & alius igitur ad g ei qui ad f est æqualis, similiter quoque & alij a c b, in rectum igitur est d b ipsi b m. Quoniam enim parallelus est a g ipsi d m anguli qui sub d b c, b c n, inuicem sunt æquales. Rursus quoniã parallelus est m b ipsi a c. qui sub m b c, a c b sunt inuicẽ æquales, qui sub a c b, b c n, eis qui sub d b c, c b l sunt æquales. Recti enim duo, qui sub a c b, b c n, & qui sub d b c, c b m. Si autem ad aliquam rectã lineam & ad signum & quæ sequuntur ut in 23 primi elementorum.

Theorema 71 *Propositio 71*

SI binorum triangulorum quæ circum æquos angulos, uel inæquales, datos tamen, latera rationem habuerint datam, & eadem triangula adinuicem rationem datam habebunt.

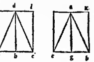
Duorum, inquam, triangulorum a b c, & d e h. quæ circum æquos angulos, aut inæquales datos tamen, latera adinuicem rationem habeant datam. Sitque ipsius b a ad d e. ratio data, & ipsius a c ad d h. Dico quod & ipsius a b c trianguli ad d e h triangulum ratio est data Compleantur enim a g, d f, parallelogramma: quoniam igitur binorum parallelogrammorum a g, d f, quæ circum æquos angulos, uel inæquales datos tamen, eos qui ad a d latera adinuicem rationem habent datam, & parallelogramma per præcedentem rationẽ datã habebunt. Ratio igitur ipsius a g a d d f data est, ipsius autem a g dimidium est per conuersionẽ quadragesimamprimam primi elementorum. triangulum a b c, ipsius autem d f, per eandem ipsum d e h. Ratio igitur a b c trianguli ad d e h triangulum data est.



Theorema 72 Propositio 72

SI duorum triangulorum bases in data ratione fuerint,& quæ in ipsas ductæ ab angulis aut æquos aut inæquales angulos efficiẽtes,datos tamen,eos qui ad basim,adinuicem rationem habuerint datam,& eadem triangula adinuicem rationem habebunt.

Sint bina triangula a b c,d e f,excitẽturq; a g,d h,aut æquos angulos efficiẽtes a g c,d h f,uel inæquales:datos tamen.Estoq; ratio ipsius quidẽ b c ad e f data ipsius aũt a g,ad d h,itidem data. Dico q; & ipsius a b c triãguli ad d e f.triangulum ratio data est. Cõpleantur enim ipsa k c,l f,parallelogramma. & quoniam anguli a g c,d h f,aut æquales,aut inæquales sunt,dati tñ, æqualis aũt est anguls a g c, angulo k b c,& q sub d b f,ei qui sub l e f.Et qui ad b e, igitur anguli aut æquales aut inæquales sunt,tamẽ dati.Et quoniã ratio ipsius a g ad d h data est, æqualis autem est a g ipsi k b & d h,ipsi l e.Ratio igitur ipsius k b ad l e,data est:est autem & ipsius b c ad e f,ratio data,

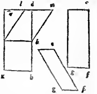


& qui ad b e.signa anguli aut æquales,aut inæquales sunt,dati tamen.Et ipsius igitur c k,parallelogrammi ad l f.parallelogrammum ratio est data.Quare & ipsius a b c trianguli ad d e f.triangulum ratio est data.

Theorema 73 Propositio 73

SI binorum parallelogrammorum quæ circũ æquos aut inæquales angulos,datos tamen,latera sic se habuerint sicut latus ad aliquid aliud,habuerit autem & reliquum primi latus ad idem rationẽ datam & ipsa parallelogramma adinuicem rationẽ datã habebunt.

Binorum,inquam,parallelogrammorũ a b,e g,quæ circũ æquales aut inæquales angulos,datos tamen,eos qui ad c f,latera sic adinuicem se habeãt,ut sit sicut c b ad f g,sic e f ad c k ipsius autem a c ad c k ratio esto data.Dico quod & ipsius c d,parallelogrammi a e g parallelogrammũ ratio est data. Sit enim prius a b ipsi e g,æquiangulum,compareturque per 25 sexti elementorum ad ipsam c b,rectam lineam ipsi e g parallelogrammo æquum c b,ponaturque ut a c ipsi c k,sit in rectam lineam In rectã igitur est lineam & d b:ipsi b h,& quoniã c h,ipsi e g est æquale,est autem & æquiãgulum c h ipsi e g. Ipsorum igitur c h e g,latera quæ circũ æquales angulos per 14 sexti elemẽtorum sunt reciproca: est igitur sicut b c ad f g,sic est f e ad c k. Sicut autẽ c b ad f g,sic e f,ad quã a c,rõnẽ habet datã. At a c uerbi gratia ad d aut quãpiã aliã rõnẽ habet datã Ratio igitur ipsius a c ad c k est data.Quare & ipsius a b ad c h,hoc est e g,ratio data est Non sit autem æquiangulum. Cõstituaturque per 23 primi



elementorum ad ipsam c b rectam lineam,ad signa que ad ipsam c ei qui sub e f g,angulo,æquus angulus qui sub b c l,cõpleaturque c m parallelogrammũ. Quoniam uterq; qui sub a c b,l c b angulorum datus est,& reliquus igitur q sub a c l est datus.Datur autem & qui sub c a l,& reliquus ergo qui sub c l a datur.Quare triãgulum a c l specie datur.Ratio igitur ipsius a c ad c l data est Et quoniã est sicut b c ad f g,sic est e f,a d,quam ipsa a c,rationem habet datã.Ipsius autẽ a c ad c l,ratio est data:est igitur sicut c b ad f g, sic f e ad c l.Estque æqualis angulus l c m,angulo e f g Ratio igitur ipsius c m parallelogrammi ad e g,parallelogrammũ data est.Aequum autem est c m ipsi c d. Ratio igitur ipsius c d ad h g data est.

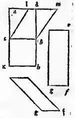
Theorema 74 Propositio 74

SI bina parallelogramma rationem adinuicem datam habuerint,aut in angulis æqualibus,aut inæqualibus datis tamẽ,erit

sicut

ſicut primi latus ad ſecundi latus, ſic alterum ſecundi latus ad quod reliquũ primi rationem habet datam.

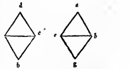
Bina ſiquidem parallelogramma a b, e g, adinuicẽ rationẽ habeant datã, aut in æqualibus aut in inæqualibus angulis datis tamen eis qui ad c f. Dico quod eſt ſicut c b ad f g, ſic eſt e f ad quod a c, rationem habet datam. Ipſum, inquam, a b. ipſi e g, aut eſt æquiangulum aut non. Sit prius æquiangulũ, cõparetur ad rectã lineã c b ipſi e g, parallelogrãmo per 25 ſexti elemẽtorũ æquũ parallelogrãmũ c h, ponaturq́ ut a c ipſi c k, ſit in rectam lineã. In rectã igitur eſt lineã d b ipſi b h, & quoniã ipſius a b ad e g, ratio eſt data, æquum autem eſt e g ipſi c h: ratio igitur ipſius a b ad c b, data eſt. quare & ipſius a c ad c k ratio eſt data. Et quoniam æquũ eſt c h. ipſi e g, eſt aũt & æquiãgulum. ipſorũ igitur c h. e g. per 14 ſexti ele. latera quæ circum æquos angulos ſunt reciproca. Eſt igitur ſicut c b ad f g, ſic e f, ad quod a c, rationẽ datam habet. Non ſit autem æquiangulum conſtituaturq́ per 23 primi ele. ad ipſam c b rectam lineã ad ſignumq́ in ea c ei qui ſub e f g, angulo, æqualis angulus l c b. Compleaturq́ c m parallelogrammum. Quoniam igitur ipſius c m ad e g, ratio eſt data. æquũ eſt autem c d ipſi c m. Ratio igitur ipſius c m ad e g data eſt, eſt autem angulus l c b, angulo e f g, æqualis, eſt igitur ſicut b c ad f g, ſic e f ad quod c l rationem habet datam, ipſius autem c a ad c l, ratio eſt data, eſt igitur ſicut c b ad f g, ſic e f ad quod a c, rationem habet datam.



Theorema 75 Propoſitio 75

SI bina triangula adinuicem rationem habuerint datam, aut in æqualibus angulis autẽ in inæqualibus, datis tam, erit ſicut primi latus ad ſecundi latus, ſic alterum ſecundi latus ad quud reliquum primi rationem habet datam.

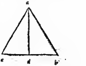
Sint bina triangula a b c, d e f, adinuicem rationem datã habentia, ſintque anguli qui ad a d aut æquales aut inæquales, dati tamen. Dico quod eſt ſicut a b ad d e, ſic eſt d f, ad quod a c, rationem habet datam Compleantur enim a g d h parallelogramma, & quoniam trianguli a b c ad d e f, triãgulum ratio eſt data. Ratio igitur & ipſius a g. parallelogrammi a d, d h parallelogrammum data eſt. Quoniã igitur bina parallelogramma a g, d h adinuicem rationẽ habẽt datã aut in æqualib9, aut in inæqualibus angulis, datis tamen Eſt igitur per præcedentem ſicut a b ad d e, ſic d f ad quod a c rationẽ habet datam



Theorema 76 Propoſitio 76

SI à uertice triãguli ſpecie dati in baſim perpẽdicularis acta fuerit, acta ad baſim rationẽ habet datã.

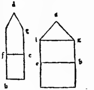
Sit ſpecie datũ triãgulum a b c, exciteturq́ ab ipſo a in b c, perpendicularis a d. Dico quod ratio ipſius a d ad b c, data eſt. Quoniam enim triangulum a b c datum eſt ſpecie, datus igitur eſt & qui ſub a b d, angulus eſt autem & qui ſub b d a, datus: & reliquus igitur qui ſub b a d, datus eſt: datur ergo triangulum a b d ſpecie. Ratio igitur ipſius a b ad b c data eſt. & ipſius igitur a d ad c b ratio eſt data.



Theorema 77 Propoſitio 77

SI binæ ſpecies ſpecie datæ adinuicem rationem datam habuerint, & unumquoduis unius latus speciei ad quodvis alterius rationem datam habebit.

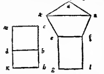
Binæ, inquam, species a b c, d e f, specie datæ adinuicē rationē habeant datam. Dico quod & unum quoduis latus ipsius a b c ad unum quoduis latus ipsius d e f, rationem habet datam. Describantur per 46 primi elemētorum ex b c, e f quadrata b n, e b. Quoniam ab eadem recta linea b c, binæ species describuntur quæ utcunq; specie sunt datæ scilicet a b c & b n. Igitur per 49 propositionē ratio ipsius a b c ad b n. data est. Idq; propterea iam rursus & ipsius d e f ad e g, ratio est data. Quoniā igitur ipsius a b c ad d e f, ratio est data, sed ipsius quidē a b c ad b n, ratio est data, quare & ipsius b c ad e f: ratio est data.



Theorema 78 *Propositio 78*

SI data species ad rectangulum aliquod rationem habuerit datam, & unum latus ad unum latus rationem habuerit datam, datur rectangulum specie.

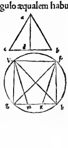
Data enim species a f b ad rectangulum c d, rationem habeat datam, sitque ipsius f b ad c d, ratio data. Dico quod c d specie datur. Describatur per 46 primi ele. ex f b, quadratū f g. Cōparetur q; per 25 sexti ele. ad ipsam e d ipsi f g, æquum parallelogrammum e k ponaturque ut c e ipsi e h, sit in rectam lineam. in rectā igitur lineā est & m d. ipsi d k. Et quoniā ab eadem recta linea f b bina rectilinea quæ utcūque specie data sunt describuntur a f b, f g. Ratio igitur ipsius a f b ad f g per 49 propositionem data est. Ipsius autē a f b ad c d ratio est data. & ipsius ergo f g ad c d, ratio est data. Sed f h ipsi e k est æquale, & ipsius c d ergo ad e k, ratio est data. Quare & ipsius c e ad e h ratio est data. Et quoniā f g ipsi e k, æquum & æquiāgulū est, est autē & rectāgulū. Igitur per 14 sexti el. ipsorū latera reciproca sunt, estque sicut f h ad e d. sic e h ad f l. Ratio autē ipsius f b ad e d, supponitur data. Ratio igitur & ipsius e h ad f l data est. Ipsius autem e h ad c e, ratio est data, & ipsius ergo c e ad f l ratio est data, æqualis autem est f l ipsi f b, quadrati enim. Ipsius ergo l f ad e d, ratio est data componatur enim, & ipsius igitur c e ad e d, ratio est data, & angulus qui ad e rectus est. Datur ergo c d specie.



Theorema 79 *Propositio 79*

SI bina triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, & ab æqualibus angulis in bases perpēdiculares rectæ lineæ actæ fuerint fuerit aūt sicut primi triāguli basis ad perpendicularem, sic alterius triāguli bases ad perpendicularem, æquiangula erūt ipsa triangula.

Sint bina triāgula a b c, h f g, æquos habētia angulos qui ad f b, exciteturque per 11 primi ele ab ipsis f b, perpēdiculares b d, f k, sit autē sicut a c ad b d, sic g h ad f k. Dico quod æquiangulum est b c triangulum ipsi h f g triangulo. Describatur per 5 quarti ele. circū triāgulū f g h circulus, cuius segmētum sit h f g. Cōstituaturque per 23 primi ele ad ipsam h g rectā lineā ad signūque in ea h ei qui sub b a c angulo æquus an-



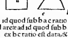
angulus qui ſub g h l. Connectāturq́ ipſe f l, l g exciteturq́ per 11 primi ele. perpendicularis l m. Et qm̄ angulus b a d angulo l h g eſt æqualis, & qui ſub b l g ei qui ſub a b c, & reliquus igitur qui ſub b c a reliquo qui ſub h g l, eſt æqualis. Simile igitur eſt triangulū b c a ipſi h l g triãgulo & perpēdiculares ductæ ſunt b d, l m, eſt igitur ſicut a c ad b d, ſic h g ad l m per 76 propoſitionē. Erat autē ſicut a c ad b d ſic h g ad f k, ſupponitur enim. Et ſicut igitur per 11 quinti ele. h g ad m l. Sic h g ad f k, æqualis igitur eſt f k ipſi l m, eſt autem & parallelus & f l ipſi h g, eſt æqualis & parallelus. Aequalis igitur eſt angulus f l h ipſi l h g angulo. Sed qui ſub l h g ipſi b a c eſt æqualis, qui uero ſub f l h ipſi f g h eſt æqualis. Et qui ſub b a c igitur ei qui ſub f g h eſt æqualis, eſt autem & qui ſub a b c ei qui ſub f h g, æqualis. Reliquus igitur qui ſub b c a, reliquo qui ſub f h g eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt a b c triãgulum ipſi f h g triangulo.

Theorema 80 *Propoſitio 80*

SI triangulum unum habuerit angulū datum, & quod ſub dato rum angulum comprehendentibus rectis lineis, ad id quod ex reliquo latere quadratum rationem habuerit datam, datur triangulum ſpecie.

Eſto triangulum a b c datum habens angulum qui ad a, & quod ſub b a c ad id quod ex b c rationem habeat datã. Dico quod ipſum a b c triãgulum ſpecie datur, excitentur enim per 12 primi elemētorum. ab ipſis a b in ipſas b c, c a, perpēdicularis b d, a e. Quoniã igitur angulus b a d. datus eſt eſt aūt & qui ſub a d b datus. Datur ergo triangulū a d b ſpecie, ratio igitur ipſius a b ad b d, data eſt, quare & eius quod ſub a c b d, ratio eſt data. Ei autē quod ſub a c, b d, æquū eſt id quod ſub b c, a e, utrūque enim eorum ipſius a b c triãguli duplū eſt. Ratio igitur & eius quod ſub b a c ad id quod ſub b c, a e data eſt. Eius autem quod ſub b a c ad id quod ex b c ratio eſt data, & eius q̄ ſub b c, a e, igitur ad id quod ex b c ratio eſt data, & ipſius b c ad a e, ratio eſt data, exponatur poſitione, & magnitudine data recta linea f g. Deſcribaturq́ ſuper ipſa f g ſegmentum f h g per 33 tertij ele. datū habēs angulū æquū ipſi b a c Datus autē eſt qui ſub b a c angulus, datus igitur & qui in f h g, ſegmēto angulus, poſitione igitur eſt ſegmentū f b g excitetur per 11 primi ele. ab ipſo g ipſi f g ad angulos rectos g k, poſitiōe igitur eſt g K fiatq́ ſicut b c ad a e, ſic f g ad g K. Ratio autem ipſi9 b c ad a e data eſt. Ratio igitur & ipſius f g ad g k data eſt. Data autem eſt f g, data igitur & g k, ſed & poſitione, eſtq́ datū ipſum g, datū igitur & k excitetur per 31 primi ele. per ipſum k ipſi f g. parallelus K h poſitiōe igitur eſt k h, poſitione autē ipſum f h g. Datū igitur eſt ſignū b. Cōnectatur f h, h g exciteturq́ per 12 primi ele. ꝑpēdicularis h l. Data igitur eſt b l, eſt autē & b ſignū datū. Et utrūq́ ipſorū f g. Datur igitur unaquæq́ ipſarū h f, f g, g h, poſitiōe & magnitudine datur ergo f h g, triangulum ſpecie Et quoniã eſt ſicut b c ad a e, ſic f g, ad g k, æqualis autem eſt g K, ipſi h l, eſt igitur ſicut b c ad a e. ſic f g ad h l eſtq́ æqualis angulus b a c angulo f h g, æquiangulum igitur eſt per præcedentem a b c, triangulū ipſi h f g triangulo. Datur aūt h f g triangulū ſpecie, datur igitur & a b c triangulum ſpecie.

Aliter.

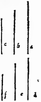


Sit triangulum a b c, datum habēs angulum qui ad a, ſit autem eius quod ſub b a, a c, ad id q̄ ex c b ratio data. Dico quod triangulum a b c ſpecie datur. Nam quoniã angulus b a c, datus eſt. qua igitur maius eſt quod ex utroq́ ipſius b a c, eo quod eo b c, ea area ad b a c triãgulum ratione habet datã, qua autē eſt maius quod ex utroque ipſius b a c eo quod ex b c ſit area d Ratio igitur ipſius d areæ ad a b c, triangulum data eſt, ipſius aūt a b c ad id quod ſub b a c ratio eſt data, eo quia angulus qui ſub b a c datus eſt Et ipſius igitur d areæ ad id quod ſub b a c ad id quod ex b c ratio eſt data, & ipſius igitur d ad id quod ex b c ratio eſt data, & cōponendo igitur per 18 quinti elemen. ipſius d areæ una cum ea quod ex b c, ad id quod ex b c,ratio est data. Sed area d unacũ ea quæ ex b c est id quod ex utraque b a c. Ratio enim eius quod ex utraq; b a c ad id quod ex b c data est,quare & utriusque b a c ad b c ratio data est,estq; angulus qui sub b a c,datus:datur igitur triangulũ a b c specie.

Theorema 51 Propositio 51

Si tres rectæ lineæ proportionales, existẽtes tribus rectis lineis ꝓportionalibus existẽtibus,extremas in rõne data habuerint, medias in data ratione habebunt & si extrema ad extremam rationem datam habuerit,& media ad mediam reliqua ad reliquam extremam rationem datam habebit.

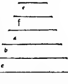
Tres,inquam,rectæ lineæ proportionales existentes a,b c.tribus rectis lineis proportiõalibus existẽtibus d e f.extremas in data rõne habeãt.sitq; ipsius quidẽ a ad d ratio data,ipsius autem c ad f,ratio quoq; data. Dico quod ipsius b ad e,rõ est data nã qm̃ ipsius a ad d ratio qdẽ data est,ipsius aũt c ad f,rõ quoq; est data. Rõ igitur eius quod sub a c ad id q sub d f, data est. Sed ei quidẽ quod sub a c.æquũ est id q ex b,per 17 sexti ele. ei autem quod sub d f per eandẽ.æquũ est id qđ ex e,ratio igitur eius quod ex b a d id quod ex e data est,quare & ipsius b ad e,ratio data est. Esto tã rursus ipsius quidẽ a ad d ratio data,ipsiusq; b ad e,ratio est data. Dico qđ & ipsius c ad f ratio est data. Nam quoniã ratio ipsius a ad d est data.ipsius autẽ b ad e,ratio est data:rõ quoq; eius quod ex b ad id quod ex e data. Sed ei quidẽ qđ ex b æquũ est id quod ex a c per 17 sexti ele. Ei aũt quod ex e.per eandẽ æquũ est id quod sub d f.ratio igitur eius quod sub a c ad id quod sub d f est data,& unius lateris a ad unum latus d ratio est data, & reliqui igitur c ad reliquum f ratio est data.


c b a
f e d

Theorema 52 Propositio 52

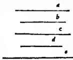
Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erit sicut prima ad quam secunda rationem habet datam, sic tertia ad quam quarta rationem habet datam.

Sint quatuor rectæ lineæ proportiõales a.b,c,d, sicut a ad b sic c ad d. Dico quod est sicut a ad quã b rationẽ habet datã Sic c ad quã d rationẽ habet datã:esto enim ad quã b rõnẽ habet datã e,fiatq; sicut b ad e, sic d ad f. Ratio aũt ipsius b ad e data, ratio igitur ipsius a ad f data. Et qm̃ est sicut a ad b,sic c ad d. Est autẽ & sicut b ad e,sic d ad f.ex æquali igitur per uigesimãsecundam quinti elemẽ sicut a ad e,sic c ad f. Estq; e ad quam b rationẽ habet datam & f ad quã d est igitur sicut a ad quã b rationẽ habet datã,sic c ad quam d rationẽ habet datã.


e
f
a
b
c
d

Theorema 53 Propositio 53

Si quatuor rectæ lineæ sic se adinuicem habuerint,sicut tribus assumptis ex ipsis quomodocũq;, & quarta eisdẽ proportiõali assumpta ad quã reliqua earũ quæ in principio quatuor linearum rectarũ rõnẽ habet datã, proportionales gigni ipsas quatuor rectas lineas, erit sicut quarta ad tertiã,sic secũda ad quam prima rationem habet datam.


a
b
c
d
e

Sint quatuor rectæ lineæ a b,c,d,sic se habentes adinuicẽ ut tribus ex ipsis quomodocũq; assumptis,& quarta eisdem hoc est e ad quã d rationẽ habet datã proportionales fieri ipsas a b c e,rectas lineas. Dico qđ est sicut d ad c,

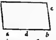
sic b

fic b ad quam a rationem habet datam. Nam quoniã est ficut a ad b, fic c ad e. Quod igitur fub a e, ei eft æquum quod fub b c, per 16 fexti ele. Et quoniã ratio ipfius e ad d, data eft. Ratio igitur ipfius quod fub a d ad id quod fub a e data eft. Quod autem fub a e, ei eft æquum quod fub b c. Ratio igitur eius quod fub a d ad id quod fub b c data eft, igitur ficut d ad c fic b ad quam a rationem habet datam.

Theorema 84 Propofitio 84.

SI binæ rectæ lineę datam areolam comprehéderint in dato angulo, & altera altera data maior fuerit, & ipfarum utraque data erit.

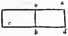
Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c areolam comprehendant a c in angulo fub a b c. At c b ipfa b a dato maior fit. Dico ꝙ utraq; ipfarũ a b. b c. data eft. Nã quoniã c b ipfa b a dato maior eft. Sit data d c. Reliqua igitur d b ipfi a b, eft æqualis: Cõpleatur a c. Et quoniã æqualis eft a b ipfi b d. Ratio igitur ipfius a b ad b d data eft. Datus autem eft angulus a b d. Datur igitur a d fpecie. Quoniã igitur a c data eft. ad datam d c adiũgitur excedẽs fpecie dato a d. Datur igitur exceffus per 59 datorũ. Data igitur eft b d. Sed & d c. Igitur tota b c data eft, eft autem & a b data, utraque igitur a b, b c data eft.



Theorema 85 Propofitio 85

SI binæ rectæ lineæ datam areolam comprehenderint in dato angulo, fuerit aũt & utraque fimul data, & ipfarũ utraque data erit.

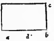
Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c, datã areolam comprehendant a c in dato angulo a b c data. Dico quod & utraq; ipfarũ a b, b c, data erit. Extendatur c b in d ponaturq; per 3 primi ele. ipfi a b æqualis b d, & per 31 primi ele per d ipfi b a parallelus excitetur d e Compleaturq; a d, & quoniam æqualis eft d b ipfi b a. Et angulus a b c datus eft. qm̃ & qui ex utraque parte datus eft, datur igitur e b. fpecie. Et qm̃ a b c, fimul data eft, æqualis autẽ eft & a b ipfi d b. Data igitur eft d c Quoniã igitur a c data eft, ad datam d c comparatur deficiẽs fpecie dato e b, igitur per 58 datorum dantur latitudines defectus. Datæ igitur funt ipfæ a b. b d. Sed & utraq; fimul a b c, data eft. Data igitur eft utraq; ipfarũ a b, b c.



Theorema 86 Propofitio 86

SI binę rectę lineæ datam areolam comprehenderint in dato angulo, potuerit autem utraque utraque dato maius quàm in ratione, & ipfarum utraque data erit.

Binæ, inquã. rectæ lineæ a b, b c datam areã cõprehendant a c in dato angulo a b c, quod autẽ ex b c eo quod ex a b dato maius fit quàm in ratione. Dico quod & utraque ipfarũ a b, b c, data eft. Nã qm̃ quod ex c b eo quod ex b a dato maius eft ꝙ in ratione. Auferatur datum, fitq; quod fub c b, b d. Reliqui igitur quod fub c d, c b ad id quod ex a b ratio data eft. Et quoniã quod fub a b, b c, datũ eft, eft aũt quod fub c b, b d datũ. Ratio igitur eius quod fub a b. b c ad id quod fub c b, b d, data eft. Sicut autẽ qđ fub a b. b c, ad id quod fub c b, b d: Sic a b ad b d. Quare & ipfius a b ad b d ratio eft data. Quare & eius quod ex a b ad id quod ex b d ratio eft data. Eius aũt quod ex a b, ad id quod fub b c. c d ratio eft data. & eius quod fub b c, c d igitur ad id quod ex d b ratio eft data. Quare & eius quod quater fub b c, c d ad id quod ex b d ratio eft data. Et eius igitur quod quater fub b c, c d una cum eo quod ex b d ad id quod ex b d ratio eft data. Sed id quod quater fub b c, c d una cum eo quod ex b d id eft quod ex utroq; fimul eft ipfius b c, c d. Ratio igitur utriufq; fimul quod ex b c, c d ad id quod ex b d data eft. Quare & utriufq; b c, c d, ad b d, ratio data eft. Et componendo igitur per 18 quinti ele. binarum b c ad b d, ratio eft data. Quare unius c b ad b d ratio eft data. Sicut autem c b ad b d, fic quod fub c b. b d ad id quod ex b d. Et eius quod fub c b, b d igitur ad id quod ex b d ratio eft data. Datum autem quod fub c b d, datum igitur & quod ex b d. Data igitur eft b d. quare & b c, data eft, ipfius enim c b ad b d ratio eft data. & da-



tur b d. Datur igitur & b c, est aũt & a c, datũ, & angulus a b c datus. Data igitur est a b, utraq; igitur ipsarum a b, b c, data est.

Theorema 87 Propositio 87

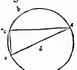
SI binæ rectæ lineæ areolam comprehenderint datã in dato angulo, quod à maiori uero minore dato maius fuerit, & ipsarum utraque data erit.

Binæ, inq;, rectæ lineæ a b, b c datã areã cõprehẽdant a c in dato angulo a b c, quod aũt ex a b dato maius esto, eo ꝙ ex b c, dico ꝙ utraq; ipsarũ a b, b c data est. Nã qm̃ quod ex a b, eo quod ex b, dato maius est. Auferatur datũ sitq; quod sub a b, b d. Reliquũ igitur quod sub b a, a d, æquum est ei quod ex b c. Et quoniã quod sub a b, b c, datũ est, est aũt & quod sub a b, b d datum. Ratio igitur eius quod sub a b, b d ad id ꝙ sub a b, b c data est. Estq; sicut quod sub a b, b d ad id quod sub a b, b c, sic d b ad b c. Ratio igitur ipsius d b ad b c, data est. Ratio igitur & eius quod ex d b, ad id quod ex b c data est. Ei autem quod ex b c, æquũ est id quod sub b a, a d. Ratio igitur eius quod sub b a, a d, ad id qđ ex d b, data est Et eius igitur quod quater sub b a, a d una cũ eo quod ex d b ad id qđ ex d b ratio est data Sed quod quater sub b a, a d una cum eo quod ex b d, id est quod ex utraq; simul ipsarũ b a, a d. Ratio igitur & eius quod ex utraq; simul b a, a d, ad id quod ex d b data est. Ratio igitur & utriusque simul b a ad d b data est. Et cõponẽdo igitur p 18 qnti ele. utriusq; simul b a, a d una cũ ipsa d b hoc est binarũ a b ad b d, ratio est data, & unius igitur a b ad d b, rõ est data. Ipsius autẽ d b ad b c, ratio est data. Et ipsius igitur a b ad b c, ratio est data. Et qm̃ ipsius a b ad b d ratio est data, estq; sicut a b ad b d. sic quod ex a b ad id quod sub a b, b d. Ratio igitur & eius quod ex a b ad id quod sub a b, b d data est. Datũ aũt est ꝙ sub a b. b d. Sic enim datũ aufertur. Datũ igitur est & qđ ex a b. Data igitur est a b, estq; ratio ipsius a b ad b d data. Data igitur est & b c.

Theorema 88 Propositio 88

ſI io circulo magnitudine dato, recta lioea acta fuerit assumens segmẽtũ capiẽs angulũ datũ, datur acta magnitudioe.

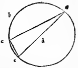
In circulo enim a b c magnitudine dato, excitetur a c assumẽs segmẽtũ a e c, accipiẽs angulũ datũ. Dico quod a c datur magnitudine. Assumatur enim per 1 tertij ele centrũ circuli sitq; illud d, & cõnexa a d & extẽdatur in e & cõnectatur c e. Datus igitur est qui sub a c e, rectus enim est, est aũt & q sub a e c, datus, & reliquus igitur qui sub c a e, datus est, datur igitur triãgulũ a e c specie. Ratio igitur est ipsius a e ad a c data, data autem est ea magnitudine, quoniã & circulus datur magnitudine. Data igitur est a c magnitudine.



Theorema 89 Propositio 89

SI in circulo magnitudine dato, recta linea acta fuerit data magnitudine, relinquetur segmẽtũ capiens angulũ datum.

In circulo em̃ magnitudine dato a b c, recta linea excitetur a c data magnitudine. Dico quod relinquetur segmẽtũ capiens angulũ datũ. Accipiatur enim per 1 tertij ele. cẽtrũ circuli sitq; illud d & cõnexa a d extẽdatur in e, & qm̃ utraq; ipsarũ e a, a c est data. Rõ igitur ipsius e a ad a c, data est. Et angulus qui sub a c e, rectus est Datur igitur a c e triãgulũ specie. Dat9 igitur est angulus a e c.

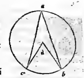


Theorema 90 Propositio 90

SI in circuli positiooe dati circunferentia assumptũ fuerit signũ datũ, ab hoc autẽ ad circuli circunferentiã infringatur aliqua recta linea datum aogulum efficiens, datur alter finis refractæ.

Circuli enim positione dati a b c in circũferẽtia accipiatur datũ signũ b, ab ipso aũt b refringatur recta linea b a c, datũ efficiẽs angulũ b a c. Dico quod c signũ datur. Assumatur

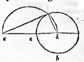
tur per 1 tertij elementorū. /ipsius circuli centrū d & cōnectātur b d,d c. Et qm̄ utrūq; ipsorū b d,datū est positione igitur est ipsa b d. Et qm̄ angulus b a c,datus est. Datus igitur est angulus b d c. Quoniā igitur ad positione rectam lineā b d ad signūq; d recta linea excitatur d c datū efficiēs angulū b d c. Data igitur ipsa d c positiōe, datus est aūt & circulus a b c. Datū igitur est c signum.



Theorema 91 *Propositio 91*

SI à dato signo, positiōe datū circulū tāgēs recta linea acta fuerit, datur acta pōne & magnitudine.

A dato enim signo c positiōe datū circulū a b tāgēs recta linea excitetur c a. Dico q̄ c a recta linea datur positiōe & magnitudine. Accipiatur enim p 1 tertij el. ipsius circuli cētrū d, & cōnectatur d a, & qm̄ datū est utrūq; ipsorū d c, data est igitur d c, estq; āgulus d a c, datus igitur sup c d, descriptus semicirculus ueniet p a, ueniat sitq; d a c, positiōe igitur est d a c, positiōe aūt est a b circul9. Igitur a datū est. Sed & c datū est. Data igitur est a c pōne & magnitudine.



Theorema 92 *Propō 92*

SI extra circulū positiōe datū assumptū fuerit aliquod datū signū ab ipso aūt signo in circulū acta fuerit aliqua recta linea, quod sub acta & ea quæ inter ipsum signū & curuā circūferentiam comprehēsum rectangulum datum.

Extra enim circulū positiōe datū a b c assumatur signū aliquod d, ab ipso aūt d signo extēdatur recta linea d b secās circulū. Dico q̄ quod sub b d,d c datū est, excitetur enim ab ipso d signo ipsum a b c, circulū tāgēs, recta linea d a per 17 tertij ele. Data igitur est d a positiōe & magnitudie. Qm̄ igitur data est a d, datū igitur est & quod ex a d, & est æquale ei quod sub b d,d c, per 36 tertij el. Datū igitur est quod sub b d,d c.

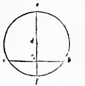
Aliter.

Assumatur per 1 tertij ele ipsius circuli cētrū e, & cōnectatur d e, extēdatur in a & quoniā datū est utrūq; ipsorū e d. Data igitur est e d positiōe Datur autē & a b f circulus, datū igitur est utrūq; ipsorū a f, est aūt ipsum d datū. Data igitur est utraque ipsarū a f, f d Datū igitur est quod sub a d,d f & ei est æquū quod sub b d,d c ei quod sub a d,d f Datum igitur est quod sub b d,d c.

Theorema 93 *Propositio 93*

SI in circulo positione dato, assumptū fuerit aliquod datū, ac per signū illud acta fuerit aliqua recta linea in ipso circulò, quod sub actæ sectionibus comprehensum rectangulū datū est.

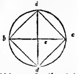
In circulo enim dato positione b c accipiatur signum aliquod datum a, ac per a excitetur quædam recta linea b c. Dico quod quod sub b a,a c datum est. Assumatur enim per primam tertij elemen. ipsius circuli centrum sitque d & connexa a d extendatur ad f e. Quoniam igitur utrūq; ipsorum d a, datum est, positione igitur est d a, positiōe autem & c b f circulus Datum igitur est utrunque ipsorum f e, est autem & a datum. Data igitur est utraque ipsarum f a,a e. Datum igitur quod sub f a,a e, & ei est æquū quod sub b a,a c, datum igitur est quod sub b a,b c.



Theorema 94. Propositio 94.

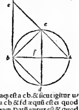
SI in circulo magnitudine dato recta linea acta fuerit, assumens segmentum capiens angulum datum, & qui in segmento angulus bifariam sectus fuerit, utraque simul angulum datum comprehendens ad secantem angulum bifatiam tationem habebit datam, & quod sub utraque simul angulum datum comprehendente recta linea, & infra assumpta ab ea quæ angulum bifatiam ad circunferentiam dispescit datum erit.

In circulo enim magnitudine dato a b c recta excitetur linea b c assumens segmentũ capiens angulum datum qui sub b a c, seceturq; ipse b a c per 9 primi elementorum bifariam recta linea a d. Dico quod ratio utriusq; simul b a c ad a d, data est: & etiã quod datũ est id sub utraq; simul b a c, & e d. Connectatur b d & quoniã in circulo magnitudine dato d a c. excitatur b c assumẽs segmentũ b a c, capiens angulũ datũ b a c. Data igitur est b c magnitudine. Idq; propterea iam & b d, data est magnitudine. Ratio igitur ipsius b c ad b d data est. Et quoniam angulus b a c, bifariam secatur à linea recta a d est igitur sicut b a ad a c, sic b e ad e c, uicissim igitur p 16 quinti ele sicut a b ad b e, sic a c ad c e, & sicut utraq; simul b a c ad b c, sic a c ad c e. Et quoniã angulus b a e angulo e a c, est æqualis, est autem & qui sub a c e, ei qui sub b d e æqualis. Reliquus igitur qui sub a e c, reliquo qui sub a b d, est æqualis, æquiangulum igitur est a e c triangulum ipsi n b d triangulo. Est igitur sicut a c ad c e. Sic a d ad b d. Sed sicut a c ad c e, sic utraque simul b a c ad b c, & sicut igitur per 11 quinti ele. utraq; simul b a c ad b c, sic a d ad d b. uicissim igitur per 16 qninti el. sicut utraq; simul b a c ad a d, sic b c ad b d. Ratio autẽ ipsius b c ad b d data est. Ratio igitur & utriusq; simul b a c ad a d data est. Dico quod & quod sub utraq; simul b a c, & d e datum est: nã quoniã æquiangulum est triangulum a c c ipsi d e b, triãgulo, est igitur sicut b d ad d e, sic a c ad c e. Sicut autem a c ad c e, sic est utraq; simul b a c ad b c & sicut igitur per 11 quinti ele. utraque simul b a c ad b c, sic est b d ad b e. Igitur quod sub utraque simul b a c & d e æquum est ei quod sub c b & b d. Datum est quod sub c b, & b d datum igitur & quod sub utraque simul b a c, & e d.



Aliter idem.

Extendatur a c. in e, ponaturq; ipsi c b æqualis c e, connectãturq; e b, b d. Et qm̃ qui sub a c b, duplus est utriusq; ipsorum a c d, c e b, æqualis igitur est qui sub c b e angulus ei qui sub a c d, hoc est ei qui sub a b d. Cõis põatur qui sub a b c. Tot: igitur qui sub d b c, toti qui sub f b e. est æqualis est aũt & qui sub c a b, ei qui sub c d b, æqualis. Reliquus igitur angulus qui sub c e b. reliquo ãgulo qui sub d c b est æqualis, æquiãgulũ igitur est e a b triãgulũ ipsi c d b triãgulo. Est igitur sicut e a ad a b Sic c d ad d b. Ipsa aũt utraq; d e est ipsa a c b, & sicut igitur utraq; ipsarũ simul a c b ad a b, sic c d ad b d. Et uicissim igitur per 15 quinti ele. sicut utraque simul a c b ad c d. Sic a b ad b d. Ratio autem est ipsius a b ad d b data: utraq; enim ipsarum data est. Ratio igitur & utriusq; simul a c b ad c d data est Et qm̃ æquiangulũ est triangulũ e a b triangulo f b d: est igitur sicut e a ad a b, sic b d ad d f. Ipsa autem e a, utraq; est a c b. & sicut igitur utraq; a c b ad a b, sic b d ad d f. Igitur quod sub utraq; simul a c b & f d æquũ est ei quod sub a b, b d. Datũ est aũt q sub a b, b d. Data igitur ipsarũ utraq; Datũ igitur est & quod sub utraq; simul a c b & f d.

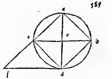


Aliter idem.

Extẽdatur a c, in f ponaturq; ipsi b a æqualis c f. Cõnectãturq; b d, d c, d f, & qm̃ æqualis est b a ipsi c f. & d b ipsi d c Binæ iã a b, b d binis f c, c d, sunt æquales altera alteri, & angulus q sub a b d, angulo q sub d c f, est æqualis, qñ quidẽ a b c d, quadratũ est. basis igitur a d per 4 primi ele. basi d f, est æqualis, & triãgulũ a b d, triangulo c d f, est æquale, & re-

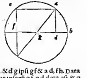
liqui

liqui anguli reliquis angulis æquales erũt, quos æqualia latera subtendunt Igitur angulus b a d. angulo d f c est æqualis: datus autẽ est angulus b a d. datus igitur est & qui sub d f c angulus: est aũt & qui sub d a f. angulus datus. Datur igitur triangulum a d f specie. Rõ igitur ipsius f a ad a d, data est. At a f, utraque est simul b a c. eo quia æqualis est c f, ipsi b a. Ratio igitur utriusque simul b a c ad a d, data est, & similiter sicut prius demonstrabimus quod id quod sub utraque b a c, & e d datum est.



Theorema 95 Propositio 95

Si in circuli positione dati diametro datũ signum assumptũ fuerit, ab ipso aũt signo ad ipsum circulũ protecta fuerit aliqua recta linea, & à sectione ad rectos angulos acta fuerit ipsi excitatæ, à signo aũt in quod cõcurrit quæ ad rectos angulos ipsi circuli circunferẽtia parallelus acta fuerit excitatæ. Datũ est signũ ꝙ concurrit parallelus diametro, & quod sub parallelis comprehẽsum rectãgulũ datũ erit.



In circuli enim a b c, positione dati diametro b c assumptum sit datũ signũ d ac per ipsum d ad circulũ producatur quædã utcũq; recta linea d a, ab ipso autẽ a ipsi d a angulus excitetur rectus a e, ac per e ipsi a d, per 31 primi ele. parallelus excitetur e f Dico quod f datum est, & quod ea quæ sub a d, e f, area data est extẽdatur e f in h, & cõnectatur a h. Quoniam angulus h e a. rectus est, & h a dimetiẽs est circuli a b c, est autẽ & b c dimetiẽs. Igitur g centrũ est circuli a b c Datũ igitur est signũ g, est aũt & d datũ. Data igitur est d g, magnitudine: & quoniã a d ipsi e h. parallelus est. Et æqualis est h g ipsi g a, per 15 diffinitionẽ primi el. & d g ipsi g f & a d, f h. Data igitur d g. Data igitur est & f g. Sed & positione. Vtraq; igitur ipsarũ g f. g d data est, & g datũ est Datũ igitur & f. & quoniã in circulo a b c positiõe dato. assumitur signũ f datũ, & extenditur e f h Datũ igitur est per 95 datorũ, quod sub e f, f h. æqualis aũt est h f ipsi d a. Datum igitur est quod sub a d, e f.

Finis Datorum.

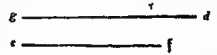
EVCLIDIS DE LEVI ET PONDEROSO FRAGMENTVM.

Diffinitiones. 1 Æqua magnitudine corpora sunt, quæ loca replent æqua. 2 Diuersa magnitudine corpora sunt, quæ loca replent non æqua. 3 Grãdiora magnitudine dicũtur corpora, quæ loco sunt ampliore. 4 Æqua potentia corpora sunt, quorũ & tempore & aere aquáue media æqualibus & per æqualia interualla æquales sunt motus. 5 Diuersa potentia corpora sunt, quorum tẽpore diuerso motus sunt æquales. 6 Diuersorũ potẽtia corporum, maius id potentia dicitur, quod mouendo temporis insumpsit minus: minus autem potẽtia, quod temporis amplius. 7 Generis eiusdem corpora sunt, quæ cum æqua magnitudine sint, etiam sunt potentia. 8 Diuersa genere corpora sunt, quæ cum æqua magnitudine sint, potentia non sunt, per idem licet medium moueãtur. 9 Diuersorum genere corporum, potentius id dicitur, quod est solidius.

Theorema primum

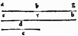
Theoremata. Diuersorum potentia corporum, quod spatium amplius mouetur, habet amplius potentiæ.

Sint a & b corpora duo, sint g d & e f, spatia duo, g d maius per quod a, e f, minus per quod b mouetur resecabo à spatio g d, g r spatium, sicut sit e f spatio spatiũ g r æquale. Cætera sponte patent.



Theorema secundum

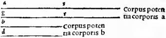
EOrundem genere corporũ si ipsa inter se erunt multiplicia, erunt æque ipsorum potentiæ multiplices.



Sit corpus a g, eodem genere corpori d, duplum, dico, etiam potentia duplum esse. Sit enim a g, quidem corporis potentia e h, d uero & a g iuxta multiplicis excessum in a b & b g, diuidatur, sicut utriusque potentia, ipsius d corporis potẽtiæ quæ erat c æqualis, fiat rursus ut a g corpus in partes a b, b g corpori d æquas diuisimus, sic e h, potentiam in partes e r & r h, æquas c potentia diuidamus. Liquidum est e h potentiã duplum potentiæ c euadere.

Theorema tertium

EOrundẽ genere corporũ, proportio & magnitudine, & potentia est eadem.



Sit à corpus corporis eodem genere b duplum, dico ut a corpus ad b corpus est, sic corporis a potẽtia g ad corporis b potentiam d esse. Patet si ut corpora sic potentias æque utrinque multipliciter diuidamus.

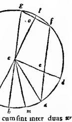
Theorema quartum

QVæ corpora, æqua potentia eiusdem generis corpori sunt, eiusdẽ sunt inter se generis, ablatis enim æqualibus illi tertio, erũt ipsorum uirtutes æquales, quia potentiæ tertij æquales.

Quorũ corporũ & magnitudo & potentia proportio una est, ipsa generis eiusdẽ erunt. Sit ut a corpus ad corpus b, sic corporis a potentia ad corporis b potentiã d, dico a, b, corpora generis eiusdẽ esse. Statuamus. n. a corpus, æquale corpori cuius potentia sit r. Erunt igitur ut b ad a, sic r ad potentiam ipsius a quæ est g. Reliqua patẽt.

Ad finem quarti libri hæc à Campano adiecta sunt.

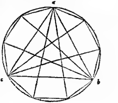
DAtum triangulum in tria æqualia diuidere.



Sit angulus datus c. uolo ipsum diuidere in tres æquales angulos quod sic facio Pono primo c, cẽtrũ circuli describendo circulũ usque quo secẽt circũferẽtiã in pũctis a & b, tũ a pũcto c quod est centrũ circuli, duco lineã c d perpẽdiculariter ad lineã c b & in linea c d assignabo pũctũ e, a quo duco lineã ad æqualitatẽ c b usque quo secet circũferẽtiã circuli in pũcto f. & produco usque ad a. dem deprtraho lineã g h æquidistãtẽ f a quæ. f g h trãseat per cẽtrũ, & duco lineã f g æquidistãtẽ lineæ e c & protraho lineã c b in cõtinuũ & directũ usque ad l quæ secat lineã f g orthogonaliter in puncto o & per æqualia. dico ergo quod arcus l g est æqualis arcui h b, propter hoc quod angulus l c g est æqualis angulo h c b cũ sint cõtra se positi. Cum igitur arcus f g sit duplus arcui l g erit duplus arcui h b, sed arcus f g est æqualis arcui h a cum sint inter duas æquidistantes lineas quæ sunt f a & g h ergo arcus h a est duplus arcui h b, ergo & an-

& angulus a c h est duplus angulo h c b, diuidã ergo angulum c h per æqualia per lineam c ut patet propositum.

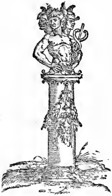
INtra datum circulum nõ angulũ æquilaterũ atque æquiangulum designare. Quod sic fieri potest, iuxta doctrinã secundæ huius inscribo circulo assignato triangulũ æquilaterum atq; æquiangulum qui sit a b c, & unumquemque angulum eius diuidam per tria æqualia & protraham lineas diuidentes angulos usque ad circunferentiam & tunc quia nouem anguli locati in circulo sunt æquales, de necessitate arcus suppositi ipsis angulis sunt æquales protraham enim cordas subtractas singulis arcubus & habebo intentum.



REGESTVM.

† a b c d e f g h i k l m n o p q r s t u x y z.
A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z.
Aa Bb Cc, Omnes sunt terniones
præter † qui est duernio.

BASILEAE APVD IOHANNEM
HERVAGIVM, ANNO
M. D. XXXVII.
MENSE AVGV-
STO.



Euclides Elem. Mathe