



Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

Esta tesis doctoral contiene un índice que enlaza a cada uno de los capítulos de la misma.

Existen asimismo botones de retorno al índice al principio y final de cada uno de los capítulos.

[Ir directamente al índice](#)

Para una correcta visualización del texto es necesaria la versión de [Adobe Acrobat Reader 7.0](#) o posteriores

Aquesta tesi doctoral conté un índex que enllaça a cadascun dels capítols. Existeixen així mateix botons de retorn a l'índex al principi i final de cadascun dels capítols .

[Anar directament a l'índex](#)

Per a una correcta visualització del text és necessària la versió d' [Adobe Acrobat Reader 7.0](#) o posteriors.

T
1987
021

UNIVERSIDAD DE ALICANTE
FACULTAD DE CIENCIAS
DIVISION DE INGENIERIA QUIMICA

FACULTAD DE CIENCIAS DE ALICANTE
Queda registrado al folio <u>5</u> n.º <u>49</u>
del libro correspondiente.
Alicante <u>22</u> de <u>Junio</u> de <u>1987</u>
El Secretario,
<i>[Signature]</i>



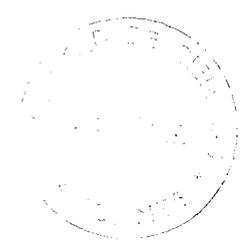
CARACTERIZACION DE CERAMICAS ARQUEOLOGICAS DE LA PROVINCIA
DE ALICANTE POR APLICACION DE ANALISIS ESTADISTICO MULTIVARIANTE
A LOS DATOS DE COMPOSICION QUIMICA

FACULTAD DE CIENCIAS-BIBLIOTECA
UNIVERSIDAD DE ALICANTE
N.º REGISTRO <u>1.826</u>
FECHA <u>8-10-87</u> DPTO. <u>BIBLIOTECA</u>
CDU. _____
SIGNATURA <u>Tesis/100</u>

Memoria que para optar al
Grado de Doctor en Ciencias
Químicas presenta
M. DESAMPARADOS GOMEZ SIURANA



ALICANTE 1987

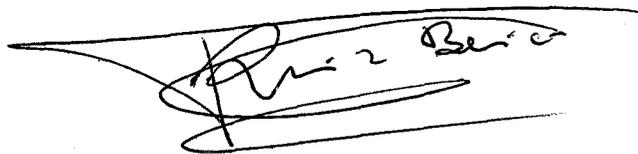


Universitat d'Alacant
Universitat de Alicante

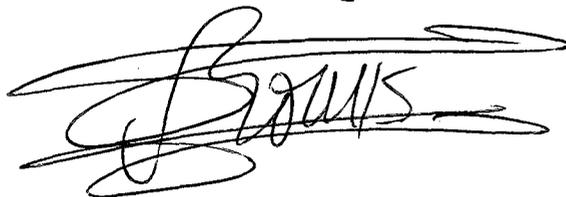
D. FRANCISCO RUIZ BEVIA, Dr. en Ciencias Químicas, Catedrático de Ingeniería Química de la Universidad de Alicante y D. VICENTE GOMIS YAGÜES, Dr. en Ciencias Químicas y Profesor Titular de Ingeniería Química.

CERTIFICAMOS: Que D^{ña} M^a de los DESAMPARADOS GOMEZ SIURANA, Licenciada en Ciencias (Sección Químicas) ha realizado bajo nuestra dirección en la División de Ingeniería Química de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Alicante, el trabajo que bajo el título "CARACTERIZACION DE CERAMICAS ARQUEOLOGICAS DE LA PROVINCIA DE ALICANTE POR APLICACION DE ANALISIS ESTADISTICO MULTIVARIANTE A LOS DATOS DE COMPOSICION QUIMICA", constituye su memoria para aspirar al Grado de Doctor en Ciencias Químicas, reuniendo, a nuestro juicio, las condiciones necesarias para ser presentada y defendida ante el tribunal correspondiente.

Y para que conste a los efectos oportunos, en cumplimiento de la legislación vigente, firmamos el presente certificado en Alicante, a veintidós de Junio de mil novecientos ochenta y siete.



Fdo. Francisco Ruiz Beviá
Catedrático de Ingeniería Química



Fdo. Vicente Gomis Yagües
Profesor Titular de Ingeniería Química





Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

A mi hijo
A mi marido
A mis padres



FACULTAD DE CIENCIAS BIBLIOTECA	
UNIVERSIDAD DE ALICANTE	
N.º REGISTRO	1826
FECHA	8-10-87 DPTO BIBLIOTECA
CDU.	
SIGNATURA	Tesis/100

AGRADECIMIENTO

En primer lugar y muy especialmente, quiero agradecer a los Doctores D. Francisco Ruiz Beviá y D. Vicente Gomis Yagües la dirección, consejos, apoyo e inestimable ayuda, que en todo momento me han prestado a lo largo de esta investigación.

Al Departamento de Prehistoria y Arqueología de la Universidad de Alicante, y en particular a su Director, Dr. D. Lorenzo Abad Casal, por suministrarme el material de que es objeto este trabajo y por la ayuda prestada en la fijación de las características arqueológicas de las muestras.

A D^{ña} Elena Blasco, por proporcionarme diez de las terras sigillatas de Santa Pola.

Debo mencionar también a todos mis compañeros de División, por la desinteresada colaboración que me han brindado durante estos años, ante cualquier problema.



INDICE

1. RESUMEN	1
2. INTRODUCCION	5
2.1. <u>QUIMICA Y ARQUEOLOGIA</u>	10
2.2. <u>ANALISIS ESTADISTICO MULTIVARIANTE (MVSA) Y ARQUEOLOGIA</u>	16
2.3. <u>BREVE DESCRIPCION DE ALGUNAS TECNICAS DE MVSA</u>	16
2.3.1. <u>Métodos de análisis y representación de datos</u>	16
2.3.1.1. Análisis de componentes principa- les	16
2.3.1.2. Análisis factorial de correspon- dencias	18
2.3.1.3. Análisis canónico de poblaciones .	19
2.3.1.4. Análisis de proximidades	20
2.3.2. <u>Métodos de clasificación</u>	22
2.3.2.1. Taxonomía numérica o análisis cluster	22
2.3.2.2. Análisis discriminante	25
2.3.3. <u>Otros métodos de MVSA</u>	26
2.3.3.1. Análisis de correlación canónica .	26
2.3.3.2. Análisis de la varianza	27
2.3.4. <u>Paquetes estadísticos que contie- nen programas de MVSA</u>	28
2.3.5. <u>Aplicaciones generales de los métodos de MVSA</u>	30
2.4. <u>REVISION BIBLIOGRAFICA DE LA APLICACION DE MVSA A CERAMICAS ARQUEOLOGICAS</u>	33
2.4.1. <u>Aplicación de MVSA a distintas carac- terísticas de cerámicas arqueológicas</u>	33



Universitat d'Alacant
 Universitat de Alicante

2.4.2.	<u>Aplicación de MVSA a los resultados de análisis químicos de cerámicas arqueológicas</u>	36
2.4.2.1.	Referencias bibliográfica en las que la técnica analítica empleada no es la espectrofotometría de absorción atómica	36
2.4.2.2.	Referencias bibliográficas en las que la técnica analítica utilizada es la espectrofotometría de absorción atómica	45
2.4.3.	<u>Valoración de los trabajos revisados.</u>	48
2.5.	<u>RIQUEZA ARQUEOLOGICA DE LA PROVINCIA DE ALICANTE</u>	50
3.	OBJETO Y ALCANCE DE LA PRESENTE INVESTIGACION	55
4.	MATERIALES Y METODOS	59
4.1.	<u>MATERIALES</u>	59
4.1.1.	<u>Muestras de cerámica a estudiar</u>	59
4.1.2.	<u>Muestras de arcillas y de cerámicas modernas de Agost</u>	84
4.1.3.	<u>Muestras de arcillas estudiadas</u>	90
4.2.	<u>METODO EXPERIMENTAL</u>	94
4.2.1.	<u>Preparación de las muestras</u>	94
4.2.2.	<u>Disgregación de las muestras</u>	95
4.2.3.	<u>Determinación cuantitativa de los óxidos</u>	101
4.2.4.	<u>Precisión del método analítico</u>	105
4.3.	<u>TRATAMIENTO ESTADISTICO DE LOS RESULTADOS</u>	110
4.3.1.	<u>Análisis de componentes principales</u> .	110
4.3.2.	<u>Análisis cluster</u>	112
4.3.3.	<u>Análisis discriminante y análisis canónico</u>	114
4.3.3.1.	Análisis discriminante	114

4.3.3.2. Análisis canónico	120
4.3.4. <u>t-tests</u>	121
4.3.4.1. Prueba t de varianzas separadas .	122
4.3.4.2. Prueba t de varianzas conjuntas .	123
4.3.4.3. Test de Levene para varianzas ...	123
4.3.4.4. Test basado en la T^2 de Hotelling y en la D^2 de Mahalanobis .	124
5. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y DISCUSION.....	126
5.1. <u>RESULTADOS EXPERIMENTALES</u>	126
5.2. <u>APLICACION DE ANALISIS ESTADISTICO MULTIVARIANTE A LOS RESULTADOS OBTENIDOS</u>	135
5.2.1. <u>Aplicación de análisis de componentes principales y análisis cluster al conjunto de las cerámicas arqueológicas de Alicante</u>	140
5.2.1.1. Análisis de componentes principales	141
5.2.1.2. Análisis cluster	159
5.2.2. <u>Aplicación de análisis discriminante y análisis canónico al conjunto de cuatro grupos de cerámicas arqueológicas de Alicante: Bronce, ibérico romano y griego</u>	165
5.2.2.1. Análisis discriminante	166
5.2.2.2. Análisis canónico	176
5.2.3. <u>Definición de grupos homogéneos con respecto a criterios arqueológicos y de composición química de cerámicas de Alicante: Bronce, ibérico, romano y griego</u>	180
5.2.3.1. Comparación entre cerámicas de la Edad del Bronce e ibéricas de Alicante	183
5.2.3.2. Comparación entre cerámicas de la Edad del Bronce y romanas de Alicante	187

5.2.3.3.	Comparación entre cerámicas ibéricas y romanas de Alicante ..	193
5.2.3.4.	Definición de grupos más homogéneos y obtención de las funciones discriminantes de estos grupos ..	199
5.2.4.	<u>Estudio estadístico de cerámicas del tipo "terra sigillata"</u>	208
5.2.4.1.	Grupo "terra sigillata" de las cerámicas de Alicante	210
5.2.4.2.	Cerámicas del tipo terra sigillata norteafricana de Santa Pola ..	218
5.2.4.3.	Cerámicas del tipo terra sigillata altoimperial de Santa Pola ...	227
5.2.5.	<u>Estudio comparativo con los resultados analíticos encontrados por otros res para cerámicas arqueológicas de otras procedencias</u>	241
5.2.6.	<u>Interrelación cerámicas arqueológicas locales y arcillas de la provincia de Alicante</u>	253
6.	CONCLUSIONES	273
7.	APENDICES	280
7.1.	<u>ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES</u>	280
7.2.	<u>ANÁLISIS CANÓNICO DE POBLACIONES</u>	281
7.3.	<u>ANÁLISIS CLUSTER</u>	287
7.4.	<u>ANÁLISIS DISCRIMINANTE</u>	289
7.5.	<u>ANÁLISIS DE LA VARIANZA</u>	291
7.6.	<u>PROGRAMA DE CÁLCULO DE LOS COEFICIENTES DE CORRELACION SERIAL</u>	297
7.7.	<u>PROGRAMA DE CÁLCULO PARA ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES Y ANÁLISIS CLUSTER</u> ..	298
7.8.	<u>COMPROBACION DE LAS HIPOTESIS DE PARTIDA PARA LA APLICACION DE ANÁLISIS DE LA VARIANZA</u>	302
7.9.	<u>ANÁLISIS QUÍMICOS DE 29 ARCILLAS DE INTERÉS CERÁMICO DE LA PROVINCIA DE ALICANTE (MAS, 1981)</u>	325
	BIBLIOGRAFIA	331

1. RESUMEN

El presente trabajo se plantea con vistas a la consecución de tres objetivos:

i) identificación de piezas cerámicas arqueológicas a partir de su composición química, mediante la definición de grupos homogéneos tanto composicional como arqueológicamente.

ii) Estudio de las cerámicas romanas del tipo terra sigillata; diferenciación entre las piezas norteafricanas y las altoimperiales y, dentro de estas últimas, de las itálicas, sudgálicas e hispánicas.

iii) Identificación del área de manufactura de una pieza cerámica mediante la comparación de su composición química con los datos analíticos de una serie de cerámicas.

En primer lugar, se ha determinado la composición química de 115 muestras cerámicas arqueológicas que abarcan desde la época eneolítica hasta la medieval, diferenciando entre:

- 92 fragmentos procedentes de yacimientos de la provincia de Alicante.
- 2 fragmentos de un yacimiento de la provincia de Málaga

- 1 fragmento procedente de la provincia de Albacete.
- 24 fragmentos de terras sigillatas: 10 norteafricanas, 10 altoimperiales y 4 de tipo lucente, procedentes de Santa Pola (Alicante).

También se han analizado 16 muestras de cerámicas modernas, arcillas y pastas procedentes de Agost, y 38 arcillas triásicas de la Cordillera Bética.

Se ha utilizado una disgregación por vía húmeda con ácido fluorhídrico, con separación, por destilación, del ácido hexafluorosilícico formado, y análisis de los elementos Mn, Al, Fe, Na, K, Ca, Mg y Si por espectrofotometría de absorción atómica. El Ti ha sido analizado colorimétricamente, con H₂O₂ en medio sulfúrico. Se ha analizado el contenido en carbonatos, utilizando un calcímetro, y se ha determinado la pérdida por calcinación a 900°C.

Se han aplicado los siguientes métodos de análisis multivariante a los resultados obtenidos:

- Análisis de componentes principales
- Análisis cluster
- Análisis discriminante
- Análisis canónico de poblaciones
- Análisis univariante y multivariante de la varianza

para la búsqueda de correlaciones entre los grupos definidos atendiendo a criterios arqueológicos y los grupos composicionales. Previamente, se ha

comprobado el cumplimiento de las hipótesis de partida requeridas para una correcta aplicación de los análisis discriminante, canónico y univariante y multivariante de la varianza.

Como resultado del análisis estadístico realizado, se obtiene una excelente correlación entre la composición química y los datos de edad y procedencia para la mayoría de las cerámicas estudiadas. El análisis discriminante ha permitido identificar las variables diferenciadoras entre los grupos de cerámicas de la Edad del Bronce, ibéricas, griegas y romanas (%MnO, %K₂O, %CaO y %MgO), así como la obtención de las funciones discriminantes que permiten la asignación de nuevos casos a una población u otra en función de su contenido en los óxidos antes mencionados.

El estudio de las terras sigillatas ha puesto de manifiesto que las piezas norteafricanas se diferencian de las altoimperiales por su contenido en CaO, mientras que dentro de estas últimas se puede discriminar entre las muestras itálicas y las sudgálicas e hispánicas a partir del %MnO.

Se ha verificado la validez de las funciones discriminantes obtenidas para los grupos de cerámicas arqueológicas de Alicante mediante su aplicación a los datos analíticos presentados por diferentes autores.

La aplicación de análisis de componentes principales y análisis cluster al conjunto de resultados correspondientes a las cerámicas arqueológicas y a las muestras procedentes de Agost, evidencia la existencia de una gran

similitud entre la composición química de una cerámica y la de la arcilla utilizada como materia prima.

Por último se ha realizado un tratamiento estadístico conjunto de las cerámicas arqueológicas y las arcillas locales, que ha servido para asignar una manufactura local, o un origen foráneo para un elevado número de muestras.

2. INTRODUCCION

2.1. QUIMICA Y ARQUEOLOGIA

Las tres cuestiones más frecuentes con que suelen enfrentarse los arqueólogos hacen referencia a la edad de un objeto, al material con el que fue construido y a su autenticidad. Si bien desde hace unos doscientos años se han aplicado técnicas físicas o químicas para la resolución de problemas arqueológicos, estas actuaciones han sido esporádicas. El gran desarrollo que han experimentado las técnicas instrumentales desde hace algunos años, ha contribuido a crear una nueva ciencia, la "Arqueometría", en la que la metodología de la física y la química sirve para dar respuesta a los interrogantes planteados por el arqueólogo.

Las contribuciones de la química a la arqueología pueden incluirse en cuatro categorías: datación, conservación, prospección y composición. El conocimiento de la composición de objetos pertenecientes a pueblos de la antigüedad puede proporcionar informaciones valiosas, tales como la procedencia de la materia prima utilizada para la manufactura del mismo (en el caso de metales, piedras o cerámicas), la causa de ciertas propiedades (color de vidrios, maleabilidad de metales), o tecnologías de fabricación (metalurgia, alfarería). La composición química puede también, en ocasiones, poner de manifiesto la autenticidad de ciertas

piezas (por ejemplo, la presencia de pigmentos desconocidos en la época en que se supone fue elaborado un objeto, será una prueba concluyente sobre su falsedad), o incluso, la cronología de las mismas, mediante el seguimiento de la tecnología de fabricación de un objeto a través de la historia.

Una revisión histórica de las aplicaciones de la química a la arqueología, pone de manifiesto, que ya en el siglo XIX, químicos tan eminentes como Davy, Berzelius y Faraday realizaron análisis químicos sobre objetos arqueológicos. Si como Meschel (1974) definimos al químico como a aquel que realiza un trabajo cuantitativo, nos encontramos con que la primera aportación de la química a la arqueología data del siglo XVIII, en que M.H. Klaprotz analizó monedas, objetos de latón y vidrios antiguos. Sir H. Davy estudió pigmentos antiguos y pinturas murales romanas, y trabajó en los problemas de conservación de papiros.

J.F. Wocel fue el primer químico que propuso, hacia la mitad del siglo XIX, que los datos precisos de composición química de objetos de metal antiguos podían estar relacionados con su origen y edad aproximada.

Faraday examinó cerámicas romanas. El encontró también la evidencia concluyente de la presencia de plomo en vidrios, dato de gran importancia en la investigación de la tecnología de manufactura del vidrio en épocas antiguas.

Carnot estudió el contenido en flúor de los huesos, siendo el primero en proponer que éste podía usarse para la datación de restos humanos. En la actualidad, el contenido en flúor, relacionado con el contenido en nitrógeno y uranio, se utiliza para la datación relativa de huesos.

También durante el siglo XIX tiene lugar la aplicación sistemática de los principios científicos a la conservación de objetos de arte, siendo en ésto pionero el Museo Estatal de Berlín.

En el primer cuarto del siglo XX, el interés de los científicos en el campo de la arqueología química va en aumento, siendo en este periodo cuando se desarrollan los principios, ideas y conceptos pioneros.

Durante los últimos años, la química arqueológica se ha desarrollado mucho más rápidamente debido a la gran evolución que han experimentado las técnicas instrumentales, que hace que prácticamente todos los tipos de química cuantitativa se hayan aplicado en problemas arqueológicos. La mayoría de los químicos con intereses en arqueología se centran en el problema de la composición, y se utilizan todos los recursos de la química analítica moderna. Idealmente, la técnica a utilizar debe ser no destructiva, y poder operar con una pequeña cantidad de muestra. Además debe cumplir todos los requisitos que, en general, se exigen a cualquier método analítico, en cuanto a precisión, exactitud, rapidez y coste. En la

tabla 2.1 se resumen las técnicas analíticas más usadas en arqueología.

La espectrofotometría de absorción atómica es, probablemente, la técnica más precisa y la menos cara, pero presenta la desventaja de ser muy lenta. La fluorescencia de rayos X en conjunción con la microscopía electrónica, puede dar simultáneamente el contenido en varios elementos, pero es menos precisa y más cara que la anterior. La activación neutrónica es una técnica muy sensible para análisis elementales, pero requiere un reactor nuclear y, por tanto, es muy cara y no muy fácilmente accesible. En general puede decirse que la espectrofotometría de absorción atómica es particularmente aconsejable para el análisis de materiales que puedan ser puestos en disolución.

Según el tipo de objeto que se vaya a estudiar, el químico arqueológico deberá decidir cuales serán los elementos a analizar, y por qué técnica.

La cerámica es el resto más abundante en los yacimientos arqueológicos a partir de la época Neolítica y es, por excelencia, el objeto director de identificación de una cultura y de la datación de una ocupación. Como ya se ha mencionado, es una idea antigua que la composición de un objeto debe guardar relación con la de la materia prima a partir de la cual ha sido fabricado, sin embargo, es casi imposible establecer una relación teórica entre la composición de una arcilla original y el objeto obtenido a partir de ella, ya que durante el

Tabla 2.1. Comparación de las técnicas analíticas más usadas en Arqueología.

EAA: Espectrofotometría de absorción atómica
 EEA: Espectroscopia de emisión óptica
 FRX: Fluorescencia de rayos X
 DRX: Difracción de rayos X
 AN: Activación neutrónica
 EM: Espectroscopia Mössbauer
 EI: Espectroscopia infrarroja
 CG: Cromatografía de gases

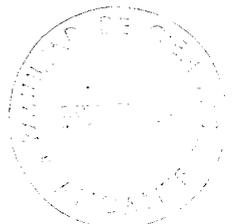
TECNICA	EAA	EED	FRX	DRX	AN	EM	EI	CG
Tamaño de muestra	pequeño 10-100 mg	pequeño 5-10 mg	no destructiva o pequeño 100 mg	pequeño 5-10 mg	no destruct. 50-100 mg	pequeño 100 mg	pequeño pocos mg	pequeño
Análisis de superficies (S) o interior (I)	I	I	S	I ó S	I	I ó S	I	I
Rango de concentración	mayoritarios minoritarios trazas 10ppm-10%	mayoritarios minoritarios trazas 100ppm-10%	mayoritarios minoritarios trazas 50ppm-100%	mayoritarios (>1%)	mayoritarios minoritarios trazas 1ppm-100%			mayoritarios minoritarios trazas
Elementos o compuestos analizados (nº o tipo)	30-40 elementos	30-40 elementos	elementos Z>22(aire) ó Z>12(vacío)	compuestos o elementos cristalinos	40-60 elementos	compuestos de Fe	organo-moléculas	compuestos orgánicos
Precisión estimada (%)	2	10	2-5	2-5	2-5			
Velocidad	manual registrador automático	manual registrador fotográfico	rápido alguna automatización	registrador automático fotográfico	registrador y cambio de muestra automático		rápido	rápido
Coste relativo	bajo medio	bajo	medio	medio	alto	medio	medio	bajo medio
Aplicaciones	Vidrio metal cerámica	Vidrio metal cerámica	Vidrio metal cerámica pigmentos	pigmentos cerámica	Vidrio metal cerámica	pigmentos cerámica	ámbar resinas barnices	resinas barnices aceites

proceso de manufactura se introducen gran número de variables irreproducibles que pueden afectar a las observaciones analíticas sobre el objeto final. Por ejemplo, los alfareros no seguirán siempre procesos de purificación de las arcillas rigurosos, y variarán los aditivos y las condiciones de cocción en función de cual sea el objeto final deseado. Consecuentemente, las correlaciones entre composición y procedencia, serán siempre empíricas.

Por otro lado, hay que considerar que el análisis de un objeto aislado no va a conducir a ningún lado y, en general, no va a proporcionar gran información para el arqueólogo. Lo que sí será de interés, será el disponer de los resultados analíticos de series de objetos de procedencia asegurada, de los cuales pueda extraerse información, operando en términos de probabilidad.

2.2. ANALISIS ESTADISTICO MULTIVARIANTE (MVSA) Y ARQUEOLOGIA

La introducción de las matemáticas aplicadas en arqueología es el resultado del encuentro de tres factores de evolución: el desarrollo de un movimiento cuantitativo dentro del conjunto de las ciencias humanas, la aparición de nuevas concepciones en arqueología y el gran impulso de las matemáticas aplicadas en todo el dominio científico gracias a la aparición de los ordenadores.



Antes de 1940, la ausencia de datos cuantitativos entrañaba, naturalmente, la ausencia de toda metodología matemática y gráfica. Los primeros años que siguen al fin de la última guerra contemplan la proliferación de datos cuantitativos. En los años 1965-1970, la difusión de los primeros ordenadores en las universidades libera al investigador de la complejidad de los algoritmos y de la pesadez de los cálculos que limitaban el uso de las matemáticas. La estadística clásica vive una revolución que supone el paso de las estadísticas unidimensionales a las multidimensionales.

Las matemáticas aplicadas pasan a ser la ciencia de la modelización numérica de los fenómenos e invaden progresivamente el dominio de las ciencias exactas, de las ciencias económicas y sociales (econometría), de las ciencias de la tierra (taxonomía y análisis espacial) y, en definitiva, de las ciencias humanas.

Cuando se realiza un análisis multielemental sobre una colección de muestras, los resultados tabulados pueden considerarse como un conjunto de puntos en el espacio n -dimensional, en el que cada muestra viene representada por un punto cuyas coordenadas corresponden a los valores de las n variables medidas. La relación entre las muestras vendrá dada por la distancia entre los puntos respectivos en el espacio definido. El análisis de los datos será mucho más instructivo si se puede obtener un dibujo global que contenga la información de la matriz de datos. Esto puede dar respuesta a problemas de clasificación, haciendo innecesaria la posterior manipulación de

los datos. Para servir a este propósito, existe una variedad de técnicas matemáticas de estadística descriptiva que pueden aplicarse a los datos analíticos multielementales.

El análisis estadístico multivariante (MVSA) engloba un conjunto de métodos estadísticos y matemáticos para analizar, describir e interpretar las observaciones multidimensionales, es decir, el material estadístico que procede de la observación de mas de una variable.

Se designa bajo el término de "clasificación automática" a los métodos que tienen por objeto mostrar agrupaciones significativas en las tablas de datos, con el fin de poder establecer particiones. La primera generación de algoritmos de clasificación aparece en los años sesenta, y da lugar al nacimiento de una nueva disciplina de las ciencias naturales, la taxonomía numérica. Sokal y Sneath, en 1963, publican un libro (Principles of Numerical Taxonomy) que influye enormemente en los arqueólogos, que retoman estos métodos a partir de 1966. Tales métodos, esencialmente las clasificaciones jerárquicas ascendentes, construyen representaciones arborescentes (dendogramas), hechas de clases encajadas, y basta con cortar a un nivel significativo para obtener una partición.

La necesidad de tratar volúmenes de datos muy importantes, como ocurre en meteorología, teledetección o geografía humana, para la búsqueda de agrupaciones significativas, conduce a la puesta a punto de nuevos algoritmos de clasificación jerárquica que puedan clasificar

varios miles de datos en pocos segundos, mediante el uso de potentes ordenadores.

En líneas generales, se puede decir, que una clasificación jerárquica parte de un conjunto cuyos elementos deben ser clasificados. Se trata de obtener sucesivas particiones ("Clusterings"), organizadas en diferentes niveles jerárquicos, estando cada partición formada por clases disjuntas ("clusters"), de forma que los elementos de una clase sean razonablemente homogéneos.

Las características más importantes de una clasificación hacen referencia al tipo de variable, al tipo de relación existente entre los objetos a clasificar, y al tipo de clasificación.

Las variables utilizadas pueden ser cualitativas o cuantitativas, haciéndose la clasificación en relación a la presencia o ausencia de una cierta característica cuando se trata de variables cualitativas.

Las relaciones entre los objetos se establecen calculando una matriz de similitudes o disimilitudes, en el caso de variables cualitativas, o una matriz de correlaciones o de distancias, cuando se trata de variables cuantitativas.

En cuanto al tipo de clasificación puede ser:

Aglomerativa/divisiva. En una clasificación aglomerativa se parte inicialmente de los objetos, que se van fusionando progresivamente,

mientras que en una clasificación divisiva se parte del conjunto total que se subdivide progresivamente hasta alcanzar un grado aceptable de subdivisión.

Jerárquica/no jerárquica. En una clasificación no jerárquica se forman grupos sin establecer relaciones entre ellos. En una clasificación jerárquica los grupos se van fusionando progresivamente, mientras va decreciendo la homogeneidad de los grupos, cada vez más amplios, que se van formando.

Monotética/politética. Una clasificación monotética está basada en una característica única (o en unas pocas) que sea muy relevante. Una clasificación politética se basa en un número muy grande de características y solo exige que los elementos de una misma clase posean características comunes en número suficiente como para poder justificar analogías entre ellos.

El análisis de datos agrupa familias de métodos que tienen por objeto describir, estructurar o explicar entidades descritas por numerosas variables.

Los métodos de representación de datos tratan de relacionar un conjunto de n variables con otro, más reducido, de factores comunes. Estos métodos multivariantes resuelven el problema de cómo representar geoméricamente a los individuos, objetos o subpoblaciones de una población respecto a unas variables observables.

La información de entrada es, o bien una tabla de datos, o bien una matriz de disimilaridades, mientras que la información de salida es una representación geométrica de los individuos en dimensión reducida, que exprese las diferencias y analogías de la mejor forma posible.

Los principales métodos de análisis de datos son:

Análisis de componentes principales. Utiliza variables cuantitativas y una distancia euclídea entre individuos.

Análisis de coordenadas principales. Utiliza variables cualitativas y una distancia relacionada con la similaridad entre individuos.

Análisis factorial de correspondencias. Es un método apropiado para representar datos cualitativos organizados en una tabla de contingencia. Utiliza una distancia ji-cuadrado.

Análisis canónico de poblaciones. Es apropiado para representar poblaciones utilizando, generalmente, variables cuantitativas. Utiliza la distancia de Mahalanobis.

Análisis de proximidades. Es el método más general de representación de datos. El análisis se realiza sobre una matriz de disimilaridades.

2.3. BREVE DESCRIPCIÓN DE ALGUNAS TÉCNICAS DE MVSA

2.3.1. Métodos de análisis y representación de datos

En esta sección se va a hacer una breve descripción de los métodos de análisis y representación de datos que operan sobre variables cuantitativas. En los apéndices 7.1 y 7.2 se resume el procedimiento matemático para la aplicación de algunos de ellos. Información más detallada puede encontrarse en Cuadras (1981).

2.3.1.1. Análisis de componentes principales

Es un método de análisis de datos cuya finalidad es la de simplificar la estructura de éstos, sin obedecer a un modelo fijado a priori, para poder explicar en pocas componentes la mayor parte de la información que contienen las variables.

En el análisis de componentes principales, cada individuo se representa por un punto en el espacio n -dimensional, donde n es el número de variables observadas. Los ejes son rotados de forma que la varianza de la población se maximice en la dirección de la primera componente. La segunda componente, perpendicular a la primera, se construye de forma que la varianza remanente resulte maximizada, y así sucesivamente, hasta obtener n vectores ortogonales. Los nuevos ejes

son combinaciones lineales de los ejes originales. Mediante este proceso y, debido a la naturaleza ortogonal de las componentes principales, se elimina cualquier correlación existente entre los ejes originales (variables observadas), y los datos pueden representarse en dimensión reducida con poca pérdida de información. En la práctica, generalmente, sólo se representan las dos primeras componentes principales y, cuanto mayor sea la varianza acumulada por éstas, menor será la distorsión producida por las restantes componentes no representadas.

Las componentes principales son las n variables Y_i , combinación lineal de las variables observables X_i :

$$Y_i = t_{i1}X_1 + \dots + t_{in}X_n \quad i=1, \dots, n$$

y verifican las siguientes propiedades:

1. Los vectores $(t_{i1}, \dots, t_{in})'$ son ortonormales, es decir,

$$\sum t_{ni}^2 = 1$$

$$\sum t_{ni}t_{nj} = 0, \quad i \neq j$$

2. Las componentes principales son los vectores propios de la matriz de covarianzas entre las variables X_i .

3. Las componentes principales Y_1, Y_2, \dots, Y_n son variables aleatorias incorrelacionadas cuyas varianzas son, respectivamente, máximas:

$$\text{var}(Y_1)=\lambda_1 \succ \text{var}(Y_2)=\lambda_2 \succ \dots \succ \text{var}(Y_n)=\lambda_n$$

donde λ_i son los valores propios de la matriz de covarianzas entre las variables X_i .

La matriz de puntos a representar se obtiene al multiplicar la matriz de datos de partida por la matriz cuyas columnas contienen los valores propios obtenidos al diagonalizar la matriz de covarianzas.

En la matriz de datos a representar la dispersión va disminuyendo de izquierda a derecha. Para una representación en dimensión d , se utilizan las d primeras coordenadas.

En el apéndice 7.1 se recogen las ecuaciones que se utilizan para la aplicación del análisis de componentes principales.

2.3.1.2. Análisis factorial de correspondencias

El análisis de correspondencias es una técnica de análisis de datos que representa simultáneamente las filas y las columnas de una matriz de datos en un espacio de dimensión reducida. Conduce a una representación que muestra las relaciones existentes entre las muestras estudiadas y las variables observadas en ellas. Supone una ingeniosa descomposición matemática de la matriz original en ejes o dimensiones de forma que los grupos de objetos que son más diferentes, así como las variables

que los diferencian se encuentran en los extremos del primer eje. Las separaciones menos importantes van apareciendo en el segundo y en los siguientes ejes. Si los dos primeros ejes del análisis de correspondencias se representan en el plano, se obtienen los rasgos diferenciadores, tanto de los objetos como de las variables.

En esta representación, las distancias entre los objetos y entre las variables son las distancias ji-cuadrado y no es permisible la interpretación de las distancias entre objetos y variables.

Para relacionar las coordenadas del individuo con las de la variable, existen las llamadas "fórmulas de transición", en las que un objeto que presenta un valor elevado de una determinada variable, se acerca hacia el punto representativo de dicha variable, y a la inversa, si el valor es bajo, resulta alejado de la misma.

2.3.1.3. Análisis canónico de poblaciones

El análisis canónico de poblaciones es un método de representación de grupos a lo largo de ejes con máximo poder de discriminación.

Se trata de un método multivariante que permite pasar de una matriz de datos conteniendo los vectores de medias de varias poblaciones a una matriz de datos referida a las variables canónicas.

En el apéndice 7.2 se resume el algoritmo que permite obtener las variables y coordenadas canónicas. La representación geométrica de la configuración euclídea obtenida al aplicar análisis canónico tomando las d primeras coordenadas recibe el nombre de representación canónica en dimensión d . Esta representación tiene máxima resolución.

El análisis canónico de poblaciones permite la construcción y representación de regiones de confianza para los individuos medios de las poblaciones. Tales regiones son elipsoides de concentración para los vectores de medias esperados y en la representación canónica corresponden a regiones esféricas. Estas esferas confidenciales dan una idea del grado de separación existente entre las poblaciones comparadas. Además se verifica que las distancias geométricas de las representaciones canónicas de las poblaciones coinciden con las distancias de Mahalanobis, salvo la pérdida debida a la reducción de la dimensión.

2.3.1.4. Análisis de proximidades

El análisis de proximidades o "multidimensional scaling" es un método de representación de datos que consiste en construir una configuración de puntos, conocida una determinada información sobre las distancias o disimilaridades entre N individuos.

Sea $D=(D_{i,j})$ una matriz de disimilaridades, no necesariamente euclídea, se trata de encontrar unas coordenadas $X=(x_{i,j})$ que definan una configuración euclídea, cuyas distancias se aproximen a una disimilaridad. Si $d_{i,j}$ son las distancias entre puntos en la configuración buscada, el objetivo matemático consiste en hallar la configuración que minimice una función en la que intervienen $d_{i,j}$ y su estimación por regresión $d_{i,j}$.

No se conoce la solución algebraica a este problema. Diversos autores han propuesto algoritmos y programas de ordenador, pero el método de análisis de proximidades que más ha prevalecido es el de Kruskal y Carmone, que definen el ajuste perfecto, cuando existe una correlación entre la configuración de distancias y similaridades. En otras palabras, si nuestra medida de disimilaridad muestra que el objeto A está más alejado del objeto C que del objeto B, ésto quedará reflejado en las correspondientes distancias euclídeas en la configuración producida en el espacio euclídeo. Las magnitudes relativas de las disimilaridades y de las distancias no han de conservarse necesariamente. El ajuste perfecto, incluso en este sentido limitado, es solo posible en raros casos, por ello se define una función llamada "stress", que da una medida del ajuste de la configuración euclídea a la disimilaridad. Kruskal, basándose en su experiencia en el manejo de datos experimentales, sugiere una interpretación del stress, en la que el ajuste se define como pobre, regular, bueno, excelente o perfecto, según el valor del stress, de forma que éste disminuye a

medida que se aumenta la dimensión de la configuración euclídea.

Relacionado con el análisis de proximidades o MDS, "non-linear mapping" (NLM), es una técnica que es, intuitivamente, fácil de aplicar. Las disimilaridades entre los objetos son ponderadas de forma que las distancias pequeñas serán ajustadas, relativamente, con más precisión que las distancias grandes. El método iterativo usado busca la configuración para la que se minimiza una función de d_{ij} y D_{ij} .

2.3.2. Métodos de clasificación

2.3.2.1. Taxonomía numérica o análisis cluster

El análisis cluster es un método de clasificación jerárquica, aglomerativa y politética que combina individuos para formar clases o clusters.

Existen dos métodos de análisis cluster:

1. "Single linkage". Dos clusters se unen si la similitud entre cada par de individuos, uno de cada cluster, supera un nivel dado. Se encuentra representado por el "Minimum spanning tree".

El método comienza con el número total de individuos, considerándolos como puntos en el



espacio n -dimensional (n es el número de variables observadas). Se asume una cierta distancia d entre dos puntos y, dos individuos serán unidos cuando la distancia euclídea entre ellos sea menor que d . Si d se elige menor que la distancia euclídea mínima entre dos puntos, se obtendrán tantos grupos como puntos. Cuando d aumenta, el número de grupos decrece.

2. "Average linkage". Es el método más utilizado. Su representación gráfica conduce a un dendograma.

Un dendograma es la representación geométrica de una clasificación jerárquica, en la que los grupos que se obtienen se van fusionando progresivamente mientras decrece la homogeneidad de éstos. Equivale a la representación gráfica de una distancia ultramétrica sobre un conjunto finito. En el apéndice 7.3 se indican las propiedades que debe satisfacer una distancia definida sobre un conjunto finito de especies para ser ultramétrica.

El algoritmo fundamental de clasificación, que permite la construcción de un dendograma cuando entre los individuos de una población se ha definido una distancia ultramétrica, se encuentra resumido en el apéndice 7.3. En líneas generales, se parte de una colección de objetos que deben ser clasificados, y se trata de obtener sucesivas particiones, organizadas en diferentes niveles jerárquicos, estando cada partición formada por clases disjuntas o clusters.

Existen otros algoritmos de clasificación que se pueden aplicar cuando entre los individuos se ha establecido una distancia no ultramétrica o una disimilaridad, que consisten en transformar ésta para convertirla en ultramétrica. Estos algoritmos difieren en la forma de definir esta nueva distancia al pasar de una partición a otra por fusión de las clases más próximas. Dada la naturaleza de una distancia ultramétrica, el objetivo de los diferentes métodos será la transformación de un triángulo cuya base queda definida por dos de los elementos del conjunto que se pretende clasificar, para convertirlo en isósceles, con lo que las distancias ya serán ultramétricas. En el apéndice 7.3 se indican algunos de estos métodos. Si llamamos h_1, h_2 y h_k a los tres vértices del triángulo, siendo h_1 y h_2 los que definen la base:

* El método del mínimo deforma el triángulo hasta obtener dos lados iguales que coincidan con el menor de los lados que no son base.

* El método del máximo hace coincidir los lados iguales del triángulo con el mayor de los lados que no son base.

* El método de la media toma la media simple de los dos lados mayores del triángulo.

* El método de la mediana deforma el triángulo hasta que los dos lados iguales coinciden con la mediana desde h_k hasta h_1, h_2 .

* El método del centroide es similar al método de la media pero ponderando con respecto al número de individuos n_1 de h_1 y n_2 de h_2 .

* El método UPGMA (Upweighted Pair Group Method Using Arithmetic Averages) es similar al de la mediana pero ponderando con respecto al número de individuos n_1 de h_1 y n_2 de h_2 .

* El método flexible incluye como casos particulares a los anteriores. Utiliza unos coeficientes α , β y γ de acuerdo con las necesidades del taxonomista, pero respetando las siguientes restricciones:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \beta = 1$$

$$\alpha_1 = \alpha_2$$

$$\beta < 1$$

$$\gamma = 0$$

2.3.2.2. Análisis discriminante

El análisis discriminante es un método de clasificación que da solución al problema de cómo asignar un individuo a una de varias posibles poblaciones, a partir de un número n de variables observadas tanto en el individuo como en las poblaciones, y una apropiada regla de decisión que permita asignar el individuo en cuestión a una de éstas.

En general, la clasificación se resuelve construyendo ciertas funciones de las variables,

llamadas funciones discriminantes, y la decisión se toma a partir del valor de dicha función.

Tres criterios de clasificación que pueden establecerse son los que se indican a continuación:

1. El criterio geométrico, que consiste en asignar un individuo a la población a la que se encuentra más próximo.
2. La regla de máxima verosimilitud, que asigna un individuo a la población para la que la verosimilitud de la observación es mayor.
3. La regla de Bayes, que calcula la probabilidad de que un individuo pertenezca a cada población, asignándolo a aquella para la que presenta una probabilidad mayor.

En el apéndice 7.4 se recogen las reglas de decisión y las funciones discriminantes asociadas a estos criterios de clasificación.

2.3.3. Otros métodos de MVSA

2.3.3.1. Análisis de correlación canónica

Es un método destinado a relacionar un grupo de variables X_1, \dots, X_m con otro grupo de variables Y_1, \dots, Y_m , con el fin de encontrar dos variables compuestas U y V , combinación lineal de

las variables X_i e Y_i , respectivamente, con la propiedad de que la correlación entre U y V sea máxima. Estudia la relación o dependencia entre dos grupos de variables. Proporciona una gran ayuda, reduciendo la dimensión y evitando el estudio de las variables dos a dos.

Un aspecto fundamental del análisis de correlación canónica es que las variables, dentro de cada grupo, han de ser razonablemente homogéneas entre sí, de forma que, en muchos casos, puedan asociarse a factores interpretables, tales como factores de tamaño y forma, factores sociales, etc.

2.3.3.2. Análisis de la varianza

El análisis de la varianza es una técnica que fue introducida por Fisher y se ocupa de comparar las medias de k grupos. Para ello se recurre al cálculo de distintas "varianzas".

Se basa en el modelo lineal. En el apéndice 7.5 se resumen los elementos del modelo lineal del análisis univariante de la varianza (ANOVA). El diseño de un factor, corresponde a la experiencia bajo la cual se obtienen observaciones variando una sola variable. La hipótesis que se contrasta es la de igualdad de medias para la variable observada en todos los grupos, y su aceptación o no se decide en función de un estadístico en el que se realiza un cociente entre dos estimaciones independientes de

la varianza, y que sigue la distribución F de Fisher-Snedecor cuando la hipótesis es cierta. En el apéndice 7.5 se recogen las ecuaciones utilizadas en la aplicación de ANOVA, en diseños de un factor.

El análisis multivariante de la varianza (MANOVA) puede considerarse como una extensión de ANOVA para aquellos casos en que se trata con una muestra n-dimensional. El diseño de un factor responde a la misma situación experimental que el análisis canónico de poblaciones. La hipótesis a contrastar en este caso es la de igualdad de vectores de medias, y se resuelve mediante el cálculo de un estadístico que sigue la distribución lambda de Wilks cuando la hipótesis es cierta.

En el apéndice 7.5 se resumen los elementos del modelo lineal de MANOVA, así como las fórmulas utilizadas para su aplicación en diseños de un factor.

2.3.4. Paquetes estadísticos que contienen programas de MVSA

La mayoría de los programas de cálculo para la aplicación de los métodos de MVSA forman parte de paquetes especializados de estadística. Los paquetes generales más usados en la bibliografía son el BMDP (Biomedical Computer Programs, p-series, Dixon y Brown, 1977) y el CLUSTAN (Wishart, 1978).

El paquete BMDP es el más completo y contiene programas de estadística descriptiva, análisis de la varianza y análisis multivariante de la varianza, regresión múltiple, análisis cluster, análisis factorial, análisis de correlación canónica y análisis discriminante.

El paquete CLUSTAN está dedicado a la aplicación de análisis cluster jerarquizado y no jerarquizado y contiene programas para el cálculo de matrices de similitudes y disimilitudes.

Otros paquetes generales son el GENSTAT (A General Statistical Program, Alvey y col.), el MDS(X) (User Manual Multidimensional Scaling, Coxon, 1977), el Multidimensional Scaling Program Package (Young y Green) y el SPSS-Statistical Package for the Social Sciences (Nie y col., 1975).

El análisis de componentes principales puede llevarse a cabo haciendo uso de los programas contenidos en los paquetes BMDP, GENSTAT y SPSS (Cuadras, 1981). Hatcher y col. (1980) utilizan el procedimiento FILE del paquete CLUSTAN.

El análisis canónico de poblaciones se encuentra incluido en el paquete GENSTAT. El programa BMDP7M realiza un análisis canónico algo especial, en el que sólo se incluyen ciertas variables que son seleccionadas previamente (Birgül y col., 1979).

Cuadras (1981) recomienda el uso de los paquetes BMDP y SPSS para la aplicación de

análisis discriminante. Kohl y col. (1979) utilizan el paquete BMDP.

El paquete más usado en la bibliografía para taxonomía numérica es el CLUSTAN (Hatcher y col., 1980), aunque también se utilizan MDS(X) y GENSTAT (Cuadras, 1981). Otros programas que aparecen en la bibliografía para la aplicación de análisis cluster son AGCLUS (Bieber y col., 1976, y Hammon y col., 1976) y LIKEPART (Hammond y col., 1976).

Otros paquetes generales de estadística descriptiva son el NADIST (Bieber y col., 1976, y Hammond y col., 1976), para el cálculo de matrices de distancias, y ADSTAT y POTSTAT (Bieber y col., 1976), para el cálculo de medias, desviaciones standard, errores standard y tests de grupos.

2.3.5. Aplicaciones generales de los métodos de MUSA

El análisis multivariante ha mostrado ser de gran utilidad dentro del campo de casi todas las ciencias humanas.

Una de las primeras aplicaciones del análisis de componentes principales fue a la morfometría (estudio de la morfología de los individuos y especies por métodos cuantitativos), en los primeros intentos de establecer los conceptos de tamaño y forma de un individuo dentro de una

especie, con el fin de detectar componentes de tamaño y forma. También se ha utilizado para la tipificación de comunidades vegetales.

Cuando las variables son cualitativas resulta más apropiado el análisis de coordenadas principales. Esta técnica ha tenido gran aceptación y ha sido aplicada como método de clasificación en biología, y como método de representación de datos. También ha sido utilizado para visualizar matrices de correlaciones.

El análisis factorial de correspondencias es, en realidad, un análisis de componentes principales sobre una distancia especial, llamada ji-cuadrado. Ha sido utilizado en psicología; se tabulan las frecuencias de ciertos estímulos y sus respuestas y se busca una representación bidimensional de la correspondencia entre ambos.

El análisis canónico de poblaciones es un método muy apropiado para la representación de grupos a partir de variables observables cuantitativas, debido a las numerosas propiedades asociadas a la distancia de Mahalanobis. Sus aplicaciones son numerosas; dentro del campo de la biología, cuando se trata de estudiar la variabilidad entre diferentes especies o razas geográficas con referencia a medidas biométricas. También se encuentran aplicaciones en psicología, geología y arqueología y prehistoria. Este método también puede aplicarse en aquellos casos en que las variables observadas son cualitativas, como la ausencia o presencia de ciertos síntomas, por

ejemplo en psicología, o cuando se trata a la vez con variables cualitativas y cuantitativas.

El análisis de proximidades ha sido utilizado en campos tan diferentes como la lingüística, aplicándolo al estudio psicológico del léxico, al estudio de la similaridad entre naciones, a la interpretación de las causas de variación en la percepción de estímulos sonoros, o de tonalidades de colores, al análisis de percepción política, etc.

En cuanto a los métodos de clasificación, la taxonomía numérica resulta un método eficaz en todos aquellos casos en que se trate de clasificar objetos por datos de ausencia o presencia de n variables cualitativas, o a partir de una matriz de datos o de correlaciones procedente de la observación de n variables cuantitativas. Es de especial utilidad en biología, cuando se trate de clasificar individuos de la misma o de diferente especie. También puede aplicarse an cualquier otro campo, como por ejemplo en lingüística, a la clasificación de adjetivos.

El análisis discriminante encuentra su principal aplicación en la diagnosis de enfermedades a partir de la presencia o ausencia de ciertos síntomas clínicos. El análisis discriminante, en sus diferentes orientaciones (clasificación, asignación, reconocimiento de patrones, selección), es uno de los capítulos del análisis multivariante que ha tenido mayor desarrollo. Pueden encontrarse aplicaciones de esta técnica en los siguientes campos:

morfometría, biología sistemática, paleontología, antropología, genética, prehistoria, psicología, identificación de recursos naturales, control de calidad, etc.

El análisis de correlación canónica tiene especial utilidad en meteorología: las presiones atmosféricas de un día son relacionadas con las presiones 24 horas más tarde, en diferentes días, y para diferentes estaciones meteorológicas, a fin de elaborar una previsión del tiempo. También se aplica en psicología para estudiar las relaciones entre un conjunto de tests mentales y un conjunto de medidas biométricas. Otras aplicaciones se encuentran dentro del campo de la economía, de las ciencias de la educación o de la morfometría

2.4. REVISION BIBLIOGRAFICA DE LA APLICACION DE MVSA A CERAMICAS ARQUEOLOGICAS

2.4.1. Aplicación de MVSA a distintas características de cerámicas arqueológicas

Si bien las aplicaciones más frecuentes del MVSA en el estudio de cerámicas arqueológicas están orientadas a la interpretación de los resultados de los análisis químicos, algunos autores realizan un tratamiento estadístico de datos obtenidos a partir de otros tipos de análisis, tales como análisis mineralógico,

análisis estilístico y análisis de la flora de diatomeas.

P.L. KOHL, G. HARBOTTLE y E.V. SAYRE (1979) estudian 375 fragmentos de recipientes de "piedra blanda" (soft-stone) procedentes del SE de Irán, cuya edad data de la mitad del tercer milenio a.C.. Estas muestras fueron analizadas por difracción de rayos X para identificar separadamente los distintos materiales de que estaban compuestas. Aplican análisis discriminante a los resultados obtenidos, utilizando el paquete estadístico SPSS.

El 17% de las muestras mostraron no estar compuestas por cloritas, aunque sí por silicatos emparentados con éstas, mientras que las restantes muestras estaban formadas casi totalmente por cloritas. Tratan de dividir los fragmentos compuestos por cloritas relativamente puras en grupos, con el fin de poder hacer alguna indicación acerca del origen de los mismos. Obtienen tres grupos, por aplicación de análisis discriminante a las alturas de los picos de difracción obtenidos, que se encuentran bastante diferenciados en el espacio discriminante bidimensional.

P.ALHONEN, J. KOKKONEN, H. MATISKAINEN y A. VUORINEN (1980) estudian 10 cerámicas procedentes de las proximidades de Kotka, en el SE de Finlandia, cuya edad data de la época Prehistórica. Estas muestras fueron analizadas por medio de espectrofotometría de absorción atómica y de análisis de diatomeas. Aplican análisis cluster a los resultados obtenidos.

En primer lugar realizan una agrupación de las muestras de acuerdo con criterios estilísticos y decorativos, estudiando cinco factores que permiten la construcción de una matriz de similaridades, a la que aplican análisis cluster. Los resultados de los análisis químicos muestran que existe una correlación entre éstos y la clasificación estilística de las muestras realizada por análisis cluster.

M. CARRARA, G.M. GRISCI y A.M. FRANCESCO (1982) estudian 35 cerámicas procedentes de Torre Mordillo (Spezzano Albanese, Cosenza), cuya edad data de la Primera Edad del Hierro. Estas muestras fueron analizadas mineralógicamente por difracción de rayos X, y petrográfica y geoquímicamente por fluorescencia de rayos X. Aplican diagramas ternarios y correlaciones entre pares de óxidos para la interpretación de los resultados obtenidos.

Las agrupaciones obtenidas permiten afirmar la procedencia de uno de los grupos estudiados.

H. MATISKAINEN y P. ALHONEN (1984) estudian 37 cerámicas procedentes de diferentes lugares de Finlandia, cuya edad data de la época Subneolítica. Estas muestras fueron analizadas, estudiándose el contenido en diatomeas. Aplican análisis cluster a los resultados obtenidos.

La agrupación final obtenida refleja la similaridad estilística entre las muestras.



2.4.2. Aplicación de MVSA a los resultados de análisis químicos de cerámicas arqueológicas

A continuación se va a hacer una revisión bibliográfica, en la que se mencionaran los trabajos más significativos, en los que se hace uso de técnicas multivariantes para la interpretación de los datos obtenidos a partir de análisis elementales realizados sobre muestras de cerámicas arqueológicas. En la primera parte, se hablará de aquellas publicaciones en las que la técnica de análisis utilizada no es la espectrofotometría de absorción atómica, pasándose a continuación a comentar los trabajos en que sí se utiliza este método analítico. Esta división está justificada ya que los elementos que se van a analizar no son los mismos en ambos casos, y por lo tanto, la interpretación de los resultados obtenidos diferirá según la técnica empleada.

2.4.2.1. Referencias bibliográficas en las que la técnica analítica empleada no es la espectrofotometría de absorción atómica

D. BROOKS, A.M. BIEBER, G. HARBOTTLE y E.V. SAYRE (1974) estudian 225 cerámicas procedentes de Tell el-Hesi (Israel), cuya edad data del periodo Persa. También estudian otras muestras de cerámicas y arcillas de zonas próximas y alejadas. Estas muestras fueron analizadas por activación neutrónica, determinando el contenido en Na, K, Rb, Cs, Ba, Sc, La, Ce, Eu, Lu, Hf, Th,

Ta, Cr, Mn, Fe, Co, Ni y Sb. Aplican técnicas taxonómicas a los resultados obtenidos.

La agrupación obtenida puso de manifiesto la formación de grupos que se correspondían con diferentes procedencias de las muestras, aunque se producían excepciones de muestras que presentaban patrones de composición diferentes de la norma regional.

R. ABASCAL, G. HARBOTTLE y E.V. SAYRE (1974) estudian grupos de cerámicas procedentes del Valle de Méjico y del área de Oaxaca, cuya edad data de la época Precolombina. Estas muestras fueron analizadas por activación neutrónica, determinándose el contenido en Na, K, Fe, Rb, Ca, Ba, Sc, La, Ce, Eu, Hf, Th, Ta, Cr, Mn y Co. Aplican tests estadísticos de comparación de grupos a los resultados obtenidos. También utilizan correlaciones entre pares de óxidos para la comparación de los grupos. Estas técnicas estadísticas fueron suficientes, ya que los grupos composicionales mostraron ser claramente diferentes.

Los resultados arrojan alguna luz sobre la cuestión de la presencia de Oaxaca en Teotihuacan y sobre el comercio a larga distancia entre los dos centros durante el periodo en cuestión.

A.M. BIEBER, D.W. BROOKS, G. HARBOTTLE y E.V. SAYRE (1976) estudian 63 muestras de cerámicas procedentes de Egina, Delfos, Eutresis, Idalion, Knossos, Laconia, Berbati, Micenas y Rodas (Grecia). Estas muestras fueron analizadas por activación neutrónica, determinándose el contenido en Na, K, Rb, Cs, Ba, Sc, La, Ce, Eu, Lu, Hf, Th, Ta, Cr, Mn, Fe y Co. Aplican las

siguientes técnicas estadísticas a los resultados obtenidos:

- Análisis cluster, mediante el programa AGCLUS, utilizando el programa NADIST para la obtención de la matriz de distancias.

- Tests t para la comparación de grupos, utilizando el programa ADSTAT.

- Probabilidades de pertenecer a cada cluster para cada muestra.

Encuentran un grupo muy homogéneo y claramente diferenciado de los restantes, aunque no se puede decir lo mismo para los restantes clusters obtenidos.

N. HAMMOND, G. HARBOTTLE y T. GAZARD (1976) estudian 69 cerámicas procedentes de Lubaantun (Belice), cuya edad data de la época Maya. Estas muestras fueron analizadas por activación neutrónica, determinándose el contenido en Na, K, Rb, Cs, Ba, Sc, La, Ce, Eu, Lu, Hf, Th, Ta, Cr, Mn, Fe, Co, Ni, Sb, Ti y La. Aplican análisis cluster a los resultados obtenidos, utilizando los programas AGCLUS y LIKEPART, y análisis de proximidades, utilizando el programa NADIST para la obtención de la matriz de distancias.

Consiguen confirmar la manufactura local de ciertos tipos de cerámicas, así como el origen importado de otras, si bien esto último con cierta ambigüedad.

O. BIRGUL, M. DICKSIC y L. YAFFE (1979) estudian alrededor de 400 cerámicas y arcillas procedentes de Turquía, cuyas edades datan de las épocas Romana, Frigia y Bronce Antiguo. Estas muestras fueron analizadas por fluorescencia de rayos X, determinándose el contenido en K, Ca,

Ti, V, Cr, Mn, Fe, Ni, Cu, Zn, As, Pb, Rb y Sr. Aplican análisis cluster, análisis discriminante, cálculo de distancias de Mahalanobis y análisis canónico utilizando el paquete BMDP.

Los resultados obtenidos muestran la validez del método seguido para la búsqueda de similitudes entre las muestras, aunque sólo pueden relacionar un grupo de cerámicas frías con las arcillas de la zona.

A.P. GRIMANIS, S.E. FILPPAKIS, B. PERDIKATIS, M. VASSILAKI-GRIMANI, N. BOSANA-KOIROU y N. YALOURIS (1980) estudian una colección de vasos de cerámica griega. Las muestras son analizadas por activación neutrónica y fluorescencia de rayos X, determinándose el contenido en Al, Ca, Ce, Co, Cr, Cs, Eu, Hf, Fe, K, La, Lu, Na, Rb, Sb, Sc, Si, Sm, Ta, Tb, Th, Ti, Yb y Zn. Aplican un test basado en las desviaciones standard a los resultados obtenidos. La gran homogeneidad encontrada en todas las muestras estudiadas lleva a los autores a sugerir un origen común para todas ellas.

M. MAGETTI, M.F. FERREIRA MARQUES y P.A. SCHUBIGER (1980) estudian 150 cerámicas del tipo Terra Sigillata, procedentes de La Péniche (Suiza), cuya edad data de la época Romana. Estas muestras son analizadas por activación neutrónica, determinándose el contenido en Na, K, Mn, Fe, Sc, Cr, Ga, Rb, Cs, Ba, La, Nd, Eu, Tb, Yb, Lu y Ta. Aplican análisis cluster a los resultados obtenidos.

En un trabajo previo (Maggetti y col., 1977), la Terra Sigillata de La Péniche se dividió en

dos grupos, de diferentes calidades. Los resultados obtenidos confirman esto y, además, ponen de manifiesto la similitud química existente entre ambos grupos.

A. JORNET (1980) estudia 74 cerámicas procedentes de dos centros alfareros, Kurzenbentli y Venustrasse Ost (Suiza), cuya edad data de la época romana. Estas muestras fueron analizadas por fluorescencia de rayos X, determinándose el contenido en Si, Ti, Al, Fe, Mn, Mg, Ca, Na, K, P, Ba, Cr, Cu, Ni, Rb, Sr, Zn y Zr. Aplica diagramas de correlación entre pares de óxidos a los resultados obtenidos.

Basándose en los datos químicos, distingue cuatro grupos de cerámicas: uno de Kurzenbentli, dos de Venustrasse Ost y uno formado por Terras Sigillatas. Estas últimas forman un grupo heterogéneo que sugiere orígenes diferentes para sus muestras.

J.S. OLIN, G. HARBOTTLE y E.V. SAYRE (1981) estudian 178 cerámicas del tipo "majólica", procedentes de Isabelá, La Vega Vieja, Juandolio y Convento de San Francisco, en la República Dominicana, de Nueva Cádiz en Venezuela y de excavaciones en la Catedral y en el Metropolitano de Ciudad de Méjico, cuya edad data de la época de la colonización española. Estas muestras han sido analizadas por análisis de activación neutrónica, determinándose el contenido en Na, K, Ba, Mn, Fe, Rb, Cs, La, Sc, Ce, Eu, Hf, Th y Cr. Aplican el programa ADSTAT para la comparación de la composición química de los grupos obtenidos.

La comparación de las muestras estudiadas con ejemplares conocidos, muestra un origen español para ciertas muestras, y mejicano para otras.

T.E. DAVIDSON (1981) estudia 76 cerámicas procedentes de Tell Aqab (NE de Siria), cuya edad data del periodo Halaf, así como una serie de arcillas de la zona. Estas muestras son analizadas por activación neutrónica, determinándose el contenido en Th, Cr, Hf, Cs, Sc, Fe, Co y Eu. Aplican análisis cluster a los resultados obtenidos,

45 de las muestras estudiadas se agrupan en dos clusters composicionales, con 22 y 23 muestras, que pueden asignarse a los periodos Halaf Medio y Tardío y Halaf Primitivo y Tardío, respectivamente. Aparentemente, todas las muestras del primer grupo fueron hechas a partir de arcillas locales, mientras que parece que la arcilla utilizada para la elaboración de los fragmentos que no están incluidos en ninguno de los grupos composicionales fue manipulada con el objeto de conseguir una pasta más homogénea.

I. THUESEN, K. HEIDORN y R. GWOZD (1981) estudian 56 cerámicas procedentes de Mesopotamia, cuya edad data de los años 2900-2600 a.C., así como 11 muestras de arcillas locales. Estas muestras son analizadas por activación neutrónica, determinándose el contenido en La, Fe, Lu, Co, Eu, Ce, Yb, Th, Sc, Sm, Hf, Nd, Cs, Tb, Cr, Ta, Rb, Zn, Ca, Na, Sr, As, Ba y Sb. Aplican análisis de componentes principales, utilizando el programa SIMCA.

Los autores concluyen que, si bien aparentemente todas las muestras fueron

producidas localmente a partir de una arcilla común, que no está bien localizada, la bondad del método utilizado para discriminar entre las diferentes arcillas de la zona, sugiere que el trabajo debe ampliarse, incluyendo mas arcillas de la zona.

E. MELLO, S. LUSUARDI, S. MELONI y M. ODDONE (1982) estudian 79 ánforas procedentes de Milán (Italia), cuya edad data de la época romana. Estas muestras son analizadas por activación neutrónica, determinándose el contenido en Ca, Sc, Cr, Fe, Co, Sb, Ba, La, Ce, Yb, Eu, Lu, Hf y Th. Aplican análisis discriminante paso a paso y análisis cluster a los resultados obtenidos.

La agrupación final obtenida muestra la existencia de dos clusters que pueden relacionarse con distintas áreas de procedencia: del S y del NE de Italia.

M.ATTAS, J.M. FOSSEY y L. YAFFE (1982) estudian 82 cerámicas procedentes de Grecia, cuyas edades van desde el 1400-1200 a.C. hasta los siglos III-II a.C.. Estas muestras son analizadas por activación neutrónica, determinándose el contenido en Na, K, Rb, Cs, Ba, Sc, La, Ce, Eu, Lu, Hf, Th, Ta, Cr, Mn, Fe, Co y Ca. Aplican métodos estadísticos que permiten la construcción de histogramas de los resultados obtenidos, usando el paquete estadístico BMDP.

Previamente, distinguen 10 grupos de fragmentos de diferentes edades. El análisis estadístico permite la construcción de grupos de referencia para muestras cuya edad se encuentre dentro de un margen de unas pocas centurias.

M.F. KAPLAN, G. HARBOTTLE y E.V. SAYRE (1982) estudian porcelanas procedentes de la zona de levante del mar Mediterráneo (Egipto, Chipre, Nubia), cuya edad data de la Primera Edad del Bronce (1750-1550 a.C.). Estas muestras son analizadas por activación neutrónica, determinándose el contenido en Na, K, Rb, Cs, Ba, Sc, La, Ce, Eu, Hf, Th, Cr, Mn, Fe y Co. Aplican análisis cluster a los resultados obtenidos al clasificar las muestras según su tipología, basándose en las proporciones de los objetos. Establecen grupos de referencia composicionales, a partir de correlaciones entre pares de óxidos, y contrastan las hipótesis utilizadas para esta agrupación por medio del programa COMPO.

Los resultados obtenidos ponen de manifiesto que la combinación de las técnicas arqueológicas tradicionales y la metodología científica pueden servir para iluminar periodos históricos hasta ahora considerados oscuros.

M. FEISACH, L. JACOBSON, G.J. BOULE, D. GIHWALA y L.G. UNDERHILL (1982a) estudian 35 cerámicas y 5 arcillas procedentes del SO de Africa, datando la edad de las cerámicas de la época Prehistórica. Estas muestras son analizadas por PIXE (Proton Induced X-ray Emmision), determinándose el contenido en K, Ca, Ti, Fe, Cu, Zn, Ga, Pb, Sn y Zn. Aplican análisis cluster y análisis de proximidades a los resultados obtenidos.

En otro trabajo (1982b), los mismos autores, amplian el estudio analizando las muestras por PIPPS (Proton-Induced Prompt Photon Spectrometry), determinando el contenido en B, F, Na, Mg, Al, Si y Cu. Aplican análisis cluster,

análisis de proximidades y análisis de correspondencias a los resultados obtenidos.

Los resultados del análisis estadístico muestran que existe una correspondencia entre la mayoría de las cerámicas estudiadas y una de las arcillas de la zona, que indica, probablemente, una manufactura local.

H.H.M. PIKE y G.M.FULFORD (1983) estudian 39 porcelanas procedentes de la isla del puerto de Cartago (Illôt d'Amirauté), cuyas edades datan de las épocas Púnica y Romana Primitiva. Estas muestras son analizadas por activación neutrónica, determinándose el contenido en Sm, Ti, Lu, Cr, Yb, Sc, Fe, Co y La. Aplican análisis de componentes principales a los resultados obtenidos.

Encuentran tres grupos composicionales, de los cuales uno se corresponde con muestras de origen ático, otro contiene dos muestras del mismo tipo procedentes de la región de Nápoles, y el tercero no es consistente arqueológicamente y su interpretación debe hacerse mediante la búsqueda de subgrupos consistentes desde este punto de vista.

A. CESANA, A. CIASCA, N. CUOMO DI CAPRIDO, M. TERRANI y V. TUSA (1983) estudian 35 cerámicas y 14 arcillas procedentes de Mothia (Sicilia), datando la edad de las cerámicas de los siglos V-IV a.C.. Estas muestras son analizadas por activación neutrónica. Aplican análisis cluster a los resultados obtenidos. Encuentran una gran homogeneidad entre los fragmentos estudiados que confirman la evidencia arqueológica de que son en su mayoría de origen local.

2.4.2.2. Referencias bibliográficas en las que la técnica analítica utilizada es la espectrofotometría de absorción atómica.

Como ya se ha visto, hay muchas técnicas analíticas que pueden ser aplicadas para el análisis de cerámicas arqueológicas. Las más usadas son el análisis de activación de neutrones (Hammond y col., 1976, Bieber y col., 1976, Grimani y col., 1980, Maggetti y col., 1980, Davidson y col., 1981, Blackman y col., 1981, Mello y col., 1982, Thuesen y col., 1982 y Pike y col., 1983), espectroscopía de emisión (Hatcher y col., 1980), fluorescencia de rayos X (Poole y col., 1972, Birgül y col., 1979, Blasius y col., 1983 y Snow y col., 1983) y espectrofotometría de absorción atómica (Hatcher y col., 1980, Tubb y col., 1980 y Blasius y col., 1983) y recientemente se está utilizando PIXE (proton induced X-ray emission) (Peisach y col., 1982a y Peisach y col., 1982b).

El análisis de activación de neutrones es un método sensible y rápido, capaz de detectar menos de 1 ppm en la muestra, pero requiere un equipo muy complejo y de elevado costo que no siempre se encuentra disponible. La espectroscopía de emisión es capaz de medir varias composiciones elementales simultáneamente pero está sujeta a grandes errores experimentales y sus límites de detección (de 10^{-4} a 10 ppm) dependen del elemento. La fluorescencia de rayos X requiere una preparación de muestras y patrones muy cuidadosa para poder competir en exactitud con

las otras técnicas. Su límite de detección está alrededor de las 10 ppm.

La espectrofotometría de absorción atómica es precisa, pero menos rápida que la espectroscopía de emisión; es destructiva, pero no requiere gran cantidad de muestra. Además, es una técnica capaz de detectar menos de 1 ppm para muchos elementos. La precisión y la exactitud son de gran importancia cuando se pretende distinguir entre varios grupos de muestras similares, y la espectrofotometría de absorción atómica ha demostrado ser una técnica de análisis perfectamente válida para el análisis químico de cerámicas arqueológicas.

H.HATCHER, R.E.M.HEDGES, A.M.POLLARD y P.M.KENRICK (1980) estudian 120 cerámicas esmaltadas en negro, procedentes de Benghazi, cuya edad data de la época Romana. Estas muestras son analizadas por espectrofotometría de absorción atómica, determinándose el contenido en Al, Mg, Fe, Mn, Ti, Cr, Ca, Na y Ni. Aplican análisis cluster y análisis de componentes principales a los resultados obtenidos, utilizando el paquete estadístico CLUSTAN y un test T^2 de Hotelling, utilizando el paquete BMDP.

Los autores dividen previamente las muestras en dos grupos de diferentes edades. Estos se dividen en dos subgrupos atendiendo a criterios estilísticos. Los clusters obtenidos muestran una separación entre los subgrupos predefinidos, evidenciando quizá orígenes diferentes. También se agrupan muestras de distinta caracterización arqueológica.

A.TUBB, A.J. PARKER y G.NICKLESS (1980) estudian 49 cerámicas procedentes de Gales, Gloucester y New Forest (Gran Bretaña), cuya edad data de la época Romana. Estas muestras son analizadas por espectrofotometría de absorción atómica, determinándose el contenido en Al, Ba, Ca, Fe, Mg, Mn, Na y Ti. Aplican análisis cluster y análisis de componentes principales a los resultados obtenidos.

Encuentran una excelente correlación entre los grupos composicionales obtenidos y el origen de las muestras que los forman. Esto era de esperar ya que los grupos de cerámicas a estudiar fueron seleccionados deliberadamente por la disparidad existente entre sus fragmentos, frente a la gran homogeneidad arqueológica de cada grupo.

E.BLASIUS, H.WAGNER, H.BRAUN, R.KRUMBHOLTZ y B.SCHWARZ (1983) estudian 95 fragmentos de tejas procedentes de yacimientos arqueológicos en la región de los ríos Saar y Moselle (Alemania), cuya edad data de la época Romana. Estas muestras son analizadas por fluorescencia de rayos X y espectrofotometría de absorción atómica, determinándose el contenido en Si, Al, Fe, Ti, Ca, Mg, K y Na. Aplican análisis cluster a los resultados obtenidos.

Se obtienen tres clusters, de los cuales uno contiene a todas las muestras pintadas, junto con dos no pintadas. El segundo contiene todos los fragmentos de piezas de paredes y algunas tejas y finalmente, el tercero contiene a todas las tejas locales. La distribución de los grupos permite obtener información acerca del lugar de

manufactura de las muestras y del transporte de materiales en la zona estudiada.

2.4.3. Valoración de los trabajos revisados

La revisión bibliográfica efectuada pone de manifiesto que:

1. Si bien pueden aplicarse métodos de análisis multivariante a cualquier tipo de observación multidimensional efectuada sobre una colección de muestras de cerámicas arqueológicas, ya se trate de variables cuantitativas o cualitativas, la mayoría de las aplicaciones tienen lugar sobre datos analíticos multielementales.

2. En el análisis químico de cerámicas arqueológicas pueden utilizarse y, de hecho se utilizan, prácticamente todos los métodos analíticos válidos para el análisis de pastas cerámicas y materiales relacionados. El método elegido dependerá de los elementos que se desee determinar, así como de la disponibilidad del equipo necesario para la realización del análisis. La espectrofotometría de absorción atómica es un método adecuado para la determinación de elementos mayoritarios, minoritarios, e incluso trazas de algunos elementos, que presenta la ventaja de su bajo coste y elevadas precisión y exactitud, pero por contra es un método destructivo y que resulta lento para el análisis de un número elevado de muestras.

3. En cuanto a los resultados obtenidos tras la aplicación del análisis estadístico a los datos analíticos, hay que decir que no se ha observado ninguna ventaja al utilizar una técnica analítica u otra, sino más bién la información que se pueda extraer va a depender de la adecuada selección de muestras a estudiar. Esto es, cuando lo que se pretende es establecer agrupaciones de muestras similares, que muestren las diferencias entre diversos tipos de cerámica, la correlación entre los grupos composicionales y los grupos "arqueológicos", dependerá fundamentalmente de que se elijan muestras bién caracterizadas arqueológicamente y que se adapten lo mejor posible a los objetivos del estudio.

4. La inspección de los resultados obtenidos por los diferentes autores muestra que el MVSA proporciona clasificaciones y agrupaciones de las cerámicas que, en la mayoría de los casos, se correlacionan con clasificaciones realizadas siguiendo criterios arqueológicos, si bién se presentan numerosas excepciones, como muestras análogas estilísticamente que salen separadas por su composición química, o muestas diferentes arqueológicamente que poseen composición química similar. Estas excepciones, en algunos casos tienen justificación arqueológica, pero en otros será necesario realizar mayor número de análisis sobre mayor número de muestras para poder esclarecer los casos dudosos.

5. En cuanto al tipo de técnica estadística utilizada para el análisis de los resultados cuantitativos, varía de unos autores a otros, desde los que establecen grupos a partir de

correlaciones entre pares de óxidos, aplicando luego tests estadísticos para verificar la homogeneidad de estos grupos, hasta los que aplican varios métodos de análisis multivariante. En general, es fundamental la aplicación de un método de clasificación que permita establecer grupos composicionales. El método de clasificación más útil y, más aplicado es el análisis cluster por "average linkage". Además, resulta conveniente también la aplicación de un método de análisis de datos, que permita obtener una representación en dimensión reducida de las muestras estudiadas, para poder visualizar las relaciones existentes. El método de análisis y representación de datos varía mucho según cada autor, pudiéndose decir que, cada uno contribuye con un tipo de información estadística diferente, complementándose todos ellos.

2.5 RIQUEZA ARQUEOLOGICA DE LA PROVINCIA DE ALICANTE

La comarca de Alicante goza de condiciones óptimas para el asentamiento de gentes y la formación de núcleos urbanos. Su clima típicamente Mediterráneo, y su geografía, que la han dotado de facilidad de comunicaciones por tierra y por mar, a la vez que de zonas llanas, aptas para el asentamiento de poblaciones y de otras zonas altas, de difícil acceso, para la construcción de fortificaciones, favorecieron la instalación de los pueblos de la antigüedad.

Tanto la ciudad de Alicante como sus alrededores son muy ricos en yacimientos arqueológicos. Desde la Prehistoria hasta la Antigüedad se han ido sucediendo los asentamientos humanos de gentes de diversas culturas, casi en los mismos emplazamientos.

Información detallada sobre las primeras etapas de la ocupación de la ciudad de Alicante y su entorno puede encontrarse en la obra "Los Orígenes de la Ciudad de Alicante" de L. Abad Casal (1984).

El establecimiento más antiguo que los arqueólogos tienen documentado en el área de Alicante es el de la Serra Grossa y corresponde a un poblado de la Edad del Bronce. Se encuadra dentro de una etapa cultural que se extiende a lo largo del segundo milenio a.C. y que equivale al Bronce Antiguo y Medio. Yacimientos con restos del mismo periodo se han encontrado en Mola Alta de Serelles, Mas Felip, San Antón de Orihuela, Campello, Cabezo Redondo, Tabaiá, La Horna y en el Valle del Vinalopó. Las piezas cerámicas halladas en ellos son hechas a mano y presentan diversos grados de acabado, desde el más basto hasta el bruñido. Las formas son: diversos tipos de cuencos, vasos carenados y globulares, con y sin cuello y con borde exvasado o recto. Algunas presentan protuberancias en el borde o en el cuello llamadas mamelones, que servían de asas, y también asas verticales y cordones con decoración a base de pellizcos.

Uno de los yacimientos más importantes del Bronce Pleno de la Comunidad Valenciana, por la

riqueza de los materiales allí encontrados, es el de la Illeta de Campello.

Las siguientes señales de poblamiento aparecen ya cuando la cultura ibérica ha alcanzado su auge, en los yacimientos de la Albufereta y Tossal de Manises.

El proceso de iberización en esta zona parece deberse a influencias ejercidas por los pueblos colonizadores sobre las poblaciones indígenas que ya mostraban una evolucionada cultura del Bronce Final, de tipo meridional. La cultura ibérica alcanzó un elevado desarrollo en muchos aspectos. La tecnología cerámica conoció el uso del torno y se fabricaron cerámicas de gran calidad. Además se mantuvo un intenso comercio con otros pueblos del Mediterráneo y del interior.

La provincia de Alicante posee una extraordinaria riqueza en lo que se refiere al mundo ibérico, destacándose los siguientes yacimientos: Peña Negra, El Molar, El Oral, La Escuera, San Antón, Cabezo Lucero, El Tossal, La Albufereta, la Isleta de Campello, el Tossal de la Cala, Calpe, Altea y Alcoy. También se han encontrado cerámicas ibéricas en el Cabo de la Huertas y en la serranía de Fontcalent.

El poblado y necrópolis ibéricos de La Albufereta, en el Tossal de Manises, presentan cerámicas cuyas formas y decoración indican que los indígenas conocían perfectamente la cerámica de lujo del Mediterráneo Occidental, tanto la griega de figuras rojas, como la de barniz negro.

No hay evidencia de asentamientos griegos ni cartagineses en toda esta zona. Los materiales a los que se podría atribuir este origen, encontrados en los yacimientos ibéricos, son identificados por los arqueólogos como "ibéricos", apareciendo entre ellos objetos de diversa procedencia que pueden atribuirse a imitaciones locales o a intercambios comerciales.

La romanización supuso un largo y lento proceso de asimilación de la cultura romana por las poblaciones indígenas. No debieron ser muy numerosos los colonos romanos que vinieron a instalarse a esta zona, como prueba el hecho de que tan sólo se tiene constancia de la fundación de dos ciudades: Valentia (Valencia) e Ilici (Elche).

En la zona de Alicante se han encontrado varios yacimientos que presentan restos con características romanas. Algunos parecen fundaciones nuevas, pero otros son ciudades anteriores que, si bien bajo condiciones sociales y políticas nuevas, conservan en parte sus propias tradiciones, costumbres y materiales.

Dos ciudades principales se repartieron el área de Alicante: Una estaba situada en el Tossal de Manises y otra en Los Antígones. Esta última radicaría en el territorio que hoy ocupa el barrio de Benalúa.

Para la ciudad romana localizada en lo que hoy es el barrio de Benalúa se postula el nombre de Lucentum, desconociéndose sin embargo el del Tossal de Manises, aunque existen ciertas

posibilidades de que se trate de la ciudad romana de Alona.

En un momento indeterminado, después de los siglos VI-VII de nuestra era, estas ciudades son despobladas, y el núcleo urbano se traslada a las laderas del monte Benacantil, conservándose este emplazamiento durante la Edad Media y hasta nuestros días.

3. OBJETO Y ALCANCE DE LA PRESENTE INVESTIGACION

El Departamento de Prehistoria y Arqueología de la Universidad de Alicante está interesado en disponer de datos fisicoquímicos de piezas cerámicas procedentes de yacimientos arqueológicos que son objeto de su investigación con el fin de complementar el estudio estilístico de las mismas.

En primer lugar se plantea la posibilidad de conseguir identificar arqueológicamente una determinada pieza cerámica a partir de su composición química; se trata de obtener grupos de cerámicas homogéneos desde el punto de vista de su composición química que, a su vez sean homogéneos en función de la caracterización arqueológica de las muestras en ellos contenidas.

Un estudio de especial interés arqueológico es el que concierne a las cerámicas romanas del tipo terra sigillata. Dentro de éstas se distinguen dos grandes grupos, uno denominado altoimperial, que comprende a las terras sigillatas itálicas, sudgálicas e hispánicas y otro que comprende a las sigillatas claras, norteafricanas, que aparecen más tarde históricamente.

El tercer objetivo fijado hace referencia a la identificación del área de manufactura de una pieza cerámica por medio de la comparación de su composición química con los datos analíticos de una serie de arcillas.

Una revisión bibliográfica previa mostró la dificultad encontrada por distintos autores para interpretar los resultados del análisis químico de muestras cerámicas arqueológicas. La simple inspección de los diversos datos analíticos no permite encontrar conclusiones fácilmente. Por otro lado, no se obtienen correlaciones entre los datos estilísticos de los fragmentos cerámicos y el contenido de un único elemento químico. Es necesario tener en cuenta simultáneamente el conjunto de todas las variables que definen la composición química.

Una revisión bibliográfica más completa mostró que recientemente se están aplicando, con cierto éxito, técnicas de análisis multivariante (MVSA) a los resultados analíticos de objetos arqueológicos.

En este trabajo se aplican técnicas de MVSA a los resultados de los análisis químicos de cerámicas arqueológicas suministradas, en su mayor parte, por el Departamento de Prehistoria y Arqueología de la Universidad de Alicante, de cerámicas modernas y de pastas cerámicas, y de arcillas locales.

Para alcanzar los objetivos fijados se ha seguido el plan de trabajo que a continuación se describe:

a) Análisis químico de una serie de 95 fragmentos de cerámicas arqueológicas, divididos en grupos según su edad, que abarcan una secuencia cultural que abarca desde la época eneolítica hasta la medieval.

b) Estudio de la precisión del método analítico y comparación con los resultados obtenidos por otros autores.

c) Aplicación de análisis de componentes principales y de análisis cluster y selección de grupos que presenten una buena correlación entre su composición química y la clasificación arqueológica de las muestras.

d) Comprobación del cumplimiento de las hipótesis requeridas para la correcta aplicación del análisis de la varianza (univariante y multivariante) y para los métodos basados en éstos (análisis discriminante y análisis canónico).

e) Aplicación de análisis discriminante y análisis canónico de poblaciones a los grupos seleccionados y obtención de las funciones discriminantes o funciones de clasificación. El uso combinado del análisis cluster y análisis discriminante permitirá la definición de grupos que sean homogéneos química y arqueológicamente.

f) Estudio de las cerámicas sigillatas mediante las técnicas estadísticas multivariantes, búsqueda de grupos homogéneos composicional y arqueológicamente y obtención de las funciones discriminantes que permitan diferenciar las terras sigillatas norteafricanas de las altoimperiales.

g) Comprobación de la eficacia de las funciones discriminantes para la asignación de nuevos casos.

h) Tratamiento estadístico conjunto de las cerámicas arqueológicas y arcillas locales con el fin de delimitar el área de producción de las piezas estudiadas.



4. MATERIALES Y METODOS

4.1. MATERIALES

4.1.1. Muestras de cerámica a estudiar

Casi todas las muestras de cerámicas arqueológicas estudiadas han sido facilitadas por el Departamento de Prehistoria y Arqueología de la Universidad de Alicante. Dentro de ellas se puede diferenciar entre:

- Treinta y nueve fragmentos procedentes de yacimientos que se encuentran en la provincia de Alicante. En la nomenclatura utilizada para identificar a estas muestras se emplea la letra A (muestras A-1 a A-39).

- Un fragmento cerámico procedente de "El Amarejo", yacimiento arqueológico en la provincia de Albacete. Se trata de la muestra AB-1.

- Dos fragmentos cerámicos procedentes de la Factoría del Río Guadalhorce, en la provincia de Málaga. Se trata de las muestras MA-1 y MA-2.

- Cuarenta y tres fragmentos cerámicos procedentes de la provincia de Alicante, de la colección del Museo Arqueológico Provincial de Alicante, proporcionadas por mediación del Profesor Abad. En la nomenclatura utilizada para

identificar a estas muestras se emplea la letra A (muestras A-40 a A-92).

- Además se han analizado diez fragmentos cerámicos de terras sigillatas, proporcionadas por Dña. Elena Blasco, procedentes de un yacimiento de Santa Pola (Alicante) que en la actualidad se encuentra en excavación. En la nomenclatura utilizada para identificar a estas muestras se emplean las siglas SP (muestras SP-1 a SP-10).

- También se han estudiado seis terras sigillatas altoimperiales, que se identifican por las siglas I, H, ó SG, atendiendo a su clasificación como itálicas, hispánicas o sudgálicas, así como cuatro fragmentos romanos tipo Lucente. Estas muestras proceden también de Santa Pola.

A continuación se da una relación de los yacimientos de los que proceden las muestras estudiadas, así como una breve descripción de los mismos. En la figura 4.1, se han localizado dichos yacimientos sobre el mapa de la provincia de Alicante.

EL ORAL. Yacimiento ibérico del siglo V a.C. que se encuentra en el término municipal de San Fulgencio (Alicante). Las excavaciones están siendo dirigidas por el Profesor Abad.

EL CASTELLAR. Yacimiento ibérico del siglo IV a.C., en el término municipal de Crevillente (Alicante). Excavaciones dirigidas por el Profesor González.

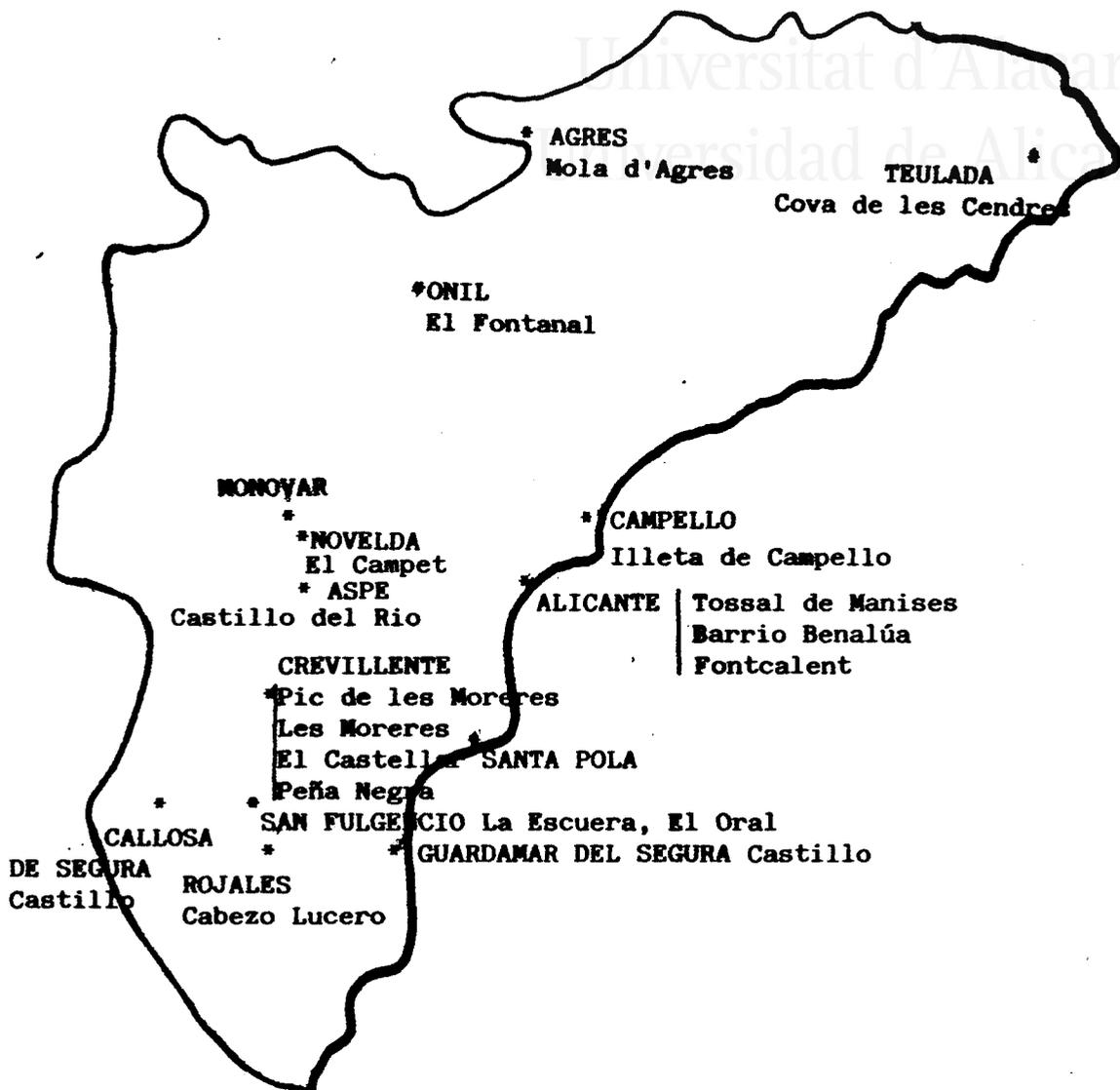


Figura 4.1. Localización de los yacimientos arqueológicos de la provincia de Alicante de los que proceden las muestras estudiadas.

LA PEÑA NEGRA. Yacimiento del Bronce Final y del periodo orientalizante de los siglos VIII-VI a.C., en el término municipal de Crevillente (Alicante). Excavaciones dirigidas por el Profesor González.

PIC DE LES MORERES y LES MORERES. Yacimientos de mediados del II milenio a.C., en el término municipal de Crevillente (Alicante). Excavaciones dirigidas por el Profesor González.

LA ESCUERA. Yacimiento ibérico de los siglos V-VI a.C., en el término municipal de San Fulgencio (Alicante). Excavaciones dirigidas por el Profesor Abad.

LADERAS DEL CASTILLO DE CALLOSA DE SEGURA (Alicante). Se trata de un poblado del Bronce Argárico, excavado parcialmente a principios de siglo y que aún conserva restos.

CASTILLO DE GUARDAMAR (Alicante). Posible santuario ibérico destruido por las obras realizadas en el Castillo a lo largo de los siglos XVIII y XIX. Es posible que exista también un poblado.

EL CAMPET. Yacimiento ibérico-romano, posiblemente parte de una villa, en el término municipal de Novelda (Alicante). Excavaciones dirigidas por el Profesor Abad.

MONOVAR (Alicante). Villa romana de época altoimperial, muy destruida por los trabajos agrícolas. Sin excavar.

COVA DE LES CENDRES. Yacimiento arqueológico de época neolítica, en el término municipal de Teulada (Alicante). Excavaciones dirigidas por el profesor V. Villaverde.

EL FONTANAL. Yacimiento arqueológico en el término municipal de Onil (Alicante).

MOLA D'AGRES. Yacimiento situado en el término municipal de Agres (Alicante). Se trata de un establecimiento de la Edad del Bronce excavado por la profesora M. Gil-Mascarell.

ILLETA DE CAMPELLO. Yacimiento en el término municipal de Campello (Alicante). Establecimiento de la época ibérica al que se superpone uno romano, posterior. Excavado por el profesor Llobregat.

TOSSAL DE MANISES. Yacimiento arqueológico en el término municipal de Alicante. Establecimiento ibérico con otro romano superpuesto. Excavado hace años por E. Lafuente y F. Figeras y, recientemente, por E. Llobregat.

CASTILLO DEL RIO DE ASPE (Alicante). Yacimiento de época medieval en cuyas proximidades existen restos ibéricos y romanos. Excavado por el profesor R. Azuar.

CABEZO LUCERO. Yacimiento arqueológico situado en el término municipal de Rojales (Alicante). Necrópolis ibérica de gran riqueza, excavada por E. Llobregat.

BARRIO DE BENALUA (Alicante). Asiento de la ciudad de Lucentum, corresponde a un yacimiento tardorromano que ha proporcionado hasta el momento una gran cantidad de cerámica, pero del que se desconoce su estructura urbana.

FONTCALENT. Yacimiento arqueológico en el término municipal de Alicante. Asentamiento ibérico, romano y medieval, excavado parcialmente por E. Llobregat.

SANTA POLA (Alicante). El antiguo Portus Illicitanus, el puerto romano de Elche, con numerosos restos romanos e ibéricos, excavado en la actualidad por M.J. Sánchez.

EL AMAREJO. Poblado Ibérico del siglo IV a.C., en el término municipal de Bonete (Albacete), excavado por S. Broncano.

FACTORIA DEL RIO GUADALHORCE (Málaga). Asentamiento fenicio del siglo VII-VI a.C., excavado por A. Arribas y O. Arteaga.

Los fragmentos estudiados pertenecen a una secuencia cultural que va desde la época Neolítica a la Medieval. En la nomenclatura utilizada para la caracterización de las muestras (siglas indicando el área de procedencia-número de orden), se indica además la etapa histórica o prehistórica dentro de la cual se han situado éstas, por medio de la utilización de un subíndice, cuyo significado es el que se indica a continuación:

- n Neolítico
- e Eneolítico
- b Edad del Bronce
- i Ibérico
- o Orientalizante
- f Fenicio
- g Griego
- c Campaniense
- r Romano
- m Medieval

La asignación de cada fragmento a las diferentes épocas estudiadas, se ha realizado atendiendo a criterios arqueológicos, y ha sido efectuada por el Departamento de Prehistoria y Arqueología de la Universidad de Alicante.

En las páginas siguientes se presenta una breve descripción de tipo morfológico de todos los fragmentos cerámicos estudiados:

Muestra A-1-i

Cerámica ibérica arcaizante procedente de El Oral. Data del siglo V a.C.. Fragmento de cerámica a torno. Pasta con abundante y grueso desengrasante. Presenta núcleo color marrón-rojizo y capas externas de color pardo negruzco.

Muestra A-2-i

Cerámica ibérica arcaizante procedente de El Oral. Data del siglo V a.C.. Fragmento de cerámica a torno. Pasta con abundante y grueso desengrasante. Presenta amplio núcleo color marrón-rojizo entre dos capas grises oscuras.

Muestra A-3-i

Cerámica gris ibérica procedente de El Oral. Data del siglo V a.C. Fragmento de cerámica a torno. Pasta homogénea de color gris con desengrasante imperceptible. Superficies externas más oscuras y pulidas.

Muestra A-4-i

Cerámica gris ibérica procedente de El Oral. Data del siglo V a.C., Fragmento de cerámica a torno. Pasta depurada con fino desengrasante. Superficies grises con núcleo también gris, y entre ambas dos finas capas marrones.

Muestra A-5-i

Fragmento de ánfora, ibérico, procedente de El Oral. Data del siglo V a.C., Fragmento de cerámica a torno. Pasta de color ocre con fino desengrasante con dos capas, ocre la externa y gris la interna. Esta última con una fina película externa más clara.

Muestra A-6-i

Fragmento de ánfora, ibérico, procedente de El Oral. Data del siglo V a.C., Fragmento de cerámica a torno. Pasta de color ocre, homogénea excepto un fino núcleo grisáceo próximo a la superficie interna. Fino desengrasante.

Muestra A-7-i

Fragmento de ánfora, ibérico, procedente de El Oral. Data del siglo V a.C., Fragmento de cerámica a torno. Pasta con fino desengrasante presentando dos capas: externa de color ocre e interna más grisácea.

Muestra A-8-i

Cerámica pintada ibérica procedente de El Oral. Data de los siglos V-IV a.C.. Fragmento de cerámica a torno, Pasta con fino desengrasante. Presenta amplio núcleo gris claro entre dos capas de color ocre.

Muestra A-9-i

Cerámica pintada ibérica procedente de El Oral. Data de los siglos V-IV a.C.. Fragmento de cerámica a torno, Pasta homogénea con desengrasante imperceptible. El color varía gradualmente desde un ocre claro en la superficie externa a un color rosa claro en la interna.

Muestra A-10-i

Cerámica pintada ibérica procedente de El Oral. Data de los siglos V-IV a.C.. Fragmento de cerámica a torno, Pasta de color ocre con núcleo gris y fino desengrasante. Decoración pintada en la superficie externa.

Muestra A-11-i

Cerámica pintada ibérica procedente de El Oral. Data de los siglos V-IV a.C.. Fragmento de cerámica a torno, Pasta de color anaranjado homogénea con desengrasante imperceptible. Decoración pintada en la superficie externa.

Muestra A-12-i

Cerámica pintada ibérica procedente de El Oral. Data de los siglos V-IV a.C.. Fragmento de cerámica a torno, Pasta de color rojizo con núcleo más oscuro, de color marrón-rojizo y con fino desengrasante.



Muestra A-13-i

Cerámica pintada ibérica procedente de La Escuera. Data del siglo IV a.C., Fragmento de cerámica a torno. Pasta de color ocre con núcleo grisáceo muy tenue. Desengrasante imperceptible.

Muestra A-14-i

Cerámica campaniense procedente de La Escuera. Data de los siglos III-II a.C., Fragmento de cerámica a torno. Pasta homogénea gris con recubrimiento de barniz negro en la superficie. Desengrasante imperceptible.

Muestra A-15-c

Cerámica campaniense procedente del Castillo de Guardamar. Data de los siglos III-II a.C., Fragmento de cerámica a torno. Pasta de color gris con recubrimiento de barniz negro en la superficie. Desengrasante imperceptible.

Muestra A-16-r

Cerámica sigillata procedente de El Campet. Data de los siglos I-II d.C., Fragmento de cerámica a torno. Pasta de color ocre-rosado, homogénea, compacta, y sin desengrasante visible. Recubrimiento de barniz marrón-rojizo.

Muestra A-17-r

Cerámica sigillata procedente de Monóvar. Data de los siglos I-II d.C., Fragmento de cerámica a torno. Pasta de color ocre rosado, homogénea, compacta, y sin desengrasante visible. Superficie externa trabajada formando finos surcos.

Muestra A-18-b

Fragmento de cerámica a mano, Calcolítico, Data del 2300 a.C., Procede del horizonte de Les Moreres, Pasta grosera con desengrasante grueso. Superficies de color ocre con núcleo gris,

Muestra A-19-b

Cerámica fina del horizonte de Les Moreres, Calcolítico, Data del 2300 a.C., Pasta de color ocre homogénea, sin núcleo, con grueso desengrasante, Superficies bruffidas, Fragmento de cerámica a mano,

Muestra A-20-b

Fragmento de cerámica a mano del Bronce Antiguo procedente del horizonte del Pic de Les Moreres, Pasta homogénea de color gris oscuro con grueso desengrasante excepto una fina capa marrón-rojiza en la superficie interna, Data del 2000-1700 a.C.,

Muestra A-21-b

Fragmento de cerámica a mano del Bronce Antiguo procedente del horizonte del Pic de les Moreres, Pasta homogénea-rojiza con grueso desengrasante, En la supercie externa, bruffida, se aprecian coloraciones zónales más oscuras, Data del 2000-1700 a.C.,

Muestra A-22-b

Fragmento de cerámica a mano del Bronce Antiguo procedente del horizonte del Pic de Les Moreres, Pasta homogénea de color ocre en su capa externa, y la otra mitad, interna, gris, Desengrasante grueso, Presenta alisado externo,

Muestra A-23-b

Fragmento de cerámica a mano del Bronce Pleno procedente de las laderas del Castillo de Callosa de Segura. Data del 1500 a.C.. Pasta homogénea gris con grueso desengrasante. Superficies brufidas.

Muestra A-24-b

Fragmento de cerámica a mano del Bronce Pleno procedente de las laderas del Castillo de Callosa de Segura, data del 1500 a.C. Pasta rojiza con núcleo gris oscuro y grueso desengrasante. Superficies brufidas.

Muestra A-25-b

Fragmento de cerámica a mano del Bronce Final procedente del horizonte de la Peña Negra. Data del 850-675 a.C.. Pasta grosera de color ocre amarillo con núcleo gris y grueso desengrasante.

Muestra A-26-b

Fragmento de cerámica a mano del Bronce Final procedente del horizonte de la Peña Negra. Data del 850-675 a.C.. Pasta grosera de color ocre con núcleo gris y grueso desengrasante.

Muestra A-27-b

Fragmento de cerámica a mano del Bronce Final procedente del horizonte de la Peña Negra. Pasta con núcleo gris. Cerámica brufida con engobe a la almagra. Data del 850-675 a.C..

Muestra A-28-b

Fragmento de cerámica a mano del Bronce Final procedente del horizonte de la Peña Negra.

Cerámica bruñida con pasta gris, homogénea. Data del 850-675 a.C..

Muestra A-29-b

Fragmento de cerámica a mano del Bronce Final procedente del horizonte de la Peña Negra. Cerámica bruñida. Pasta gris de amplio núcleo con dos capas externas de color ocre oliváceo. Data del 850-675 a.C..

Muestra A-30-o

Fragmento de cerámica a torno (ánfora importada) del periodo orientalizante procedente del horizonte de la Peña Negra. Data del 675-535 a.C.. Pasta con dos capas: externa anaranjada e interna gris, con abundante desengrasante de tamaño medio.

Muestra A-31-o

Fragmento de borde de ánfora (local) a torno, del periodo orientalizante, procedente del horizonte de la Peña Negra. Data del 675-535 a.C.. Pasta rosácea con núcleo gris y en el interior de éste una fina capa rojiza. Desengrasante fino y grueso.

Muestra A-32-o

Fragmento de cerámica pintada, de importación, procedente del horizonte de la Peña Negra. Es del periodo orientalizante y data del 675-535 a.C.. Presenta pasta anaranjada con núcleo gris.

Muestra A-33-o

Fragmento de cerámica local, del periodo orientalizante, procedente del horizonte de la Peña Negra. Data del 675-535 a.C.. Presenta pasta

anaranjada con dos finas películas grises en el interior, con amplio núcleo anaranjado.

Muestra A-34-o

Fragmento de cerámica importada, con engobe rojo, del periodo orientalizante, procedente del horizonte de la Peña Negra. Data del 675-535 a.C.. Presenta pasta anaranjada con núcleo gris.

Muestra A-35-o

Fragmento de cerámica local, con engobe rojo, del periodo orientalizante, procedente del horizonte de la Peña Negra. Data del 675-535 a.C.. Presenta pasta homogénea con núcleo gris muy claro, casi imperceptible.

Muestra A-36-o

Fragmento de cerámica importada, del periodo orientalizante, procedente del horizonte de la Peña Negra. Data del 675-535 a.C.. Presenta pasta homogénea de color gris, con dos finas películas externas.

Muestra A-37-o

Fragmento de cerámica gris, local, del periodo orientalizante, procedente del horizonte de la Peña Negra. Data del 675-535 a.C.. Pasta homogénea con núcleo central mas oscuro.

Muestra A-38-i

Fragmento de cerámica a torno (cocina) del Ibérico Pleno, procedente del horizonte de El Castellar. Data del 350 a.C.. Pasta con grueso desengrasante, núcleo rojizo y capas externas de color gris.

Muestra A-39-i

Fragmento de cerámica a torno (cocina) del Ibérico Pleno, procedente del horizonte de El Castellar. Data del 350 a.C.. Pasta con grueso desengrasante. Núcleo marrón-rojizo entre las capas externas de color gris oscuro.

Muestra A-40-n

Cerámica a mano del Neolítico. Presenta pasta de color rojizo-claro y desengrasante grueso. La superficie exterior es bruffida y presenta una capita de engobe de color castaño claro. Superficie exterior espatulada de color castaño y con huellas de cremación. Procede de la Cova de les Cendres.

Muestra A-41-n

Cerámica a mano del Neolítico. Presenta pasta rojiza con desengrasante grueso y superficie exterior alisada de color rojizo. La superficie interior es de color rojizo, sin tratamiento. Procede de la Cova de les Cendres.

Muestra A-42-e

Cerámica a mano del Eneolítico. Procede de El Fontanal. Presenta pasta gris con grueso desengrasante. Superficie exterior sin tratamiento, de color ocre, igual que la superficie interior.

Muestra A-43-g

Cerámica griega de barniz negro procedente de la Illeta de Campello. Presenta pasta rojiza.

Muestra A-44-e

Cerámica a mano del Eneolítico. Presenta pasta gris con desengrasante grueso. Superficie exterior alisada de color grisáceo. Superficie interior alisada de color ocre. Procede de El Fontanal.

Muestra A-45-e

Cerámica a mano eneolítica procedente de El Fontanal. Pasta grisácea con desengrasante grueso. Superficies sin tratamiento, ocre la exterior y gris la interior.

Muestra A-46-b

Cerámica a mano de la Edad del Bronce, procedente de la Mola d'Agres. Pasta gris con desengrasante grueso. Superficie exterior bruffida de color ocre y rojizo claro. Superficie interior alisada de color ocre.

Muestra A-47-b

Cerámica a mano de la edad del Bronce, procedente de la Mola d'Agres. Pasta gris con grueso desengrasante. Superficie exterior bruffida de color gris. Superficie interior espatulada de color gris oscuro.

Muestra A-48-b

Cerámica a mano de la Edad del bronce, procedente de la Mola d'Agres. Pasta gris con desengrasante grueso. Superficie exterior bruffida de color gris claro. Superficie interior alisada, también de color gris.

Muestra A-49-b

Cerámica a mano de la Edad del Bronce procedente de la Illeta de Campello. Presenta pasta gris con desengrasante grueso. Superficie exterior espatulada de color ocre. Superficie interior sin tratamiento de color gris oscuro.

Muestra A-50-b

Cerámica a mano de la Edad del Bronce procedente de la Illeta de Campello. Presenta pasta gris con desengrasante grueso. Superficie exterior espatulada de color ocre y huellas de cremación. Superficie interior sin tratamiento de color gris oscuro.

Muestra A-51-b

Cerámica a mano de la Edad del Bronce. Procede de la Illeta de Campello. Presenta pasta marrón-gris con desengrasante grueso. Superficie exterior bruffida de color marrón. Superficie interior espatulada de color gris.

Muestra A-52-i

Cerámica a torno ibérica procedente del Tossal de Manises. Presenta pasta ocre con desengrasante fino. Superficie interior y exterior de color ocre y con decoración pintada de color siena.

Muestra A-53-i

Cerámica a torno ibérica procedente del Tossal de Manises. Presenta pasta castaña-gris con desengrasante fino. Superficie exterior de color ocre y con decoración pintada de color siena. Superficie interior alisada de color ocre.

Muestra A-54-i

Borde de ánfora ibérica procedente del Castillo del Río de Aspe. Presenta pasta rojiza-anaranjada y desengrasante fino. Superficie interior y exterior alisadas, de color ocre.

Muestra A-55-i

Cerámica a torno ibérica, procedente del Castillo del Río de Aspe. Presenta pasta castaña clara con desengrasante fino. Superficie exterior de color ocre y con decoración pintada de color siena. Superficie interior alisada, de color ocre.

Muestra A-56-i

Fragmento de ánfora ibérica procedente de la Illeta de Campello. Presenta pasta rojiza-anaranjada con desengrasante fino. Superficie interior alisada de color castaño. Superficie exterior de color blanquecino.

Muestra A-57-i

Fragmento de ánfora ibérica procedente de la Illeta de Campello. Presenta pasta rojiza-anaranjada con desengrasante fino. Superficie interior y exterior alisadas, de color ocre.

Muestra A-58-g

Cerámica griega de figuras rojas procedente de Cabezo Lucero. Material de furtivos.

Muestra A-59-g

Cerámica griega de figuras rojas procedente del Tossal de Manises. Restos de vitrinas.

Muestra A-60-g

Cerámica griega de barniz negro procedente de la Illeta de Campello. Presenta pasta de color castaño.

Muestra A-61-g

Cerámica griega de barniz negro procedente de Cabezo Lucero. Presenta pasta de color castaño. Material de furtivos.

Muestra A-62-g

Cerámica griega de barniz negro procedente de Cabezo Lucero. Presenta pasta gris y decoración con estriás dispuestas en círculo. Material de furtivos.

Muestra A-63-c

Cerámica campaniense A procedente del Castillo de Río Aspe. Presenta pasta de color castaño.

Muestra A-64-c

Cerámica campaniense A procedente del Castillo de Río Aspe. Presenta pasta de color castaño.

Muestra A-65-c

Cerámica campaniense C procedente del Castillo de Río Aspe. Presenta pasta de color ocre.

Muestra A-66-c

Cerámica campaniense A procedente del Castillo de Río Aspe. Presenta pasta de color castaño.

Muestra A-67-c

Cerámica campaniense A procedente de la Illeta de Campello. Presenta pasta rojiza.

Muestra A-68-r

Cerámica sigillata clara A procedente del Tossal de Manises. Presenta pasta rojiza.

Muestra A-69-r

Cerámica sigillata hispánica procedente del Tossal de Manises. Presenta pasta rojiza. Restos de vitrina.

Muestra A-70-r

Cerámica sigillata itálica procedente del Tossal de Manises. Presenta pasta de color castaño.

Muestra A-71-r

Cerámica sigillata sudgálica procedente del Tossal de Manises. Presenta pasta castaño-rojiza.

Muestra A-72-r

Cerámica sigillata clara A procedente del Tossal de Manises. Presenta pasta rojiza.

Muestra A-73-r

Cerámica común romana procedente del Tossal de Manises. Presenta pasta rojiza-anaranjada.

Muestra A-74-r

Cerámica común romana de borde ahumado procedente del Tossal de Manises. Presenta pasta rojiza-anaranjada.

Muestra A-75-r

Cerámica sigillata clara A procedente de Benalúa. Presenta pasta anaranjada.

Muestra A-76-r

Cerámica sigillata clara A procedente de Benalúa.
Presenta pasta anaranjada.

Muestra A-77-r

Cerámica sigillata clara A/D procedente de Benalúa.
Presenta pasta anaranjada.

Muestra A-78-r

Cerámica sigillata clara D procedente de Benalúa.
Presenta pasta anaranjada.

Muestra A-79-r

Cerámica común romana procedente de Benalúa.
Presenta pasta rojiza-anaranjada.

Muestra A-80-r

Cerámica común romana procedente de Benalúa.
Presenta pasta de color castaño y desengrasante grueso.

Muestra A-81-r

Cerámica común romana procedente de Benalúa.
Presenta pasta de color castaño.

Muestra A-82-r

Cerámica común romana procedente de Benalúa.
Presenta pasta de color castaño-gris.

Muestra A-83-r

Cerámica terra sigillata hispánica procedente de Fontcalent.
Presenta pasta rojiza.

Muestra A-84-r

Cerámica terra sigillata clara A procedente de Fontcalent.
Presenta pasta anaranjada.

Muestra A-85-r

Cerámica común romana procedente de Fontcaient. Presenta pasta de color anaranjado-gris.

Muestra A-86-r

Cerámica común romana procedente de Fontcaient. Presenta pasta gris y desengrasante grueso.

Muestra A-87-i

Cerámica a torno ibérica. Procede de Fontcaient. Presenta pasta castaña clara con desengrasante fino. Superficie exterior con decoración pintada de color siena. Superficie interior alisada de color rojizo claro.

Muestra A-88-m

Cerámica medieval procedente del Castillo del Río de Aspe. Presenta pasta blanquecina y superficie exterior con decoración pintada de color marrón.

Muestra A-89-m

Cerámica medieval procedente del Castillo del Río de Aspe. Presenta pasta blanquecina y superficie exterior con decoración pintada de color marrón.

Muestra A-90-m

Cerámica medieval procedente del Castillo del Río de Aspe. Presenta pasta castaña clara y superficies interior y exterior con engobe blanco.

Muestra A-91-m

Cerámica medieval procedente del Castillo del Río de Aspe. Presenta pasta gris. Superficie exterior alisada y con huellas de cremación. Superficie interior vidriada.

Muestra A-92-m

Cerámica medieval procedente del Castillo del Río de Aspe. Presenta pasta anaranjada, Superficies interior y exterior vidriadas.

Muestra AB-1-i

Cerámica pintada ibérica procedente de El Amarejo. Data del siglo IV a.C.. Fragmento de cerámica a torno. Pasta de color ocre-rosado con fino desengrasante.

Muestra MA-1-f

Fragmento de plato con engobe rojo, fenicio, de la Factoría del Río Guadalhorce. Data del 650-550 a.C.. Presenta núcleo gris entre pasta anaranjada, homogénea.

Muestra MA-2-f

Fragmento de ánfora de borde triangular, fenicio, de la Factoría del Río Guadalhorce. Data del 650-550 a.C.. Presenta núcleo gris entre pasta anaranjada.

Muestra SP-1-r

Terra sigillata clara C procedente de Santa Pola. Presenta pasta de color ocre.

Muestra SP-2-r

Terra sigillata clara D procedente de Santa Pola. Presenta pasta de color anaranjado.

Muestra SP-3-r

Terra sigillata clara A, tardía, procedente de Santa Pola. Presenta pasta de color castaño.

Muestra SP-4-r

Terra sigillata clara A, tardía, procedente de Santa Pola. Presenta pasta de color castaño.

Muestra SP-5-r

Terra sigillata clara D procedente de Santa Pola. Presenta pasta de color anaranjado.

Muestra SP-6-r

Terra sigillata clara D procedente de Santa Pola. Presenta pasta de color anaranjado.

Muestra SP-7-r

Terra sigillata clara D procedente de Santa Pola. Presenta pasta de color anaranjado.

Muestra SP-8-r

Terra sigillata clara A, tardía, procedente de Santa Pola. Presenta pasta de color castaño.

Muestra SP-9-r

Terra sigillata clara A, tardía, procedente de Santa Pola. Presenta pasta de color castaño.

Muestra SP-10-r

Terra sigillata clara D procedente de Santa Pola. Presenta pasta de color anaranjado.

Muestra I-1-r

Terra sigillata itálica procedente de Santa Pola. Presenta pasta de color castaño.

Muestra I-2-r

Terra sigillata itálica procedente de Santa Pola. Presenta pasta de color castaño.

Muestra I-3-r

Terra sigillata itálica procedente de Santa Pola.
Presenta pasta de color castaño.

Muestra I-4-r

Terra sigillata itálica procedente de Santa Pola.
Presenta pasta de color castaño.

Muestra H-1-r

Terra sigillata hispánica procedente de Santa
Pola. Presenta pasta rojiza.

Muestra H-2-r

Terra sigillata hispánica procedente de Santa
Pola. Presenta pasta rojiza.

Muestra H-3-r

Terra sigillata hispánica procedente de Santa
Pola. Presenta pasta rojiza.

Muestra SG-1-r

Terra sigillata sudgálica procedente de Santa
Pola. Presenta pasta castaño-rojiza.

Muestra SG-2-r

Terra sigillata sudgálica procedente de Santa
Pola. Presenta pasta castaño-rojiza.

Muestra SG-3-r

Terra sigillata sudgálica procedente de Santa
Pola. Presenta pasta castaño-rojiza.

Muestra L-1-r

Fragmento de cerámica romana tipo lucente,
procedente de Santa Pola. Presenta pasta castaño.

Muestra L-2-r

Fragmento de cerámica romana tipo lucente, procedente de Santa Pola. Presenta pasta castaña.

Muestra L-3-r

Fragmento de cerámica romana tipo lucente, procedente de Santa Pola. Presenta pasta castaña.

Muestra L-4-r

Fragmento de cerámica romana tipo lucente, procedente de Santa Pola. Presenta pasta castaña.

En la tabla 4.1, se presenta una clasificación de las muestras cerámicas estudiadas, agrupadas según los yacimientos arqueológicos de los que proceden.

4.1.2. Muestras de arcillas y de cerámicas modernas de Agost

Se han recogido muestras de arcillas y de cerámicas en una industria cerámica y cuatro alfarerías de la localidad de Agost (Alicante). A continuación se da una relación de los centros visitados:

Centro 1: Cerámica Internacional.

Dedicado a la fabricación de ladrillos comunes. Se ha recogido una muestra de ladrillo rojo,

Tabla 4.1. Clasificación de los fragmentos cerámicos en función de los yacimientos de los que proceden.

YACIMIENTOS	MUESTRAS									
	Eneol.	Neolít.	Bronce	Ibérico	Orienta.	Fenicio	Griego	Campan.	Romano	Mediev.
Oral				A-1-i A-2-i A-3-i A-4-i A-5-i A-6-i A-7-i A-8-i A-9-i A-10-i A-11-i A-12-i						
Castellar				A-38-i A-39-i						
Peña Negra			A-25-b A-26-b A-27-b A-28-b A-29-b		A-30-o A-31-o A-32-o A-33-o A-34-o A-35-o A-36-o A-37-o					
Pic de Les Moreres			A-20-b A-21-b A-22-b							
Les Moreres			A-18-b A-19-b							
Castillo de Callosa de Segura			A-23-b A-24-b							
Cova de Les Cendres		A-40-n A-41-n								
Fontanal	A-42-e A-44-e A-45-e									
Mola d'Agres			A-46-b A-47-b A-48-b							

Tabla 4.1. Continuación.

YACIMIENTOS	MUESTRAS									
	Neolít.	Eneol.	Bronce	Ibérico	Orienta.	Fenicio	Griego	Campan.	Romano	Mediev.
Escuera				A-13-i				A-14-c		
Castillo de Guardamar								A-15-c		
El Campet									A-16-r	
Monovar									A-17-r	
Illeta de Campello			A-49-b A-50-b A-51-b	A-56-i A-57-i			A-43-g A-60-g	A-67-c		
Tossal de Manises				A-52-i A-53-i			A-59-g	A-66-c	A-68-r A-69-r A-70-r A-71-r A-72-r A-73-r A-74-r	
Cabezo Lucero							A-58-g A-61-g A-62-g			
Benalúa									A-76-r A-77-r A-77-r A-78-r A-79-r A-80-r A-81-r A-82-r	
Fontcaient				A-87-i					A-83-r A-84-r A-85-r A-86-r	
Amarejo				AB-1-i						

Tabla 4.1. Continuación.

YACIMIENTOS	MUESTRAS								
	Eneol.	Neolít.	Bronce	Ibérico	Orienta.	Fenicio	Campan.	Romano	Mediev.
Castillo del Río de Aspe				A-54-i A-55-i			A-63-c A-64-c A-65-c		A-88-m A-89-m A-90-m A-91-m A-92-m
Santa Pola								SP-1-1 SP-2-1 SP-3-1 SP-4-1 SP-5-1 SP-6-1 SP-7-1 SP-8-1 SP-9-1 SP-10-1	
Factoría del Río Guadalhorce						MA-1-f MA-2-f			

recogido muestras de cerámicas y de pastas listas para modelar, con sal y sin sal, además de una muestra de la arcilla utilizada. La temperatura de cocción es de 900-1100º C.

Centro 5: Alfarería Evaristo Vicedo

Dedicado a la fabricación de cerámica Blanca. Empresa de tipo familiar. Utilizan arcillas procedentes de Agost que tratan con sal común después del lavado. Se han recogido muestras de arcilla, pasta y cerámica.

Las muestras de esta serie se han identificado de la siguiente manera: AG (Agost), seguido de A,C o P, según se trate de arcilla, cerámica o pasta y, a continuación, un número del 1 al 5 que indica el centro de donde procede la muestra. (s) a continuación de la signatura indica que la muestra ha sido tratada con sal. En definitiva se han estudiado 16 muestras de Agost que se distribuyen del modo siguiente:

<u>Arcillas</u>	<u>Cerámicas</u>	<u>Pastas</u>
AG-A-1	AG-C-1	
AG-A-2	AG-C-2	AG-P-2
AG-A-3	AG-C-3(s)	AG-P-3(s)
AG-A-4	AG-C-4	AG-P-4
	AG-C-4(s)	AG-P-4(s)
AG-A-5	AG-C-5(s)	AG-P-5(s)

junto con otra de la arcilla utilizada para la obtención del mismo. La arcilla procede de canteras de Agost y es mezclada con "tierra blanca" para la elaboración del ladrillo. La temperatura de cocción utilizada es de 880-900°C.

Centro 2: Alfarería Boix-Ivorra

Dedicado a la fabricación de cerámica común, blanca. Empresa de tipo familiar. Se ha recogido una muestra de cerámica, una de arcilla y una de arcilla ya lavada y húmeda, lista para modelar. La arcilla procede de canteras de Agost. La temperatura alcanzada en el horno es de 900-950°C.

Centro 3: Alfarería La Navá

Dedicado a la fabricación de cerámica roja y blanca. Se ha recogido una muestra de cerámica, una de arcilla y una de pasta lista para modelar. La cerámica blanca se elabora a partir de arcillas procedentes de canteras de Agost, a las que se añade sal común después del proceso de lavado. La temperatura de cocción es de 1000-1200°C.

Centro 4: Alfarería Pedro Molla

Dedicado a la fabricación de cerámica blanca y roja. Empresa de tipo familiar. Utilizan arcillas procedentes de canteras de Agost que, después de ser lavadas tratan con sal común para la fabricación de ciertos objetos, y utilizan directamente, sin aditivos, para otros. Se han





4.1.3. Muestras de arcillas estudiadas

Se han analizado 38 muestras de arcillas triásicas, procedentes del sector oriental de la Cordillera Bética, en la provincia de Alicante y en zonas próximas a ésta. La nomenclatura utilizada para la caracterización de estas muestras consiste en una T (de triásicas), seguida del número de orden. En la tabla 4.2, se presenta una relación de las arcillas estudiadas, así como su lugar de procedencia. En la figura 4.2, se han representado los puntos de muestreo sobre el mapa de la provincia de Alicante.



Tabla 4.2. Procedencia de las arcillas estudiadas en el presente trabajo.

<u>MUESTRA</u>	<u>PROCEDENCIA</u>
T-1	Jávea
T-2	Jávea
T-3	Alcalalí
T-4	Sagra
T-5	Potries
T-6	Rótova
T-7	Genovés
T-8	Canals
T-9	Mogente
T-10	Pinoso
T-11	Mina María
T-12	Arroyo Hurtado
T-13	Arroyo Hurtado
T-14	El Chaparral
T-15	Cañada de Carrara
T-16	Caravaca
T-17	Mina Tío Gilito
T-18	Mina María
T-19	Mina Edison
T-20	Bañeres
T-21	Cieza
T-22	Cieza
T-23	Hellín
T-24	Jumilla
T-25	Ondara
T-26	Sagra
T-27	Sagra
T-28	Sagra
T-29	Sax



Tabla 4.2. Continuación.

<u>MUESTRA</u>	<u>PROCEDENCIA</u>
T-30	Yecla
T-31	Villena
T-32	Elda
T-33	Agost
T-34	Agost
T-35	Novelda
T-36	Pinoso-Monovar
T-37	Monovar-Novelda
T-38	Fontcalent

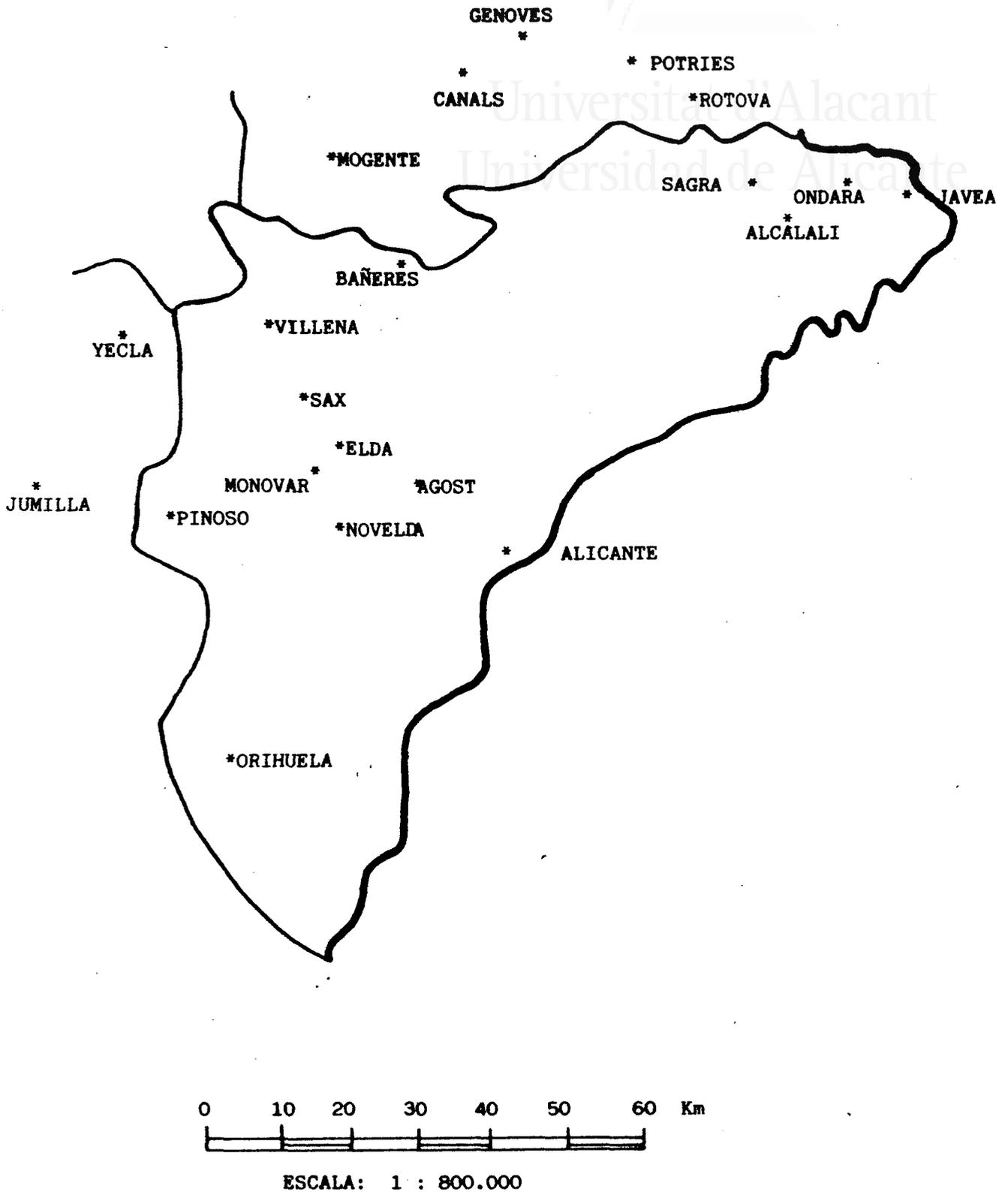


Figura 4.2. Localización de los puntos de muestreo para las arcillas de la provincia de Alicante.

4.2. METODO EXPERIMENTAL

4.2.1. Preparación de las muestras

Como paso previo a la realización del análisis químico, las muestras cerámicas han sido puestas en forma de un polvo muy fino que facilite su ataque por los ácidos. Para ello se ha utilizado una broca de carburo de tungsteno, material que ha mostrado su utilidad al no contaminar ni ocasionar pérdidas de muestra elevadas. Esta es la técnica más utilizada en la bibliografía (Abascal y col., 1974, Birgül y col., 1979, Hatcher y col., 1980, Carriveau, 1980, Blackman, 1981, Magalousis y col., 1981, Pike y col., 1983 y Attas y col., 1984). Carriveau (1980) pone de manifiesto que por este procedimiento tan sólo se ve afectado el contenido en Co y W, al utilizar análisis de activación neutrónica como método analítico.

En primer lugar se procedió a separar las superficies interna y externa de los fragmentos ya que, a pesar de mostrar éstas aspecto diferente al de la pasta central, en la mayoría de los casos, las diferencias en la composición química son despreciables, y en cualquier caso, el análisis de éstas no aporta datos de interés. Además, casi todos los fragmentos eran de un tamaño tal, que la cantidad de polvo superficial resultaba insuficiente para su análisis. Con esto se elimina el proceso de lavado de las muestras

para la eliminación de suciedad e incrustaciones calcáreas, ganándose rapidez y operatividad.

Una vez limpios los fragmentos de sus superficies interna y externa, se procedió a taladrarlos con la broca, recogiendo el polvo así obtenido que, tras permanecer en una estufa a 105º C durante varias horas, fue almacenado en frascos de plástico y guardado en un desecador, quedando así listo para su posterior análisis.

Las muestras de arcilla, después de secarse al aire, extendidas sobre papel de filtro, fueron molidas con un molino de aros, secándose después el polvo y almacenándose de la misma manera que se hizo para las cerámicas.

Las muestras de arcilla lavada y húmeda que se recogieron en Agost, después de separar algunas porciones y extenderlas, se dejaron secar a temperatura ambiente, triturándose después con un mortero de ágata y tratando el polvo igual que en los casos anteriores.

4.2.2. Disgregación de las muestras

Se ha utilizado el procedimiento propuesto por Hernandis (1975) y modificado por Bosch y col. (1979), basado en la disgregación de las muestras con ácido fluorhídrico más ácido fosfórico en un recipiente de destilación de teflón (PTFE), que permite separar el ácido hexafluorosilícico y el exceso de ácido

fluorhídrico del resto de los componentes por determinar. Este mismo método fue utilizado con éxito por Mas (1980) en el estudio de las arcillas de interés cerámico de la provincia de Alicante.

En la figura 4.3 se muestra un esquema del aparato.

El termómetro de contacto (A) sirve para accionar un relé (E), que suministra energía eléctrica de la red general a la manta calefactora (D); ésta, junto con dos aros de fibro-cemento (B) y una tapa de amianto (H), limitan una cámara de calefacción. Dentro de esta cámara se tiene un vaso de destilación (C) de PTFE, del que sale un tubo de desprendimiento (F), también de PTFE. El recipiente (G) de plástico permite recoger el destilado.

En la figura 4.4 se dan las dimensiones del vaso de destilación y su tapa, y de las piezas metálicas del mecanismo de cierre.

La calefacción se realizó con dos grados de intensidad, una primera débil, durante tres cuartos de hora, en la que la temperatura no pasó de 120^o C; de esta forma se llega a una perfecta disgregación de la muestra. En la segunda, inmediatamente a continuación y también de tres cuartos de hora de duración, la temperatura se elevó a 190^o C. En ella tiene lugar la total separación entre destilado y residuo.

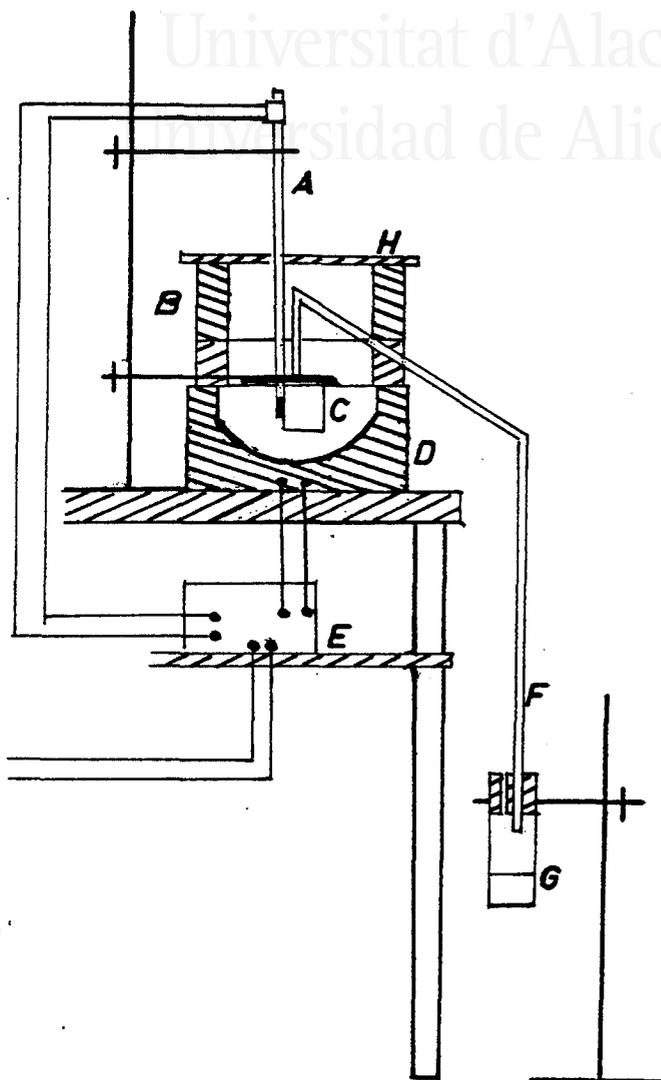
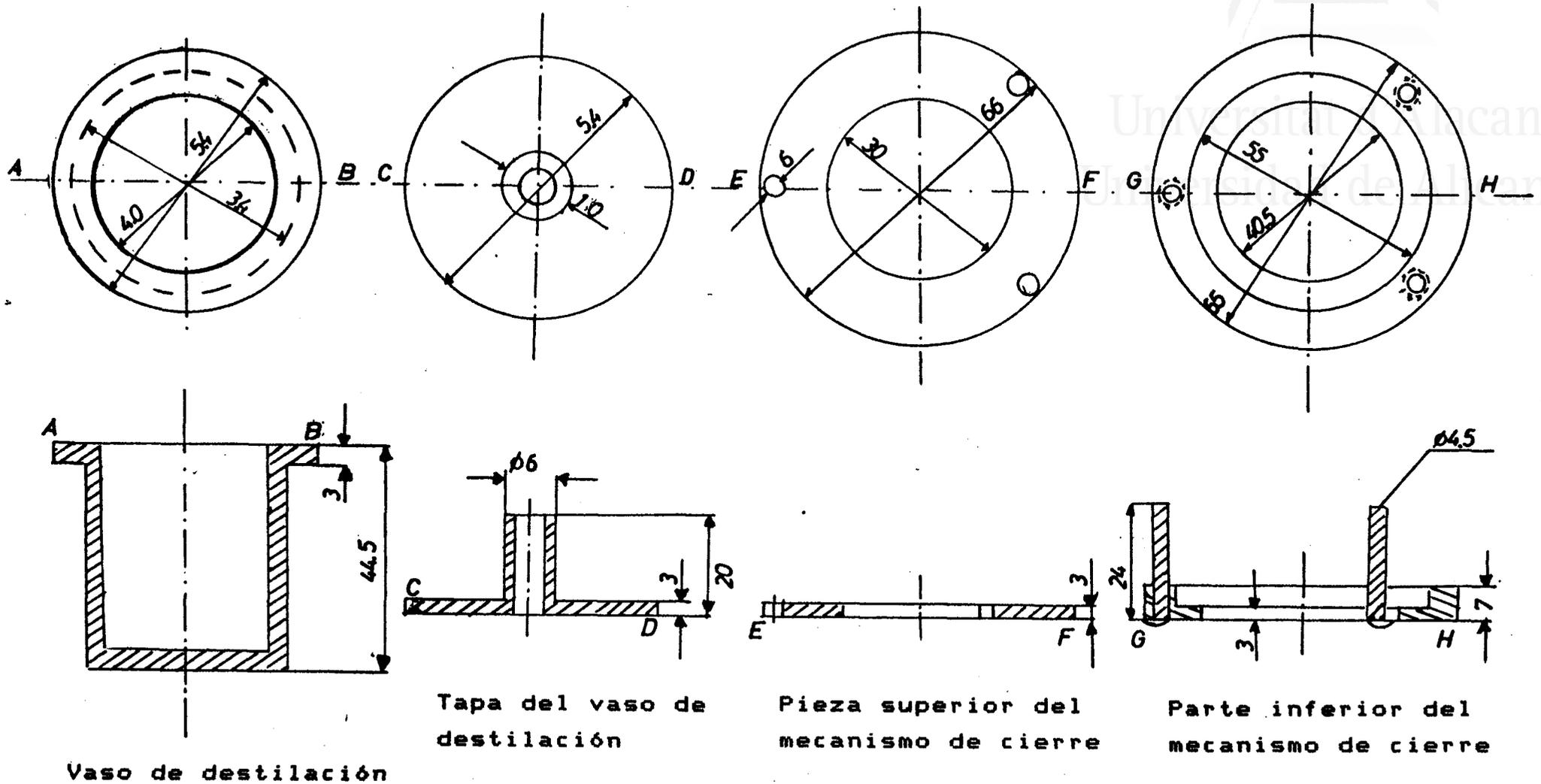


Figura 4.3. Esquema del sistema utilizado en la disgregación de las muestras con ácido fluorhídrico, seguida de la destilación del ácido hexafluorosilícico y del exceso de ácido fluorhídrico.



Tapa del vaso de destilación Pieza superior del mecanismo de cierre Parte inferior del mecanismo de cierre

Vaso de destilación

Figura 4.4. Dimensiones del vaso de destilación, de su tapa y de las piezas metálicas del mecanismo de cierre.

De cada muestra se hicieron entre dos y cuatro disgregaciones, dándose como resultado del análisis el valor promedio. Las cantidades utilizadas en cada disgregación fueron las siguientes:

400 mg de muestra

1 cm³ de HNO₃, 60%, d=1.38

2.5 cm³ de H₃PO₄, 85%, d=1.70

3.5 cm³ de HF, 45%, d=1.14

En el proceso de disgregación, la sílice, tanto libre como combinada, es atacada por el ácido fluorhídrico, con formación de ácido hexafluorosilícico. El sistema HF-H₂SiF₆-H₂O tiene un azeótropo que hierve a 116º C y el sistema HF-H₂O tiene otro que hierve a 112º C. Por tanto, por evaporación de la disolución con un exceso de ácido fluorhídrico se puede eliminar de la misma toda la sílice en forma de ácido hexafluorosilícico, al mismo tiempo que se desprende el ácido fluorhídrico y todos los elementos cuyos fluoruros son volátiles. Sin embargo estos elementos pueden ser retenidos por la adición de un ácido fijo (ácido fosfórico) a la disolución. De esta forma, la sílice se separa de los demás elementos de interés a excepción del boro, si lo hay, que en forma de ácido tetrafluorobórico, acompaña al ácido hexafluorosilícico y al exceso de ácido nítrico, en forma de vapores nitrosos. A todos estos productos se les llama destilado en lo sucesivo.

El destilado se recoge en un recipiente de plástico que contiene una pequeña cantidad de agua.

La finalidad en este proceso del ácido nítrico radica en que favorece la disolución del residuo, impide que éste quede adherido al recipiente de PTFE y facilita la limpieza de dichos recipientes. A lo que queda en el vaso de teflón tras la destilación se le llama residuo. Ambos productos se someten a las operaciones siguientes:

i) Tratamiento del destilado

Tal como se recoge en el frasco de plástico y, sin aforar, se guarda. Cuando se va a realizar el análisis se agrega a dicho destilado 75 cm³ de una disolución de ácido ortobórico de 25 g/l. El ácido ortobórico se añade para acomplejar el exceso de ácido fluorhídrico presente en el medio por formación de tetrafluoroborato.

Las soluciones ácidas del ión silicato envejecen con el tiempo, depositando sílice gelatinosa, sobre todo en soluciones muy concentradas y en presencia de aniones polivalentes. En las condiciones del presente trabajo, las soluciones son estables, al menos, durante un mes, y la complejación del ácido fluorhídrico permite usar material aforado de vidrio ya que las disoluciones de ácido tetrafluorobórico no atacan al vidrio, aunque mantenidas mucho tiempo en contacto con él pueden atacarlo ligeramente.

La complejación del exceso de ácido fluorhídrico se realizó en recipiente de plástico.

ii) Tratamiento del residuo

Teniendo en cuenta la concentración media de los óxidos por analizar en las cerámicas, se optó por llevar el residuo al volumen final de 50 cm³. Dicha operación se realizó sin esperar a que el residuo se enfriara para evitar la formación de ácido pirofosfórico que daría lugar a un producto vítreo difícil de separar. Al residuo, en el mismo recipiente de teflón, se le agregan 20 cm³ de ácido clorhídrico, diluido 1:5, sometiéndose a ebullición. A continuación se pasó a un matraz aforado de 50 cm³ utilizando un embudo con papel de filtro.

Se realizaron tres lavados del recipiente de teflón con 5 cm³ del mismo ácido clorhídrico. Después de enrasar el matraz, quedaron las soluciones almacenadas en frascos de plástico.

4.2.3. Determinación cuantitativa de los óxidos

El destilado se utiliza para la determinación de la sílice y en el residuo se analizan los elementos aluminio, titanio, hierro, manganeso, calcio, magnesio, sodio y potasio. En estas determinaciones, excepto para el titanio, se utiliza un espectrofotómetro de absorción atómica, PERKIN-ELMER 373. Los elementos Fe, Mn, Ca, Mg, Na y K se determinaron con llama aire-



acetileno, mientras que Si y Al se hicieron con llama de óxido nitroso-acetileno.

Para la determinación de la sílice se prepararon patrones de 40, 80, 120, 160 y 200 ppm, a los que se añadió H_3BO_3 y HF en cantidades tales que fuesen "isofluorobóricos" con los problemas.

En el residuo se analizó el contenido en Mn y Na. Los patrones preparados contenían ácidos en la misma concentración que los problemas y oscilaban entre 1 y 6 ppm para el Mn y entre 5 y 100 ppm para el Na.

A partir del residuo se preparó una disolución, llevando 5 ml de éste a 100 ml, en esta disolución se analizó el contenido en Fe, Al, K, Ca y Mg. Para cada elemento se buscó la longitud de onda apropiada para que las lecturas de absorbancia fueran lineales. Con objeto de reproducir al máximo las condiciones de los problemas, se prepararon patrones conteniendo simultáneamente todos los elementos arriba mencionados, así como H_3PO_4 y HCl de forma que el contenido en ácidos fuese el mismo para patrones y problemas. Tanto las disoluciones obtenidas a partir del residuo, como los patrones se prepararon de forma que fueran 0,5% en lantano, utilizando para ello disolución de La_2O_3 al 5%, con el fin de eliminar las interferencias debidas al ácido fosfórico en la determinación del calcio por absorción atómica.

El contenido en titanio de las muestras ha sido determinado colorimétricamente ya que se

comprobó que su determinación por espectrofotometría de absorción atómica está sujeta a errores experimentales considerables. Esto mismo se vió confirmado en la bibliografía (Tubb y col., 1980).

La determinación colorimétrica del titanio es aplicable a disoluciones conteniendo 0,01% de TiO_2 como máximo. Dado que los fragmentos estudiados contienen un 2% de TiO_2 como máximo, un simple cálculo muestra que el método es aplicable a los residuos obtenidos tras la disgregación. El método se basa en la coloración amarilla de las disoluciones sulfúricas de Ti al ser tratadas con H_2O_2 .

El % TiO_2 ha sido determinado utilizando la técnica del patrón interno. El procedimiento seguido fue el siguiente:

1. Diluir el residuo del orden de dos a tres veces, tomando entre 5 y 10 ml de éste.
2. Tomar tres fracciones de 5 ml del residuo diluido, añadir a dos de ellas alrededor de 0,150 y 0,300 gr, respectivamente, de un patrón de Ti de 500 ppm.
3. Adicionar a cada una de las fracciones del apartado anterior, 2 ml de H_2SO_4 (5:95) y 3 ml de H_2O_2 (3%).
4. Leer la absorbancia de las disoluciones así obtenidas, a 436 nm.

Las operaciones indicadas en los apartados 1 y 2 se realizaron por pesada.

Si llamamos x a los gramos de patrón añadidos en el apartado 2, por los gramos totales de disolución:

$$x = \text{gr patrón} / \text{gr totales}$$

y c es la concentración de la disolución, en ppm, la absorbancia leída se puede expresar:

$$\text{absorbancia} = K((1 - x)c + 500x) = Kc + K(500 - c)x$$

donde K es una constante de proporcionalidad. Al representar la absorbancia frente a x , se obtiene una recta, de cuya ecuación puede deducirse la concentración de Ti en el residuo:

$$\text{absorbancia} = a + b x$$

$$a = K c$$

$$b = K (500 - c)$$

$$c = 500 a / (b + a)$$

A partir del polvo obtenido tras la preparación de cada muestra se realizó el análisis de carbonatos, utilizando un calcímetro, y se determinó la pérdida por calcinación a 900°C en una mufila.

4.2.4. Precisión del método analítico

Cuando se quiere determinar la precisión de los datos obtenidos al realizar un análisis químico, a los errores inherentes a la técnica analítica utilizada (2% para la espectrofotometría de absorción atómica, Meschel, 1974, Tubb, 1980), hay que sumar las desviaciones del valor real debidas al procedimiento seguido en la preparación de las muestras para su posterior análisis. En el presente trabajo la reproducibilidad de los resultados va a depender de tres factores:

1. Preparación de las muestras para su posterior disgregación y análisis.

Dado que el método seguido es "destrutivo" y no se dispone de grandes piezas, sino de pequeños fragmentos de cerámicas, la representatividad de la muestra obtenida sobre el objeto completo no puede ser muy elevada. Por otro lado, la reproducibilidad de los resultados va a depender de la homogeneidad de la muestra tomada para el análisis químico, y ésta a su vez depende del tamaño de partícula obtenido en la pulverización de los fragmentos. La bibliografía confirma que la broca de widia no introduce contaminaciones en la muestra pulverizada (Carriveau, 1980).

2. Disgregación de las muestras.

Las variables que afectan a este proceso son numerosas (peso de muestra, agentes disgregantes, aditivos, temperatura y tiempo), y por tanto va a

ser éste el aspecto determinante de la precisión de los resultados.

3. Técnica analítica utilizada.

Se ha utilizado la espectrofotometría de absorción atómica, que tiene una precisión estimada de un 2%, para la determinación del Mn, Al, Fe, Na, K, Ca y Mg. El Ti ha sido analizado colorimétricamente, ya que su determinación por absorción atómica no es todo lo exacta que sería de desear (Hatcher y col., 1980, Tubb y col, 1980). No se han encontrado datos acerca de la determinación colorimétrica del titanio en cerámicas, por tanto, la precisión del método debiera estimarse por repetición de los análisis.

Se han realizado entre dos y cuatro disgregaciones para cada muestra, y se han seleccionado, al azar, algunas de las cerámicas para las que se han efectuado cuatro disgregaciones. Para éstas, se han calculado las desviaciones standard y los coeficientes de variación. Además, para algunas de estas cerámicas, y cuando la cantidad de muestra disponible así lo permitió, se realizaron algunas disgregaciones más. A título de ejemplo, en la tabla 4.3 se presentan los valores obtenidos para los datos de variabilidad en los resultados en cinco disgregaciones realizadas sobre diferentes porciones de la muestra A-5-i. Los datos del coeficiente de variación son del mismo orden para todas las muestras seleccionadas, en algunos casos inferiores, y raramente superiores.

Se ha comparado la precisión de la técnica analítica con los datos presentados por otros autores, concluyéndose que nuestros resultados son muy satisfactorios. En efecto, Tubb y col. (1980), en un trabajo publicado en "Archaeometry", en el que analizan cerámicas romanas por espectrofotometría de absorción atómica, utilizando fusión con metaborato de litio para la disgregación de las muestras, aplicando análisis de componentes principales y análisis cluster a los datos obtenidos, realizan un estudio de la reproducibilidad de los resultados. Para ello, realizan cuatro fusiones a partir de diferentes porciones de una misma muestra, y luego estudian la variabilidad de los resultados. Los valores presentados por Tubb y col. se presentan en la tabla 4.3.

En la tabla 4.3 se aprecia que los valores obtenidos por Tubb y col. (1980) para el coeficiente de variación son, en general, más elevados que los obtenidos en el presente trabajo, con las únicas excepciones de los correspondientes al potasio y al calcio, que son menores, aunque del mismo orden. Mientras que los coeficientes de variación obtenidos para las cerámicas arqueológicas de Alicante rara vez sobrepasan el 5%, Tubb y col. presentan unos valores que oscilan alrededor del 8%, destacando la gran variabilidad encontrada para los %MnO y %Na₂O, con coeficientes de variación del 18.1 y 22.8%, respectivamente.

Hatcher y col. (1980), también en una publicación de "Archaeometry", hacen un estudio sobre la precisión y exactitud de la espectrofotometría de absorción atómica, aplicada

a cerámicas griegas y helenísticas procedentes de Libia. Utilizan una disgregación ácida con HF, y aplican métodos multivariantes (análisis de componentes principales y análisis cluster) a los resultados obtenidos. El objetivo de los autores es la comparación entre los resultados obtenidos por absorción atómica y por espectrografía de emisión óptica. En la tabla 4.3 se presentan las desviaciones standard y los coeficientes de variación para 30 análisis replicados de una cerámica patrón. Dado que algunos valores individuales diferían significativamente de la media, se eliminaron aquellos que excedían más de tres veces la desviación standard sobre la media, calculando una nueva desviación standard para los valores restantes, y repitiendo el proceso tantas veces como fuera necesario. Según todo esto, los datos de reproducibilidad de resultados obtenidos por Hatcher y col. (1980) son una excelente estimación de la precisión esperada para los análisis de cerámicas arqueológicas, utilizando una disgregación ácida con HF, y espectrofotometría de absorción atómica.

La comparación de los coeficientes de variación obtenidos por Hatcher y col. (1980) con los obtenidos en el presente trabajo pone de manifiesto que la precisión de nuestros resultados es satisfactoria, con coeficientes de variación inferiores o del mismo orden para todos los elementos analizados en las cerámicas arqueológicas de Alicante.

Tabla 4.3. Variabilidad de los resultados obtenidos.
 valor medio = \bar{x}
 desviación standard = $s = \sqrt{\Sigma(x^2 - \bar{x}^2)/(N-1)}$
 coeficiente de variación (%) = $cv = 100s/\bar{x}$

		Muestra A-5-i (Presente trabajo)	Cerámica Analizada por Hatcher	Cerámica Analizada por Tubb
%MnO	\bar{x}	0.020	0.093	0.16
	s	0.001	0.006	0.03
	cv	6.0	6.3	18.1
%Al ₂ O ₃	\bar{x}	15.2	13.57	13.41
	s	0.16	1.26	1.11
	cv	1.1	6.5	8.3
%Fe ₂ O ₃	\bar{x}	7.17	7.65	7.23
	s	0.24	0.23	0.63
	cv	3.4	3.0	8.7
%Na ₂ O	\bar{x}	1.30	0.88	0.18
	s	0.08	0.06	0.04
	cv	6.5	7.3	22.8
%K ₂ O	\bar{x}	4.27	-	4.68
	s	0.31	-	0.29
	cv	7.2	-	6.2
%CaO	\bar{x}	8.7	10.13	0.28
	s	0.33	0.52	0.01
	cv	3.8	5.1	3.4
%MgO	\bar{x}	3.74	10.13	7.61
	s	0.14	0.29	0.75
	cv	3.7	5.5	9.8
%TiO ₂	\bar{x}	0.63	0.86	0.72
	s	0.03	0.06	0.06
	cv	4.2	6.8	8.8

4.3. TRATAMIENTO ESTADÍSTICO DE LOS RESULTADOS

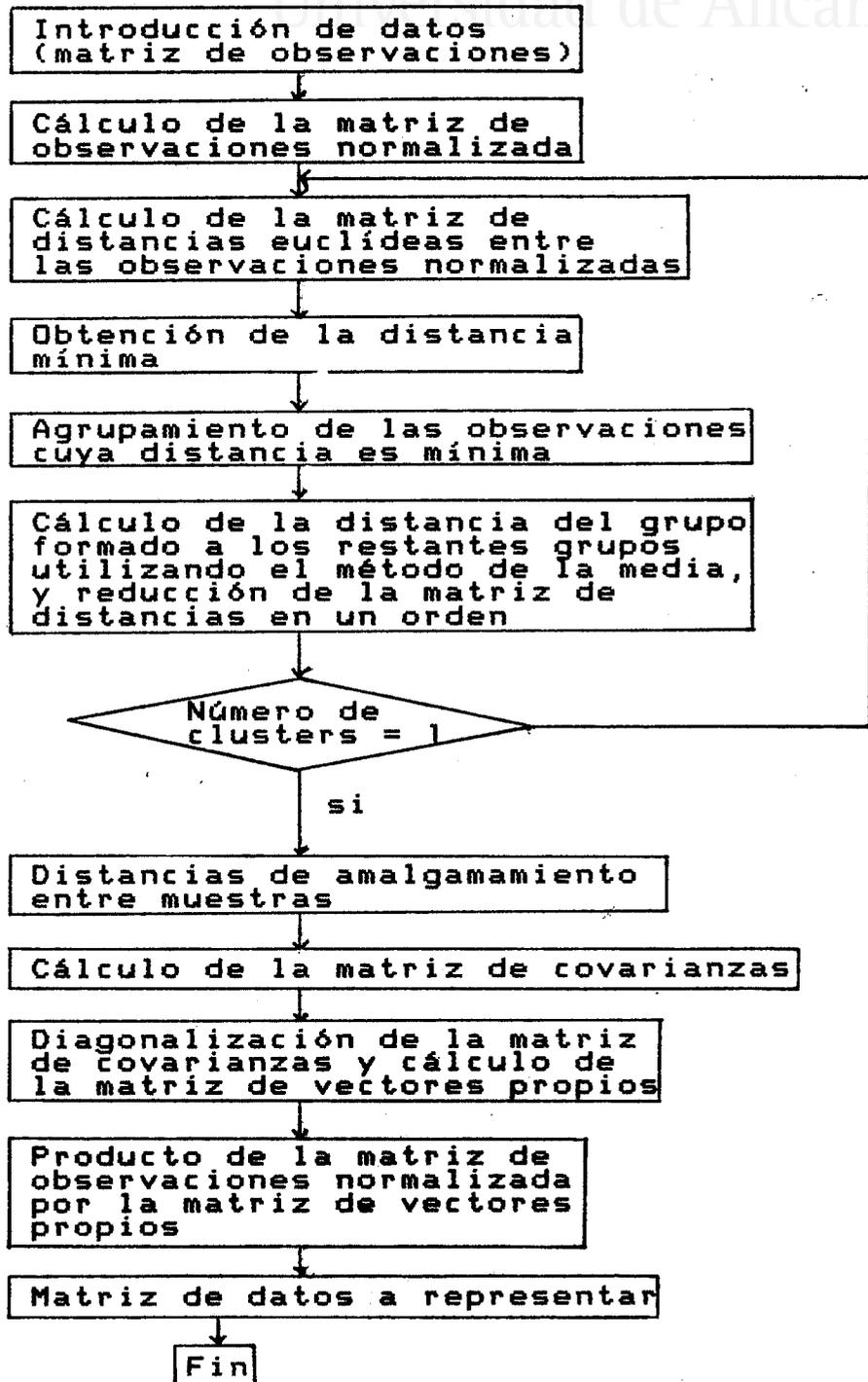
Los resultados de los análisis químicos han sido tratados estadísticamente usando métodos de MVSA. En el apartado 2.3 se da una descripción de las principales técnicas de MVSA. En el presente trabajo se utilizan el análisis de componentes principales y el análisis canónico de poblaciones como métodos de análisis y presentación de datos, y el análisis discriminante y el análisis cluster o taxonomía numérica como métodos de clasificación. Además se han aplicado tests de contraste de hipótesis de igualdad de medias, basados en análisis univariante de la varianza (ANOVA) y en análisis multivariante de la varianza (MANOVA).

A continuación se da una descripción de los programas de cálculo utilizados, así como de la forma de operar de los mismos.

4.3.1. Análisis de componentes principales

El programa de cálculo utilizado para la aplicación de análisis de componentes principales ha sido elaborado en la División de Ingeniería Química de la Universidad de Alicante. El listado de dicho programa se encuentra en el apéndice 7.7 y el organigrama de cálculo se da en la figura 4.5. Este programa realiza simultáneamente análisis de componentes principales y análisis cluster.

Figura 4.5. Organigrama de cálculo para el programa de análisis de componentes principales y análisis cluster.



Para la ejecución del análisis de componentes principales se calcula la matriz de covarianzas entre las variables observadas, a partir de la matriz de observaciones normalizadas. Por diagonalización de ésta se obtienen los valores propios, a partir de los cuales se calcula el porcentaje de la varianza total acumulada por cada componente principal y la matriz de vectores propios, que es la matriz del cambio de coordenadas que, al ser multiplicada por la matriz de observaciones normalizada, proporciona la matriz de datos a representar.

4.3.2. Análisis cluster

Uno de los programas de cálculo para la aplicación de análisis cluster ha sido elaborado en la División de Ingeniería Química de la Universidad de Alicante. El listado de dicho programa se encuentra en el apéndice 7.7 y el organigrama de cálculo es el que se recoge en la figura 4.5.

Alternativamente se ha utilizado el programa BMDP2M (Dixon y Brown, 1977). Ambos programas operan del mismo modo, diferenciándose tan solo en la forma de definir la distancia al pasar de una partición a otra por fusión de las clases más próximas. El programa BMDP2M utiliza el método del centroide, mientras que el programa de elaboración propia utiliza el método de la media.

Las clasificaciones finales obtenidas son las mismas, diferenciándose los dendogramas producidos por ambos métodos en la forma de realizar algunas de las particiones intermedias.

Se sigue un proceso iterativo que parte de la matriz de distancias euclídeas entre las observaciones normalizadas y comienza con el agrupamiento de las dos muestras cuya distancia es mínima. A continuación se calcula la distancia de este primer cluster a las demás muestras, obteniendo así una nueva matriz de distancias que se ha reducido en un orden y, en la cual se vuelven a agrupar los dos puntos más próximos. Este proceso se repite hasta que se agrupan los dos últimos clusters.

La salida del programa proporciona las distancias a las que se van uniendo los sucesivos clusters y, en el BMDP2M además, sale ya impreso el dendograma.

Como ya se ha dicho, el programa elaborado en esta División, utiliza el método de la media. Si llamamos h_1 y h_2 a los dos clusters que se unen en uno de los pasos de la iteración, la distancia de otro cluster cualquiera, h_k , al nuevo $h_1 \cup h_2$, se define:

$$\bar{d}(h_k, h_1 \cup h_2) = (d(h_1, h_k) + d(h_2, h_k))/2$$

En el método del centroide, usado por el programa BMDP2M, la distancia se define:

$$\bar{d}(h_k, h_1 \cup h_2) = (N_1 / (N_1 + N_2)) d(h_1, h_k) + (N_2 / (N_1 + N_2)) d(h_2, h_k) - (N_1 N_2 / (N_1 + N_2)^2) d(h_1, h_2)$$

donde N_1 y N_2 representan el número de individuos de h_1 y de h_2 , respectivamente.

4.3.3. Análisis discriminante y análisis canónico

4.3.3.1. Análisis discriminante

Se ha aplicado análisis discriminante paso a paso utilizando el programa BMDP7M (Dixon y Brown, 1977). Este método de clasificación es complementario al análisis cluster ya que, en este caso, la información de entrada no es sólo la matriz de observaciones sino que, además, se introduce una variable más, "tipo", donde se especifica a que grupo se ha asignado previamente cada muestra.

Las variables utilizadas para el cálculo de las funciones discriminantes, que permitirán la asignación de cada individuo a una población u otra, se van seleccionando por etapas, de forma que, en primer lugar, se incorpora la variable que mejor discrimina entre los diferentes grupos. La siguiente variable, será la que mejor discrimine entre las muestras, una vez se ha "descontado" la variabilidad asociada a la primera variable introducida, y así sucesivamente.

En la etapa 0 (antes de haber introducido ninguna variable en las funciones discriminantes), el criterio para seleccionar la

variable que mejor discrimina entre los grupos, es el valor del estadístico "F-to-enter", que es la F computada por ANOVA (véase apéndice 7.5). La variable seleccionada será aquella que presente el mayor valor de "F-to-enter".

En las etapas 1 y siguientes, se definen "F-to-enter" y "F-to-remove", incorporándose a las funciones discriminantes la variable cuyo "F-to-enter" es mayor. Se establece el valor "4" como límite, de forma que cuando "F-to-enter" sea inferior a 4 se considera que ya no compensa la introducción de nuevas variables en las funciones discriminantes y que, el aumento de la discriminación asociado a tal incorporación es despreciable. Al mismo tiempo, se comprueba que las variables que ya han sido introducidas en las funciones discriminantes siguen siendo significativas individualmente: cuando "F-to-remove" es inferior a 3.9, se extrae la variable correspondiente de la función discriminante.

Para el cálculo de "F-to-enter" y "F-to-remove" en las etapas 1 y siguientes, se define la matriz H que es la matriz h_{xg} , donde h es el número de hipótesis que se contrastan y g el número de grupos usados para definir las funciones discriminantes, y es la matriz de contraste de la hipótesis de igualdad de medias de grupos. Esta matriz se corresponde con la matriz de diseño factorial, definida para MANOVA (Apéndice 7.5).

$$H = (h_{ki}) \quad \text{tal que}$$

$$h_{k1} = \begin{cases} i & i \leq k \\ -k & i = k + 1 \\ 0 & \text{en los demás casos} \end{cases}$$

Además, se consideran W , matriz de dispersión "dentro de grupos", y T , la matriz de "dispersión total". Ambas matrices se encuentran definidas en el apéndice 7.5. Por simplicidad, se asume que las q variables seleccionadas tienen siempre la misma dimensión;

$$W = \begin{pmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}$$

donde las dimensiones de W_{11} y T_{11} son $q \times q$.

Se definen las matrices A y B :

$$A = \begin{pmatrix} -W_{11}^{-1} & W_{11}^{-1}W_{12} \\ -W_{21}W_{11}^{-1} & W_{22} - W_{11}^{-1}W_{12} \end{pmatrix} = (a_{ij})$$

$$B = \begin{pmatrix} -T_{11}^{-1} & T_{11}^{-1}T_{12} \\ T_{21}T_{11}^{-1} & T_{22} - T_{21}T_{11}^{-1}T_{12} \end{pmatrix} = (b_{ij})$$

entonces,

$$\text{"F-to-remove"} = ((a_{rr} - b_{rr}) / b_{rr}) ((N - k - q + 1) / h)$$

$$\text{grados de libertad} = h, N - k - q + 1$$

y,

$$\text{"F-to-enter"} = ((b_{rr} - a_{rr}) / b_{rr}) ((N - k - q) / h)$$

$$\text{grados de libertad} = h, N - k - q$$

Además, en cada etapa, y para cada variable, se calcula la "tolerancia",

$$t_r = a_{rr} / w_{rr}$$

de forma que ninguna variable será introducida en la función discriminante si su correlación múltiple al cuadrado con las variables ya incorporadas excede a $(1 - t_r)$, o si su entrada hace que la tolerancia de una de las variables introducidas supere $(1 - t_r)$.

En la etapa 1, "F-to-remove" para la variable incorporada a las funciones discriminantes es igual a "F-to-enter" calculado para dicha variable en la etapa 0.

Además, el programa BMDP7M, efectúa el contraste de la hipótesis de igualdad de medias de grupos, considerando las q variables introducidas en las funciones discriminantes, calculando la lambda de Wilks, Λ , por MANOVA:

$$\Lambda = \det (W_{11}) / \det (T_{11})$$

grados de libertad = q, h, n-g

y la aproximación de la F de Fisher-Snedecor a la lambda de Wilks, propuesta por Rao:

$$F = [(1 - \Lambda^{1/s}) / \Lambda^{1/s}] / [(m^* + 1 - hq/2) / hq]$$

con $m^* = n - g - (1/2)(q - h - 1)$

y

$$s = \begin{cases} [(h^2q^2 - 4) / (h^2 + q^2 - 5)]^{1/2} & h^2 + q^2 \neq 5 \\ 1 & h^2 + q^2 = 5 \end{cases}$$

con grados de libertad = hq, $m^*s + 1 - hq/2$, siendo exacta la aproximación de Λ a F cuando h ó q son iguales a 1 ó 2.

Posteriormente, se obtiene la matriz F, cuyos elementos son los valores propios de F computados a partir de la distancia de Mahalanobis al cuadrado para cada par de grupos y para cada una de las variables de las funciones discriminantes.

$$F_{ij} = [((n-g+q+1)N_iN_j) / (q(N_i+N_j)) D_{ij}^2] / (n-g)$$

$$D_{ij} = (n-g)(x_i - x_j)' W_{11}^{-1} (x_i - x_j)$$

i, j = 1, ..., g

Finalmente, los coeficientes para las funciones de clasificación o funciones discriminantes se obtienen:

- coeficientes, $\beta_i = (n-g)W_{ii}^{-1}x_i$ $i=1, \dots, g$
- constantes, $\alpha_i = \log P_i - (1/2)(n-g)x_i'W_{ii}^{-1}x_i$ $i=1, \dots, g$

donde P_i es la probabilidad asociada al grupo i , y x_i es el vector de medias para dicho grupo.

La probabilidad de pertenecer a cada grupo, para cada muestra, se calcula a partir de la distancia de Mahalanobis:

$$P_{ijk} = P_k \exp[(-1/2)D_{ijk}^2] / \sum_{r=1}^g P_r \exp[(-1/2)D_{ijr}^2]$$

$$i=1, \dots, t$$

$$j=1, \dots, N_i$$

$$k=1, \dots, g$$

donde t es el número total de grupos y la distancia de Mahalanobis es:

$$D_{ijk}^2 = (n-g) \sum_r \sum_s (x_{ijr} - x_{krs}) a_{rs} (x_{ijs} - x_{krs})$$

4.3.3.2. Análisis canónico

El programa BMDP7M realiza análisis canónico en las poblaciones que se comparan, considerando sólo las variables que, previamente, han sido utilizadas en las funciones discriminantes.

La diagonalización de la matriz $W^{-1/2}BW^{-1/2}$ siendo W la matriz de dispersión "dentro de grupos" y B la matriz de dispersión "entre grupos" (Apéndice 7.5), proporciona los valores y vectores propios λ_i y u_i , con $i=1, \dots, h$.

Los elementos de la matriz de datos a representar en el espacio definido por las coordenadas canónicas se obtienen:

$$f_{ijsr} = \sum_{s=1}^g \hat{Y}_{rs} (x_{ijs} - \bar{x}_{.s}), \quad i=1, \dots, g \quad j=1, \dots, N_i$$

donde Y_{rs} son los coeficientes para las variables canónicas.

Los coeficientes para la variable canónica i se calculan:

$$Y_i = W_{11}^{-1} \bar{X}' H' u_i [(N-k)/\lambda_i]^{1/2}$$

donde ' indica "matriz transpuesta". H es la matriz de contraste de la hipótesis de igualdad de medias de grupos, que fué definida en el apartado anterior (4.3.3.1), y X es una matriz cuyos elementos son las medias de cada variable en cada grupo.

La porción acumulativa de la dispersión explicada por la variable canónica i es:

$$V_i = \frac{\sum_{j=1}^i \lambda_j}{\sum_{j=1}^h \lambda_j}$$

y las correlaciones canónicas:

$$\rho_1 = [\lambda_1 / (1 + \lambda_1)]^{1/2}$$

Operando de esta manera, la primera variable canónica es la mejor combinación lineal de las variables introducidas en las funciones discriminantes que mejor discrimina entre grupos. La segunda, es la siguiente mejor combinación lineal ortogonal a la primera, etc. Las variables canónicas se obtienen de forma que sus "varianzas conjuntas" sean 1 y sus medias 0.

4.3.4.1-Tests

El programa BMDP3D (Dixon y Brown, 1977) analiza los datos de uno, dos o más grupos de muestras. En el caso de dos grupos, compara las medias de éstos por t-tests, con y sin la suposición de igualdad de varianzas. La igualdad de varianzas se contrasta mediante un test de Levene. El contraste simultáneo de la igualdad de medias de varias variables se realiza mediante la T^2 de Hotelling y la D^2 de Mahalanobis. La T^2 de Hotelling es una generalización multivariante del test t de Student.

4.3.4.1. Prueba t de varianzas separadas

Esta prueba está basada en ANOVA. Compara las medias de una variable en dos poblaciones normales y de diferente varianza. La hipótesis a contrastar, H_0 , es:

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

(\bar{x} indentifica al valor medio de la variable, mientras que μ indica "media muestral", es decir, el valor medio que se obtendría para la variable si se realizase un número infinito de observaciones)

La hipótesis alternativa, H_1 , es:

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

H_0 se rechaza, al nivel α , si el estadístico t ,

$$t = |\bar{x}_1 - \bar{x}_2| / (s_1^2/N_1 + s_2^2/N_2)^{1/2}$$

s_i = desviación standard para el grupo i

N_i = número de individuos del grupo i

es mayor o igual que el valor tabulado para la t de Student, con grados de libertad, f :

$$f = [c^2/(N_1 - 1) + (1 - c^2)^2/(N_2 - 1)]^{-1}$$

$$\text{con } c = (s_1^2/N_1) / (s_1^2/N_1 + s_2^2/N_2)$$

4.3.4.2. Prueba t de varianzas conjuntas

Este test corresponde al contraste de la hipótesis $H_0: \mu_1 = \mu_2$, en dos poblaciones normales de varianzas desconocidas pero iguales. El estadígrafo de prueba:

$$t = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) / [((N_1 - 1)s_1^2 + (N_2 - 1)s_2^2) / (N_1 + N_2 - 2) (1/N_1 + 1/N_2)]^{1/2}$$

es una variable t de Student con $N_1 + N_2 - 2$ grados de libertad cuando la hipótesis es cierta. La región de aceptación, con un grado de significación α , para la hipótesis se define:

$$-t_{\alpha/2, N_1 + N_2 - 2} \leq t \leq t_{\alpha/2, N_1 + N_2 - 2}$$

Desde el punto de vista de ANOVA, la varianza conjunta puede estimarse por:

$$s_p = ((N_1 - 1) / (N_1 + N_2 - 2))s_1^2 + ((N_2 - 1) / (N_1 + N_2 - 2))s_2^2$$

y la hipótesis $H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta$, se rechaza si:

$$|\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - \delta| / s_p ((1/N_1) + (1/N_2))^{1/2} \geq t_{\alpha/2, N_1 + N_2 - 2}$$

4.3.4.3. Test de Levene para varianzas

Esta prueba contrasta la hipótesis de igualdad de varianzas en dos poblaciones. Realiza un análisis de la varianza de las desviaciones

absolutas de cada caso respecto de la media de su grupo.

$$F = [(\sum N_i (\bar{y}_i - \bar{y})^2) / (k-1)] / [(\sum \sum (y_{ij} - \bar{y}_i)^2) / (N-k)]$$

grados de libertad = k-1, N-k

$$y_{ij} = |\bar{x}_{ij} - \bar{x}_j|$$

Cuando la hipótesis es verdadera, F es una variable F de Fisher-Snedecor con k-1 y N-k grados de libertad. Se acepta la hipótesis, con un grado de significación α , si:

$$F \leq F_{\alpha, k-1, N-k}$$

En el presente trabajo, se ha utilizado el test de Levene para decidir con cual de las dos pruebas t se contrasta la hipótesis de igualdad de medias.

4.3.4.4. Test basado en la T^2 de Hotelling y en la D^2 de Mahalanobis

El análisis multivariante de la varianza proporciona el siguiente estadístico para contrastar simultáneamente la igualdad de medias de varias variables entre dos grupos:

$$F = T^2(N_1 + N_2 - v - 1) / v(N_1 + N_2 - 2)$$

donde v es el número de variables cuyas medias se compara, y T^2 es la T^2 de Hotelling,



$$T^2 = D^2 / (1/N_1 + 1/N_2)$$

$$D^2 = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)' S^{-1} (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$$

donde S es la matriz de covarianzas "dentro de grupos", para los dos grupos comparados.

El estadístico F , cuando la hipótesis es cierta, sigue la distribución F de Fisher-Snedecor con v y $(N_1 + N_2 - v - 1)$ grados de libertad.

5. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y DISCUSION

5.1. RESULTADOS EXPERIMENTALES

En las tablas 5.1, 5.2, 5.3 y 5.4 se presentan los resultados de los análisis químicos para cada una de las muestras estudiadas.

En estas tablas se muestran los datos para los nueve elementos determinados (Mn, Al, Fe, Na, K, Ca, Mg, Si y Ti), expresados como porcentaje en peso de óxido. También se indica el contenido en carbonatos, expresado como %CO₂, y el porcentaje de pérdida por calcinación a 900± C como:

$$\frac{\text{pérdida de peso}}{\text{peso de muestra seca}} \times 100$$

En la tabla 5.1 se incluyen los resultados para las 92 cerámicas arqueológicas de Alicante, las dos de Málaga y la de Albacete.

La tabla 5.2 contiene los valores encontrados para las 10 terras sigillatas norteafricanas de Santa Pola, para las 10 altoimperiales y para las cuatro de tipo lucente.

Tabla 5.1. Cerámicas arqueológicas de Alicante, Málaga y Albacete: resultados de los análisis químicos. Los resultados se expresan en tanto por ciento en peso de óxido.

Muestra	%MnO	%Al ₂ O ₃	%Fe ₂ O ₃	%Na ₂ O	%K ₂ O	%CaO	%MgO	%SiO ₂	%TiO ₂	%CO ₂	%Pérd. Calc.
A-1-i	0.006	16.6	5.61	1.07	0.57	13.8	1.23	45.1	0.74	7.6	16.3
A-2-i	0.004	20.0	7.37	0.88	0.93	8.8	1.05	62.9	1.10	0.1	8.3
A-3-i	0.006	18.6	3.82	0.57	3.97	0.6	0.92	72.5	1.11	0.7	2.4
A-4-i	0.008	18.7	6.03	0.58	5.11	0.5	1.21	70.0	1.01	0.0	2.7
A-5-i	0.020	15.2	7.17	1.30	4.27	8.7	3.66	48.3	0.65	4.5	13.1
A-6-i	0.019	15.4	5.79	0.96	3.75	9.8	3.91	56.7	0.52	2.2	5.1
A-7-i	0.010	11.2	5.17	0.57	3.11	8.5	6.90	53.4	0.47	6.3	10.7
A-8-i	0.015	11.2	5.11	1.45	2.69	15.7	8.67	45.1	0.48	8.9	13.0
A-9-i	0.008	17.0	3.58	0.67	5.23	2.8	1.38	73.4	0.88	0.2	1.6
A-10-i	0.027	12.3	6.57	0.99	3.84	11.7	8.77	48.7	0.50	5.9	10.2
A-11-i	0.016	7.9	4.20	0.62	1.79	24.9	1.47	33.9	0.21	18.4	25.2
A-12-i	0.023	18.4	7.71	0.86	3.06	1.0	0.95	52.7	0.71	0.0	10.7
A-13-i	0.014	12.2	5.17	0.50	3.87	14.9	4.02	48.0	0.45	7.4	11.0
A-14-c	0.041	15.2	8.30	1.28	3.39	6.1	5.56	56.6	0.77	0.4	3.6
A-15-c	0.043	15.0	7.45	1.19	3.25	9.5	5.29	51.7	0.64	1.8	3.4
A-16-r	0.044	18.4	6.02	0.73	4.20	15.4	2.73	46.1	0.68	0.7	2.1
A-17-r	0.023	19.6	6.16	0.66	3.88	10.9	2.27	48.9	0.80	0.7	2.9
A-18-b	0.025	10.3	5.16	0.44	2.51	13.4	6.29	49.2	0.45	7.4	18.1
A-19-b	0.023	9.6	5.05	0.33	2.65	22.3	2.94	36.3	0.39	14.9	24.5
A-20-b	0.025	13.1	6.13	0.58	1.30	20.5	1.47	41.3	0.61	11.3	20.1
A-21-b	0.020	16.2	6.58	0.37	1.62	14.6	1.57	47.3	0.77	6.7	19.5
A-22-b	0.015	9.5	2.90	0.33	1.67	24.5	1.18	37.1	0.42	17.8	20.8
A-23-b	0.027	18.0	7.17	0.56	5.42	6.2	2.53	61.4	0.60	2.1	5.4
A-24-b	0.038	12.6	7.23	1.33	2.33	17.4	3.52	43.2	0.60	8.0	10.2
A-25-b	0.014	3.9	1.36	0.59	1.95	35.2	1.63	26.5	0.17	24.3	30.3
A-26-b	0.016	4.8	2.02	0.50	1.94	38.3	1.77	28.0	0.17	24.4	29.2

Tabla 5.1. Continuación.

Muestra	%MnO	%Al ₂ O ₃	%Fe ₂ O ₃	%Na ₂ O	%K ₂ O	%CaO	%MgO	%SiO ₂	%TiO ₂	%CO ₂	%Pérd. Calc.
A-27-b	0.025	11.4	5.08	0.47	3.03	5.0	2.23	63.3	0.75	3.8	6.6
A-28-b	0.019	11.4	4.07	0.41	2.76	14.2	3.16	45.7	0.67	10.1	16.2
A-29-b	0.026	5.9	2.65	0.26	1.70	28.9	1.58	31.5	0.33	19.7	25.1
A-30-o	0.020	14.5	5.85	0.65	2.58	10.6	6.19	58.9	0.48	5.0	8.6
A-31-o	0.012	17.8	4.40	0.57	3.92	7.4	2.47	61.5	0.74	0.8	3.6
A-32-o	0.081	6.7	5.74	0.87	2.15	3.1	1.12	72.4	0.86	3.1	4.4
A-33-o	0.015	21.0	4.84	0.08	3.80	5.6	2.46	60.2	0.86	1.0	2.4
A-34-o	0.129	10.4	6.62	0.25	-2.27	6.0	1.75	66.2	1.01	4.5	3.5
A-35-o	0.021	12.0	3.98	0.52	3.45	9.5	3.46	52.0	0.67	4.8	12.3
A-36-o	0.032	15.3	5.85	0.57	3.12	9.5	3.90	49.1	0.62	6.5	9.0
A-37-o	0.010	12.3	4.85	0.25	3.27	2.9	1.44	68.6	0.91	0.7	2.5
A-38-1	0.009	16.4	6.28	0.31	1.83	11.7	2.07	49.8	0.63	8.7	12.1
A-39-1	0.008	16.4	5.81	0.43	1.33	10.4	1.39	48.5	0.07	6.8	16.8
A-40-n	0.044	14.8	6.02	0.62	2.98	6.8	2.24	55.2	0.70	3.5	6.9
A-41-n	0.050	17.3	6.82	0.80	3.59	3.5	1.72	54.3	0.72	1.7	6.1
A-42-e	0.026	7.1	2.79	0.45	1.77	34.7	3.02	23.7	0.26	21.4	28.6
A-43-g	0.094	16.8	8.35	1.26	3.15	7.0	4.63	55.3	0.79	0.1	2.9
A-44-e	0.015	10.5	3.59	0.34	1.87	25.5	1.89	36.0	0.36	14.4	19.6
A-45-e	0.022	11.1	3.46	0.45	2.23	19.9	2.42	38.6	0.28	15.5	19.1
A-46-b	0.022	6.8	1.78	0.35	0.92	36.2	1.05	21.9	0.37	21.8	27.7
A-47-b	0.018	11.0	2.89	0.25	2.51	21.1	2.40	40.7	0.42	12.7	18.6
A-48-b	0.015	9.9	3.39	0.29	2.04	18.9	1.72	46.9	0.51	11.7	13.6
A-49-b	0.020	8.4	2.77	1.07	1.93	26.6	1.53	22.0	0.57	20.2	32.1
A-50-b	0.014	11.3	3.66	1.05	2.18	23.9	1.81	35.4	0.43	14.1	18.8
A-51-b	0.039	13.2	5.42	1.38	2.93	8.0	1.49	52.8	0.97	4.6	11.1
A-52-1	0.043	12.5	5.49	0.80	3.30	17.2	7.46	39.9	0.70	4.2	9.5
A-53-1	0.035	10.3	5.49	0.81	4.86	8.6	7.48	53.0	1.02	3.4	2.9
A-54-1	0.040	9.6	5.78	0.50	4.06	13.0	2.83	51.2	0.82	5.9	9.1
A-55-1	0.035	16.2	6.51	0.75	4.28	13.0	5.59	46.0	0.72	3.6	5.5

Tabla 5.1. Continuación.

Muestra	%MnO	%Al ₂ O ₃	%Fe ₂ O ₃	%Na ₂ O	%K ₂ O	%CaO	%MgO	%SiO ₂	%TiO ₂	%CO ₂	%Pérd. Calc.
A-56-i	0.052	12.5	5.23	1.39	3.77	13.1	5.71	44.9	0.75	3.0	7.3
A-57-i	0.059	15.7	6.28	1.22	3.71	13.5	7.85	44.9	0.79	4.4	3.7
A-58-g	0.101	18.1	7.64	1.06	3.02	9.2	6.57	50.5	0.95	0.7	2.2
A-59-g	0.090	17.9	7.99	1.41	2.92	8.5	5.59	50.3	0.93	1.1	3.9
A-60-g	0.074	16.9	7.97	0.88	3.00	5.5	3.36	58.6	1.08	1.0	0.9
A-61-g	0.074	15.4	7.89	0.71	2.64	4.3	3.95	59.9	1.01	0.4	1.3
A-62-g	0.102	16.7	7.91	0.79	2.53	9.4	5.68	46.5	0.75	1.6	8.3
A-63-c	0.071	10.1	5.46	0.81	2.11	12.0	1.81	57.9	0.64	4.5	6.5
A-64-c	0.074	16.4	5.93	0.91	2.24	15.6	2.49	45.4	0.74	3.7	10.0
A-65-c	0.091	15.3	5.95	1.01	2.32	16.6	2.89	50.3	0.67	4.1	3.6
A-66-c	0.119	18.7	5.03	2.84	4.62	5.2	1.60	58.1	0.77	0.0	0.0
A-67-c	0.029	19.0	10.2	1.80	2.79	1.0	1.34	56.8	0.95	0.0	5.6
A-68-r	0.017	19.4	5.40	0.24	2.04	1.1	1.32	61.1	0.34	0.0	4.6
A-69-r	0.048	20.4	7.04	1.04	3.35	11.1	2.46	50.7	0.18	1.3	2.4
A-70-r	0.111	19.2	7.91	0.93	2.27	10.1	3.97	53.9	0.16	0.0	4.1
A-71-r	0.064	24.3	6.42	0.59	3.36	12.0	2.59	49.2	0.23	0.0	3.6
A-72-r	0.012	18.0	4.65	0.32	1.83	1.5	1.15	65.7	0.28	0.0	5.0
A-73-r	0.013	20.4	5.07	0.37	1.90	1.7	1.31	62.5	0.24	0.0	1.6
A-74-r	0.009	16.8	4.01	0.27	1.79	3.9	1.79	69.4	0.16	0.0	0.0
A-75-r	0.018	17.3	6.23	0.49	1.95	1.5	1.50	62.3	0.22	0.0	5.9
A-76-r	0.010	17.7	5.02	0.51	2.21	1.4	1.28	66.7	0.27	0.0	0.6
A-77-r	0.020	17.5	6.29	0.55	2.15	1.8	1.84	65.9	0.22	0.0	0.0
A-78-r	0.005	14.7	4.42	0.38	1.94	0.6	1.39	70.8	0.22	0.0	0.0
A-79-r	0.033	11.8	5.45	0.40	1.47	5.3	1.83	68.0	0.59	1.3	2.8
A-80-r	0.032	17.0	8.24	0.74	3.82	3.6	2.35	57.3	0.68	1.4	3.0
A-81-r	0.027	13.4	5.91	0.60	1.37	7.7	2.53	58.9	0.67	2.3	4.2
A-82-r	0.092	17.4	8.61	3.35	1.07	1.7	3.28	59.3	0.70	0.4	0.0
A-83-r	0.039	21.9	6.05	0.64	3.38	9.5	1.64	50.2	0.74	0.0	10.0
A-84-r	0.019	21.2	6.48	0.43	2.11	0.9	1.78	63.0	0.86	0.0	0.0

Tabla 5.1. Continuación.

Muestra	%MnO	%Al ₂ O ₃	%Fe ₂ O ₃	%Na ₂ O	%K ₂ O	%CaO	%MgO	%SiO ₂	%TiO ₂	%CO ₂	%Pérd. Calc.
A-85-r	0.107	14.8	6.00	0.65	2.05	9.5	2.80	53.6	0.51	3.2	6.3
A-86-r	0.008	20.8	7.00	0.32	1.17	1.6	0.89	61.1	0.89	0.2	2.3
A-87-i	0.032	11.4	5.30	0.74	1.75	10.1	9.45	47.2	0.39	5.3	10.0
A-89-m	0.032	9.0	3.80	0.80	1.55	30.1	2.25	36.5	0.18	9.1	12.2
A-90-m	0.037	11.9	4.90	1.57	1.14	27.8	4.74	40.5	0.24	4.9	9.1
A-91-m	0.052	9.3	4.36	0.57	2.04	26.8	2.84	37.0	0.24	11.1	12.5
A-92-m	0.006	10.4	4.03	0.33	0.64	2.5	0.75	74.2	0.54	0.6	3.7
A-93-m	0.029	8.24	4.45	0.65	2.32	14.1	1.42	58.2	0.31	5.3	5.9
AB-1-i	0.023	9.0	4.37	0.41	3.16	14.9	10.1	43.1	0.37	8.1	13.3
MA-1-f	0.116	13.5	6.28	0.78	1.69	9.9	3.68	55.9	0.79	4.3	5.2
MA-2-f	0.113	13.4	6.04	0.97	1.66	9.4	2.60	57.5	0.77	3.4	6.2

Tabla 5.2. Terras Sigillatas de Santa Pola: resultados de los análisis químicos. Los resultados se expresan en tanto por ciento en peso de óxido.

Muestra	%MnO	%Al ₂ O ₃	%Fe ₂ O ₃	%Na ₂ O	%K ₂ O	%CaO	%MgO	%SiO ₂	%TiO ₂	%CO ₂	%Pérd.Calc.
SP-1-r	0.021	17.2	5.38	0.95	5.98	2.4	2.54	55.5	1.29	0.5	5.1
SP-2-r	0.015	17.2	6.01	0.52	2.43	1.6	1.45	64.7	1.03	0.6	2.0
SP-3-r	0.018	17.7	6.12	0.36	1.23	2.6	1.34	61.5	1.26	0.0	4.0
SP-4-r	0.013	21.7	6.09	0.73	2.00	2.6	1.54	55.9	1.40	0.0	4.2
SP-5-r	0.026	13.7	5.16	0.73	2.51	2.5	1.92	66.7	1.02	0.0	1.2
SP-6-r	0.012	21.4	6.27	0.42	2.04	2.4	1.57	59.7	1.14	0.0	4.7
SP-7-r	0.042	13.2	6.69	0.77	1.46	6.1	2.04	60.2	1.20	0.7	5.5
SP-8-r	0.015	18.5	5.19	0.44	2.15	1.9	1.26	61.3	1.22	1.5	4.7
SP-9-r	0.015	18.7	6.21	0.37	1.96	2.2	1.55	59.1	1.23	0.0	4.2
SP-10-r	0.020	17.8	6.24	0.55	1.44	2.5	1.57	58.7	1.05	0.6	6.4
I-1-r	0.143	16.3	6.80	0.94	2.01	13.4	3.61	49.5	0.95	5.4	5.3
I-2-r	0.136	13.3	7.10	1.10	2.24	11.1	3.23	57.1	0.97	1.7	1.7
I-3-r	0.120	15.8	7.47	1.12	2.55	8.3	3.95	56.6	0.99	0.8	1.1
I-4-r	0.135	17.1	6.67	1.20	2.16	15.7	3.59	46.3	0.87	2.0	4.4
H-1-r	0.053	16.4	6.00	1.09	3.30	9.6	2.05	53.1	0.70	1.8	4.2
H-2-r	0.049	12.5	5.25	1.02	3.07	11.3	2.23	52.8	0.95	2.2	5.9
H-3-r	0.054	14.6	4.86	0.96	2.87	7.3	1.38	62.0	1.54	0.2	1.9
SG-1-r	0.055	19.1	4.86	0.73	2.90	15.4	2.90	47.6	0.97	2.3	3.5
SG-2-r	0.059	13.1	5.28	0.86	3.29	6.7	1.48	63.8	1.41	0.4	1.6
SG-3-r	0.059	17.4	5.02	1.01	3.02	13.8	2.19	52.5	1.23	1.4	2.0
L-1-r	0.033	17.7	6.23	1.27	2.59	2.3	3.77	59.9	1.23	0.7	3.6
L-2-r	0.025	16.9	5.01	1.78	2.60	2.6	2.49	61.3	1.10	0.8	2.0
L-3-r	0.037	10.8	5.34	1.46	2.39	2.1	2.54	67.7	0.83	0.7	4.8
L-4-r	0.039	9.3	4.32	1.59	3.46	17.1	1.38	49.9	0.71	7.9	10.1

Tabla 5.3. Cerámicas modernas y arcillas de Agost: resultados de los análisis químicos. Los resultados se expresan en tanto por ciento en peso de óxido.

Muestra	%MnO	%Al ₂ O ₃	%Fe ₂ O ₃	%Na ₂ O	%K ₂ O	%CaO	%MgO	%SiO ₂	%TiO ₂	%CO ₂	%Pérd. Calc.
AG-C-1	0.056	9.9	6.38	0.44	3.45	11.9	3.65	61.7	0.70	0.4	0.6
AG-A-1	0.052	12.3	5.76	0.54	3.57	11.3	3.87	46.1	1.05	8.4	14.0
AG-C-2	0.036	12.3	5.31	0.97	3.03	16.0	2.39	56.1	0.55	0.4	1.3
AG-A-2	0.028	10.2	5.15	0.39	2.77	11.4	2.25	48.3	0.73	9.6	16.4
AG-P-2	0.027	13.2	4.88	0.38	2.53	15.8	2.14	43.5	0.76	9.4	16.6
AG-C-3(s)	0.037	13.7	5.90	1.05	3.02	16.5	2.58	55.9	0.80	0.0	0.0
AG-A-3	0.032	8.3	4.71	0.29	2.84	10.2	1.89	55.5	0.71	8.7	15.7
AG-P-3(s)	0.028	8.2	4.76	0.81	2.61	11.0	1.58	50.5	0.86	9.5	16.7
AG-C-4(s)	0.036	10.9	5.66	1.18	2.87	13.9	2.45	59.9	0.60	0.1	0.9
AG-C-4	0.038	14.1	5.87	0.54	3.36	14.9	2.71	57.0	0.63	0.5	2.7
AG-A-4	0.030	13.6	4.61	0.38	2.58	15.4	2.12	45.3	0.59	9.4	16.8
AG-P-4(s)	0.031	11.9	4.77	1.09	2.66	14.8	2.22	45.8	0.86	9.6	17.1
AG-P-4	0.030	9.8	4.69	0.47	3.06	14.0	2.06	46.8	0.79	10.0	16.3
AG-C-5(s)	0.028	9.9	4.94	0.42	2.65	14.2	2.52	61.7	0.43	0.0	1.3
AG-A-5	0.034	11.4	5.64	0.46	2.58	15.2	2.78	43.6	0.61	10.4	16.7
AG-P-5(s)	0.027	12.2	5.23	0.92	2.70	12.7	2.25	44.7	0.64	9.0	16.6

Tabla 5.4. Arcillas triásicas: resultados de los análisis químicos. Los resultados se expresan en tanto por ciento en peso de óxido.

Muestra	%MnO	%Al ₂ O ₃	%Fe ₂ O ₃	%Na ₂ O	%K ₂ O	%CaO	%MgO	%SiO ₂	%TiO ₂	%CO ₂	%Pérd.Calc.
T-1	0.015	12.8	5.62	0.97	3.66	1.1	2.33	67.8	0.74	0.1	3.4
T-2	0.041	14.6	6.22	0.41	4.04	9.9	2.98	48.4	0.77	6.5	11.5
T-3	0.027	17.4	9.06	0.38	4.91	1.5	5.57	55.0	0.77	0.5	6.0
T-4	0.011	21.1	10.3	0.34	5.61	1.0	3.14	51.4	0.65	0.1	6.5
T-5	0.028	12.3	5.44	0.54	4.87	19.3	3.30	34.8	0.59	14.0	17.9
T-6	0.069	18.1	7.57	0.23	5.01	3.8	8.15	49.1	0.79	0.7	8.9
T-7	0.050	17.7	9.12	0.35	6.15	2.5	9.31	46.7	0.88	1.0	6.4
T-8	0.014	14.5	3.57	0.51	2.32	1.3	1.31	70.2	0.51	0.3	5.0
T-9	0.048	8.9	3.84	0.39	1.98	22.0	11.3	31.6	0.46	14.2	19.0
T-10	0.052	10.3	5.10	0.83	3.57	16.1	9.93	41.1	0.55	0.1	11.6
T-11	0.037	15.8	6.89	1.81	5.00	3.5	4.25	55.7	0.85	0.1	6.0
T-12	0.088	16.5	7.26	0.91	5.01	5.2	7.72	45.5	0.68	4.1	10.4
T-13	0.038	18.0	6.54	0.81	6.40	2.5	6.29	48.6	0.89	1.9	7.3
T-14	0.028	18.8	7.78	1.40	6.58	1.6	6.36	50.8	0.85	0.2	5.4
T-15	0.075	15.1	8.34	1.13	5.61	3.8	5.51	53.4	0.86	0.2	4.4
T-16	0.025	16.0	7.09	1.25	5.08	1.1	3.59	58.4	0.92	5.7	8.1
T-17	0.033	12.5	9.91	0.32	0.14	5.0	11.6	46.4	0.67	4.5	12.5
T-18	0.047	8.1	11.2	0.20	0.17	12.6	12.6	42.0	0.60	7.8	13.0
T-19	0.037	6.35	5.04	0.55	2.14	5.0	9.48	55.5	0.61	8.6	12.8
T-20	0.008	23.0	8.36	0.72	6.98	0.7	3.71	49.3	0.84	0.3	5.7
T-21	0.024	14.1	7.82	1.05	5.16	9.2	5.57	42.9	0.75	5.9	13.0
T-22	0.023	6.0	2.51	0.48	0.83	36.0	7.14	16.9	0.26	30.4	30.0
T-23	0.035	8.7	3.68	0.50	3.28	23.2	7.45	26.5	0.48	11.1	19.2
T-24	0.028	8.7	3.68	1.66	1.30	15.4	10.4	26.1	0.43	0.3	12.3
T-25	0.013	11.2	3.91	1.20	2.16	0.9	4.97	64.0	0.47	0.2	3.5
T-26	0.111	13.8	5.89	0.37	4.64	8.4	9.26	36.3	0.42	8.1	14.5

Tabla 5.4. Continuación.

Muestra	%MnO	%Al ₂ O ₃	%Fe ₂ O ₃	%Na ₂ O	%K ₂ O	%CaO	%MgO	%SiO ₂	%TiO ₂	%CO ₂	%Pérd. Calc
T-27	0.044	17.5	7.79	0.51	5.89	2.2	4.34	45.8	0.70	0.8	6.3
T-28	0.075	16.8	6.96	0.39	6.00	4.2	7.83	37.5	0.66	3.9	10.1
T-29	0.018	16.7	7.31	1.18	5.22	3.2	4.51	50.9	0.61	0.2	6.9
T-30	0.014	4.0	1.84	0.25	0.50	26.1	10.2	38.3	0.28	0.5	10.0
T-31	0.047	10.6	5.06	0.84	3.93	11.5	9.18	30.8	0.52	0.4	14.5
T-32	0.032	9.8	4.62	0.94	3.15	6.6	2.92	53.8	0.55	1.3	4.1
T-33	0.016	16.2	7.67	0.60	5.26	0.8	2.42	54.9	0.75	0.2	4.2
T-34	0.024	3.2	2.13	0.16	0.89	14.1	5.79	62.0	0.17	6.9	10.8
T-35	0.062	15.8	8.62	0.95	5.07	2.1	7.65	44.6	0.55	0.6	8.1
T-36	0.023	10.8	6.11	0.42	3.46	15.7	5.95	39.7	0.50	4.0	8.0
T-37	0.067	14.2	6.46	0.91	5.48	6.0	8.74	40.6	0.67	9.6	12.9
T-38	0.027	12.8	5.71	1.18	3.34	11.2	11.2	37.2	0.50	9.5	12.6

Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

En la tabla 5.3 se presentan los resultados correspondientes a la serie de cerámicas modernas de Agost, así como de las arcillas de las que proceden.

La tabla 5.4 contiene los resultados de los análisis químicos de las arcillas triásicas de la cordillera Bética.

Para cada muestra se realizaron entre dos y cuatro disgregaciones y posteriores análisis. Los resultados que se dan son los valores promedio de dichos análisis.

5.2. APLICACION DE ANALISIS ESTADISTICO MULTIVARIANTE A LOS RESULTADOS OBTENIDOS

Cuando se dispone de datos analíticos de concentración para una serie de cerámicas arqueológicas, surge el problema de cómo comparar y agrupar las muestras de acuerdo con su composición, de forma que se obtengan grupos con sentido tanto desde el punto de vista químico, como del arqueológico. Hasta hace algunos años los métodos de comparación usados para la formación de grupos homogéneos, consistían, generalmente, en la inspección visual de gráficas o perfiles de concentración, confirmándose la clasificación lograda por comparación de las medias y desviaciones standard de los grupos (Abascal, R. y col., 1974, Jornet, A., 1980, Grimanis, A.P. y col.,

1980, Carrara, M. y col, 1982 y Snow, B.E., 1983).

Los fragmentos cerámicos analizados se pueden agrupar atendiendo a criterios arqueológicos según la época histórica a la que pertenecen como eneolíticos, neolíticos, de la Edad del Bronce, ibéricos, orientalizantes, fenicios, griegos, campanienses, romanos y medievales.

En primer lugar, y con el fin de obtener una primera visión de las semejanzas y diferencias existentes en la composición química de estos grupos de cerámicas, se han obtenido los valores medios, las desviaciones standard y los coeficientes de variación para cada variable en las poblaciones cerámicas estudiadas, que se encuentran recogidos en la tabla 5.5. Sólo se han considerado ocho de las once variables analizadas ya que, como se menciona más adelante, sólo los porcentajes de MnO , Al_2O_3 , Fe_2O_3 , Na_2O , K_2O , CaO , MgO y TiO_2 son de utilidad en la discriminación entre los grupos de cerámicas a partir de consideraciones químicas. El fragmento ibérico de Albacete (AB-1-i) se ha incluido en el grupo de cerámicas ibéricas de Alicante. En la tabla 5.5 también se consideran los grupos formados por cerámicas del tipo "terra sigillata norteafricana", que comprende a las terras sigillatas claras, y "terra sigillata altoimperial", que comprende a las terras sigillatas itálicas, sudgálicas e hispánicas.

Tabla 5.5. Medias muestrales, desviaciones standard (s) y coeficientes de variación (c.v.) obtenidos para los grupos de cerámicas arqueológicas. El número de muestras de cada grupo se indica por N.

$$s = \left[\frac{\sum (x_j - \bar{x})^2}{(N-1)} \right]^{1/2}$$

$$c.v. = s/\bar{x}$$

GRUPO	N	%MnO	%Al ₂ O ₃	%Fe ₂ O ₃	%Na ₂ O	%K ₂ O	%CaO	%MgO	%TiO ₂
Terrallata Sigillata Norteaf.	7	\bar{x}	17.8	5.50	0.42	2.03	1.3	1.47	0.34
		s	2.00	0.84	0.11	0.13	0.40	0.26	0.23
Terrallata Sigillata Alcoimper.	6	\bar{x}	20.6	6.60	0.77	3.41	11.5	2.61	0.47
		s	2.14	0.75	0.18	0.67	2.11	0.77	0.30
Bronce Alicante	18	\bar{x}	10.4	4.18	0.59	2.30	20.8	2.23	0.51
		s	3.65	1.86	0.32	0.96	9.66	1.21	0.40
Oriental. Alicante	8	\bar{x}	13.8	5.27	0.47	3.07	6.8	2.85	0.77
		s	4.44	0.89	0.16	0.67	2.95	1.65	0.17
Fenicio Malaga	2	\bar{x}	13.5	6.16	0.88	1.08	9.7	3.14	0.78
		s	0.01	0.17	0.13	0.01	0.35	0.77	0.01
Neolítico. Alicante	2	\bar{x}	16.1	6.42	0.71	3.29	5.2	1.98	0.71
		s	1.77	0.56	0.13	0.43	2.36	0.37	0.01
Eneolít. Alicante	3	\bar{x}	9.6	3.28	0.41	1.96	26.7	2.44	0.30
		s	2.17	0.43	0.06	0.24	7.45	0.57	0.05
Griego Alicante	6	\bar{x}	17.0	7.96	1.02	2.88	7.3	4.96	0.92
		s	0.97	0.23	0.28	0.24	2.08	1.20	0.13
Ibérico Alicante	23	\bar{x}	14.1	5.65	0.80	3.23	10.8	4.52	0.68
		s	3.47	1.06	0.32	1.31	5.67	3.20	0.24
Campan. Alicante	7	\bar{x}	15.7	6.90	1.41	2.96	9.4	3.00	0.74
		s	2.96	1.85	0.71	0.89	5.73	1.74	0.11
Romano Alicante	21	\bar{x}	18.2	6.11	0.68	2.93	5.4	2.03	0.46
		s	2.95	1.20	0.26	0.40	4.66	0.78	0.26
Medieval Alicante	5	\bar{x}	9.8	4.41	0.78	1.54	20.2	2.40	0.29
		s	1.44	0.42	0.47	0.64	11.7	1.53	0.54
		\bar{x}	0.15	0.10	0.601	0.44	0.58	0.64	0.50
		c.v							

La comparación de las medias muestrales obtenidas (tabla 5.5) pone de manifiesto algunas diferencias entre grupos. Por ejemplo en el caso de las terras sigillatas norteafricanas y las altoimperiales puede apreciarse que ambos grupos se diferencian en los valores medios de MnO y CaO, presentando valores del mismo orden para los restantes óxidos. Los grupos griego y romano se diferencian en los valores de MnO, Na₂O, MgO y TiO₂. Del mismo modo se pueden establecer comparaciones entre todos los grupos. Simultáneamente, habría que considerar las desviaciones standard y los coeficientes de variación, para analizar el grado de dispersión entre los datos utilizados para calcular las medias muestrales, y si existen solapamientos considerables entre las curvas de probabilidad, a pesar de que dos grupos presenten medias diferentes. Todo esto tendría que hacerse para cada variable, además, cuando el número de grupos a comparar es considerable, el problema se complica, haciendo extremadamente tediosa la discusión de los resultados.

Por otra parte, como ya se ha expresado anteriormente, en la sección 2.2 de la presente memoria (MVSA y arqueología), la estadística multivariante y la taxonomía numérica han mostrado su utilidad en la interpretación, tanto de las observaciones estilísticas (Alhonen, P. y col., 1980 y Matiskainen, H., 1984), como de los datos analíticos (Brooks, D. y col., 1974, Bieber, A.M. y col., 1976, Hammond, N. y col., 1976, Birgül, O. y col.,

1979, Olin, J.S. y col., 1979, Hatcher, H. y col., 1980, Tubb, A. y col., 1980, Maggetti, M. y col., 1980, Attas, M. y col., 1980, Davidson, T.E., 1981, Kaplan, M.F. y col., 1982, Thuesen, I. y col., 1982, Peisach, M. y col., 1982a, Mello, E. y col., 1982, Pike, H.H.M. y col., 1983, Blasius, E. y col., 1983 y Cesana, A. y col., 1983).

Los métodos de análisis multivariante utilizados en el presente trabajo son los siguientes:

Análisis de componentes principales
Análisis cluster
Análisis discriminante
Análisis canónico de poblaciones
Análisis multivariante de la varianza

También se ha utilizado análisis univariante de la varianza, para contrastar la hipótesis de igualdad de medias de grupos, considerando cada variable separadamente.

En primer lugar se aplica análisis de componentes principales y análisis cluster a los datos de composición, de forma que se obtengan grupos formados por fragmentos cerámicos con composición química semejante. Algunos de los grupos así obtenidos son estudiados con posterioridad, utilizando para ello análisis discriminante, análisis canónico de poblaciones y análisis de la varianza.

Los datos analíticos obtenidos se organizan en una matriz $N \times n$, donde N es el número de

muestras y n el número de variables observadas. En esta matriz se ha eliminado la columna correspondiente al porcentaje de SiO_2 , ya que ésta depende de las restantes columnas al deber cuadrar a 100 el balance de óxidos. También se ha excluido la columna correspondiente al porcentaje de CO_2 , ya que se comprobó que ésto no afectaba a las agrupaciones finales obtenidas.

5.2.1. Aplicación de análisis de componentes principales y análisis cluster al conjunto de las cerámicas arqueológicas de Alicante

A continuación se aplica análisis de componentes principales y análisis cluster a las 92 cerámicas de Alicante, las dos de Málaga y la de Albacete. Como ya se ha indicado estas muestras pertenecen a las épocas eneolítica, neolítica, Edad del Bronce, orientalizante, fenicia, griega, campaniense, romana y medieval, abarcando algunos de estos grupos arqueológicos un número muy reducido de fragmentos. El objetivo buscado al aplicar estas técnicas multivariantes es la diferenciación entre algunos de ellos a partir de consideraciones de tipo químico, es decir, la obtención de grupos de cerámicas que sean homogéneos tanto desde el punto de vista químico, como del arqueológico.



5.2.1.1. Análisis de componentes principales

Los datos analíticos obtenidos para las cerámicas arqueológicas de Alicante, Albacete y Málaga han sido sometidos a análisis de componentes principales y a análisis cluster, utilizando el programa cuyo listado aparece en el apéndice 7.7. A continuación se describe, cualitativamente, la aplicación del análisis de componentes principales. Los detalles del procedimiento matemático seguido se recogen en el apéndice 7.1.

Se ha utilizado una matriz de observaciones cuyas columnas se corresponden con los porcentajes de MnO , Al_2O_3 , Fe_2O_3 , Na_2O , K_2O , CaO , MgO y TiO_2 , y en las filas aparecen los valores calculados para los 92 fragmentos de Alicante, los dos de Málaga y el de Albacete. Esta matriz ha sido normalizada previamente para conceder igual peso estadístico a todas las columnas; para ello se divide la diferencia entre cada observación y el valor medio de la variable de que se trate, por la desviación calculada para dicha variable.

Cada fragmento cerámico queda representado por un punto en el espacio de ocho dimensiones definido por ocho ejes ortogonales correspondientes a los porcentajes de óxidos antes mencionados.

El análisis de componentes principales proporciona las coordenadas de cada muestra, referidas a unos nuevos ejes, también

ortogonales, que son combinaciones lineales de los ejes originales, con la propiedad de que la dispersión de los valores es máxima para la primera componente y va disminuyendo progresivamente para las restantes. Esto equivale a girar los ejes iniciales hasta encontrar aquella posición para la que la varianza de la población se maximiza en la dirección de la primera componente, la varianza restante es máxima a lo largo del segundo eje, y así sucesivamente. De esta forma, si para cada individuo se consideran sólo las dos o tres primeras coordenadas, la pérdida de información debida a la varianza asociada a las restantes coordenadas es despreciable y, se puede obtener una representación en dimensión reducida, con máxima dispersión para las muestras y, al mismo tiempo, con una pérdida de información mínima.

Para la obtención de las componentes principales, hay que diagonalizar la matriz de covarianzas entre las variables. La matriz de vectores propios resultante, es la matriz del cambio de coordenadas que, multiplicada por la matriz de observaciones, proporciona la matriz de datos a representar. El porcentaje de la varianza total asociado a cada componente se obtiene a partir de los valores propios.

En la tabla 5.6 se presenta la matriz de vectores propios obtenida al diagonalizar la matriz de covarianzas entre las variables; ésta proporciona la contribución de los óxidos a cada una de las componentes principales. Los óxidos que contribuyen a la primera componente



Universitat d'Alacant
 Universidad de Alicante

Tabla 5.6. Matriz de vectores propios de la matriz de covarianzas de las cerámicas arqueológicas de Alicante; cada fila contiene la contribución de un óxido (normalizado) dado a todas las componentes principales. Las columnas contienen la contribución de todos los óxidos (normalizados) a cada componente principal.

OXIDO	1ª C.P.	2ª C.P.	3ª C.P.	4ª C.P.	5ª C.P.	6ª C.P.	7ª C.P.	8ª C.P.
%MnO	0.28	-0.47	-0.38	0.32	-0.27	-0.58	-0.04	-0.21
%Al ₂ O ₃	0.41	0.39	-0.08	-0.38	0.09	-0.15	0.42	-0.56
%Fe ₂ O ₃	0.50	-0.03	-0.16	-0.22	-0.23	0.07	0.33	0.71
%Na ₂ O	0.29	-0.44	-0.25	-0.22	0.70	0.24	-0.22	-0.03
%K ₂ O	0.27	-0.01	0.71	0.19	0.37	-0.47	0.05	0.18
%CaO	-0.43	-0.38	-0.01	0.08	0.20	0.01	0.79	-0.00
%MgO	0.12	-0.52	0.50	-0.38	-0.43	0.25	-0.04	-0.26
%TiO ₂	0.39	0.04	0.08	0.67	-0.04	0.55	0.17	-0.18
VALOR PROPIO (λ _i)	3.09	1.51	1.10	0.72	0.60	0.48	0.30	0.21
% de varianza	38.60	18.86	13.78	8.96	7.45	6.04	3.72	2.60

principal son: Fe_2O_3 (0.50), CaO (-0.43), Al_2O_3 (0.41), TiO_2 (0.39), Na_2O (0.29), MnO (0.28), K_2O (0.27) y MgO (0.12). Esto significa que el primer eje representa:

$$0.50 \times \% \text{Fe}_2\text{O}_3 - 0.43 \times \% \text{CaO} + 0.41 \times \% \text{Al}_2\text{O}_3 + 0.39 \times \% \text{TiO}_2 +$$

$$0.29 \times \% \text{Na}_2\text{O} + 0.28 \times \% \text{MnO} + 0.27 \times \% \text{K}_2\text{O} + 0.12 \times \% \text{MgO}$$

donde los porcentajes de óxidos se refieren a los datos normalizados. Análogamente, las restantes componentes principales pueden construirse utilizando los coeficientes que aparecen en la tabla 5.6.

La última fila de la tabla 5.6 contiene los valores propios correspondientes a cada uno de los vectores propios, así como el porcentaje de la varianza total representado por cada componente, que viene dado por el cociente:

$$\lambda_i / \sum \lambda_i$$

La matriz de observaciones descrita con anterioridad, al ser multiplicada por la matriz de vectores propios (tabla 5.6), proporciona la matriz de datos a representar, que contiene en cada columna a cada una de las componentes principales y en cada fila las coordenadas para cada muestra. En la tabla 5.7 se presenta la matriz de datos a representar para las cerámicas arqueológicas de Alicante.

Las dos primeras componentes principales están representadas en la figura 5.1. En esta representación la primera componente acumula el

Tabla 5.7. Matriz de datos a representar para las cerámicas arqueológicas de Alicante. Las filas contienen las coordenadas para cada muestra y las columnas corresponden a cada una de las componentes principales.

MUESTRA	1ªCP	2ªCP	3ªCP	4ªCP	5ªCP	6ªCP	7ªCP	8ªCP
A-1-i	-0,4	0,8	-1,6	-0,3	0,4	1,7	0,4	-0,3
A-2-i	1,2	1,6	-1,4	0,2	0,0	2,1	1,0	-0,2
A-3-i	1,0	2,1	1,1	1,5	0,9	0,5	-0,3	-1,0
A-4-i	1,9	2,0	1,7	1,1	1,0	0,1	0,2	0,8
A-5-i	1,4	-0,2	1,0	-0,4	1,1	0,1	0,0	0,8
A-6-i	0,5	0,0	1,0	-0,6	0,6	-0,1	-0,1	0,2
A-7-i	-0,4	-0,7	1,6	-0,7	-0,8	0,3	-0,7	0,1
A-8-i	-0,3	-2,1	1,3	-1,5	0,2	1,2	-0,5	-0,3
A-9-i	0,8	1,6	2,0	1,2	1,5	-0,4	-0,5	-0,6
A-10-i	0,7	-1,7	2,1	-1,2	-0,5	0,4	-0,2	0,3
A-11-i	-2,8	-0,3	-0,5	-0,2	0,4	-0,1	0,0	0,7
A-12-i	1,6	1,3	-0,3	-0,2	0,4	0,1	0,2	0,7
A-13-i	-0,7	-0,0	1,5	-0,2	0,2	-0,4	0,1	0,5
A-14-c	2,1	-0,9	0,6	-0,5	-0,0	0,6	0,0	0,7
A-15-c	1,4	-0,9	0,5	-0,6	0,0	0,3	0,1	0,5
A-16-r	0,9	0,2	0,8	0,2	0,6	-0,8	1,0	-0,1
A-17-r	1,1	1,0	0,8	0,2	0,6	-0,1	0,8	-0,2
A-18-b	-0,9	-0,7	1,0	-0,6	-1,0	0,3	-0,3	0,1
A-19-b	-1,8	-0,3	0,4	0,1	-0,2	-0,3	0,4	0,7
A-20-b	-1,0	0,3	-1,1	0,1	-0,2	0,6	0,9	0,4
A-21-b	-0,1	1,0	-0,7	0,2	-0,5	0,8	1,0	0,2
A-22-b	-2,9	0,2	-0,3	0,5	0,2	0,1	0,2	-0,2
A-23-b	1,6	1,0	1,7	-0,0	0,6	-1,2	0,4	0,8
A-24-b	0,4	-1,1	-0,5	-0,4	0,5	0,6	0,4	0,8

Tabla 5.7. Continuación.

MUESTRA	1 \hat{a} CP	2 \hat{a} CP	3 \hat{a} CP	4 \hat{a} CP	5 \hat{a} CP	6 \hat{a} CP	7 \hat{a} CP	8 \hat{a} CP
A-25-b	-4.5	-1.1	-0.0	0.5	1.0	-0.2	0.0	0.1
A-26-b	-4.5	-1.1	-0.0	0.4	0.8	-0.3	0.5	0.2
A-27-b	-0.1	0.7	0.5	0.9	-0.2	0.2	-0.7	0.3
A-28-b	-1.1	0.2	0.7	0.6	-0.1	0.3	-0.1	-0.2
A-29-b	-3.6	-0.5	-0.3	0.8	0.0	-0.2	0.2	0.1
A-30-o	-0.1	-0.4	0.9	-1.1	-0.7	0.4	-0.1	-0.1
A-31-o	0.4	1.2	1.2	0.3	0.7	-0.1	0.0	-0.6
A-32-o	0.4	-0.6	-1.1	1.9	-0.4	0.1	-1.4	0.7
A-33-o	0.8	2.0	1.3	0.5	-0.2	-0.2	0.6	-0.9
A-34-o	1.2	-0.7	-1.3	2.6	-1.8	-0.9	-0.3	0.2
A-35-o	-0.5	0.3	1.2	0.6	0.1	0.0	-0.5	-0.2
A-36-o	0.4	0.2	0.6	-0.1	-0.3	-0.1	0.1	-0.0
A-37-o	0.0	1.5	0.8	1.4	-0.1	0.5	-0.6	0.2
A-38-i	-0.3	1.3	-0.3	-0.3	-0.5	0.6	0.6	0.2
A-39-i	-0.4	1.4	-0.8	-0.1	-0.4	0.8	0.4	-0.0
A-40-n	0.6	0.5	0.0	0.4	-0.1	-0.2	-0.1	0.2
A-41-n	1.6	0.7	0.0	0.3	0.3	-0.6	-0.1	0.3
A-42-e	-3.6	-1.2	-0.0	0.2	0.2	-0.1	0.6	-0.1
A-43-g	2.6	-1.3	-0.5	0.0	-0.4	-0.4	0.2	0.2
A-44-e	-2.7	0.1	-0.1	0.1	0.1	-0.0	0.5	-0.0
A-45-e	-2.3	0.0	0.1	-0.2	0.1	-0.4	-0.1	-0.1
A-46-b	-4.3	-0.6	-0.8	0.8	0.3	0.2	0.7	-0.4
A-47-b	-2.4	0.2	0.5	0.4	0.1	-0.3	0.1	-0.4
A-48-b	-2.2	0.4	0.0	0.6	-0.0	0.2	-0.1	-0.1
A-49-b	-2.4	-0.8	-0.4	0.8	1.3	0.6	0.0	-0.3
A-50-b	-1.9	-0.4	-0.3	-0.1	1.2	0.3	0.2	-0.1
A-51-b	1.0	-0.1	-0.4	1.1	1.2	0.8	-0.5	-0.0
A-52-i	0.2	-1.6	1.4	-0.1	-0.6	0.4	0.3	-0.3
A-53-i	1.2	-1.3	2.7	1.0	-0.2	0.6	-0.4	0.0

Tabla 5.7 . Continuación.

MUESTRA	1 \hat{a} CP	2 \hat{a} CP	3 \hat{a} CP	4 \hat{a} CP	5 \hat{a} CP	6 \hat{a} CP	7 \hat{a} CP	8 \hat{a} CP
A-54-i	0,1	-0,2	1,1	1,4	0,0	-0,2	0,0	0,8
A-55-i	1,1	-0,5	1,6	-0,1	0,0	-0,1	0,6	0,1
A-56-i	0,8	-1,7	1,0	0,2	0,7	0,2	-0,3	-0,3
A-57-i	1,6	-1,9	1,3	-0,3	-0,2	0,3	0,3	-0,6
A-58-g	2,7	-1,6	-0,0	0,3	-1,0	-0,1	0,5	-0,7
A-59-g	2,8	-1,5	-0,4	0,1	-0,3	0,2	0,4	-0,3
A-60-g	2,5	-0,2	-0,3	1,0	-0,6	0,3	0,4	0,1
A-61-g	2,1	-0,3	-0,3	0,9	-1,1	0,3	0,2	0,2
A-62-g	2,0	-1,3	-0,5	0,0	-1,4	-0,5	0,5	-0,2
A-63-c	-0,3	-0,6	-1,0	0,9	-0,2	-0,3	-0,5	0,3
A-64-c	0,6	-0,5	-1,0	0,5	-0,1	-0,2	0,6	-0,5
A-65-c	0,6	-1,1	-1,1	0,5	-0,1	-0,6	0,5	-0,4
A-66-c	3,2	-2,1	-1,0	0,6	3,3	-1,3	-1,1	-1,1
A-67-c	3,4	0,5	-1,1	-0,4	1,1	1,2	0,3	1,4
A-68-r	-0,2	2,1	-0,5	-1,0	-0,5	-0,5	-0,4	-0,3
A-69-r	0,9	0,2	-0,3	-1,6	0,7	-1,5	0,5	0,2
A-70-r	1,3	-1,1	-1,5	-1,5	-0,9	-2,0	0,3	-0,0
A-71-r	1,0	0,7	-0,3	-1,4	0,0	-2,0	1,0	-0,7
A-72-r	-0,7	2,0	-0,5	-1,0	-0,3	-0,4	-0,7	-0,4
A-73-r	-0,3	2,1	-0,6	-1,4	-0,2	-0,6	-0,4	-0,5
A-74-r	-1,3	1,7	-0,3	-1,3	-0,3	-0,6	-0,8	-0,5
A-75-r	-0,2	1,6	-0,7	-1,4	-0,3	-0,5	-0,6	0,4
A-76-r	-0,4	1,8	-0,4	-1,1	0,1	-0,5	-0,7	-0,1
A-77-r	-0,0	1,4	-0,5	-1,4	-0,3	-0,6	-0,5	0,4
A-78-r	-1,1	1,7	-0,3	-1,0	-0,2	-0,3	-1,2	0,0
A-79-r	-0,6	0,8	-0,8	0,3	-0,8	0,3	-0,7	0,3
A-80-r	1,8	0,8	0,4	-0,2	0,1	-0,3	0,2	1,1
A-81-r	-0,2	0,5	-0,8	0,0	-0,6	0,8	-0,3	0,1
A-82-r	3,5	-2,5	-3,3	-1,4	2,0	1,2	-1,2	-0,0

Tabla 5.7. Continuación.

MUESTRA	1ªCP	2ªCP	3ªCP	4ªCP	5ªCP	6ªCP	7ªCP	8ªCP
A-83-r	1,3	1,2	0,1	0,1	0,4	-0,5	0,9	-0,6
A-84-r	1,3	2,1	-0,4	-0,1	-0,5	0,6	0,3	-0,5
A-85-r	0,6	-0,8	-1,3	0,3	-1,0	-1,3	-0,2	-0,4
A-86-r	1,0	2,4	-1,1	-0,1	-0,8	1,2	0,5	-0,2
A-87-i	-0,5	-1,7	1,0	-1,6	-1,6	0,9	-0,8	-0,5
A-89-m	-2,9	-1,1	-0,8	-0,4	0,5	-0,3	0,4	0,2
A-90-m	-1,5	-2,1	-1,5	-1,4	0,8	0,6	0,3	-0,2
A-91-m	-2,3	-1,1	-0,5	-0,2	-0,1	-0,8	0,4	0,2
A-92-m	-1,6	1,5	-1,1	0,2	-0,6	0,9	-1,3	0,1
AB-1-i	-1,2	-1,8	2,5	-1,1	-1,4	0,3	-0,6	-0,3
MA-1-f	1,0	-1,3	-1,4	1,0	-1,3	-0,5	-0,1	-0,5
MA-2-f	1,0	-1,2	-1,8	1,0	-0,8	-0,5	-0,3	-0,5

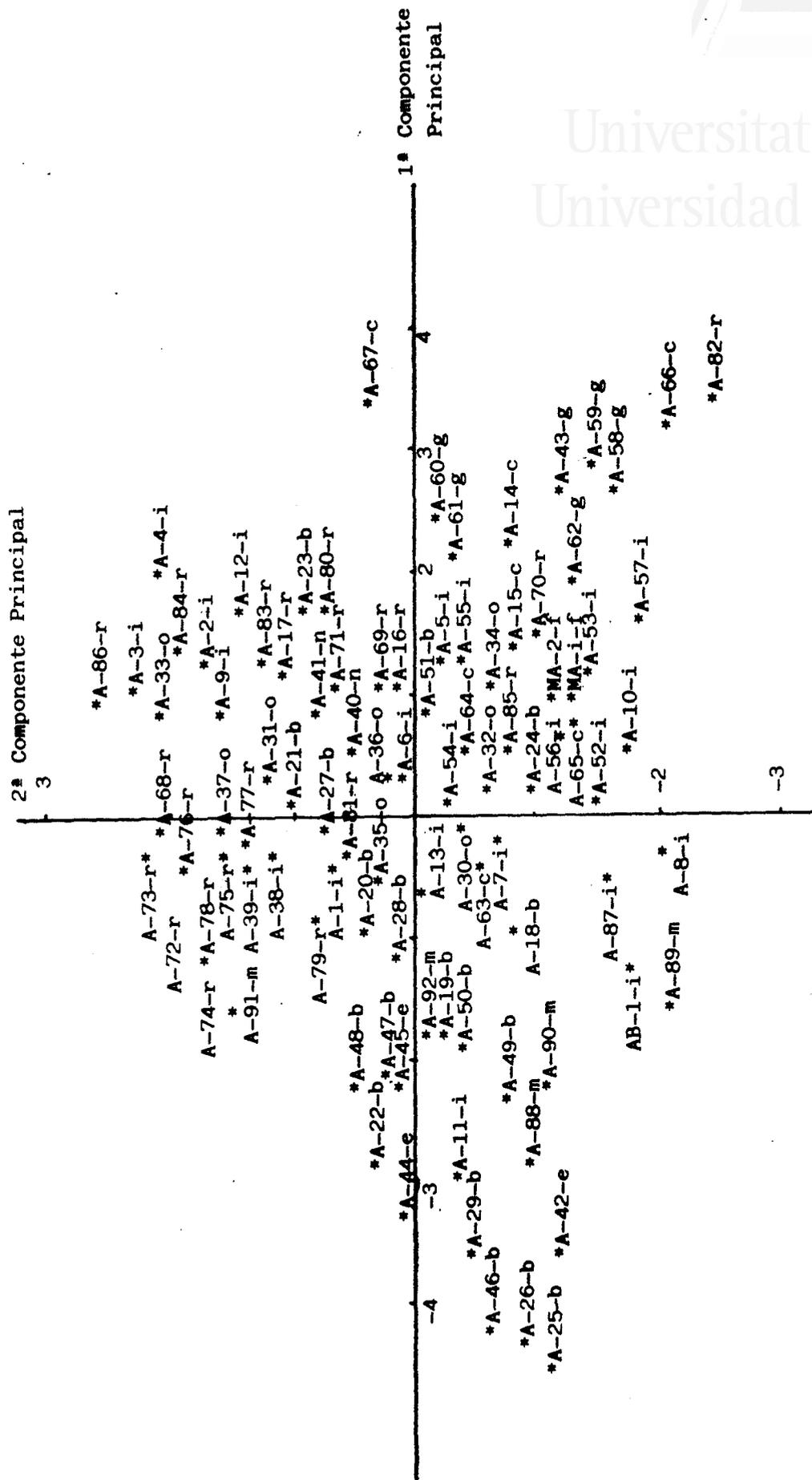


Figura 5.1. Análisis de componentes principales aplicado a las 92 cerámicas arqueológicas de Alicante, las dos de Málaga y la de Albacete: primera componente principal frente a segunda componente principal.

38,6% de la varianza de las muestras, y la segunda el 18,9% (véase la tabla 5.6), el total de la varianza representada por las dos primeras componentes es el 57,5% que, si bien es alto, no permite poder afirmar que la pérdida de información asociada a las restantes seis componentes no representadas sea despreciable. Por ello se ha representado en la figura 5.2 la primera y tercera componentes principales. Dado que la tercera componente acumula el 13,8% de la varianza remanente, ahora el total de la varianza representado por las tres primeras componentes es el 71,3% que supone una pérdida de información asociada a las componentes no representadas del 28,7%, que ya se puede despreciar.

En las figuras 5.1 y 5.2 están representados los 95 fragmentos cerámicos indicados en la tabla 5.7, dando lugar a una nube muy densa de puntos que no permite ver fácilmente la formación de grupos de puntos que se correspondan con grupos de fragmentos cerámicos que se consideren homogéneos desde un punto de vista arqueológico. Con el fin de facilitar la inspección directa de este tipo de representación, la figura 5.1 se ha descompuesto en otras tres, 5.1.a, 5.1.b y 5.1.c, de modo que en cada una de ellas sólo figuran una parte de los fragmentos. Así mismo, las figuras 5.2.a, 5.2.b y 5.2.c son las correspondientes a la 5.2. A la vista de las figuras 5.1 y 5.2 se observa que:

a) Las muestras de la Edad del Bronce, incluyendo entre éstas a las calcolíticas,

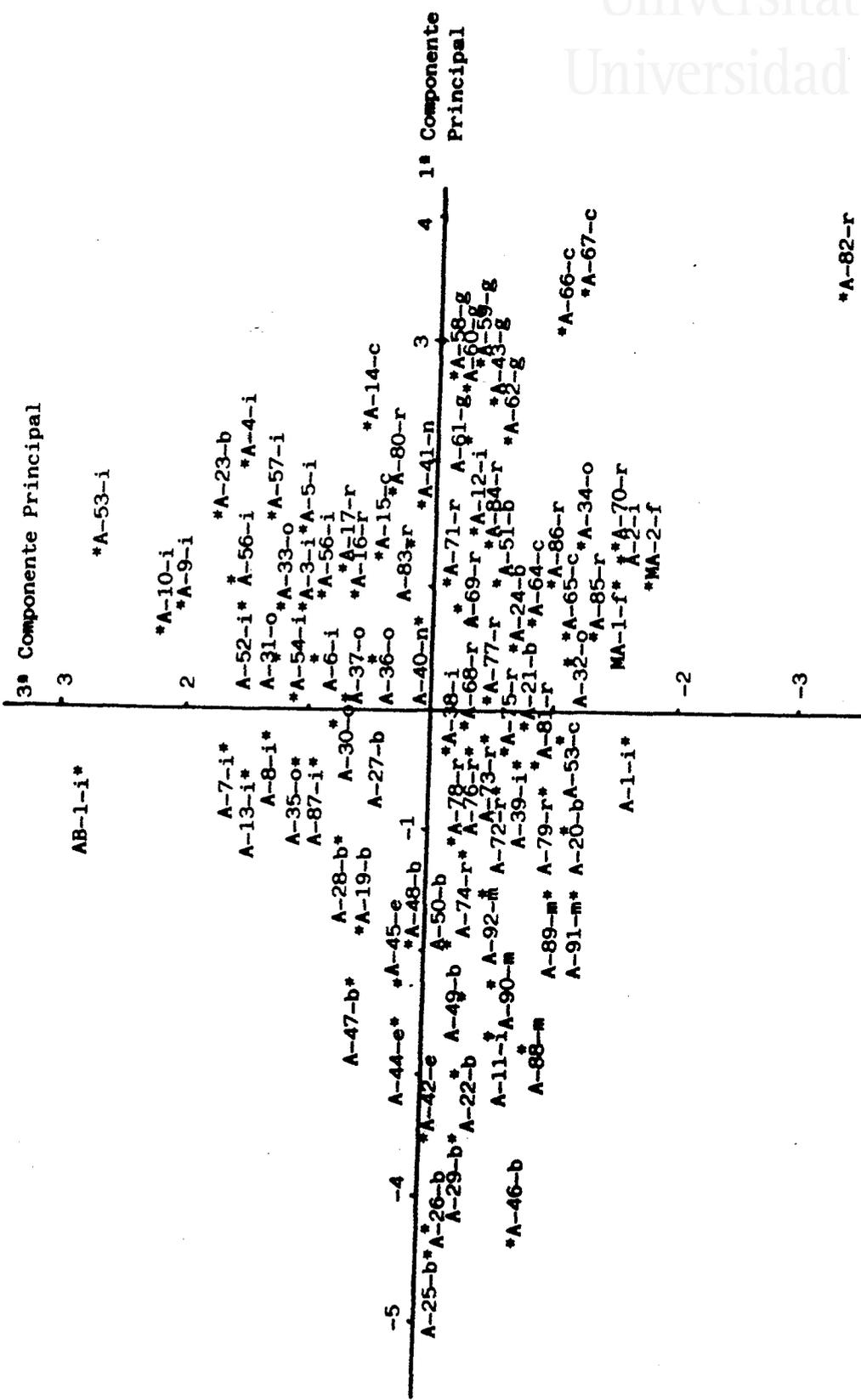


Figura 5.2. Análisis de componentes principales aplicado a las 92 cerámicas arqueológicas de Alicante, las dos de Málaga y la de Albacete: Primera componente principal frente a tercera componente principal.

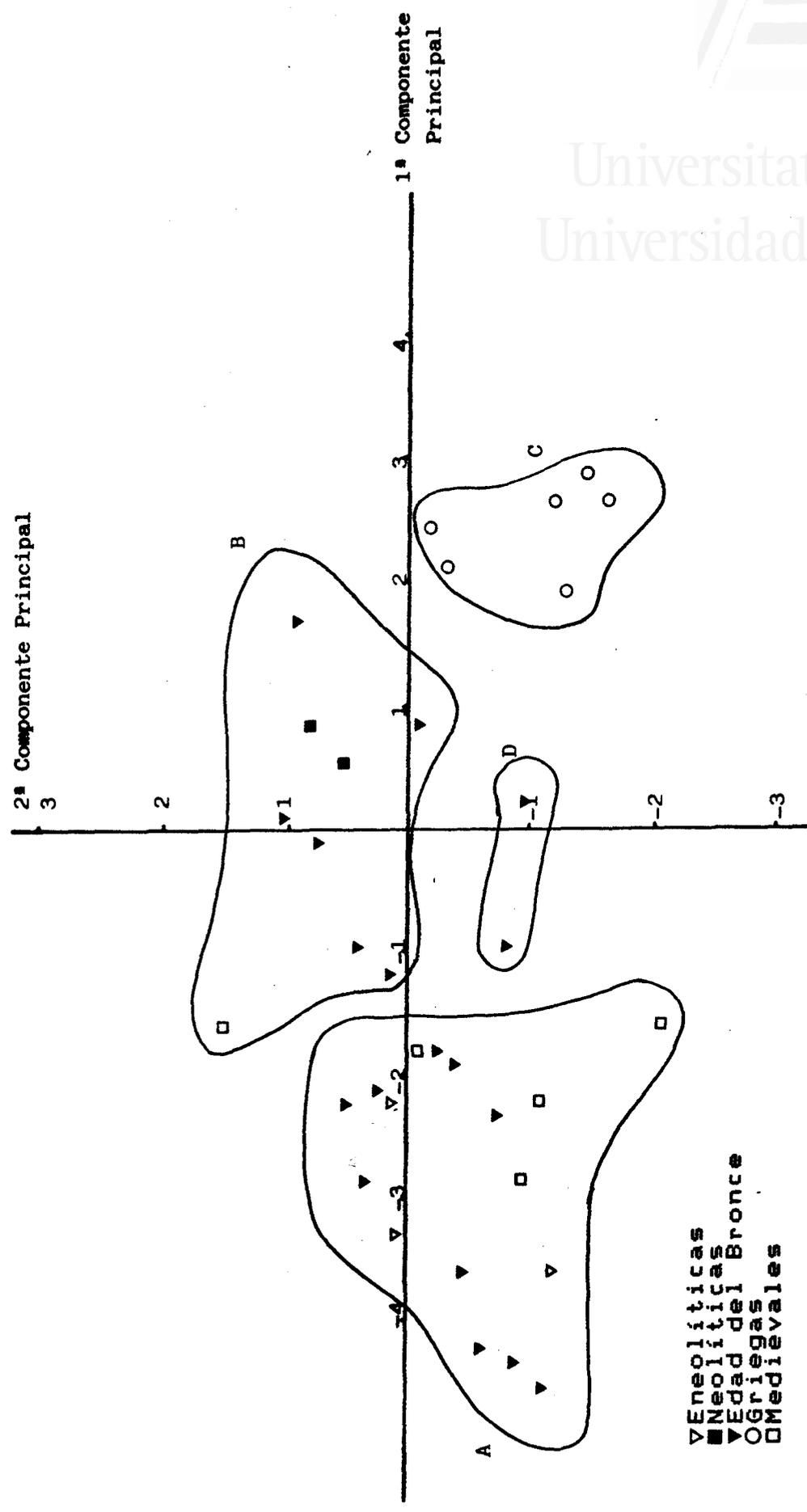


Figura 5.1.a. Análisis de componentes principales aplicado a las cerámicas arqueológicas de Alicante. Representación de la primera componente principal frente a la segunda componente principal para los fragmentos neolíticos, neolíticos, de la Edad del Bronce, griegos y medievales.

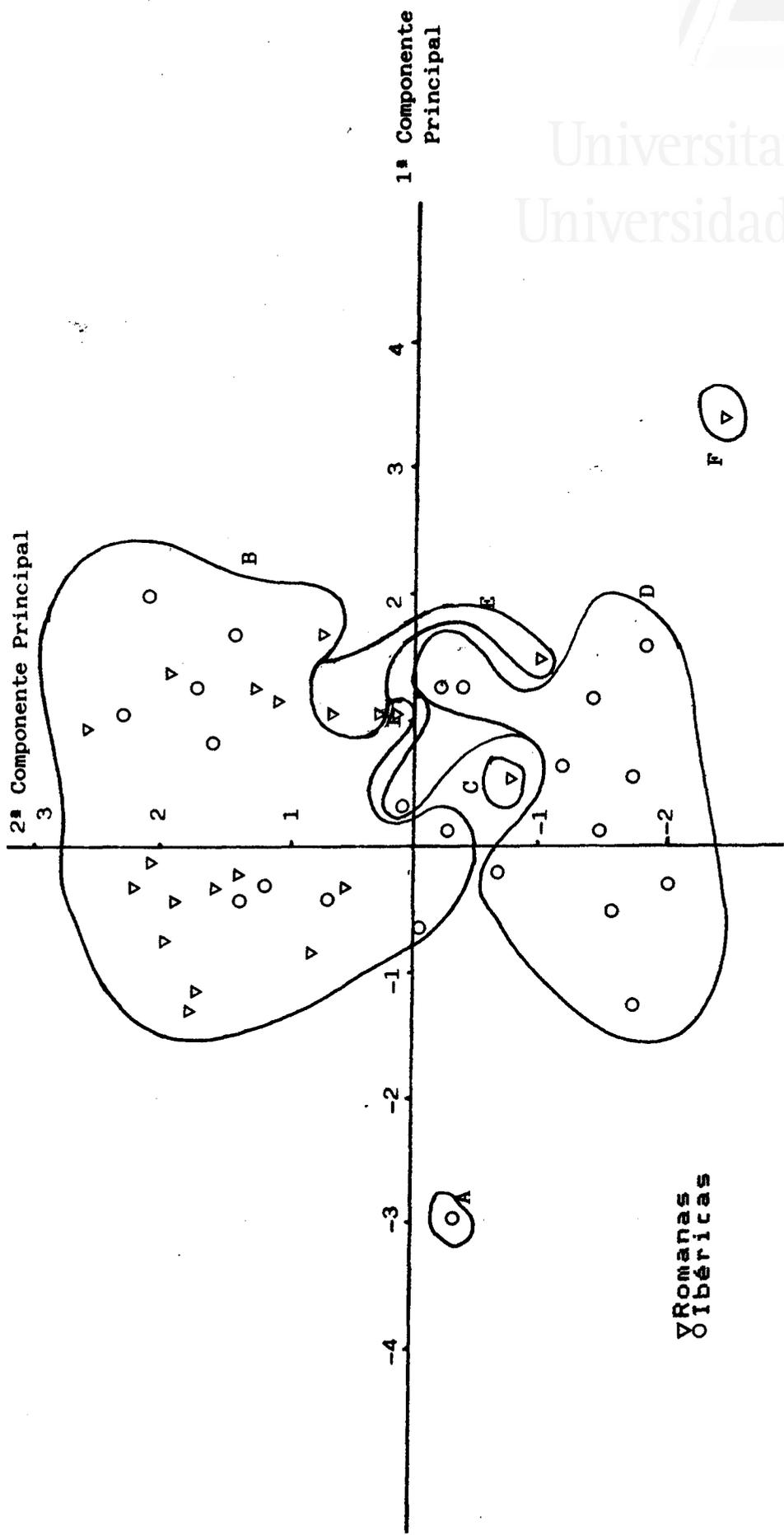


Figura 5.1.b. Análisis de componentes principales aplicado a las cerámicas arqueológicas de Alicante. Representación gráfica de la primera componente principal frente a la segunda componente principal para los fragmentos ibéricos y romanos.

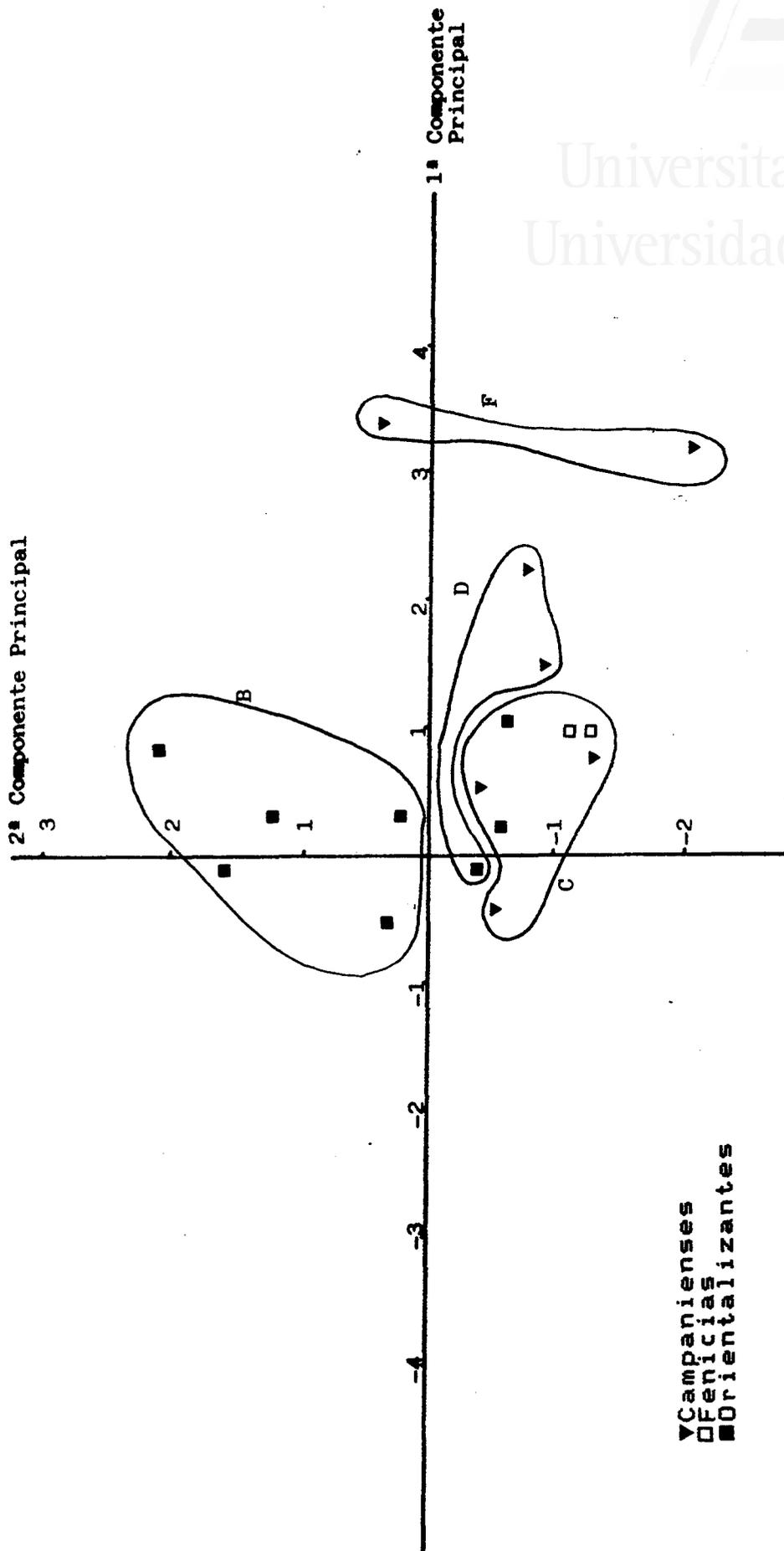


Figura 5.1.c. Análisis de componentes principales aplicado a las cerámicas arqueológicas de Alicante. Representación gráfica de la primera componente principal frente a la segunda componente principal para los fragmentos campanienses, fenicios y orientalizantes.

Universitat d'Alacant
 Universidad de Alicante

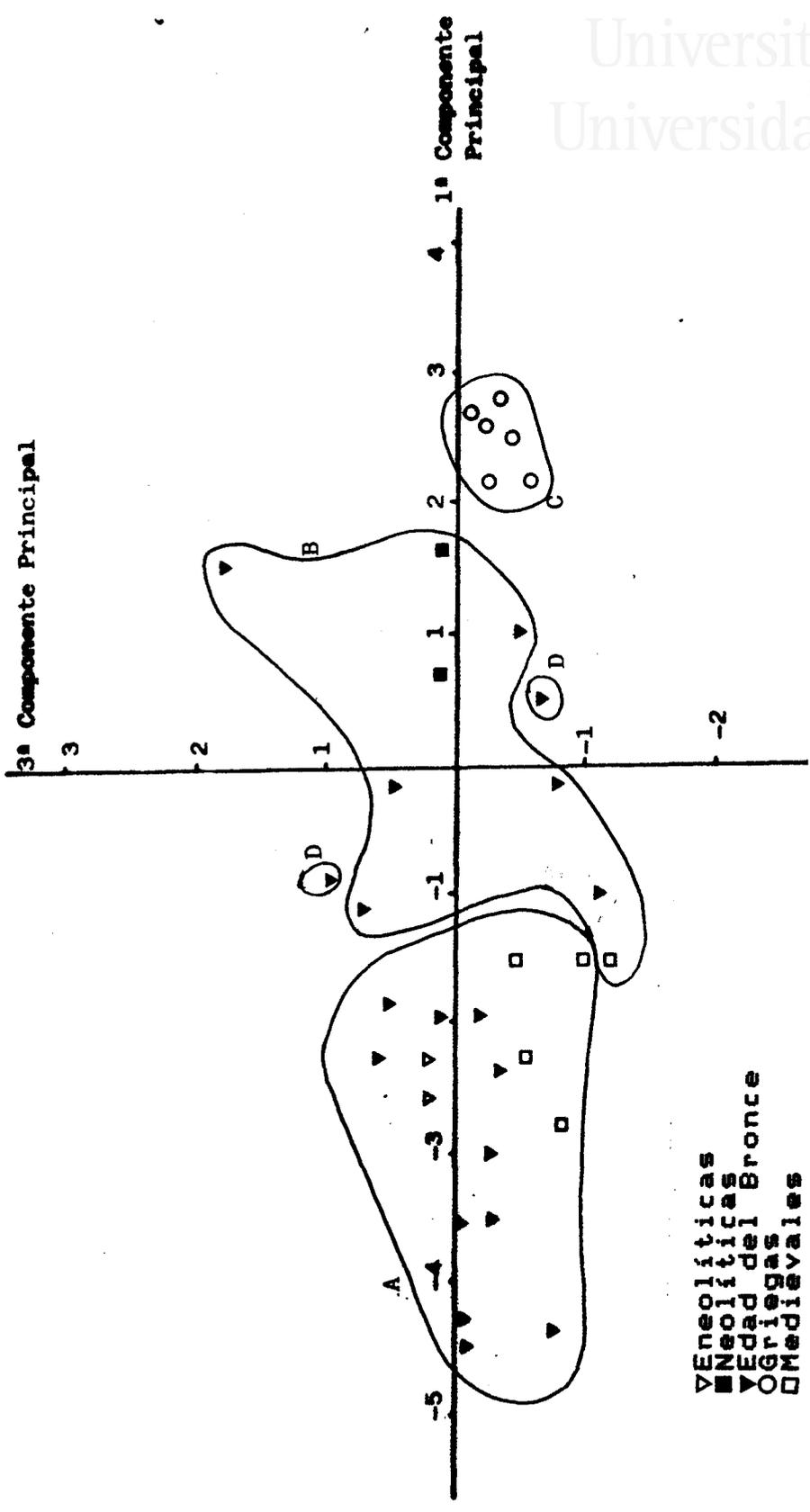


Figura 5.2.a. Análisis de componentes principales aplicado a las cerámicas arqueológicas de Alicante. Representación de la primera componente principal frente a la tercera componente principal para los fragmentos eneolíticos, neolíticos, de la Edad del Bronce, griegos y medievales.



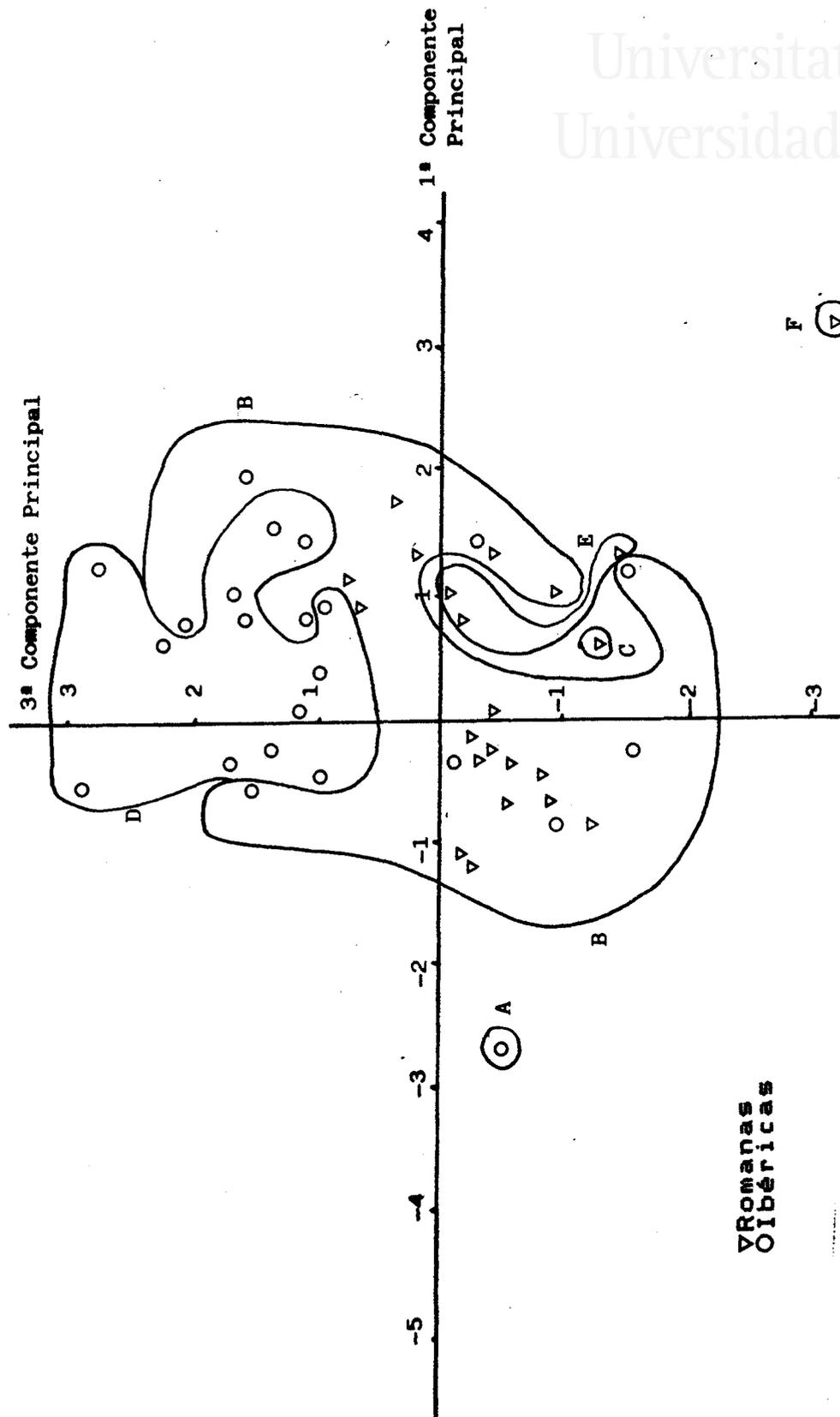


Figura 5.2.b. Análisis de componentes principales aplicado a las cerámicas arqueológicas de Alicante. Representación gráfica de la primera componente principal frente a la tercera componente principal para los fragmentos ibéricos y romanos.

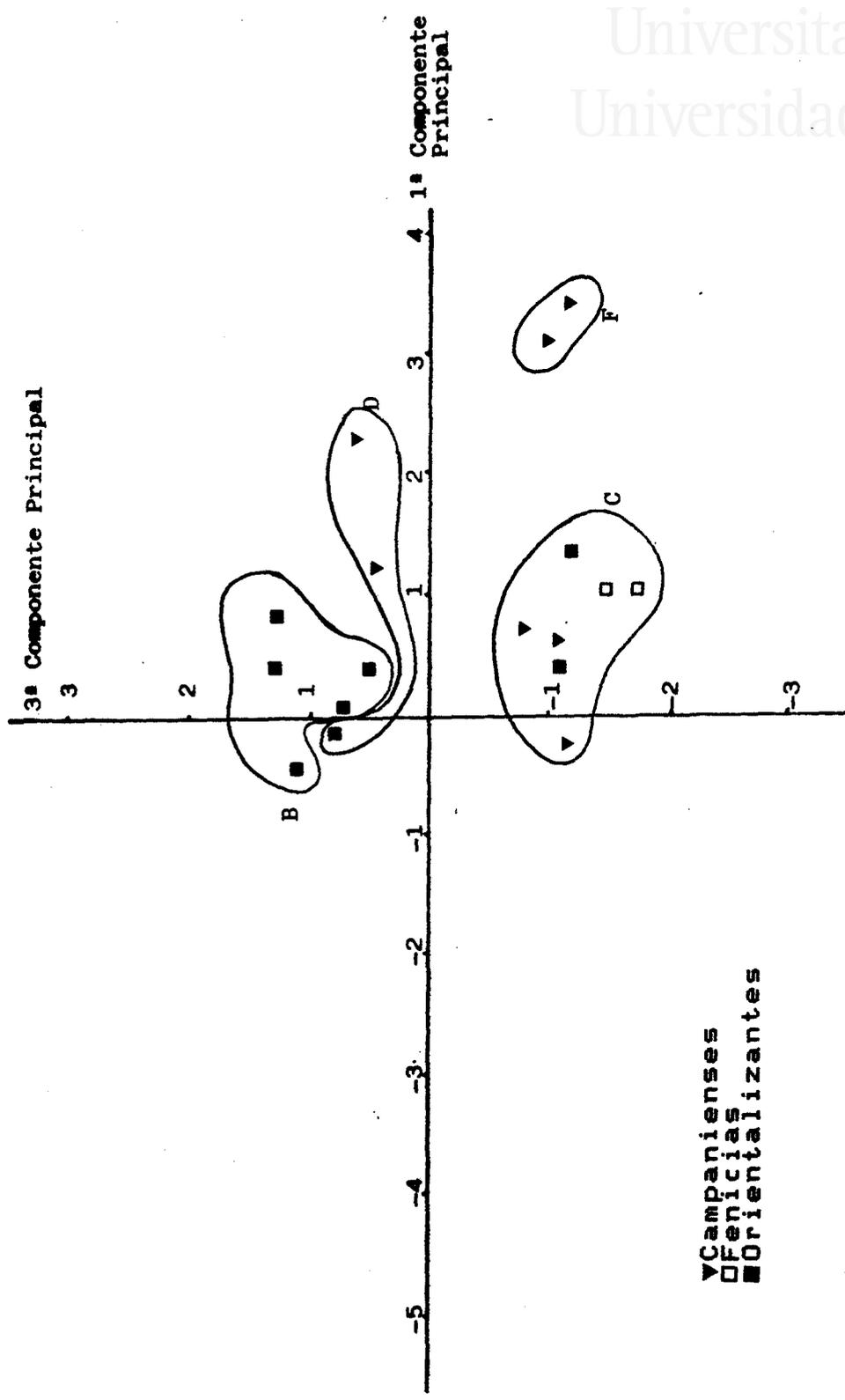


Figura 5.2.c. Análisis de componentes principales aplicado a las cerámicas arqueológicas de Alicante. Representación gráfica de la primera componente principal frente a la tercera componente principal para los fragmentos campanienses, fenicios y orientalizantes.

Universitat d'Alicant
Universidad de Alicante

junto con las neolíticas y las medievales se distribuyen en su mayoría entre el tercer y cuarto cuadrantes, alrededor del eje OX, presentando pues la primera componente principal negativa, y un valor relativamente bajo, en valor absoluto de la segunda y tercera componentes (figuras 5.1.a y 5.2.b).

b) Las muestras ibéricas, si bien en la figura 5.1.b aparecen algo dispersas, aunque en su mayoría con la primera componente mayor que cero, en la figura 5.2.b puede apreciarse que la tercera componente es positiva y con un valor relativamente alto. Lo mismo puede afirmarse para las cerámicas orientalizantes (figuras 5.1.c y 5.2.c).

c) Las muestras griegas forman un grupo muy homogéneo; aparecen en el segundo cuadrante, tanto en la figura 5.1.a como en la 5.2.a y, además, muy próximas entre sí.

d) Las muestras romanas presentan todas, salvo tres, la primera componente principal positiva y la tercera negativa (figuras 5.1.b y 5.2.b).

Todo ésto sugiere la existencia de grupos composicionales que pueden relacionarse con grupos de muestras con la misma caracterización arqueológica.

5.2.1.2. Análisis cluster

La aplicación de análisis cluster tiene por objeto la obtención de grupos de muestras homogéneas desde el punto de vista de la composición química. Esto se consigue mediante la agrupación de aquellas muestras más próximas en el espacio de ocho dimensiones definido por las ocho variables utilizadas para el análisis de componentes principales. Se sigue un procedimiento iterativo que comienza por el cálculo de las distancias euclídeas entre todas las muestras, y la unión de aquellas dos cuya distancia es menor. Los siguientes pasos suponen el cálculo de la distancia del grupo formado a los restantes grupos y muestras, con la agrupación de aquellos dos más próximos. El análisis finaliza cuando se tiene a todos los individuos unidos en un solo grupo. La clasificación obtenida se encuentra representada por un dendograma: sobre el eje horizontal se van representando las muestras, y sobre el vertical las distancias, de forma que se tiene una representación arborescente que refleja las distancias a que se van uniendo las diferentes muestras y los sucesivos grupos o clusters. Cuanto mayor sea la distancia a la que se unen dos clusters, tanto más diferentes serán éstos.

En el apéndice 7.3. se recoge el procedimiento matemático asociado a la aplicación de análisis cluster.

La misma matriz de observaciones normalizadas utilizada para el análisis de componentes principales ha sido sometida a análisis cluster, utilizando el programa cuyo listado aparece en el apéndice 7.7. En la figura 5.3 se presenta el dendograma resultante. En la tabla 5.8 se detallan las muestras que constituyen los diferentes grupos, así como las distancias de unión para éstos.

Los grupos reseñados en la tabla 5.8 se han marcado sobre las figuras 5.1.a,b,c y 5.2.a,b,c. Aunque la agrupación proporcionada por el dendograma parezca caprichosa al quedar reflejada sobre el diagrama de componentes principales, no es así. No hay que olvidar que en la representación gráfica de las dos primeras componentes tan sólo se incluye el 57,5% de la variabilidad entre las muestras. Así, mientras que en la figura 5.1 (habría que observar conjuntamente las zonas marcadas en las figuras 5.1.a, 5.1.b y 5.1.c correspondientes a los clusters C y D) los grupos C y D aparecen solapados, la figura 5.2 (al igual que se ha dicho para la figura 5.1, habría que observar simultáneamente las figuras 5.2.a, 5.2.b y 5.2.c) pone de manifiesto que éstos se diferencian mucho en el valor de la tercera componente principal de las muestras contenidos en ellos. En efecto, mientras que los puntos que forman el cluster D poseen la tercera componente positiva, salvo uno, las muestras del grupo C la tienen negativa.

A la vista de la tabla 5.8 puede decirse que:

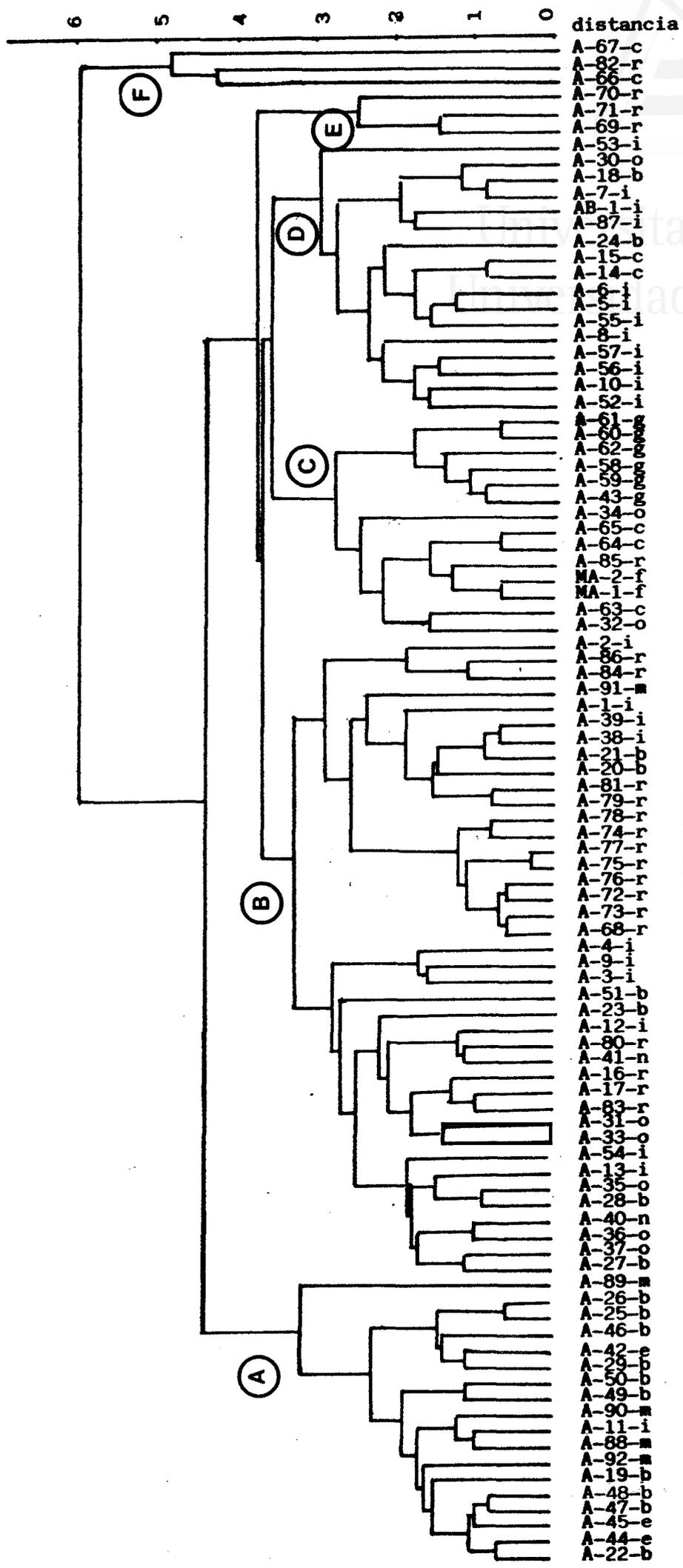


Figura 5.3. Dendrograma resultante de la aplicación de análisis cluster a las 92 cerámicas arqueológicas de Alicante, las dos de Málaga y la de Albacete.

Tabla 5.8. Composición de los clusters obtenidos al aplicar análisis cluster a las cerámicas arqueológicas de Alicante, correspondiente a la figura 5.3.

CLUSTER	DISTANCIA DE UNION	MUESTRAS			
A	3.2	A-19-b A-22-b A-25-b A-26-b A-29-b A-46-b A-47-b A-48-b A-49-b A-50-b	A-42-e A-44-e A-45-e	A-11-i	A-88-m A-89-m A-90-m A-92-m
B	3.3	A-20-b A-21-b A-23-b A-27-b A-28-b A-51-b	A-31-o A-33-o A-35-o A-36-o A-37-o A-40-n A-41-n A-91-m	A-1-i A-2-i A-3-i A-4-i A-9-i A-12-i A-13-i A-38-i A-39-i A-54-i	A-16-r A-17-r A-58-r A-72-r A-73-r A-74-r A-75-r A-76-r A-77-r A-78-r A-79-r A-80-r A-81-r A-83-r A-84-r A-86-r
C	2.8	A-32-o A-34-o A-85-r	A-63-c A-64-c A-65-c	MA-1-f MA-2-f	A-43-g A-58-g A-59-g A-60-g A-61-g A-62-g
D	3.0	A-18-b A-24-b	A-14-c A-15-c	A-5-i A-6-i A-7-i A-8-i A-10-i A-52-i A-53-i A-55-i A-56-i A-57-i A-87-i AB-1-i	A-30-o
E	2.5	A-69-r A-70-r A-71-r			
F	4.8	A-82-r	A-66-c A-67-c		

i) Se observa una distribución de las muestras de la Edad del Bronce entre dos clusters, el A y el B, con 10 y 6 fragmentos, respectivamente, quedando fuera de éstos tan sólo dos ejemplares: A-18-b y A-24-b. Esto sugiere la existencia de dos patrones de composición para las cerámicas de la Edad del Bronce.

ii) Las 23 cerámicas ibéricas se distribuyen entre dos clusters: B con 10 muestras y D con 12. Al igual que se ha dicho para las muestras de la Edad del Bronce, los fragmentos ibéricos también presentan dos tipos de comportamiento en su composición química. La muestra ibérica A-11-i aparece separada de su grupo arqueológico, dentro del cluster A.

iii) Se han analizado ocho fragmentos orientalizantes. De ellos cuatro han sido clasificados, atendiendo a criterios arqueológicos, como "de origen local" (A-31-o, A-33-o, A-35-o y A-37-o), y cuatro "de importación" (A-30-o, A-32-o, A-34-o y A-36-o). Estos últimos son, realmente, muestras de cerámicas fenicias. Se observa que las cuatro muestras locales salen juntas, en el cluster B, así como un fragmento de importación (A-36-o). Los fragmentos orientalizantes de importación, o fenicios, se distribuyen del siguiente modo: dos en el cluster C, junto con las muestras fenicias de Málaga, y uno separado, en el cluster D. De nuevo se aprecia una aparente correlación entre la clasificación arqueológica de las cerámicas y la composición química de éstas, diferenciándose entre las muestras

locales y las de importación, al mismo tiempo que se encuentran semejanzas entre la composición química de los fragmentos cerámicos de Málaga y algunos de los orientalizantes de importación.

iv) Las seis muestras griegas forman un conjunto muy homogéneo desde el punto de vista químico. En efecto, todas ellas aparecen dentro del cluster C, formando un subgrupo, a nivel 1.8, diferenciado del resto de los fragmentos que forman dicho cluster.

v) Se han analizado seis fragmentos campanienses, para los que no se encuentra homogeneidad en su composición química. Tan sólo podría hablarse de composiciones químicas semejantes para las cerámicas campanienses de tipos A y C procedentes del Castillo del Río de Aspe.

vi) De los 21 fragmentos de cerámicas romanas estudiados, 16 se incluyen en el cluster B. Se trata pues de un grupo de cerámicas muy homogéneo desde el punto de vista de su composición química. De las cinco muestras restantes, tres de ellas forman el cluster E, que no sólo es muy diferente del resto de su grupo arqueológico, sino también del resto de las cerámicas.

vii) Las tres muestras eneolíticas presentan composiciones químicas semejantes, pareciéndose desde este punto de vista al grupo de la Edad del Bronce incluido en el cluster A.

viii) Las dos muestras neolíticas presentan composiciones químicas semejantes, pareciéndose al grupo de la Edad del Bronce incluido en el cluster B.

ix) Las muestras medievales se encuentran todas (menos una, A-91-m) en el cluster A, junto con las cerámicas de la Edad del Bronce.

Todo lo anterior pone de manifiesto la necesidad de un estudio más detallado de cada uno de estos grupos, orientado a la consecución de una discriminación entre cerámicas diferentes desde el punto de vista arqueológico, a partir de consideraciones de tipo químico.

5.2.2. Aplicación de análisis discriminante y análisis canónico al conjunto de cuatro grupos de cerámicas arqueológicas de Alicante: Bronce, ibérico, romano y griego

La inspección del dendograma proporcionado por el análisis cluster aplicado al conjunto de cerámicas arqueológicas de Alicante (figura 5.3) muestra la existencia de ciertos grupos de fragmentos que datan de la misma época y que, en primera aproximación, muestran una composición química similar. Destaca el cluster formado por las seis muestras griegas, así como aquellos que contienen a las muestras de la Edad del Bronce (18 fragmentos analizados), a las ibéricas (23 fragmentos analizados) y a las

romanas (21 fragmentos analizados). La agrupación proporcionada por el análisis cluster nos sirve para seleccionar cuatro grupos arqueológicos, de entre los diez estudiados, que presentan cierta homogeneidad química. La aplicación de análisis discriminante y análisis canónico tiene por objeto la búsqueda de las variables diferenciadoras entre estos grupos, así como las funciones que los discriminan y la representación de las muestras en dimensión reducida, y con máxima dispersión.

5.2.2.1. Análisis discriminante

El análisis discriminante es un método multivariante de clasificación que permite la asignación de un individuo a una de varias posibles poblaciones a partir de un adecuado criterio de clasificación. El método parte de una clasificación previa de los individuos a estudiar en grupos, y busca unas determinadas funciones (funciones discriminantes o funciones de clasificación), que son las que mejor diferencian entre los elementos de cada grupo previamente definido. Estas funciones, una para cada una de las poblaciones que se comparan, pueden ser utilizadas a posteriori para la clasificación de nuevos casos. En el apéndice 7.4, se indican algunos de los criterios de clasificación que pueden utilizarse, así como las funciones discriminantes correspondientes.

En el presente trabajo se utiliza "análisis discriminante paso a paso", efectuado por medio del programa BMDP7M (Dixon y col. 1977). Las variables que se incluyen en las funciones discriminantes son seleccionadas por etapas, de forma que, en el primer paso se elige la variable que proporciona las mayores diferencias entre los grupos, en el siguiente, aquella que discrimina mejor al "descontar" la variabilidad asociada a la variable previamente seleccionada, y así sucesivamente. El criterio utilizado en la elección de dichas variables está basado en el análisis de la varianza, univariante (ANOVA) y multivariante (MANOVA), y consiste en el cálculo del estadístico F (véase sección 4.3.3.1) para cada variable, seleccionando aquella que presente el valor más elevado que, será la que proporcione mayor discriminación. Se establece un límite para el valor de F ("4"), de forma que cuando el valor calculado para una variable sea inferior a éste, se considera que ya no compensa su introducción en las funciones discriminantes. También se calcula, en cada etapa, la "F" para cada una de las variables incorporadas a las funciones discriminantes, rechazándose aquella que presente un valor inferior a 3.9, por considerar despreciable el grado de discriminación proporcionado. En la sección 4.3.3.1 se detalla la forma de operar del programa BMDP7M para la obtención de las funciones discriminantes, así como las fórmulas utilizadas para el cálculo del estadístico F y para los coeficientes de las funciones discriminantes.

Procediendo de esta forma se obtiene una combinación de las variables que mejor discriminan entre los grupos definidos para cada población; cada uno de éstos queda definido por una función discriminante que permite la asignación de un nuevo caso (una nueva cerámica) a aquella población para la que presente el valor más elevado de la función discriminante.

Las poblaciones sobre las que se va a aplicar el análisis discriminante paso a paso deben satisfacer los requisitos necesarios para la aplicación de análisis de la varianza (ANOVA y MANOVA), debido a la forma de operar del programa BMDP7M. Estos requisitos:

- i) Condición de independencia
- ii) Condición de normalidad
- iii) Igualdad de medias
- iv) Igualdad de varianzas

se estudian con detalle en el apéndice 7.8, "Comprobación de las hipótesis de partida para la aplicación de análisis de la varianza".

En la aplicación de análisis discriminante realizada en el presente trabajo, los grupos o poblaciones definidos previamente, lo han sido en base a criterios arqueológicos, mientras que la construcción de las funciones discriminantes se realiza a partir de los datos químicos. Se ha aplicado este método tan sólo a los datos correspondientes a las cerámicas de la Edad del Bronce, ibéricas y romanas, que son las

poblaciones más numerosas y, por tanto para las que puede tener más sentido el planteamiento de las ecuaciones de ANOVA y MANOVA, en las que se basa el programa BMDP7M, así como a los resultados correspondientes a las cerámicas griegas, ya que constituyen el grupo más homogéneo desde el punto de vista de la correlación entre las agrupaciones proporcionadas por el dendograma de la figura 5.3 y la caracterización arqueológica de las muestras. En la matriz de observaciones utilizada, las columnas se corresponden con los ocho porcentajes de óxidos ya mencionados en el caso del análisis cluster y del análisis de componentes principales, junto con una columna más que incluye un código que asigna cada fragmento a cada uno de los cuatro grupos arqueológicos definidos. Las filas corresponden a las muestras cerámicas de estos cuatro grupos.

Las variables seleccionadas por el programa BMDP7M para su introducción en las funciones discriminantes son el %MnO, %CaO y %TiO₂. El %Fe₂O₃ es la variable que resulta elegida en la primera etapa como mejor discriminante entre los cuatro grupos, pero en la quinta etapa presenta un valor de "F" inferior a 3.9, por lo que es eliminada de las funciones discriminantes (Véase sección 4.3.3.1), al considerar despreciable su contribución a la diferenciación entre las poblaciones, frente a la proporcionada por la combinación de las otras tres variables.

En la tabla 5.9 se presentan los coeficientes para las variables y el valor de las constantes para las funciones discriminantes asociadas a cada uno de los grupos. Estas funciones son las que proporcionan un mayor número de clasificaciones correctas, considerando los datos de composición para los cuatro grupos definidos según criterios arqueológicos. Como se ha indicado anteriormente, la asignación de una pieza cerámica determinada a una u otra población de las estudiadas se lleva a cabo mediante la sustitución de los datos analíticos en las cuatro funciones discriminantes obtenidas, y observando cual de estas funciones da el valor más elevado. A título de ejemplo, veamos la asignación de dos piezas de la Edad del Bronce, A-50-b y A-51-b ambas procedentes de la Illeta de Campello.

Tabla 5.9. Funciones discriminantes para las cerámicas de la Edad del Bronce, ibéricas, griegas y romanas de Alicante.

GRUPO	FUNCIONES DISCRIMINANTES
Bronce	$-18,42\%MnO+0,58\%CaO+17,57\%TiO_2-10,90$
Ibérico	$11,67\%MnO+0,46\%CaO+17,61\%TiO_2-10,02$
Griego	$103,98\%MnO+0,34\%CaO+19,92\%TiO_2-16,41$
Romano	$39,69\%MnO+0,24\%CaO+10,82\%TiO_2-5,35$

Los datos analíticos de A-50-b (tabla 5.1) son:

%MnO=0,014

%CaO=23,9

%TiO₂=0,43

La sustitución de estos datos en las cuatro funciones discriminantes, da los siguientes resultados:

Función discriminante del grupo Edad del Bronce (B.):

B.=10,26

Función discriminante del grupo ibérico (I.):

I.=8,71

Función discriminante del grupo griego (G.):

G.=1,74

Función discriminante del grupo romano (R.):

R.=5,59

La función discriminante que en este caso da el valor más alto es B. (10,26), y por consiguiente esta pieza se asigna (en base a su

composición química y al análisis discriminante) al grupo de la Edad del Bronce, coincidiendo por tanto con la clasificación arqueológica previa. Sin embargo, la pieza A-51-b, clasificada previamente por criterios arqueológicos como de la Edad del Bronce, es asignada al grupo ibérico en base a su composición química. En efecto, los datos analíticos para A-51-b son:

$\%MnO=0,039$

$\%CaO=8,0$

$\%TiO_2=0,97$

y sustituidos en las funciones discriminantes dan:

$B_1=10,06$

$I_1=11,20$

$G_1=9,69$

$R_1=8,61$

Ahora el valor más alto es para la función discriminante I_1 , y por tanto esta pieza es asignada, erróneamente desde el punto de vista arqueológico, al grupo ibérico.

Al sustituir los datos de los 66 fragmentos cerámicos utilizados en el análisis discriminante se obtiene que:

- De las 16 muestras de la Edad del Bronce, 10 son asignadas correctamente a su grupo arqueológico, mientras que 1 es asignada al grupo romano y 5 al grupo ibérico. Esto

proporciona un 62.5% de clasificaciones correctas para el grupo de la Edad del Bronce.

- De las 23 muestras ibéricas, 11 son asignadas correctamente a su grupo arqueológico, mientras que 7 son asignadas al grupo de la Edad del Bronce, 3 al romano y 2 al griego. Esto proporciona un 47.8% de clasificaciones correctas para el grupo ibérico.

- Las 6 muestras griegas son asignadas todas ellas correctamente a su grupo arqueológico.

- De las 21 muestras romanas, 13 son asignadas correctamente a su grupo arqueológico, mientras que 4 son asignadas al grupo ibérico y 4 al griego. Esto proporciona un 61.9% de clasificaciones correctas para el grupo romano.

Los porcentajes de clasificaciones correctas obtenidos al aplicar las funciones discriminantes a los fragmentos cerámicos estudiados son relativamente altos si se considera que los grupos fueron definidos con anterioridad prescindiendo por completo de cualquier consideración de tipo químico. Se aprecia una situación similar a la observada tras la aplicación del análisis cluster: la existencia de subgrupos composicionales para las muestras ibéricas y de la Edad del Bronce, la aparición de algunos fragmentos romanos fuera de su grupo arqueológico y la formación de un grupo muy homogéneo formado por las muestras griegas.



La observación de los coeficientes para las variables de las funciones discriminantes permite también obtener algunas conclusiones sobre la composición química diferencial entre grupos. Por ejemplo, el coeficiente para MnO del grupo griego es muy alto y positivo (+103,98) y por el contrario, este coeficiente para el grupo de la Edad del Bronce es negativo (-18,42). Para los otros grupos, ibérico y romano, este mismo coeficiente tiene los valores +39,69 y +11,67, respectivamente. Cabe pues esperar que el contenido de MnO sea la característica química diferencial entre las piezas cerámicas de la Edad del Bronce y las griegas. En efecto, volviendo a la tabla 5.5, en que se presentan las medias muestrales obtenidas para los grupos de cerámicas arqueológicas, se puede observar que el valor medio de %MnO para el grupo griego de Alicante es 0,0892 y el correspondiente al grupo Bronce de Alicante es 0,0223, valores muy diferentes entre sí en términos relativos (uno es cuatro veces mayor que el otro). Esta conclusión, evidentemente, es el resultado de un análisis parcial del problema y por consiguiente no se puede extender a los otros grupos romano e ibérico, pues exigiría contemplar también los coeficientes para el %CaO y el %TiO₂; es decir, tener en cuenta la expresión completa de las funciones discriminantes.

A la vista de todo lo anterior puede decirse que, si bien el análisis discriminante paso a paso pone de manifiesto la existencia de una cierta correlación entre la caracterización arqueológica de una muestra y su composición

química, el número de clasificaciones correctas no es satisfactorio. Por ello se plantea la necesidad de una nueva definición de los grupos de partida para la aplicación de análisis discriminante, no sólo a partir de consideraciones arqueológicas, sino también teniendo en cuenta los resultados del análisis cluster, basados en los datos de composición.

El programa BMDP7M realiza un test para el contraste de la hipótesis de igualdad de vectores de medias para los grupos comparados. Los detalles para la aplicación de este test se encuentran recogidos en la sección 4.3.3.1, y en él se consideran sólo las variables que han sido seleccionadas previamente para su introducción en las funciones discriminantes. Esta prueba se corresponde con el diseño de MANOVA en experimentos con un factor de variación, que se encuentra descrito en el apéndice 7.5, y consiste en el cálculo de un estadístico que, cuando la hipótesis es cierta se distribuye como una variable tipo lambda de Wilks. Para la comparación entre el valor calculado y el valor tabulado para el estadístico mencionado se recurre a la aproximación de Rao a la lambda de Wilks, valor que se compara con el tabulado para la distribución F de Fisher-Snedecor con los grados de libertad calculados, y el grado de significación α fijado. Cuando F calculada es menor que F tabulada, se acepta la hipótesis de igualdad con un límite de confianza de $(1-\alpha)$.

El valor obtenido para la aproximación de Rao a la lambda de Wilks calculada por MANOVA

es 9,955 con 9 y 146 grados de libertad. El valor tabulado para la F de Fisher-Snedecor con los grados de libertad indicados y con un grado de significación $\alpha=0,01$ es aproximadamente 2,5586, por lo que se rechaza la hipótesis de igualdad de vectores de medias ($\%MnO$, $\%CaO$, $\%TiO_2$) en los cuatro grupos comparados.

5.2.2.2. Análisis canónico

El programa BMDP7M realiza un análisis canónico para las poblaciones comparadas, utilizando como variables aquellas que fueron seleccionadas en el análisis discriminante paso a paso. En el apéndice 7.2 se resume el aparato matemático asociado a la aplicación del análisis canónico de poblaciones, y en la sección 4.3.3.2 se indica la forma en que éste es llevado a cabo por el programa de cálculo utilizado.

El análisis canónico de poblaciones es un método de análisis y presentación de datos que es apropiado para representar poblaciones o grupos a lo largo de ejes con máximo poder de discriminación en relación a la distancia de Mahalanobis. Requiere, al igual que el análisis discriminante, una definición previa de los grupos que se van a comparar. Cada población se describe a través del "individuo medio", cuyas coordenadas son las coordenadas medias de los individuos que constituyen ese grupo. Se define

la matriz de covarianzas entre poblaciones, la matriz de covarianzas dentro de cada población, que es común para todos los grupos comparados, y se obtiene la matriz del cambio de coordenadas siguiendo el procedimiento descrito en el apéndice 7.2.

Si n es el número de variables utilizadas para el análisis canónico de poblaciones, y k es el número de grupos que se comparan, la dimensión de la proyección canónica es m , siendo:

$$m = \min(n, k-1)$$

La representación de las d primeras coordenadas constituye la representación canónica en dimensión d .

En este caso $n=3$ y $k=4$, luego $m=3$. Los coeficientes para las tres variables canónicas, proporcionados por el programa BMDP7M, se indican en la tabla 5.10. En la misma tabla se indica también la porción, acumulativa, de la varianza explicada por dichas variables. Como puede verse, la representación en el plano de las dos primeras coordenadas lleva asociada el 99.0% de la varianza total y, por tanto, la pérdida de información asociada a la no representación de la tercera variable canónica es despreciable.

Al evaluar y representar las dos variables canónicas en los individuos medios de los cuatro grupos estudiados se obtiene la gráfica presentada en la figura 5.4. En ella se han



Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

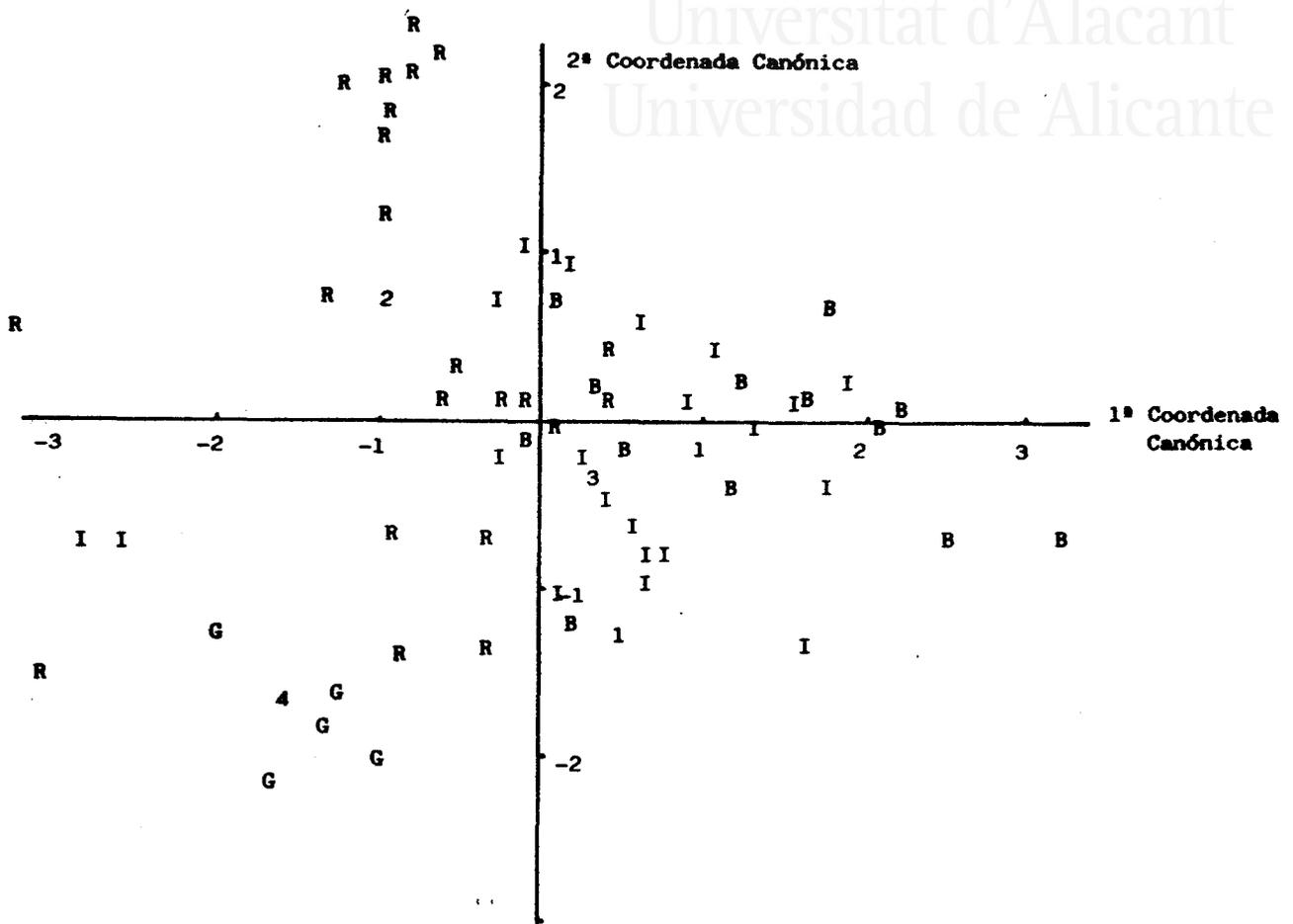


Figura 5.4. Análisis canónico aplicado a las cerámicas ibéricas, romanas, griegas y de la Edad del Bronce de Alicante; primera variable canónica frente a segunda variable canónica. El punto correspondiente a cada muestra se representa por la inicial del grupo al que pertenece (I, R, G y B) y el punto resultante al evaluar las variables canónicas en los individuos medios de cada grupo se representa por un número (1:Bronce, 2:romano, 3:ibérico y 4:griego).

representado también los puntos resultantes al evaluar dichas variables en cada uno de los individuos estudiados. En esta figura, cada muestra se representa por la inicial del grupo al que pertenece, y el individuo medio de cada grupo se indica por un número.

Tabla 5.10. Variables canónicas para las cerámicas de la Edad del Bronce, ibéricas, griegas y romanas de Alicante.

COEFICIENTES	1ª V.C.	2ª V.C.	3ª V.C.
%MnO	-33,08	-14,90	18,94
%CaO	0,13	-0,07	0,06
%TiO ₂	1,72	-3,94	-1,88
CONSTANTE	-1,13	3,61	-0,28
% VARIANZA	62,27%	98,95%	100,00

Tanto el análisis discriminante como el análisis canónico muestran la existencia de grupos composicionales que poseen sentido arqueológico. No obstante la correlación entre los grupos definidos arqueológicamente y los grupos formados a partir de los datos químicos no es todo lo buena que sería de desear, como muestra el porcentaje de clasificaciones incorrectas al aplicar análisis discriminante y la distribución de los fragmentos cerámicos en

la representación de las dos primeras coordenadas canónicas. Esto confirma la clasificación proporcionada por el dendograma presentado en la figura 5.3, en que aparecía un cluster (cluster B, tabla 5.8) conteniendo muestras ibéricas, romanas y de la Edad del Bronce con composición química similar. Como ya se mencionó con anterioridad, surge la necesidad de una nueva definición de los grupos a comparar, considerando los resultados obtenidos tras este análisis estadístico. Esto supone que en la definición de las poblaciones van a intervenir no sólo consideraciones arqueológicas, sino también químicas.

5.2.3. Definición de grupos homogéneos con respecto a criterios arqueológicos y de composición química de cerámicas de Alicante: Bronce, ibérico, romano y griego

Como paso previo se ha procedido a estudiar estos tres grupos conflictivos (Bronce, ibérico y romano), comparándolos dos a dos. Esto además ayudará en la nueva definición de las poblaciones antes mencionada. El procedimiento seguido es similar al utilizado hasta ahora y supone en primer lugar la aplicación de análisis cluster, que mostrará las semejanzas y diferencias existentes entre las cerámicas estudiadas, prescindiendo de consideraciones arqueológicas, para seguir con la aplicación de análisis discriminante paso a paso y de análisis canónico de poblaciones, donde ya

interviene la definición arqueológica de los grupos. El programa utilizado para la aplicación de análisis cluster ha sido el BMDP2M (Dixon y col., 1977), que se encuentra descrito en la sección 4.3.2. Finalmente, se aplican tests de contraste de hipótesis de igualdad de medias, tanto para cada variable, considerada separadamente, como para el vector de medias entre las poblaciones comparadas.

Los tests para el contraste de la hipótesis de igualdad están basados en ANOVA, cuando se trata de variables individuales y en MANOVA, cuando lo que se comparan son vectores de medias, y se encuentran descritos en la sección 4.3.4. Se basan en el cálculo de un estadístico ("F", a partir de la D^2 de Mahalanobis y de T^2 de Hotelling, en el caso multivariante y "t" de Student en el caso univariante), y en la comparación del valor obtenido con el tabulado, para los grados de libertad calculados y el grado de significación α fijado, en las distribuciones F de Fisher-Snedecor y t de Student. El α fijado en todos los casos es de 0.01, por lo que el límite de confianza con que se aceptan o rechazan las hipótesis de igualdad es del 99%.

Estas técnicas de análisis estadístico multivariante se han aplicado sucesivamente tres veces al conjunto de los fragmentos cerámicos correspondientes a dos de los tres grupos indicados (Bronce, ibérico y romano). De este modo se comparan dos a dos, los siguientes grupos:

- Cerámicas de la Edad del Bronce e ibéricas de Alicante.
- Cerámicas de la Edad del Bronce y romanas de Alicante.
- Cerámicas ibéricas y romanas de Alicante

Y, posteriormente, como resultado de este análisis previo se definen grupos homogéneos, con respecto a criterios arqueológicos y de composición química, de cerámicas de la Edad del Bronce, ibéricas y romanas, que junto con el grupo de cerámicas griegas bien definido en el apartado 5.2.2, forman cuatro grupos que se pueden describir perfectamente por otras tantas funciones discriminantes, obtenidas por un nuevo tratamiento conjunto de todos los datos analíticos de las piezas cerámicas. Estas nuevas funciones permiten discriminar a que grupo de los cuatro pertenece cualquier fragmento cerámico de los estudiados, supuesto que se conoce la composición química (limitada solamente a los cuatro óxidos MnO, K₂O, CaO y MgO) del fragmento.

De acuerdo con lo expuesto anteriormente, en las figuras 5.5, 5.6, 5.7, 5.8, 5.9 y 5.10, y en las tablas 5.11, 5.12 y 5.13 se presentan los resultados del análisis estadístico aplicado a las tres combinaciones de dos grupos. Las conclusiones de este estudio se resumen a continuación.

5.2.3.1. Comparación entre cerámicas de la Edad del Bronce e ibéricas de Alicante

En la figura 5.5 se muestra el dendograma resultante de la aplicación de análisis cluster a estos dos grupos. La primera partición, a un nivel de 3,602, establece diferencias entre dos clusters, uno que contiene muestras de la Edad del Bronce, junto con la muestra A-11-i, y otro que contiene a las ibéricas, junto con ocho muestras del Bronce (A-18-b, A-20-b, A-21-b, A-23-b, A-24-b, A-27-b, A-28-b y A-51-b). Además se observa que el primero de ellos es mucho más homogéneo que el segundo, como muestran las distancias de unión (2,131 y 3,380, respectivamente).

El cluster que contiene a la mayoría de las muestras de la Edad del Bronce, se corresponde con el cluster A de la tabla 5.8, obtenido al aplicar taxonomía numérica a todas las cerámicas de Alicante. Análogamente, todas las muestras del Bronce que aparecen incluidas en el cluster de las ibéricas también aparecían separadas de su grupo arqueológico en la figura 5.3. Puede decirse, pues, que a grandes rasgos y con algunas excepciones, el dendograma separa las muestras ibéricas de las de la Edad del Bronce, ya desde la primera partición.

Las funciones discriminantes obtenidas (tabla 5.11) ponen de manifiesto que ambos grupos se diferencian fundamentalmente en su contenido en elementos alcalinotérreos. Se obtiene un 72,2% de

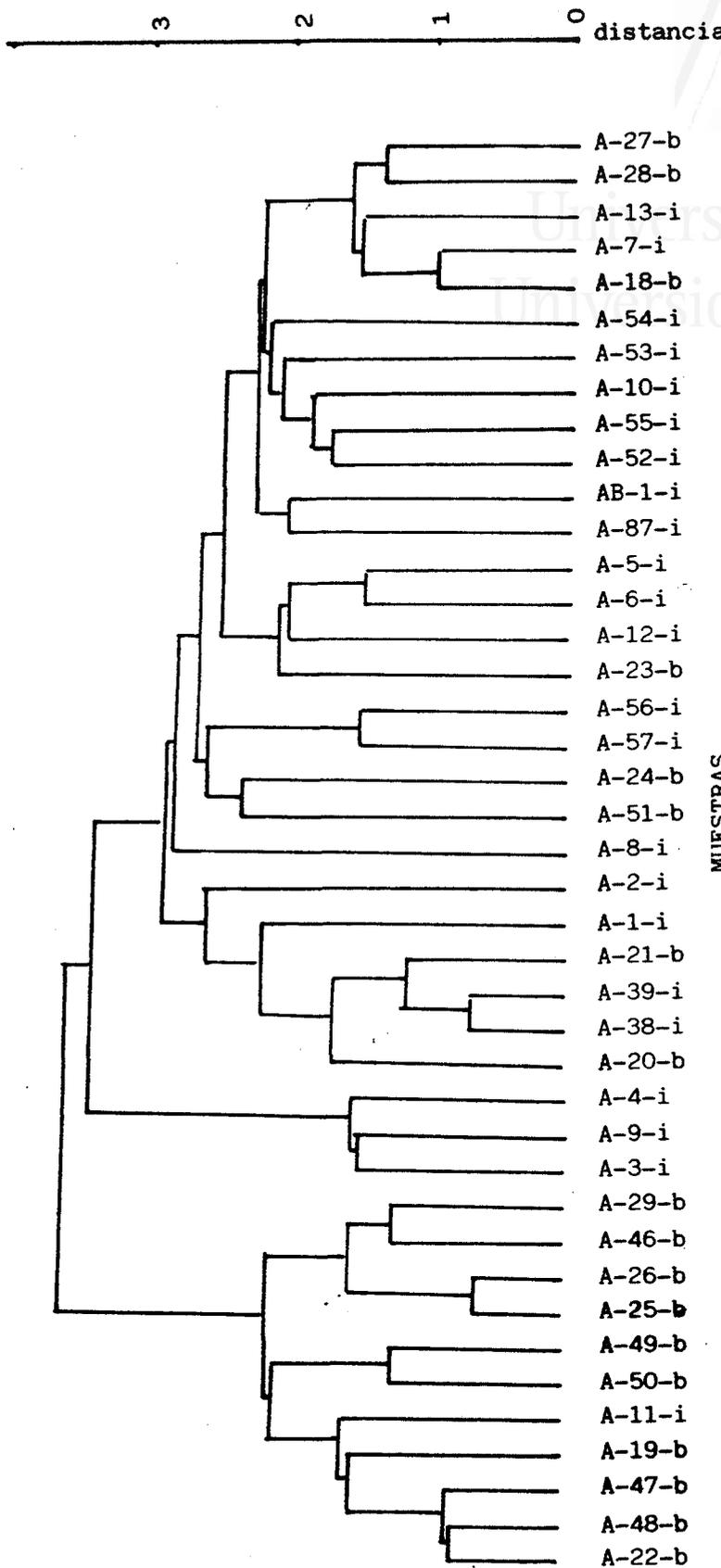


Figura 5.5. Dendograma resultante de la aplicación de análisis cluster a las cerámicas ibéricas y de la Edad del Bronce de Alicante.

Tabla 5.11. Resumen de la aplicación de algunas técnicas multivariantes (análisis discriminante, análisis canónico y MANOVA) para la comparación entre cerámicas ibéricas y de la Edad del bronce de Alicante.

FUNCIONES DISCRIMINANTES		%Clasificación correcta
E. Bronce	$0,341 \times \%CaO + 0,264 \times \%MgO - 4,539$	72,2
Ibéricas	$0,164 \times \%CaO + 0,663 \times \%MgO - 3,083$	91,3

VARIABLE CANONICA
$0,108 \times \%CaO - 0,243 \times \%MgO - 0,788$

TEST F				
D ²	T ²	F calc.	g.d.l.	F tab. ($\alpha=0.01$)
4,0663	40,9590	4,2009	8, 32	≈3,1726

clasificaciones correctas para el grupo de la Edad del Bronce y un 91,3% para el ibérico. Las clasificaciones incorrectas afectan a las siguientes muestras:

Edad del Bronce	A-18-b cerámica a mano de Les Moreres
	A-23-b cerámica a mano de Callosa de Segura
	A-27-b cerámica a mano de la Peña Negra
	A-28-b cerámica a mano de la Peña Negra
	A-51-b cerámica a mano de la Illeta de Campello
	que son asignadas al grupo ibérico
Ibéricas	A-11-i cerámica pintada de El Oral
	que es asignada al grupo de la Edad del Bronce

El valor de la F calculada por la aproximación de Rao a la lambda de Wilks calculada por MANOVA es 13,231 con 2 y 38 grados de libertad. El valor tabulado para $\alpha=0,01$ es aproximadamente igual a 7,3141, por tanto se rechaza la hipótesis de igualdad de medias simultáneamente para %CaO y %MgO entre ambos grupos.

Como tan sólo se comparan dos grupos, se obtiene una única variable canónica, que representa el 100% de la dispersión entre las muestras y cuya representación gráfica viene dada por un histograma (figura 5.6).

La separación obtenida entre ambos grupos al efectuar análisis canónico, considerando como variables los porcentajes de alcalinotérreos, no es todo lo satisfactoria que sería de desear.

El test F para el contraste de la hipótesis de igualdad de vectores de medias en ambas poblaciones conduce a rechazar la hipótesis de igualdad, como muestran los resultados que se recogen en la tabla 5.11.

El test basado en la t de Student pone de manifiesto que se puede aceptar la hipótesis de igualdad de medias tan sólo para %MnO, %Na₂O y %TiO₂.

5.2.3.2. Comparación entre cerámicas de la Edad del Bronce y romanas de Alicante

En la figura 5.7 se presenta el dendograma correspondiente a los dos grupos mencionados. Puede verse que, salvo ocho excepciones del grupo del Bronce, y tres del romano, se establece una partición que separa perfectamente ambos grupos. Las excepciones afectan a las muestras de la Edad del Bronce:

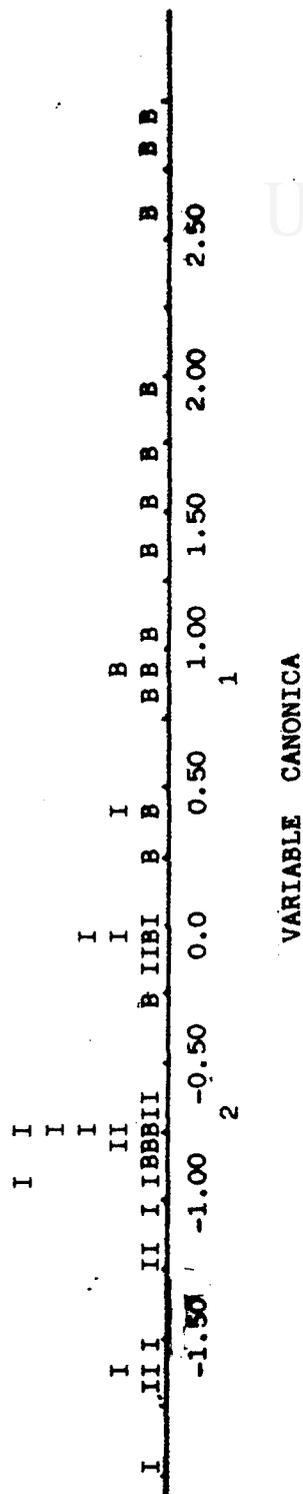


Figura 5.6. Histograma resultante de la aplicación de análisis canónico a las cerámicas ibéricas y de la Edad del Bronce de Alicante. Sobre el eje se representan los valores obtenidos al evaluar la variable canónica en cada muestra (I para las muestras ibéricas y B para las muestras de la Edad del Bronce) así como en el individuo medio de cada grupo (1 para el grupo de la Edad del Bronce y 2 para el ibérico).

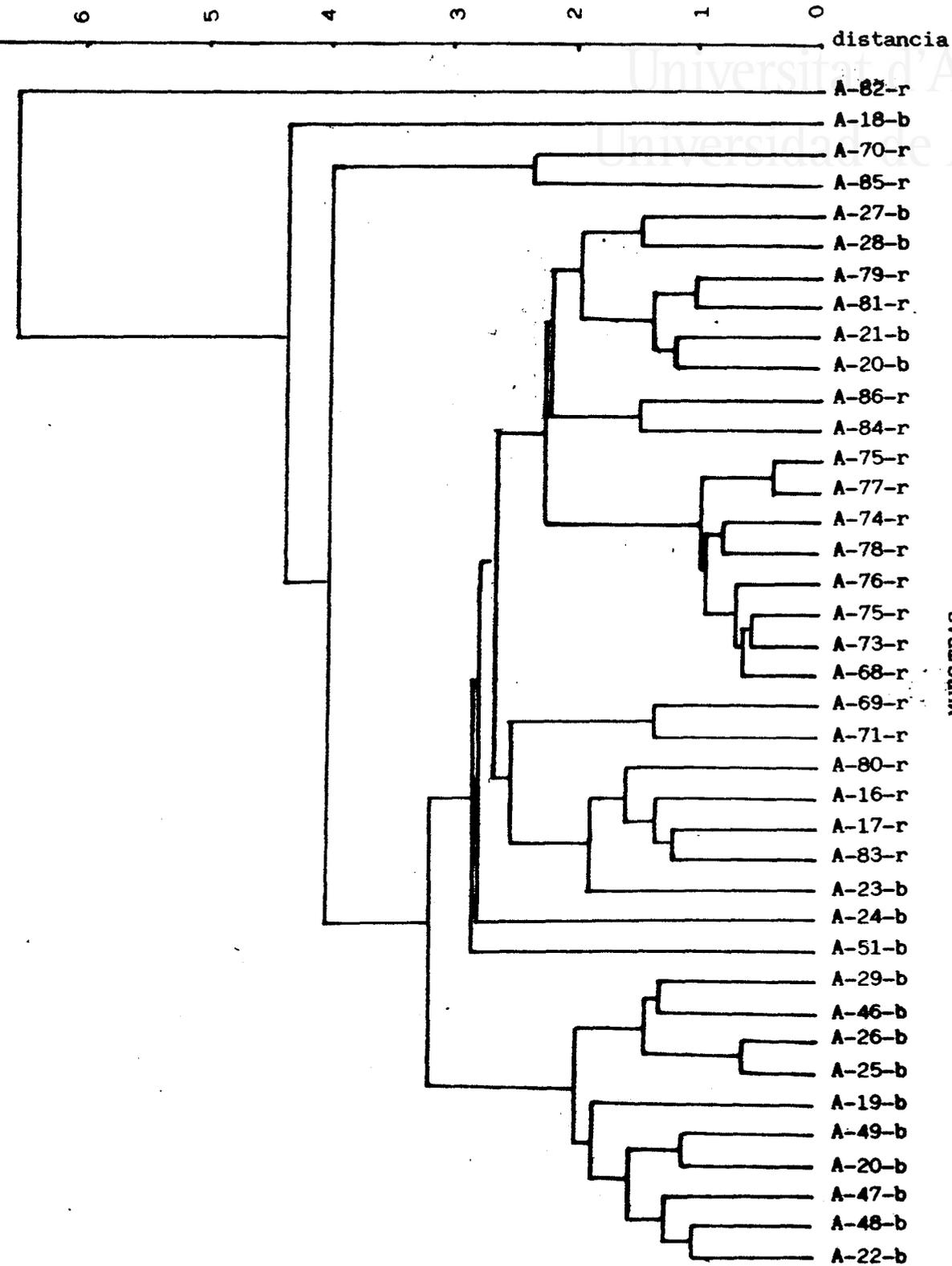


Figura 5.7. Dendrograma resultante de la aplicación de análisis cluster a las cerámicas romanas y de la Edad del Bronce de Alicante.

A-18-b procedente de Les Moreres
A-20-b procedente de Les Moreres
A-21-b procedente de Les Moreres
A-23-b procedente de Callosa de Segura
A-24-b procedente de Callosa de Segura
A-27-b procedente de la Peña Negra
A-28-b procedente de la Peña Negra
A-51-b procedente de la Illeta de Campello

y a las romanas:

A-70-r sigillata itálica procedente del
Tossal de Manises
A-82-r cerámica común procedente de Benalúa
A-85-r cerámica común procedente de
Fontcalent

Las funciones discriminantes obtenidas así como los porcentajes de clasificaciones correctas se recogen en la tabla 5.12: 88,9% y 95,2% para las muestras del Bronce y romanas, respectivamente. Las clasificaciones incorrectas afectan a las muestras A-20-b, A-21-b y A-79-r.

El valor de la aproximación de F a la lambda de Wilks calculada por MANOVA es 33,861 con 2 y 36 grados de libertad. El valor tabulado para F con $\alpha=0,01$ es aproximadamente 5,1785. La hipótesis de igualdad de medias para las dos variables que forman las funciones discriminantes se rechaza.

La variable canónica se encuentra también indicada en la tabla 5.12 y el histograma correspondiente se presenta en la figura 5.8.

Tabla 5.12. Resumen de la aplicación de algunas técnicas multivariantes (análisis discriminante, análisis canónico y MANOVA) para la comparación entre cerámicas romanas y de la Edad del Bronce de Alicante).

FUNCIONES DISCRIMINANTES		%Clasificación correcta
E. Bronce	$0,785 \times \%Al_2O_3 + 1,250 \times \%K_2O - 6,2414$	88,9
Romanas	$1,717 \times \%Al_2O_3 + 0,285 \times \%K_2O - 15,975$	95,2

VARIABLE CANONICA
$-0,348 \times \%Al_2O_3 + 0,573 \times \%K_2O + 3,746$

TEST F				
D ²	T ²	F calc.	g. d. l.	F Tab. (α=0,01)
11,5520	111,9661	11,3479	8, 30	3,1726

Puede verse que la separación proporcionada por el análisis canónico es aceptable.

En la tabla 5.12 se indican los resultados del test F para el contraste de la hipótesis de igualdad de vectores de medias en ambos grupos, que conduce al rechazo de dicha hipótesis.

El test t aplicado a cada una de las variables conduce a la aceptación de la hipótesis de igualdad de medias para las variables: %MnO, %Na₂O, %K₂O, %MgO y %TiO₂.

Las pruebas estadísticas efectuadas muestran que sí se puede diferenciar entre muestras romanas y de la Edad del Bronce a partir de su composición química, si bien se presentan algunas excepciones.

5.2.3.3. Comparación entre cerámicas ibéricas y romanas de Alicante

El dendograma correspondiente a estos dos grupos se presenta en la figura 5.9. Se observan dos clusters formados mayoritariamente por muestras ibéricas y dos por muestras romanas.

De los dos clusters mayoritariamente ibéricos, uno contiene a la mayoría de los fragmentos, mientras que el otro contiene tan sólo tres muestras (A-4-i, A-9-i y A-3-i). Las cerámicas ibéricas que no se incluyen en ninguno de los dos clusters anteriores son:

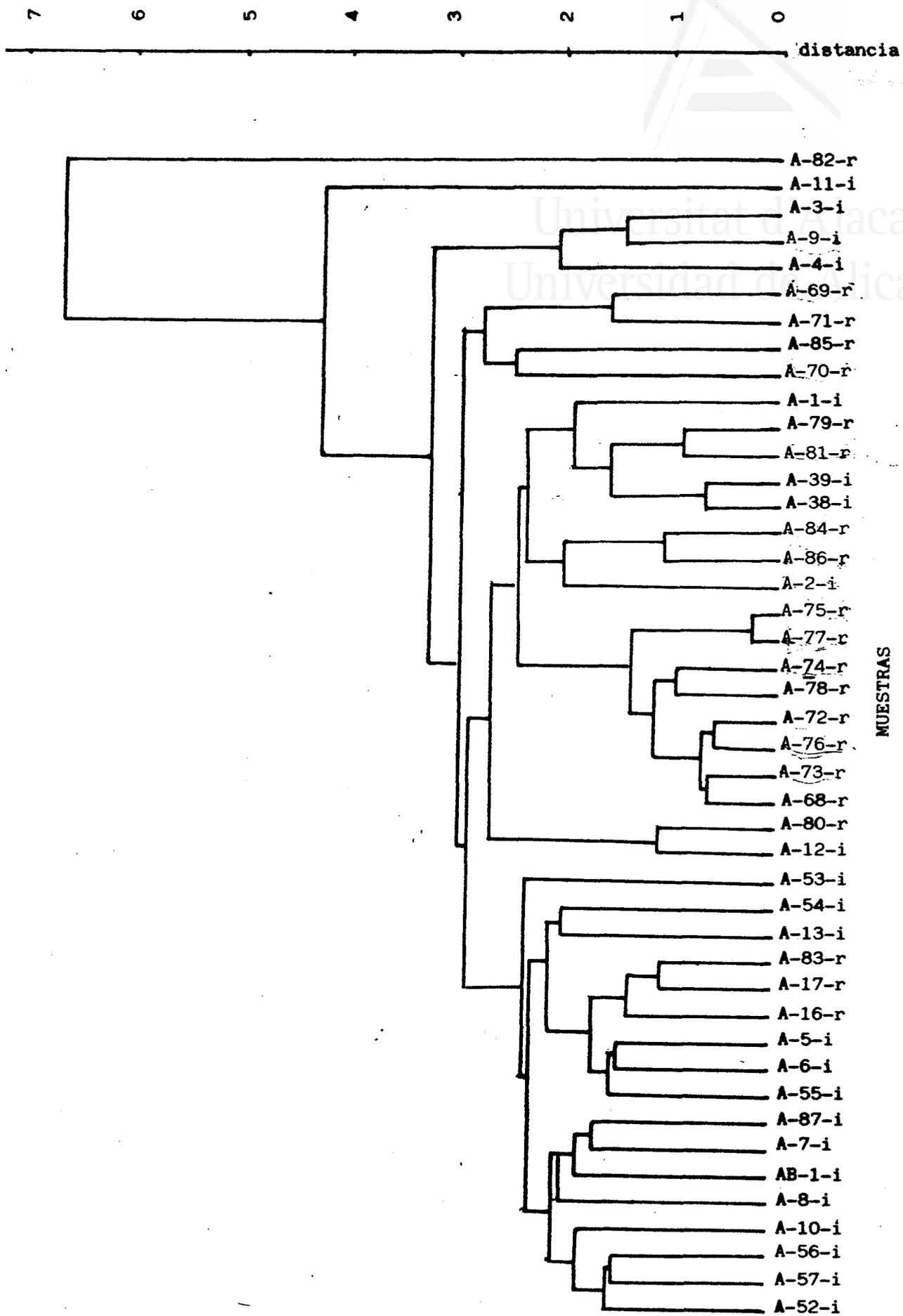


Figura 5.9. Dendrograma resultante de la aplicación de análisis cluster a las cerámicas romanas e ibéricas de Alicante.

- A-1-i cerámica arcaizante de El Oral
- A-2-i cerámica arcaizante de El Oral
- A-11-i cerámica pintada de El Oral
- A-12-i cerámica pintada de El Oral
- A-38-i cerámica de cocina de El Castellar

Las muestras romanas mal clasificadas desde el punto de vista de su caracterización arqueológica son: A-16-r (sigillata de El Campet), A-17-r (sigillata de Monovar) y A-83-r (sigillata de Fontcalent), que salen en el cluster mayoritariamente ibérico y A-82-r (cerámica común de Benalúa) que sale separada del resto de las cerámicas. De los dos clusters, uno contiene a la mayoría de las muestras, mientras que el otro sólo cuatro (A-69-r, A-70-r, A-71-r y A-85-r).

Las funciones discriminantes obtenidas se encuentran resumidas en la tabla 5.13. Los porcentajes de clasificación correcta son del 95.7% para el grupo ibérico y del 81.0% para el romano. Estos porcentajes son razonablemente altos, ya que se trata de los dos grupos más numerosos de todos los de Alicante que se estudian. Una de las 23 muestras ibéricas es asignada al grupo romano y cuatro de las 21 romanas lo son al ibérico. Las clasificaciones incorrectas afectan a las muestras: A-12-i, A-16-r, A-17-r, A-81-r y A-86-r.

El valor de la aproximación F a la lambda de Wilks calculada por MANOVA es de 16.798 con 4 y 39 grados de libertad. El valor tabulado para $\alpha=0.01$, es aproximadamente 3.8283. Se rechaza la hipótesis de igualdad de medias simultáneamente

Tabla 5.13. Resumen de la aplicación de algunas técnicas multivariantes (análisis discriminante, análisis canónico y MANOVA) para la comparación entre cerámicas ibéricas y romanas de Alicante.

FUNCIONES DISCRIMINANTES		%Clasificación Correcta
Ibéricas	$-56.421 \times \%MnO + 0.589 \times \%CaO + 1.114 \times \%MgO + 17.362 \times \%TiO_2 - 11.688$	95.7
Romanas	$25.026 \times \%MnO + 0.239 \times \%CaO + 0.350 \times \%MgO + 9.737 \times \%TiO_2 - 4.371$	81.0

VARIABLE CANONICA
$-31.723 \times \%MnO + 0.137 \times \%CaO + 0.298 \times \%MgO + 2.970 \times \%TiO_2 - 2.908$

TEST F				
D ²	T ²	F calc.	g.d.l.	F tab. (α=0.01)
8.3874	92.0710	9.5907	8, 35	≈3.1726



para las cuatro variables que figuran en las funciones discriminantes.

La variable canónica se recoge en la tabla 5.13 y el histograma correspondiente se representa en la figura 5.10.

El test F basado en la D^2 de Mahalanobis y en la T^2 de Hotelling proporciona los valores que se indican en la tabla 5.13, que hacen que la hipótesis de igualdad de vectores de medias en las poblaciones ibérica y romana sea rechazada.

En concordancia con lo anterior, el test t aplicado a cada variable conduce al rechazo de la hipótesis de igualdad de medias en todos los casos salvo para $\%MnO$, $\%Fe_2O_3$ y Na_2O .

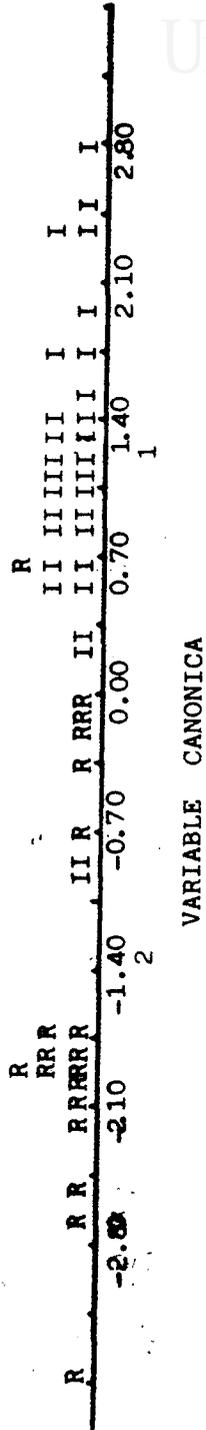


Figura 5.10. Histograma resultante de la aplicación de análisis canónico a las cerámicas ibéricas y romanas de Alicante. Sobre el eje se representan los valores obtenidos al evaluar la variable canónica en cada muestras (I para las muestras ibéricas y R para las muestras romanas) así como en el individuo medio de cada grupo (I para el grupo ibérico y 2 para el romano).

5.2.3.4. Definición de grupos más homogéneos y obtención de las funciones discriminantes de estos grupos

El dendograma representado en la figura 5.3, permite definir dos grupos composicionales de cerámicas de la Edad del Bronce, uno conteniendo las muestras A-19-b, A-22-b, A-25-b, A-26-b, A-29-b, A-46-b, A-47-b, A-48-b, A-49-b y A-50-b, y otro, cuya composición química es similar a la de las cerámicas romanas y a algunas de las ibéricas, conteniendo a las muestras A-20-b, A-21-b, A-23-b, A-27-b, A-28-b y A-51-b, quedando los fragmentos A-18-b y A-24-b excluidos de estos dos grupos. Al aplicar análisis cluster a las cerámicas de la Edad del Bronce junto con las ibéricas por un lado y junto a las romanas por otro, queda confirmada la existencia del primero de los dos grupos como un cluster con composición química semejante para todas sus muestras y diferente del resto.

El análisis discriminante también confirma la existencia del primero de los dos grupos antes mencionados, así como la semejanza entre algunas de las cerámicas de la Edad del Bronce con las ibéricas y las romanas. De esta forma, el grupo que el análisis discriminante designa como de la "Edad del Bronce" contiene a todas las muestras antes mencionadas y a algunas más que asigna o separa de dicha población en función de cuál sea el otro grupo utilizado para la comparación.

Para poder obtener unas funciones discriminantes que proporcionen porcentajes de clasificaciones correctas elevados y que, por tanto puedan ser utilizadas con una confianza razonable para la clasificación de nuevos casos, se define un grupo de la Edad del Bronce, formado por las diez muestras siguientes:

- A-19-b cerámica fina de Les Moreres
- A-22-b cerámica a mano de Les Moreres
- A-25-b cerámica a mano de la Peña Negra
- A-26-b cerámica a mano de la Peña Negra
- A-29-b cerámica a mano de la Peña Negra
- A-46-b cerámica a mano de la Mola d'Agres
- A-47-b cerámica a mano de la Mola d'Agres
- A-48-b cerámica a mano de la Mola d'Agres
- A-49-b cerámica a mano de la Illeta de
Campello
- A-50-b cerámica a mano de la Illeta de
Campello

En cuanto a las cerámicas ibéricas, las muestras A-5-i, A-6-i, A-7-i, A-8-i, A-10-i, A-52-i, A-53-i, A-55-i, A-56-i, A-57-i, A-87-i y AB-1-i forman un cluster en la figura 5.3. Esta clasificación es confirmada por los restantes métodos multivariantes aplicados, salvo por el análisis discriminante aplicado a las cerámicas ibéricas, romanas, griegas y de la Edad del Bronce. Se define el grupo formado por las cerámicas ibéricas citadas, junto con los fragmentos A-13-i y A-54-i que muestran una composición química diferente tanto de las muestras romanas como de las de la Edad del Bronce. Así pues, el grupo ibérico se define como el formado por los catorce fragmentos:

- A-5-i ánfora de El Oral
- A-6-i ánfora de El Oral
- A-7-i ánfora de El Oral
- A-8-i cerámica pintada de El Oral
- A-10-i cerámica pintada de El Oral
- A-13-i cerámica pintada de La Escuera
- A-52-i cerámica a torno del Tossal de Manisses
- A-53-i cerámica a torno del Tossal de Manises
- A-54-i ánfora de Aspe
- A-55-i cerámica a torno de Aspe
- A-56-i ánfora de la Illeta de Campello
- A-57-i ánfora de la Illeta de Campello
- A-87-i cerámica a torno de Fontcaient
- AB-1-i cerámica pintada de El Amarejo

El grupo griego queda constituido por el conjunto de los fragmentos cerámicos analizados:

- A-43-g cerámica de barniz negro de Campello
- A-58-g cerámica de figuras rojas de Cabezo Lucero
- A-59-g cerámica de figuras rojas del Tossal de Manises
- A-60-g cerámica de barniz negro de Campello
- A-61-g cerámica de barniz negro de Cabezo Lucero
- A-62-g cerámica de barniz negro de Cabezo Lucero

En la figura 5.3, todas las muestras romanas, salvo cinco, se encontraban dentro de un mismo cluster. De estas cinco, tres formaban un cluster separado (A-69-r, A-70-r y A-71-r), y dos aparecían separadas del resto de las cerámicas

romanas (A-82-r y A-85-r). Los métodos multivariantes aplicados muestran que en todos los casos los fragmentos A-73-r, A-74-r, A-75-r, A-76-r, A-77-r, A-78-r, A-80-r y A-84-r son clasificados correctamente, de acuerdo con su caracterización arqueológica. Además, el análisis cluster también sitúa en todos los casos a las cerámicas A-68-r, A-72-r, A-79-r y A-81-r junto a las demás cerámicas romanas. Se define el grupo formado por las doce cerámicas romanas:

- A-68-r cerámica sigilata del Tossal de Manises
- A-72-r cerámica sigillata del Tossal de Manises
- A-73-r cerámica común del Tossal de Manises
- A-74-r cerámica común del Tossal de Manises
- A-75-r cerámica sigillata de Benalúa
- A-76-6 cerámica sigillata de Benalúa
- A-77-r cerámica sigillata de Benalúa
- A-78-r cerámica sigillata de Benalúa
- A-79-r cerámica común de Benalúa
- A-80-r cerámica común de Benalúa
- A-81-r cerámica común de Benalúa
- A-84-r cerámica sigillata de Fontcalent

Las nueve cerámicas romanas restantes incluyen los seis fragmentos de terra sigillata altoimperial. Como se verá más adelante, esta separación efectuada a partir de la composición química de los fragmentos está justificada desde el punto de vista arqueológico.

Una vez definidos estos cuatro grupos, se ha aplicado análisis discriminante paso a paso al conjunto de las cerámicas en ellos contenidos,

junto con las seis cerámicas griegas de Alicante, obteniéndose las funciones discriminantes cuyos coeficientes se indican en la tabla 5.14.

Tabla 5.14. Funciones discriminantes para grupos de cerámicas de la Edad del Bronce, ibéricas, griegas y romanas de Alicante.

GRUPO	FUNCIONES DISCRIMINANTES
Bronce	$-184,751\%MnO + 11,363\%K_2O + 2,314\%CaO + 1,978\%MgO - 44,390$
Ibérico	$-123,274\%MnO + 16,069\%K_2O + 1,410\%CaO + 4,852\%MgO - 53,120$
Griego	$608,741\%MnO + 8,599\%K_2O + 0,393\%CaO + 2,271\%MgO - 47,967$
Romano	$15,222\%MnO + 7,363\%K_2O + 0,428\%CaO + 1,543\%MgO - 10,906$

Las variables seleccionadas para el análisis discriminante son %MnO, %K₂O, %CaO y %MgO. En el caso anterior lo fueron %MnO, %CaO y %TiO₂. La depuración de los grupos arqueológicos, homogeneizándolos desde el punto de vista de su composición química implica el cambio del %TiO₂ por los %K₂O y %MgO en las funciones discriminantes. Como ya se mencionó con anterioridad, los grupos que presentaban

solapamiento eran el ibérico y el de la Edad del Bronce. También quedó dicho que éstos se diferenciaban fundamentalmente en su contenido en óxidos alcalinotérreos; en las nuevas funciones discriminantes ya aparecen las variables diferenciadoras entre ambos grupos. El $\%K_2O$ que ahora aparece también en las funciones de clasificación era uno de los elementos diferenciadores entre las cerámicas romanas y las de la Edad del Bronce, mientras que podía diferenciarse entre las cerámicas romanas y las ibéricas a partir de los $\%MnO$, $\%CaO$, $\%MgO$ y $\%TiO_2$. Según todo esto se justifica plenamente la aparición de las cuatro variables de la tabla 5.14 en las funciones discriminantes. De hecho, el porcentaje de clasificaciones correctas proporcionadas por éstas es del 100% para los cuatro grupos.

El valor calculado para la aproximación F de Rao a la lambda de Wilks calculada por MANOVA es 61,769 con 12 y 92,89 grados de libertad. El valor tabulado para la F de Fisher-Snedecor con los grados de libertad indicados y $\alpha=0.01$ es aproximadamente 2,3363, por lo que se rechaza la hipótesis de igualdad en los cuatro grupos del vector de medias cuyas componentes son las cuatro variables que aparecen en las funciones discriminantes.

Tabla 5.15. Variables canónicas para grupos de cerámicas de la Edad del Bronce, ibéricas, griegas y romanas de Alicante.

VARIABLES	1ª V.C.	2ª V.C.	3ª V.C.
%MnO	-75,290	-5,965	69,434
%K ₂ O	0,628	-1,313	-0,311
%CaO	0,237	-0,045	0,133
%MgO	0,098	-0,583	-0,234
CONSTANTE	-2,551	6,468	-2,201
% VARIANZA	51,757	82,338	100,00

Si se aplica análisis canónico de poblaciones a los cuatro grupos definidos a partir de consideraciones tanto arqueológicas como químicas, utilizando las cuatro variables seleccionadas por el análisis discriminante, se obtendrán tres variables canónicas (cuatro grupos comparados y cuatro variables). En la tabla 5.15 se indican los coeficientes obtenidos para dichas variables canónicas, así como el porcentaje, acumulativo, de la varianza explicada por ellas, proporcionados por el programa BMDP7M.

En la figura 5.11 se han representado los puntos resultantes al evaluar las dos primeras variables canónicas tanto en los individuos medios de cada grupo como en cada fragmento. Se observa una concentración de las muestras alrededor del punto correspondiente al individuo medio de cada grupo, así como una separación entre las cuatro poblaciones estudiadas, que pone de manifiesto que realmente se pueden establecer grupos composicionales que resultan ser homogéneos desde el punto de vista de su composición química.

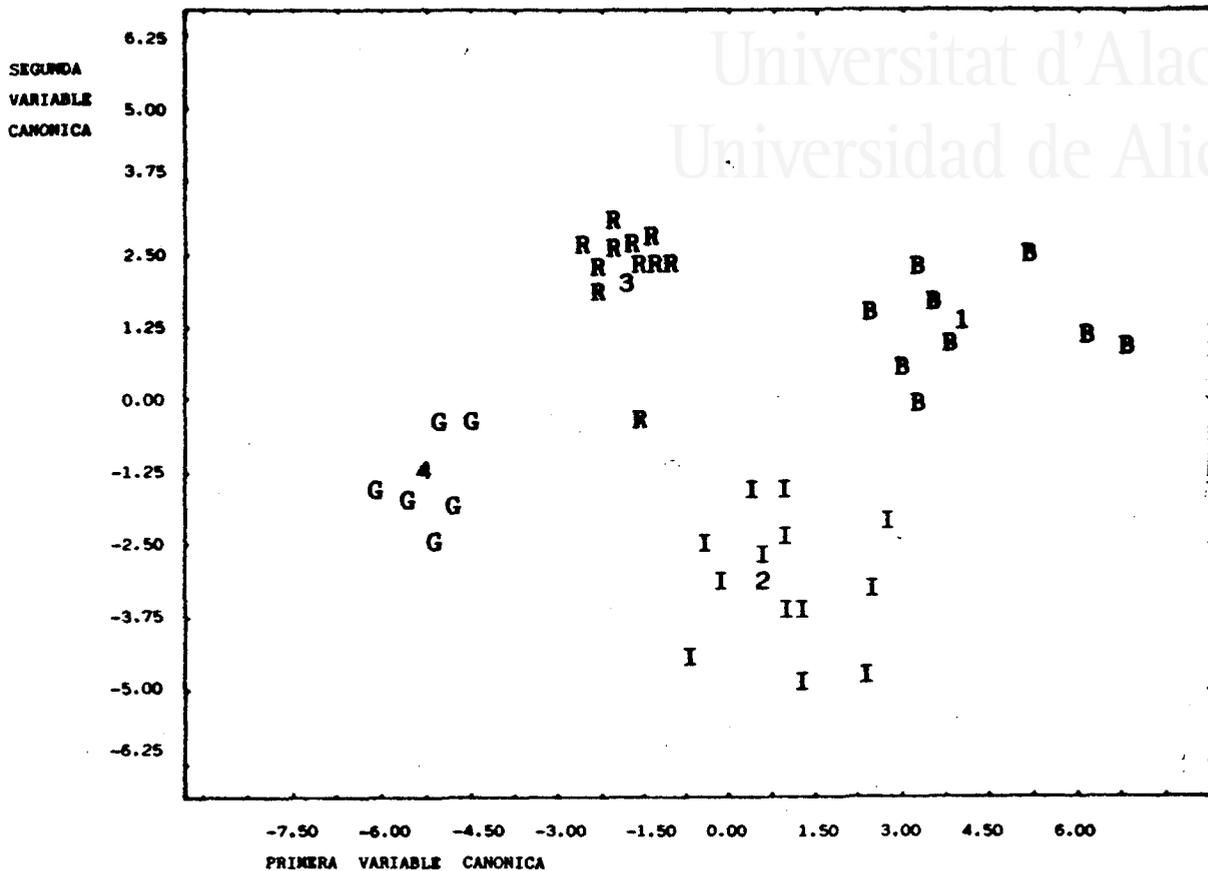


Figura 5.11. Análisis canónico aplicado a grupos de cerámicas de la Edad del Bronce, ibéricas, griegas y romanas de Alicante, homogeneizados desde el punto de vista químico. Primera variable canónica frente a segunda variable canónica. El punto correspondiente a cada muestra se representa por la inicial del grupo al que pertenece (B, I, G, R) y el punto resultante al evaluar las variables canónicas en el individuo medio de cada grupo se representa por un número (1:Bronce, 2: ibérico, 3:romano y 4:griego).

5.2.4. Estudio estadístico de cerámicas del tipo "terra Sigillata"

Se conoce por el término "terra sigillata" a un tipo de cerámica romana caracterizada por presentar una superficie muy brillante, roja, de aspecto semejante al barniz, y que lleva con frecuencia una estampilla o sello -sigillum- con el nombre del fabricante, y cuya tecnología de fabricación fue introducida desde los países del Mediterraneo Oriental en Italia, a mediados del siglo I a.C.

La denominación de terra sigillata se acepta tanto para los productos itálicos como para los gálicos e hispánicos, siendo el tipo más antiguo el de la terra sigillata itálica, que se empieza a fabricar en Italia Central (Etruria), y cuya producción pronto se extiende a otros puntos de la península Itálica. El área de difusión de estos productos abarcó prácticamente a todo el mundo romano.

A principios del siglo I d.C. empiezan a funcionar talleres en el Sur de las Galias, que fabrican cerámicas del tipo sigillata de forma más industrializada, y de menor coste, y en general menos finas que las piezas itálicas, que encuentran un radio de difusión muy amplio.

En la Península Ibérica se fabricó la llamada terra sigillata hispánica, entre los siglos I y IV d.C., como respuesta a las masivas importaciones

de cerámica sudgálica, cuya área de distribución abarca tan sólo al mercado peninsular.

Estos tres tipos de terra sigillata constituyen una guía cronológica para la época altoimperial.

Durante el siglo II d.C., las zonas costeras de la Península Ibérica comienzan a importar un tipo de cerámica denominada "sigillata clara", aunque en la mayoría de los casos carece de la estampilla o sello del alfarero, y para la que se acepta un origen norteafricano. Estas cerámicas son de calidad inferior a las altoimperiales, no presentando el brillo característico de las sigillatas.

Relacionada con la terra sigillata clara, de origen norteafricano, se encuentra otro tipo de cerámica, "lucente", de la misma época, pero cuya procedencia probable es de talleres localizados en el valle medio del Ródano, y cuya difusión es limitada, fundamentalmente, al ángulo NO del Mediterráneo.

5.2.4.1. Grupo "terra Sigillata" de las cerámicas de Alicante

Ya se ha visto que el grupo de cerámicas romanas de Alicante aparecía subdividido en varios grupos al realizar el análisis cluster. Analizando cada uno de éstos individualmente, se aprecia que poseen sentido desde el punto de vista arqueológico. En la figura 5.12 se presenta el dendograma resultante al aplicar análisis cluster, utilizando el programa cuyo listado aparece en el apéndice 7.7 al grupo de cerámicas romanas de Alicante, utilizando una matriz de observaciones normalizada. En él se aprecia:

i) Un cluster que contiene 10 fragmentos. De ellos siete son terras sigillatas claras, de origen norteafricano, y tres son fragmentos de cerámica común, uno de los cuales al menos (A-74-r) se cree que es también norteafricano.

ii) Un cluster que contiene tres muestras de cerámica común.

iii) Un cluster que contiene cinco terras sigillatas y un fragmento de cerámica común. Las terras sigillatas incluidas en este grupo son todas altoimperiales (aretinas o itálicas, sudgálicas e hispánicas) y la cerámica común se piensa que también es tardía.

iv) Dos muestras, una de cerámica común y una terra sigillata altoimperial, salen separadas del resto de los fragmentos.

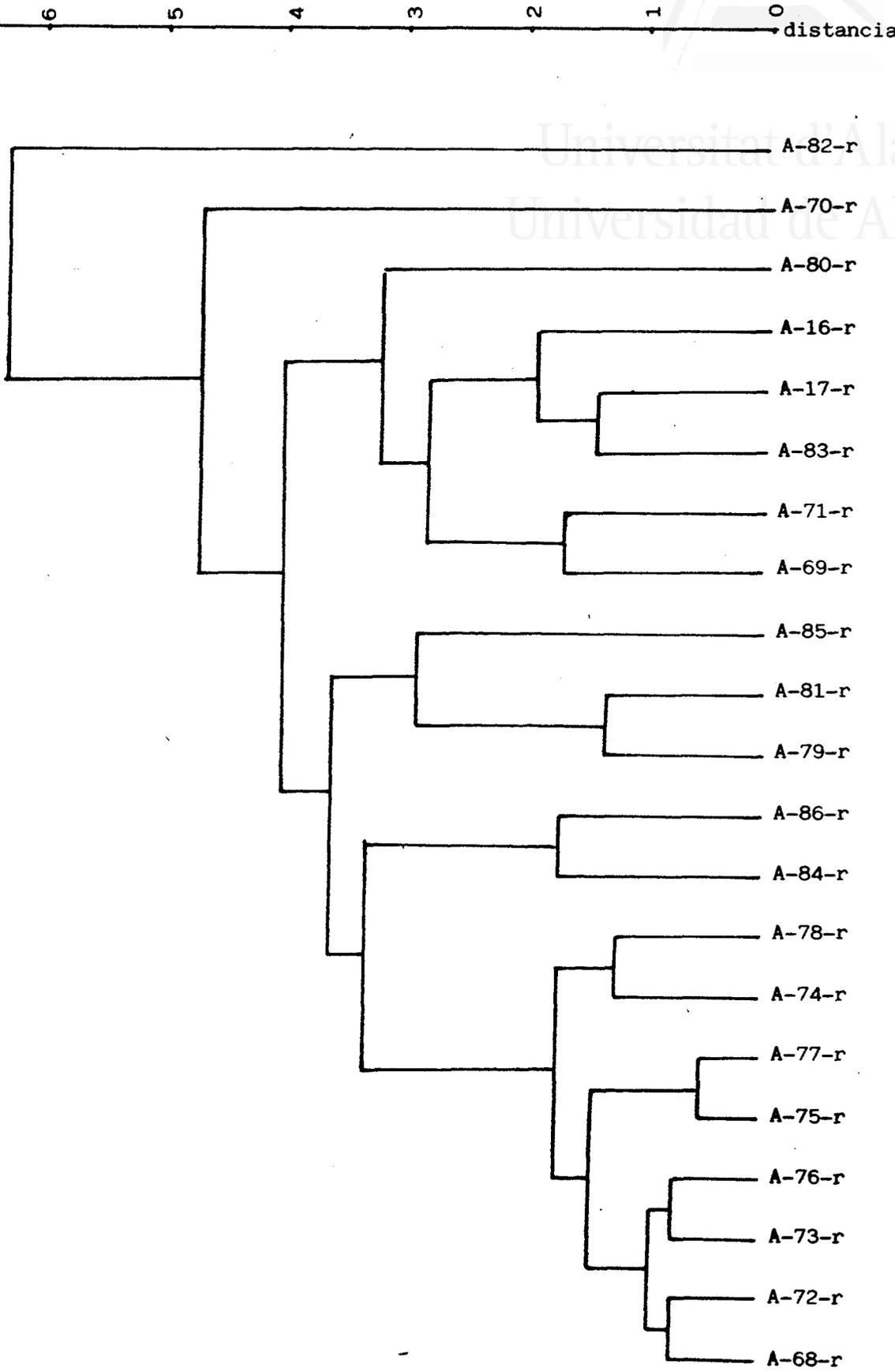


Figura 5.12. Dendrograma resultante de la aplicación de análisis cluster a las 21 cerámicas romanas de Alicante.

Lo anterior pone de manifiesto que se pueden diferenciar las terras sigillatas norteafricanas y las altoimperiales a partir de su composición química. Con el fin de profundizar y estudiar con más detalle estas diferencias, se ha vuelto a aplicar análisis cluster a una matriz que contiene únicamente los datos de las cerámicas sigillatas (trece fragmentos), utilizando el programa BMDP2M (Dixon y col., 1977). El dendograma resultante se presenta en la figura 5.13. Se confirma lo dicho anteriormente, observándose dos grupos bien diferenciados, uno constituido por los siete fragmentos norteafricanos y el otro por seis fragmentos altoimperiales. Como en el análisis cluster anterior, la muestra A-70-r se mantiene separada del resto de la sigillatas altoimperiales.

Dada la buena separación de las cerámicas sigillatas en dos grupos obtenida por medio del análisis cluster, cabe esperar que se obtenga también para estos dos grupos unas funciones discriminantes que permitan clasificar perfectamente las cerámicas sigillatas. En efecto, se ha aplicado análisis discriminante paso a paso a la misma matriz de observaciones anterior, y se han obtenido las funciones discriminantes que se presentan en la tabla 5.16, y que proporcionan un porcentaje de clasificaciones correctas del 100% para ambos grupos (norteafricano y altoimperial).

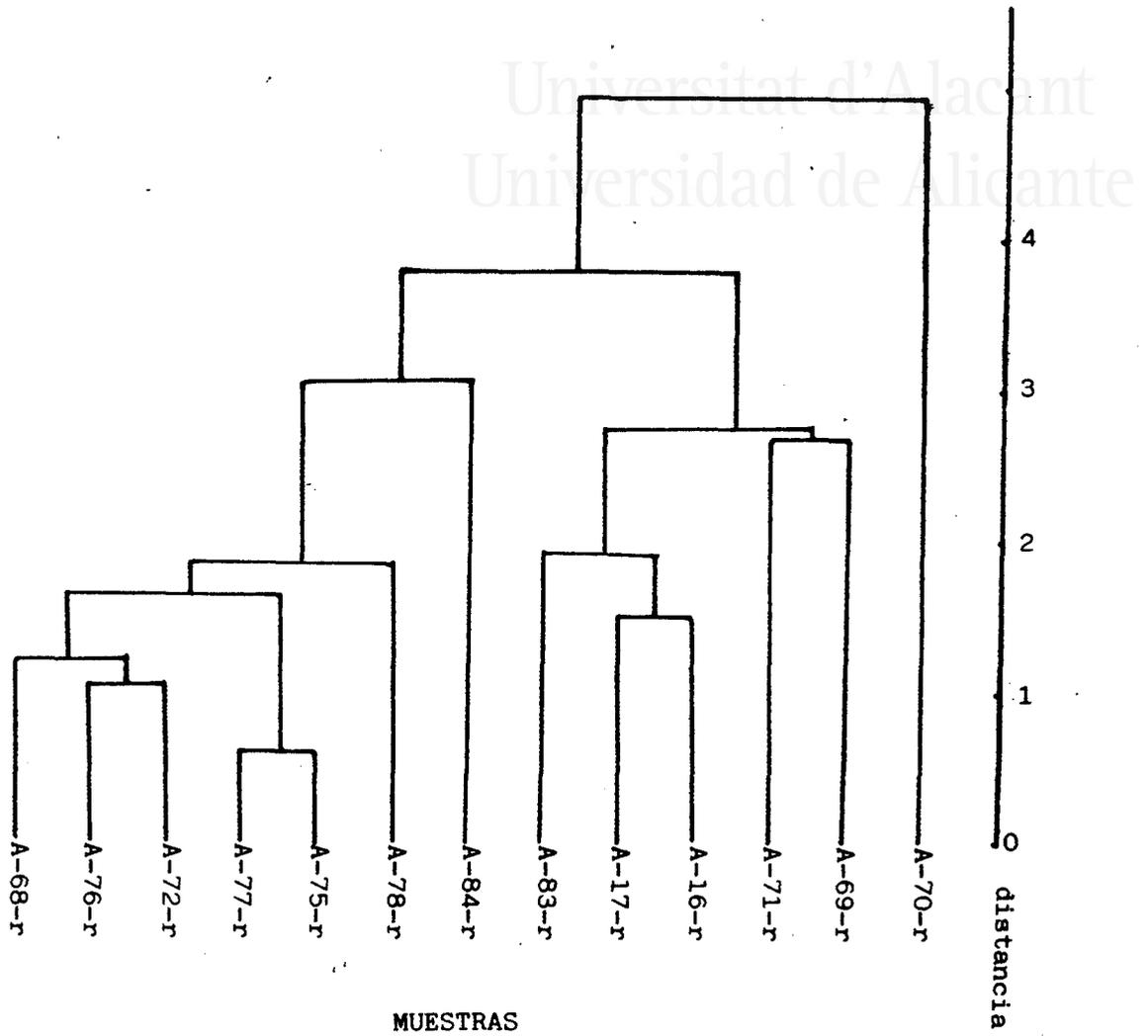


Figura 5.13. Dendrograma resultante de la aplicación de análisis cluster a las 13 cerámicas del tipo terra sigillata de Alicante.

Tabla 5.16. Funciones discriminantes para grupos de cerámicas tipo terra sigillata norteafricana y altoimperial de Alicante.

GRUPO	FUNCION DISCRIMINANTE
SIGILLATAS NORTEAFRICANAS	$0,598 \times \%CaO - 1,071$
SIGILLATAS ALTOIMPERIALES	$5,422 \times \%CaO - 31,824$

Se puede observar que en estas funciones discriminantes sólo figura la composición en %CaO, en un caso multiplicada por el coeficiente 0.598 y en el otro por un coeficiente aproximadamente diez veces mayor, 5.422, lo que significa que el contenido en CaO de las cerámicas sigillatas es el factor discriminante suficiente para asignarlas bien al grupo de las norteafricanas o bien al de las altoimperiales. Igualando las dos funciones discriminantes se obtiene el valor 6.4 para el porcentaje de CaO que cumple esta condición, y en consecuencia las piezas norteafricanas son las que no alcanzan este valor de %CaO y, por el contrario, las cerámicas altoimperiales tienen un alto contenido en CaO. Estas conclusiones son fáciles de comprobar observando los análisis completos de las cerámicas sigillatas que se presentan en la tabla 5.1, y también las medias muestrales obtenidas para ambos

grupos, que se presentan en la tabla 5.5. Con el fin de facilitar esta observación, en la tabla 5.17 se recogen estos datos. Estas conclusiones sobre la importancia del contenido en CaO de las piezas sigillatas se confirman con el resto de los tests estadísticos que se relacionan a continuación.

Tabla 5.17. Resultados obtenidos para el %CaO de las cerámicas terra sigillata de Alicante.

GRUPO	MUESTRAS	%CaO	VALOR MEDIO
SIGILLATA NORTE- AFRICANA	A-68-r	1,1	1,3
	A-72-r	1,5	
	A-75-r	1,5	
	A-76-r	1,4	
	A-77-r	1,8	
	A-78-r	0,6	
	A-84-r	0,9	
SIGILLATA ALTO- IMPERIAL	A-16-r	15,4	11,5
	A-17-r	10,9	
	A-69-r	11,1	
	A-70-r	10,1	
	A-71-r	12,0	
	A-83-r	9,5	

La F estadística calculada por ANOVA para el %CaO es 159,210 con 1 y 11 grados de libertad. El valor tabulado para la F ($\alpha=0,01$) es 9,6460, luego se rechaza la hipótesis de igualdad.

La variable canónica es:

$$-0,687 \times \%CaO + 4,111$$

y el histograma correspondiente se presenta en la figura 5,14, donde se aprecia una excelente separación entre ambos grupos.

La hipótesis de igualdad de vectores de medias es rechazada. A continuación se indican los valores proporcionados por el test F basado en la D^2 de Mahalanobis y en la T^2 de Hotelling:

$$D^2 \text{ Mahalanobis} = 112,731$$

$$T^2 \text{ Hotelling} = 364,210$$

$$F = 16,555$$

$$\text{Grados de libertad} = 8, 4$$

$$F \text{ tabulada } (\alpha=0,01) = 14,799$$

El test t para el contraste de la hipótesis de igualdad de medias para cada variable conduce al rechazo de ésta para : %MnO, %Na₂O, %K₂O, %CaO y %MgO.

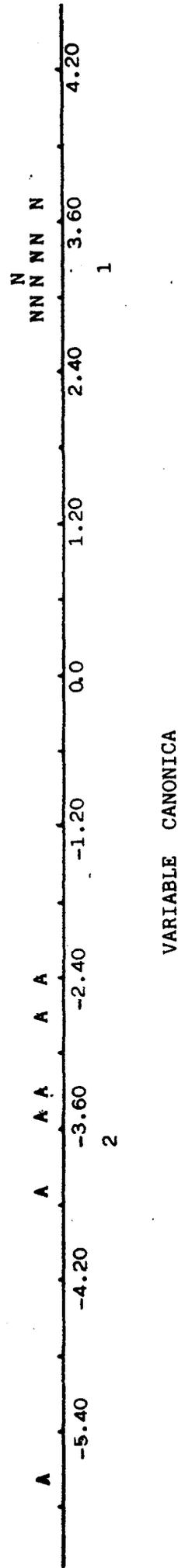


Figura 5.14. Histograma resultante de la aplicación de análisis canónico a las cerámicas sigillatas de alicante. Sobre el eje se representan los valores obtenidos al evaluar la variable canónica en cada muestra (N para las muestras norteafricanas y A para las altoimperiales) así como en el individuo medio de cada grupo (1 para el grupo norteafricano y 2 para el altoimperial).

5.2.4.2. Cerámicas del tipo terra sigillata norteafricana de Santa Pola

El grupo de cerámicas del tipo terra sigillata estudiado en el apartado anterior está constituido por un número, desde un punto de vista estadístico, relativamente pequeño (trece fragmentos). En consecuencia, es conveniente confirmar las conclusiones obtenidas ampliando el estudio con el análisis de nuevos fragmentos de cerámicas sigillatas,

Una primera ampliación del estudio se llevó a cabo con una serie de diez terras sigillatas procedentes de Santa Pola (piezas SP-1-r a SP-10-r), que están descritas en la sección 4.1.1 del capítulo "Materiales y Métodos" de la presente memoria. Se puede observar que todas estas piezas son clasificadas como norteafricanas, atendiendo a criterios arqueológicos. Los resultados del análisis químico se presentaron en la tabla 5.2.

Con el fin de comprobar si la clasificación de estos nuevos fragmentos, previamente establecida mediante criterios arqueológicos, concuerda con los resultados del análisis estadístico realizado en el apartado anterior, se han usado las funciones discriminantes obtenidas para las terras sigillatas de Alicante, que se presentaron en la tabla 5.16;

GRUPO	FUNCION DISCRIMINANTE
SIGILLATAS NORTEAFRICANAS	$0,598 \times \%CaO - 1,072$
SIGILLATAS ALTOIMPERIALES	$5,422 \times \%CaO - 31,824$

Al sustituir los datos analíticos correspondientes se han obtenido los valores de las funciones discriminantes que se presentan en la tabla 5.18, y que han permitido asignar cada pieza en función de su composición química. Como puede verse, las funciones discriminantes clasifican correctamente a todos los fragmentos de Santa Pola como norteafricanos.

Conclusiones análogas a la anterior se obtienen por aplicación de análisis de componentes principales y análisis cluster al conjunto de las veintitrés piezas de terra sigillata estudiadas hasta ahora (trece de Alicante A-16-r, A-17-r, A-68-r, A-69-r, A-70-r, A-71-r, A-72-r, A-875-r, A-76-r, A-77-r, A-78-r, A-83-r y A-84-r, y diez de Santa Pola, SP-1-r a SP-10-r).

Tabla 5.18. Resultados de la aplicación de las funciones discriminantes correspondientes a las terras sigillatas de Alicante a los datos analíticos de los fragmentos norteafricanos de Santa Pola.

MUESTRA	FUNCION DISCRIMINANTE		ASIGNACION Función de valor más alto
	NORTEAFRICANA	ALTOIMPERIAL	
SP-1-r	0,36	-18,87	Norteafric
SP-2-r	-0,13	-23,26	Norteafric
SP-3-r	0,46	-17,94	Norteafric
SP-4-r	0,50	-17,62	Norteafric
SP-5-r	0,40	-18,49	Norteafric
SP-6-r	0,36	-18,81	Norteafric
SP-7-r	2,55	0,98	Norteafric
SP-8-r	0,07	-21,52	Norteafric
SP-9-r	0,25	-19,80	Norteafric
SP-10-r	0,45	-18,05	Norteafric

La matriz de datos a representar obtenida tras la aplicación de análisis de componentes principales se presenta en la tabla 5.19. En la figura 5.15 se han representado las dos primeras componentes principales para las muestras antes mencionadas. La primera componente acumula el 50,18% de la varianza de las muestras y la segunda el 15,91%. El total de la varianza acumulada por las dos primeras componentes principales es del 66,09%, que es bastante elevado. En la tabla 5.20

Tabla 5.19. Matriz de datos a representar para las cerámicas del tipo terra sigillata de alicante y para las sigillatas norteafricanas de Santa Pola. Las filas contienen las coordenadas para cada muestra y las columnas corresponden a cada una de las componentes principales.

MUESTRA	1ªCP	2ªCP	3ªCP	4ªCP	5ªCP	6ªCP	7ªCP	8ªCP
A-16-r	2.7	-1.1	-0.9	0.3	1.3	-0.1	0.5	0.1
A-17-r	1.4	-0.8	-0.5	0.9	0.5	0.1	0.7	0.2
A-68-r	-1.8	1.1	-1.0	0.2	-0.1	-0.5	0.1	-0.2
A-69-r	3.3	0.1	-0.5	-0.0	-0.5	1.3	0.1	-0.1
A-70-r	5.4	1.4	0.6	-1.8	-0.5	-0.9	-0.5	0.1
A-71-r	2.9	1.4	-1.1	1.3	0.3	-0.4	-0.2	-0.2
A-72-r	-2.3	0.6	-1.5	-0.3	0.3	-0.1	-0.4	-0.0
A-75-r	-0.8	0.8	-0.5	-0.8	-0.6	0.3	0.6	-0.1
A-76-r	-1.6	0.1	-1.3	-0.4	-0.2	0.4	-0.3	0.0
A-77-r	-0.3	0.6	-0.5	-0.8	-0.8	0.2	0.5	0.1
A-78-r	-2.5	-0.2	-1.6	-1.3	0.2	-0.1	-0.2	0.3
A-83-r	0.9	0.7	-0.1	1.0	0.7	0.6	-0.4	-0.3
A-84-r	-0.6	0.9	0.6	0.9	-0.7	-0.4	0.2	0.1
SP-1-r	1.2	-3.7	-0.5	0.8	-1.1	-0.5	-0.2	-0.2
SP-2-r	-1.1	-0.4	0.6	-0.1	-0.2	-0.0	0.3	-0.3
SP-3-r	-1.6	0.5	1.3	0.0	0.5	-0.3	0.2	-0.1
SP-4-r	-0.5	-0.2	1.4	1.4	-0.4	0.7	-0.7	0.3
SP-5-r	-0.7	-1.7	0.2	-1.4	0.3	-0.1	-0.5	0.1
SP-6-r	-0.9	0.6	0.9	1.3	-0.2	-0.2	0.2	0.2
SP-7-r	0.5	-0.7	1.8	-1.9	0.6	0.3	0.2	-0.1
SP-8-r	-1.8	-0.4	0.4	0.5	0.4	-0.2	-0.5	-0.2
SP-9-r	-1.2	0.2	1.1	0.5	0.1	-0.5	0.4	-0.0
SP-10-r	-0.8	0.3	1.1	-0.2	0.0	0.2	-0.0	0.1



Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

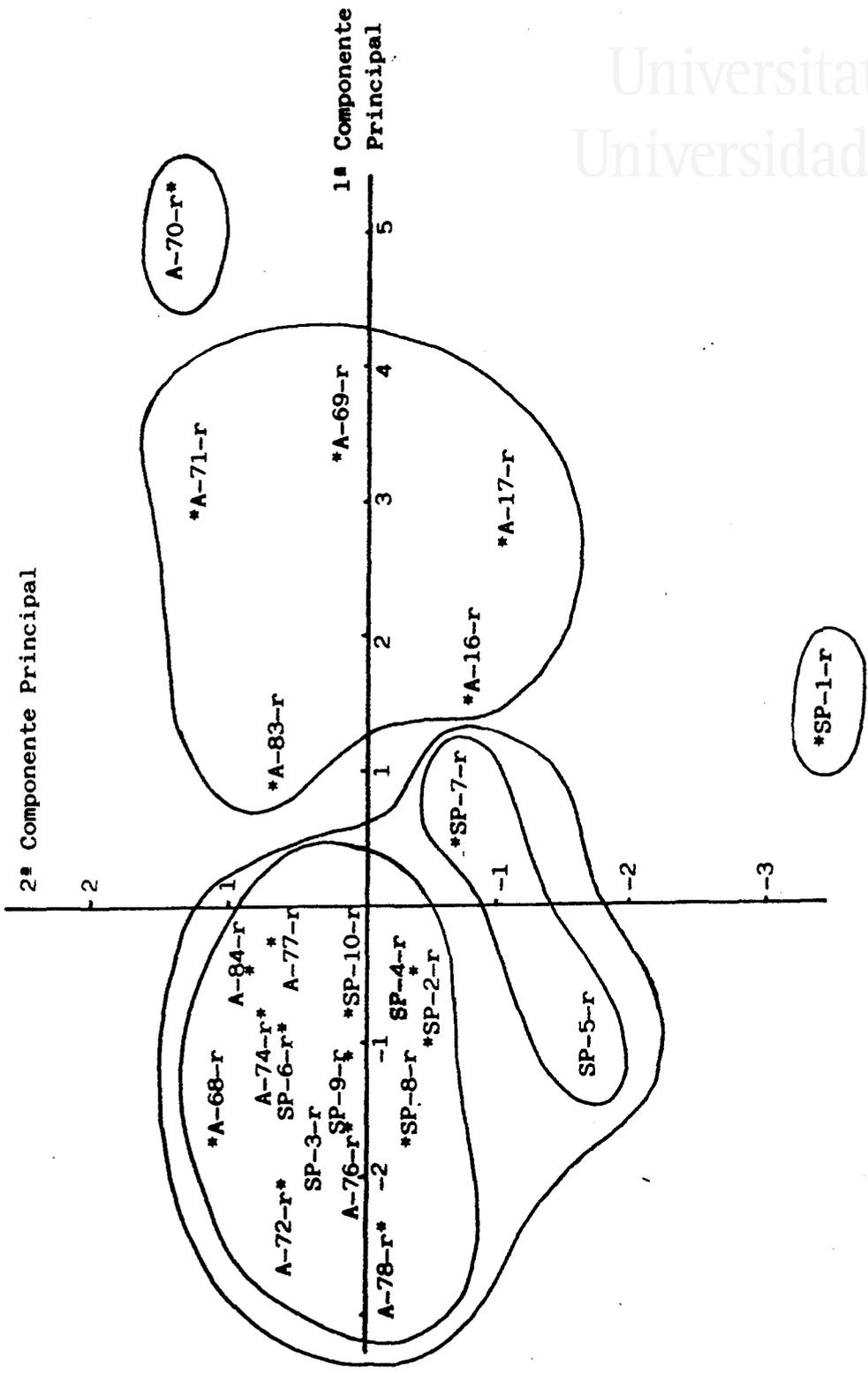


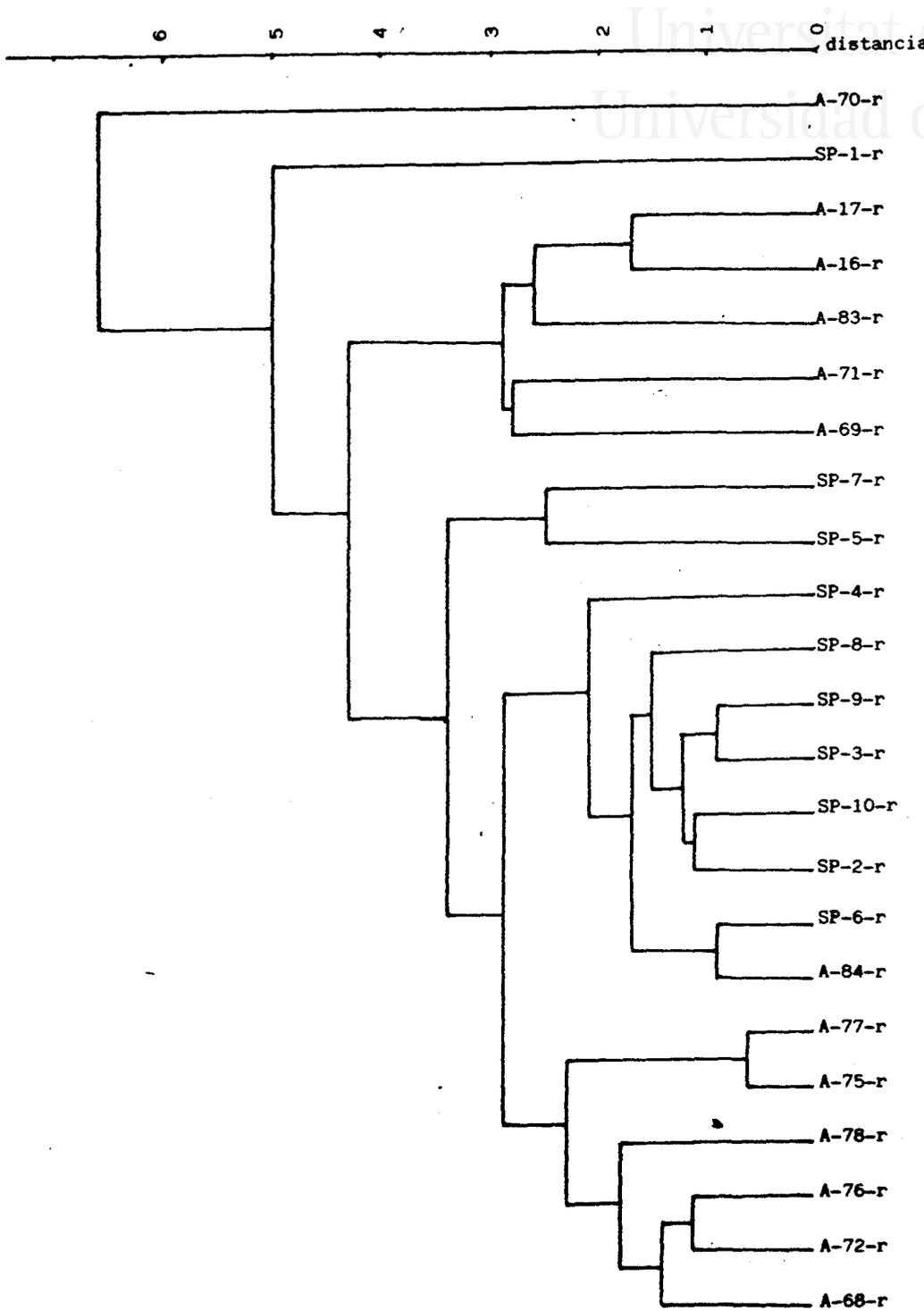
Figura 5.15. Análisis de componentes principales aplicado a las 13 terrazas sigillatas de Alicante y a las 10 sigillatas nortefricanas de Santa Pola: primera componente principal frente a segunda componente principal.



se muestran los elementos de las dos primeras columnas de la matriz de vectores propios obtenida al diagonalizar la matriz de covarianzas. Estos son los coeficientes por los que hay que multiplicar los datos normalizados de cada muestra para su representación en el diagrama de componentes principales.

En la figura 5.16 se presenta el dendograma resultante de la aplicación de análisis cluster a la matriz de datos antes mencionada. En él se observa que aparece un amplio cluster que contiene a todas las muestras sigillatas claras, de origen norteafricano, junto con siete de los diez fragmentos de Santa Pola. Los fragmentos altoimperiales siguen saliendo separados, así como una muestra de Santa Pola. Las muestras SP-5-r y SP-7-r aparecen formando un cluster que se une al que contiene a las cerámicas norteafricanas a nivel 3.4, quedando más separado del correspondiente a las altoimperiales, por lo que se puede hablar de la existencia de un cluster que contiene a todas las sigillatas claras, norteafricanas, de Alicante, junto con nueve de las diez de Santa Pola. Según esto, dichos nueve fragmentos quedarían asignados al grupo de las sigillatas claras.

La pieza SP-1-r, terra sigillata norteafricana de Santa Pola, aparece separada del cluster formado por el resto de las piezas norteafricanas, poniendo de manifiesto que presenta una composición química muy diferente de la que presentan los demás fragmentos de su grupo



MUESTRAS

Figura 5.16. Dendrograma resultante de la aplicación de análisis cluster a las 13 terras sigillatas de Alicante y a las 10 sigillatas norteafricanas de Santa Pola

arqueológico. En efecto, a la vista de la tabla 5.2 que contiene los datos analíticos de estas cerámicas, se aprecia que la muestra SP-1-r presenta un contenido en K_2O (alrededor del 6%) mucho mayor que el presentado por las demás sigillatas norteafricanas de Santa Pola (alrededor del 2%). También posee porcentajes algo más elevados de MgO y Na_2O . Las concentraciones de los restantes elementos son del orden de las correspondientes a las terras sigillatas norteafricanas. Este fragmento (SP-1-r) fue descrito en la sección 4.1.1 como sigillata clara C, mientras que el resto de cerámicas norteafricanas estudiadas son de los tipos A y C. No está clara, desde el punto de vista arqueológico, la procedencia de las terras sigillatas claras C, y se piensa que su origen podría no ser el mismo que el de las demás sigillatas claras. Este último argumento parece ser confirmado por los resultados del análisis cluster.

Las agrupaciones proporcionadas por el análisis cluster se han representado sobre el diagrama de componentes principales de la figura 5.15.

Tabla 5.20. Contribución de los porcentajes de óxidos (normalizados) a las componentes principales

VARIABLE	1ª Componente	2ª Componente
%MnO	0,44	0,22
%Al ₂ O ₃	0,17	0,42
%Fe ₂ O ₃	0,36	0,31
%Na ₂ O	0,40	-0,39
%K ₂ O	0,26	-0,58
%CaO	0,02	0,42
%MgO	0,47	-0,09
%TiO ₂	-0,13	-0,43

5.2.4.3. Cerámicas del tipo terra sigillata altoimperial de Santa Pola

El grupo de cerámicas sigillatas estudiado en los apartados anteriores está constituido por diecisiete piezas norteafricanas y sólo seis altoimperiales. Por otra parte, las funciones discriminantes que han servido para asignar correctamente las terras sigillatas de Santa Pola (tabla 5.16), están deducidas a partir de los datos analíticos de sólo trece fragmentos. Se plantea ahora el interrogante de si estas funciones serán igualmente efectivas en la clasificación de nuevas muestras altoimperiales. Al mismo tiempo, dado que entre éstas últimas también pueden distinguirse tres grupos arqueológicos (aretino o itálico, sudgálico e hispánico), y puesto que las terras sigillatas muestran estar divididas en grupos composicionales, surge la incógnita de si estos tres subgrupos también son químicamente diferenciables.

Para tratar de confirmar todas estas hipótesis, se ha analizado una nueva serie de cerámicas del tipo terra sigillata, cuyos resultados se encuentran recogidos en la tabla 5.2 (muestras I-1-r a I-1-4, H-1-r a H-3-r y SG-1-r a SG-3-r). Todas ellas son muestras que han sido calificadas de altoimperiales y que, además, se ha establecido claramente, según criterios arqueológicos, a qué subgrupo pertenecen (véase sección 4.1.1. del capítulo "Materiales y Métodos").

Al aplicar las funciones discriminantes para la clasificación de estos fragmentos se obtienen los valores que se presentan en la tabla 5.21. En esta tabla puede verse que todas las muestras son asignadas, correctamente, al grupo de fragmentos altoimperiales, lo que confirma la validez de las funciones de clasificación obtenidas.

Tabla 5.21. Resultados de la aplicación de las funciones discriminantes correspondientes a las terras sigillatas de Alicante a los datos analíticos de los fragmentos altoimperiales de Santa Pola.

MUESTRA	FUNCION DISCRIMINANTE		ASIGNACION Función de valor más alto
	NORTEAFRICANA	ALTOIMPERIAL	
I-1-r	6.94	40.83	Altoimp
I-2-r	5.57	28.36	Altoimp
I-3-r	3.91	13.34	Altoimp
I-4-r	8.32	53.30	Altoimp
H-1-r	4.68	20.34	Altoimp
H-2-r	5.69	29.44	Altoimp
H-3-r	3.30	7.81	Altoimp
SG-1-r	8.14	51.67	Altoimp
SG-2-r	2.91	4.29	Altoimp
SG-3-r	7.18	43.00	Altoimp



Figura 5.17. Dendrograma resultante de la aplicación de análisis cluster al conjunto de 13 sigillatas de Alicante y 24 de Santa Pola.

El nuevo grupo de cerámicas sigillatas, conteniendo las muestras procedentes de Alicante, junto con las de Santa Pola, ha sido sometido a análisis cluster, utilizando el programa BMDP2M, obteniéndose el dendograma que se muestra en la figura 5.17. En él se aprecia, salvo algunas excepciones, una excelente separación entre las cerámicas norteafricanas y las altoimperiales.

Se ha utilizado la matriz conteniendo los datos para las 33 terras sigillatas para definir unas nuevas funciones discriminantes, cuya validez será mayor que la de las obtenidas con anterioridad, al estar basadas en grupos más numerosos. Las funciones de clasificación obtenidas se presentan en la tabla 5.22.

Tabla 5.22. Funciones discriminantes para grupos de cerámicas del tipo terra sigillata norteafricana y altoimperial.

GRUPO	FUNCION DISCRIMINANTE
SIGILLATA NORTEAFRICANA	$0,460 \times \%CaO - 1,174$
SIGILLATA ALTOIMPERIAL	$2,491 \times \%CaO - 14,823$

De nuevo sigue siendo el $\%CaO$ la variable diferenciadora, tal y como era de esperar, aunque ahora se obtienen unos coeficientes y constantes

para las funciones discriminantes diferentes, es de resaltar que el orden de magnitud se conserva. En efecto, el coeficiente para el %CaO para las cerámicas norteafricanas pasa de valer 0.598 a 0.460, y para las altoimperiales, de 5.422 a 2.491. Además, si como se hizo con anterioridad, se calcula el valor del %CaO para el que el valor de ambas funciones se iguala, ahora se obtiene un 6.7% de CaO, que comparado con el valor de 6.4 que se obtuvo como frontera entre ambos grupos, pone de manifiesto que al aumentar en veinte el número de piezas sigillatas, las funciones discriminantes apenas se ven afectadas. Estas nuevas funciones proporcionan un 100% de clasificaciones correctas para las sigillatas norteafricanas y un 93.8% para las altoimperiales.

La nueva variable canónica es:

$$-0.468 \times \%CaO + 3.083$$

y el histograma correspondiente se presenta en la figura 5.18 donde se observa una excelente separación entre los dos grupos comparados.

El segundo objetivo fijado en el estudio de las terras sigillatas, era tratar de diferenciar entre los subgrupos de cerámicas altoimperiales a través de su composición química. En la figura 5.19 se presenta el dendograma resultante de la aplicación de análisis cluster (programa BMDP2M) al grupo de terras sigillatas altoimperiales. En él se aprecia un grupo muy homogéneo formado por los fragmentos itálicos, mientras que las cerámicas sudgálicas y las hispánicas no aparecen diferenciadas. Esto sugiere que, realmente, las

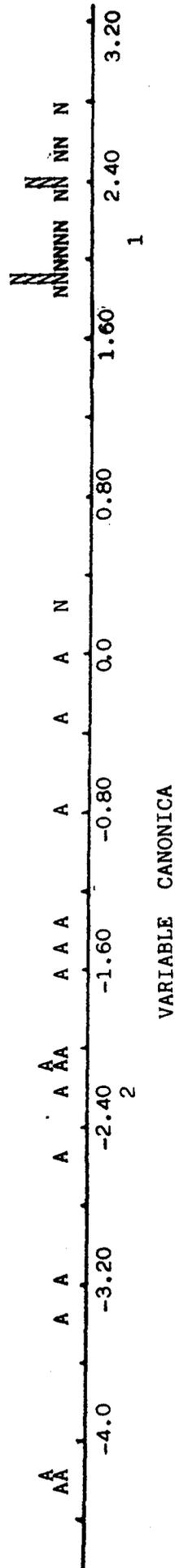


Figura 5.18. Histograma resultante de la aplicación de análisis canónico a las 33 cerámicas del tipo terra sigillata. Sobre el eje se representan los valores obtenidos al evaluar la variable canónica en cada muestra (N para las muestras norteafricanas y A para las altoimperiales) así como en el individuo medio de cada grupo (1 para el grupo norteafricano y 2 para el altoimperial).

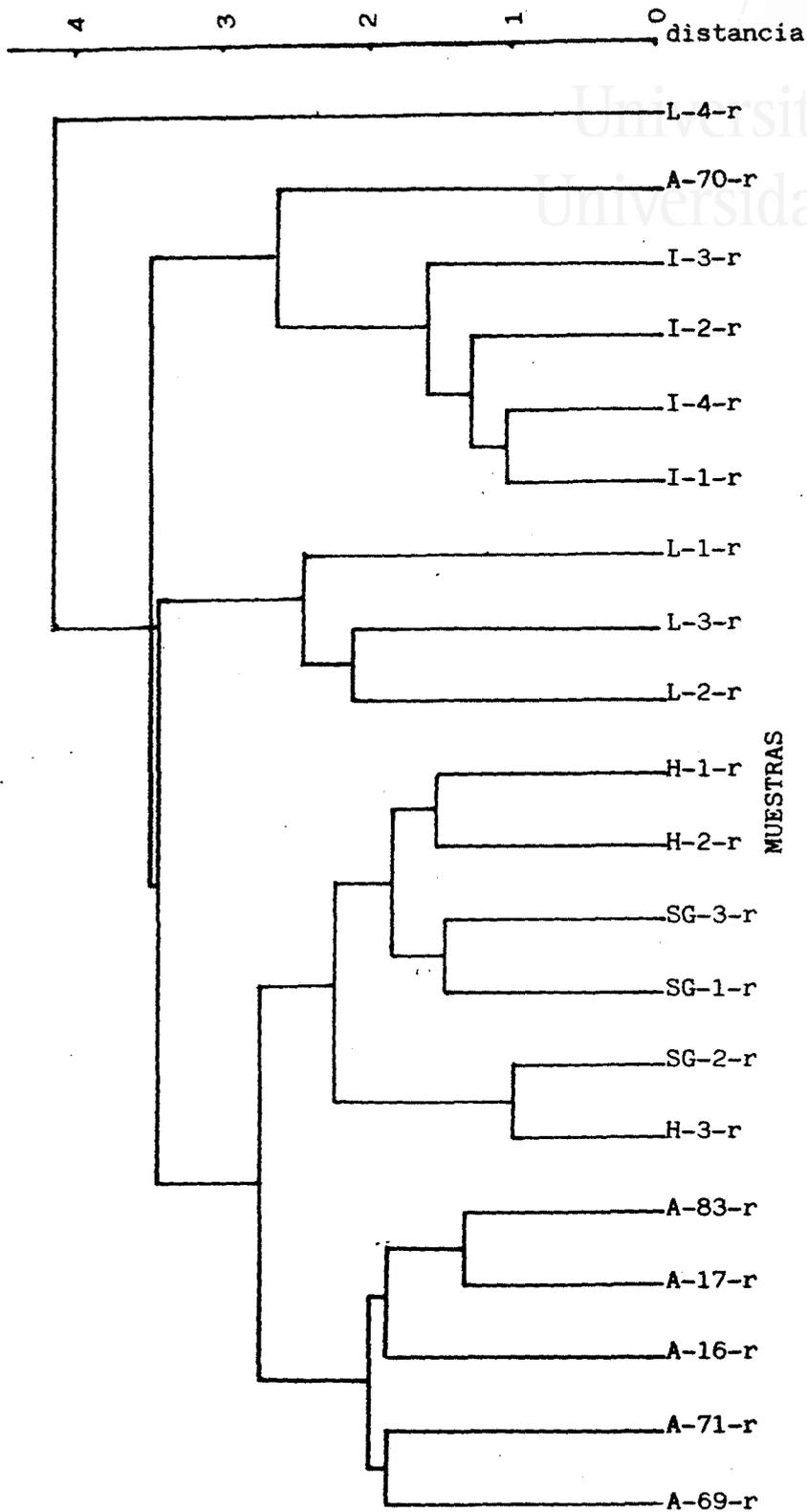


Figura 5.19. Dendrograma resultante de la aplicación de análisis cluster al conjunto de 20 cerámicas de los tipos terra sigillata altoimperial y lucente.

terras sigillatas itálicas forman un grupo homogéneo químicamente, no ocurriendo así con los otros dos grupos.

Las funciones discriminantes obtenidas para estos tres grupos se presentan en la tabla 5.23.

Tabla 5.23. Funciones discriminantes para grupos de cerámicas del tipo terra sigillata altoimperial.

GRUPO	FUNCION DISCRIMINANTE
SIGILLATA ITALICA	$1634,885 \times \%MnO - 106,549$
SIGILLATA SUDGALICA	$750,906 \times \%MnO - 23,344$
SIGILLATA HISPANICA	$615,933 \times \%MnO - 16,066$

y vienen a confirmar los resultados del análisis cluster, ya que los coeficientes para la variable seleccionada (%MnO) y las constantes para los grupos sudgálico e hispánico son del mismo orden, y muy diferentes de los correspondientes al grupo itálico.

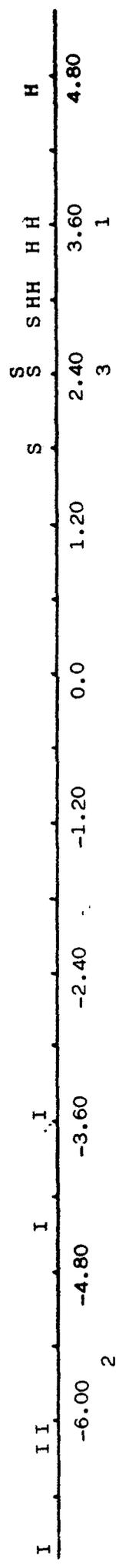


Figura 5.20. Histograma resultante de la aplicación de análisis canónico a las cerámicas del tipo terra sigillata altoimperial. Sobre el eje se representan los valores obtenidos al evaluar la variable canónica en cada muestra (H para las muestras hispánicas, I para las itálicas y S para las sudgálicas) así como en el individuo medio de cada grupo (1 para el grupo hispánico, 2 para el itálico y 3 para el sudgálico).



Los porcentajes de clasificaciones correctas son del 100% para hispánicas e itálicas y del 80.0% para las sudgálicas.

La variable canónica obtenida es:

$$-112.577 \times \%MnO + 9.046$$

y el histograma correspondiente se presenta en la figura 5.20. En él se aprecia una excelente separación entre los fragmentos itálicos y el resto de las muestras altoimperiales, y algo peor entre las cerámicas hispánicas y las sudgálicas.

Todo lo anterior pone de manifiesto que es posible diferenciar químicamente entre terras sigillatas norteafricanas y altoimperiales y, dentro de estas últimas, las itálicas de las sudgálicas e hispánicas. Las terras sigillatas sudgálicas e hispánicas también podrían diferenciarse a partir de su composición química, mediante análisis discriminante, si bien las funciones discriminantes obtenidas proporcionan un mayor margen de error.

Por último se han obtenido las funciones discriminantes que permiten diferenciar entre las muestras norteafricanas, hispánicas, itálicas y sudgálicas. Los coeficientes y constantes para tales funciones se presentan en la tabla 5.24, así como el porcentaje de clasificación correcta para cada grupo. Como era de esperar, las variables seleccionadas son el %CaO, que diferencia norteafricanas de altoimperiales y el %MnO, que diferencia entre itálicas y sudgálicas e hispánicas.

Tabla 5.24. Funciones discriminantes para las cerámicas tipo terra sigillata.

GRUPOS	FUNCIONES DISCRIMINANTES	%Clasific. correcta
Norte-africanas	$245,284\%MnO+0,059\%CaO-3,598$	94,1
Itálicas	$1928,417\%MnO-0,700\%CaO-121,665$	100,0
Sudgálicas	$665,054\%MnO+1,714\%CaO-31,347$	75,0
Hispánicas	$547,939\%MnO+1,383\%CaO-21,443$	100,0

Las variables canónicas son:

1ª VARIABLE CANONICA	$-123,767x\%MnO+0,039x\%CaO+5,441$
2ª VARIABLE CANONICA	$51,695x\%MnO-0,554x\%CaO+1,039$

y la representación gráfica correspondiente se muestra en la figura 5.21, donde se confirma todo lo dicho con anterioridad.

Se han analizado cuatro fragmentos cerámicos, también procedentes del mismo yacimiento de Santa Pola, que son clasificadas como terras sigillatas del tipo lucente. Como se indicó al comienzo del

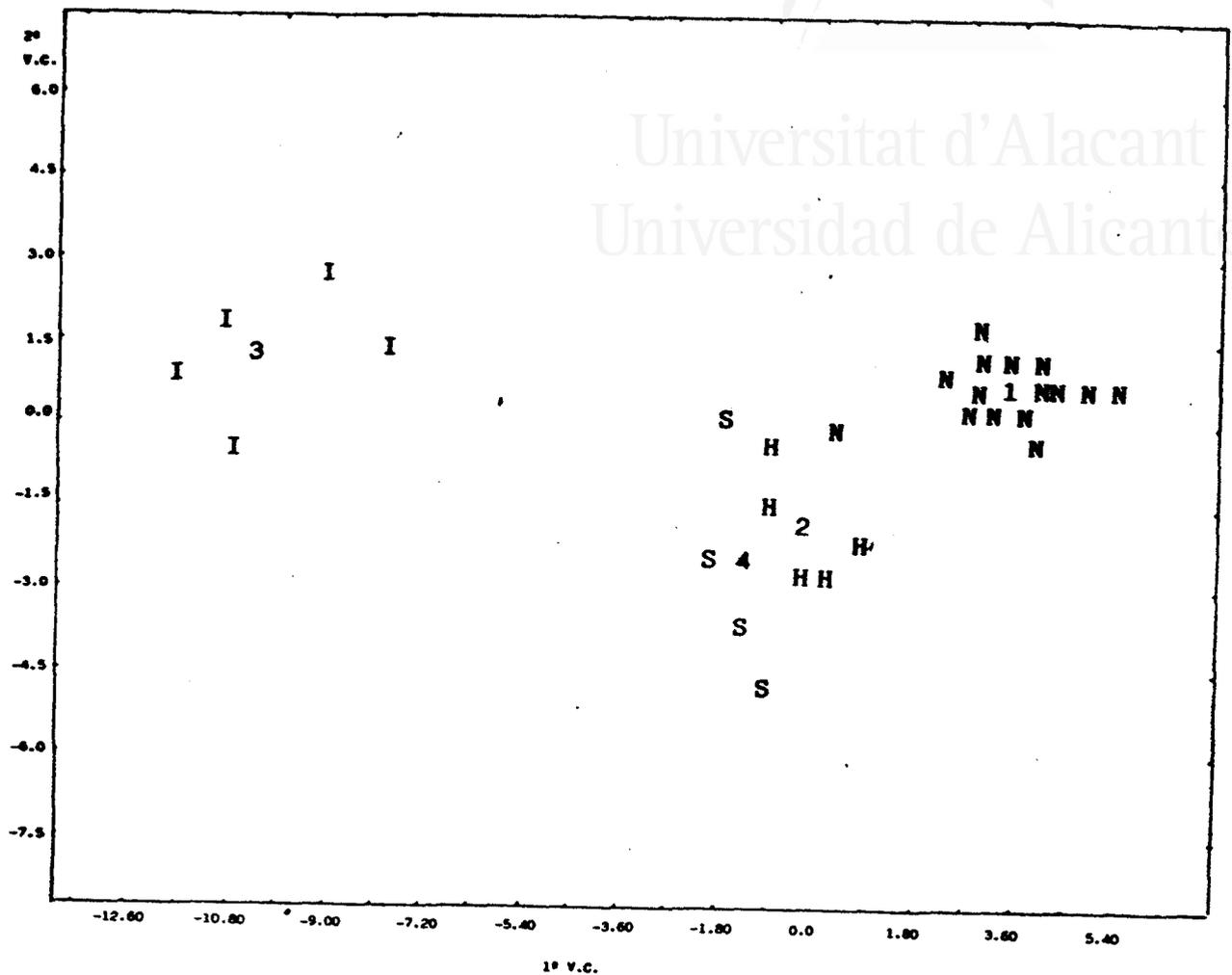


Figura 5.21. Análisis canónico aplicado a las cerámicas sigillatas de Alicante y Santa Pola; primera variable canónica frente a segunda variable canónica. El punto correspondiente a cada muestra se representa por la inicial del grupo al que pertenece (N para norteafricanas, H para hispanicas, I para itálicas y S para sudgálicas) y el punto resultante al evaluar las variables canónicas en los individuos medios de cada grupo se representa por un número (1:norteafricano, 2:hispanico, 3:itálico y 4:sudgálico).

apartado 5.2.4 de la presente memoria, estas cerámicas son contemporáneas a las terras sigillatas norteafricanas, aunque se piensa que su procedencia puede ser sudgálica. Los cuatro fragmentos estudiados (L-1-r a L-4-r) han sido descritos en la sección 4.1.1 del apartado materiales y métodos.

En los dendogramas presentados en las figuras 5.17 y 5.19, correspondientes a los conjuntos de terras sigillatas (norteafricanas y altoimperiales) y terras sigillatas altoimperiales, respectivamente, se encuentran incluidas estas cuatro muestras de tipo lucente. Se observa que, en ambas figuras, un fragmento (L-4-r) aparece separado del resto de las cerámicas sigillatas, mientras que los tres restantes forman un cluster que se une con el cluster formado por las terras sigillatas sudgálicas e hispánicas a nivel 2.5 en la figura 5.17, y a nivel 3.5 en la figura 5.19, y con el cluster formado por las terras sigillatas norteafricanas a nivel 2.8 (Figura 5.17). Desde el punto de vista del análisis cluster, no puede establecerse claramente cual de los dos grupos, norteafricano o sigillatas sudgálicas e hispánicas, presenta una composición química más similar a la de las cerámicas tipo lucente.

Con el fin de arrojar alguna luz sobre la procedencia de estos fragmentos, se han aplicado las funciones discriminantes obtenidas para el grupo de 33 terras sigillatas (tabla 5.24) sobre los datos analíticos (%MnO y %CaO) de las cuatro cerámicas tipo lucente, encontrando los valores que se muestran en la tabla 5.25.



Tabla 5.25. Resultados de la aplicación de las funciones discriminantes correspondientes a las terras sigillatas a los datos analíticos de las muestras del tipo lucente.

MUESTRA		L-1-r	L-2-r	L-3-r	L-4-r
%MnO		0,033	0,025	0,037	0,039
%CaO		2,25	2,60	2,07	17,1
Valor	N	4,63	2,69	5,60	6,98
de las	I	-59,6	-75,3	-51,8	-58,5
funciones	S	-5,54	-10,3	-3,19	23,9
discrim.	H	-0,25	-4,15	1,69	23,6
Asignación		N	N	N	H6S

Puede observarse que, atendiendo al contenido en MnO y en CaO, tres de los cuatro fragmentos estudiados se incluyen en el grupo norteafricano (L-1-r, L-2-r y L-3-r), mientras que la cerámica restante (L-4-r) presenta valores muy próximos para las funciones discriminantes sudgálica e hispánica, aunque mayor para la primera. Este último fragmento sería asignado al grupo de terras sigillatas sudgálicas, si bien queda algo incierta su asignación.

Los métodos multivariantes aplicados no han servido para asignar a las cerámicas tipo lucente una procedencia norteafricana o sudgálica. Si bien

el análisis discriminante parece indicar una composición química semejante a las sigillatas norteafricanas, el hecho de que se presente una excepción debida a la muestra asignada al grupo sudgálico, así como los dendogramas presentados en las figuras 5.17 y 5.19 ofrecen argumentos a favor de la procedencia sudgálica para estas cerámicas.

5.2.5. Estudio comparativo con los resultados analíticos encontrados por otros autores para las cerámicas arqueológicas de otras procedencias

El análisis estadístico realizado en las secciones anteriores 5.2.1, 5.2.2, 5.2.3 y 5.2.4 ha sido aplicado a los datos de composición química realizados en nuestro laboratorio sobre 92 fragmentos de cerámicas arqueológicas de Alicante, 2 de Málaga y 1 de Albacete. En este apartado se pretende estudiar con los mismos métodos de análisis multivariante, los datos de composición química de cerámicas arqueológicas encontrados en la bibliografía. Antes de iniciar este estudio parece conveniente hacer varias observaciones sobre las dificultades y limitaciones que se presentan al realizar un análisis comparativo con los resultados obtenidos por otros autores.

Una primera observación hace referencia a que si bien la bibliografía encontrada sobre este tema no es escasa, si lo es cuando se impone la restricción de que el material presentado por los diferentes autores sea homogéneo arqueológicamente, con el estudiado en el presente

trabajo. En particular, no son abundantes los trabajos que presenten datos analíticos de cerámicas del tipo terra sigillata. Además, en algunos casos la información es incompleta; en ocasiones se dan composiciones medias de un conjunto de fragmentos cerámicos, pero no las correspondientes a las piezas individuales, no pudiéndose aplicar en este caso ni el análisis de componentes principales ni el análisis cluster. Otras veces, los elementos químicos analizados por los distintos autores no son los mismos que los determinados en nuestro trabajo, lo que impide en ocasiones utilizar las funciones discriminantes obtenidas para los fragmentos cerámicos de Alicante.

Una segunda observación de carácter general hace referencia al necesario valor limitado que se debe dar a las conclusiones que se obtengan en este estudio comparativo, debido fundamentalmente a la incertidumbre inherente a estos dos datos: la clasificación arqueológica correcta de la pieza cerámica y la exactitud y precisión de los análisis químicos. Muchos de los datos que se encuentran en la bibliografía han sido obtenidos mediante técnicas distintas a la espectrofotometría de absorción atómica, e incluso los laboratorios que aplican esta última, utilizan metodologías diferentes, contribuyendo todo ello a la dificultad en la comparación de los datos analíticos.

Dado que los grupos que se ha encontrado que presentan una mayor correlación entre la clasificación arqueológica y la composición química son los formados por las muestras griegas

y por las muestras sigillatas (y sus diferentes subgrupos), para este estudio comparativo, se van a seleccionar sólo aquellos trabajos en los que se estudian cerámicas sigillatas, así como aquellos que analizan cerámicas griegas que sean homogéneas arqueológicamente, con los fragmentos analizados en el presente trabajo.

Hatcher y col. (1980) presentan los análisis químicos (espectrofotometría de absorción atómica) de una serie de cerámicas finas, romanas y helenísticas, procedentes de Libia. Definen un grupo formado por 55 cerámicas helenísticas de barniz negro que, arqueológicamente, pertenecen al mismo grupo que las cerámicas griegas de barniz negro estudiadas en el presente trabajo.

Se han aplicado las cuatro funciones discriminantes obtenidas para los grupos de cerámicas de la Edad del Bronce, ibéricas, griegas y romanas de Alicante (tabla 5.14) a los datos analíticos obtenidos por Hatcher y col. (1980) para las cerámicas helenísticas esmaltadas en negro. Dado que el $\%K_2O$ no está incluido entre los resultados presentados por los autores, y sí en las funciones discriminantes mencionadas, sólo se consideran los $\%MnO$, $\%CaO$ y $\%MgO$. En la tabla 5.26 se muestran los datos presentados por los autores, así como la asignación de las muestras, en función del valor obtenido para las funciones discriminantes.

Tabla 5.26 Asignación de las cerámicas helenísticas estudiadas por Hatcher y col. (1980) a los grupos Bronce, ibérico, griego y romano, a partir de las funciones discriminantes obtenidas para las cerámicas de Alicante.

MUESTRA	%MnO	%CaO	%MgO	Asignac
1/2	0,136	6,16	4,00	griega
1/5	0,097	4,06	4,15	griega
1/6	0,112	6,72	4,21	griega
1/7	0,094	5,60	4,87	griega
1/12	0,094	5,18	3,88	griega
1/13	0,087	5,74	4,21	griega
1/14	0,099	4,63	4,15	griega
1/18	0,124	8,95	3,81	griega
1/22	0,097	7,60	4,15	griega
1/9	0,138	4,34	2,79	griega
1/10	0,133	7,83	1,69	griega
1/11	0,120	7,00	2,52	griega
1/15	0,151	7,00	2,92	griega
1/16	0,129	7,55	3,25	griega
1/17	0,097	3,22	3,55	griega
1/19	0,151	7,83	3,08	griega
1/21	0,094	11,47	2,69	griega
1/1	0,078	10,91	2,06	griega
1/4	0,093	9,65	2,25	griega
1/20	0,097	10,49	6,30	griega
3/1	0,085	15,39	3,48	griega
3/4	0,085	4,19	3,12	griega
3/10	0,087	13,71	3,42	griega
3/12	0,085	10,63	2,45	griega
3/13	0,072	13,15	2,55	griega



MUESTRA	%MnO	%CaO	%MgO	Asignac.
3/16	0.076	12.87	3.08	grlega
3/17	0.065	11.75	1.96	grlega
3/19	0.072	11.75	2.78	grlega
3/9	0.087	12.03	3.02	grlega
3/11	0.092	15.67	3.02	grlega
3/14	0.085	12.31	2.52	grlega
3/15	0.083	13.15	2.32	grlega
3/18	0.078	10.07	2.45	grlega
3/6	0.078	14.27	6.73	grlega
3/7	0.075	15.39	6.86	grlega
3/2	0.099	9.23	4.81	grlega
3/3	0.080	16.51	2.82	grlega
10/1	0.075	15.11	2.95	grlega
10/2	0.092	13.15	3.55	grlega
10.4	0.080	14.27	3.15	grlega
10/5	0.080	15.11	3.48	grlega
10/6	0.076	10.63	3.88	grlega
10/7	0.074	11.75	2.39	grlega
10/8	0.078	15.67	3.15	grlega
10/9	0.085	14.27	3.28	grlega
10/10	0.087	12.17	3.65	grlega
10/11	0.090	11.75	2.98	grlega
10/13	0.087	12.31	2.55	grlega
10/15	0.094	13.99	3.15	grlega
10/17	0.080	14.27	3.48	grlega
10/19	0.081	15.95	2.88	grlega
10/20	0.075	8.67	2.59	grlega

Tabla 5.26, continuación.

Tabla 5.26. Continuación.

MUESTRA	%MnO	%CaO	%MgO	Asignac.
10/12	0,074	12,59	1,79	griega
10/14	0,081	11,19	2,22	griega
10/18	0,093	10,91	5,70	griega

Como puede verse en la tabla 5.26, las 55 cerámicas helenísticas de barniz negro estudiadas por Hatcher y col. (1980), procedentes de Libia, son asignadas, correctamente, al grupo griego, en base a su composición química.

Maggetti y col. (1977) presentan los análisis medios (fluorescencia de rayos X) para dos series de 41 y 47 terras sigillatas, procedentes de La Péniche (Suiza), que diferencian en función de la calidad de las piezas como "terra sigillata de buena calidad" y "terra sigillata de peor calidad" o "cerámica suiza". Estos datos se encuentran recogidos en la tabla 5.27.

Tabla 5.27. Composición media, para MnO y CaO de la terra sigillata de La Péniche, presentados por Maggetti y col. (1977).

	T.S. "buena calidad"	Cerámica Suiza
n° muestras	41	47
%MnO(medio) s	0,087 0,003	0,091 0,006
%CaO(medio) s	12,45 1,013	13,96 1,957

En la tabla 5.28 se presenta la asignación de los dos grupos de terra sigillata estudiados por Maggetti y col (1977) a los cuatro grupos de sigillatas estudiados en el presente trabajo, por aplicación de las funciones discriminantes obtenidas para las cerámicas de Alicante (tabla 5.24). A pesar de que las piezas estudiadas por Maggetti y col. son de una producción muy localizada, y no tendrían por que parecerse a ninguno de los grupos de sigillatas aquí estudiados, los resultados obtenidos por la aplicación de las funciones discriminantes muestran que las cerámicas analizadas por estos autores son altoimperiales, como en efecto, son clasificadas desde el punto de vista arqueológico. También se aprecia que la "terra sigillata de

buena calidad" y la "cerámica suiza" no se incluyen, como era de esperar dada su procedencia, entre las piezas itálicas, pareciéndose más a los fragmentos sudgálicos e hispánicos estudiados en el presente trabajo.

Tabla 5.28. Asignación de la terra sigillata de La Péniche estudiada por Maggetti y col. (1977) a los grupos de sigillatas, a partir de las funciones discriminantes obtenidas para las cerámicas de Alicante.

GRUPO		T.S. "buena calidad"	Cerámica suiza
Valor de las funciones discrim.	N	18.5	19.5
	I	37.4	44.0
	S	47.9	53.1
	H	43.4	47.7
Asignación		Sudgálica	Sudgálica

Jornet (1980) estudia ocho terras sigillatas procedentes de Suiza, analizándolas por espectrofotometría de absorción atómica, para las que, arqueológicamente, cabe hacer las mismas consideraciones que para las piezas estudiadas por Maggetti y col. (1977), es decir, se trata de piezas altoimperiales, pero de producción

localizada y que, difícilmente, podemos clasificar como hispánicas, itálicas o sudgálicas.

En la tabla 5.29 se presentan los datos encontrados por Jornet para los %MnO y %CaO para las ocho muestras de terra sigillata por él estudiadas.

Tabla 5.29. Valores encontrados por Jornet (1980) para %MnO y %CaO de ocho terras sigillatas suizas.

MUESTRA	%MnO	%CaO
A-74	0,11	6,43
A-75	0,08	11,0
A-76	0,08	8,12
A-77	0,05	6,42
A-78	0,07	3,35
A-79	0,10	8,86
A-80	0,08	8,25
A-81	0,12	7,56

En la tabla 5.30 se presenta la asignación de cada muestra, proporcionada por el valor más alto obtenido al sustituir los resultados analíticos en las funciones discriminantes correspondientes a las terras sigillatas estudiadas en el presente trabajo (que se recogen en la tabla 5.24). Como puede verse, todas las muestras son asignadas al grupo altoimperial, de acuerdo con su calificación

arqueológica. Cabe destacar el caso de la muestra A-78, para la que su bajo contenido en CaO parece indicar un origen norteafricano y que, sin embargo, y de acuerdo con su clasificación arqueológica, es clasificada como altoimperial, sin duda debido a su elevado contenido en MnO.

Tabla 5.30. Asignación de las terras sigillatas estudiadas por Jornet (1980) a los grupos de sigillatas a partir de las funciones discriminantes obtenidas para las cerámicas de Alicante.

MUESTRA	ASIGNACION
A-74	itálica
A-75	sudgálica
A-76	sudgálica
A-77	hispanica
A-78	hispanica
A-79	itálica
A-80	sudgálica
A-81	itálica

Rincón (1985) analiza (método semicuantitativo APP de Colby) 50 terras sigillatas sudgálicas procedentes de excavaciones realizadas en La Graufesenque (Francia), Cástulo (Linares), Talleres Riojanos (Logroño) y diversas localidades de la península Ibérica. El autor presenta los resultados analíticos para sólo 12 fragmentos.

Tabla 5.31. Valores encontrados por Rincón (1985) para el %CaO en 12 terras sigillatas de diversas procedencias y asignación de las muestras a los grupos de sigillatas norteafricanas y altoimperiales, a partir de las funciones discriminantes obtenidas para las cerámicas de Alicante.

MUESTRA	%CaO	Valor de las funciones discriminantes		Asignac.
		N.	A.	
Cartuja	16,0	6,19	25,0	A
Gerena	12,9	4,76	17,3	A
Grauf4	11,0	3,89	12,6	A
SIV/20	8,1	2,55	5,35	A
SIV/103	11,9	4,30	14,8	A
El Endrinal	2,4	-0,07	-8,84	N
SI/12	2,1	-0,21	-9,59	N
Andujar	13,9	5,22	19,8	A
TR-73/2	16,5	6,42	26,3	A
Dos Herman.	12,1	4,39	15,3	A
Pamplona	12,9	4,76	17,3	A
Mérida	13,9	5,22	19,8	A

Dado que entre los porcentajes de óxidos analizados no figura el $\%MnO$, no se pueden aplicar las funciones discriminantes obtenidas para las terras sigillatas de Alicante, que permiten diferenciar entre norteafricanas, itálicas, sudgálicas e hispánicas, dado que éstas incluyen los $\%MnO$ y $\%CaO$ como variables. Se han aplicado las funciones discriminantes obtenidas para los grupos de sigillatas norteafricanas y altoimperiales de Alicante, que se presentaron en la tabla 5.22.

En la tabla 5.31 se presentan los $\%CaO$, así como los valores correspondientes para las funciones discriminantes y la asignación de cada muestra. Como puede verse, todos los fragmentos son asignados, correctamente, al grupo altoimperial, salvo dos, "El Endrinal" y SI/12, que el mismo autor, en base a otras consideraciones las califica como "erráticas", con procedencias, técnicas de preparación o materias primas diferentes entre sí.

A la vista de todo lo anterior puede concluirse que las funciones discriminantes obtenidas para los grupos de cerámicas arqueológicas de Alicante proporcionan excelentes resultados cuando se utilizan para la asignación de otros fragmentos cerámicos, de diversas procedencias y estudiados por diferentes autores, a grupos composicionales que son homogéneos con la clasificación arqueológica de las muestras en ellos contenidos.

5.2.6. Interrelación cerámicas arqueológicas locales y arcillas de la provincia de Alicante

Uno de los objetivos que se pretende alcanzar con la determinación de propiedades físico-químicas de las cerámicas arqueológicas es identificar la naturaleza de los materiales que han servido para su fabricación, y de este modo delimitar la procedencia de la pieza arqueológica. Con este fin, es deseable disponer de un catálogo de materias primas arcillosas procedentes de yacimientos próximos a la zona donde se encontraron las piezas cerámicas. Así se podría utilizar un nuevo criterio para comprobar el carácter local o importado de la cerámica.

En este sentido, en el presente trabajo se han analizado 38 muestras de arcillas triásicas de la Cordillera Bética, que junto con los datos contenidos en un estudio realizado con anterioridad (Mas, 1981) en la División de Ingeniería Química de esta Universidad sobre 29 arcillas de interés cerámico de la provincia de Alicante, han permitido formar una base de datos analíticos de 67 arcillas.

El procedimiento seguido para encontrar relaciones entre cerámicas arqueológicas locales y las arcillas, también locales, ha sido el siguiente:

1º) Se ha analizado una serie de cerámicas modernas procedentes de un centro alfarero de la

provincia de Alicante (Agost), así como las arcillas utilizadas como materia prima. El objetivo al realizar estos análisis fue el de determinar el tipo de relación existente entre la composición química de una cerámica y la de la arcilla a partir de la cual ha sido obtenida. Tal comparación se ha realizado mediante la aplicación de análisis de componentes principales y análisis cluster.

2º) Una vez comprobado que el análisis estadístico multivariante muestra que una cerámica y su materia prima se encuentran en un mismo cluster, se han comparado las cerámicas arqueológicas estudiadas en este trabajo con las arcillas de la provincia de Alicante, con el fin de buscar las posibles relaciones entre ellas.

De acuerdo con el procedimiento expuesto en lo que antecede, en la figura 5.22 se presenta el dendograma resultante de la aplicación de análisis cluster a los resultados de los análisis químicos de las 92 cerámicas arqueológicas de Alicante, las 2 de Málaga y la de Albacete (que se presentaron en la tabla 5.1), junto con los correspondientes a las 16 muestras de Agost (los datos analíticos para estas muestras se encuentran recogidos en la tabla 5.3). Estas últimas fueron descritas en la sección 4.1.2 de esta memoria (Muestras de arcillas y de cerámicas modernas de Agost), y corresponden a cinco centros alfareros, diferenciándose entre tres tipos de muestras: arcillas, cerámicas y "pastas" o arcillas húmedas y listas para modelar. Se analizan cerámicas que han sido obtenidas directamente a partir de la arcilla lavada, sin aditivos, así como otras en

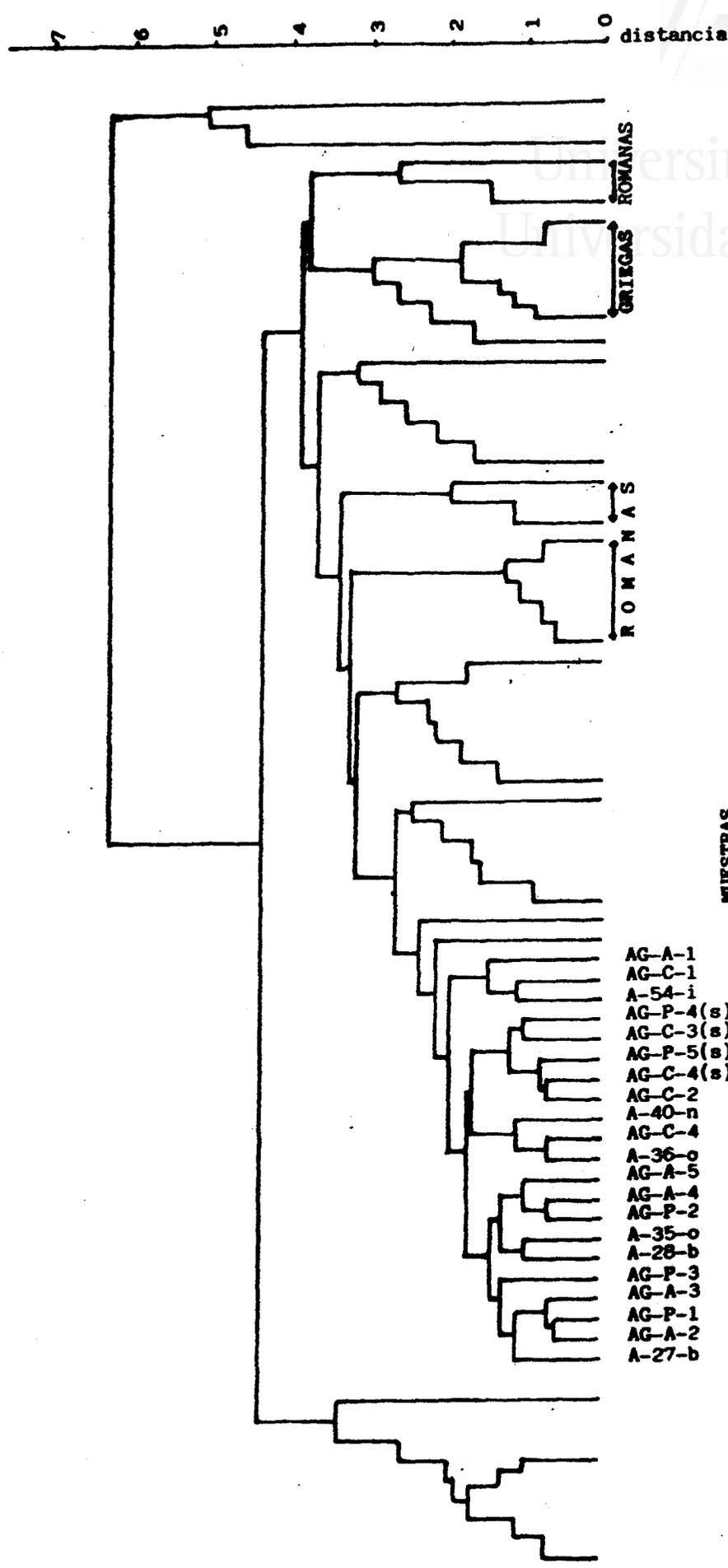


Figura 5.22. Dendrograma resultante de la aplicación de análisis cluster a las 92 cerámicas arqueológicas de Alicante, las dos de Málaga y la de Albacete y a las cerámicas modernas, arcillas y pastas de Agost.

que se ha añadido NaCl a la arcilla de partida. En la tabla 5.32 se recoge, a título de recordatorio, la nomenclatura con que se identifica a estas 16 muestras.

Tabla 5.32. Relación de las cerámicas modernas, arcillas y pastas de Agost analizadas.

CENTRO	ARCILLA	CERAMICA	PASTA
1	AG-A-1	AG-C-1	-
2	AG-A-2	AG-C-2	AG-P-2
3	AG-A-3	AG-C-3(s)	AG-P-3(s)
4	AG-A-4	AG-C-4	AG-P-4
		AG-C-4(s)	AG-P-4(s)
5	AG-A-5	AG-C-5(s)	AG-P-5(s)

Debido al elevado número de muestras sometidas a análisis cluster (121 muestras entre cerámicas arqueológicas y muestras de Agost), que hace que el dendograma obtenido sea muy "ancho", y dado que el objetivo primero es el estudio de la relación existente entre la composición química de una cerámica y la de su materia prima, en la figura 5.22 sólo se ha dibujado el perfil de los clusters que contienen exclusivamente cerámicas arqueológicas, detallándose el cluster correspondiente a las muestras de Agost. Cabe destacar que el aspecto del dendograma es, en lo que concierne a las cerámicas arqueológicas, y salvo algunas excepciones, prácticamente idéntico

al presentado en la figura 5.3 correspondiente a las 95 cerámicas arqueológicas.

A la vista de la figura 5.22, se puede concluir que:

i) Se forma un cluster a nivel 2.0 que contiene las cinco arcillas de Agost, las cinco muestras de pasta, y cinco de las seis cerámicas modernas. En la figura 5.23 se muestra la representación gráfica de las dos primeras componentes principales para el mismo conjunto de muestras (cerámicas arqueológicas y muestras de Agost). Para no dificultar la visión de la distribución de las muestras de Agost, sólo se han representado los puntos correspondientes a estas últimas. También se han representado algunas cerámicas arqueológicas que se encuentran próximas a ellas en esta proyección en el plano, así como algunos de los grupos de cerámicas arqueológicas. Puede verse que éstos aparecen, aproximadamente, en la misma zona en que se encontraban cuando el mismo tratamiento se aplicó a las cerámicas arqueológicas (figura 5.1).

El hecho de que las 16 muestras de Agost se encuentren próximas en el espacio 8-dimensional definido por los ocho porcentajes de óxidos utilizados en el análisis estadístico, indicando composiciones químicas similares, a pesar de tratarse de arcillas, arcillas húmedas con o sin adición de NaCl y productos cocidos, evidencia la existencia de una fuerte relación de similitud entre la composición química de una cerámica y la de la arcilla utilizada como materia prima.

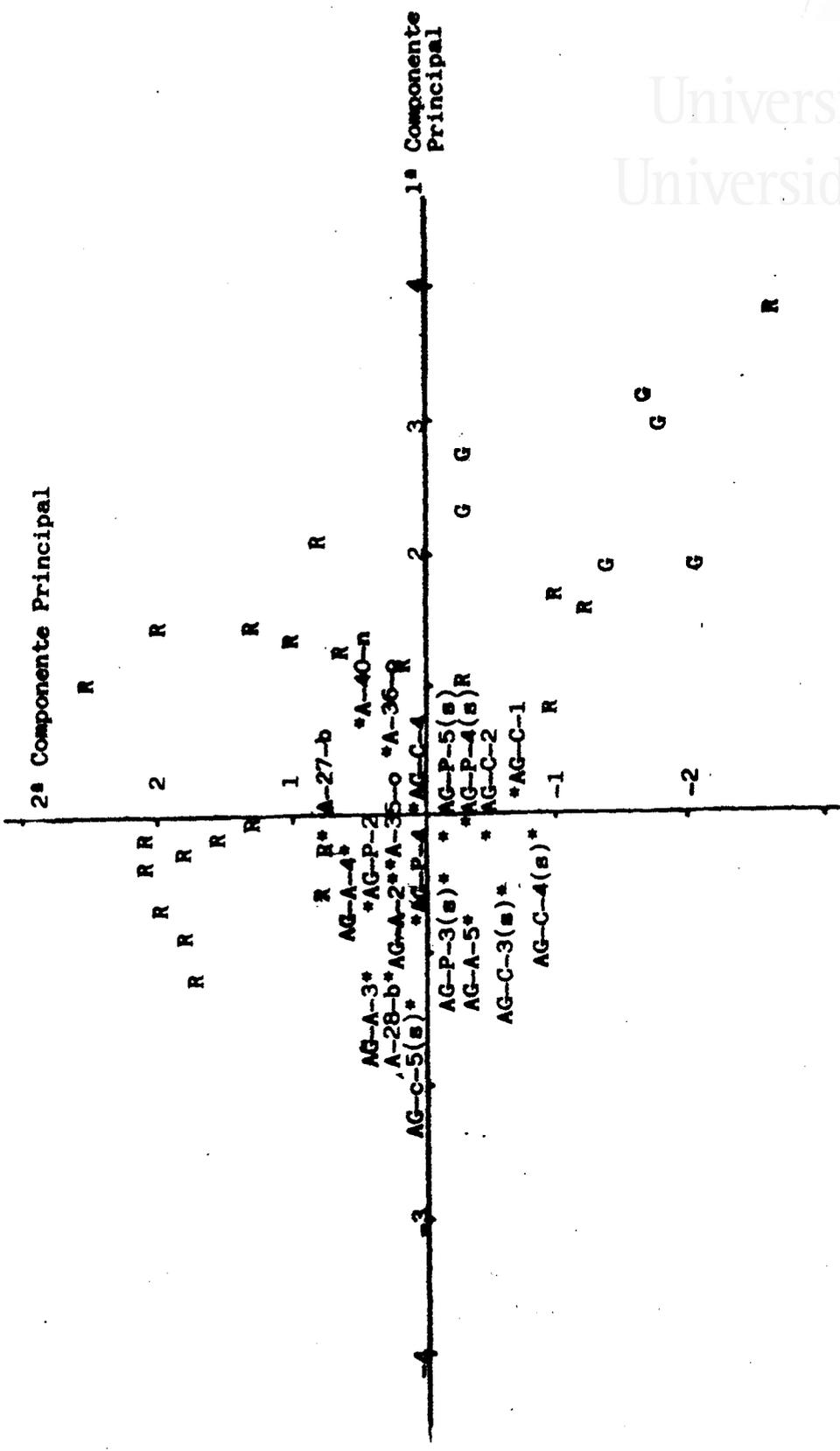


Figura 5.23 Análisis de componentes principales aplicado a las 92 cerámicas arqueológicas de Alicante, las dos de Málaga y la de Albacete y a las cerámicas modernas, arcillas y pastas de Agost: primera componente principal frente a segunda componente principal. La letra G identifica a las muestras griegas y la R a las romanas.



Por tanto, si al comparar la composición química de las cerámicas arqueológicas con los datos obtenidos para una serie de cerámicas, se encuentra que son similares, se podrá concluir que la cerámica fue obtenida a partir de una materia prima con composición similar a la de la arcilla en cuestión, lo que, en algunos casos, permitirá determinar cual fue el área de manufactura de algunas piezas cerámicas.

ii) Dentro del cluster descrito en el punto anterior se incluyen también seis fragmentos de cerámicas arqueológicas: se trata de tres piezas de la Edad del Bronce (A-27-b, A-28-b) procedentes de la Peña Negra (Crevillente), una ibérica (A-54-i) de la Illeta de Campello, un fragmento neolítico (A-40-n) procedente de la Cova de les Cendres (Teulada), y dos orientalizantes, procedentes también de la Peña Negra, uno local (A-35-o) y otro de importación (A-36-o). Como era de esperar, estos fragmentos también aparecen próximos a las muestras de Agost en el diagrama de componentes principales de la figura 5.23. Se puede afirmar que estos seis fragmentos fueron producidos con una materia prima de composición química similar a la de las arcillas utilizadas por los alfareros de Agost.

iii) Como se ha podido ver en las secciones anteriores del apartado 5.2, las cerámicas griegas y las romanas no proceden de factorías de la Península Ibérica. En la figura 5.22 se aprecia que los clusters que contienen estas piezas presentan composiciones químicas muy diferentes de las arcillas y piezas de Agost, evidenciando por

tanto un origen, en principio, no local. Esto mismo se ve confirmado en la figura 5.23.

Finalmente, se han comparado por el mismo procedimiento (análisis de componentes principales y análisis cluster) las 95 cerámicas arqueológicas con la serie de datos disponibles de 67 arcillas locales. Los resultados de los análisis químicos de las arcillas triásicas de la Cordillera Bética se presentaron en la tabla 5.4, y la nomenclatura utilizada para identificar a estas muestras, así como sus lugares de origen se encuentran en la sección 4.1.3 de la presente memoria. Recuérdese que estas muestras se identifican mediante la letra T-. En el apéndice 7.9 se recogen los datos químicos obtenidos por Mas (1981) para 29 arcillas de interés cerámico de la provincia de Alicante. Estas arcillas se identifican únicamente por un número de orden, sin anteponer o posponer ninguna sigla.

En las figuras 5.24, 5.25 y 5.26 se presenta el dendograma resultante de la aplicación de análisis cluster al conjunto de cerámicas arqueológicas y arcillas locales. Dado el elevado número de muestras que se estudian (95 cerámicas mas 67 arcillas), ha sido necesario presentar el dendograma dividido en tres figuras. En la tabla 5.33 se detallan las muestras contenidas en cada cluster, así como las distancias de amalgamación entre éstos. En el dendograma se observa la formación de quince clusters, que se encuentran numerados del 1 al 15 sobre las figuras 5.23, 5.24 y 5.25. De ellos, cinco contienen exclusivamente fragmentos cerámicos (5, 7, 11, 12 y 15), y tres contienen arcillas únicamente (10, 13, 14). El

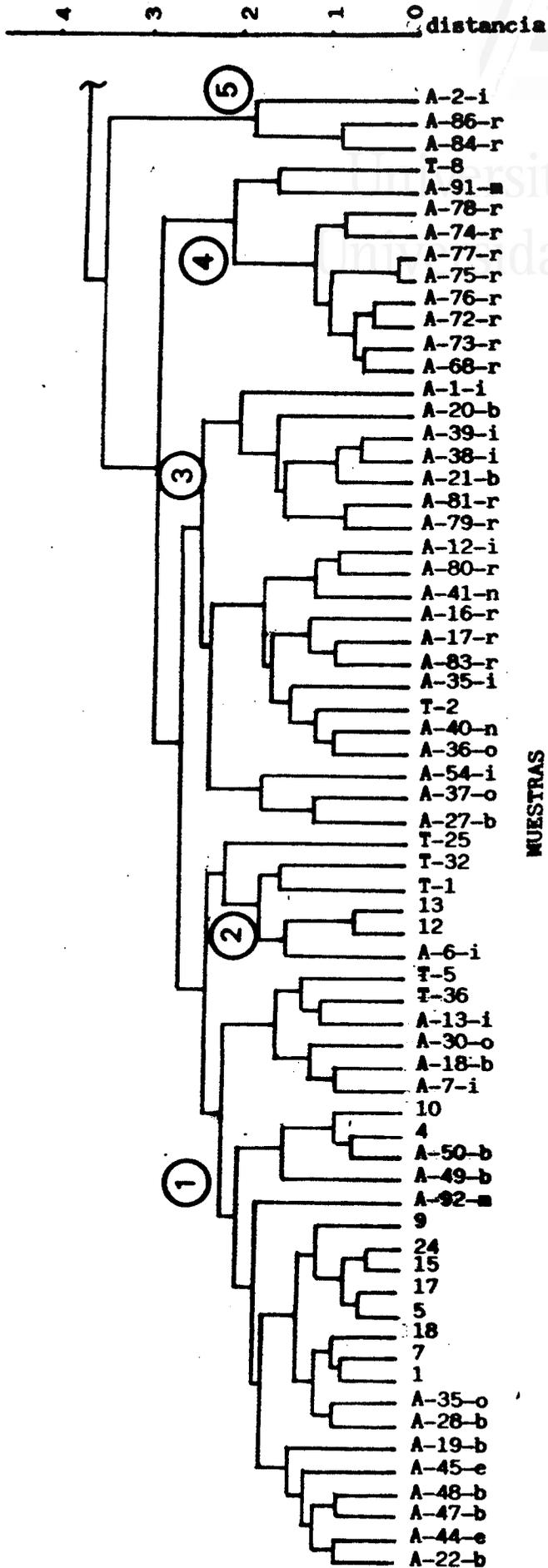


Figura 5.24. Dendrograma resultante de la aplicación de análisis cluster a las cerámicas arqueológicas y a las arcillas locales. Clusters 1 a 5. Continúa en las figuras 5.25 y 5.26.

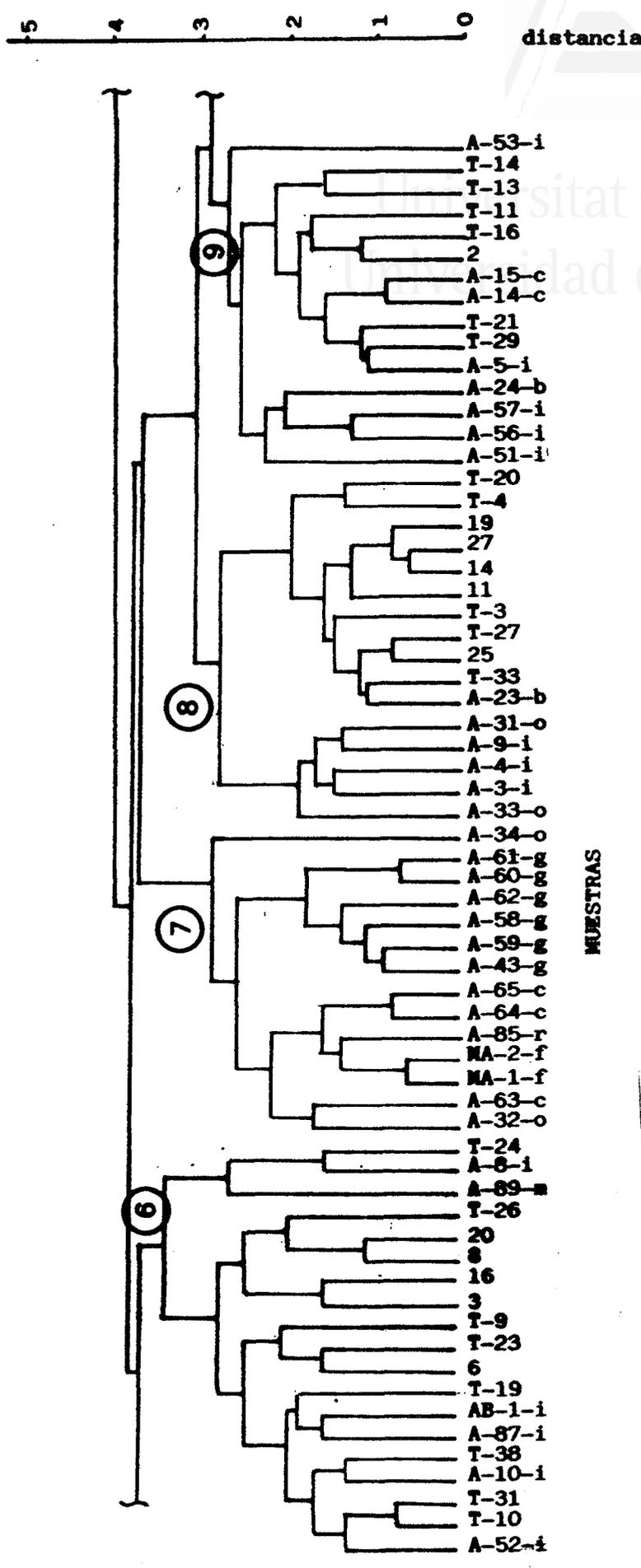


Figura 5.25. Dendrograma resultante de la aplicación de análisis cluster a las cerámicas arqueológicas y a las arcillas locales. Clusters 6 a 9. Viene de la figura 5.24 y continúa en la figura 5.26



Universitat d'Alacant
 Universidad de Alicante

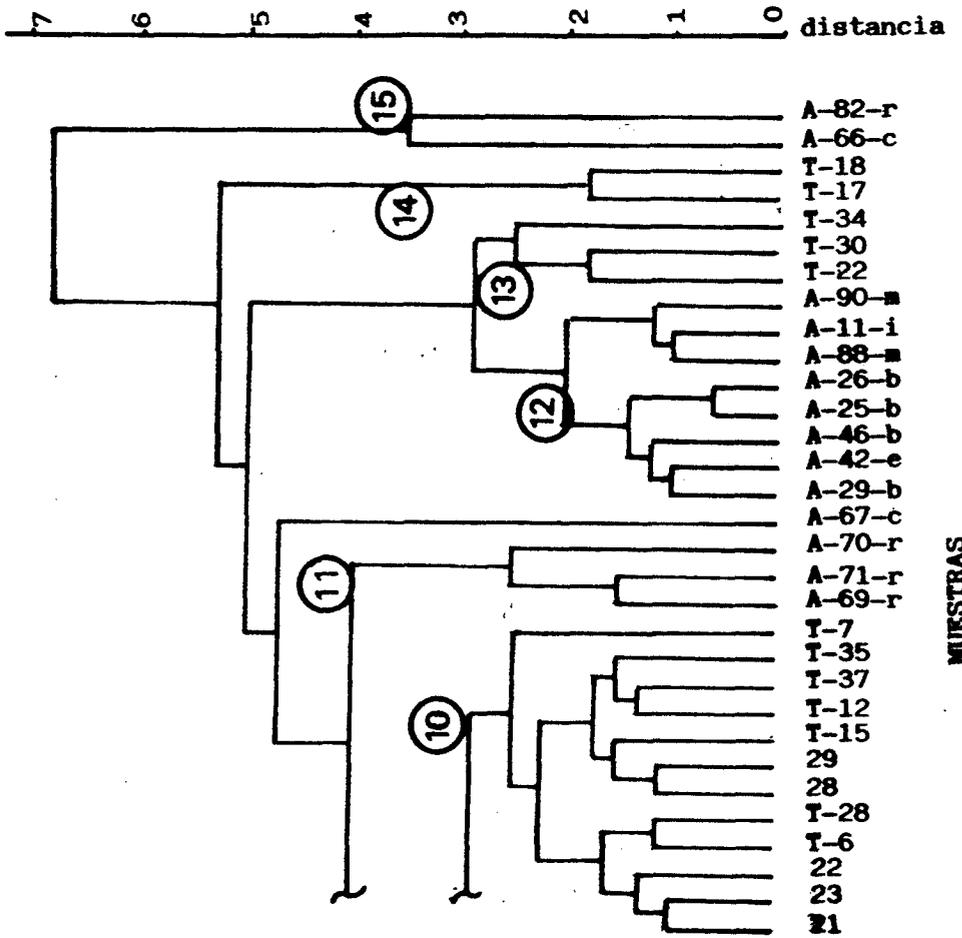


Figura 5.26. Dendrograma resultante de la aplicación de análisis cluster a las cerámicas arqueológicas y a las arcillas locales. Clusters 10 a 15. Viene de las figuras 5.24 y 5.25.

estudio detallado de algunos de estos clusters pone de manifiesto que:

1. El cluster 1 contiene ocho fragmentos de la Edad del Bronce,

A-18-b, A-19-b, A-22-b y A-28-b,
procedentes de Crevillente,

A-47-b y A-48-b, procedentes de Agres

A-49-b y A-50-b, procedentes de Campello

dos fragmentos ibéricos procedentes de San Fulgencio,

A-7-i y A-13-i

dos muestras eneolíticas procedentes de Onil,

A-44-e y A-45-e

dos piezas orientalizantes de Crevillente, una local y otra importada,

A-30-o (importada) y A-35-o (local)

y, finalmente, un fragmento medieval de Aspe,

A-99-m

Entre las muestras de arcillas incluidas en el cluster 1, las hay que proceden de Aspe, muy próximo geográficamente a Crevillente, de Onil, y una muestra de Alicante.

Las semejanzas en la composición química encontradas, y la proximidad geográfica de los yacimientos arcillosos y los arqueológicos, indican una producción local para las piezas de la Edad del Bronce de Crevillente, para la ibérica de Campello, para el fragmento local del periodo orientalizante, para la cerámica medieval de Aspe y para los dos fragmentos eneolíticos. El criterio químico asigna un origen local al fragmento A-30-o, que fue clasificado previamente como importado.

En un trabajo previo (Auernheimer y col., 1984) se puso de manifiesto, mediante la aplicación de técnicas multivariantes a los datos químicos de arcillas triásicas del sector oriental de la Cordillera Bética, la agrupación de las arcillas en función de su edad geológica. Por tanto, el hecho de que aparezcan cerámicas arqueológicas en un cluster junto a muestras de arcillas indica que estas piezas fueron obtenidas a partir de arcillas de la misma edad geológica que las incluidas en el cluster en cuestión. Esto no entra en contradicción con la inclusión en el cluster 1 de la muestra A-30-o, calificada como "de importación": dicho fragmento puede tener un origen foráneo y proceder de una arcilla que presente unos análisis similares a los de las muestras locales (lo que indicaría que sus edades geológicas son las mismas), o incluso podría replantearse la clasificación arqueológica de la pieza. De hecho, para la asignación del atributo de "importada" a las piezas orientalizantes, los arqueólogos se han servido de consideraciones geológicas. En este caso, en la calificación de la muestra A-30-o como importada o local,

entrarían en contradicción el criterio geológico y el químico.

2. En el cluster 3 se encuentran, entre otras, dos muestras neolíticas procedentes de Teulada (A-40-n y A-41-n) y una arcilla del área de Jávea. Ambas poblaciones son cercanas, y atribuimos por tanto una manufactura local para estas dos piezas. También se incluye en este cluster la muestra A-36-o, clasificada como orientalizante de importación, que aparecía junto con las muestras de Agost en la figura 5.22. La inclusión de nuevos datos de arcillas en el análisis cluster aleja a este fragmento de las arcillas de Agost, y parece confirmar el criterio geológico según el cual se trata de una cerámica de importación. También parece confirmarse el origen importado de las piezas romanas A-79-r, A-80-r, A-81-r y A-83-r

3. La composición de los clusters 4, 5, 7, 11, 12 y 15 (ausencia de arcillas y, en el cluster 4, aparición de una única arcilla procedente de la provincia de Valencia) asigna un origen no local a

- quince cerámicas romanas
- dos fragmentos fenicios de Málaga
- dos cerámicas orientalizantes de importación
- seis piezas griegas
- cuatro cerámicas campanienses
- tres cerámicas medievales

También desde el punto de vista arqueológico, todas estas piezas son importadas

4. La muestra A-87-i, procedente de Fontcaient, se encuentra en el cluster 6 junto con una arcilla también de Fontcaient. Asignamos pues, un origen local para la cerámica A-87-i. También aparecen aquí una arcilla de Aspe, junto con una pieza medieval también de Aspe (A-89-m). Por proximidad geográfica al yacimiento arcilloso, también podría pensarse en un origen local para la cerámica A-52-i, de Alicante.

Resumiendo las anteriores conclusiones, la taxonomía numérica ha servido para asignar una manufactura local para bastantes muestras de la Edad del Bronce, algunas ibéricas, dos eneolíticas, una orientalizante (local) y una medieval.

También parece probable que las muestras que a continuación se relacionan sean de origen foráneo:

Romanas, todas las muestras
Orientalizantes: A-32-o, A-34-o y A-36-o
Griegas: todas las muestras
Campanienses: todas las muestras.

Sin embargo, y desde el punto de vista de su composición química, la cerámica A-30-o, que es clasificada atendiendo a criterios geológicos y arqueológicos como importada, resulta atribuida a producción local.

En cuanto a las muestras ibéricas, así como para todos aquellos fragmentos no incluidos en la relación anterior, sería necesario un muestreo más

ámbito para poder establecer conclusiones acerca del origen de las materias primas utilizadas.

Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante



Tabla 5.33. Composición de los clusters obtenidos al aplicar análisis cluster a las cerámicas arqueológicas y a las arcillas de Alicante, correspondientes a las figuras 5.24, 5.25 y 5.26.

<u>CLUSTER 1</u>		Distancia de unión = 2,1	
Arcillas	Origen	Cerámicas	Origen
1	Agost	A-7-i	S. Fulgencio
4	Elche	A-13-i	S. Fulgencio
5	Aspe	A-18-b	Crevillente
7	Pinoso	A-19-b	Crevillente
9	Biar	A-22-b	Crevillente
10	Alicante	A-28-b	Crevillente
15	Elda	A-30-o	Crevillente
17	Onil	A-35-o	Crevillente
18	Onil	A-44-e	Onil
24	Villa- joyosa	A-45-e	Onil
T-5	Potriés	A-47-b	Agres
T-36	Pinoso- Monovar	A-48-b	Agres
		A-49-b	Campello
		A-50-b	Campello
		A-92-m	Aspe

<u>CLUSTER 2</u>		Distancia de unión = 2,1	
Arcillas	Origen	Cerámicas	Origen
12	Agost	A-6-i	S. Fulgencio
13	Petrel		
T-1	Jávea		
T-25	Ondara		
T-32	Elda		

<u>CLUSTER 3</u>		Distancia de unión = 2,4	
Arcillas	Origen	Cerámicas	Origen
T-2	Jávea	A-1-i	S. Fulgencio
		A-12-i	S. Fulgencio
		A-16-r	Novelda
		A-17-r	Monovar
		A-20-b	Crevillente
		A-21-b	Crevillente
		A-27-b	Crevillente
		A-36-o	Crevillente
		A-37-o	Crevillente
		A-38-i	Crevillente
		A-39-i	Crevillente
		A-40-n	Teulada
		A-41-n	Teulada
		A-54-i	Aspe
		A-55-i	Aspe
		A-79-r	Alicante
		A-80-r	Fontcalent
		A-81-r	Alicante
		A-83-r	Fontcalent

Tabla 5.33. Continuación.

<u>CLUSTER 4</u>		Distancia de unión = 2,1	
<u>Arcillas</u>	<u>Origen</u>	<u>Cerámicas</u>	<u>Origen</u>
T-8	Canals	A-68-r	Alicante
		A-72-r	Alicante
		A-73-r	Alicante
		A-74-r	Alicante
		A-75-r	Alicante
		A-76-r	Alicante
		A-77-r	Alicante
		A-78-r	Alicante
		A-91-m	Aspe
<u>CLUSTER 5</u>		Distancia de unión = 1,9	
<u>Arcillas</u>	<u>Origen</u>	<u>Cerámicas</u>	<u>Origen</u>
		A-2-i	S. Fulgencio
		A-84-r	Fontcalent
		A-86-r	Fontcalent
<u>CLUSTER 6</u>		Distancia de unión = 3,4	
<u>Arcillas</u>	<u>Origen</u>	<u>Cerámicas</u>	<u>Origen</u>
3	Aspe	AB-1-i	Albacete
6	Pinoso	A-8-i	S. Fulgencio
8	Villena	A-10-i	S. Fulgencio
16	Biar	A-52-i	Alicante
20	Alcoy	A-87-i	Fontcalent
T-9	Mogente	A-89-m	Aspe
T-10	Pinoso		
T-23	Hellín		
T-24	Jumilla		
T-26	Sagra		
T-31	Villena		
T-38	Fontcalent		
<u>CLUSTER 7</u>		Distancia de unión = 2,9	
<u>Arcillas</u>	<u>Origen</u>	<u>Cerámicas</u>	<u>Origen</u>
		A-32-o	Crevillente
		A-34-o	Crevillente
		MA-1-f	Málaga
		MA-2-f	Málaga
		A-38-i	Crevillente
		A-43-g	Campello
		A-58-g	Rojales
		A-59-g	Alicante
		A-60-g	Alicantew
		A-61-g	Rojales
		A-62-g	Rojales
		A-63-c	Aspe
		A-64-c	Aspe
		A-65-c	Aspe
		A-85-r	Fontcalent

Tabla 5.33. Continuación.

<u>CLUSTER 8</u>		Distancia de unión = 2,8	
Arcillas	Origen	Cerámicas	Origen
T-3	Alcalalí	A-3-i	S. Fulgencio
T-4	Sagra	A-4-i	S. Fulgencio
T-20	Bañeres	A-9-i	S. Fulgencio
T-27	Sagra	A-23-b	Callosa de
T-33	Agost		Segura
11	Alicante	A-31-o	Crevillente
14	Elda	A-33-o	Crevillente
19	Tibi		
25	Orcheta		
27	Callosa d'En Sarriá		

<u>CLUSTER 9</u>		Distancia de unión = 2,7	
Arcillas	Origen	Cerámicas	Origen
T-11	Mina María	A-5-i	San Fulgencio
T-13	Arroyo	A-14-c	San Fulgencio
	Hurtado	A-15-c	Guardamar
T-14	Chaparral	A-24-b	Callosa de
			Segura
T-16	Caravaca-	A-51-b	Campello
	Moratalla	A-53-i	Alicante
T-21	Cieza	A-56-i	Alicante
T-29	Sax	A-57-i	Alicante
2	Elche		

<u>CLUSTER 10</u>		Distancia de unión = 2,5	
Arcillas	Origen	Cerámicas	Origen
21	Muro de		
	Alcoy		
22	Pego		
23	Sagra		
28	Crevillente		
29	Crevillente		
T-6	Rótova		
T-7	Genovés		
T-12	Arroyo		
	Hurtado		
T-28	Sagra		
T-35	Novelda		
T-37	Novelda-		
	Monovar		
T-15	Cañada de Carrara		

<u>CLUSTER 11</u>		Distancia de unión = 2,5	
Arcillas	Origen	Cerámicas	Origen
		A-69-r	Alicante
		A-70-r	Alicante
		A-71-r	Alicante

Tabla 5.33. Continuación.

<u>CLUSTER 12</u>		Distancia de unión = 2	
<u>Arcillas</u>	<u>Origen</u>	<u>Cerámicas</u>	<u>Origen</u>
		A-11-i	San Fulgencio
		A-25-b	Crevillente
		A-26-b	Crevillente
		A-29-b	Crevillente
		A-42-e	Onil
		A-46-b	Agres
		A-88-m	Aspe
		A-90-m	Teulada

<u>CLUSTER 13</u>		Distancia de unión = 2,5	
<u>Arcillas</u>	<u>Origen</u>	<u>Cerámicas</u>	<u>Origen</u>
T-22	Cieza		
T-30	Yecla		
T-33	Agost		

<u>CLUSTER 14</u>		Distancia de unión = 1,8	
<u>Arcillas</u>	<u>Origen</u>	<u>Cerámicas</u>	<u>Origen</u>
T-17	Mina Tío		
	Gilito		
T-18	Mina Tío		
	Gilito		

<u>CLUSTER 15</u>		Distancia de unión = 3,5	
<u>Arcillas</u>	<u>Origen</u>	<u>Cerámicas</u>	<u>Origen</u>
		A-66-c	Alicante
		A-82-r	Alicante

6. CONCLUSIONES

1. Se han analizado 95 fragmentos de cerámicas arqueológicas proporcionados, en su mayoría, por el Departamento de Prehistoria y Arqueología de la Universidad de Alicante, que abarcan una secuencia cultural que va desde la época eneolítica hasta la medieval. El estudio comparativo de los valores medios de cada variable en cada una de las poblaciones estudiadas, pone de manifiesto la existencia de algunas diferencias en la composición química de los grupos de cerámicas arqueológicas estudiados. Así se encuentra que las terras sigillatas nortefricanas se diferencian de las altoimperiales por su contenido en CaO, y que las cerámicas griegas presentan un porcentaje de MnO más elevado que las de la Edad del Bronce, las ibéricas y las romanas. Sin embargo, con el fin de obtener conclusiones más definitivas sobre la formación de grupos homogéneos desde el punto de vista de la composición química sería necesario considerar simultáneamente las desviaciones standard y los coeficientes de variación para analizar el grado de dispersión existente entre los datos, y la existencia de solapamientos entre las curvas de probabilidad, lo que convierte la discusión de los resultados en un proceso extremadamente complejo y laborioso.

2. La aplicación de análisis de componentes principales y análisis cluster al conjunto de 95 cerámicas arqueológicas sugiere la existencia de grupos composicionales que pueden relacionarse con

grupos de muestras con la misma caracterización arqueológica.

3. La aplicación de análisis discriminante a cuatro grupos de cerámicas arqueológicas seleccionados (Edad del Bronce, ibéricas, griegas y romanas), ha permitido la obtención de las cuatro funciones discriminantes que permiten diferenciar entre éstos, a partir de los %MnO, %CaO, %TiO₂, proporcionando los siguientes porcentajes de clasificaciones correctas:

62.5% para las cerámicas de la Edad del Bronce
47.8% para las cerámicas ibéricas
100.0% para las cerámicas griegas
61.9% para las cerámicas romanas

La aplicación de tests estadísticos de contraste de la hipótesis de igualdad entre medias de grupos conduce al rechazo de la hipótesis de igualdad de vectores de medias (%MnO, %CaO, %TiO₂) para estos cuatro grupos de cerámicas.

4. La aplicación de análisis cluster y análisis discriminante para la comparación entre grupos de cerámicas de la Edad del Bronce, ibéricas y romanas, tomándolos de dos en dos, ha puesto de manifiesto que:

* Las cerámicas de la Edad del Bronce y las ibéricas se diferencian, fundamentalmente, en su contenido en elementos alcalinotérreos (%CaO y %MgO).

* Las cerámicas de la Edad del Bronce y las romanas de Alicante se diferencian en su

contenido en Al_2O_3 y K_2O .

* Las funciones discriminantes que permiten diferenciar entre las cerámicas ibéricas y las romanas incluyen los $\%MnO$, $\%CaO$, $\%MgO$ y $\%TiO_2$, y proporcionan un 95,7% de clasificaciones correctas para el grupo ibérico y un 81,0% para el romano.

5. El dendograma resultante de la aplicación de análisis cluster a las 95 cerámicas arqueológicas, y las clasificaciones proporcionadas por las funciones discriminantes obtenidas tanto para los cuatro grupos (Bronce, ibérico, griego y romano), como para las cerámicas de la Edad del Bronce, ibéricas y romanas, en la comparación de los grupos dos a dos, han permitido definir cuatro grupos homogéneos desde el punto de su composición química, formados por:

- 10 muestras de la Edad del Bronce
- 14 muestras ibéricas
- 6 muestras griegas
- 12 muestras romanas

Las variables diferenciadoras entre estos cuatro grupos son: $\%MnO$, $\%K_2O$, $\%CaO$ y $\%MgO$. Las nuevas funciones discriminantes proporcionan porcentajes de clasificaciones correctas del 100% para los cuatro grupos. Resulta rechazada la hipótesis de igualdad de vectores de medias conteniendo los cuatro elementos incorporados a las funciones discriminantes.

6. La aplicación de análisis cluster al grupo formado por 21 cerámicas romanas de Alicante pone

de manifiesto la formación de varios grupos composicionales, que muestran una diferenciación entre las cerámicas del tipo terra sigillata norteafricana y terra sigillata altoimperial a partir de su composición química. La aplicación de análisis discriminante al conjunto de 13 terras sigillatas de Alicante ha permitido obtener unas funciones discriminantes, basadas en el %CaO, que proporcionan porcentajes de clasificaciones correctas del 100% para ambos grupos; el contenido en CaO de las cerámicas sigillatas es el factor discriminante suficiente para la asignación de los fragmentos a un grupo u otro. Se obtiene un valor de 6,4% para el límite de CaO que separa las piezas norteafricanas de las altoimperiales, de forma que las primeras no alcanzan este valor, sobrepasándolo las segundas.

7. La aplicación de las funciones discriminantes obtenidas para las terras sigillatas norteafricanas y las altoimperiales a los datos obtenidos para diez piezas norteafricanas de Santa Pola, ha permitido la asignación correcta de todas ellas.

8. El dendograma resultante de la aplicación de análisis cluster al conjunto de 23 terras sigillatas (13 iniciales y 10 de Santa Pola) pone de manifiesto la aparición de un fragmento norteafricano (SP-1-r) separado del cluster en el que se incluyen las restantes piezas norteafricanas. Se trata de una terra sigillata clara C, mientras que el resto de las cerámicas norteafricanas son de los tipos A y D. Esto parece confirmar la hipótesis planteada por los

arqueólogos de un diferente origen para las terras sigillatas claras C.

9. La aplicación de las funciones discriminantes obtenidas para las terras sigillatas norteafricanas y las altoimperiales a los datos obtenidos para diez piezas altoimperiales de Santa Pola, ha permitido la asignación correcta de todas ellas.

10. Lo resumido en los puntos 7 y 9 confirma la validez de las funciones discriminantes obtenidas para la clasificación de nuevos casos.

11. La matriz conteniendo los datos para 33 cerámicas sigillatas ha permitido obtener unas nuevas funciones discriminantes que permiten diferenciar entre las piezas norteafricanas y las altoimperiales. Las nuevas funciones incluyen, igual que las anteriores, el %CaO como única variable; además, los coeficientes y constantes son del mismo orden de magnitud que los obtenidos con anterioridad. El valor obtenido para el %CaO límite que diferencia entre ambas poblaciones es de 6,7, frente al 6,4 que se obtuvo en el caso anterior.

12. El dendograma resultante de la aplicación de análisis cluster a las terras sigillatas altoimperiales muestra la existencia de grupos composicionales que se corresponden con los grupos de muestras itálicas por un lado, y sudgálicas e hispánicas por otro. Esto mismo se ve confirmado por los resultados del análisis discriminante; la variable diferenciadora es el %MnO, y los coeficientes y constantes de las funciones

discriminantes son del mismo orden para las correspondientes a los grupos sudgálico e hispánico, y muy diferentes de la función para las piezas itálicas.

13. Las funciones discriminantes que permiten diferenciar entre terras sigillatas norteafricanas, itálicas, sudgálicas e hispánicas, están basadas en los %CaO y %MnO, proporcionan los siguientes porcentajes de clasificaciones correctas:

94,1% para el grupo norteafricano

100,0% para el grupo itálico

75,0% para el grupo sudgálico

100,0% para el grupo hispánico

14. La aplicación de las cuatro funciones discriminantes a los resultados obtenidos por Hatcher y col. (1980) para 50 cerámicas helenísticas, así como la aplicación de las funciones obtenidas para las terras sigillatas (tanto la serie de dos funciones: norteafricana y altoimperial, como la de cuatro funciones: norteafricana, itálica, sudgálica e hispánica) a los datos presentados por Maggetti y col. (1980), Jornet (1980) y Rincón (1985) permite concluir que dichas funciones discriminantes obtenidas para grupos de cerámicas de Alicante, proporcionan excelentes resultados cuando se utilizan para la asignación de otros fragmentos cerámicos, de diversas procedencias, y estudiados por diferentes autores, a grupos composicionales que son homogéneos con la clasificación arqueológica de las muestras en ellos contenidos.

15. La aplicación de análisis cluster a los datos químicos correspondientes al conjunto de arcillas, cerámicas y pastas procedentes de Agost, junto con las 95 cerámicas arqueológicas, muestra la existencia de una fuerte relación de similitud entre la composición química de una cerámica y la de la materia utilizada como materia prima.

16. La aplicación de análisis cluster al conjunto de cerámicas arqueológicas y arcillas locales ha servido para asignar una manufactura local para bastantes muestras de la Edad del Bronce, algunas ibéricas, dos eneolíticas, una orientalizante (local) y una medieval. También parece probable que las muestras que a continuación se relacionan sean de origen foráneo:

- Romanas
- Orientalizantes (A-32-o, A-34-o y A-36-o)
- Griegas
- Campanienses

Desde el punto de vista de su composición química, la cerámica A-30-o, que es clasificada atendiendo a criterios arqueológicos y geológicos como importada, resulta atribuida a una producción local.



Universitat d'Alacant
 Universidad de Alicante

7. APENDICES

7.1. ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES

Sea $X = (x_{ij})$ la matriz $N \times n$ conteniendo los datos de partida. N es el número de observaciones y n es el número de variables observadas.

Sea C la matriz de covarianzas entre las variables X_i . La diagonalización de la matriz C supone el cálculo de los valores y vectores propios. Los valores propios, λ_i , se obtienen resolviendo la ecuación característica

$$\det (C - \lambda I) = 0$$

donde I es la matriz identidad. El vector propio V_i correspondiente al valor propio λ_i se obtiene resolviendo el sistema de ecuaciones lineales homogéneas cuya expresión matricial es:

$$(C - \lambda_i I) V_i = 0$$

Se verifica:

$$CV_i = \lambda_i V_i$$

$$C = TDT'$$

siendo $D = \text{diag} (\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ y T una matriz ortogonal cuyas columnas son los vectores propios V_i .

Las componentes principales son las combinaciones lineales de las variables observadas cuyos coeficientes son las columnas de la matriz T.

La representación de cada individuo en un espacio de dimensión $d < n$, con dispersión máxima se resuelve realizando el producto matricial:

$$Y = XT$$

7.2. ANÁLISIS CANÓNICO DE POBLACIONES

Sean X_1, \dots, X_n variables aleatorias de matriz de covarianzas C, y w_1, w_2 , individuos de coordenadas

$$w_1 = (x_{11}, \dots, x_{1n})'$$

$$w_2 = (x_{21}, \dots, x_{2n})'$$

Suponemos que la matriz C no es singular. Definimos la distancia de Mahalanobis (al cuadrado) entre w_1 y w_2 por:

$$D^2(w_1, w_2) = (w_1 - w_2)' C^{-1} (w_1 - w_2)$$

Si Ω_1, Ω_2 son dos poblaciones representadas por sus vectores de medias M_1, M_2 , de matriz de covarianzas C, común, se define:

$$D^2(\Omega_1, \Omega_2) = (M_1 - M_2)' C^{-1} (M_1 - M_2)$$

Y si w es un individuo de coordenadas $w = (x_1, \dots, x_n)'$ y el vector de medias de la población Ω es M , entonces se define:

$$D^2(w, \Omega) = (w - M)' C^{-1} (w - M)$$

Supongamos que una población Ω es reunión de k poblaciones o grupos,

$$\Omega = \pi_1 + \pi_2 + \dots + \pi_k, \quad \pi_i \cap \pi_j = \emptyset$$

sean X_1, \dots, X_n variables observables sobre Ω . Si sobre la población π_i obtenemos N_i observaciones ($i = 1, \dots, k$), nuestros datos formarán una tabla $N \times n$, siendo $N = \sum N_i$

Sea x_{t1h} la h -ésima observación de la variable X_1 en la población π_t . Definimos la media de la variable X_1 en la población π_t :

$$\bar{x}_{t1} = (1 / N_t) \sum_{h=1}^{N_t} x_{t1h}$$

Definimos cada población π_t por "el individuo medio de π_t ", representado por el punto de coordenadas

$$\bar{x}_t = (\bar{x}_{t1}, \bar{x}_{t2}, \dots, \bar{x}_{tn}), \quad t = 1, \dots, k$$

El análisis canónico de poblaciones es un método multivariante que nos permite pasar de la matriz de datos X ,



Universitat d'Alacant
 Universidad de Alicante

	X_1	X_2	...	X_n
π_1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1n}
π_2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2n}
.
.
.
π_k	x_{k1}	x_{k2}	...	x_{kn}

$$X = (\bar{x}_{ij})$$

a la matriz de datos Y , referidos a las variables canónicas V_i :

	V_1	V_2	...	V_n
π_1	y_{11}	y_{12}	...	y_{1n}
π_2	y_{21}	y_{22}	...	y_{2n}
.
.
.
π_k	y_{k1}	y_{k2}	...	y_{kn}

$$Y = XV$$

Con las propiedades siguientes:

1. La distancia euclídea entre los puntos de Y coincide con la distancia de Mahalanobis entre las poblaciones π_1 :

$$\hat{D}^2(\pi_1, \pi_2) = \sum_{h=1}^n (y_{1h} - y_{2h})^2$$

2. Las variables canónicas

$$V_i = v_{i1}x_1 + \dots + v_{in}x_n \quad i = 1, \dots, n$$

son unitarias e incorrelacionadas respecto a la covarianza.

3. Las d primeras coordenadas canónicas son las coordenadas de las poblaciones (de los individuos medios) restringidas al subespacio canónico $S_d^c = \langle V_1, \dots, V_d \rangle$. La distancia euclídea en dimensión d coincide con la restricción de la distancia de Mahalanobis D al subespacio S_d^c , estas coordenadas presentan máxima dispersión.

Si consideramos las medias generales de las variables:

$$\bar{x}_i = (1/k) \sum x_{ti} \quad i = 1, \dots, n$$

y las matrices:

$$X = \begin{pmatrix} \bar{x}_{11} - \bar{x}_1 & \bar{x}_{12} - \bar{x}_2 & \dots & \bar{x}_{1n} - \bar{x}_n \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \bar{x}_{k1} - \bar{x}_1 & \bar{x}_{k2} - \bar{x}_2 & \dots & \bar{x}_{kn} - \bar{x}_n \end{pmatrix}$$

$$A = X'X$$

y la matriz \hat{S} , estimación insesgada de la matriz de covarianzas C dentro de cada población :

$$\hat{S} = (1/(N-k)) \sum_{t=1}^k N_t S_t$$

donde $S_t = (s_{ij}^{(t)})$, siendo

$$s_{ij} = (1/N_t) \sum_{h=1}^{N_t} (x_{tjh} - \bar{x}_{tj})(x_{tjh} - \bar{x}_{tj})$$

$$i, j = 1, \dots, n$$

el algoritmo para obtener las variables y coordenadas canónicas, se resume en las siguientes fórmulas:

$$V_1 = (v_{11}, \dots, v_{n1})'$$

$$AV_1 = \lambda_1 \hat{S}V_1 \Leftrightarrow \hat{S}^{-1}AV_1 = \lambda_1 V_1$$

$$\det (A - \lambda_1 \hat{S}) = 0, \quad \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_n \geq 0$$

$$V_1 = v_{11}x_1 + \dots + v_{n1}x_n,$$

siendo $\text{var}(V_1) = V_1'SV_1 = 1$

$$V = \begin{pmatrix} v_{11} & \dots & v_{1m} \\ \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \dots & \cdot \\ v_{n1} & \dots & v_{nm} \end{pmatrix}$$

V es la matriz del cambio de coordenadas y $Y = XV$, son las coordenadas canónicas.

La tabla de datos X contiene las coordenadas de los individuos medios de las poblaciones, entre los que se define la distancia de Mahalanobis. La proyección canónica es la transformación de X en la tabla Y , que contiene las coordenadas de una configuración euclídea en dimensión $m = \min(n, k-1)$. La representación geométrica de esta configuración euclídea tomando las d primeras coordenadas, constituye la representación canónica en dimensión d . Los ejes utilizados en esta representación reciben el nombre de ejes canónicos.

El análisis canónico de poblaciones permite la posibilidad de construir y representar regiones confidenciales para los individuos medios de las diferentes poblaciones. Supongamos que la distribución de las variables (x_i) es $N(M_t, C)$ en la población π_t ($t=1, \dots, k$). Sean R_α y F_α tales que:

$$R_\alpha^2 = F_\alpha (N-k) n / (N-k-n+1) \quad y,$$

$$P (F > F_\alpha) = \alpha$$

para la distribución F de Fisher-Snedecor con n y $(N-k-n+1)$ grados de libertad. Consideremos las proyecciones canónicas de los individuos medios, en dimensión d , cuyas coordenadas canónicas son:

$$\bar{Y}_t = V' \bar{x}_t \quad t = 1, \dots, k$$

se verifica que las k esferas d -dimensionales con centros en Y_1, \dots, Y_k y radios,

$$R_\alpha / N_t^{1/2} \quad t = 1, \dots, k$$

definen regiones confidenciales para las medias de los grupos, con coeficientes de confianza de $(1-\alpha)$.

7.3. ANÁLISIS CLUSTER

Sea $\Omega = \{1, 2, \dots, n\}$ un conjunto finito de especies. Una ultramétrica u sobre Ω es una distancia que verifica:

1. $u(i, j) = 0$
2. $u(i, j) = u(j, i)$
3. $u(i, j) \leq \sup \{ u(i, k), u(j, k) \}$

Cuando hay definida una ultramétrica en Ω es posible construir sucesiones de particiones o "clusterings", mediante el algoritmo fundamental de clasificación, que consta de los pasos siguientes:

1. Se inicia con la partición $C_0: \{1\}, \{2\}, \dots, \{n\}$
2. Sea $C_{r-1}: h_1, h_2, \dots, h_p$ la partición en el paso r , y u una distancia ultramétrica sobre las clases de C_r . Se agrupan las clases h_i, h_j , tales que $u(h_i, h_j) = \text{mínimo}$.
3. Se toma la partición $C_r: h_1, \dots, h_i \cup h_j, \dots, h_p$

y se define una distancia ultramétrica u entre las clases de C_r ,

$$u(h_k, h_1 U h_3) = u(h_1, h_k) = u(h_3, h_k)$$

4. Se repiten los pasos 2, y 3, las veces necesarias, hasta llegar a la partición $C_m = \Omega$.

A continuación se indican una serie de métodos que permiten definir una distancia ultramétrica d al pasar de una partición a la siguiente por fusión de las clases más próximas:

* Método del mínimo.

$$\bar{d}(h_k, h_1 U h_3) = \min \{d(h_1, h_k), d(h_3, h_k)\}$$

* Método del máximo

$$\bar{d}(h_k, h_1 U h_3) = \max \{d(h_1, h_k), d(h_3, h_k)\}$$

* Método de la media

$$\bar{d}(h_k, h_1 U h_3) = (d(h_1, h_3) + d(h_3, h_k)) / 2$$

* Método de la mediana

$$\bar{d}(h_k, h_1 U h_3) = (d(h_1, h_3) + d(h_3, h_k)) / 2 - d(h_1, h_3) / 4$$

* Método del centroide

$$\bar{d}(h_k, h_1 U h_3) = (n_1 / (n_1 + n_3)) d(h_1, h_k) + (n_3 / (n_1 + n_3)) d(h_3, h_k) - (n_1 n_3 / (n_1 + n_3)^2) d(h_1, h_3)$$



* Método UPGMA (Upweighted Pair Group Method Using Arithmetic Averages)

$$\bar{d}(h_k, h_1 U h_j) = (n_1 / (n_1 + n_j)) d(h_1, h_k) + (n_j / (n_1 + n_j)) d(h_j, h_k)$$

* Método flexible

$$\bar{d}(h_k, h_1 U h_j) = \alpha_1 d(h_1, h_k) + \alpha_j d(h_j, h_k) + \beta d(h_1, h_j) + \gamma [d(h_1, h_k) - d(h_j, h_k)]$$

7.4. ANÁLISIS DISCRIMINANTE

Supongamos que se tienen k poblaciones, y la matriz de covarianzas C es común a todas ellas. La distancia de Mahalanobis del individuo de coordenadas $x = (x_1, \dots, x_n)'$ a la población H_i es:

$$D^2(w, H_i) = (x - M_i)' C^{-1} (x - M_i)$$

tal y como se indica en el apéndice 7.2.

Tres posibles criterios de clasificación son los siguientes:

1. Criterio geométrico, cuya regla de decisión es:

" w es de H_i si $D^2(w, H_i) = \min_j \{D^2(w, H_j)\}$ "
y las funciones discriminantes son:

$$W_{1j}(x) = (M_1 - M_j)' C^{-1} X - (1/2)(M_1 - M_j)' C^{-1} (M_1 + M_j)$$

de forma que la regla de decisión es equivalente a:

"W es de H_1 si $W_{1j} > 0$ para todo $j \neq 1$ ".

2. La regla de máxima verosimilitud. Conocida una distribución de probabilidad de parámetros ϕ_1 en H_1 para las variables (X_1, \dots, X_n) , la probabilidad de verosimilitud de la observación (x_1, \dots, x_n) en H_1 es $f(x_1, x_2, \dots, x_n, \phi_1)$. La regla de decisión es:

"w es de H_1 si $L_1(x) = \max_j \{L_j(x)\}$ "

y está asociada a la función discriminante:

$$V_{1j} = \log L_1(x) - \log L_j(x)$$

3. La regla de Bayes, que proporciona la probabilidad de que w pertenezca a H_1 . Está asociada a las funciones discriminantes:

$$B_{1j}(x) = \log L_1(x) - \log L_j(x) + \log (q_1/q_j)$$

donde q_1 es la probabilidad de que w proceda de H_1 .

La probabilidad esperada de clasificación errónea, p.c.e. es,

$$p.c.e. = \sum_{l=1}^k q_l \left(\sum_{i \neq j} p(j/i) \right)$$

Un criterio razonable de clasificación consiste en asignar w a la población H_i tal que $P(H_i/x)$ es mayor. Esta es la regla de decisión de Bayes, y su criterio de decisión es

$$"w \text{ es de } H_i \text{ si } q_i L_i(x) = \underset{j}{\text{máx}} \{q_j L_j(x)\}"$$

En el caso de normalidad multivariante y matriz de covarianzas común, se verifica $V_{i,j} = W_{i,j}$ y el criterio geométrico coincide con el de máxima verosimilitud.

7.5 ANÁLISIS DE LA VARIANZA

Sea una variable observable Y de la cual se ha obtenido una muestra N que indicaremos por el vector columna $(y_1, \dots, y_N)' = y$. El modelo lineal de ANOVA consta de los siguientes elementos:

1. m parámetros desconocidos, llamados parámetros de regresión, que forman el vector $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_m)$.
2. Una matriz A , $N \times m$, de elementos conocidos $a_{i,j}$, llamada matriz de diseño factorial.
3. El modelo lineal $y = A \beta + e$ donde $e = (e_1, \dots, e_N)'$ es el error o desviación aleatoria del modelo.
4. Se supone que los e_i son independientes, de media 0 y de varianza σ^2 , y que la varianza, que es otro parámetro desconocido del modelo, es la

misma para cada e_i (condición de homocedasticidad). En consecuencia, y_1, \dots, y_n son también independientes, de varianza común σ^2 y de medias $E(y) = A\beta$.

5. Si además se supone que cada e_i sigue la distribución normal, se habla de modelo lineal normal.

La formulación de ANOVA en el caso de diseños de un factor puede resumirse:

<u>Datos</u>				<u>Medias</u>
y_{11}	y_{12}	...	y_{1N_1}	$y_1.$
y_{12}	y_{22}	...	y_{2N_2}	$y_2.$
.
.
.
y_{k1}	y_{k2}	...	y_{kN_k}	$y_k.$

$$\text{Media Común : } y_{..} = (1/N) \sum_{i=1}^k \sum_{h=1}^{N_i} y_{ih}$$

donde k indica el número de grupos que se comparan y N_i , con $i = 1, \dots, k$, indica el número de muestras de cada grupo.

El modelo lineal en este caso se formula:

$$y_{ih} = \mu_i + e_{ih} \quad i=1, \dots, k \quad y \\ j=1, \dots, N_i$$

donde μ_i es la media de la variable en el grupo i , $e_{i,n}$ se distribuye $N(0, \sigma)$.

La matriz de diseño:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ & & \dots & \\ & & \dots & \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

con rango $(A) = k$

La hipótesis de mayor interés es $H_0: \mu_1 = \dots = \mu_k$

Se define:

* La suma de cuadrados residual R_0 ,

$$R_0^2 = \sum_{i=1}^k \sum_{h=1}^{N_i} (y_{i,h} - y_{i..})^2$$

* La suma de cuadrados residual bajo H_0 , R_1 ,

$$R_1^2 = \sum_{i=1}^k \sum_{h=1}^{N_i} (y_{i,h} - y_{...})^2$$

$$R_1^2 > R_0^2$$

$$* R_1^2 - R_0^2 = \sum_{i=1}^k N_i (y_{i..} - y_{...})^2$$

$R_0^2/(N - k)$ y $(R_1^2 - R_0^2)/(k - 1)$ son dos estimaciones independientes de la varianza. El cociente

$$[(R_1^2 - R_0^2)/(k - 1)]/R_0^2/(N - k)$$

indica si ambas estimaciones son significativamente diferentes. Si H_0 es cierta, dicho cociente sigue la distribución F de Fisher-Snedecor con k y $N - k$ grados de libertad.

El análisis multivariante de la varianza (MANOVA) puede considerarse como una extensión de lo dicho para ANOVA. Supongamos que tenemos una muestra n -dimensional de tamaño N :

$$Y = (y_{ij}) \quad i = 1, \dots, N \quad j = 1, \dots, n$$

para cada Y_i se define un vector de parámetros de regresión:

$$B_i = (\beta_{i1}, \dots, \beta_{im})'$$

$$B = (B_{ij}) \quad i = 1, \dots, m \quad j = 1, \dots, n$$

donde B es la matriz de parámetros de regresión.

La matriz de diseño es $A = (a_{ij})$, $i = 1, \dots, N$ y $j = 1, \dots, m$

El modelo lineal, $y_i = AB_i + e_i$, y en expresión matricial: $Y = AB + E$ donde E ($N \times n$) es la matriz de desviaciones aleatorias.

Se supone que las n columnas de E son independientes, cada una con distribución $N(0, C)$, siendo C la matriz de covarianzas, común para las N observaciones.

El diseño de MANOVA de un factor responde a la misma situación experimental que el análisis

canónico de poblaciones (apéndice 7.2); n variables observadas en k grupos con un factor. La observación h para la población i de la variable Y_u es:

$$y_{ihu} = \mu_{iu} + e_{ihu} \quad i = 1, \dots, k, \\ h = 1, \dots, N_i, \quad u = 1, \dots, n$$

en notación matricial: $Y = AB + E$, donde:

$$Y = \begin{pmatrix} y_{111} & y_{112} & \dots & y_{11n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ y_{1N_1} & y_{1N_12} & \dots & y_{1N_1n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ y_{k11} & y_{k12} & \dots & y_{k1n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ y_{kN_k1} & y_{kN_k2} & \dots & y_{kN_kn} \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \dots & \mu_{1n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \mu_{k1} & \mu_{k2} & \dots & \mu_{kn} \end{pmatrix}$$

La matriz de dispersión residual R_0 se indica por $W = (w_{uv})$ y se conoce como matriz de "dispersión dentro de grupos". Se verifica:

$$w_{uv} = \sum_{i=1}^k \sum_{h=1}^{N_i} (y_{ihu} - \bar{y}_{iu})(y_{ihv} - \bar{y}_{iv})$$

$$u, v = 1, \dots, n$$

La matriz de dispersión $R_1 - R_0$ se indica $B = (b_{uv})$ y se conoce como matriz de dispersión "dentro de grupos", verificándose:

$$b_{uv} = \sum_{i=1}^k N_i (\bar{y}_{iu} - \bar{y}_u)(\bar{y}_{iv} - \bar{y}_v)$$

$$u, v = 1, \dots, n$$

La matriz de dispersión "total" es $T = B + W$, y sus elementos son:

$$t_{uv} = b_{uv} + w_{uv} = \sum_{i=1}^k \sum_{h=1}^{N_i} (y_{ihu} - \bar{y}_u)(y_{ihv} - \bar{y}_v)$$

$$u, v = 1, \dots, n$$

La hipótesis lineal es:

$$H_0: \mu_1 = \dots = \mu_k$$

siendo μ_i el vector de medias para el grupo i . Si la hipótesis es cierta, el estadístico

$$|W|/|W + B|$$

sigue la distribución lambda de Wilks con parámetros n , $N - k$ y $k - 1$.

7.6. PROGRAMA DE CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE CORRELACION SERIAL

```

// JOB RES&&
// OPTION ACA=CQTE,MIN=D'100000',MAX=D'100000'
// DVC 20 // SPL HOLD // LFD PRNTR
// DVC 21 // SPL HOLD // LFD FORTs
// FOR4
/5
    DIMENSION X(50,50),E(50,10),XM(10),S(10),H(10),D(10),A(10),B(10)
    NV=8
    NO=23
    WRITE (6,200)
200 FORMAT (//,'DATOS DE CERAMICAS IBERICAS',/)
    DO 10 I=1,NO
    READ (5,110) (X(I,J),J=1,NV)
    10 WRITE (6,110) (X(I,J),J=1,NV)
    WRITE (6,210)
210 FORMAT (//,'VECTOR DE MEDIAS',/)
    DO 17 J=1,NV
    XM(J)=0
    DO 15 I=1,NO
    15 XM(J)=XM(J)+X(I,J)
    17 XM(J)=XM(J)/NO
    WRITE (6,110) (XM(J),J=1,NV)
110 FORMAT (3F7.3)
    WRITE(6,220)
220 FORMAT (//,'MATRIZ DE RESIDUOS',/)
    DO 20 J=1,NV
    DO 20 I=1,NO
    20 E(I,J)=X(I,J)-XM(J)
    DO 30 I=1,NO
    30 WRITE (6,110) (E(I,J),J=1,NV)
    WRITE (6,230)
230 FORMAT (//,'COEFICIENTE CORRELACION SERIAL',/)
    DO 40 J=1,NV
    N(J)=0
    A(J)=0
    B(J)=0
    DO 35 I=2,NO
    N(J)=N(J)+E(I,J)*E(I-1,J)
    A(J)=A(J)+E(I,J)**2
    35 B(J)=B(J)+E(I-1,J)**2
    D(J)=(A(J)+B(J))**0.5
    40 S(J)=N(J)/D(J)
    WRITE (6,110)(S(J),J=1,NV)
    STCP
    END
/*
// LINKG
/5
/*
/8

```

7.7. PROGRAMA DE CALCULO PARA ANALISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES Y ANALISIS CLUSTER

Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

```
// JOB AGS48
// OPTION ACN=CQTE,MIN=D'500000',MAX=D'500000'
// DVC 20 // LFD PRNTR
// DVC 21 // LFD FORT5
// FOR4,LST=N
/5
    DIMENSION TITULO(20),X(200,20),X1(20),CV(20,20),E(20,20),PV(20)
    *,XR(200,20),Z1(20),Z2(20),Z3(20,20),XC(200),XF(200),D(200,200),
    *D2(200,200),M1(200),M2(200),A(200)
    REAL MIN
    INTEGER EN,S,XI,SUP,E1,E2,T
100  FORMAT(20A4)
101  FORMAT(1H1,20A4,/)
102  FORMAT(//,' PORCENTAJES DE CO2',/)
103  FORMAT(2I5)
104  FORMAT(3F10.5)
105  FORMAT(//,' MATRIZ DE OBSERVACIONES',/)
106  FORMAT(//,' MATRIZ DE COVARIANZAS',/)
107  FORMAT(//,' ELTOS DE LA DIAGONAL Y PORC. DE LA VARIANZA',/)
108  FORMAT(//,' MATRIZ DE VECTORES PROPIOS',/)
109  FORMAT(//,' MATRIZ DE OBSERVACIONES NORMALIZADA',/)
110  FORMAT(//,' MATRIZ DE OBSERVACIONES A REPRESENTAR',/)
111  FORMAT(//,' MAS DE 50 ITERACIONES',/)
112  FORMAT(2X,12F9.4)
113  FORMAT(//,' MATRIZ DE COCIENTES ENTRE FE2O3',/)
114  FORMAT(//,' MATRIZ CORREGIDA POR CO3CA')
115  FORMAT(//,' OBSERVACIONES NORMALES, CON CO2')
116  FORMAT(//,' OBSERVACIONES NORMALES, SIN CO2',/)
117  FORMAT(//,' OBSERVACIONES/FE2O3, CON CO2',/)
118  FORMAT(//,' OBSERVACIONES/FE2O3, SIN CO2',/)
119  FORMAT(//,' OBSERVACIONES CORREGIDAS POR CO3CA',/)
120  FORMAT(//,' MATRIZ CORREGIDA POR CO3CA',/)
121  FORMAT(//,' MATRIZ DE DISTANCIAS',/)
122  FORMAT(2X,'ERROR')
123  FORMAT(//,13,'CON',13,'A NIVEL',F10.4)
124  FORMAT(//,' OBSERVACIONES/AL2O3, CON CO2',/)
125  FORMAT(//,' OBSERVACIONES/AL2O3, SIN CO2',/)
126  FORMAT(//,' MATRIZ DE COCIENTES POR AL2O3',/)
C L=1, OBSERVACIONES NORMALES SIN CO2
C L=2, OBSERVACIONES NORMALES CON CO2
C L=3, OBSERVACIONES/FE2O3 SIN CO2
C L=4, OBSERVACIONES/FE2O3 CON CO2
C L=5, OBSERVACIONES CORREGIDAS POR CO3CA
C L=6, OBSERVACIONES/AL2O3, SIN CO2
C L=7, OBSERVACIONES/AL2O3, CON CO2
    READ(5,100) TITULO
    WRITE(6,101) TITULO
    READ(5,103) NO,L
    NV=8
    NG=NO
    WRITE(6,102)
    DO 10 I=1,NO
    READ(5,104)XC(I)
10  WRITE(6,104)XC(I)
    WRITE(6,105)
    DO 20 I=1,NO
    READ(5,104)(X(I,J),J=1,NV)
20  WRITE(6,104)(X(I,J),J=1,NV)
    IF(L.EQ.1)GOTO 301
    IF(L.EQ.2)GOTO 302
    IF(L.EQ.3)GOTO 303
    IF(L.EQ.4)GOTO 304
    IF(L.EQ.5)GOTO 305
    IF(L.EQ.6)GOTO 306
```



Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

```

IF(L.EQ.7)GOTO 307
301 WRITE(6,116),
    GOTO 500
302 WRITE(6,115)
    DO 30 I=1,NO
30 X(I,9)=XC(I)
    NV=9
    GOTO 500
303 WRITE(6,115)
350 WRITE(6,113)
    DO 40 I=1,NO
40 XF(I)=X(I,3)
    DO 42 I=1,NO
    DO 41 J=1,NV
41 X(I,J)=X(I,J)/XF(I)
42 WRITE(6,104)(X(I,J),J=1,NV)
    DO 43 I=1,NO
    DO 43 J=4,NV
43 X(I,J-1)=X(I,J)
    NV=NV-1
    GOTO 500
304 WRITE(6,117)
    DO 40J I=1,NO
400 X(I,9)=XC(I)
    NV=9
    GOTO 350
305 WRITE(6,119)
    DO 44 I=1,NO
44 X(I,6)=X(I,6)-XC(I)*56/44
    DO 45 I=1,NO
    DO 45 J=1,NV
45 X(I,J)=X(I,J)/(1-XC(I)*1/44)
    WRITE(6,120)
    DO 46 I=1,NO
46 WRITE(6,104)(X(I,J),J=1,NV)
    GOTO 500
306 WRITE(6,125)
450 WRITE(6,126)
    DO 99 I=1,NO
99 XF(I)=X(I,2)
    DO 48 I=1,NO
    DO 47 J=1,NV
47 X(I,J)=X(I,J)/XF(I)
48 WRITE(6,104)(X(I,J),J=1,NV)
    DO 49 I=1,NO
    DO 49 J=3,NV
49 X(I,J-1)=X(I,J)
    NV=NV-1
    GOTO 500
307 WRITE(6,124)
    DO 308 I=1,NO
308 X(I,9)=XC(I)
    NV=9
    GOTO 450
500 CALL CCRAN(X,NO,NV,3,3,X1,CV,PCOR,200,20)
    WRITE(6,106)
    DO 50 I=1,NV
50 WRITE(6,112)(CV(I,J),J=1,NV)
    DO 51 I=1,NO
    DO 51 J=1,NV
51 X(I,J)=(X(I,J)-XM(J))/SQRT(CV(J,J))
    WRITE(6,109)
    DO 52 I=1,NO
52 WRITE(6,112)(X(I,J),J=1,NV)
    DO 54 I=1,NO

```

```

DO 54 J=1,NO
Z=G
DO 53 K=1,NO
53 Z=Z+(X(I,K)-X(J,K))*(X(I,K)-X(J,K))
D(I,J)=SQRT(Z)
54 CONTINUE
DO 55 I=1,NO
DO 55 J=1,NO
D(I,J)=D(J,I)
55 D(I,I)=0
WRITE(6,121)
DO 56 I=1,NO
56 WRITE(6,112) (D(I,J),J=1,NO)
GO TO 58
57 WRITE(6,122)
STOP
58 DO 59 I=1,NO
59 M1(I)=I
DO 60 I=1,NO
60 A(I)=1
61 MIN=D(1,2)
DO 63 I=1,NO
DO 63 K=1,NO
IF (I.GE.K) GO TO 63
IF (D(I,K).LE.MIN) GO TO 62
GO TO 63
62 NF=I
SUP=K
MIN=D(I,K)
63 CONTINUE
E1=M1(NF)
E2=M1(SUP)
WRITE(6,123) E1,E2,MIN
EN=NO-1
DO 64 I=1,EN
S=I
IF (I.GE.SUP) S=I+1
64 M2(I)=M1(S)
DO 65 I=1,EN
DO 65 J=1,EN
IF (I.EQ.NF.OR.K.EQ.NF) GO TO 65
XI=I
Y=J
IF (I.GE.SUP) XI=I+1
IF (J.GE.SUP) Y=J+1
65 D2(I,J)=D(XI,Y)
DO 66 I=1,EN
S=I
IF (I.GE.SUP) S=I+1
D2(NF,I)=(A(NF)/(A(NF)+A(SUP)))*D(NF,S)+(A(SUP)/(A(NF)+A(SUP)
*)*D(SUP,S)
IF (I.EQ.NF) D2(NF,I)=0
66 CONTINUE
A(NF)=A(NF)+A(SUP)
DO 67 I=1,EN
S=I
IF (I.GE.SUP) S=I+1
67 A(I)=A(S)
DO 68 I=1,EN
68 D2(I,NF)=D2(NF,I)
NO=EN
DO 69 I=1,EN
DO 69 J=1,EN
69 D(I,J)=D2(I,J)
DO 70 I=1,NO

```



Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

```

70  M1(I)=M2(I)
    IF (NO.EQ,2) GO TO 71
    GO TO 61
71  MI=M1(2)
    DI=D(1,2)
    MI1=1
    WRITE (6,123) MI1,MI,DI
    NO=NG
    CALL FACTAN(X,Z1,CV,Z2,Z3,NO,200,IV,20,1.E-5,50,6,S4,1.E-5,E)
    WRITE(6,108)
    DO 72 I=1,NV
72  WRITE(6,112)(E(I,J),J=1,NV)
    D1=0.
    DO 73 I=1,NV
73  D1=D1+CV(I,I)
    DO 74 I=1,NV
74  PV(I)=CV(I,I)*100/D1
    WRITE(6,107)
    DO 75 I=1,NV
75  WRITE(6,104)(CV(I,I),PV(I))
    CALL MXMLT(X,E,XR,NO,IV,IV,200,20)
    WRITE(6,110)
    DO 76 I=1,NO
76  WRITE (6,112)(XR(I,J),J=1,IV)
    STCP
4   WRITE(6,111)
    STCP
    END
/*
// LINKG ,ALIB=(UALF01,'ATPACK'),OPT='NOLIST'
/$
/*
/&

```

7.8. COMPROBACION DE LAS HIPOTESIS DE PARTIDA PARA LA APLICACION DE ANALISIS DE LA VARIANZA

El análisis de la varianza, basado en el modelo lineal, parte de la hipótesis de que las desviaciones aleatorias del modelo (e_i) son independientes, de media 0 y de varianza común σ^2 . Como paso previo a la aplicación de los métodos multivariantes, se ha comprobado el cumplimiento de tales hipótesis en las poblaciones estudiadas.

Como ya se ha visto (Apéndice 7.5), la formulación del modelo lineal en el análisis multivariante de la varianza (MANOVA), puede escribirse en forma matricial:

$$Y = A B + E$$

donde Y es la matriz de datos, A es la matriz de diseño factorial, B es la matriz de parámetros desconocidos y E es la matriz de desviaciones aleatorias del modelo. En este caso B es una matriz cuyas filas son los vectores de medias de cada población.

La comprobación de las condiciones necesarias para la aplicación de MANOVA se ha efectuado en el grupo de cerámicas ibéricas de Alicante, que es el que contiene mayor número de muestras de todos los de Alicante, y las conclusiones se harán extensivas a los demás. En el caso en el que lo que se compara son los

parámetros de dos poblaciones, como es el caso de la hipótesis de igualdad de varianzas, se utilizan, por el mismo motivo, los grupos ibérico y romano de Alicante.

El modelo lineal en este caso concreto se formula:

$$y_{ij} = \mu_j + e_{ij} \quad , \quad i=1, \dots, 23 \quad , \quad j=1, \dots, 8$$

donde μ_j representa el valor medio de la variable. Por definición, el error es la diferencia entre el valor observado y el valor estimado para la variable:

$$e_{ij} = y_{ij} - \hat{y}_{ij}$$

pero, la estimación de y_{ij} es y_j

$$\hat{y}_{ij} = \bar{y}_j$$

luego,

$$e_{ij} = y_{ij} - \bar{y}_j$$

En estas condiciones, se calculan los errores o residuos, para las muestras del grupo de cerámicas ibéricas de Alicante. Estos valores se encuentran recogidos en la tabla 7.1. Dado que para cada variable, \bar{y}_j es una constante, el contraste de las hipótesis de partida que hacen referencia a la matriz E es equivalente al contraste de dichas hipótesis para la matriz de datos de partida Y.

Tabla 7.1. Matriz de residuos o desviaciones aleatorias del modelo lineal para las ocho variables estudiadas en las 23 cerámicas ibéricas de Alicante.

MUESTRA	%MnO	%Al ₂ O ₃	%Fe ₂ O ₃	%Na ₂ O	%K ₂ O	%CaO	%MgO	%TiO ₂
A-1-1	-0.017	2.483	-0.035	0.271	-2.658	2.960	-3.294	0.058
A-2-1	-0.019	5.883	1.725	0.081	-2.298	-2.040	-3.474	0.418
A-3-1	-0.017	4.483	-1.825	-0.229	0.742	-10.24	-3.604	0.428
A-4-1	-0.015	4.583	0.385	-0.219	1.882	-10.34	-3.314	0.328
A-5-1	-0.003	1.083	1.525	0.501	1.042	-2.140	-0.864	-0.032
A-6-1	-0.004	1.283	0.145	0.161	0.522	-1.040	-0.614	-0.162
A-7-1	-0.004	-2.917	-0.475	-0.229	-0.118	-2.340	2.376	-0.212
A-8-1	-0.008	-2.917	-0.535	0.651	-0.538	4.860	4.146	-0.202
A-9-1	-0.015	2.883	-2.065	-0.129	2.002	-8.040	-3.144	0.198
A-10-1	0.004	-1.817	0.925	0.191	0.612	0.860	4.246	-0.182
A-11-1	-0.007	-6.217	-1.445	-0.179	-1.438	14.06	-3.054	-0.472
A-12-1	0.000	4.283	2.065	0.061	-0.168	-7.640	-3.574	0.028
A-13-1	-0.009	-1.917	-0.475	-0.299	0.642	4.060	-0.504	-0.232
A-38-1	-0.014	2.283	0.635	-0.489	-1.398	0.860	-2.454	-0.052
A-39-1	-0.015	2.283	0.165	-0.369	-1.898	-0.440	-3.134	-0.012
A-52-1	0.020	-1.617	-0.155	0.001	0.072	6.360	2.936	0.018
A-53-1	0.012	-3.817	-0.155	0.011	1.632	-2.290	2.956	0.338
A-54-1	0.017	-4.567	0.135	-0.229	0.832	2.160	-1.694	0.138
A-55-1	0.012	2.083	0.865	-0.049	1.052	2.160	1.066	0.038
A-56-1	0.029	-1.617	-0.415	0.591	0.542	2.260	1.186	0.068
A-57-1	0.036	1.583	0.635	0.421	0.482	2.660	3.326	0.108
A-87-1	0.009	-2.677	-0.345	-0.059	-1.478	-0.770	4.926	-0.292
AB-1-1	0.000	-5.117	-1.275	-0.389	-0.068	4.060	5.556	-0.312



i) Condición de independencia

Sólo puede analizarse repitiendo la toma de datos, pudiendo recurrirse a la matriz de correlaciones para las variables $(e_{1,1}, e_{1,2}, \dots, e_{1,e}, e_{2,2}, \dots, e_{2,e}, \dots, e_{23,1}, \dots, e_{23,e})$. Como ésto no es factible, nos conformamos con descartar la más frecuente violación de la independencia, es decir, la influencia de cada residuo en el siguiente. Para ello se define el coeficiente de correlación serial, que es el coeficiente de correlación entre dos variables cuyos valores observados son:

<u>Caso</u>	<u>1ª variable</u>	<u>2ª variable</u>
1	e_1	e_2
.	.	.
.	.	.
.	.	.
n-1	e_{n-1}	e_n

Coeficiente de correlación serial=

$$\frac{\sum_{i=2}^N (y_{1i} - \hat{y}_{1i})(y_{i-1} - \hat{y}_{i-1})}{\left(\sum_{i=2}^N (y_{1i} - \hat{y}_{1i})^2 \sum_{i=2}^N (y_{i-1} - \hat{y}_{i-1})^2 \right)^{1/2}} =$$

$$\frac{\sum_{i=2}^N e_{1i} e_{i-1}}{\left(\sum_{i=2}^N e_{1i}^2 \sum_{i=2}^N e_{i-1}^2 \right)^{1/2}}$$

En la tabla 7.2 se presentan los valores del coeficiente de correlación serial para las desviaciones de las ocho variables estudiadas. En el apéndice 7.6 se presenta el programa de cálculo utilizado para la obtención, tanto de la matriz de desviaciones aleatorias del modelo, como del coeficiente de correlación serial.

Los valores encontrados para el coeficiente de correlación serial para las ocho variables estudiadas, que se presentan en la tabla 7.2, forman un vector de coeficientes de correlaciones seriales. Dado que individualmente todas las componentes de este vector son muy pequeñas, podemos suponer que los elementos de las columnas de la matriz E son independientes.

Tabla 7.2. Valores del coeficiente de correlación serial para las ocho variables observadas en el grupo de cerámicas ibéricas de Alicante.

Variable	Coefficiente de Correlación Serial
%MnO	0,0
%Al ₂ O ₃	0,077
%Fe ₂ O ₃	-0,122
%Na ₂ O	0,0
%K ₂ O	0,167
%CaO	-0,036
%MgO	0,014
%TiO ₂	0,0

ii) Pruebas de normalidad

Los métodos basados en el modelo lineal son robustos frente a la normalidad, es decir, su violación apenas tiene consecuencias. No obstante, se puede hacer una prueba gráfica de normalidad: se ordenan los valores observados para la variable de menor a mayor y se representan sobre el eje OX. Las abscisas correspondientes (y_i) se obtienen evaluando la función de distribución $N(0,1)$ para

$$z_i = (i - 1/3) / (N + 1/3)$$

Tales y_i son una sucesión de valores $N(0,1)$, y cabría esperar una recta de pendiente unidad si los datos fuesen $N(0,1)$, mientras que si la distribución fuese $N(\mu, \sigma^2)$, se obtendría una recta de pendiente $1/\sigma$.

En las figuras 7.1 a 7.8 se presentan las pruebas gráficas de normalidad para las desviaciones de las ocho variables analizadas. Puede observarse que, en todos los casos existe una tendencia lineal, por tanto puede decirse, al menos de forma aproximada, que la matriz se ajusta a la distribución normal multivariante. Como era de esperar, al aplicar esta misma prueba para los datos de las cerámicas ibéricas de Alicante también se observa una distribución aproximadamente normal para cada una de las variables estudiadas, por tanto, se puede decir que los datos experimentales obtenidos se distribuyen normal multivariante, y se hablará de modelo lineal normal. Por la propia definición de las desviaciones del

VALOR
NORMAL
ESPERADO

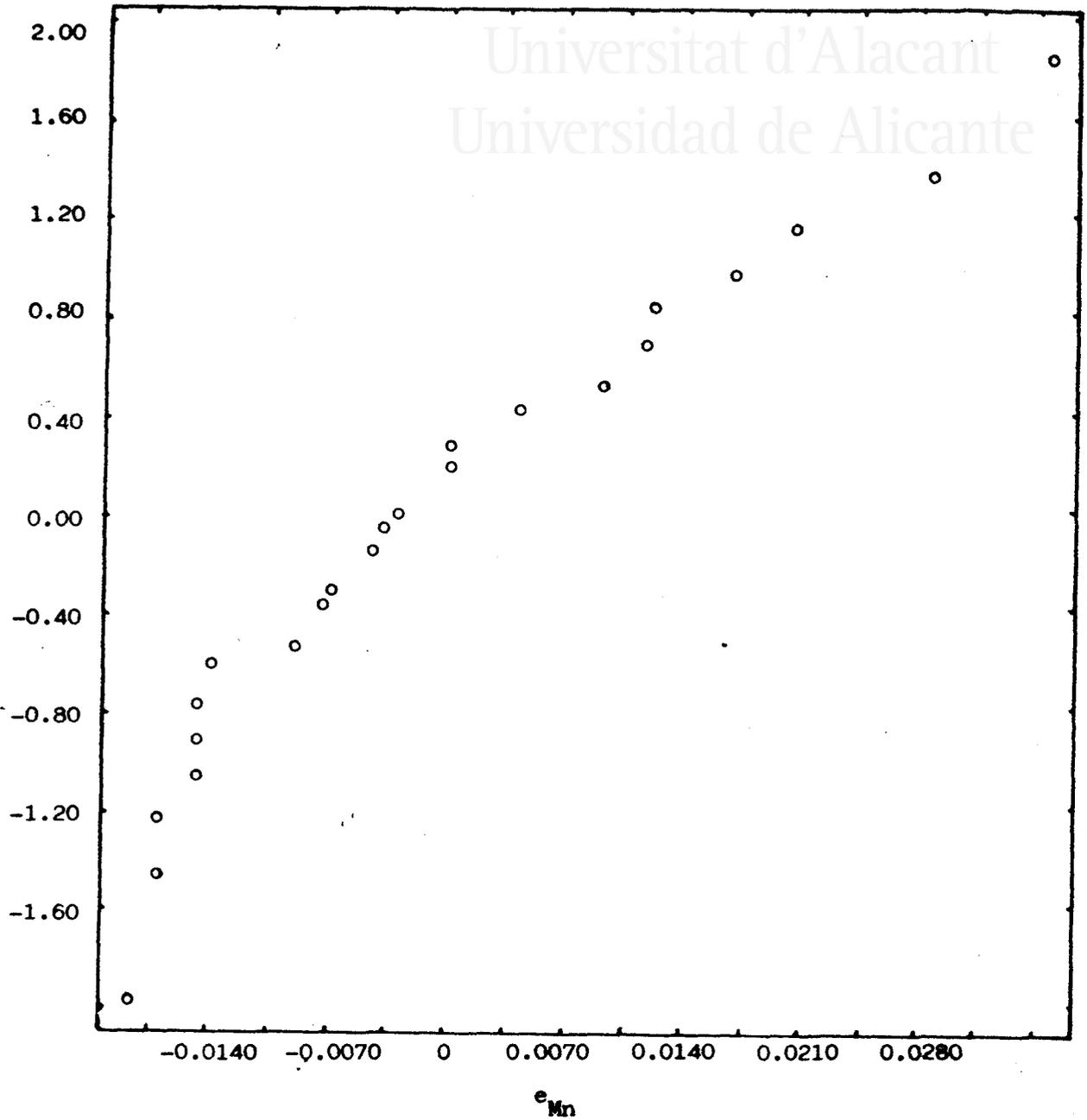


Figura 7.1. Prueba gráfica de normalidad para las desviaciones del %MnO en las 23 cerámicas ibéricas de Alicante.

VALOR
NORMAL
ESPERADO

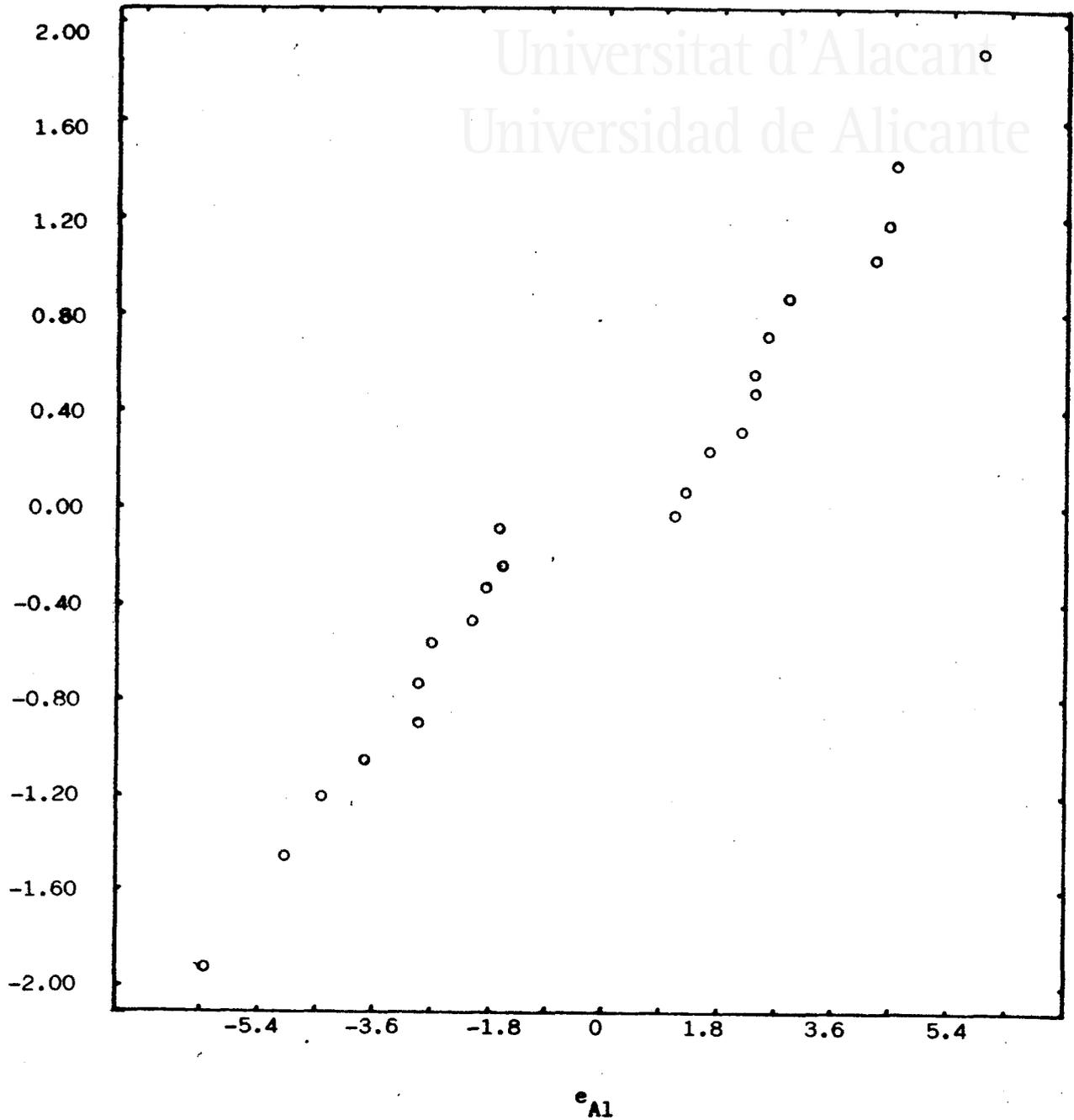


Figura 7.2. Prueba gráfica de normalidad para las desviaciones del %Al₂O₃ en las 23 cerámicas ibéricas de Alicante.

VALOR
NORMAL
ESPERADO

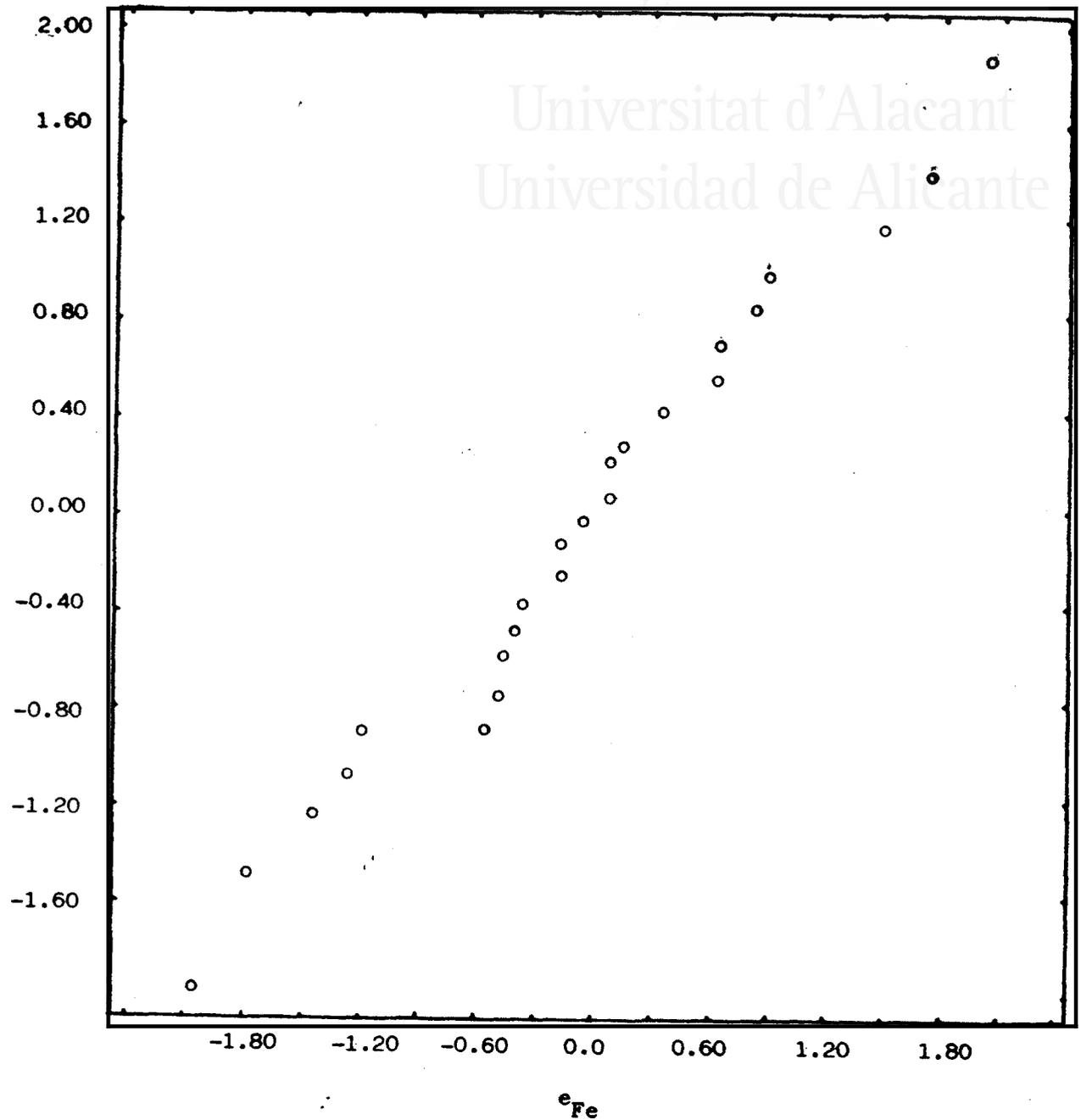


Figura 7.3. Prueba gráfica de normalidad para las desviaciones del $\%Fe_2O_3$ en las 23 cerámicas ibéricas de alicante.

VALOR
NORMAL
ESPERADO

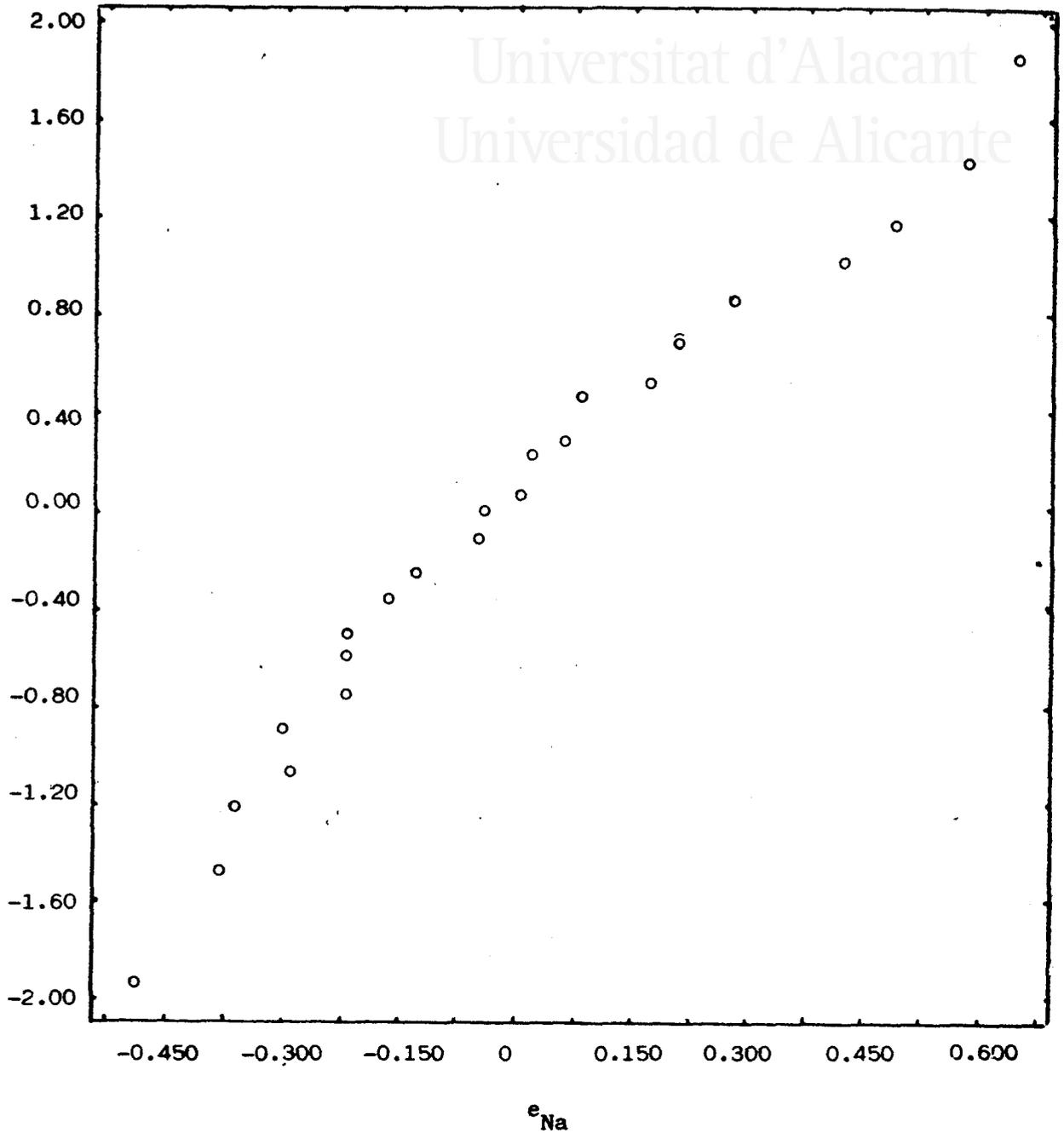


Figura 7.4. Prueba gráfica de normalidad para las desviaciones del %Na₂O en las 23 cerámicas ibéricas de Alicante.

VALOR
NORMAL
ESPERADO

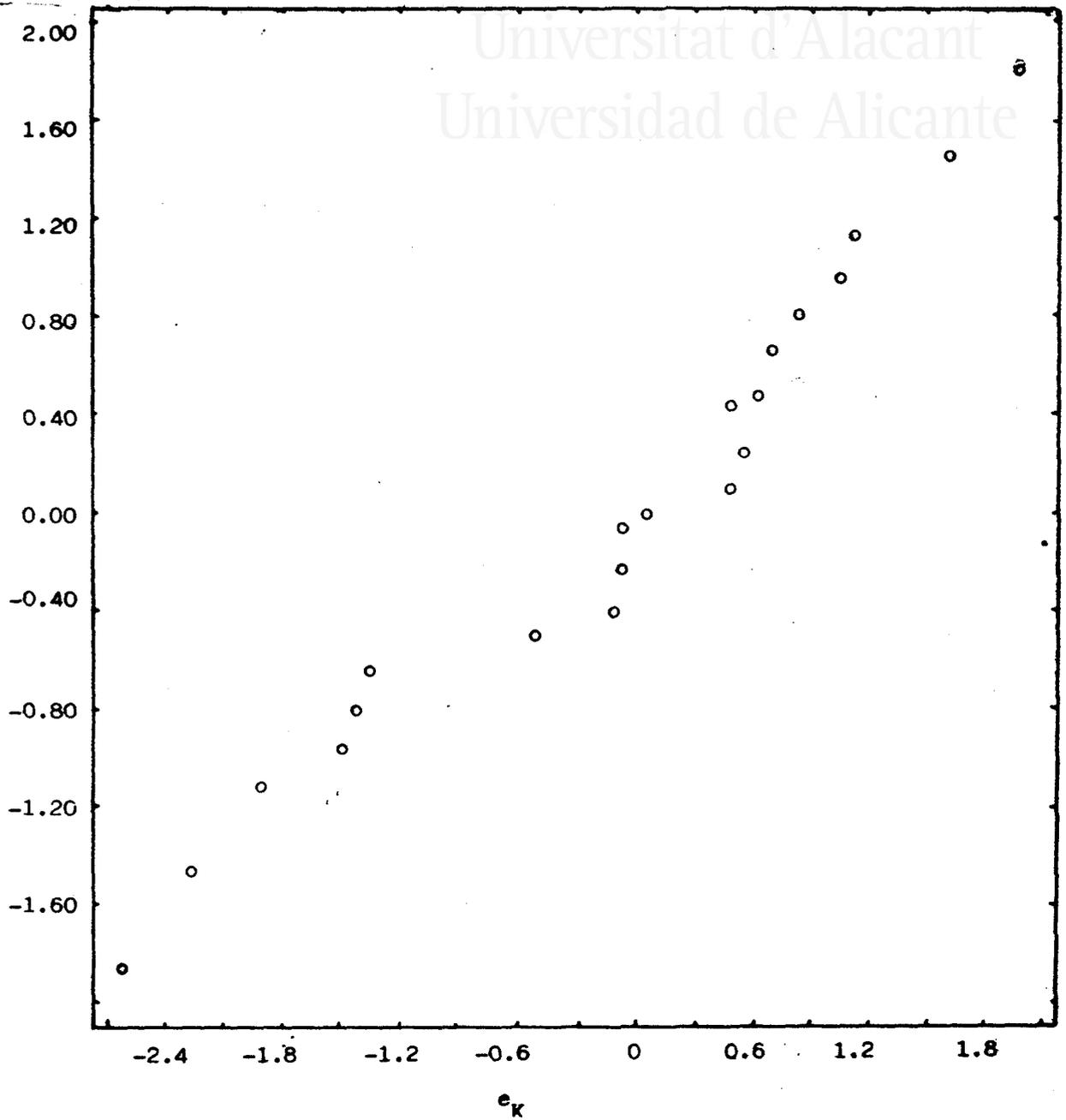


Figura 7.5. Prueba gráfica de normalidad para las desviaciones del %K_{≥0} en las 23 cerámicas ibéricas de Alicante.



Universitat d'Alacant
 Universidad de Alicante

VALOR
 NORMAL
 ESPERADO

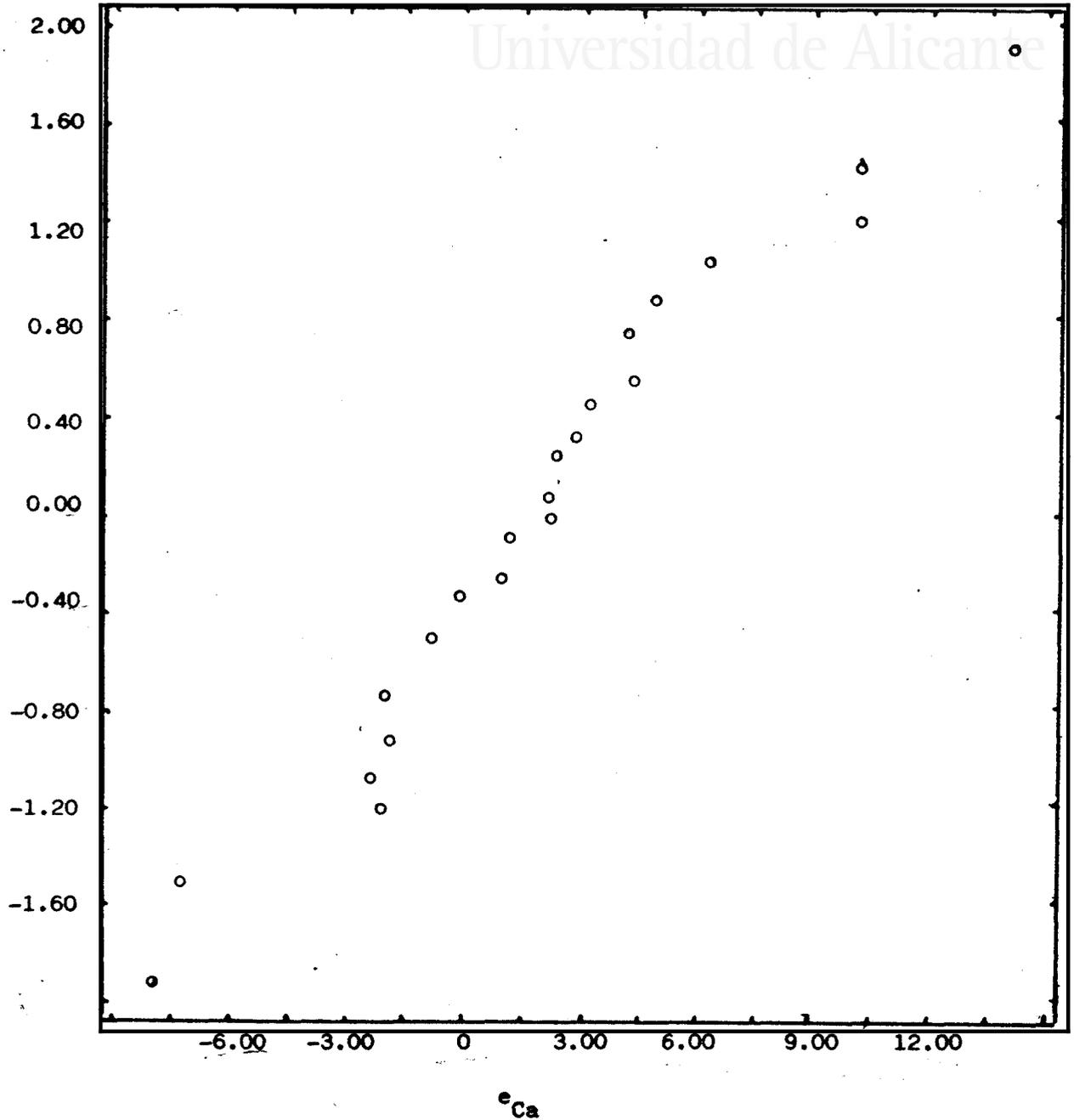


Figura 7.6. Prueba gráfica de normalidad para las desviaciones del %CaO en las 23 cerámicas ibéricas de Alicante.

VALOR
NORMAL
ESPERADO

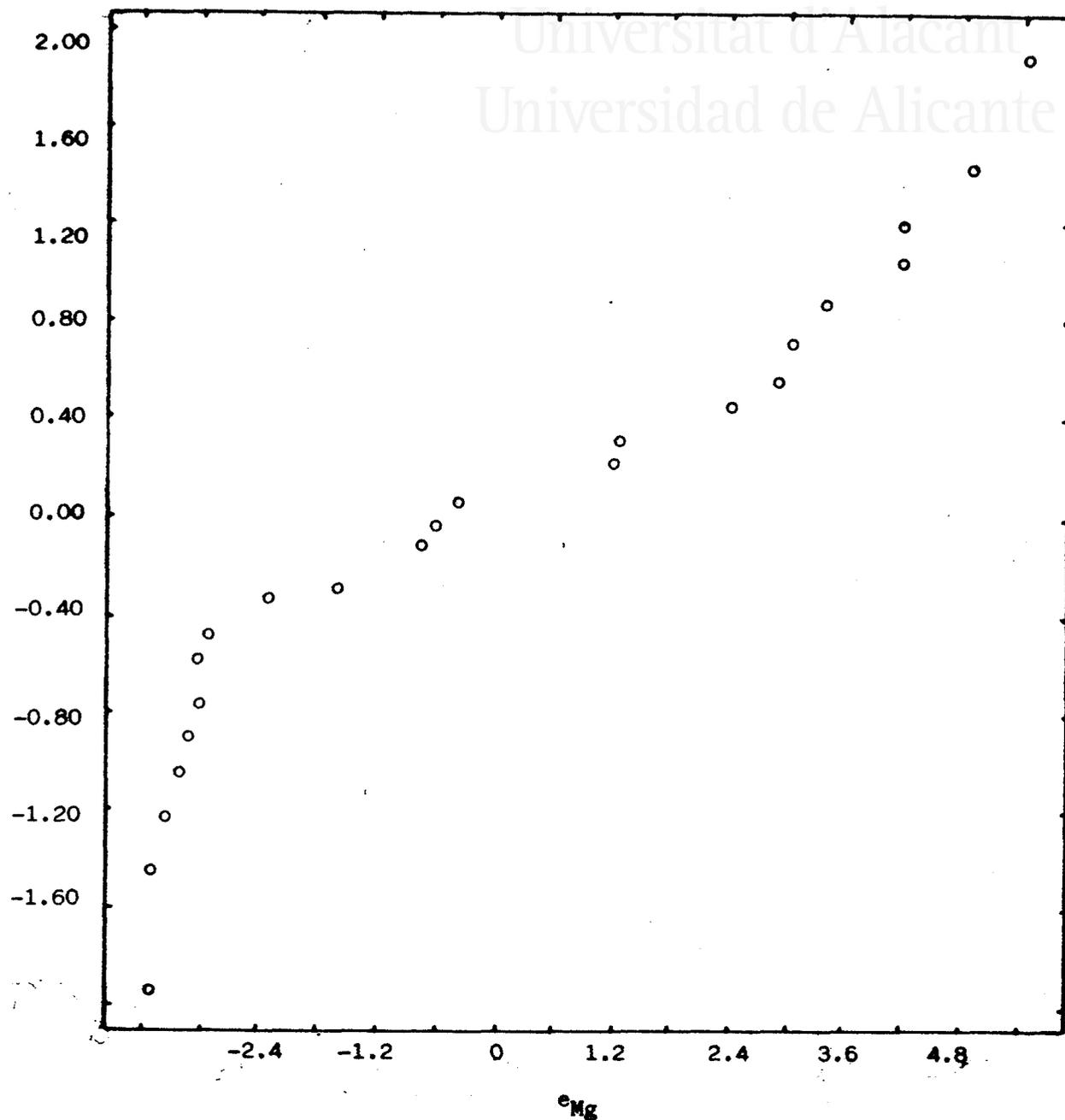


Figura 7.7. Prueba gráfica de normalidad para las desviaciones del %MgO en las 23 cerámicas ibéricas de Alicante.



Universitat d'Alacant

Universidad de Alicante

VALOR
NORMAL
ESPERADO

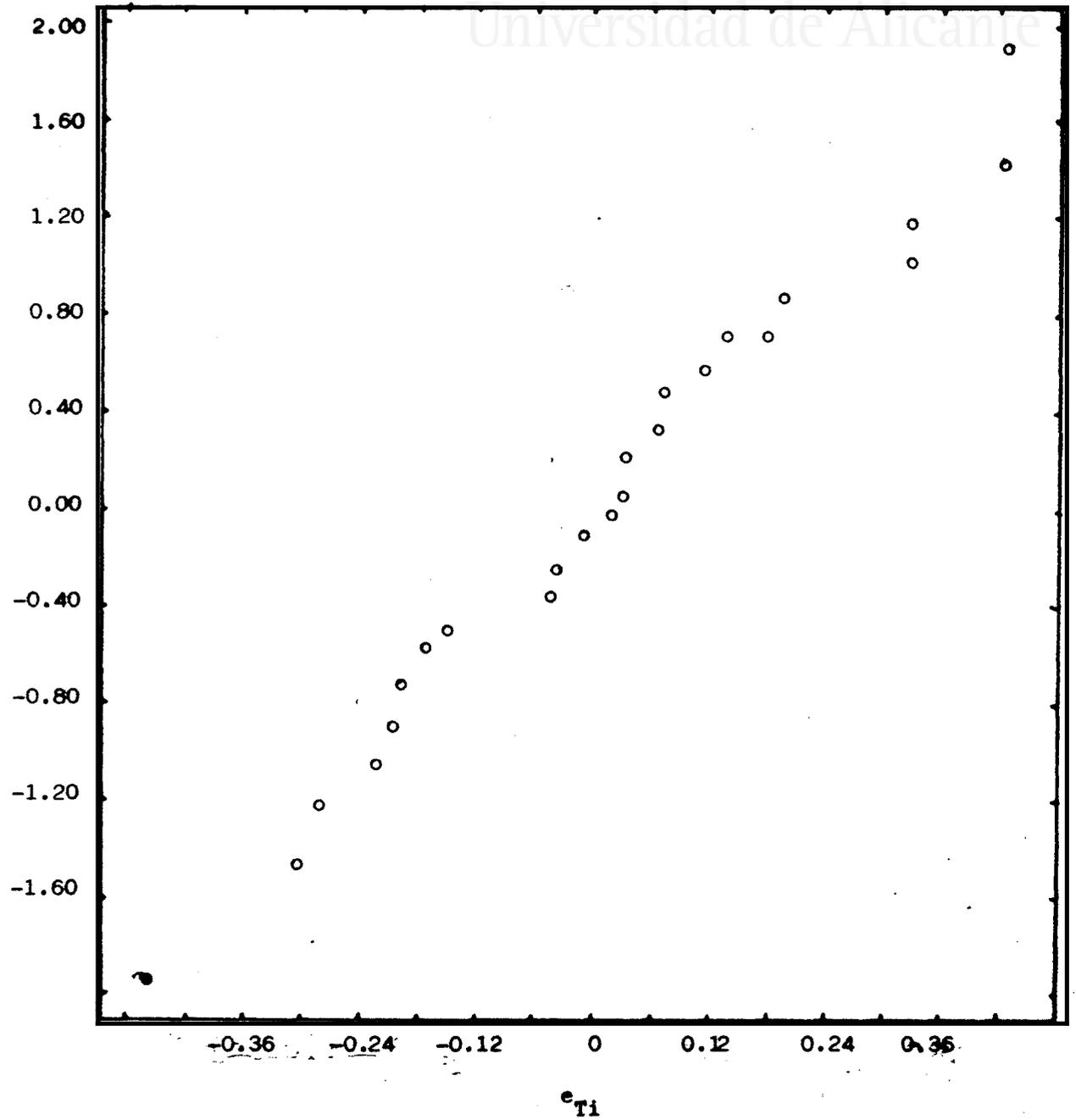


Figura 7.8. Prueba gráfica de normalidad para las desviaciones del %TiO₂ de las 23 cerámicas arqueológicas de Alicante.



1987

VALOR
NORMAL
ESPERADO

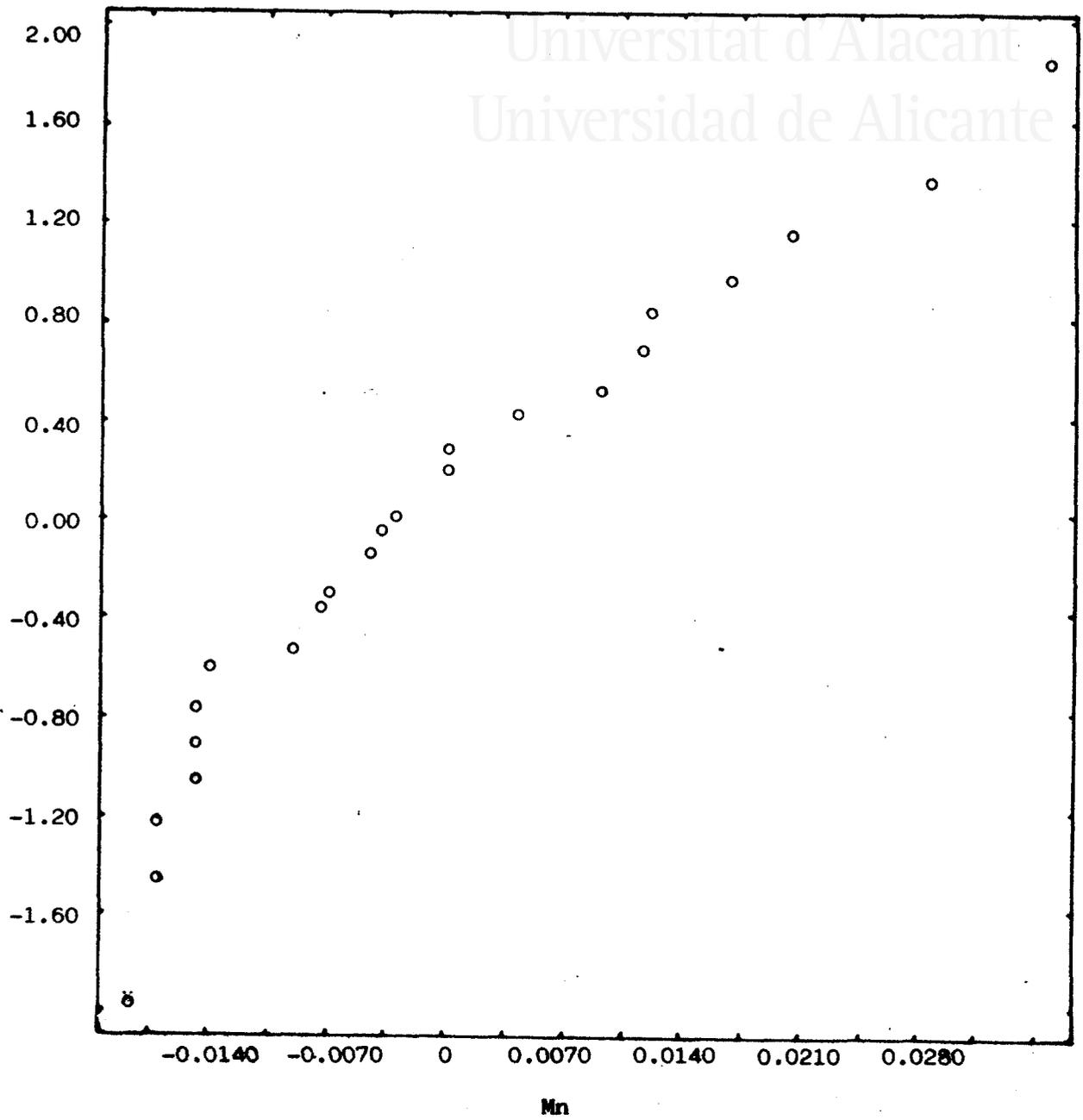


Figura 7.9. Prueba gráfica de normalidad para el %MnO en las 23 cerámicas ibéricas de Alicante.

modelo, la representación gráfica correspondiente a las desviaciones de una variable es idéntica a la representación análoga para la variable. A título de ejemplo se presenta la prueba gráfica de normalidad para el manganeso (figura 7.9). Como puede verse, la distribución de puntos en la figura 7.1 (desviaciones del %MnO) y en la figura 7.9 (%MnO) son iguales.

La prueba gráfica de normalidad se ha llevado a cabo mediante el programa BMDP 5D (Dixon y col., 1977).

iii) Igualdad de medias

Otra de las condiciones que deben cumplir los e_{1j} , es que sus medias sean 0. Esto es así por la propia definición de dichos errores. En efecto:

$$e_{1j} = y_{1j} - \bar{y}_{1j}$$

$$e_{1j} = \sum e_{1j} / N = \sum (y_{1j} - \bar{y}_{1j}) / N =$$

$$\sum y_{1j} / N - \sum \bar{y}_{1j} / N = \bar{y}_{1j} - N \bar{y}_{1j} / N =$$

$$\bar{y}_{1j} - \bar{y}_{1j} = 0$$

iv) Igualdad de varianzas

La hipótesis de igualdad de matrices de covarianzas se puede contrastar utilizando el test de la razón de verosimilitud (Cuadras, 1980).

Sean K poblaciones, con vectores de medias M_t y matrices de covarianzas C_t , los estimadores máximo verosímiles de M_t y C_t son X_t y S_t .

Sea C la matriz de covarianzas común, se demuestra que el estimador máximo-verosímil de C es:

$$S = [(N-K)/N] \hat{S}$$

siendo N el número total de individuos y \hat{S} :

$$\hat{S} = [1/(N-k)] \sum_{t=1}^k N_t S_t$$

La razón de verosimilitud, λ , es:

$$\lambda = \prod_{t=1}^k |S_t|^{N_t/2} / |S|^{N/2}$$

y el test se resuelve utilizando el estadístico:

$$V = -2 \text{ Log } \lambda = N \text{ Log } |S| - \sum_{t=1}^k N_t \text{ Log } |S_t|$$

cuya distribución asintótica es una ji-cuadrado con $(K-1)n(n+1)/2$ grados de libertad. Se acepta la hipótesis si V no es significativa.

Se han calculado las matrices de covarianzas para los grupos romano e ibérico de Alicante (S_1 y S_2), así como la matriz de covarianzas común (S), que se presentan en las tablas 7.3, 7.4 y 7.5. Los valores de los determinantes correspondientes son:

$$|S_1| = 2,56 \times 10^{-5}$$

$$|S_2| = 2,00 \times 10^{-4}$$

$$|S| = 3,00 \times 10^{-4}$$

El valor del estadístico V es:

$$V = 26,4959$$

$$\text{Grados de libertad} = 36$$

El valor tabulado para la ji-cuadrado de Pearson, con $\alpha = 0,01$ y 30 grados de libertad es de 50,892. El valor para $\chi_{36,0,01}^2$ es mayor que para $\chi_{30,0,01}^2$, por tanto:

$$V < \chi_{36,0,01}^2$$

V no es significativa, con $\alpha = 0,01$; se acepta la hipótesis de igualdad de matrices de covarianzas, con coeficiente de confianza del 99%.

Para la aplicación correcta del análisis canónico de poblaciones es necesario verificar la hipótesis de homogeneidad de matrices de covarianzas:

$$H_0: C_1 = \dots = C_k$$

que debe ser aceptada, así como la hipótesis de igualdad de vectores de medias:

$$H_0^b: M_1 = \dots = M_k$$

que debe ser rechazada para que tenga sentido la aplicación del análisis canónico de poblaciones. En caso contrario, las poblaciones comparadas se confundirían en una sola y la representación canónica se reduciría a un punto, salvo las diferencias debidas al muestreo.

Como ya se ha visto, se cumple la primera hipótesis. En cuanto a la segunda, en el presente trabajo, ha sido contrastada cada vez que se ha aplicado análisis canónico de poblaciones. En cualquier caso, el cumplimiento de la hipótesis de igualdad de vectores de medias no implica que el método no pueda ser aplicado, sino que el resultado que se va a obtener no va a establecer diferencias entre las poblaciones estudiadas.

Tabla 7.3. Matriz de covarianzas para el grupo de 23 cerámicas ibéricas de Alicante (S₁).

	%MnO	%Al ₂ O ₃	%Fe ₂ O ₃	%Na ₂ O	%K ₂ O	%CaO	%MgO	%TiO ₂
%MnO	0.001	0.002	0.022	0.012	0.002	0.078	0.021	0.000
%Al ₂ O ₃	0.002	8.717	1.000	-0.017	1.142	2.716	0.209	0.012
%Fe ₂ O ₃	0.023	1.000	1.432	0.501	-0.084	1.151	0.576	0.116
%Na ₂ O	0.012	-0.017	0.501	0.419	-0.065	0.174	0.292	0.034
%K ₂ O	0.003	1.142	-0.090	-0.065	0.859	2.906	0.179	0.024
%CaO	0.078	2.716	1.151	0.174	2.906	21.730	2.186	0.143
%MgO	0.022	0.209	0.576	0.292	0.179	2.186	0.601	0.007
%TiO ₂	0.000	0.012	0.116	0.024	0.024	0.143	0.007	0.069



Tabla 7.4. Matriz de covarianzas para el grupo de 21 cerámicas romanas de Alicante (S₂).

	%MnO	%Al ₂ O ₃	%Fe ₂ O ₃	%Na ₂ O	%K ₂ O	%CaO	%MgO	%TiO ₂
%MnO	0,000	-0,022	0,002	0,002	0,006	0,027	0,029	-0,000
%Al ₂ O ₃	-0,022	12,058	1,478	0,045	-0,186	-12,987	-6,983	0,537
%Fe ₂ O ₃	0,002	1,478	1,117	0,094	-0,200	-0,755	-0,323	0,044
%Na ₂ O	0,002	0,045	0,094	0,103	0,021	0,209	0,281	0,003
%K ₂ O	0,006	-0,186	-0,200	0,021	1,751	-2,884	0,627	0,091
%CaO	0,027	-12,987	-0,755	0,209	-2,884	31,027	6,225	-0,871
%MgO	0,029	-6,983	-0,323	0,281	0,627	6,225	10,269	-0,324
%TiO ₂	-0,000	0,537	0,044	0,003	0,091	-0,871	-0,324	0,055

Tabla 7.5. Matriz de covarianzas común para las 23 cerámicas ibéricas y las 21 romanas de Alicante (S).

$$S = \frac{1}{N-k} \sum_{i=1}^N \left(\frac{X_i - \bar{X}}{N-k} \right) \left(\frac{X_i - \bar{X}}{N-k} \right)' = \frac{1}{44} (23S_1 + 21S_2)$$

	%MnO	%Al ₂ O ₃	%Fe ₂ O ₃	%Na ₂ O	%K ₂ O	%CaO	%MgO	%TiO ₂
%MnO	0.001	-0.010	0.012	0.007	0.005	0.052	0.026	-0.000
%Al ₂ O ₃	-0.010	10.460	1.250	0.015	0.442	-5.492	-3.550	0.286
%Fe ₂ O ₃	0.012	1.250	1.267	0.288	-0.147	0.155	0.107	0.079
%Na ₂ O	0.007	0.015	0.288	0.254	-0.020	0.192	0.287	0.018
%K ₂ O	0.005	0.448	-0.147	-0.020	1.307	-0.121	0.413	0.059
%CaO	0.052	-5.492	0.155	0.192	-0.121	26.590	4.292	-0.387
%MgO	0.026	-3.550	0.107	0.287	0.413	4.297	5.650	-1.660
%TiO ₂	-0.000	0.286	0.079	0.018	0.059	-0.387	-0.166	0.063

7.9. ANALISIS QUIMICOS DE 29 ARCILLAS DE INTERES CERAMICO DE LA PROVINCIA DE ALICANTE (Mas, 1981)

MUESTRA	1	2	3	4	5
%MnO	0.03	0.05	0.05	0.02	0.03
%Al ₂ O ₃	13.3	17.4	15.5	11.8	11.8
%Fe ₂ O ₃	4.52	7.09	6.90	4.32	3.99
%Na ₂ O	0.44	0.95	0.52	1.14	0.44
%K ₂ O	2.84	5.15	4.54	2.18	2.44
%CaO	15.1	0.57	6.03	20.8	17.7
%MgO	2.72	2.38	9.54	1.82	2.80
%SiO ₂	43.8	58.5	42.9	36.7	41.7
%TiO ₂	0.50	0.81	0.53	0.46	0.51
%CO ₂	11.9	0.31	0.26	16.2	12.9
Origen	Agost	Elche	Aspe	Elche	Aspe

MUESTRA	6	7	8	9	10
%MnO	0.05	0.03	0.09	0.03	0.02
%Al ₂ O ₃	8.06	13.6	9.99	12.0	12.8
%Fe ₂ O ₃	3.71	4.37	4.70	4.97	3.84
%Na ₂ O	0.27	0.39	0.28	0.43	0.98
%K ₂ O	2.00	2.99	2.81	2.64	2.18
%CaO	16.2	11.7	12.8	21.0	18.2
%MgO	5.39	2.32	8.63	1.27	1.68
%SiO ₂	47.9	49.5	33.4	37.2	42.2
%TiO ₂	0.39	0.61	0.46	0.52	0.53
%CO ₂	10.3	8.10	1.89	16.3	14.6
Origen	Pinoso	Pinoso	Villena	Biar	Alicante

MUESTRA	11	12	13	14	15
%MnO	0,04	0,02	0,02	0,02	0,02
%Al ₂ O ₃	19,8	15,5	14,5	19,1	11,1
%Fe ₂ O ₃	8,52	4,84	4,15	8,46	3,94
%Na ₂ O	0,39	0,92	0,86	0,49	0,68
%K ₂ O	6,60	2,52	2,70	5,76	2,53
%CaO	0,70	10,9	13,8	0,56	17,7
%MgO	2,45	1,71	1,69	1,94	2,14
%SiO ₂	54,8	49,4	46,5	54,8	44,7
%TiO ₂	0,86	0,54	0,49	0,88	0,48
%CO ₂	0,09	8,58	11,1	0,35	13,4
Origen	Alican.	Agost	Petrel	Elda	Elda

MUESTRA	16	17	18	19	20
%MnO	0.07	0.03	0.03	0.02	0.07
%Al ₂ O ₃	15.2	11.0	12.4	20.0	11.5
%Fe ₂ O ₃	6.54	3.32	3.74	7.69	4.34
%Na ₂ O	0.34	0.46	0.66	0.50	0.22
%K ₂ O	3.85	2.34	2.77	4.97	3.81
%CaO	4.80	15.4	11.0	0.49	15.8
%MgO	13.0	2.31	2.55	1.84	9.02
%SiO ₂	44.8	48.7	53.7	55.6	36.0
%TiO ₂	0.60	0.53	0.99	0.46	0.56
%CO ₂	3.34	12.4	8.89	0.09	12.1
Origen	Biar	Onil	Onil	Tibi	Alcoy

MUESTRA	21	22	23	24	25
%MnO	0.09	0.10	0.07	0.02	0.05
%Al ₂ O ₃	16.3	16.2	18.1	11.9	17.1
%Fe ₂ O ₃	7.48	6.40	7.71	3.93	7.13
%Na ₂ O	0.22	0.30	0.32	0.54	0.50
%K ₂ O	5.49	5.56	5.21	2.73	5.34
%CaO	6.96	4.37	3.17	18.3	1.41
%MgO	4.67	6.56	4.30	2.71	3.53
%SiO ₂	46.3	49.4	49.3	41.2	57.1
%TiO ₂	0.56	0.52	0.52	0.47	0.79
%CO ₂	4.75	1.14	0.13	14.2	0.40
Origen	Muro de Alcoy	Pego	Sagra	Villa- joyosa	Orcheta

MUESTRA	26	27	28	29
%MnO	0,09	0,02	0,07	0,07
%Al ₂ O ₃	13,9	18,6	16,8	14,4
%Fe ₂ O ₃	6,05	8,68	6,38	5,95
%Na ₂ O	0,47	0,52	1,08	1,06
%K ₂ O	4,31	5,64	5,13	4,95
%CaO	3,57	0,66	1,33	1,39
%MgO	4,28	2,53	5,06	6,37
%SiO ₂	57,6	56,3	54,3	53,7
%TiO ₂	0,68	0,99	0,87	0,70
%CO ₂	2,38	0,53	0,09	0,04
Origen	Callosa d'En Sarriá	Callosa d'En Sarriá	Crevi- llente	Crevi- llente



Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

BIBLIOGRAFIA

ABAD CASAL, L. (1984). "Los Orígenes de la Ciudad de Alicante". Instituto Juan Gil Albert, Alicante

ABASCAL, R., HARBOTTLE, G., SAYRE, E.V. (1974). "Archaeological Chemistry. Advances in Chemistry Series". American Chemical Society, 138, 81-101.

ALHONEN, P., KOKKONEN, J., MATISKAINEN, H., VUORINEN, D. (1980). Bulletin at the Geological Society of Finland, 52(2), 193-206.

ALVEY, C.F., BANFIELD, C.F., BAXTER, R.I., GOWER, J.C. "A General Statistical Program". Rothamsted Experimental Station, Harpenden, Hertfordshire.

ATTAS, S.M., FOSSEY, J.M., YAFFE, L. (1982). Archaeometry, 24(2), 181-190.

ATTAS, S.M., FOSSEY, J.M., YAFFE, L. (1984). Archaeometry, 26(1), 104-107

AVERNHEIMER ARGUINANO, C., PINA GOSALBEZ, J.A., RUIZ BEVIA, F., GOMEZ SIURANA, A., GOMIS YAGÜES, V. (1984), I Congreso Español de Geología, III, 515-526.

BENZECRI, J.P. (1976) "L'Analyse des données I y II". Dunod. Paris.

BIEBER, A.M., BROOKS, D.W., HARBOTTLE, G., SAYRE, E.V. (1976). *Archaeometry*, 18(1), 59-74.

BIRGUL, O., DIKSIC, M., YAFFE, L. (1979). *Archaeometry*, 21(2), 203-218.

BLACKMAN, M.J. (1981). *British Museum Occasional Papers*, 19, 7-20.

BLASIUS, E., WAGNER, H., BRAUN, H., KRUMBHOLZ, R., SCHWARTZ, B. (1983). *Archaeometry*, 25(2), 165-178.

BOSCH, F., HERNANDIS, V., MARTIN, M.L. (1979). *Bol. Soc. Esp. Cerám. Vidr.*, 18, 93.

BROOKS, D., BIEBER, A.M., HARBOTTLE, G., SAYRE, E.V. (1974). "Archaeological Chemistry. Advances in Chemistry Series". *American Chemical Society*, 138, 48-80.

CARRARA, M., CRISCI, G.M., DE FRANCESCO, A.M. (1982). *Rendiconti Società Italiana di Mineralogia e Petrologia*, 38(3), 1459-1470.

CARRIVEAU, G.W. (1980). *Archaeometry*, 22(2), 209-210.

CESANA, A., CIASCA, A., DI CAPRIO, N.C., TERRANI, M., TUSA, V. (1983). *J. Radioanal. Chem.*, 78(2), 347-357.

COXON, A.P.M. (1977). "User Manual Multidimensional Scaling Package". Univ. of Edingburgh.

- CUADRAS, C.M. (1981). "Métodos de análisis multivariante". Eunibar, Bracelona.
- DAVIDSON, T.E. (1981). British Museum Occasional Papers, 19, 21-32.
- DIXON, W.J., BROWN, M.P. (eds.) (1977). "Biomedical Computer Programs, p-series". Univ. of California Press.
- GRIMANIS, A.P., FILIPPAKIS, S.E., PERDIKATSI, B., VASSILAKI-GRIMANI, M., BOSANA-KOUROU, N., YALOURIS, N. (1980). J. Archaeol. Sci., Z(3), 227-239.
- HAMMOND, N., HARBOTTLE, G., SAYRE, E.V. (1979). Archaeometry, 18(2), 147-168.
- HATCHER, H., HEDGES, R.E.M., POLLARD, A.M., KENRICK, P.M. (1980). Archaeometry, 22(2), 133-151.
- HERNANDIS, V. (1975). Tesis Doctoral. Valencia.
- JORNET, A. (1980). Schweiz. Mineral. Petrogr. Mitt., 60(2-3), 271-285.
- KAPLAN, M.F., HARBOTTLE, G., SAYRE, E.V. (1982). Archaeometry, 24(2), 127-142.
- KOHL, P.L., HARBOTTLE, G., SAYRE, E.V. (1979). Archaeometry, 21(2), 131-159.
- LEBART, L., FENELON, J.P. (1973). "Statistique et Informatique Appliquées". Dunod, Paris.

MAS, F. (1980). Tesis Doctoral. Alicante.

MAGALOUSIS, N.M., GRITTON, V. (1981). British Museum Occasional Papers, 19, 103-116.

MAGGETTI, M., KUPFER, T. (1977). Archaeometry, 20(2), 183-188.

MAGGETTI, M., FERREIRA MARQUES, M.F., SCHUBIGER, P.A. (1980). Schweiz. Mineral. Petrogr. Mitt., 60(1), 111-123.

MATISKAINEN, H., ALHONEN, P. (1984). Journal of Archaeological Science, 11, 147-157.

MELLO, E., LUSUARDI, S., MELONI, S., ODDONE, M. (1982). J. Radioanal. Chem., 69(1-2), 259-270.

MESCHEL, S.V. (1974). "Archaeological Chemistry. Advances in Chemistry Series". American Chemical Society, 138, 3-24.

NIE, N.H., HULL, C.H., JENKINS, J.G., STEINBRENNER, K. (1975). "SPSS-Statistical Package for the Social Sciences", McGraw-Hill, New York.

OLIN, J.S., HARBOTTLE, G., SAYRE, E.V. (1979). "Archaeological Chemistry. Advances in Chemistry Series". American Chemical Society, 171, 200-229.

PEISACH, M., JACOBSON, L., BOULLE, G.J., GHIWALA, D., UNDERHILL, L.G. (1982a). Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., 193(1-2), 337-341.

PEISACH, M., JACOBSON, L., BOULLE, G.J.,
GHIWALA, D., UNDERHILL, L.G. (1982b). J. of
Radioanalytical Chemistry, 69(1-2), 349-364.

PIKE, H.H.M., FULFORD, M.G. (1983).
Archaeometry, 25(1), 77-86.

POOLE, A.B., FINCH, L.R. (1972). Archaeometry,
14(1), 79-91.

RINCON, J.M. (1985), "Castulo V". Ministerio de
Cultura. Dirección General de Bellas Artes y
Archivos. Subdirección General de Arqueología y
Etnografía, 345-362.

SNOW, B.E. (1983). Can. J. Chem., 61(4), 769-
779.

THUESEN, I., HEYDORN, K., GWOZDZ, R. (1982).
PACT, Z(2), 375-381.

TUBB, A., PARKER, A.J., NICKLESS, G. (1980).
Archaeometry, 22, 153-171.

UNDERHILL, L.G., PEISACH, M. (1985). J. Trace
and Microprobe Techniques, 3(1-2), 41-65.

WISHART, D. (1978). "CLUSTAN. User Manual",
3rd ed. Univ of Edingburgh.

YOUNG, F., GREEN, P. "Multidimensional Scaling
Program Package". Comp. Inf. Serv. Group, Bell
Laboratories, Murray Hill, New Jersey.