



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

CONTROL PREDICTIVO DISTRIBUIDO ROBUSTO PARA LA COORDINACIÓN DE  
MICRO-REDES

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE  
MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA, MENCIÓN ELÉCTRICA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
INGENIERO CIVIL ELÉCTRICO

DANIEL KÖBRICH ECHAVARRI

PROFESORA GUÍA:  
DORIS SÁEZ HUEICHAPAN

PROFESOR CO-GUÍA:  
DIEGO MUÑOZ CARPINTERO

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
CONSTANZA AHUMADA SANHUEZA  
GUILLERMO JIMÉNEZ ESTEVEZ

SANTIAGO DE CHILE

2020

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR  
AL TÍTULO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA, MENCIÓN ELÉCTRICA  
RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR  
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL ELÉCTRICO  
POR: DANIEL KÖBRICH ECHAVARRI  
FECHA: 2020  
PROF. GUÍA: DORIS SÁEZ HUEICHAPAN  
PROF. CO-GUÍA: DIEGO MUÑOZ CARPINTERO

## CONTROL PREDICTIVO DISTRIBUIDO ROBUSTO PARA LA COORDINACIÓN DE MICRO-REDES

En el presente trabajo se presentan estrategias de control distribuido para la coordinación de múltiples micro-redes interconectadas que cuentan con generación y consumo no despachable y se encuentran conectadas a una red de distribución. La coordinación se realiza en el nivel de gestión energética y considera la minimización de los costos de operación, favoreciendo la operación del conjunto de micro-redes sobre la individual.

Para esto se diseñaron distintos sistemas de gestión energética basados en controladores predictivos, los cuales utilizan modelos basados en lógica difusa para predecir el consumo y generación de cada micro-red con el fin de tomar decisiones en función de la disponibilidad energética futura. Adicionalmente, se consideró el uso de intervalos de predicción en el diseño para que estos sean robustos ante las incertezas presentes en las predicciones.

Los sistemas diseñados con estructura distribuida, permiten un control confiable ante pérdidas de comunicación entre las unidades de control. Múltiples algoritmos distribuidos, tanto robustos como determinísticos, son estudiados a nivel de simulación y comparados con una alternativa centralizada.

Los resultados muestran que los sistemas de gestión energética distribuidos logran operar de forma apropiada al ser comparadas con las alternativas centralizadas, permitiendo además continuar operando ante una eventual pérdida de comunicación.

*Dedicado a mi familia y amigos*

# Agradecimientos

Me gustaría empezar agradeciendo a todas a aquellas personas que me apoyaron tanto durante mi carrera universitaria como durante en el desarrollo de esta tesis. Fue largo el camino recorrido para llegar hasta acá y no lo habría podido lograr sin ustedes.

En particular me gustaría agradecer a mis padres, quienes me aguantaron durante la carrera a pesar de que tomó más tiempo del esperado. A mis hermanos Philip, por fingir interés cuando trataba de explicarle la belleza de cada controlador y a quien vencí de forma definitiva al obtener el magíster antes que él, y Anton, que no paraba de molestarme para que jugar videojuegos mientras trabajaba.

Gracias a todas aquellas personas que aportaron el el desarrollo de este trabajo, de los cuales me gustaría destacar a la profesora Doris Sáez y a el Profesor Diego Muñoz, quienes me guiaron en el desarrollo de esta tesis, a Luis Marín cuyos aportes en esta tesis no puedo contar y quien, junto con Nicolás, logró satisfactoriamente hacerme perder días descifrando y limpiando códigos de *Matlab* y a los equipos de trabajo del laboratorio de control avanzado II y del laboratorio de micro-redes con quienes compartí buenos momentos tanto dentro como fuera de la Universidad.

A mis compañeros de universidad que me acompañaron durante esta carrera. De estos me gustaría destacar al grupo del “Exceso”, con quienes espero seguir juntándome hasta los 90. Al staff y clientes frecuentes del laboratorio de control avanzado, quienes me ayudaban a relajarme durante esas horas de almuerzo jugando Smash. A los muchachos que no importan que me apoyan con mis ñoñerías, ya sea jugando juegos de mesa o tarreando. También agradezco a Schumm y Vago por su continua amistad durante todos estos años.

Finalmente quisiera agradecer al proyecto FONDECYT 1170686 “Robust Distributed Predictive Control Strategies for the Coordination of Hybrid AC and DC Microgrids”, al Instituto Sistemas Complejos de Ingeniería (ISCI) ANID PIOA/BASAL AFB180003 y al Solar Energy Research Center SERC-Chile ANID/FONDAP/15110019 por su apoyo financiero durante el desarrollo de esta tesis.

# Tabla de Contenido

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Hipótesis . . . . .	2
1.2. Objetivos . . . . .	2
1.3. Estado del Arte . . . . .	3
1.4. Estructura del trabajo . . . . .	5
<b>2. Control Predictivo Basado en Modelos</b>	<b>6</b>
2.1. Control Predictivo Clásico para Sistemas Lineales . . . . .	6
2.2. Control Predictivo Distribuido . . . . .	9
2.2.1. Formulación Control Predictivo Distribuido . . . . .	9
2.2.2. Métodos de Solución . . . . .	11
2.3. Control Predictivo Robusto . . . . .	16
2.3.1. Formulación Control Predictivo Robusto . . . . .	16
2.4. Modelación Difusa . . . . .	21
2.4.1. Modelos Difusos Takagi-Sugeno . . . . .	21
2.4.2. Intervalos de Predicción con Números Difusos . . . . .	23
2.5. Discusión . . . . .	27
<b>3. EMS Propuesto para la Coordinación de Micro-redes</b>	<b>29</b>
3.1. Estructura del EMS . . . . .	30
3.2. Controlador Local Basado en Reglas . . . . .	32
3.3. MPC para la Coordinación de Micro-redes . . . . .	33
3.3.1. MPC Centralizado Determinístico . . . . .	34
3.3.2. MPC Distribuido . . . . .	38
3.4. MPC Robusto para la Coordinación de Micro-redes . . . . .	43
3.4.1. MPC Robusto Centralizado . . . . .	44
3.4.2. MPC Robusto Distribuido . . . . .	48
3.5. Discusión . . . . .	54
<b>4. Caso de Estudio</b>	<b>56</b>
4.1. Caso de Estudio . . . . .	56
4.2. Modelos de Predicción . . . . .	59
4.3. EMS Determinístico . . . . .	62
4.4. EMS Robusto . . . . .	67
4.5. Discusión . . . . .	72
<b>5. Conclusiones</b>	<b>74</b>

Bibliografia . . . . . 76

# Índice de Tablas

4.1. Características de cada comunidad . . . . .	57
4.2. Precio de la energía durante un día . . . . .	58
4.3. Desempeño del intervalo de predicción . . . . .	60
4.4. Métricas de operación de cada una de las micro-redes para distintos EMS . .	65
4.5. Métricas de operación a nivel del DNO . . . . .	66
4.6. Desempeño de los distintos EMS robustos . . . . .	69
4.7. Métricas de operación a nivel del DNO con los EMS robustos . . . . .	70
4.8. Tabla comparativa para los EMSs distribuidos . . . . .	70

# Índice de Ilustraciones

2.1.	Estructura de control centralizada y distribuida . . . . .	9
2.2.	Diagrama de una estructura distribuida secuencial . . . . .	12
2.3.	Diagrama de la metodología de identificación . . . . .	26
2.4.	Diagrama de la metodología de identificación de intervalos . . . . .	27
3.1.	Conexiones entre las micro-redes . . . . .	30
3.2.	EMS jerárquico centralizado . . . . .	31
3.3.	Diagrama del controlador local . . . . .	32
3.4.	Controlador predictivo . . . . .	34
3.5.	Estructura del EMS distribuido . . . . .	38
4.1.	Un día de consumo residencial y de una escuela . . . . .	57
4.2.	Intervalos para la predicción de $P_{net}$ de la comunidad de 30 casas . . . . .	60
4.3.	Intervalo con cobertura constante y decreciente . . . . .	61
4.4.	Área factible para un intervalo con cobertura decreciente y uno constante . .	61
4.5.	Dos días de operación del EMS centralizado y el estado de carga de las baterías	63
4.6.	Dos días de operación de los EMSs distribuidos, ADMM a la izquierda Adhoc a la derecha . . . . .	64
4.7.	Dos días de operación del EMS centralizado robusto . . . . .	67
4.8.	Dos días de operación de los EMSs distribuidos robustos, ADMM a la izquierda y Adhoc a la derecha . . . . .	68
4.9.	Prueba de desconexión para el EMS distribuido robusto ADMM . . . . .	71
4.10.	Prueba de desconexión para el EMS distribuido robusto Adhoc . . . . .	72

# Capítulo 1

## Introducción

Las micro-redes presentan una alternativa prometedora para satisfacer la creciente demanda energética de forma sostenible. Esto debido a su capacidad de integrar grupos de cargas y fuentes de generación distribuida en un solo sistema interconectado, el cual puede operar tanto conectado a la red de distribución como de forma independiente [1, 2]. Tradicionalmente una micro-red contiene tanto unidades controlables, como bancos de baterías o cargas controlables, como también unidades no controlables, como lo cargas domésticas o unidades de generación renovables. Esto introduce al problema la necesidad de utilizar los recursos energéticos de forma inteligente con el objetivo de minimizar costos de operación, como el costo económico de la energía suministrada por la red, o maximizar el uso de los recursos renovables.

Para esto se utilizan sistemas de gestión energética (EMS, por sus siglas en inglés *Energy Managment System*) en el diseño de micro-redes para obtener un uso más eficiente de los recursos energéticos [3]. Es de particular interés realizar una buena gestión en sistemas que cuentan con múltiples micro-redes, puesto a que una operación coordinada de éstas puede llevar a un mejor uso energético para las comunidades [4].

En este trabajo se presenta EMSs capaces de coordinar múltiples micro-redes, también conocidas como clusters de micro-redes, multi-micro-redes (*Multimicrogrid* en inglés) o micro-redes en red (*Networked Microgrid* en inglés) [5, 6, 7]. Esta interconexión permite aumentar la penetración de energías renovables [8] e introducir flexibilidad al sistema, tanto para mejorar la operación técnica como para reducir sus costos de operación [9]. Estos casos requieren de coordinación entre micro-redes para minimizar los costos y satisfacer los balances de potencia en cada nodo [7, 10], la cual debe ser realizada por el EMS. El EMS puede ser centralizado, con un solo nodo de control, o distribuido, con múltiples nodos locales asociados a cada micro-red [11, 6]. Esta tesis propone el uso de EMSs distribuidos para la coordinación, eliminando la dependencia del nodo central haciendo así al sistema robusto a fallas de comunicación, y compararlos con las soluciones centralizadas encontradas en la literatura.

El diseño de los EMSs se realizó en el contexto del control predictivo basado en modelos (MPC, por sus siglas en inglés *Model Predictive Control*), esta estrategia se eligió por su capacidad de predecir los requerimientos energéticos futuros de la micro-red y utilizar esta

información para tomar decisiones apropiadas en el control [8, 12]. En particular se busca el diseño una estructura de gestión compuesta de agentes MPC locales en cada micro-red, con el fin de eliminar la dependencia de un nodo de control central haciendo al sistema robusto fallas en las comunicaciones entre las micro-redes. Esto se realiza por medio de controladores predictivos distribuidos basados en optimización distribuida. El diseño del EMS también considera la modelación de incertezas presentes en las predicciones de las distintas cargas y generación utilizando controladores predictivos robustos, los cuales utilizan modelos de predicción. Para esto se diseñaron EMSs centralizados basados en algoritmos de control predictivo clásico y control predictivo robusto para comparar su operación con los EMSs distribuidos propuestos.

## 1.1. Hipótesis

El desarrollo de esta tesis consiste en el diseño de estrategias de control distribuido para la coordinación de micro-redes. En relación a esto, las hipótesis asociadas a este trabajo son las siguientes:

- El uso de un sistema de gestión energética basado en control predictivo distribuido permite una operación óptima del sistema formado por un conjunto de micro-redes.
- Es posible extender la formulación centralizada de control predictivo robusto para la coordinación de micro-redes a un esquema distribuido manteniendo un desempeño similar al EMS centralizado durante la operación del sistema.
- Un sistema de gestión energética distribuido permitirá continuar con la operación ante fallas en la red de comunicaciones de los controladores.

## 1.2. Objetivos

Para esta tesis se plantea como objetivo diseñar y comparar EMSs para la coordinación de múltiples micro-redes interconectadas que cuentan con generación y consumo no despachable. Su diseño considera una implementación distribuida del EMS utilizando estrategias de control predictivo distribuidas. Cada EMS minimizará los costos de operación del conjunto de micro-redes anticipando el consumo y la demanda de cada micro-red a través modelos de predicción basados en lógica difusa. De esta manera, se estudiará el uso de controladores predictivos distribuidos robustos capaces de modelar las incertezas en las predicciones de la generación y el consumo garantizando una operación nominal para cada micro-red y para la red de distribución.

Los siguientes objetivos específicos son:

- Diseñar un sistema de gestión energética jerárquico centralizado capaz de minimizar el costo de operación para múltiples micro-redes interconectadas, asegurando una operación nominal de los componentes de las micro-redes. Este estará basado en estrategias

de control predictivas que utilizarán modelos difusos para realizar predicciones de la potencia generada y consumida para cada micro-red.

- Diseñar estrategias de control predictivo distribuidas, locales en cada micro-red, que por medio de comunicaciones entre ellos minimicen el costo de operación del conjunto de micro-redes.
- Validar los sistemas propuestos por medio de simulaciones utilizando datos de consumo y generación. Para esto se utilizarán distintos escenarios en cada micro-red, considerando distintas fuentes de energía renovable como también distintos perfiles de consumo. Luego se buscará verificar que el sistema distribuido es robusto ante la pérdida de comunicación entre las micro-redes.
- Extender los diseños propuestos considerando que el consumo y la generación tienen incerteza en el diseño del controlador predictivo. Para esto se caracterizará la incerteza por medio de intervalos de predicción basados en números difusos y se utilizarán estrategias de control predictivo robusto.
- Validar el sistema robusto por medio de simulaciones y evaluar sus beneficios de gestión energética en la operación de las micro-redes. Verificar que el sistema distribuido es robusto ante pérdidas de comunicación entre las micro-redes.

### 1.3. Estado del Arte

Integrar distintas fuentes de generación a una micro-red requiere implementar una estructura de control capaz de aprovechar sus beneficios sin perjudicar la operación de cada uno de sus componentes. Para esto se presenta, comúnmente, en la literatura una estructura de control jerárquica con tres niveles de control: primario, secundario y terciario [13]. El nivel primario controla el intercambio energético entre los convertidores manteniendo la estabilidad del sistema. El secundario se encarga de eliminar el error de estado estacionario que es introducido por el nivel primario. El tercer nivel, llamado también EMS, toma decisiones sobre la importación y exportación de energía como también la operación de las unidades propias de la micro-red con el objetivo de que la operación de la micro-red traiga beneficios económicos y mantenga una operación nominal para las componentes de la micro-red.

Existe un especial interés en aumentar la penetración de energías renovables, como también introducir flexibilidad económica y de operación de los componentes de las micro-redes. Para esto se propone el desarrollo de EMSs enfocados en múltiples micro-redes interconectadas [6, 7]. Este enfoque requiere de una coordinación entre las micro-redes realizada por el EMS para que la operación conjunta sea óptima.

El EMS puede seguir una estructura centralizada, descentralizada o distribuida [6]. Una estructura centralizada consta de un solo nodo de control el cual administra todas las micro-redes. Sin embargo requiere de una red de comunicación gran tamaño, que conecte el nodo de control central con todas las micro-redes, para entregar a éstas sus consignas. Esto hace que un sistema centralizado sea vulnerable a desconexiones entre nodo central con las micro-redes, lo que podría detener la operación del sistema completo. Una estructura descentralizada elimina este problema, al considerar en el control sólo la operación local y manejar la operación de

los vecinos como perturbaciones. Sin embargo, la solución encontrada pocas veces es óptimo global, ya que al optimizar no considera la operación de las demás micro-redes. Frente a la disyuntiva entre la estructura centralizada y descentralizada, se propone una estructura distribuida. Esta consta de múltiples nodos de control locales, cómo en el caso descentralizado, sin embargo existe una comunicación entre estos para encontrar una operación apropiada para el conjunto completo. De esta forma un EMS distribuido reduce los costos de operación del sistema y mejora la confiabilidad del sistema ante fallas de comunicación [14, 15].

El control predictivo basado en modelos (MPC, por sus siglas en inglés *Model Predictive Control*), también llamado control con horizonte deslizante (RHC, por sus siglas en inglés *Receding Horizon Control*)[16], presenta una buena alternativa para el diseño de EMSs. Este control anticipa la energía generada por cada fuente y la consumida por las cargas, utilizando esta predicción para tomar decisiones considerando tanto el desempeño actual como futuro de las micro-redes [17]. Por ejemplo, se ha propuesto el uso de un EMS para coordinar micro-redes con unidades generación eólica, fotovoltaica, generadores y bancos de baterías [18]. Este EMS utiliza programación entera mixta, la cual considera variables de optimización binarias, para tomar decisiones sobre la carga y la descarga de bancos de baterías, como también el encendido y el apagado de generadores siguiendo una arquitectura centralizada.

También existen alternativas distribuidas para EMSs basados en MPC distribuido (DMPC, por sus siglas en inglés *Distributed Model Predictive Control*) capaces de realizar una coordinación entre micro-redes. Estas se diferencian entre ellas, principalmente en los métodos que utilizan para solucionar el problema de optimización. Por ejemplo los algoritmos evolutivos, como una versión distribuida de la optimización por enjambre de partículas [19]. Por otro lado se ha propuesto el uso del ADMM (por sus siglas en inglés *Alternating Direction Method of Multipliers*), el cual combina la descomposición dual y el método de multiplicadores de Lagrange para dividir el problema de optimización en problemas locales asociadas a cada micro-red [20].

El desempeño de las estrategias MPC está directamente ligado a la calidad de las predicciones, ya que una mejor predicción implica mejores decisiones de operación. Esto es de particular relevancia cuando se trabaja con sistemas con alta incerteza futura, como lo es cuando se usan fuentes de generación renovable como la eólica o la fotovoltaica [21]. Para estos casos se han propuesto EMSs con múltiples niveles de operación o también técnicas de MPC robusto. En [14] se propone el uso de un EMS con dos etapas; en la primera el sistema realiza una optimización con un horizonte de predicción de dos días mientras que en la segunda etapa optimiza cada hora para ajustarse a la variabilidad de los recursos energéticos renovables. En este estudio se utiliza un MPC robusto que determina el peor caso utilizando simulaciones de Montecarlo. Otro estudio utiliza EMS con dos niveles de operación comparando, en el primer nivel, el uso de MPC robusto y clásico con un horizonte de predicción de 24 horas [8]. En el caso robusto se utilizan modelos de intervalos difusos para encontrar el peor caso. En ambos EMS el segundo nivel realiza ajustes rápidos, por medio de un controlador basado en reglas actualizado cada minuto, para compensar las variaciones instantáneas en la potencia generada por los recursos renovables y la energía demandada.

Esta tesis también propone el uso de EMSs robustos utilizando modelación difusa para obtener los intervalos de predicción de forma similar a [8]. Sin embargo en este trabajo aborda

el desafío de coordinar múltiples micro-redes utilizando considerando tanto las incertezas como también desconexiones entre las micro-redes. Para esto se propone el uso de un EMSs distribuido basados en técnicas de optimización distribuida.

## 1.4. Estructura del trabajo

La estructura del presente trabajo de tesis está dividida en 5 capítulos, descritos brevemente a continuación.

El Capítulo 1. presenta la introducción al trabajo, los objetivos e hipótesis del desarrollo de esta tesis y la revisión del estado del arte de los temas trabajados en esta investigación.

El Capítulo 2. describe las estrategias de control predictivo basado en modelos utilizadas en el desarrollo de esta tesis. Para esto comienza con una descripción del control predictivo clásico, para luego proceder a presentar estrategias de control predictivo distribuido y control predictivo robusto. Por último presenta el método de modelación difusa utilizado para encontrar los intervalos de predicción requeridos por el controlador robusto.

El Capítulo 3. describe la estructura del sistema de gestión energética propuesto. También muestra el diseño de los controladores utilizados, tanto su variante centralizada como distribuida en sus versiones determinística y robusta.

El Capítulo 4. muestra el caso de estudio utilizado en esta tesis, describiendo las características particulares de cada comunidad. Luego presenta los modelos utilizados para obtener los intervalos de predicción como también resultados simulados de la operación coordinada de las comunidades utilizando los distintos controladores diseñados en el Capítulo 3.

Finalmente, en el Capítulo 5, se presentan las principales conclusiones del trabajo como también las líneas de investigación futuras.

# Capítulo 2

## Control Predictivo Basado en Modelos

Este capítulo tiene como objetivo presentar las bases del control predictivo basado en modelos. Para esto se aborda tanto la formulación teórica como la implementación de éste en sistemas lineales. Esto con la finalidad de comprender el funcionamiento de las estrategias utilizadas para el desarrollo de los EMSs utilizados en esta tesis.

Adicionalmente se realiza una revisión de estrategias de control predictivo tanto distribuidas como robustas, profundizando en aquellas que fueron utilizadas durante el desarrollo de este trabajo.

Finalmente se presentan los modelos utilizados para caracterizar las incertezas en las implementaciones de control robusto.

### 2.1. Control Predictivo Clásico para Sistemas Lineales

El control predictivo basado en modelos, o MPC, busca encontrar acciones de control para un sistema dinámico que sean óptimas con respecto a algún objetivo de control representado por una función de costos y sujeto a un conjunto de restricciones de operación[22]. Para esto, el controlador utiliza un modelo del sistema para realizar predicciones del estado futuro del sistema real en función de mediciones de los estados actuales del sistema como también las potenciales acciones de control futuras de este. En contraste con el control óptimo clásico (LQR, por sus siglas en inglés *Linear-Quadratic Regulator*), el cual encuentra una retroalimentación de estados óptima  $u(k) = -Kx(k)$  como acción de control[23], que es válida en cada instante, el controlador predictivo realiza una optimización en cada instante, lo que permite encontrar acciones de control que satisfagan las restricciones tanto de las entradas al sistema como a los estados en el caso de que no existan incertezas en el sistema.

Adicionalmente se asumirá que el problema de optimización puede ser resuelto dentro un tiempo de muestreo.

Para el planteamiento del controlador predictivo se considerará que el sistema a controlar

tiene una dinámica conocida dada por el siguiente modelo lineal invariante en tiempo discreto:

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k), \\y(k) &= Cx(k),\end{aligned}\tag{2.1}$$

donde  $k$  es el instante en que se toma la muestra,  $x(k)$  es el vector de estados de tamaño  $n_x$ ,  $u(k)$  es el vector de entradas de tamaño  $n_u$  e  $y(k)$  es el vector de salidas de tamaño  $n_y$ . La dinámica de los estados está definida por las matrices  $A \in \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_x}$  y  $B \in \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_u}$ , en donde se considera que el par  $[A, B]$  es controlable y la salida del sistema está definida por la matriz  $C \in \mathbb{R}^{n_y}$

Considerar ahora que el sistema tiene restricciones de operación de carácter lineal tanto en los estados como en la variable manipulada:

$$Fx(k) + Gu(k) \leq 1,\tag{2.2}$$

donde  $F \in \mathbb{R}^{n_c} \times \mathbb{R}^{n_x}$  y  $G \in \mathbb{R}^{n_c} \times \mathbb{R}^{n_u}$ , y  $n_c$  es el número de restricciones del sistema.

Se define la siguiente función de costos cuadrática para el controlador predictivo en función de los estados ( $x(k)$  a  $x(k+N)$ ) y acciones de control futuras ( $u(k)$  a  $u(k-1)$ ):

$$\begin{aligned}\min_{\substack{x(k) \cdots x(k+N) \\ u(k) \cdots u(k+N-1)}} \quad & x^T(k+N)Q_Nx(k+N) + \sum_{j=0}^{N-1} x^T(k+j)Qx(k+j) + u^T(k+j)Ru(k+j),\end{aligned}\tag{2.3}$$

donde  $N$  es el horizonte de predicción, que corresponde al número de pasos a futuro en el que se realizarán predicciones,  $Q \in \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_x}$  y  $R \in \mathbb{R}^{n_u} \times \mathbb{R}^{n_u}$  corresponden a la penalización de alejar los valores futuros de tanto el estado y la variable manipulada del origen.  $Q_N \in \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_x}$  corresponde al costo terminal del estado. Utilizando  $Q$ ,  $Q_N$  y  $R$  como matrices definidas positivas es posible garantizar la estabilidad del sistema controlado. Bajo esta función de costos se busca llevar al estado al origen utilizando la menor energía de control necesaria.

Adicionalmente se puede utilizar una restricción al estado terminal  $x(k+N)$  con el objetivo de garantizar la estabilidad del sistema:

$$V_Nx(k+N) \leq 1,\tag{2.4}$$

en donde se definirá el conjunto  $\mathcal{X}_N = \{x | V_Nx \leq 1\}$  como el conjunto terminal. Este conjunto satisface que, para cualquier estado  $x$  que se encuentre dentro de éste, la retroalimentación de estados  $u(k) = -Kx(k)$  es factible bajo las restricciones (2.2). La retroalimentación  $K$  de esta acción de control es la obtenida al encontrar la solución óptima al problema del controlador LQR (Linear Quadratic Regulator). Esto asegura que al encontrarse el estado dentro de este

conjunto existe una solución factible al problema de optimización. Adicionalmente el conjunto  $V_N$  debe ser elegido de forma que el conjunto  $\mathcal{X}_N$  sea Positivamente Invariante [22], es decir que bajo la ley de control definida satisface las siguientes condiciones:

$$x(k) \in \mathcal{X}_N, \quad (2.5)$$

$$Ax(k) + Bu(k) \in \mathcal{X}_N, \quad (2.6)$$

$$u(k) \in \mathbb{U}, \quad (2.7)$$

donde  $\mathbb{U}$  es el conjunto donde  $u(k)$  satisface las restricciones impuestas sobre la entrada.

Luego, el problema de optimización a resolver por el controlador predictivo en cada instante  $k$ :

$$\begin{aligned} & \underset{\substack{x(k) \cdots x(k+N) \\ u(k) \cdots u(k+N-1)}}{\text{mín}} && x^T(k+N)Q_Nx(k+N) + \sum_{j=0}^{N-1} x^T(k+j)Qx(k+j) + u^T(k+j)Ru(k+j), \\ \text{s.a.} && x(k+j+1) = Ax(k+j) + Bu(k+j), \quad j = 0, \dots, N-1, \\ && Fx(k+j) + Gu(k+j) \leq 1, \quad j = 0, \dots, N, \\ && V_Nx(k+N) \leq 1, \\ && x(k) = x_0. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Este problema de optimización es resuelto en tiempo real tomando como condiciones iniciales los estados medidos por los sensores  $x_0$ . Debido a esto sólo se aplica al sistema como acción de control la solución para el primer paso de predicción ( $u(k)$ ), al ser aplicada ésta se actualiza  $x(k)$  con una nueva muestra y se resuelve un nuevo problema de optimización para el siguiente instante. Este nuevo problema de optimización tiene un horizonte de predicción de tamaño  $N$  desplazado por una muestra, por lo que se le conoce como horizonte deslizante.

De esta forma el algoritmo de control predictivo queda:

---

**Algoritmo 1:** Algoritmo MPC

---

- 1  $k = 0$
  - 2 **para** *todo instante*  $k$  **hacer**
  - 3     Tomar mediciones del estado  $x_0$ .
  - 4     Resolver el problema de optimización (2.8) encontrando el vector  $[u(k), \dots, u(k+N-1)]^T$  óptimo.
  - 5     Aplicar  $u(k)$  óptimo como entrada al sistema.
  - 6     Esperar al próximo instante de muestreo.
-

## 2.2. Control Predictivo Distribuido

El control predictivo permite encontrar soluciones óptimas para la optimización planteada, sin embargo un controlador como el planteado en la sección anterior requiere de un nodo de control capaz de resolver el problema completo. Esto puede introducir problemáticas durante su implantación en algunos sistemas. Estas se destacan la necesidad de una comunicación del sistema completo con el controlador, la cual puede no ser estable en el caso de grandes sistemas con muchos subsistemas. Por lo que la dependencia en un nodo de control central puede traer problemas en la confiabilidad de la estructura de control. Por otro lado el tamaño del problema también afecta el tiempo requerido para resolver la optimización, lo que puede llevar a que para problemas grandes el tiempo de muestreo no sea suficiente para resolver el problema planteado por el MPC debido a su mayor complejidad.

Con el fin de evitar las complicaciones que se producen en alguno de estos casos se propone utilizar una arquitectura de control distribuida, con múltiples controladores locales (también llamados agentes en la literatura [11]) a cargo de cada cada subsistema, en vez de una arquitectura centralizada como la propuesta anteriormente (Ver Figura 2.1).

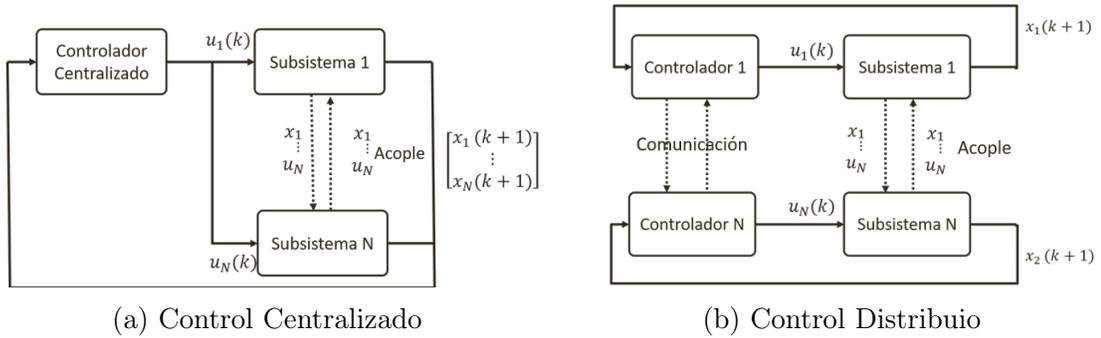


Figura 2.1: Estructura de control centralizada y distribuida

Sin embargo debido a que los estados y entradas de cada subsistema pueden afectar la dinámica de otros subsistemas, ya que estos se encuentran acoplados, es necesario coordinar los controladores distribuidos por medio del intercambio de información como se muestra en la Figura 2.1.

### 2.2.1. Formulación Control Predictivo Distribuido

Para formular el problema de control predictivo distribuido se considerará que el sistema presentado en la Ecuación (2.1) corresponde al sistema completo, compuesto de  $m$  subsistemas, donde la dinámica del subsistema  $i \in [1, \dots, m]$  está definida por:

$$x_i(k+1) = A_{i,i}x_i(k) + B_{i,i}u_i(k) + \sum_{l=1, l \neq i}^m A_{i,l}x_l(k) + B_{i,l}u_l(k), \quad (2.9)$$

donde  $x_i(k)$  y  $u_i(k)$  son el estado y acción de control del subsistema  $i$  de tamaño  $n_{x_i}$  y  $n_{u_i}$  respectivamente.. La dinámica local del subsistema  $i$  está regida por las matrices  $A_{i,i} \in \mathbb{R}^{n_{x_i}} \times \mathbb{R}^{n_{x_i}}$  y  $B_{i,i} \in \mathbb{R}^{n_{x_i}} \times \mathbb{R}^{n_{u_i}}$  que definen los efectos de los estados y entradas locales sobre la dinámica, y las matrices  $A_{i,l} \in \mathbb{R}^{n_{x_i}} \times \mathbb{R}^{n_{x_l}}$  y  $B_{i,l} \in \mathbb{R}^{n_{x_i}} \times \mathbb{R}^{n_{u_l}}$  corresponden a los efectos de los estados y entradas del subsistema  $l$  sobre la dinámica del subsistema  $i$ . En el caso de que la matriz  $A_{i,l}$  o la matriz  $B_{i,l}$  contengan valores distintos de cero entonces habrá un acople en la dinámica del subsistema  $i$  con el subsistema  $l$ .

El cople de los subsistemas también puede presentarse en las restricciones sobre los estados y entradas del problema de optimización formulados en la Ecuación (2.2), la cual puede ser reescrita como:

$$F_{i,i}x_i(k) + G_{i,i}u_i(k) + \sum_{l,l \neq i}^m F_{i,l}x_l(k) + G_{i,l}u_l(k) \leq 1, \quad (2.10)$$

con  $F_{i,i} \in \mathbb{R}^{n_{c_i}} \times \mathbb{R}^{n_{x_i}}$ ,  $G_{i,i} \in \mathbb{R}^{n_{c_i}} \times \mathbb{R}^{n_{u_i}}$ ,  $F_{i,l} \in \mathbb{R}^{n_{c_i}} \times \mathbb{R}^{n_{x_l}}$  y  $G_{i,l} \in \mathbb{R}^{n_{c_i}} \times \mathbb{R}^{n_{u_l}}$  en donde  $n_{c_i}$  es el número de restricciones del subsistema  $i$  y  $F_{i,l}$  y  $G_{i,l}$  son matrices que contienen los coeficientes que multiplican los estados y entradas del subsistema  $l$  en las restricciones del subsistema  $i$ . En el caso que alguno de estos sea distinto de cero existe un acople entre los subsistemas.

Por último existen acoples entre los subsistemas en la función objetivo del problema optimización (2.3) si esta puede ser reescrita de forma local para el subsistema  $i$  como:

$$\begin{aligned} \underset{\substack{x_1(k) \cdots x_M(k+N) \\ u_1(k) \cdots u_M(k+N-1)}}{\text{mín}} \quad & J_{i,i}(x_i, u_i, x_i, u_i) + \sum_{l=1, l \neq i}^m J_{i,l}(x_i, u_i, x_l, u_l), \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$J_{i,l} = x_i^T(k+N)Q_{N,i,l}x_l(k+N) + \sum_{j=0}^{N-1} x_i^T(k+j)Q_{i,l}x_l(k+j) + u_i^T(k+j)R_{i,j}u_l(k+j), \quad (2.12)$$

Con  $Q_{N,i,l} \in \mathbb{R}^{n_{x_i}} \times \mathbb{R}^{n_{x_l}}$ ,  $Q_{i,l} \in \mathbb{R}^{n_{x_i}} \times \mathbb{R}^{n_{x_l}}$  y  $R_{i,l} \in \mathbb{R}^{n_{u_i}} \times \mathbb{R}^{n_{u_l}}$  distintos de 0. En el caso de que exista alguno de estos acoples entre dos subsistemas se hablará de que los sistemas son vecinos.

De esta forma el problema de optimización a resolver en cada instante  $k$  asociado a cada agente queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
& \underset{\substack{x_1(k) \cdots x_M(k+N) \\ u_1(k) \cdots u_M(k+N-1)}}{\text{mín}} && \sum_{l=1}^m J_{i,l}(x_i, u_i, x_l, u_l), \\
\text{s.a.} && x_i(k+j+1) = \sum_{l=1}^m A_{i,l}x_j(k+j) + B_{i,l}u_l(k+j), \quad j = 0, \dots, N-1. \\
&& \sum_{l=1}^m F_{i,l}x_j(k+j) + G_{i,l}u_j(k+j) \leq 1, \quad j = 0, \dots, N. \\
&& x_i(k+N) \in \mathcal{X}_{i,N}
\end{aligned} \tag{2.13}$$

A diferencia del caso del MPC centralizado, para la implementación de un MPC distribuido se busca resolver el problema de optimización completo (como presentado en la sección anterior) utilizando agentes locales con un horizonte deslizante. Para esto se utiliza como base la formulación presentada en 2.13 para formular algoritmos de optimización capaces de resolver el problema global de forma distribuida. Como existen dependencias entre los subsistemas se requiere de una cooperación entre los agentes, adicionalmente la optimización resuelta por cada agente debe ser modificada para tomar en consideración la operación de sus vecinos. Distintos métodos de solución permiten formular algoritmos de optimización capaces de resolver este de forma distribuida, algunos de estos serán presentados en la siguiente sección.

## 2.2.2. Métodos de Solución

Para resolver el problema de control predictivo de forma distribuida existen diversos métodos dependiendo de las características del sistema, estos serán diferenciados entre [11]:

- Métodos Iterativos
- Métodos Secuenciales
- Métodos No Cooperativos

En un esquema iterativo se realizan múltiples optimizaciones en cada agente dentro de un tiempo de muestreo. En cada iteración existe un intercambio de información entre cada uno de los agentes, permitiendo que los agentes consideren el comportamiento de sus vecinos para encontrar una mejor solución para el sistema completo. Este método permite paralelizar la resolución del problema de cada agente. Dependiendo del algoritmo iterativo utilizado y de las características de los acoples es posible utilizar métodos iterativos que garanticen encontrar la solución óptima para el problema completo. Sin embargo también se puede utilizar algoritmos que encuentren soluciones sub-óptimas con el fin de acelerar la convergencia del método.

Por otro lado las estrategias secuenciales realizan optimizaciones de forma secuencial en un tiempo de muestreo, en donde el primer agente realiza la optimización y luego entrega su solución al siguiente agente el cual resuelve su optimización. Esto se repite hasta que todos los agentes solucionen su problema de optimización como se muestra en la Figura 2.2. Este tipo de algoritmos no permite la optimización en paralelo, ya que cada agente debe esperar a que el anterior encuentre la solución antes de realizar su optimización.

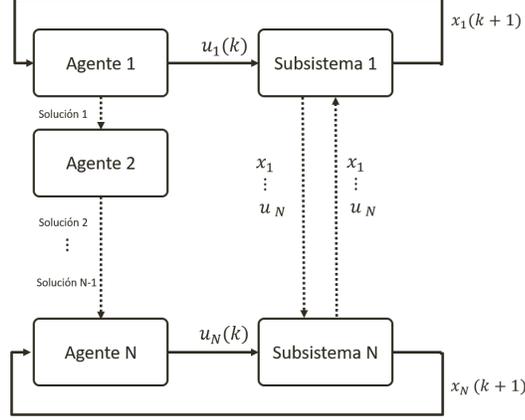


Figura 2.2: Diagrama de una estructura distribuida secuencial

Las estrategias no cooperativas resuelven el problema de optimización sin intercambiar información entre los agentes, por lo que cada controlador solo se preocupa de su propio desempeño. Esto permite resolver el problema forma más rápida que las otras estrategias como también en paralelo. Sin embargo al no haber cooperación entre los agentes la solución encontrada tiene un funcional de costos más alto. Tampoco puede garantizar el cumplimiento de las restricciones acopladas entre los subsistemas.

## Método de Direcciones Alternantes de los Multiplicadores

En el desarrollo de este trabajo se utilizará el método de direcciones alternas de los multiplicadores o ADMM (por sus siglas en inglés *Alternating Direction Method of Multipliers*) presentado en [24]. Éste es un algoritmo de optimización distribuida iterativo que garantiza encontrar el óptimo del problema de optimización de forma distribuida separando el problema de optimización original en múltiples problemas acoplados. Este método puede ser extendido para aplicaciones en control predictivo distribuido como se muestra en [25], por lo que se desarrollará su versión aplicada a DMPC.

El algoritmo ADMM es usado para problemas de la forma:

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{x}_1 \in \mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{x}_m \in \mathbf{X}_m} \sum_{i=1}^m f_i(\mathbf{x}_i) \\ & \text{s.a.} \quad \mathbf{x}_i = E_i z, \quad i = 1, \dots, m, \end{aligned} \quad (2.14)$$

donde  $z \in \mathbb{R}^{N \cdot (n_x + n_u)}$  contiene las variables de optimización de todos los subsistemas. En el caso del problema de control predictivo esto es  $z = [x_1(k+1)^T, \dots, x(k+N)_M^T, u_1(k)^T, \dots, u_m(k+1)^T]^T$

$N-1)^T]^T$ . Por otro lado  $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^{n_{x_i}}$  contiene copias de las variables de optimización que afectan al subsistema  $i$ , por lo que incluye tanto las entradas y estados locales  $x_i$  y  $u_i$  del subsistema como los estados y entradas de los sistemas vecinos.  $E_i \in \mathbb{R}^{n_{x_i}} \times \mathbb{R}^{N \cdot (n_x + n_u)}$  es la matriz que relaciona las variables de optimización global  $z$  con las copias locales  $\mathbf{x}_i$  utilizadas por el agente  $i$ .  $\mathbf{X}_i$  corresponde al conjunto delimitado por las restricciones del problema de optimización local del subsistema  $i$ .

La función de costos  $\sum_{i=1}^m f_i(\mathbf{x}_i)$  corresponde a la función de costos del problema centralizado. En el caso del controlador predictivo distribuido se puede reescribir como:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m f_i(\mathbf{x}_i) &= \sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^m J_{i,l}(x_i, u_i, x_l, u_l), \\ \Rightarrow f_i(\mathbf{x}_i) &= \sum_{l=1}^m J_{i,l}(x_i, u_i, x_l, u_l). \end{aligned} \quad (2.15)$$

Una vez formulado el problema (2.14) el algoritmo lo resuelve de forma iterativa por medio del Lagrangiano aumentado de éste, el cual queda definido para el problema completo como:

$$L_\rho(\mathbf{x}, z, \lambda) = \sum_{i=1}^m f_i(\mathbf{x}_i) + \lambda_i^T (\mathbf{x}_i - E_i z) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{x}_i - E_i z\|_2^2, \quad (2.16)$$

donde  $\lambda_i \in \mathbb{R}^{n_{x_i}}$  contiene los multiplicadores de Lagrange del problema (2.14).  $\rho$  es una penalización la diferencia entre solución local  $\mathbf{x}_i$  y la solución solución global  $z$ .

Este problema puede ser separado en función de los problemas locales de cada subsistema:

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=1}^m L_{\rho i}(\mathbf{x}_i, z, \lambda_i), \\ L_{\rho i}(\mathbf{x}_i, z, \lambda_i) &= f_i(\mathbf{x}_i) + \lambda_i^T (\mathbf{x}_i - E_i z) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{x}_i - E_i z\|_2^2, \end{aligned} \quad (2.17)$$

De esta forma es posible encontrar la solución al problema completo por medio de optimizaciones alternadas del problema local  $L_{\rho i}(\mathbf{x}_i, z, \lambda_i)$  y global  $L_\rho(\mathbf{x}, z, \lambda)$ , en donde la última puede ser derivada de forma aritmética. Esto se realiza de forma iterativa alternando entre la actualización de las soluciones locales y globales, como también de los multiplicadores  $\lambda_i$  de la siguiente forma:

$$\mathbf{x}_i^{\mathbf{k}+1} = \underset{\mathbf{x}_i \in \mathbf{X}_i}{\operatorname{argmin}} L_{\rho i}(\mathbf{x}_i, z^{\mathbf{k}}, \lambda_i^{\mathbf{k}}), \quad (2.18)$$

$$z_i^{\mathbf{k}+1} = \underset{z}{\operatorname{argmin}} L_\rho(\mathbf{x}_i^{\mathbf{k}+1}, z, \lambda_i^{\mathbf{k}}), \quad (2.19)$$

$$\lambda_i^{\mathbf{k}+1} = \lambda_i^{\mathbf{k}} + \rho(\mathbf{x}_i^{\mathbf{k}+1} - E_i z^{\mathbf{k}+1}). \quad (2.20)$$

Como la optimización de (2.18) no optimiza en función de  $z$  es posible realizar la optimización considerando solo la variable local  $\mathbf{x}_i$ . Adicionalmente la optimización global (2.19) puede ser obtenida de forma analítica debido a su independencia de  $\mathbf{x}$  como:

$$z_\ell^{\mathbf{k}+1} = \frac{1}{|\mathcal{N}_\ell|} \sum_{j \in \mathcal{N}_\ell} [(\mathbf{x}_j^{\mathbf{k}+1})_\ell + \rho^{-1}(\lambda_j^{\mathbf{k}})_\ell], \quad (2.21)$$

donde  $\mathcal{N}_\ell$  es al conjunto de agentes que contienen una copia local de la variable  $\mathbf{x}_\ell$  y  $(\mathbf{x}_j^{\mathbf{k}} + 1)_\ell$  denota la componente de  $\mathbf{x}_j^{\mathbf{k}+1}$  en la iteración  $\mathbf{k} + 1$  que mapea la componente  $z_\ell$ . Análogamente  $(\lambda_j^{\mathbf{k}})_\ell$  denota la componente del multiplicador  $\lambda_j^{\mathbf{k}}$  en la iteración  $\mathbf{k} + 1$  asociado a la componente  $z_\ell$ . Adicionalmente puede ser demostrado que tras una iteración del algoritmo el segundo término de la sumatoria es cero, por lo que la actualización del vector  $z$  queda expresada por:

$$z_\ell^{\mathbf{k}+1} = \frac{1}{|\mathcal{N}_\ell|} \sum_{j \in \mathcal{N}_\ell} (\mathbf{x}_j^{\mathbf{k}+1})_\ell. \quad (2.22)$$

Esto corresponde al promedio de las copias locales de la variable  $z_\ell$ . Como  $z$  necesita información de todo el sistema este debe ser actualizado en un nodo central, sin embargo, modificaciones se mostrarán más adelante para omitir la necesidad de este. Finalmente el algoritmo de optimización distribuida ADMM se formula de la siguiente manera:

---

**Algoritmo 2:** Algoritmo ADMM

---

- 1 Inicializar  $\lambda_i^0$  y  $\mathbf{x}_i^0$  locales y la solución global  $z^0$ ;  $\mathbf{k} = 0$
  - 2 **mientras** *no se cumplan las condiciones de término* **hacer**
  - 3     Para cada agente local  $i$ : Actualiza en paralelo  $\mathbf{x}_i$  resolviendo  
 $\mathbf{x}_i^{\mathbf{k}+1} = \operatorname{argmin}_{\mathbf{x}_i \in \mathbf{X}_i} L_{\rho i}(\mathbf{x}_i, z^{\mathbf{k}}, \lambda_i^{\mathbf{k}})$
  - 4     Para cada agente  $i$ : comunicar  $\mathbf{x}_i^{\mathbf{k}+1}$
  - 5     Actualizar la variable global por medio del promedio:  

$$z_\ell^{\mathbf{k}+1} = \frac{1}{|\mathcal{N}_\ell|} \sum_{j \in \mathcal{N}_\ell} (\mathbf{x}_j^{\mathbf{k}+1})_\ell$$
  - 6     Para cada agente  $i$ : Actualizar los multiplicadores locales:  

$$\lambda_i^{\mathbf{k}+1} = \lambda_i^{\mathbf{k}} + \rho(\mathbf{x}_i^{\mathbf{k}+1} - E_i z^{\mathbf{k}+1})$$
  - 7     Actualizar  $\mathbf{k} = \mathbf{k} + 1$
  - 8 **fin**
  - 9 La solución del problema es  $z^{\mathbf{k}}$
- 

Cuando se cumpla la condición  $\mathbf{x}_i - E_i z = 0$  para todos los agentes se dirá que existe un consenso entre los agentes ya que todos poseen la misma solución. Esto puede ser utilizado como un criterio de termino para el algoritmo, como también se puede utilizar la variación de la variable global o fijar un número máximo de iteraciones. Las dimensiones de las condiciones

de término dependen de la magnitud de las variables de optimización como también del tamaño del problema.

El Algoritmo 2 considera que debe existir comunicación a un nodo central en donde se calcule la variable global  $z$ . Otra alternativa es calcular la variable global localmente en cada agente, sin embargo debido a que todas las variables son requeridas se puede considerar el vector  $z_i \in \mathbb{R}^{x_i}$  como una copia directa de las componentes de  $z$  presentes en  $\mathbf{x}_i$ , utilizando esta nueva variable el algoritmo queda:

---

**Algoritmo 3:** Algoritmo ADMM 2

---

1 Inicializar  $\lambda_i^0$  y  $\mathbf{x}_i^0$  locales y la solución global  $z_i^0$ ;  $\mathbf{k} = 0$

2 **mientras** *no se cumplan las condiciones de término* **hacer**

3     Para cada agente local  $i$ : Actualiza en paralelo  $\mathbf{x}_i$  resolviendo:

$$\mathbf{x}_i^{\mathbf{k}+1} = \underset{\mathbf{x}_i \in \mathbf{X}_i}{\operatorname{argmin}} L_{\rho i}(\mathbf{x}_i, z_i^{\mathbf{k}}, \lambda_i^{\mathbf{k}})$$

4     Para cada agente  $i$ : comunicar cada variable  $(\mathbf{x}_i^{\mathbf{k}+1})_\ell$  a los agentes en  $\mathcal{N}_\ell$

5     Actualizar las variables globales en cada agente por medio del promedio:

$$(z_i^{\mathbf{k}+1})_\ell = \frac{1}{|\mathcal{N}_\ell|} \sum_{j \in \mathcal{N}_\ell} (\mathbf{x}_j^{\mathbf{k}+1})_\ell$$

6     Para cada agente  $i$ : Actualizar los multiplicadores locales:

$$\lambda_i^{\mathbf{k}+1} = \lambda_i^{\mathbf{k}} + \rho(\mathbf{x}_i^{\mathbf{k}+1} - z_i^{\mathbf{k}+1})$$

7     Actualizar  $\mathbf{k} = \mathbf{k} + 1$

8 **fin**

9 La solución del problema se encuentra en  $z_i^{\mathbf{k}}$

---

Luego el Algoritmo 3 puede ser implementado en un controlador DMPC aplicando como acción de control el valor de  $u_i(k)$  que se encuentra en  $z_i^{\mathbf{k}}$  como entrada al sistema.

Este algoritmo considera una formulación determinística del problema de control predictivo, por lo que a continuación se presentarán enfoques que tomen en consideración incertezas presentes en el sistema.

## 2.3. Control Predictivo Robusto

En esta sección se estudiarán controladores predictivos para sistemas que presentan perturbaciones con incertezas significativas que afectan la dinámica del sistema, como también incertezas en la modelación de este. Esto se realizará utilizando el problema centralizado presentado en la sección 2.1. De no ser consideradas las incertezas en diseño del controlador predictivo no se puede garantizar la satisfacción de las restricciones de operación del sistema, lo que puede significar un mal funcionamiento del sistema, inclusive daños a este. Tampoco se puede garantizar que la acción de control determinada por el controlador es óptima según los criterios de éste, incurriendo a mayores costos de operación. Para evitar esto existen dos alternativas en el diseño de controladores predictivos[22]:

- **Formulación Estocástica:** Trabaja el problema de control desde una perspectiva probabilística asumiendo la distribución de probabilidad de la incerteza conocida. Esto permite formular el problema de optimización de forma que las restricciones durante la operación se cumplan con una probabilidad dada y optimizan minimizando el costo esperado.
- **Formulación Robusta:** Trabaja el problema en función del peor caso de las variables inciertas, utilizando cotas sobre éstas para asegurar que las restricciones siempre se cumplan y optimizan minimizando el costo del peor caso o el costo del valor esperado.

En este trabajo se estudiará la formulación robusta. Se utilizarán modelos de intervalos de predicción para caracterizar las incertezas y encontrar cotas para el controlador.

### 2.3.1. Formulación Control Predictivo Robusto

Se considerará un sistema lineal con una perturbación aditiva externa sujeto a restricciones lineales:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + D\omega(k), \quad (2.23)$$

$$Fx(k) + Gu(k) \leq 1, \quad (2.24)$$

donde  $\omega(k) \in \mathbb{R}^{n_\omega}$  la perturbación externa de tamaño  $n_\omega$  y  $D \in \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_\omega}$ . Debido a que la perturbación  $\omega(k)$  es incierta no es posible obtener una predicción exacta de esta, como consecuencia de esto los valores futuros de  $x(k+j)$  también son inciertos. Por esto, de usar un controlador predictivo clásico es necesario utilizar el valor esperado de las predicciones, lo que puede llevar a que el sistema incurra en la violación de restricciones. Para evitar estos casos se plantea un controlador robusto.

### Optimización a Lazo Abierto

La primera formulación del controlador predictivo robusto consistirá en una optimización a lazo abierto. Esta formulación considera que la variable de optimización del problema

corresponde a las entradas futuras del sistema y no dependen de estados futuros. También es posible utilizar una acción de control que considere una retroalimentación del estado de la forma:

$$u(k+j) = -Kx(k+j) + c(k+j) \quad \forall j \in [0, \dots, N-1]. \quad (2.25)$$

en donde se define el vector  $c = [c^T(k), \dots, c^T(k+N-1)]^T$  como un nuevo vector de optimización, con  $c(k+j) \in \mathbb{R}^{n_u}$ . Cabe destacar que si bien la acción de control tiene dependencias de los estados futuros esta retroalimentación  $K \in \mathbb{R}^{1 \times n_x}$  no es optimizada. Esto a diferencia de la optimización a lazo cerrado que será descrita más adelante. Esta ganancia es obtenida fuera de línea de forma que estabilice el sistema. Para este trabajo se utilizará la retroalimentación dada por la solución de control sin restricciones LQR. Utilizando esta acción de control la dinámica del sistema queda dada por:

$$x(k+1) = \Phi x(k) + Bc(k) + D\omega(k), \quad (2.26)$$

con  $\Phi = A + BK$ . De esto se puede desprender que la solución de este sistema es una optimización a lazo abierto.

Para poder formular el problema de optimización robusto se utilizará una descomposición del estado del sistema de descrito por (2.26). Se define una componente nominal  $s$  y una componente incierta  $e$  de forma que el estado queda definido por  $x(k) = s(k) + e(k)$ . De esta forma toda las incertezas quedan dadas por  $e(k)$ . Esto permite evaluar la evolución temporal de ambas componentes:

$$s(k+j+1) = \Phi s(k+j) + Bc(k+j), \quad (2.27)$$

$$e(k+j+1) = \Phi e(k+j) + D\omega(k+j), \quad (2.28)$$

tomando como condiciones iniciales  $s(k) = x_0$  y  $e(k) = 0$ . Con esta separación del estado es posible reformular las restricciones del sistema (2.24) como:

$$Fs(k+j) + Gc(k+j) \leq 1 - Fe(k+j), \quad (2.29)$$

como también la restricción sobre el conjunto terminal:

$$V_N s(k+N) \leq 1 - V_N e(k+N). \quad (2.30)$$

Como los valores reales de  $Fe(k+j)$  son desconocidos debido a la incerteza  $\omega(k+j)$  no es posible implementar la restricción dentro del controlador de forma directa, debido a que su valor es desconocido en el instante  $k$ . Sin embargo si se conoce un conjunto  $W$  tal que  $\omega(k+j) \in W$ , es posible encontrar una nueva restricción cuya satisfacción implique que (2.29) se satisfaga para cualquier realización de  $\omega$ . Esto se realiza tomando el peor caso para cada una de las restricciones:

$$\begin{aligned}
Fs(k+j) + Gc(k+j) &< 1 - h(k+j), \\
h(k+j) &= \max_{\omega(k) \dots \omega(k+N-1) \in W} Fe(k+j),
\end{aligned} \tag{2.31}$$

$$\begin{aligned}
V_N s(k+N) &< 1 - h_N(k+N), \\
h_N(k+N) &= \max_{\omega(k) \dots \omega(k+N-1) \in W} V_N e(k+N),
\end{aligned} \tag{2.32}$$

en donde los valores de  $\max_{\omega(k) \dots \omega(k+N-1) \in W} Fe(k+j)$  y  $\max_{\omega(k) \dots \omega(k+N-1) \in W} V_N e(k+N)$  pueden ser calculados fuera de la optimización. De la misma forma la función de costos queda definida por el valor nominal de los estados:

$$\begin{aligned}
\min_{\substack{x(k) \dots x(k+N) \\ c(k+1) \dots c(k+N-1)}} & s^T(k+N)Q_N s(k+N) + \sum_{j=0}^{N-1} s^T(k+j)Qs(k+j) + u^T(k+j)Ru(k+j). \tag{2.33}
\end{aligned}$$

Luego el problema de optimización a resolver en cada instante por el controlador predictivo queda dado por:

$$\begin{aligned}
\min_{\substack{x(k) \dots x(k+N) \\ c(k+1) \dots c(k+N-1)}} & s^T(k+N)Q_N s(k+N) + \sum_{j=0}^{N-1} s^T(k+j)Qs(k+j) + u^T(k+j)Ru(k+j), \\
\text{s.a.} & u(k+j) = Ks(k+j) + c(k+j), \quad j = 0, \dots, N-1, \\
& s(k+j+1) = \Phi s(k+j) + Bc(k+j), \quad j = 0, \dots, N-1, \\
& Fs(k+j) + Gc(k+j) \leq 1 - h(k+j), \quad j = 0, \dots, N-1, \\
& V_N s(k+N) \leq 1 - h_N(k+N), \\
& s(k) = x_0,
\end{aligned} \tag{2.34}$$

donde se utiliza como acción de control sobre el sistema la solución de  $u(k) = Ks(k) + c(k)$  encontrada al resolver el problema 2.34 y se procede al siguiente instante de muestreo.

## Optimización Afín en las Perturbaciones

A diferencia del caso de lazo abierto en donde la ganancia de la retroalimentación  $K$  es constante se formulará el problema con ganancias variantes en el tiempo  $K_i(k+j)$ , cerrando el lazo de control. Estas ganancias serán parte de las variables de optimización junto con las variables  $c$ . Esto permite obtener una acción de control menos restrictiva al hacerla dependiente de la dinámica del estado. De esta forma, la nueva acción de control queda:

$$u(k+j) = \sum_{l=0}^j K_j(k+l)x(k+l) + c(k+j), \tag{2.35}$$

Para facilitar la formulación del problema de optimización se escribirán los valores futuros de forma vectorial. De esta forma los valores futuros del estado y la acción de control quedan definidos como  $\mathbf{x}(k) = [x(k)^T, \dots, x(k+N)^T]^T$  y  $\mathbf{u}(k) = [u(k)^T, \dots, u(k+N-1)^T]^T$  respectivamente. Adicionalmente se definirá el vector  $\boldsymbol{\omega}(k) = [\omega(k)^T, \dots, \omega(k+N-1)^T]^T$  y  $\mathbf{c}(k) = [c(k)^T, \dots, c(k+N-1)^T]^T$ . De esta forma la igualdad (2.35) es reescrita como:

$$\mathbf{u}(k) = \bar{K}\mathbf{x}(k) + \mathbf{c}(k), \quad (2.36)$$

$$\bar{K}(k) = \begin{bmatrix} K_0(k) & 0 & \dots & 0 \\ K_1(k) & K_1(k+1) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{N-1}(k) & K_{N-1}(k+1) & \dots & K_{N-1}(k+N-1) \end{bmatrix}. \quad (2.37)$$

Aplicando la entrada propuesta a la dinámica del problema los estados futuros quedan de la forma:

$$\mathbf{x}(k) = C_x x(k) + C_u \mathbf{u}(k) + C_\omega \boldsymbol{\omega}(k), \quad (2.38)$$

donde  $C_x \in \mathbb{R}^{N \cdot n_x} \times \mathbb{R}^{n_x}$ ,  $C_u \in \mathbb{R}^{N \cdot n_x} \times \mathbb{R}^{N \cdot n_u}$  y  $C_\omega \in \mathbb{R}^{N \cdot n_x} \times \mathbb{R}^{N \cdot n_\omega}$  denotan las matrices convolucionales para  $x(k)$ ,  $\mathbf{u}(k)$  y  $\boldsymbol{\omega}(k)$  dadas por:

$$C_x = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ A \\ \vdots \\ A^{N-1} \\ A^N \end{bmatrix}; C_u = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 \\ B & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ A^{N-2} & \dots & B & 0 \\ AN - 1B & \dots & AB & B \end{bmatrix}; C_\omega = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 \\ D & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ A^{N-2} & \dots & D & 0 \\ AN - 1BD & \dots & AD & D \end{bmatrix}. \quad (2.39)$$

Reemplazando esta expresión en la ley de control (2.36) se obtiene:

$$\mathbf{u}(k) = (\mathbf{I} - \bar{K}(k)C_u)^{-1} \bar{K}(k)C_x x(k) + (\mathbf{I} - \bar{K}(k)C_u)^{-1} \mathbf{c}(k) + (\mathbf{I} - \bar{K}(k)C_u)^{-1} \bar{K}(k)C_\omega \boldsymbol{\omega}(k). \quad (2.40)$$

Debido a que en la ecuación (2.40) existen términos que multiplican  $\bar{K}(k)^{-1}$  con  $\bar{K}(k)$  y  $\bar{K}(k)$  es una variable de optimización, aparece una no linealidad lo que hace que la optimización no sea convexa. Para que el problema de optimización sea convexo se introducen las siguientes variables:

$$\mathbf{v}(k) = (\mathbf{I} - \bar{K}(k)C_u)^{-1}\bar{K}(k)C_x x(k) + (\mathbf{I} - \bar{K}(k)C_u)^{-1}\mathbf{c}(k), \quad (2.41)$$

$$\bar{L}(k) = (\mathbf{I} - \bar{K}(k)C_u)^{-1}\bar{K}(k)C_\omega = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ L_1(k) & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ L_2(k) & L_2(k+1) & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ L_{N-1}(k) & L_{N-1}(k+1) & \cdots & L_{N-1}(k+N-1) & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.42)$$

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{v}(k)\mathbf{c}(k) + \bar{L}\boldsymbol{\omega}. \quad (2.43)$$

Como esta transformación es biyectiva en función de  $\mathbf{c}(k)$  y  $\bar{K}(k)$  se pueden usar estas variables como variables de optimización, análogo a (2.36). De esta forma la dinámica del estado queda definida por:

$$\mathbf{x}(k+1) = C_k x(k) + C_u \mathbf{v}(k) + (C_\omega + C_u \bar{L}(k))\boldsymbol{\omega}(k). \quad (2.44)$$

Adicionalmente las restricciones del problema pueden ser reescritas de forma matricial como:

$$\bar{F}\mathbf{x}(k) + \bar{G}\mathbf{u}(k) \leq 1 \quad (2.45)$$

con  $\bar{F}$  y  $\bar{G}$  las matrices:

$$\bar{F} = \begin{bmatrix} F & & & \\ & \ddots & & \\ & & F & \\ & & & V_N \end{bmatrix}; \quad \bar{G} = \begin{bmatrix} G & & \\ & \ddots & \\ & & G \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.46)$$

Usando (2.44) las restricciones quedan:

$$\bar{F}_u \mathbf{v}(k) + (\bar{F}_\omega + \bar{F}_u \bar{L})\boldsymbol{\omega}(k) \leq 1 - \bar{F}_x x(k), \quad (2.47)$$

con  $\bar{F}_u = \bar{F}C_x$ ,  $\bar{F}_u = \bar{F}C_u + \bar{G}$  y  $\bar{F}_\omega = \bar{F}C_\omega$ . Ya que se maneja la incerteza  $\boldsymbol{\omega}(k)$  por medio del peor caso la restricción (2.47) queda dada por:

$$\bar{F}_u \mathbf{v}(k) \leq 1 - \bar{F}_x x(k) - \mathbf{h}, \quad (2.48)$$

$$\mathbf{h} = \max_{\boldsymbol{\omega}(k) \in W \times \cdots \times W} (\bar{F}_\omega + \bar{F}_u \bar{L}).$$

Luego el problema de optimización a resolver en cada iteración queda definido como:

$$\begin{aligned}
& \min_{\bar{L}(k), \mathbf{v}(k)} x^T(k+N)Q_Nx(k+N) + \sum_{j=0}^{N-1} x^T(k+j)Qx(k+j) + u^T(k+j)Ru(k+j), \\
\text{s.a.} \quad & \mathbf{u}(k) = \bar{L}(k)\mathbf{w} + \mathbf{v}(k), \\
& \mathbf{x}(k) = C_cx(k) + C_u\mathbf{u}(k) + C_\omega\boldsymbol{\omega}, \\
& \bar{F}_u\mathbf{v}(k) \leq 1 - \bar{F}_xx(k) - \mathbf{h}, \\
& x(k) = X_0.
\end{aligned} \tag{2.49}$$

Finalmente el algoritmo utilizado por el controlador predictivo robusto es:

---

**Algoritmo 4:** Algoritmo MPC robusto afin a las perturbaciones

---

- 1  $k = 0$
  - 2 **para** *todo instante*  $k$  **hacer**
  - 3     Tomar mediciones del estado  $x_0$ .
  - 4     Resolver el problema de optimización (2.49) encontrando los vectores  $\bar{L}(k)$  y  $\mathbf{v}(k)$  óptimos.
  - 5     Calcular  $\mathbf{u}(k)$  óptimo con la ecuación (2.40).
  - 6     Aplicar la primera componente de  $\mathbf{u}(k)$  como la acción de control  $u(k)$ .
  - 7     Esperar al próximo instante de muestreo y se desplaza el horizonte de predicción.
- 

Para poder realizar una implementación del controlador propuesto en el Algoritmo 4 se requiere de una cota sobre la incerteza  $\boldsymbol{\omega}$ . Para encontrar ésta se utilizarán en el desarrollo de este trabajo intervalos de predicción, en particular aquellos que utilizan modelos difusos. La base de los cuales será presentada en la sección siguiente.

## 2.4. Modelación Difusa

En esta sección se tratará el tema de la modelación de sistemas dinámicos no lineales. Esto con el fin de realizar predicciones de los estados como también identificar intervalos de predicción dentro de los cuales se encuentran estos estados. En particular se utilizaran modelos difusos del tipo Takagi-Sugeno [26]. Estos serán presentados a continuación.

### 2.4.1. Modelos Difusos Takagi-Sugeno

Los modelos difusos tipo Takagi-Sugeno son modelos no lineales que serán utilizados para aproximar la variable de salida de un sistema. Esto se realizará en base de un entrenamiento utilizando datos empíricos del comportamiento de este.

El modelo predice la salida del sistema por medio de una combinación no lineal de sistemas lineales, los que están asociados a  $R$  reglas difusas. Utilizando  $Z(k) = [z_1(k), \dots, z_p(k)]^T$

como el vector que contiene las entradas relevantes ( $z_i(k)$ ) para el modelo Takagi-Sugeno, se define cada regla como:

$$R^j : \text{ si } z_1(k) \text{ es } F_1^j \text{ y } \cdots z_p(k) \text{ es } F_p^j \text{ entonces} \quad (2.50)$$

$$\hat{y}^j(k+1) = \theta_0^j + \theta_1^j z_1(k) + \cdots + \theta_p^j z_p(k),$$

en donde  $j = 1, \dots, R$  denota la regla,  $F_i^j$  es un conjunto difuso para la entrada  $i$  en la regla  $j$ . La salida de cada regla  $\hat{y}^j(k+1)$  definida por los coeficientes  $\theta_i^j$ . Los coeficientes  $\theta_i^j$  deben ser identificados.

De esta forma la predicción de la salida del sistema queda definido por la combinación de la salida de las reglas multiplicado por el grado de activación:

$$\hat{y}(k+1) = \sum_{j=1}^R \bar{\omega}_j(Z(k)) \hat{y}^j(k+1), \quad (2.51)$$

con  $\bar{\omega}_j(Z(k))$  el grado de activación normalizado de la regla  $j$  calculado como:

$$\bar{\omega}_j(Z(k)) = \frac{\omega_j(Z(k))}{\sum_{m=1}^R \omega_m(Z(k))}, \quad (2.52)$$

donde  $\omega_j$  es el grado de activación de la regla  $j$ .

Para definir la activación de cada regla se debe definir los conjuntos difusos  $F_i^j$ . Para este trabajo se utilizarán conjuntos de tipo gaussiano, en donde la pertenencia de la variable  $z_i$  al conjunto  $F_i^j$  está definida por:

$$\beta_{F_i^j}(z_i(k)) = \exp\left(-\frac{(z_i(k) - \mu_{F_i^j})^2}{2\sigma_{F_i^j}^2}\right). \quad (2.53)$$

Finalmente para obtener el grado de activación de la regla  $j$  se utilizará la multiplicación de las pertenencias de la entrada  $Z(k)$  a los conjuntos difusos:

$$\omega_j(Z(k)) = \prod_{i=1}^p \beta_{F_i^j}(z_i(k)). \quad (2.54)$$

Bajo esta estructura el modelo queda definido por los parámetros  $\theta_i^j$ ,  $\mu_{F_i^j}$  y  $\sigma_{F_i^j}$  los cuales deben ser identificados utilizando datos del sistema. Para obtener la media y varianza  $\mu_{F_i^j}$  y  $\sigma_{F_i^j}$  se utiliza el algoritmo de clustering difuso Fuzzy C-Means(FCM)[27] sobre los datos de entrada con el fin de ajustar las funciones de pertenencia gaussianas a los clusters de cada variable de entrada.

Una vez obtenidos los conjuntos difusos se obtienen los parámetros  $\theta_i^j$  por medio de la minimización del error cuadrático medio de las salidas predichas por el modelo con la salida real del sistema:

$$\min_{\theta_i^j} \sum_{k=0}^{N-1} (y(k+1) - \hat{y}(k+1))^2, \quad (2.55)$$

el cual puede ser escrito de forma matricial como:

$$\min_{\theta} (Y - \hat{Y})^T (Y - \hat{Y}), \quad (2.56)$$

$$Y = [y(1), \dots, y(N-1)]^T, \quad (2.57)$$

$$\theta = [\theta_0^1, \dots, \theta_p^1, \dots, \theta_0^R, \dots, \theta_p^R]^T, \quad (2.58)$$

$$\hat{Y} = X\theta, \quad (2.59)$$

donde  $X$  está definido cómo:

$$X = \begin{bmatrix} \bar{\omega}_0(Z(0)) & \cdots & \bar{\omega}_0(Z(0))z_p(0) & \cdots & \bar{\omega}_R(Z(0)) & \cdots & \bar{\omega}_R(Z(0))z_p \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \bar{\omega}_0(Z(N-1)) & \cdots & \bar{\omega}_0(Z(N-1))z_p(N-1) & \cdots & \bar{\omega}_R(Z(N-1)) & \cdots & \bar{\omega}_R(Z(N-1))z_p \end{bmatrix}. \quad (2.60)$$

Con esta formulación es posible encontrar los parámetros  $\theta$  utilizando la siguiente ecuación matricial:

$$\theta = (X^T X)^{-1} X^T Y. \quad (2.61)$$

Utilizando estos modelos se procederá a determinar intervalos de predicción para caracterizar las incertezas. Para esto se utilizarán números difusos, cuya aplicación será presentada en la siguiente sección.

## 2.4.2. Intervalos de Predicción con Números Difusos

Para la implementación de un controlador predictivo robusto es necesario caracterizar la incerteza presente en las variables predichas. Para esto se buscará encontrar intervalos de predicción  $\hat{y}_L(k+j)$ ,  $\hat{y}_U(k+j)$  de tal modo que la variable real se encuentre dentro de este. Una vez encontrado el intervalo se utilizará este como el peor caso en la formulación de la optimización del controlador predictivo robusto.

Se utilizará un modelo de intervalos basado en números difusos, para esto se considera inicialmente un modelo de predicción lineal dado por:

$$\hat{y}(k+1) = \theta_0 + \theta_1 z_1(k) + \cdots + \theta_p z_p(k). \quad (2.62)$$

Con esta estructura el modelo de predicción entrega el valor esperado de la variable predicha, sin embargo para modelar también el intervalo se utilizarán los coeficientes  $\theta_i$  como números difusos como definidos en [28]. Estos coeficientes son expresados como conjuntos difusos caracterizados por un centro  $m_i$  y un ancho  $(\underline{s}_i, \bar{s}_i)$ :

$$\theta_i = [m_i - \underline{s}_i, m_i + \bar{s}_i], \quad (2.63)$$

$$\underline{s}_i, \bar{s}_i \geq 0.$$

De esta forma es posible definir el valor esperado de la predicción por medio de las medias de  $\theta_i$ :

$$\hat{y}(k+1) = m_0 + \sum_{i=1}^p m_i z_i(k). \quad (2.64)$$

Adicionalmente el intervalo, definido por la cota superior  $\hat{y}_U(k+1)$  e inferior  $\hat{y}_L(k+1)$ , está definido como:

$$\hat{y}_U(k+1) = m_0 + \sum_{i=1}^p m_i z_i(k) + \sum_{i=1}^p |z_i|(k) \bar{s}_i, \quad (2.65)$$

$$\hat{y}_L(k+1) = m_0 + \sum_{i=1}^p m_i z_i(k) - \sum_{i=1}^p |z_i|(k) \underline{s}_i. \quad (2.66)$$

Análogamente es posible encontrar intervalos no lineales utilizando los modelos difusos Takagi-Sugeno descritos en la sección anterior. En este caso se utilizarán los coeficientes de las consecuencias lineales  $\theta_i^j$  de la Ecuación (2.50) como números difusos. Luego quedan definidos por su media  $m_i^j$  y ancho  $[\bar{s}_i^j, \underline{s}_i^j]$ . De esta manera el valor de la predicción por cada regla  $j$  queda definido por la media:

$$\hat{y}^j(k+1) = m_0^j + \sum_{i=1}^p m_i^j z_i(k). \quad (2.67)$$

Adicionalmente se define un intervalo asociado a cada regla:

$$\hat{y}_U^j(k+1) = m_0^j + \sum_{i=1}^p m_i^j z_i(k) + \sum_{i=1}^p |z_i|(k) \bar{s}_i^j, \quad (2.68)$$

$$\hat{y}_L^j(k+1) = m_0^j + \sum_{i=1}^p m_i^j z_i(k) - \sum_{i=1}^p |z_i(k) \underline{s}_i^j. \quad (2.69)$$

Lo que finalmente entrega un intervalo predicho definido por la combinación de los intervalos de cada una de las reglas, multiplicado por el grado de activación de éstas:

$$\hat{y}_U(k+1) = \sum_{j=1}^R \bar{\omega}_j(Z(k)) \hat{y}_U^j(k+1), \quad (2.70)$$

$$\hat{y}_L(k+1) = \sum_{j=1}^R \bar{\omega}_j(Z(k)) \hat{y}_L^j(k+1). \quad (2.71)$$

## Identificación de los parámetros

El modelo Takagi-Sugeno propuesto, para aproximar un sistema real, requiere de la sintonización de los parámetros  $m_i^j$ ,  $\underline{s}_i^j$  y  $\bar{s}_i^j$  de las consecuencias como también los parámetros de las premisas  $\mu_{F_i^j}$  y  $\sigma_{F_i^j}$ . En este trabajo se identificaron los parámetros  $m_i^j$ ,  $\mu_{F_i^j}$  y  $\sigma_{F_i^j}$  utilizando la metodología de la sección anterior (FCM para identificar las premisas, y mínimos cuadrados para las consecuencias), ya que esto corresponde al modelo sin intervalos.

Adicionalmente se agregó una etapa de selección de variables de entrada con el fin de determinar el vector  $Z(k)$ . Esta elección se realiza por medio de un análisis de sensibilidad. También para cada número de variables se determina el número de clusters óptimo, lo que corresponde al número de reglas. Finalmente el modelo sin intervalos es identificado siguiendo el siguiente diagrama mostrado en la Figura 2.3.

Para identificar los parámetros de los intervalos ( $\underline{s}_i^j$  y  $\bar{s}_i^j$ ) se utiliza una optimización por enjambre de partículas (PSO) como reportado en [29]. Para esto se define como objetivo de optimización que el intervalo sea lo más angosto posible sujeto a que los datos de entrenamiento se encuentren dentro de este con un porcentaje de cobertura definido. Para esto se utiliza como métrica del ancho de cobertura el ancho promedio normalizado (PINAW, por sus siglas en inglés *Prediction Interval Normalized Average Width*):

$$PINAW = \frac{1}{(\mathbf{N} - 1) \cdot R} \sum_{k=0}^{\mathbf{N}-1} (\hat{y}_U(k+1) - \hat{y}_L(k+1)), \quad (2.72)$$

$$R = y_{max} - y_{min},$$

con  $\mathbf{N}$  el número de datos de entrenamiento.

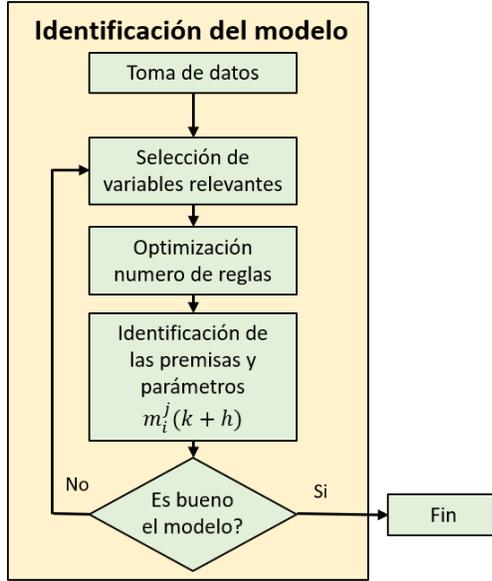


Figura 2.3: Diagrama de la metodología de identificación

Como también el porcentaje de datos que se encuentran dentro del intervalo (PICP, por sus siglas en inglés *Prediction Interval Covarage Percentage*):

$$PICP = \frac{1}{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \delta(k+1) \times 100[\%], \quad (2.73)$$

$$\delta = \begin{cases} 1 & \text{si } y(k+1) \in [\hat{y}_L(k+1), \hat{y}_U(k+1)] \\ 0 & \text{si no} \end{cases}.$$

Utilizando estos indicadores se formula el problema de optimización para obtener los valores de los anchos de los números difusos:

$$\begin{aligned} \min_{\underline{s}_i^j, \bar{s}_i^j} \quad & PINAW, \\ \text{S.a.} \quad & PICP = (1 - \alpha), \\ & \underline{s}_i^j \geq 0, \quad i = 1, \dots, p; \quad j = 1, \dots, R, \\ & \bar{s}_i^j \geq 0, \quad i = 1, \dots, p; \quad j = 1, \dots, R. \end{aligned} \quad (2.74)$$

Donde  $(1 - \alpha)$  es la cobertura deseada para el intervalo. Como se mencionó anteriormente este problema es solucionado por medio de PSO.

Para encontrar los intervalos de predicción y predicciones a múltiples pasos requeridas por los algoritmos de control predictivo se utilizará un modelo de predicción distinto para cada paso:

$$\hat{y}(k+h) = T\&S^h(Z^h(k)), \quad (2.75)$$

$$\hat{y}_U(k+h) = T\&S_U^h(Z^h(k)), \quad (2.76)$$

$$\hat{y}_L(k+h) = T\&S_L^h(Z^h(k)), \quad (2.77)$$

en donde  $h$  representa el paso de predicción,  $T\&S^h$  es el modelo Takagi-Sugeno identificado para el paso  $h$ , con su intervalo de predicción definido por  $T\&S_U^h$  y  $T\&S_L^h$ , y  $Z^h(k)$  es el vector de variables relevantes para el modelo  $T\&S^h$ . Esto permite encontrar distintas variables relevantes para cada paso de predicción, como también definir distintos PICP para cada paso.

De esta forma la metodología de identificación queda descrita en la Figura 2.4.

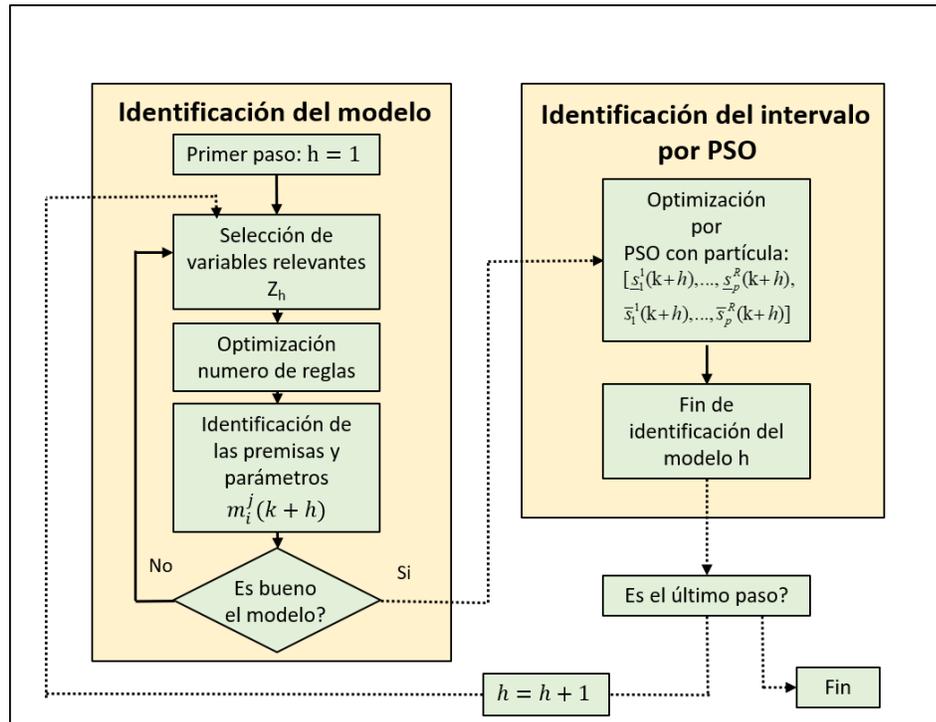


Figura 2.4: Diagrama de la metodología de identificación de intervalos

## 2.5. Discusión

En este capítulo se presentaron los conceptos básicos del control predictivo basado en modelos o MPC que serán utilizados durante el desarrollo de esta tesis. Se comenzó con el control predictivo clásico lineal, presentando los conceptos básicos que definen un controlador predictivo centralizado, es decir con un solo agente de control. Para esto se describió la formulación de problemas optimización utilizados por estos y la operación de estos, como también sus condiciones de estabilidad y factibilidad.

Basándose en estos controladores se procedió a definir las estrategias utilizadas en el desarrollo de esta tesis, el control predictivo distribuido y el control predictivo robusto. Esto

debido a que este trabajo busca encontrar una estrategia de control que sea tanto robusto como distribuido, ya que se desea encontrar un controlador capaz de tanto tomar en consideración las incertezas del sistema que da un control robusto como también la independencia de un nodo central de control haciendo énfasis en controladores distribuidos.

En particular se describió la formulación de sistemas acoplados y de los algoritmos capaces de resolver problemas MPC de forma distribuida. La elección de algoritmo de solución es de particular interés ya que define la estructura de comunicaciones requerida para el control, como también la complejidad del resolución y calidad de la acción de control obtenida. Para esto se presentó el algoritmo de optimización distribuida ADMM, el cual es capaz de encontrar la solución óptima del problema de optimización completo, como también su formulación aplicada a control predictivo.

Luego se presentaron controladores predictivos robustos, definiendo conceptos básicos en su formulación. Estos controladores utilizan el peor caso de las incertezas para garantizar la satisfacción de las restricciones, debido a esto se requiere de una caracterización de la incerteza para su implementación. Para esto se presentaron modelos de predicción Takagi-Sugeno, los cuales por el medio del uso de números difusos obtienen también intervalos de predicción.

Con las estrategias de control y los modelos presentados en este capítulo se procederá a diseñar las estrategias de control utilizadas en esta tesis. Esto será explorado en el siguiente capítulo, en donde se definirán las características generales de los sistemas a controlar como también a diseñar distintos controladores para éstos.

## Capítulo 3

# EMS Propuesto para la Coordinación de Micro-redes

En este capítulo se expondrá la propuesta de un sistema de gestión energética (EMS por sus siglas en inglés "*Energy Management System*") aplicado a la operación de múltiples micro-redes interconectadas o clusters de micro-redes[7]. Las comunidades energéticas permiten el intercambio de recursos energéticos dentro de los miembros de la comunidad para maximizar su propio consumo, minimizar el costo energético entre otros beneficios. Un cluster de micro-redes puede ser considerada como una micro-red desde la perspectiva si es visto desde la perspectiva de la red de distribución como un elemento que responde a señales de control apropiadas.

Se propondrán estrategias de gestión de carácter centralizado como también distribuido para la coordinación de múltiples micro-redes con el objetivo de aumentar la confiabilidad del sistema. El EMS será regido por un controlador predictivo (MPC) el cual utilizará modelos de predicción para estimar la energía generada y consumida por cada micro-red, y tomará decisiones para optimizar la operación conjunta de éstas. También se propondrá el uso de estrategias robustas ante las incertezas presentes en las estimaciones de la generación y consumo. Esto permite garantizar una buena operación de los componentes de las micro-redes.

### 3.1. Estructura del EMS

En este trabajo se considera la operación de múltiples micro-redes capaces de intercambiar energía. Esto puede ser aplicado tanto a comunidades que se encuentren cercanas geográficamente, como también a comunidades virtuales distribuidas en un sistema de mayor tamaño.

Para esta aplicación se considerará que cada comunidad, definidas por micro-redes, cuenta con su propio consumo y generación. Como objetivo de control se busca el diseño de un EMS capaz de minimizar el costo de operación como también garantizar una operación saludable, tanto para las componentes de las micro-redes como también para la red de distribución. Esto por medio de la operación coordinada de cada una de las micro-redes.

Para esto considerará una estructura de EMS jerárquica como la propuesta en [30] y [8], aplicada a mutiples micro-redes. Este considerara dos niveles de operación, el nivel de la micro-red (comunidad energética) y el nivel de la red principal (Conexión a la red de distribución) como se observa en la Figura 3.1.

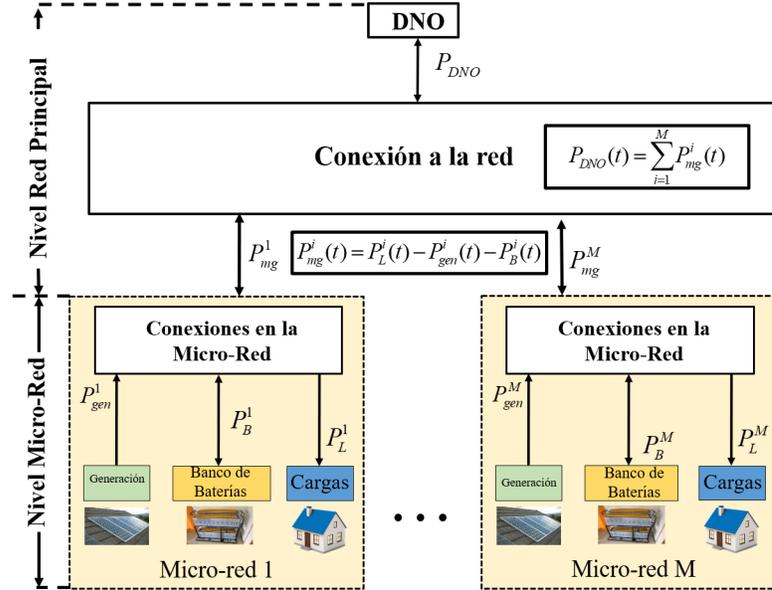


Figura 3.1: Conexiones entre las micro-redes

En esta estructura existe una conexión a la red de distribución (DNO, por sus siglas en inglés, *Distribution Network Operator*). Esta conexión permite la compra de energía durante la operación de las redes a un costo que varía en el tiempo, los cuales se asumirán conocidos. Para efectos de operación no se considerará la venta de energía a la red, por lo que cualquier energía suministrada hacia la red tendrá un costo de  $0p/kWh$ .

En el nivel de la micro-red se encuentra conectado el consumo de la comunidad, definido como una carga no controlable, el banco de baterías y la generación distribuida, que puede ser tanto solar como eólica no controlables.

En ambos niveles se debe mantener el balance de potencias, la potencia entregada desde la red sea la potencia consumida menos la potencia entregada por la batería y las unidades de generación. Por lo tanto en cada micro-red  $i$ , con  $i$  de 1 a  $M$ , se debe cumplir para la potencia consumida por la carga ( $P_L^i$ ), la potencia entregada por el banco de baterías ( $P_B^i$ ) y la potencia generada ( $P_{gen}^i$ ) el balance descrito por la Ecuación (3.1):

$$P_{mg}^i(t) = P_L^i(t) - P_B^i(t) - P_{gen}^i(t), \quad (3.1)$$

en donde  $P_{mg}^i$  es la potencia neta consumida por la micro-red. También se debe satisfacer en el nivel superior, en donde las micro-redes se conectan a la red del DNO:

$$P_{DNO}(t) = \sum_{i=1}^M P_{mg}^i(t), \quad (3.2)$$

donde  $P_{DNO}$  es la potencia entregada por la red de distribución.

El costo de operación por la totalidad de las micro-redes estará dado por la energía suministrada por el DNO, por lo que se incentiva el intercambio de energía entre las micro-redes.

Se propone un EMS que utiliza dos niveles de operación como se muestra en la Figura 3.2, en donde se muestra el esquema propuesto de forma centralizada. En el nivel superior se utilizará un controlador MPC y en el nivel de las micro-redes se utilizará en cada micro-red un controlador basado en reglas.

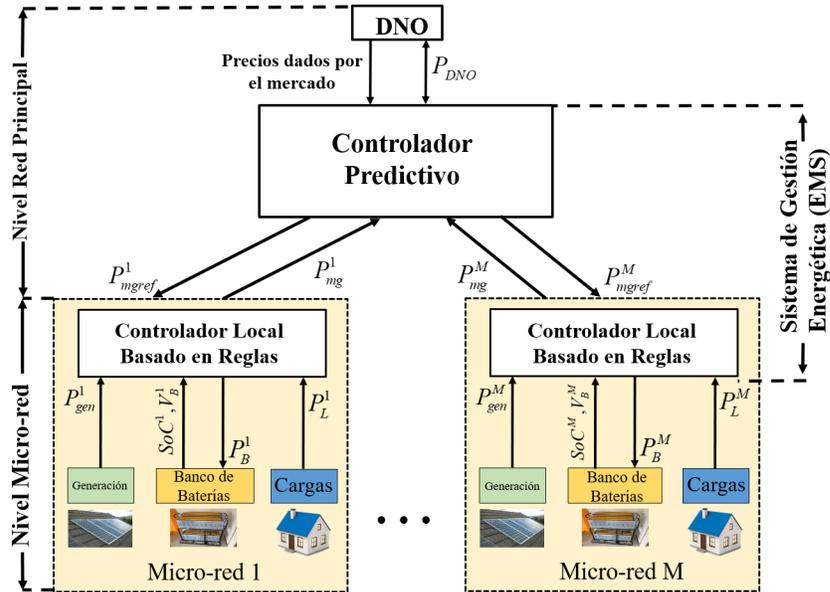


Figura 3.2: EMS jerárquico centralizado

El controlador predictivo utiliza predicciones de generación y consumo de cada micro-red para encontrar los perfiles de potencia consumida futura que minimizan los costos de operación tomando en consideración restricciones de operación. Este controlador utiliza un horizonte de predicción de un día y utiliza una resolución de media hora. Para poder operar

a tiempo real el controlador predictivo entrega las consignas de potencia ( $P_{mgref}^i$ ) a un controlador local en cada micro-red. Este controlador toma la decisión de cargar o descargar el banco de baterías con el fin de que la potencia real ( $P_{mg}^i$ ) siga esta consigna. Este controlador funciona a base de reglas y actualiza su acción de control cada minuto. Esto permite actuar ante cambios rápidos la potencia consumida y generada. A continuación se detallará el diseño de cada uno de los niveles de control.

## 3.2. Controlador Local Basado en Reglas

En el nivel inferior se utilizará en cada micro-red un controlador local basado en reglas. La función de este controlador es seguir la consigna dada por el controlador del nivel superior,  $P_{mgref}^i$ . Debido a que la única unidad despachable corresponde al banco de baterías el controlador local toma como acción de control la potencia en éstas ( $P_B^i$ ). Para este caso no se considerarán pérdidas en el conversor de la batería.

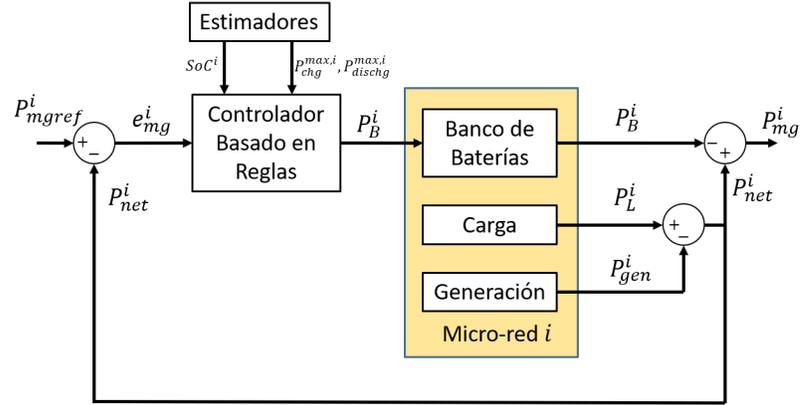


Figura 3.3: Diagrama del controlador local

Para la implementación del controlador se toman mediciones de la potencia activa consumida y generada por la micro-red en base a esto se obtiene la potencia neta de la red ( $P_{net}^i = P_L^i - P_{gen}^i$ ). En base a esta se obtiene el error de seguimiento  $e_{mg}^i$  que debe ser compensado por la batería:

$$e_{mg}^i = P_{mgref}^i - P_{net}^i \quad (3.3)$$

Para realizar una operación saludable del banco de baterías el controlador considera la potencia máxima de carga y descarga de éstas ( $P_{chg}^{max,i}$  y  $P_{dischg}^{max,i}$  respectivamente), como también el estado de carga de las baterías ( $SoC^i$ ). Los valores de  $P_{chg}^{max,i}$  y  $P_{dischg}^{max,i}$  son calculados con los métodos propuestos en [31] y [32]. Para la estimación del estado de carga se utilizó un filtro de Kalman (en particular un *Uncented Kalman Filter*, UFK [33]) utilizando lazos de corrección presentados en [34]. Por medio de estas estimaciones obtenidas en tiempo real el

controlador decide la potencia de carga y descarga de las baterías según las siguientes reglas:

$$R1 : \text{si } e_{mg}^i(k) \geq 0 \quad \text{y } SoC^i(k) \geq SoC_{max}^i \quad \text{entonces } P_B^i(k) = 0 \quad (3.4a)$$

$$R2 : \text{si } e_{mg}^i(k) \geq 0 \quad \text{y } SoC^i(k) < SoC_{max}^i \quad \text{entonces } P_B^i(k) = -\min(e_{mg}^i(k), P_{chg}^{max,i}(k)) \quad (3.4b)$$

$$R3 : \text{si } e_{mg}^i(k) < 0 \quad \text{y } SoC^i(k) \geq SoC_{min}^i \quad \text{entonces } P_B^i(k) = \min(-e_{mg}^i(k), P_{dischg}^{max,i}(k)) \quad (3.4c)$$

$$R4 : \text{si } e_{mg}^i(k) < 0 \quad \text{y } SoC^i(k) < SoC_{min}^i \quad \text{entonces } P_B^i(k) = \min(P_{gen}^i(k), P_{chg}^{max,i}(k)) \quad (3.4d)$$

En donde  $SoC_{min} = 0,2$  y  $SoC_{max} = 0,8$  son los límites mínimos y máximos permitidos para el estado de carga con el propósito de extender la vida útil del banco de baterías. Bajo esta base de reglas se define  $P_B^i$  de tal forma que el error de seguimiento sea cero cuando se cumplen las condiciones sobre el estado de carga y no se exceden los límites de carga y descarga. Como el desempeño del controlador local depende de una buena elección de la potencia de referencia se procederá en la próxima sección a diseñar el MPC con el objetivo de encontrar la referencia óptima sujeto a las restricciones de operación que rigen el control local.

### 3.3. MPC para la Coordinación de Micro-redes

El controlador MPC supervisor en el nivel de la red principal busca minimizar el costo de la energía entregada por el ente distribuidor hacia las micro-redes. Para esto se debe tomar en consideración la operación de las micro-redes, tanto su generación y consumo como la dinámica de éstas. Este controlador utiliza valores predichos del consumo y generación de las comunidades para tomar una decisión que sea óptima en un intervalo de tiempo. Para este trabajo se utilizó un horizonte de predicción de un día, calculado a intervalos de media hora (el número de muestras será  $N = 48$ ). Para esto se utilizarán las secuencias de control  $P_{mgref}^i(k + j)$  en el diseño del MPC,  $j = 0, \dots, N - 1$ , como el consumo de cada comunidad dentro del horizonte de predicción para el instante de  $k$ , donde se asume que durante todo el intervalo entre muestras del MPC el seguimiento local es perfecto ( $P_{mgref}^i(t) = P_{mg}^i(t)$ ). Debido a que la potencia generada y consumida futura de la micro-red es desconocida se utilizará un modelo de predicción para la potencia neta de ésta ( $P_{net}^i = P_L^i - P_{gen}^i$ ). Este modelo es de tipo autorregresivo, es decir utiliza valores pasados de la potencia para realizar predicciones. Con este modelo se obtiene los valores esperados futuros de  $P_{net}^i$  dados por  $\hat{P}_{net}^i(k + j)$ . En base a éstos y al estado de carga del banco de baterías  $SoC^i(k)$  es posible encontrar la potencia de referencia  $P_{mgref}^i(k)$  utilizando el esquema MPC que será seguida por cada controlador local, modificando la potencia de carga y descarga de las baterías ( $P_B^i$ ), como se muestra en la Figura 3.4.

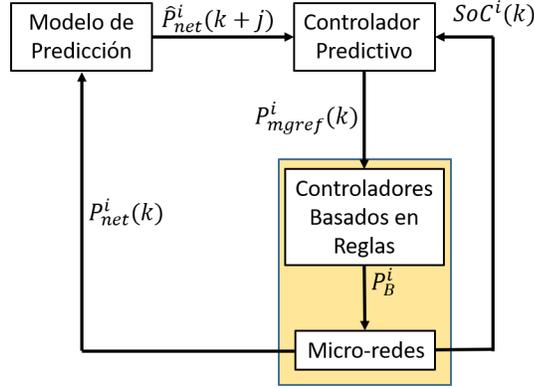


Figura 3.4: Controlador predictivo

Una vez obtenida las secuencias de control  $P_{mgref}^i(k+j)$  se entrega el valor de  $P_{mgref}^i(k)$  al controlador local, el cual lo utiliza en la base de reglas definidas en la Sección 3.2 para determinar la potencia de carga del banco de baterías de la micro-red asociada a éstas. Luego se espera al siguiente instante de muestreo desplazando el horizonte de predicción.

Ahora se procederá a diseñar el algoritmo MPC para una estructura de control centralizada, en donde todas las micro-redes son controladas por un solo MPC como se muestra en la Figura 3.2. Este diseño se utilizará como base para el diseño posterior de los MPC distribuidos utilizados en este trabajo, como también para comparar el desempeño de los algoritmos en relación con a este.

### 3.3.1. MPC Centralizado Determinístico

Como se mencionó en la sección anterior, se comenzará con el diseño del MPC centralizado con el fin de extender este para el caso distribuido. Para esto se debe definir el problema de optimización que debe ser resuelto durante la operación del EMS durante el instante  $k$ .

Como se minimizan los costos de operación de todas las comunidades, la función objetivo será definida en función de las potencias de referencias de cada una de las micro-redes:

$$J = \underset{\substack{P_{mgref}^1(k), \dots, P_{mgref}^1(k+N-1) \\ \vdots \\ P_{mgref}^M(k), \dots, P_{mgref}^M(k+N-1)}}{\text{mín}} \sum_{j=0}^{N-1} C(k+j) \cdot E(k+j) + \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=1}^M Q \cdot \Delta P_{mgref}^i(k+j)^2, \quad (3.5)$$

$$E(k+j) = T_s \cdot P_{DNO}(k+j) = T_s \sum_{i=1}^M P_{mgref}^i(k+j).$$

donde  $E(k)$  es la energía suministrada por el DNO en el instante  $k$ ,  $C(k)$  es el costo de la energía durante el instante  $k$ .  $T_s$  es el tiempo de muestro del controlador predictivo, en este caso 30 minutos. De esta manera el primer término de (3.5) es el costo total predicho durante

un día de operación. Adicionalmente se agregó la componente cuadrática en el segundo término debido a que el problema de optimización lineal presenta múltiples soluciones óptimas. Este término permite encontrar una solución única y permite encontrar una operación más suave al penalizar la variación de la potencia requerida por cada comunidad la cual está dada por:

$$\Delta P_{mgref}^i(k+j) = P_{mgref}^i(k+j) - P_{mgref}^i(k+j-1). \quad (3.6)$$

El coeficiente de penalización cuadrático  $Q$  es sintonizado fuera de línea de forma que éste no afecte la solución lineal obtenida. Luego se procederá a enunciar las restricciones impuestas sobre el problema de optimización.

Se busca garantizar el balance de potencias durante todo el horizonte de predicción tanto a nivel de la red principal como al nivel de las micro-redes. Por lo que se imponen las restricciones (3.7a) y (3.7b):

$$P_{DNO} = \sum_{i=1}^M P_{mgref}^i(k+j) \quad \forall j \in 1, \dots, N-1, \quad (3.7a)$$

$$P_{mgref}^i = \hat{P}_{net}^i(k+j) - P_B^i(k+j) \quad \forall j \in 1, \dots, N-1; \forall i \in 1, \dots, M. \quad (3.7b)$$

Como los valores de  $P_{net}^i(k+j)$  futuros son desconocidos para el instante  $k$  se utilizará su valor esperado  $\hat{P}_{net}^i(k+j)$  dado por los modelos de predicción.

Dentro la micro-red se considerará como variable de estado la energía almacenada en el banco de baterías  $E_B^i(k+j)$  cuya dinámica está definida dentro de la optimización por la aproximación lineal:

$$E_B^i(k+j+1) = E_B^i(k+j) - T_s P_B^i(k+j) \quad \forall j \in 1, \dots, N-1; \forall i \in 1, \dots, M. \quad (3.8)$$

Esta aproximación desprecia las pérdidas de potencias al cargar o descargar las baterías y se considerará  $P_B^i(k+j) > 0$  cuando las baterías inyectan energía a la micro-red (descarga). Como condición inicial del estado de carga se usa el valor estimado por el filtro de UFK en el nivel de la micro-red.

Para asegurar el buen funcionamiento del banco de baterías se implementaron las restricciones de operación de las baterías. Esto adicionalmente facilitará el seguimiento de referencia por parte del controlador local, el cual impone estas mismas restricciones.

El estado de carga de las baterías está limitado por la restricción (3.9):

$$E_{min}^i \leq E_B^i(k+j) \leq E_{max}^i \quad \forall j \in 1, \dots, N-1; \forall i \in 1, \dots, M, \quad (3.9)$$

en donde  $E_{min}^i = 0,2C_n^i$  y  $E_{max}^i = 0,8C_n^i$ , correspondiente a un SoC de 0,2 y 0,8 respectivamente, con  $C_n^i$  siendo la capacidad nominal del banco de baterías presentes en la micro-red  $i$ . Adicionalmente se utiliza una restricción sobre la potencia de carga y descarga instantánea de las baterías:

$$P_{chg}^{max,i}(k+j) \leq P_B^i(k+j) \leq P_{dischg}^{max,i}(k+k) \quad \forall j \in 1, \dots, N-1; \forall i \in 1, \dots, M. \quad (3.10)$$

Los límites de potencia de carga y descarga ( $P_{chg}^{max,i}(k+j)$  y  $P_{dischg}^{max,i}(k+k)$  respectivamente) son aproximados por ecuaciones lineales:

$$P_{dischg}^{max,i}(k+j) = \alpha_d P_B^{max} \text{SoC}(k+j), \quad (3.11a)$$

$$P_{chg}^{max,i}(k+j) = \alpha_c P_B^{max} (1 - \text{SoC}(k+j)), \quad (3.11b)$$

donde  $P_B^{max}$  es la potencia máxima nominal dada por el proveedor,  $\alpha_d$  y  $\alpha_c$  son parámetros sintonizados para prevenir superar los límites del estado de carga.

Finalmente se restringe la potencia comprada al DNO:

$$P_{DNO}^{min} \leq P_{DNO}(k+j) \leq P_{DNO}^{max} \quad \forall j \in 1, \dots, N-1. \quad (3.12)$$

Como el caso de estudio no permite la exportación de energía hacia la red distribuidora se considerará el límite inferior  $P_{DNO}^{min} = 0$ . Por otra parte el límite superior  $P_{DNO}^{max}$  estará sujeto al tamaño y número de comunidades.

Con estas restricciones y función objetivo el problema de optimización completo puede ser escrito como:

$$\underset{x}{\text{mín}} \quad \sum_{j=0}^{N-1} C(k+j) \cdot E(k+j) + \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=1}^M Q \cdot \Delta P_{mgref}^i(k+j)^2, \quad (3.13a)$$

$$\text{sujeto a:} \quad P_{DNO} = \sum_{i=1}^M P_{mgref}^i(k+j), \quad (3.13b)$$

$$P_{DNO}^{min} \leq P_{DNO}(k+j) \leq P_{DNO}^{max}, \quad (3.13c)$$

$$P_{mgref}^i = \hat{P}_{net}^i(k+j) - P_B^i(k+j), \quad (3.13d)$$

$$P_{chg}^{max,i}(k+j) \leq P_B^i(k+j) \leq P_{dischg}^{max,i}(k+k), \quad (3.13e)$$

$$E_B^i(k+j+1) = E_B^i(k+j) - T_s P_B^i(k+j), \quad (3.13f)$$

$$E_{min}^i \leq E_B^i(k+j) \leq E_{max}^i, \quad (3.13g)$$

$$\forall i \in 1, \dots, M, j \in 1, \dots, N-1.$$

Donde se define  $x$  como el vector de optimización que contiene las variables de decisión del problema y queda dado por:

$$x = \begin{bmatrix} P_{mgref}^1(k) \\ \vdots \\ P_{mgref}^1(k + N - 1) \\ P_{mgref}^2(k) \\ \vdots \\ P_{mgref}^{M-1}(k + N - 1) \\ P_{mgref}^M(k) \\ \vdots \\ P_{mgref}^M(k + N - 1) \end{bmatrix}. \quad (3.14)$$

Durante la operación de las micro-redes el problema (3.13) es actualizado utilizando las estimaciones del estado de carga como también las predicciones de la potencias netas. Luego la optimización es realizada utilizando algoritmos de programación cuadrática de *Matlab*, en particular se utilizó el algoritmo del punto interior convexo de la función *quadprog*.

Finalmente se muestra el algoritmo utilizado por el EMS centralizado para resolver la optimización en cada instante  $k$  y aplicar la acción de control  $P_{mgref}^i(k)$  en cada controlador local:

---

**Algoritmo 5:** Algoritmo MPC determinístico aplicado en el nivel superior del EMS

---

- 1 **para** cada instante de muestreo  $k$  **hacer**
  - 2     Tomar estimaciones del estado de carga de todos los bancos de baterías.
  - 3     Predecir la potencia neta  $\hat{P}_{net}^i(k + j)$ .
  - 4     Resolver el problema de optimización (3.13) obteniendo  $P_{mgref}^i(k + j)$  óptimos.
  - 5     Aplicar  $P_{mgref}^i(k)$  óptimo como referencia para cada controlador local.
  - 6     Proceder al siguiente instante de muestreo  $k = k + 1$ .
  - 7 **fin**
- 

Una vez definido el problema de optimización y algoritmo para el MPC centralizado se procederá a extender estos para la implementación de un MPC distribuido. Para esto se utilizarán los algoritmos de optimización distribuida presentados en la Sección 2.2 para resolver el problema de optimización presentado. El diseño de estos EMSs será presentado en la próxima sección.

### 3.3.2. MPC Distribuido

El EMS basado en MPC centralizado requiere de un nodo central de control en donde se toma la decisión sobre la operación de todas las micro-redes. Esto requiere que la comunicación entre las micro-redes y este nodo sea confiable ya que de interrumpirse la comunicación de alguna comunidad con este el EMS no es capaz de realizar control sobre esta. Para prevenir esto se propondrá una estructura de EMS basado en MPC distribuido como el que se muestra en la Figura 3.5:

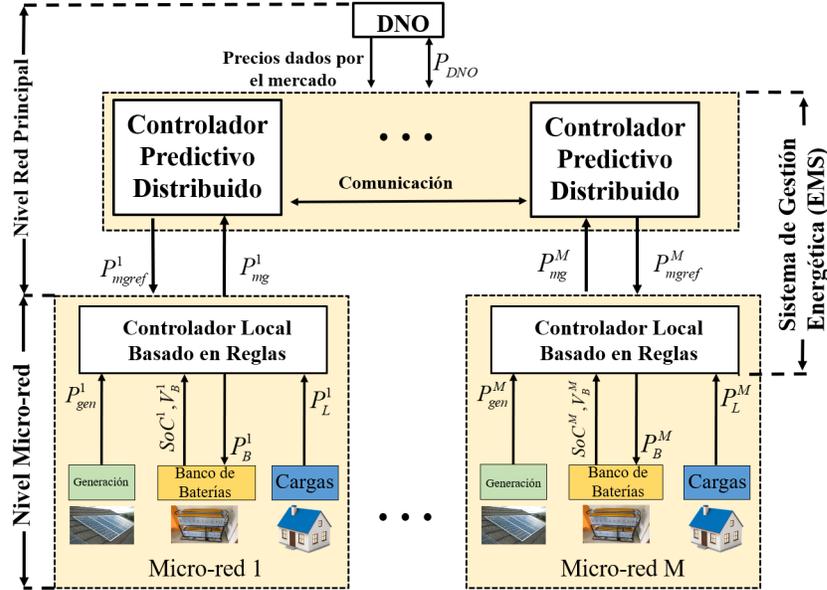


Figura 3.5: Estructura del EMS distribuido

Esta estructura de EMS posee un controlador MPC (agente) asociado a cada comunidad las cuales por medio de comunicación entre ellos permiten coordinar su operación con el fin de cumplir el objetivo de control. Como no existe un nodo central encargado del control de todas las redes es posible operar las micro-redes al ocurrir desconexiones en la comunicación entre éstas.

Para cumplir el objetivo de control se diseñará una estructura de EMS que sea capaz de resolver el problema completo dado por (3.13) de forma distribuida. Este problema no puede ser separado debido a que existe un acople entre las micro-redes dado por la restricción de energía entregada por el DNO definida en la restricción 3.12. Como es necesario satisfacer esta restricción se requiere de una coordinación entre los controladores para poder encontrar una solución óptima o lo más cercana a ésta. En este trabajo se propone utilizar los siguientes algoritmos iterativos definidos en la sección 2.2 con el fin de satisfacer el objetivo de control:

- Optimización por medio del método de direcciones alternantes de los multiplicadores (ADMM).
- Optimización adhoc iterativa

El algoritmo ADMM permite encontrar una solución óptima para el problema general, sin embargo el problema que debe solucionar en cada nodo crece con respecto al número

de micro-redes. Debido a esto se propone el método adhoc con el fin de reducir el tamaño de las optimizaciones sacrificando la calidad de ésta. Ambos métodos serán explicados a continuación.

## Implementación con ADMM

Para solucionar el problema de forma distribuido primero es necesario dividir el problema de optimización. Como se busca que cada controlador distribuido opere sobre una sola micro-red se separará el problema (3.13) considerando solo la operación de una micro-red. De esta forma el problema a ser resuelto por cada agente  $i$  queda dado solo por el costo y las restricciones locales:

$$\text{mín} \quad \sum_{j=0}^{N-1} C(k+j) \cdot E(k+j) + \sum_{j=0}^{N-1} Q \cdot \Delta P_{mgref}^i(k+j)^2, \quad (3.15a)$$

$$\text{sujeto a:} \quad P_{DNO} = \sum_{i=1}^M P_{mgref}^i(k+j), \quad (3.15b)$$

$$P_{DNO}^{min} \leq P_{DNO}(k+j) \leq P_{DNO}^{max}, \quad (3.15c)$$

$$P_{mgref}^i = \hat{P}_{net}^i(k+j) - P_B^i(k+j), \quad (3.15d)$$

$$P_{chg}^{max,i}(k+j) \leq P_B^i(k+j) \leq P_{dischg}^{max,i}(k+k), \quad (3.15e)$$

$$E_B^i(k+j+1) = E_B^i(k+j) - T_s P_B^i(k+j), \quad (3.15f)$$

$$E_{min}^i \leq E_B^i(k+j) \leq E_{max}^i, \quad (3.15g)$$

$$\forall j \in 1, \dots, N-1.$$

En este esquema de control se utilizará el algoritmo ADMM presentado en la Sección 2.2 para resolver el problema de optimización. Este algoritmo realiza optimizaciones alternas del problema local y del problema global de forma iterativa. Para esto es necesario definir una variable de optimización local que será utilizada por cada agente y una variable global correspondiente a la solución completa. En este caso se definen los vectores  $X_i^k$  y  $Z^k$  como los vectores correspondientes a las variables locales y variable global respectivamente. Debido a que éstas deben ser actualizadas en cada iteración del algoritmo se define  $k$  como el índice que identifica el número de iteración.

Debido al acople presente en las restricciones (3.15b) y (3.15c) la solución local depende del comportamiento de todas las micro-redes. Debido a esto es necesario definir la variable local  $X_i^k$  como dependiente de todas las micro-redes:

$$X_i^{\mathbf{k}} = \begin{bmatrix} P_{mgref,i}^1(k) \\ \vdots \\ P_{mgref,i}^1(k+N-1) \\ P_{mgref,i}^2(k) \\ \vdots \\ P_{mgref,i}^{M-1}(k+N-1) \\ P_{mgref,i}^M(k) \\ \vdots \\ P_{mgref,i}^M(k+N-1) \end{bmatrix}. \quad (3.16)$$

En donde se tomará  $P_{mgref,i}^l(k+j)$ ,  $l \in [1, \dots, M]$ , como los valores dados por la solución del problema local en el agente  $i$ . Adicionalmente se definirá el valor de la variable global guardada en el agente  $i$   $Z^{\mathbf{k}}$  como:

$$Z^{\mathbf{k}} = \begin{bmatrix} P_{mgref}^1(k) \\ \vdots \\ P_{mgref}^1(k+N-1) \\ P_{mgref}^2(k) \\ \vdots \\ P_{mgref}^{M-1}(k+N-1) \\ P_{mgref}^M(k) \\ \vdots \\ P_{mgref}^M(k+N-1) \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

En donde en este caso se tomará  $P_{mgref}^l(k+j)$  dadas por la solución global.

El problema de optimización local a resolver queda definido utilizando el lagrangiano aumentado descrito por la ecuación (2.16). Usando las variables definidas es posible escribir este como:

$$L_{\rho i}(X_i, Z, \lambda_i) = \frac{1}{M} \sum_{j=0}^{N-1} C(k+j) \cdot T_s \cdot \sum_{l=1}^M P_{mgref,i}^l(k+j) + \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M \sum_{j=0}^{N-1} Q \cdot \Delta P_{mgref,i}^l(k+j)^2 + \lambda_i^T (X_i - Z) + \frac{\rho}{2} \|X_i - Z\|_2^2. \quad (3.18)$$

Donde  $\lambda_i$  es el vector de los multiplicadores del agente  $i$  y, debido a la estructura de la optimización,  $E_i$  queda definido como la matriz identidad. De esta forma se define la actualización de las variables en cada iteración como:

$$X_i^{\mathbf{k}+1} = \underset{X_i}{\operatorname{argmin}} L_{\rho i}(X_i, Z_i^{\mathbf{k}}, \lambda_i^{\mathbf{k}}) \quad s.a. \quad (3.15), \quad (3.19)$$

$$Z_i^{\mathbf{k}+1} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M X_i^{\mathbf{k}+1}, \quad (3.20)$$

$$\lambda_i^{\mathbf{k}+1} = \lambda_i^{\mathbf{k}} + \rho(X_i^{\mathbf{k}+1} - Z_i^{\mathbf{k}+1}), \quad (3.21)$$

en donde  $Z_i^{\mathbf{k}}$  es una copia de la variable global  $Z^{\mathbf{k}}$  actualizada en cada agente  $i$ . La actualización de  $X_i^{\mathbf{k}+1}$  se realizará por medio de optimización cuadrática utilizando las predicciones de forma explícita de forma análoga al problema resuelto por el EMS centralizado determinístico.

Finalmente el problema completo es resuelto por el controlador distribuido por con el siguiente algoritmo:

---

**Algoritmo 6:** Algoritmo ADMM aplicado en el nivel superior del EMS

---

1 **para** cada instante de muestreo  $k$  **hacer**  
2 Cada agente toma estimaciones del estado de carga del banco de baterías local.  
3 Cada agente predice  $\hat{P}_{net}^i(k+j)$  locales.  
4 Inicializar  $\lambda_i^0$  y  $X_i^0$  y la solución global  $Z_i^0$  en cada agente;  $\mathbf{k} = 0$   
5 **mientras** no exista una convergencia o no se exceda el número máximo de iteraciones **hacer**  
6 Cada agente  $i$  actualiza  $X_i$  resolviendo:  
7 
$$X_i^{\mathbf{k}+1} = \underset{X_i}{\operatorname{argmin}} L_{\rho i}(X_i, Z_i^{\mathbf{k}}, \lambda_i^{\mathbf{k}}) \quad s.a. \quad (3.15)$$
  
8 Cada agente  $i$  comunica a los demás  $X_i$   
9 Cada agente  $i$  actualiza la solución global según:  

$$Z_i^{\mathbf{k}+1} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M X_i^{\mathbf{k}+1}$$
  
10 Cada agente  $i$  actualiza sus multiplicadores  $\lambda_i$ :  

$$\lambda_i^{\mathbf{k}+1} = \lambda_i^{\mathbf{k}} + \rho(X_i^{\mathbf{k}+1} - Z_i^{\mathbf{k}+1})$$
  
11 Se pasa a la iteración siguiente  $\mathbf{k} = \mathbf{k} + 1$   
12 **fin**  
13 El agente  $i$  recupera  $P_{mgref}^i(k)$  de la copia local  $Z_i^{\mathbf{k}}$  y se aplica como potencia de referencia en el controlador de bajo nivel.  
14 Proceder al siguiente instante de muestreo  $k = k + 1$ .  
15 **fin**

---

De esta forma cada agente contiene una copia de la solución global del problema, la que contiene la referencia que debe seguir la micro-red asociada a éste. Adicionalmente si se con-

sideran condiciones de término del algoritmo suficientemente estrictas la solución encontrada converge a la solución global. Esto permite la sintonización de las condiciones de término en relación con la calidad de la solución y el tiempo que toma al algoritmo llegar a ésta.

## Implementación con el Método Adhoc Iterativo

Como el algoritmo ADMM considera la operación de todas las micro-redes dentro de la optimización local el tamaño del vector de optimización crece con el número de micro-redes (de tamaño  $48 \cdot M$ ). Para compensar este crecimiento se implementó un método que no considera la operación de las micro-redes conectadas en la optimización. Esto se realizó considerando para cada agente la operación de las demás micro-redes como constante, es decir, solo se toma decisiones sobre la propia operación ( $P_{mgref}^i(k+j)$  como variable de optimización para el agente  $i$ ). Esto permite mantener el tamaño del problema en cada agente constante y de largo 48. Para esto se utiliza en cada optimización los valores de  $P_{mgref}^i(k+j)$  obtenidos por los vecinos, el cual es compartido iterativamente para resolver el problema completo.

El problema local a resolver por el agente  $i$  se definirá como:

$$\min_{P_{mgref}^i(k), \dots, P_{mgref}^i(k+j)} \sum_{j=0}^{N-1} C(k+j) \cdot T_s \cdot \sum_{i=1}^M P_{mgref}^i(k+j) + \sum_{j=0}^{N-1} Q \cdot \Delta P_{mgref}^i(k+j)^2, \quad (3.22a)$$

$$\text{sujeto a:} \quad P_{DNO} = \sum_{i=1}^M P_{mgref}^i(k+j), \quad (3.22b)$$

$$P_{DNO}^{min} \leq P_{DNO}(k+j) \leq P_{DNO}^{max}, \quad (3.22c)$$

$$P_{mgref}^i(k+j) = P_{net}^i(k+j) - P_B^i(k+j), \quad (3.22d)$$

$$P_{chg}^{max,i}(k+j) \leq P_B^i(k+j) \leq P_{dischg}^{max,i}(k+k), \quad (3.22e)$$

$$E_B^i(k+j+1) = E_B^i(k+j) - T_s P_B^i(k+j), \quad (3.22f)$$

$$E_{min}^i \leq E_B^i(k+j) \leq E_{max}^i, \quad (3.22g)$$

$$j \in 1, \dots, N-1, \quad (3.22h)$$

donde en el agente  $i$   $P_{mgref}^l(k+j)$ ,  $l \neq i$ , son constantes para la iteración  $\mathbf{k}$ . De esta forma el tamaño del problema a resolver localmente no depende del número de micro-redes conectados. Esta nueva formulación permite, a diferencia del método ADMM, realizar optimizaciones locales más pequeñas, sin embargo como los agentes no consideran los efectos que estos tienen en las micro-redes vecinas, por lo que la solución encontrada será sub-óptima.

Finalmente el algoritmo propuesto queda definido como:

---

**Algoritmo 7:** Algoritmo adhoc iterativo aplicado en el nivel superior del EMS

---

```

1 para cada instante de muestreo  $k$  hacer
2   Cada agente toma estimaciones del estado de carga del banco de baterías local.
3   Cada agente predice  $\hat{P}_{net}(k+j)^i$  locales.
4   Cada agente  $i$  inicializa el comportamiento de las micro-redes conectadas  $l$  como
    $P_{mgref}^l(k+j) = 0$ .
5   Se inicia la iteración  $\mathbf{k} = 0$ .
6   mientras no exista una convergencia o no se exceda el número máximo de
   iteraciones hacer
7     para agente  $i$  hacer
8       El agente  $i$  calcula  $P_{mgref}^i(k+j)$  tomando como conocido  $P_{mgref}^l(k+j)$ ,
        $l \neq i$ , resolviendo (3.22).
9       El agente  $i$  comparte a los demás agentes  $P_{mgref}^i(k+j)$ .
10      Los agentes actualizan el valor recibido de  $P_{mgref}^i(k+j)$ .
11     fin
12     Se pasa a la iteración siguiente  $\mathbf{k} = \mathbf{k} + 1$ .
13   fin
14   Cada agente  $i$  aplica  $P_{mgref}^i(k)$  como la referencia en el controlador de bajo nivel
   local.
15   Proceder al siguiente instante de muestreo  $k = k + 1$ .
16 fin

```

---

Cabe destacar que este algoritmo no garantiza la operación óptima del conjunto de las micro-redes, sin embargo reduce el costo computacional requerido por el nivel superior en relación a la metodología basada en ADMM. Sin embargo, el tiempo computacional si aumenta al crecer el número de comunidades interconectadas debido a que los agentes resuelven de forma secuencial el problema de optimización dentro de cada iteración.

Una vez diseñados los EMSs deterministas se utilizarán estos para diseñar EMSs robustos ante las incertezas de las predicciones. Para esto se propondrá en la siguiente sección el uso de intervalos de predicción para encontrar una formulación robusta de MPC.

### 3.4. MPC Robusto para la Coordinación de Micro-redes

La formulación planteada en las secciones anteriores permite una operación óptima del EMS en el caso de que la predicción sea perfecta. Sin embargo esto no se cumple para el sistema estudiado debido a la presencia de incertezas asociadas a la potencia neta. Esta incerteza puede causar violaciones en las restricciones de operación del sistema. Debido a que el controlador de bajo nivel debe obedecer estas restricciones, una referencia que asegure el cumplimiento de estas facilita el seguimiento de referencia de este.

Para tomar en consideración esta incerteza se propone utilizar un controlador predictivo robusto que maneje las incertezas utilizando el peor caso de éstas. La implementación de este control requiere de caracterizar la incerteza en el modelo de predicción. Para esto se utilizarán intervalos basados en números difusos.

### 3.4.1. MPC Robusto Centralizado

El objetivo de la implementación de un controlador robusto es garantizar la satisfacción de las restricciones cuando existen incertezas en el sistema. Para el diseño del EMS robusto se considerará que las incertezas vienen principalmente de las predicciones realizadas sobre la potencia generada y consumida. Esta incerteza será definida en la predicción de la potencia neta de cada red  $P_{net}^i(k+j) = (P_L^i(k+j) - P_{gen}^i(k+j))$  por un intervalo de predicción. Este intervalo representará cotas dentro de las cuales se encuentra el valor real de la potencia neta.

De esta forma, el intervalo de predicción para el paso  $j$  satisface:

$$P_{net}^i(k+j) \in [\hat{P}_{net}^i(k+j) - \Delta P_{net}^{min,i}(k+j), \hat{P}_{net}^i(k+j) + \Delta P_{net}^{max,i}(k+j)], \quad (3.23)$$

donde el ancho del intervalo está definido por  $\Delta P_{net}^{min,i}(k+j)$  y  $\Delta P_{net}^{max,i}(k+j)$ , los valores de estos serán identificados más adelante utilizando modelos difusos. Asumiendo que para las cotas identificadas se cumple (3.23), se puede reescribir el valor real de la potencia neta futura en función de su valor esperado futuro:

$$P_{net}^i(k+j) = \hat{P}_{net}^i(k+j) + \Delta P_{net}^i(k+j), \quad (3.24)$$

donde  $\Delta P_{net}^i(k+j)$  es la diferencia entre el valor esperado y el valor real. Utilizando la ecuación (3.23) se concluye que el valor de esta diferencia se encuentra acotado por el intervalo de predicción:

$$\Delta P_{net}^{min,i}(k+j) \leq \Delta P_{net}^i(k+j) \leq \Delta P_{net}^{max,i}(k+j). \quad (3.25)$$

Para el diseño del controlador robusto se utilizará una ley de control afín a las perturbaciones descrita en la Sección 2.3. Para esto se define la variable de optimización  $L^i(k+j)$  para compensar la incerteza en las predicciones haciendo la acción de control dependiente de la incerteza. Con esta se define nuevamente el valor de la potencia de referencia de la micro-red y la potencia de carga y descarga de las baterías en función del valor esperado de estas ( $\hat{P}_{mgref}^i(k+j)$  y  $\hat{P}_B^i(k+j)$  respectivamente):

$$P_B^i(k+j) = \hat{P}_B^i(k+j) + L^i(k+j)\Delta P_{net}^i(k+j) \quad (3.26)$$

$$P_{mgref}^i(k+j) = \hat{P}_{mgref}^i(k+j) + (1 - L^i(k+j))\Delta P_{net}^i(k+j) \quad (3.27)$$

$$L^i(k+j) \in [0, 1]$$

Utilizando esta formulación el error de predicción  $\Delta P_{net}^i(k+j)$  puede ser compensado tanto por la carga de las baterías (si  $L^i(k+j) = 1$ ) como por la potencia de referencia a seguir por el controlador local (si  $L^i(k+j) = 0$ ), como también por alguna combinación de ambas. Adicionalmente, dada las acciones de control propuestas en (3.26) y (3.27), se garantiza de forma indirecta el balance de potencias en el nodo en cada micro-red para los valores reales de estas:

$$P_{mgref}^i(k+j) = P_{net}^i(k+j) - P_B^i(k+j). \quad (3.28)$$

Reemplazando (3.26) y (3.27) en las restricciones del problema determinístico (3.13) se obtiene las siguientes restricciones para el MPC robusto:

$$P_{DNO}^{min} \leq \sum_{i=1}^M \hat{P}_{mgref}^i(k+j) + \sum_{i=1}^M (1 - L^i(k+j)) \Delta P_{net}^i(k+j) \leq P_{DNO}^{max}, \quad (3.29a)$$

$$\hat{P}_{mgref}^i = \hat{P}_{net}^i(k+j) - \hat{P}_B^i(k+j), \quad (3.29b)$$

$$P_{chg}^{max,i}(k+j) \leq \hat{P}_B^i(k+j) + L^i(k+j) \Delta P_{net}^i(k+j) \leq P_{dischg}^{max,i}(k+k), \quad (3.29c)$$

$$E_B^i(k+j+1) = E_B^i(k+j) - T_s \hat{P}_B^i(k+j) - T_s L^i(k+1) \Delta P_{net}^i(k+j), \quad (3.29d)$$

$$E_{min}^i \leq E_B^i(k+j) \leq E_{max}^i \quad (3.29e)$$

$$0 \leq L^i(k+j) \leq 1 \quad (3.29f)$$

$$\forall i \in 1, \dots, M, j \in 1, \dots, N-1.$$

Sin embargo el valor real de  $\Delta P_{net}^i(k+j)$  es desconocido en el instante  $k$ , debido a esto no es posible implementar el problema de optimización. De este modo se utilizarán las cotas sobre  $\Delta P_{net}^i(k+j)$  para escribir el problema de optimización utilizando el peor caso, de modo de no tener variables desconocidas en la optimización. El valor de estas cotas es obtenido por medio de los intervalos difusos. Estos intervalos garantizan que el valor real se encuentre dentro de estos con un cierto porcentaje de cobertura, el porcentaje de cobertura elegido es menor del 100% para prevenir que el ancho del intervalo restrinja la factibilidad de la optimización. Utilizando estos es posible garantizar la satisfacción de las restricciones cuando la realización de la incerteza se encuentra dentro del intervalo.

Considerando que la potencia neta futura se encuentra dentro del intervalo  $[\hat{P}_{net}^i(k+j) - \Delta \hat{P}_{net}^{min,i}(k+j), \hat{P}_{net}^i(k+j) + \Delta \hat{P}_{net}^{max,i}(k+j)]$  se utilizará que  $\Delta P_{net}^i(k+j)$  se encuentra dentro del intervalo  $[-\Delta \hat{P}_{net}^{min,i}(k+j), \Delta \hat{P}_{net}^{max,i}(k+j)]$ . Utilizando esto se reescribirán las restricciones de operación (3.29) considerando el peor caso de la incerteza, garantizando así la satisfacción de la incerteza para cualquier realización de  $\Delta P_{net}^i(k+j)$ .

Para las restricciones de potencia máxima y mínima suministrada por el DNO (3.29a), los peores casos están dados por el límite inferior y superior del intervalo respectivamente ( $-\Delta\hat{P}_{net}^{min,i}(k+j)$  y  $\Delta\hat{P}_{net}^{max,i}(k+j)$ ):

$$\sum_{i=1}^M \hat{P}_{mgref}^i(k+j) + \sum_{i=1}^M (1 - L^i(k+j)) \Delta\hat{P}_{net}^{max,i}(k+j) \leq P_{DNO}^{max} \quad (3.30a)$$

$$-\sum_{i=1}^M \hat{P}_{mgref}^i(k+j) - \sum_{i=1}^M (1 - L^i(k+j)) \Delta\hat{P}_{net}^{min,i}(k+j) \leq -P_{DNO}^{min} \quad (3.30b)$$

Esto corresponde al caso de mayor consumo o menor generación para el límite superior de potencia demandada al DNO y de mayor generación o menor consumo para el límite inferior. Cabe destacar que los límites  $-\Delta\hat{P}_{net}^{min,i}(k+j)$  y  $\Delta\hat{P}_{net}^{max,i}(k+j)$  son conocidos durante el instante  $k$ , por lo que la restricción es lineal.

Para las restricciones de operación de los bancos de baterías se considerará como el peor caso aquel en el cual la generación es mínima. Este corresponde al caso en que se requiere de un mayor uso del banco de baterías para proveer flexibilidad de la operación como también minimizar la energía comprada a la red DNO. Este caso está dado por  $\Delta P_{net}^i(k+j) = \Delta\hat{P}_{net}^i(k+j) = \hat{P}_{net}^{max,i}(k+j)$ . De esta forma las restricciones (3.29c), (3.29d) y (3.29e) pueden ser reescritas para la predicción  $(k+j)$  como:

$$\hat{P}_B^i(k+j) + L^i(k+j) \Delta\hat{P}_{net}^{max,i}(k+n) \leq P_{dischg}^{max,i}(k+j), \quad (3.31a)$$

$$-\hat{P}_B^i(k+j) - L^i(k+j) \Delta\hat{P}_{net}^{max,i}(k+n) \leq -P_{chg}^{max,i}(k+j), \quad (3.31b)$$

$$E_B^i(k) + T_s \sum_{n=0}^{j-1} \hat{P}_B^i(k+n) + \sum_{n=0}^{j-1} L^i(k+n) \Delta\hat{P}_{net}^{max,i}(k+n) \leq E_{max}^i, \quad (3.31c)$$

$$-E_B^i(k) - T_s \sum_{n=0}^{j-1} \hat{P}_B^i(k+n) - \sum_{n=0}^{j-1} L^i(k+n) \Delta\hat{P}_{net}^{max,i}(k+n) \leq -E_{min}^i. \quad (3.31d)$$

Utilizando las nuevas restricciones de operación dadas por (3.30) y (3.31) el problema de optimización a resolver por el controlador robusto queda:

$$\min_x \quad \sum_{j=0}^{N-1} C(k+j) \cdot T_s \cdot \sum_{i=1}^M \hat{P}_{mgref}^i(k+j) + \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=1}^M Q \cdot \Delta \hat{P}_{mgref}^i(k+j)^2, \quad (3.32a)$$

$$\text{sujeto a: } \hat{P}_{mgref}^i(k+j) = \hat{P}_{net}^i(k+j) - \hat{P}_B^i(k+j), \quad (3.32b)$$

$$\sum_{i=1}^M \hat{P}_{mgref}^i(k+j) + \sum_{i=1}^M (1 - L^i(k+j)) \Delta \hat{P}_{net}^{max,i}(k+j) \leq P_{DNO}^{max}, \quad (3.32c)$$

$$- \sum_{i=1}^M \hat{P}_{mgref}^i(k+j) - \sum_{i=1}^M (1 - L^i(k+j)) \Delta \hat{P}_{net}^{min,i}(k+j) \leq -P_{DNO}^{min}, \quad (3.32d)$$

$$\hat{P}_B^i(k+j) + L^i(k+j) \Delta \hat{P}_{net}^{max,i}(k+n) \leq P_{dischg}^{max,i}(k+j), \quad (3.32e)$$

$$- \hat{P}_B^i(k+j) - L^i(k+j) \Delta \hat{P}_{net}^{max,i}(k+n) \leq -P_{chg}^{max,i}(k+j), \quad (3.32f)$$

$$E_B^i(k) + T_s \sum_{n=0}^{j-1} \hat{P}_B^i(k+n) + \sum_{n=0}^{j-1} L^i(k+n) \Delta \hat{P}_{net}^{max,i}(k+n) \leq E_{max}^i, \quad (3.32g)$$

$$- E_B^i(k) - T_s \sum_{n=0}^{j-1} \hat{P}_B^i(k+n) - \sum_{n=0}^{j-1} L^i(k+n) \Delta \hat{P}_{net}^{max,i}(k+n) \leq -E_{min}^i, \quad (3.32h)$$

$$\forall i \in 1, \dots, M \quad \forall j \in 1, \dots, N-1.$$

donde para realizar la optimización se define el vector  $x$  como variable de optimización. Este vector contiene como componentes a  $\hat{P}_{mgref}^i(k+j)$ ,  $\hat{P}_B^i(k+j)$  y  $L^i(k+j)$ :

$$x = \begin{bmatrix} \hat{P}_{mgref}^1(k) \\ \vdots \\ \hat{P}_{mgref}^M(k+N-1) \\ \hat{P}_B^1(k) \\ \vdots \\ \hat{P}_B^M(k+N-1) \\ L^1(k) \\ \vdots \\ L^M(k+N-1) \end{bmatrix}. \quad (3.33)$$

El problema de optimización (3.32) es cuadrático y los parámetros que formulan la optimización son conocido para el instante de muestreo  $k$ , por lo que será resuelto en tiempo real utilizando programación cuadrática de forma análoga al caso determinístico. De esta forma el algoritmo del EMS robusto queda:

---

**Algoritmo 8:** Algoritmo MPC robusto aplicado en el nivel superior del EMS
 

---

- 1 **para** cada instante de muestreo  $k$  **hacer**
  - 2     Tomar estimaciones del estado de carga de todos los bancos de baterías.
  - 3     Predecir las potencias netas  $\hat{P}_{net}^i(k+j)$  y los intervalos  $\Delta\hat{P}_{net}^{min,i}(k+j)$  y  $\Delta\hat{P}_{net}^{max,i}(k+j)$ .
  - 4     Resolver el problema de optimización (3.32) obteniendo  $P_{mgref}^i(k+j)$ ,  $P_B^i(k+j)$  y  $L^i(k+j)$  óptimos para  $j = 1, \dots, N-1$ .
  - 5     Aplicar  $P_{mgref}^i(k)$  óptimo como referencia para cada controlador local.
  - 6     Proceder al siguiente instante de muestreo  $k = k + 1$ .
  - 7 **fin**
- 

### 3.4.2. MPC Robusto Distribuido

Para la implementación distribuido del EMS basado en MPC robusto se buscará separar el problema de optimización (3.32) en problemas de optimización locales.

De esta forma el problema local será definido para el agente  $i$  considerando sólo la operación local como:

$$\min_x \sum_{j=0}^{N-1} C(k+j) \cdot T_s \cdot \sum_{l=1}^M \hat{P}_{mgref}^l(k+j) + \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{l=1}^M Q \cdot \Delta\hat{P}_{mgref}^l(k+j)^2, \quad (3.34a)$$

$$\text{sujeto a: } \hat{P}_{mgref}^i(k+j) = \hat{P}_{net}^i(k+j) - \hat{P}_B^i(k+j), \quad (3.34b)$$

$$\sum_{l=1}^M \hat{P}_{mgref}^l(k+j) + \sum_{l=1}^M (1 - L^l(k+j)) \Delta\hat{P}_{net}^{max,l}(k+j) \leq P_{DNO}^{max} \quad (3.34c)$$

$$- \sum_{l=1}^M \hat{P}_{mgref}^l(k+j) - \sum_{l=1}^M (1 - L^l(k+j)) \Delta\hat{P}_{net}^{min,l}(k+j) \leq -P_{DNO}^{min} \quad (3.34d)$$

$$\hat{P}_B^i(k+j) + L^i(k+j) \Delta\hat{P}_{net}^{max,i}(k+n) \leq P_{dischg}^{max,i}(k+j) \quad (3.34e)$$

$$- \hat{P}_B^i(k+j) - L^i(k+j) \Delta\hat{P}_{net}^{max,i}(k+n) \leq -P_{chg}^{max,i}(k+j) \quad (3.34f)$$

$$E_B^i(k) + T_s \sum_{n=0}^{j-1} \hat{P}_B^i(k+n) + \sum_{n=0}^{j-1} L^i(k+n) \Delta\hat{P}_{net}^{max,i}(k+n) \leq E_{max}^i \quad (3.34g)$$

$$- E_B^i(k) - T_s \sum_{n=0}^{j-1} \hat{P}_B^i(k+n) - \sum_{n=0}^{j-1} L^i(k+n) \Delta\hat{P}_{net}^{max,i}(k+n) \leq -E_{min}^i, \quad (3.34h)$$

$$\forall j \in 1, \dots, N-1.$$

Para este problema existen acoples entre las variables de optimización  $\hat{P}_{mgref}^i(k+1)$  y  $L^i(k+j)$  debido a las restricciones de operación en el nivel del DNO (3.34c) y (3.34d). Debido a esto se utilizarán los algoritmos ADMM y adhoc iterativo presentados en la sección anterior con el fin de considerar este acople en la optimización.

## Implementación Robusta con ADMM

El algoritmo ADMM se utilizará para resolver el problema (3.32) de forma distribuida como es presentado en 2.2.2. El vector de optimización global  $Z^k$  contendrá las variables de todas las micro-redes:

$$Z^k = \begin{bmatrix} \hat{P}_{mgref}^1(k) \\ \vdots \\ \hat{P}_{mgref}^M(k+N-1) \\ L^1(k) \\ \vdots \\ L^M(k+N-1) \\ \hat{P}_B^1(k) \\ \vdots \\ \hat{P}_B^M(k+N-1) \end{bmatrix}. \quad (3.35)$$

Para las optimizaciones locales se definirá el vector de optimización  $X_i^k$ . Este vector requiere de aquellas variables que se encuentren acopladas entre las micro-redes, en este caso el acople ocurre con las variables  $\hat{P}_{mgref}^i(k+j)$  y  $L^i(k+j)$ , por lo que la optimización local del agente  $i$  contendrá los valores de estas asociadas a todas las micro-redes conectadas. Adicionalmente debido a que la variable  $\hat{P}_B^i(k+j)$  no se encuentra acoplada se utilizará solo el valor de  $\hat{P}_B^i(k+j)$  local para la optimización del agente  $i$ . De esta forma el vector de optimización local queda definido como:

$$X_i^k = \begin{bmatrix} \hat{P}_{mgref}^1(k) \\ \vdots \\ \hat{P}_{mgref}^M(k+N-1) \\ L^1(k) \\ \vdots \\ L^M(k+N-1) \\ \hat{P}_B^i(k) \\ \vdots \\ \hat{P}_B^i(k+N-1) \end{bmatrix}. \quad (3.36)$$

En donde  $X_i^k$  es de menor dimensión que el vector de optimización global, por lo que se reduce el tamaño del problema de optimización local en relación del problema centralizado.

Utilizando los vectores de optimización propuestos la matriz  $E_i$  del algoritmo ADMM definido en (2.15)es:

$$E_i = \begin{bmatrix} I_{96 \cdot M} & 0 \\ 0 & \alpha_i \end{bmatrix}. \quad (3.37)$$

En donde  $I_{96 \cdot M}$  es la matriz identidad de tamaño  $96 \cdot M$  y  $\alpha_i$  es una matriz de ceros de dimensiones  $48 \times 48M$  con una matriz identidad de tamaño 48 en la posición  $((i-1) \cdot 48 + 1)$ :

$$\alpha_i = [0 \quad \dots \quad I_{48} \quad \dots \quad 0]. \quad (3.38)$$

Una vez definidos los vectores  $X_i^k$  y  $Z^k$  el lagrangiano aumentado del problema es:

$$\begin{aligned} L_{\rho i}(X_i, Z, \lambda_i) = & \frac{1}{M} \sum_{j=1}^{N-1} C(k+j) \cdot T_s \cdot \sum_{l=1}^M \hat{P}_{mgref,i}^l(k+j) + \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M \sum_{j=1}^{N-1} Q \cdot \Delta \hat{P}_{mgref,i}^l(k+j)^2 \\ & + \lambda_i^T (X_i - E_i \cdot Z) + \frac{\rho}{2} \|X_i - E_i \cdot Z\|_2^2. \end{aligned} \quad (3.39)$$

Con el fin de eliminar la dependencia de un nodo central que calcule la variable global, como también reducir la cantidad de información compartida se definirá el vector  $Z_i^k$  de forma local dentro de cada agente. Este vector tendrá una copia de las variables relevantes para la optimización del agente  $i$ :

$$Z_i^k = E_i Z^k. \quad (3.40)$$

Este vector puede ser actualizado localmente en cada agente utilizando solo los valores de  $\hat{P}_{mgref}^i(k+j)$  y  $L^i(k+j)$  de las demás micro-redes. De esta forma la actualización del vector  $Z_i^k$  queda dada por:

$$Z_i^{k+1} = \gamma \cdot X_i^{k+1} + \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M \beta \cdot X_l^{k+1}. \quad (3.41)$$

Donde  $\beta$  y  $\gamma$  son matrices cuadradas de tamaño  $(96 \cdot M + 48)$  definidas como:

$$\beta = \begin{bmatrix} I_{96 \cdot M} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.42)$$

$$\gamma = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_{48} \end{bmatrix}. \quad (3.43)$$

De esta forma en la actualización de la variable global (3.41)  $\gamma \cdot X_i^{\mathbf{k}+1}$  actualiza las variables locales  $\hat{P}_B^i$  y la sumatorio actualiza las variables acopladas,  $\hat{P}_{mgref}^i$  y  $L^i$ .

Con la nueva variable  $Z_i^{\mathbf{k}}$  es posible reescribir la función objetivo a resolver de forma local como:

$$L_{\rho i}(X_i, Z_i, \lambda_i) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^{N-1} C(k+j) \cdot T_s \cdot \sum_{l=1}^M \hat{P}_{mgref,i}^l(k+j) + \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M \sum_{j=1}^{N-1} Q \cdot \Delta \hat{P}_{mgref,i}^l(k+j)^2 + \lambda_i^T (X_i - Z_i) + \frac{\rho}{2} \|X_i - Z_i\|_2^2. \quad (3.44)$$

Luego la actualización de  $X_i$  y  $\lambda_i$  queda como:

$$X_i^{\mathbf{k}+1} = \underset{X_i}{\operatorname{argmin}} L_{\rho i}(X_i, Z_i^{\mathbf{k}}, \lambda_i^{\mathbf{k}}) \quad s.a. \quad (3.34c) \cdots (3.34h), \quad (3.45)$$

$$\lambda_i^{\mathbf{k}+1} = \lambda_i^{\mathbf{k}} + \rho (X_i^{\mathbf{k}+1} - Z_i^{\mathbf{k}+1}), \quad (3.46)$$

$$Z_i^{\mathbf{k}+1} = \gamma \cdot X_i^{\mathbf{k}+1} + \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M \beta \cdot X_l^{\mathbf{k}+1}. \quad (3.47)$$

Para la implementación de las restricciones (3.34c) y (3.34d) de la actualización (3.45) se requiere del conocimiento del intervalo de predicción de  $\hat{P}_{net}^i(k+j)$  de todas las micro-redes en cada agente. Debido esto se debe compartir los valores de  $\Delta \hat{P}_{net}^{min,i}(k+j)$  y  $\Delta \hat{P}_{net}^{max,i}(k+j)$ , esto puede ser realizado al inicio del algoritmo ya que no se deben actualizar en cada iteración. Finalmente el algoritmo del EMS robusto implementado queda:

---

**Algoritmo 9:** Algoritmo ADMM aplicado en el nivel superior del EMS robusto

---

1 **para** cada instante de muestreo  $k$  **hacer**  
2 Cada agente toma estimaciones del estado de carga del banco de baterías local.  
3 Cada agente predice  $\hat{P}_{net}^i(k+j)$ ,  $\Delta\hat{P}_{net}^{min,i}(k+j)$  y  $\Delta\hat{P}_{net}^{max,i}(k+j)$  locales.  
4 Cada agente comparte  $\Delta\hat{P}_{net}^{min,i}(k+j)$  y  $\Delta\hat{P}_{net}^{max,i}(k+j)$  a los demás agentes.  
5 Inicializar  $\lambda_i^0$ ,  $X_i^0$  y  $Z_i^0$  en cada agente;  $\mathbf{k} = 0$   
6 **mientras** no exista una convergencia o no se exceda el número máximo de iteraciones **hacer**  
7 Cada agente  $i$  actualiza  $X_i$  resolviendo:  
8  
$$X_i^{\mathbf{k}+1} = \underset{X_i}{\operatorname{argmin}} \quad L_{\rho i}(X_i, Z_i^{\mathbf{k}}, \lambda_i^{\mathbf{k}})$$
$$s.a. \quad (3.34c) \cdots (3.34h)$$
  
9 Cada agente  $i$  comunica a los demás  $X_i$ .  
10 Cada agente  $i$  actualiza la solución global:  
$$Z_i^{\mathbf{k}+1} = \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M \beta \cdot X_l^{\mathbf{k}+1} + \gamma \cdot X_i^{\mathbf{k}+1}$$
  
11 Cada agente  $i$  actualiza sus multiplicadores  $\lambda_i$ :  
$$\lambda_i^{\mathbf{k}+1} = \lambda_i^{\mathbf{k}} + \rho(X_i^{\mathbf{k}+1} - Z_i^{\mathbf{k}+1})$$
  
12 Se pasa a la iteración siguiente  $\mathbf{k} = \mathbf{k} + 1$ .  
13 **fin**  
14 El agente  $i$  recupera  $\hat{P}_{mgref}^i(k)$  de  $Z_i^{\mathbf{k}}$  y se aplica como potencia de referencia en el controlador de bajo nivel.  
15 Proceder al siguiente instante de muestreo  $k = k + 1$ .  
16 **fin**

---

De esta forma el problema puede ser resuelto de forma distribuida sin la dependencia de un nodo central, como también reduciendo el tamaño del problema de optimización local. Sin embargo el tamaño del problema local aún crece en función del número de micro-redes conectadas, debido a esto se propone utilizar también el método adhoc iterativo.

## Implementación Robusta con el Método Adhoc Iterativo

La implementación robusta de este método es análoga al caso determinístico, en donde cada agente resuelve iterativamente la optimización tomando en consideración la operación de sus vecinos como constante. Para esta se dividirá el problema completo en sus componentes locales (3.34). En esta implementación ocurren acoples en las variables  $\hat{P}_{mgref}^i(k+j)$  y  $L^i(k+j)$  debido a la restricción de balance de potencia en el nodo principal. De esta forma el problema a resolver en cada agente será:

$$\min_{x_i} \sum_{j=0}^{N-1} C(k+j) \cdot T_s \cdot \sum_{l=1}^M \hat{P}_{mgref}^l(k+j) + \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{l=1}^M Q \cdot \Delta \hat{P}_{mgref}^l(k+j)^2, \quad (3.48a)$$

$$\text{sujeto a: } \hat{P}_{mgref}^i(k+j) = \hat{P}_{net}^i(k+j) - \hat{P}_B^i \quad (3.48b)$$

$$\sum_{l=1}^M \hat{P}_{mgref}^l(k+j) + \sum_{l=1}^M (1 - L^l(k+j)) \Delta \hat{P}_{net}^{max,l}(k+j) \leq P_{DNO}^{max} \quad (3.48c)$$

$$- \sum_{l=1}^M \hat{P}_{mgref}^l(k+j) - \sum_{l=1}^M (1 - L^l(k+j)) \Delta \hat{P}_{net}^{min,l}(k+j) \leq -P_{DNO}^{min} \quad (3.48d)$$

$$\hat{P}_B^i(k+j) + L^i(k+j) \Delta \hat{P}_{net}^{max,i}(k+n) \leq P_{dischg}^{max,i}(k+j) \quad (3.48e)$$

$$- \hat{P}_B^i(k+j) - L^i(k+j) \Delta \hat{P}_{net}^{max,i}(k+n) \leq -P_{chg}^{max,i}(k+j) \quad (3.48f)$$

$$E_B^i(k) + T_s \sum_{n=0}^{j-1} \hat{P}_B^i(k+n) + \sum_{n=0}^{j-1} L^i(k+n) \Delta \hat{P}_{net}^{max,i}(k+n) \leq E_{max}^i \quad (3.48g)$$

$$- E_B^i(k) - T_s \sum_{n=0}^{j-1} \hat{P}_B^i(k+n) - \sum_{n=0}^{j-1} L^i(k+n) \Delta \hat{P}_{net}^{max,i}(k+n) \leq -E_{min}^i, \quad (3.48h)$$

$$\forall j \in 1, \dots, N-1.$$

Con el vector de optimización  $x_i$  del agente  $i$  será definido como:

$$x = \begin{bmatrix} \hat{P}_{mgref}^i(k) \\ \vdots \\ \hat{P}_{mgref}^i(k+N-1) \\ L^i(k) \\ \vdots \\ L^i(k+N-1) \\ \hat{P}_B^i(k) \\ \vdots \\ \hat{P}_B^i(k+1) \end{bmatrix}. \quad (3.49)$$

Al igual que para el caso determinístico se mantendrá la operación de las micro-redes conectadas constante para la optimización del agente local durante cada iteración. Esto significa dentro de cada iteración se compartirán los valores de  $\hat{P}_{mgref}^i(k+j)$  y  $L^i(k+j)$  entre los agentes. Adicionalmente, al igual que para el caso de ADMM, se requiere intercambiar los valores de los intervalos de predicción  $\Delta\hat{P}_{net}^{min,i}(k+j)$  y  $\Delta\hat{P}_{net}^{max,i}(k+j)$ . Considerando esto el algoritmo distribuido a resolver es:

---

**Algoritmo 10:** Algoritmo Adhoc iterativo aplicado en el nivel superior del EMS robusto

---

```

1 para cada instante de muestreo  $k$  hacer
2   Cada agente toma estimaciones del estado de carga del banco de baterías local.
3   Cada agente predice  $\hat{P}_{net}^i(k+j)$ ,  $\Delta\hat{P}_{net}^{min,i}(k+j)$  y  $\Delta\hat{P}_{net}^{max,i}(k+j)$  locales.
4   Cada agente comparte  $\Delta\hat{P}_{net}^{min,i}(k+j)$  y  $\Delta\hat{P}_{net}^{max,i}(k+j)$  a los demás agentes.
5   Cada agente  $i$  inicializa el comportamiento de las micro-redes conectadas  $l$  como
      $P_{mgref}^l(k+j) = 0$  y  $L^i(k+j) = 0$ .
6   Se inicia la iteración  $\mathbf{k} = 0$ .
7   mientras no exista una convergencia o no se exceda el número máximo de
     iteraciones hacer
8     para agente  $i$  hacer
9       El agente  $i$  calcula  $\hat{P}_{mgref}^i(k+j)$  y  $L^i(k+j)$  tomando como conocido
          $\hat{P}_{mgref}^l(k+j)$  y  $L^l(k+j)$ ,  $l \neq i$ , resolviendo (3.48).
10      El agente  $i$  comparte a los demás agentes  $\hat{P}_{mgref}^i(k+j)$  y  $L^i(k+j)$ .
11      Los agentes actualizan el valor recibido de  $\hat{P}_{mgref}^i(k+j)$  y  $L^i(k+j)$ .
12     fin
13     Se pasa a la iteración siguiente  $\mathbf{k} = \mathbf{k} + 1$ .
14   fin
15   Cada agente  $i$  aplica  $\hat{P}_{mgref}^i(k)$  como la referencia en el controlador de bajo nivel
     local.
16   Proceder al siguiente instante de muestreo  $k = k + 1$ .
17 fin

```

---

### 3.5. Discusión

En este capítulo se ha presentado la estructura general de las comunidades para las cuales se planea utilizar el EMS. En base a esta se presentó un EMS jerárquico con dos niveles de operación, el nivel inferior con un controlador basado en reglas y el superior con un controlador predictivo.

Posteriormente se planteó una formulación del problema de optimización que debe ser resuelto por el MPC de forma centralizada. Inicialmente se propone utilizar una formulación determinística que utiliza el valor esperado de las predicciones, sin considerar las incertezas presentes en estas. Esta formulación fue luego extendida por medio de estrategias de MPC distribuidas para el diseño de un EMS distribuido determinístico. Para esto se proponen dos estrategias el algoritmo de optimización distribuida ADMM y el método adhoc iterativo. El

primero encuentra la operación óptima según descrita por el problema de optimización, sin embargo no reduce el tamaño del problema de optimización. Por el otro lado el método adhoc iterativo permite reducir el tamaño del problema, pero no garantiza la operación óptima.

También se planteó el uso de un EMS robusto, el cual considere la incerteza de las predicciones por medio del uso de intervalos de predicción. Esto con el objetivo de mejorar el desempeño del control. El EMS robusto fue diseñado utilizando estrategias de control predictivo robusto en el nivel superior del EMS, en donde se utiliza el intervalo de predicción como el peor caso que puede tomar la incerteza. Utilizando la formulación robusta se diseñaron controladores distribuidos robustos con los métodos ADMM y adhoc iterativo.

Utilizando los EMSs presentados en este capítulo se simulará en el siguiente capítulo la operación de múltiples micro-redes, con el fin de probar su desempeño.

# Capítulo 4

## Caso de Estudio

En este capítulo se estudiarán los distintos EMS propuestos en el Capítulo 3. Para esto se realizarán simulaciones de múltiples micro-redes utilizando los EMS. Estas micro-redes contarán con distintas fuentes de consumo y generación, los cuales son basados en datos reales.

El capítulo se dividirá en tres partes. Primero se detallarán las características de cada comunidad, definiendo su tamaño y las fuentes de energía utilizadas. Además se definirán métricas utilizadas para evaluar el desempeño de los distintos EMSs, en donde se considerará el seguimiento de referencias, la operación de los bancos de baterías entre otras.

Luego se mostrarán brevemente los modelos utilizados para realizar las predicciones utilizadas por los algoritmos MPC. También se mostrarán los intervalos de predicción utilizados por los algoritmos MPC robustos.

Finalmente se presentarán los resultados obtenidos al simular los EMSs distribuidos, tanto para su formulación determinística como robusta. El desempeño de estos será comparado con la alternativa centralizada, ya que esta representa la operación óptima según está definido en el problema de optimización. Adicionalmente se evaluará el funcionamiento de los sistemas distribuidos ante fallas de comunicaciones entre los distintos controladores DMPC, con el objetivo de comprobar el continuo funcionamiento de estos durante estos eventos.

### 4.1. Caso de Estudio

Para el estudio del desempeño de los EMS se consideró una comunidad energética como descrita en el Capítulo 3. Esta estará compuesta por tres miembros capaces de realizar intercambio energético, los cuales serán representados por micro-redes. Este sistema será simulado utilizando *Matlab* y considerará las características no lineales del sistema y utilizará datos reales de consumo y generación sobre los cuales se realizarán predicciones.

Las tres micro-redes simuladas cuentan con distintos perfiles de consumo y generación.

Dos de estas cuentan con consumo domiciliario, pero tienen distinto número de hogares. El consumo de éstas es mayor durante las mañanas y en la tarde. La tercera micro-red cuenta con el consumo de una escuela, lo cual complementa el consumo domiciliario ya que presenta consumos mayores durante el medio día. Esto se observa en la Figura 4.1, en donde los horarios de mayor consumo domiciliario corresponde a los horarios en que el consumo de la escuela es menor.

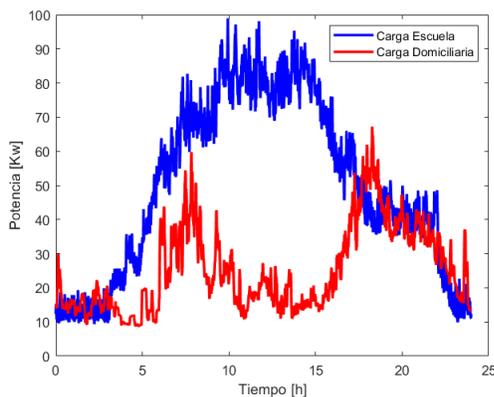


Figura 4.1: Un día de consumo residencial y de una escuela

Para la generación se utilizarán energías renovables, considerando tanto generación eólica como fotovoltaica. Tanto los perfiles de generación como consumo fueron generados utilizando datos reales correspondientes a la temporada de invierno. Los datos de consumo y generación fotovoltaica fueron obtenidos de un pueblo del Reino Unido y los de generación eólica fueron medidos en Chile. Finalmente cada micro-red cuenta con un banco de baterías de plomo-ácido cuyo estado de carga es estimado por medio del filtro de Kalman. Las características de cada micro-red se encuentran detalladas en la Tabla 4.1:

Tabla 4.1: Características de cada comunidad

	Consumo	Generación Eólica	Generación Solar	Banco de Baterías
Micro-red 1	30 Casas	0	60 kW	136 kWh
Micro-red 2	60 Casas	30 kW	0	180 kWh
Micro-red 3	Una Escuela	17.5 kW	120 kW	248 kWh

El costo de la energía suministrada por el DNO seguirá una tarifa horaria definida por 4.2, en donde los precios más bajos ocurren en la media noche y los más altos en la tarde. Bajo el esquema planteado la red no comprara energía suministrada por parte de las micro-redes, por lo que si  $P_{DNO} \geq 0$  el costo de esta será 0. Adicionalmente se definió el límite de potencia suministrada por parte del DNO como  $120[kW]$ .

Tabla 4.2: Precio de la energía durante un día

Tiempo	Costo de la energía
00:00 - 06:00	5 $p/kWh$
06:00 - 16:00	12 $p/kWh$
16:00 - 19:00	15 $p/kWh$
19:00 - 23:00	12 $p/kWh$
23:00 - 24:00	5 $p/kWh$

Se utilizarán métricas con el fin de cuantificar el desempeño de las distintas estrategias de EMS propuestas y luego comparar éstas. Primero se utilizará el error de seguimiento de la referencia de la potencia  $P_{mgref}^i$ , el cual es realizado por el controlador de bajo nivel. Como el controlador basado en reglas debe satisfacer las restricciones de operación de la micro-red a la cual está asociado, éste no es capaz de seguir la referencia cuando éstas no se cumplen. Debido a esto una solución que considere la caracterización de las incertezas en las predicciones debería reducir este error. La raíz error cuadrático medio fue elegido como métrica para cuantificar este error ( $RMSE$  por sus siglas en inglés "*Root Mean Square Error*") y se definirá como:

$$RMSE_i = \sqrt{\frac{\sum_{t=0}^T (P_{mgref}^i(t) - P_{mg}^i(t))^2}{T}}. \quad (4.1)$$

Se utilizarán también los ciclos completos efectivos de los bancos de baterías ( $EFC$  por sus siglas en inglés "*Effective Full Cycles*"), los cuales son el número de descarga completa que realiza el banco de baterías durante la operación [35]:

$$EFC_i = \frac{E_{dis}^i(Ah)}{C_n^i}, \quad (4.2)$$

en donde  $E_{dis}^i(Ah)$  es la energía descargada durante la simulación y  $C_n^i$  es la capacidad nominal del banco de baterías. Esta métrica está asociada a la salud del banco de baterías, por lo que se desea un ciclo diario del banco de baterías.

Por último se utilizará la probabilidad de pérdida de la potencia de suministro ( $LPSP$  por sus siglas en inglés "*Loss of Power Supply Probability*"). Esta es la razón entre la deficiencia energética y la demanda total de energía durante un periodo de tiempo [36] [37]. En este trabajo, la deficiencia energética ocurre cuando  $(P_{net}^i(k) - P_{dischg}^{max,i}(t))T_s > 0$ , lo que significa que la potencia máxima que puede suministrar el banco de baterías no es suficiente para satisfacer la carga, por lo que el DNO debe satisfacer esta diferencia. En estos casos la micro-red no es capaz de seguir la referencia  $P_{mgref}^i$ . Un valor bajo de  $LPSP$  indica una mayor probabilidad que la carga será satisfecha. Para aplicaciones domésticas se recomienda un  $LPSP$  menor que un 10% [38]. En este trabajo se utilizará el  $LPSP$  como definido en [39]:

$$LPS P_i = \frac{\sum_{t=0}^T T_t}{T}, \quad (4.3)$$

en donde  $T_i$  son a los intervalos en los que ocurre una deficiencia energética y  $T$  es el tiempo total de simulación.

## 4.2. Modelos de Predicción

Para la implementación del EMS determinístico y robusto se requiere de predicciones de la potencia generada y consumida por cada micro-red. Estas predicciones corresponden al valor medio de la potencia durante intervalos de 30 minutos y deben cubrir un horizonte de 24 horas. Para obtener estas predicciones se utilizaron modelos difusos Takagi-Sugeno. Los modelos utilizados son auto-regresivos y realizan predicciones sobre el valor de la potencia neta  $\hat{P}_{net}^i(k+j)$  de cada micro-red ( $j \in 0, \dots, 47$ ) muestreada cada media hora. El valor de  $P_{net}(k)$  utilizado corresponde a la potencia media dentro de cada intervalo de muestreo.

Para identificar los modelos se utilizó la metodología planteada en la Sección 2.4. Como autorregresores se definió como regresores posibles el día anterior al de la medición predicha  $[P_{net}(k-1), \dots, P_{net}(k-48)]^T$ . Entre estos se determinó los utilizados por cada modelo utilizando un análisis de sensibilidad.

Para este trabajo se contaba con tres meses de datos de consumo y generación fotovoltaica correspondientes a la temporada de invierno en el Reino Unido. De estos se utilizaron dos meses para la identificación de los modelos y el último mes para utilizar como perfiles en las simulaciones. Luego, utilizando los modelos Takagi-Sugeno identificados se procedió a identificar los intervalos de predicción utilizando números difusos. De estos intervalos se obtendrá durante la operación los valores de  $\Delta \hat{P}_{net}^{max,i}(k+j)$  y  $\Delta \hat{P}_{net}^{min,i}(k+j)$  como también el valor esperado  $\hat{P}_{net}^i(k+j)$ .

Como se requiere de 48 pasos de predicción para cubrir el horizonte del MPC se determinaron 48 modelos para cada potencia predicha. Esto permite realizar una selección de las variables relevantes para cada paso de predicción como también sintonizar los parámetros del intervalo, en particular los números difusos, para cada paso de predicción permitiendo obtener distinto porcentaje de cobertura para cada paso. Separando los datos en conjuntos de entrenamiento, prueba y validación se obtuvieron los siguientes modelos para una cobertura deseada del 90%:

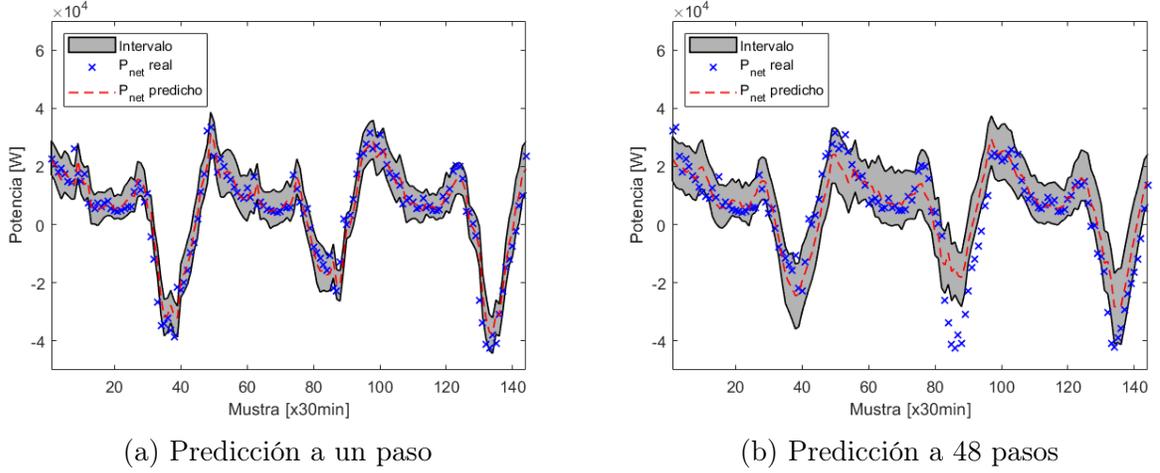


Figura 4.2: Intervalos para la predicción de  $P_{net}$  de la comunidad de 30 casas

Tabla 4.3: Desempeño del intervalo de predicción

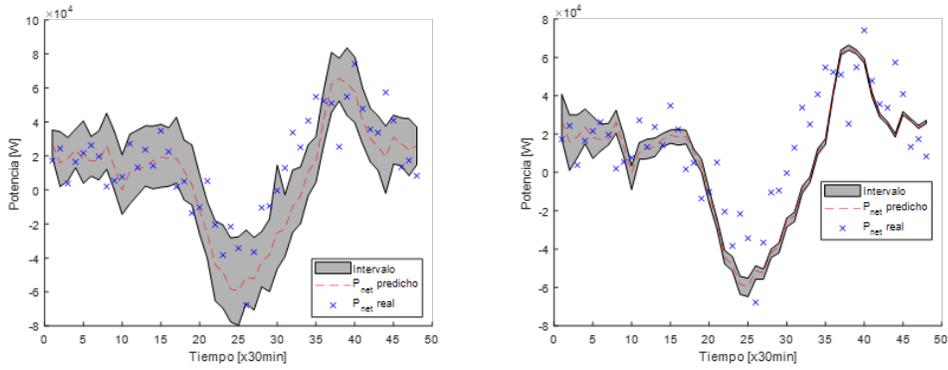
Pasos de Predicción	Conjunto de Entrenamiento				Conjunto de Validación			
	RMSE (kW)	MAE (kW)	PINAW	PICP (%)	RMSE (kW)	MAE (kW)	PINAW	PICP (%)
1	4,007	2,888	0,144	90,0	5,230	3,557	0,135	82,5
24	6,513	4,306	0,202	90,0	9,733	6,288	0,195	77,1
48	6,373	4,242	0,201	90,0	9,554	6,041	0,195	79,4

Como se muestra en la Tabla 4.3 el ancho del intervalo (PINAW) aumenta con el paso de predicción. Como el MPC Robusto utiliza este intervalo para acotar las restricciones del problema de optimización este puede ser infactible. Para evitar estos casos se propone utilizar un intervalo de cobertura decreciente en función del paso de predicción, como se propone en [40]. Este decrecimiento es de carácter exponencial según la función:

$$PICP(j) = C_I \cdot \left( \frac{C_F}{C_I} \right)^{\frac{j}{N-1}}. \quad (4.4)$$

En dónde  $C_I$  es la cobertura inicial deseada y  $C_F$  la cobertura del intervalo del último paso de predicción. Para el desarrollo del EMS se utilizó una cobertura inicial del 90%, la cual decrece hasta un 10%. Como consecuencia de esto, el ancho del intervalo decrece a medida que aumenta el paso de predicción. Esto se muestra en la Figura 4.3, en donde se graficó el intervalo para todo el horizonte de predicción en un instante  $k$  para ambos casos:

El intervalo reduce la cobertura de los datos de las predicciones, sin embargo como la acción de control aplicada al sistema corresponde al primer paso de predicción, la satisfacción de las restricciones durante la operación no se ve afectada.



(a) Cobertura constante del 90 %

(b) Cobertura Decreciente

Figura 4.3: Intervalo con cobertura constante y decreciente

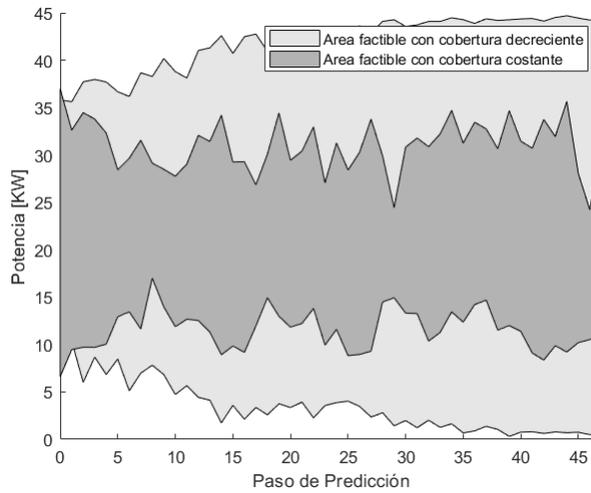


Figura 4.4: Área factible para un intervalo con cobertura decreciente y uno constante

A su vez se logra ampliar la zona factible del problema de optimización como se muestra en la Figura 4.4, en dónde se muestran los valores que puede tomar  $P_{mgref}(k+j)$  satisfaciendo la restricción de potencia entregada por el DNO. Para este ejemplo se utilizó sólo una micro-red y se consideró que toda la incerteza es compensada por la potencia de referencia, es decir  $L(k+j) = 0$ .

Estos modelos fueron implementados dentro del algoritmo de los controladores predictivos, con el fin de encontrar las predicciones de las potencias netas esperadas y sus intervalos durante la operación de las micro-redes. Luego se procedió a simular el sistema completo.

### 4.3. EMS Determinístico

En esta sección se presentarán los resultados de la implementación de los EMSs determinísticos simulados para las comunidades presentadas en la Sección 4.2. Para esto se considerará la implementación de los tres EMSs determinísticos; centralizado, distribuido con ADMM y distribuido adhoc. Esto con el fin de comparar el desempeño de los algoritmos distribuidos con el algoritmo centralizado.

Para esto se utilizó el valor esperado  $\hat{P}_{net}^i(k+j)$  dados por los modelos presentados en la Sección 4.2 para en el problema de optimización del MPC. Debido a que estos modelos son autoregresivos el EMS requiere de las mediciones pasadas de  $P_{net}^i(k)$  para obtener las predicciones. Adicionalmente se utilizaron las estimaciones del estado de carga dadas por el filtro de Kalman en el instante  $k$  como condiciones iniciales del MPC.

Con esto en consideración, se simuló una semana de operación de las tres comunidades utilizando los datos de potencia consumida y generada correspondiente a la temporada de invierno. La misma semana fue simulada utilizando el EMS centralizado propuesto. El desempeño las micro-redes puede ser visto en la Figura 4.5, en donde se muestra el consumo, generación y seguimiento de la referencia  $P_{mgref}^i$  de cada micro-red.

Esta operación se considerará como el caso base con el cual se compararán los algoritmos determinísticos, esto debido a que la solución encontrada por el optimizador corresponde al mínimo global del problema completo de optimización. Bajo el EMS propuesto también se puede observar que se cumplen las restricciones sobre el estado de carga de los bancos de baterías, como se muestra en la Figura 4.5, en donde este se mantiene dentro de los rangos de operación de 0,2 y 0,8.

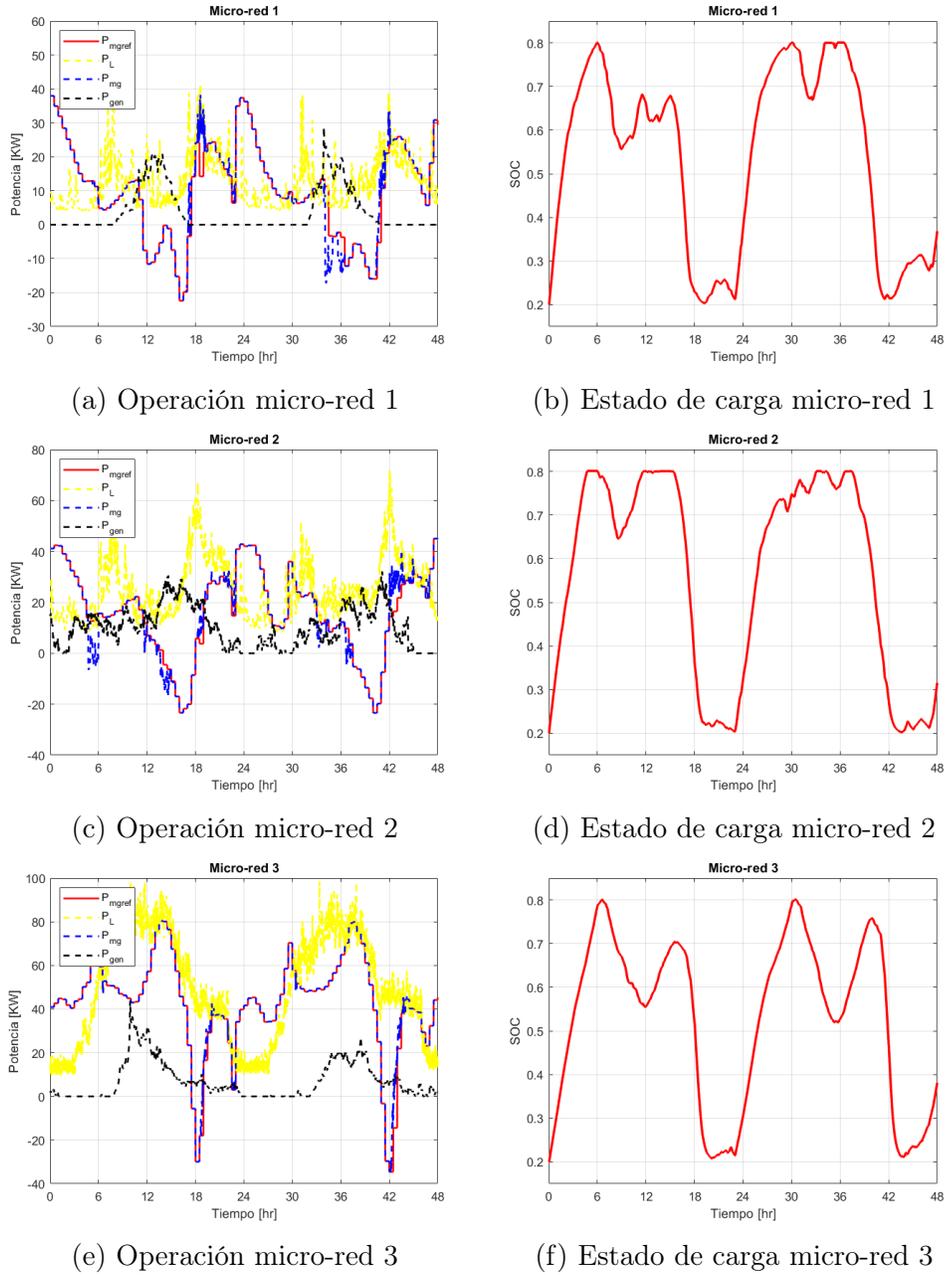
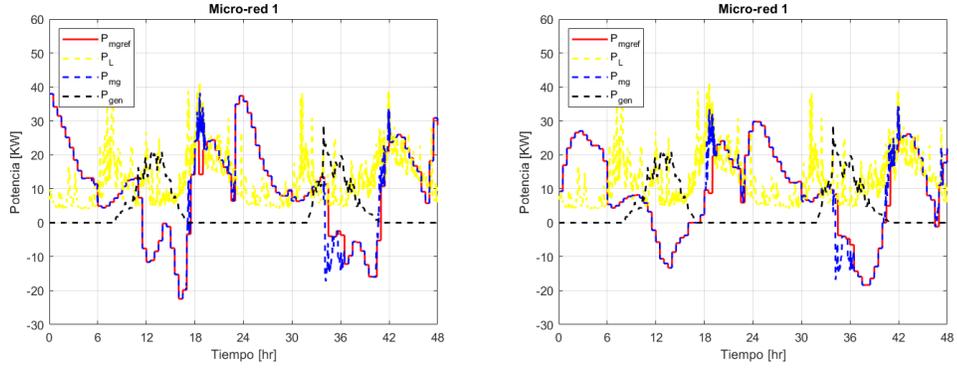
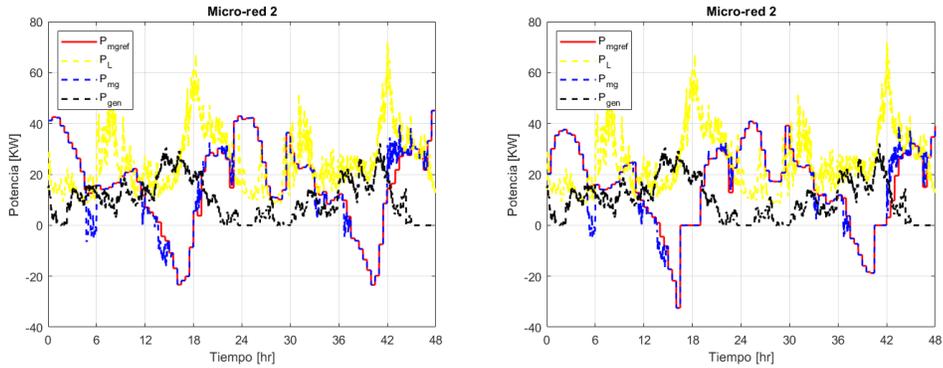


Figura 4.5: Dos días de operación del EMS centralizado y el estado de carga de las baterías

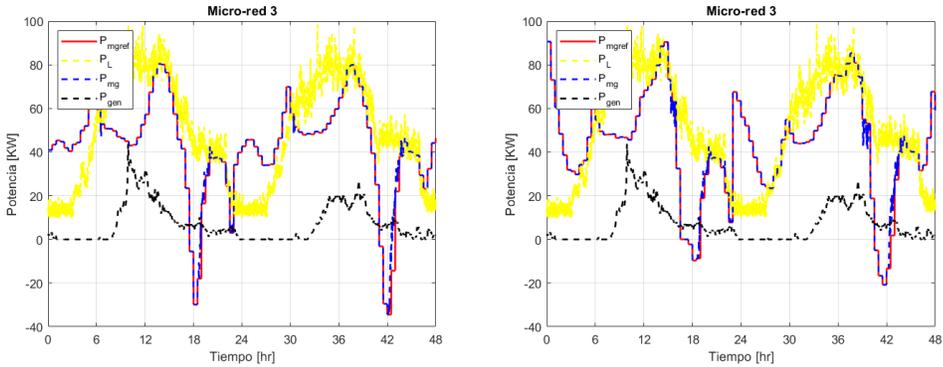
Luego se simuló la misma semana de operación para los EMSs distribuidos utilizando ADMM y el método adhoc iterativo. El desempeño de las comunidades utilizando éstos es presentado en las Figura 4.6.



(a) Operación micro-red 1 con ADMM (b) Operación micro-red 1 con Adhoc



(c) Operación micro-red 2 con ADMM (d) Operación micro-red 2 con Adhoc



(e) Operación micro-red 3 con ADMM (f) Operación micro-red 3 con Adhoc

Figura 4.6: Dos días de operación de los EMSs distribuidos, ADMM a la izquierda Adhoc a la derecha

Adicionalmente se muestran en la tabla 4.4 métricas de la operación locales de cada micro-red. En ésta se presenta el RMSE, los ciclos diarios de los bancos de baterías, la LPSP de cada micro-red como también la energía compartida entre las comunidades, correspondiente a la energía que se exporta de cada micro-red al nodo central, es decir  $P_{mg}^i < 0$ :

Tabla 4.4: Métricas de operación de cada una de las micro-redes para distintos EMS

<b>Estrategia EMS</b>	<b>RMSE (KW)</b>	<b>EFC Diario (<math>\frac{EFC}{N_{Dias}}</math>)</b>	<b>LPSP (%)</b>	<b>Energía Compartida (KWh)</b>
<b>Centralizado:</b>				
Micro-red 1	3,032	0,830	8,1	273,239
Micro-red 2	4,791	0,792	11,0	158,262
Micro-red 3	3,593	0,860	8,1	181,417
Promedio	3,805	0,827	9,067	204,306
<b>Distribuido ADMM:</b>				
Micro-red 1	3,010	0,830	8,1	273,179
Micro-red 2	4,797	0,791	11,0	158,141
Micro-red 3	3,592	0,860	8,1	181,128
Promedio	3,800	0,827	9,067	204,149
<b>Distribuido Adhoc:</b>				
Micro-red 1	2,688	0,797	8,9	166,250
Micro-red 2	5,047	0,794	11,8	117,168
Micro-red 3	2,891	0,881	6,7	93,215
Promedio	3,542	0,824	9,133	125,544

Al comparar la operación del EMS utilizando ADMM y el centralizado se puede observar que el EMS utilizando ADMM sigue el mismo perfil de  $P_{mgref}^i$  que el caso centralizado. Esto se debe a que ambos algoritmos MPC llegan a la misma solución, la cual corresponde al mínimo global del problema de optimización. Esto se refleja en las métricas de operación de ambos EMS, en dónde ambos tienen pequeñas diferencias.

A diferencia del caso ADMM el EMS Adhoc no sigue el mismo perfil que el caso centralizado, reflejado en la diferencia de las métricas de operación. Esto se debe a que el algoritmo utilizado no garantiza que se encuentre la solución óptima al problema completo, por lo que las soluciones entregadas por los MPCs a los controladores locales serán diferentes.

Se busca como métricas de operación de las micro-redes que el número de ciclos diarios sea menor que 1. Esto se logra para la operación de todos los EMSs, en los bancos de baterías de cada comunidad el EFC no supera 0,9, y siendo el promedio de este similar para todas. Por otro lado en este escenario se busca que la probabilidad de pérdida de suministro LPSP no supere el 10 %. Sin embargo esto no se cumple para todas las comunidades, en donde para la segunda micro-red se excede este límite para todos los EMSs.

Adicionalmente se compara la energía compartida entre las comunidades para estudiar la cooperación entre éstas. En este caso tanto el EMS centralizado como el distribuido con ADMM (que comparten la misma solución) presentan una mayor cooperación al compararlas con el EMS Adhoc, esto se debe a que los MPC de este último no toman decisión sobre la operación de sus vecinos.

En la Tabla 4.5 se muestran métricas que reflejan el desempeño a nivel de la red principal de los EMS, esto con el objetivo de comparar el desempeño de el sistema completo.

En ésta se muestra que los costos de operación del EMS Adhoc, considerando estos como

Tabla 4.5: Métricas de operación a nivel del DNO

<b>Estrategia EMS</b>	<b>Costo Total (£)</b>	<b><math>P_{DNO}^{\max}</math> (kW)</b>	<b><math>P_{DNO}^{\min}</math> (kW)</b>
<b>Centralizado</b>	1115,314	120,59	0
<b>Distribuido ADMM</b>	1115,353	120,60	0
<b>Distribuido Adhoc</b>	1107,571	133,07	0

el costo de la energía suministrada por el DNO, son menores que el caso centralizado y ADMM. Si embargo, para lograr esto el EMS requirió violar las restricciones de operación, en particular se viola la restricción de potencia máxima entregada por el DNO de 120 kW.

Con estas simulaciones en consideración se puede concluir que el desempeño del algoritmo ADMM satisface el cumplimiento de las restricciones de operación del sistema y logra una operación equivalente a la solución óptima dada por el caso centralizado. Por otro lado, el EMS Adhoc no logra cumplir con estas restricciones, en particular la restricción acoplada, pero logra operar de forma satisfactoria localmente en cada micro-red. Debido a esto se dirá que el EMS con ADMM logra una mejor cooperación entre las comunidades que el caso Adhoc, el cual no logra satisfacer la restricción acoplada y presenta un menor intercambio de energía entre las micro-redes. Sin embargo se debe destacar que el EMS Adhoc resuelve optimizaciones de menor complejidad que el ADMM y requiere compartir una menor cantidad de datos entre los agentes, lo que permite implementar una red comunicación más sencilla entre estos.

Adicionalmente ambos EMS presentan una independencia del nodo central, lo que permite que cada comunidad siga operando de forma eficiente ante una falla en la red de comunicaciones. Este escenario será explorado en más detalle en la siguiente sección, donde se presentará además la formulación robusta del MPC como presentada en 2.3.

## 4.4. EMS Robusto

En esta sección se presentarán los resultados simulados para el caso propuesto utilizando la formulación robusta del problema MPC, como presentada en 3.4, tanto para el EMS centralizado, como distribuido ADMM y Adhoc.

Análogo al caso determinístico se muestra en las Figuras 4.7 y 4.8 la operación de las comunidades utilizando los distintos EMS robustos.

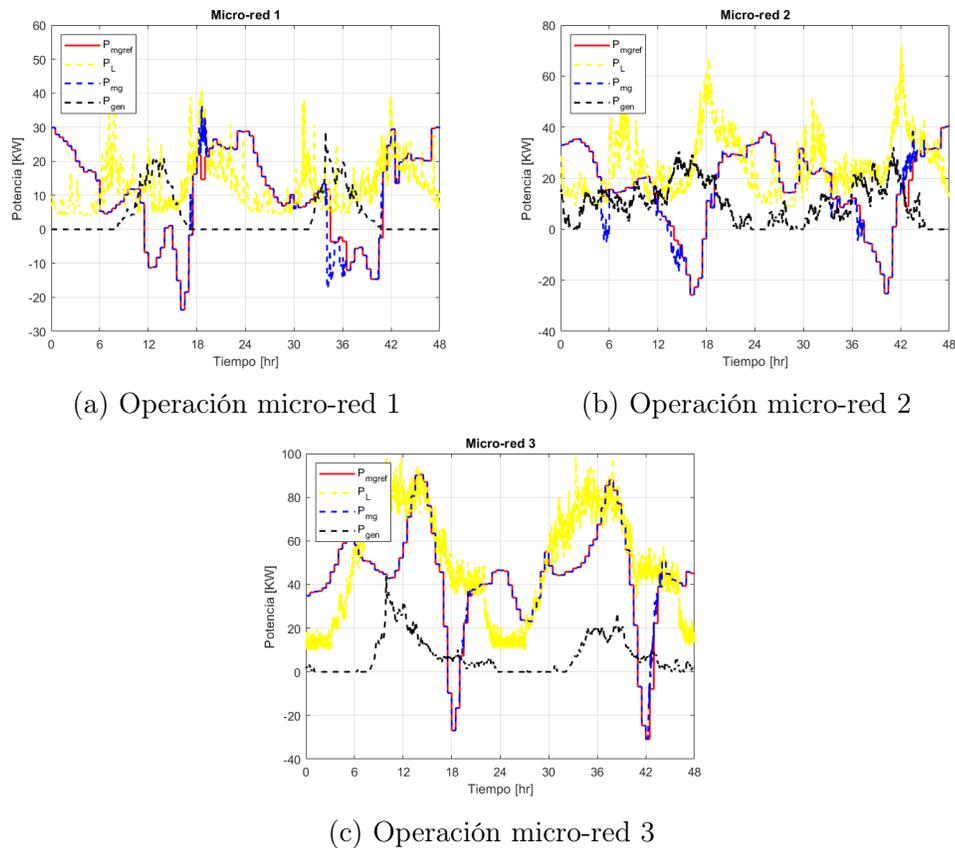
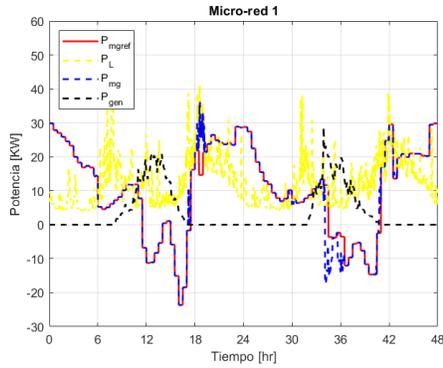
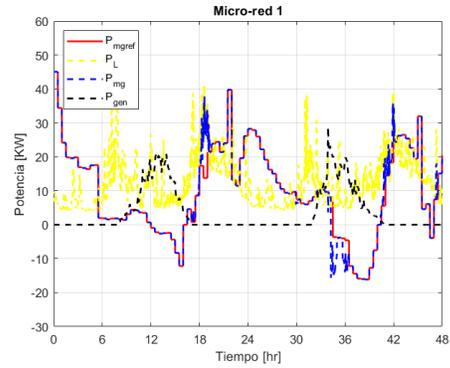


Figura 4.7: Dos días de operación del EMS centralizado robusto

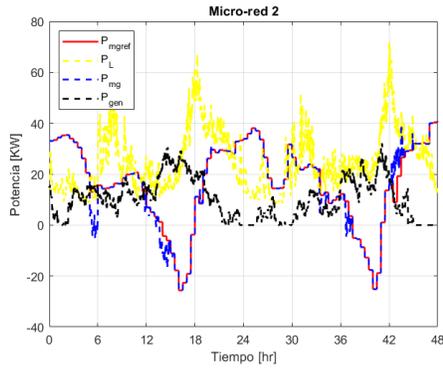
De la misma manera se muestra en las Tablas 4.6 el desempeño de cada una de las micro-redes. En esta se puede observar que ahora se alcanza el porcentaje deseado de 10 % de LPSP para todas las micro-redes utilizando tanto el EMS centralizado robusto y el distribuido robusto ADMM, presentando respectivamente un decrecimiento porcentual medio del 13,9 % y 27,4 % al ser comparados con su contraparte determinística. Sin embargo esto no se cumple para el EMS distribuido robusto Adhoc, en donde a pesar de observarse una mejora del 19,6 % existe una micro-red con la LPSP que supera el 10 % deseado. Adicionalmente se reduce para el caso centralizado y distribuido ADMM el EFC diario en un 1,9 % y 1,2 %, lo cual mejora el desempeño de los bancos de baterías. Por el contrario el EMS distribuido robusto Adhoc aumenta este en un 3,3 %.



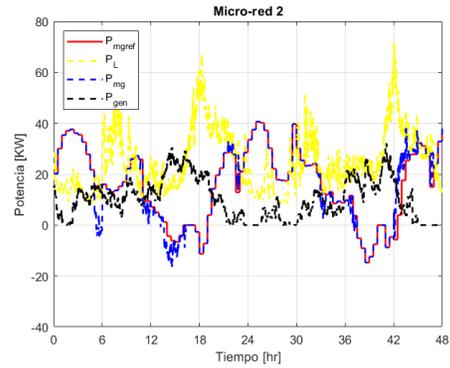
(a) Operación micro-red 1 con ADMM robusto



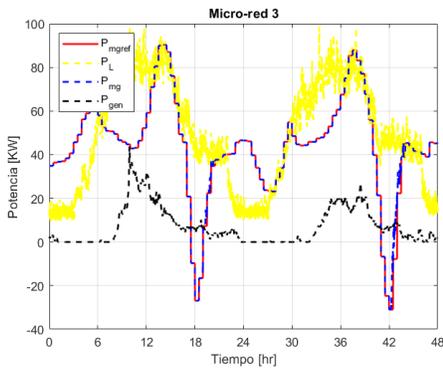
(b) Operación micro-red 1 con Adhoc robusto



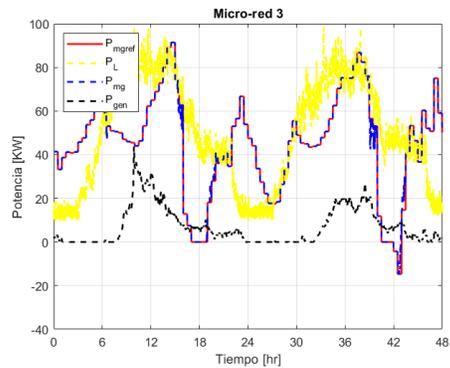
(c) Operación micro-red 2 con ADMM robusto



(d) Operación micro-red 2 con Adhoc robusto



(e) Operación micro-red 3 con ADMM robusto



(f) Operación micro-red 3 con Adhoc robusto

Figura 4.8: Dos días de operación de los EMSs distribuidos robustos, ADMM a la izquierda y Adhoc a la derecha

Debido a que la formulación robusta del problema de optimización MPC utiliza el peor caso de generación y consumo, se reduce también la energía compartida entre las comunidades en un 8.6 %, 8.1 % y 25 % para los EMS centralizado robusto, distribuido robusto ADMM y distribuido robusto Adhoc respectivamente en relación al caso determinístico.

Tabla 4.6: Desempeño de los distintos EMS robustos

<b>Estrategia EMS</b>	<b>RMSE (kW)</b>	<b>EFC Diario (<math>\frac{EFC}{N_{Dias}}</math>)</b>	<b>LPSP (%)</b>	<b>Energía Compartida (kWh)</b>
<b>Centralizado:</b>				
Micro-red 1	2,578	0,813	6,1	257,922
Micro-red 2	4,309	0,774	9,4	150,838
Micro-red 3	2,699	0,849	7,9	151,464
Promedio	3,195	0,812	7,800	186,741
<b>Distribuido ADMM:</b>				
Micro-red 1	2,514	0,811	5,8	249,933
Micro-red 2	4,467	0,775	7,7	154,076
Micro-red 3	2,588	0,865	6,1	158,657
Promedio	3,190	0,817	6,533	187,555
<b>Distribuido Adhoc:</b>				
Micro-red 1	2,315	0,863	6,7	146,613
Micro-red 2	4,809	0,792	11,3	79,132
Micro-red 3	2,462	0,897	4,7	53,552
Promedio	3,195	0,851	7,567	93,099

Para el caso de la formulación robusta se observa además que inicialmente el EMS centralizado robusto y el EMS distribuido ADMM robusto siguen el mismo perfil de referencia, sin embargo siguen perfiles distintos a medida que continúa la simulación. Esto se debe principalmente a que existen casos en que el problema de optimización es infactible debido al apriete de las restricciones. Debido a la manera en que se manejan estos casos en estos EMS lleva a que ambas soluciones no converjan. Esto también se refleja como en la Tabla 4.7, en donde el EMS centralizado supera el máximo de potencia permitida por el DNO de 120kW, evento que ocurre en sólo una instancia. Lo mismo ocurre en el caso del EMS robusto Adhoc, en donde éste límite se supera en múltiples ocasiones, al igual que el EMS determinístico Adhoc.

En la Tabla 4.8 se muestran métricas de operación de los distintos EMSs distribuidos. Entre estas se incluyó el  $RMSE_{Total}$  como una cuantificación de la capacidad de el conjunto de comunidades de seguir la referencia. Este fue definido cómo:

$$RMSE_{total} = \sqrt{\frac{\sum_{t=0}^T (P_{DNO}(t) - \sum_{i=1}^M P_{mgref}^i(t))^2}{T}}. \quad (4.5)$$

Tabla 4.7: Métricas de operación a nivel del DNO con los EMS robustos

<b>Estrategia EMS</b>	<b>Costo Total (£)</b>	<b><math>P_{DNO}^{\max}</math> (kW)</b>	<b><math>P_{DNO}^{\min}</math> (kW)</b>
<b>Centralizado</b>	1123,547	124,994	0
<b>Distribuido ADMM</b>	1124,630	116,207	0
<b>Distribuido Adhoc</b>	1134,698	140,905	0

Se incluyeron a su vez las métricas asociadas a la variación de la potencia entregada por la red principal, MPD definida como el valor máximo de la tasa de cambio y APD como su valor medio:

$$MPD = \max(|\Delta P_{grid}(t)|), \quad (4.6)$$

$$APD = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |\Delta P_{grid}(t)|. \quad (4.7)$$

Tabla 4.8: Tabla comparativa para los EMSs distribuidos

<b>Estrategia EMS Distribuido</b>	<b>Costo (£)</b>	<b><math>RMSE_{Total}</math> (KW)</b>	<b><math>P_{DNO}^{\max}</math> (KW)</b>	<b><math>P_{DNO}^{\min}</math> (KW)</b>	<b>MPD (<math>\frac{kW}{min}</math>)</b>	<b>APD (<math>\frac{kW}{min}</math>)</b>
<b>ADMM Determinístico</b>	1115,4	7,729	120,60	0	75,09	1,043
<b>ADMM Robusto</b>	1124,6	6,500	116,21	0	59,45	0,833
<b>Adhoc Determinístico</b>	1107,6	7,495	133,07	0	75,09	1,043
<b>Adhoc Robusto</b>	1134,7	6,419	140,91	0	97,42	0,960

Debido a que los EMSs robustos encuentran soluciones que satisfacen las restricciones de operación considerando las incertezas presentes en el sistema, se observa un mejor seguimiento de referencia para ambos EMSs robustos distribuidos. Esto refleja que estas referencias pueden ser seguidas de mejor manera por los controladores locales ya que estos se ven menos perjudicados por las restricciones locales. La energía suministrada por la red principal también presenta menos variaciones, teniendo menor MPD y APD para los EMSs robustos, siendo el con mejor desempeño el EMS ADMM robusto. Sin embargo estas mejoras se ven perjudicadas por un aumento del costo de operación de del sistema completo, debido que el MPC robusto es más conservador que el determinístico. Por último se observa también un mayor número de iteraciones requeridas para la convergencia de los algoritmos robustos, esto debido a el mayor número de variables de optimización utilizadas.

Finalmente se realizó un caso en que ocurre una desconexión en la red de comunicaciones del EMS, con el fin de comprobar probar el funcionamiento del EMS ante estos sucesos. Para esto se consideró una desconexión entre la comunicación del nivel superior del EMS, ya que este es más propenso a estos debido a que en una implementación del sistema estos se encuentran físicamente alejados, a diferencia del controlador local que puede ser implementado en la cercanía de su agente del nivel superior.

Para esto se simuló un día de operación con una pérdida de comunicaciones en la micro-red 3 de una hora, por lo que existen dos intervalos de 30 minutos en que esta debe operar de forma descoordinada. Este evento ocurre de 4:30 am a 5:30 am y fue simulado con los dos EMSs distribuidos robustos, la operación de los cuales se muestra en las Figuras 4.9 y 4.10.

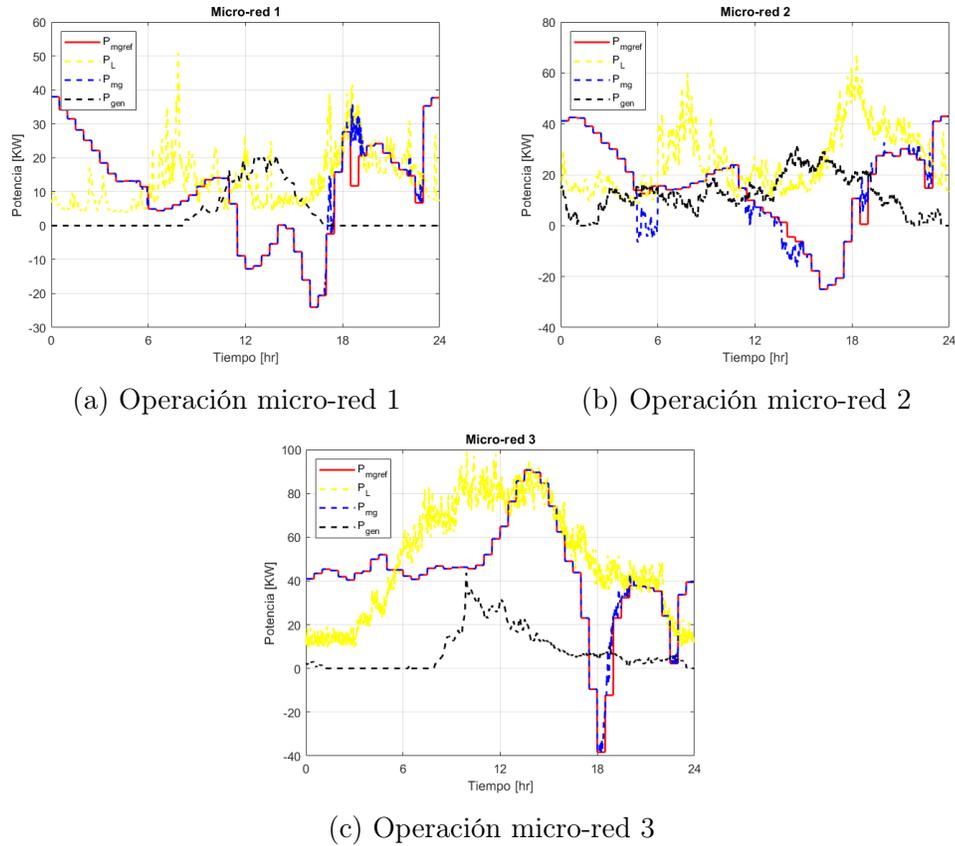


Figura 4.9: Prueba de desconexión para el EMS distribuido robusto ADMM

Como se muestra en éstas ambos EMSs robustos son capaces de continuar con la operación durante el periodo en que ocurre la desconexión. A diferencia de un EMS centralizado esto permite obtener nuevas referencias al ocurrir desconexiones, considerando ahora la sólo la operación de las micro-redes conectadas. Esta nueva referencia obtenida será óptima con EMS con ADMM para las micro-redes coordinadas, es decir para este escenario las micro-redes 1 y 2 continuarán su operación óptima coordinada y la micro-red 3 encontrará la solución óptima para su operación aislada. Esto significa que la operación no será óptima para el sistema completo.

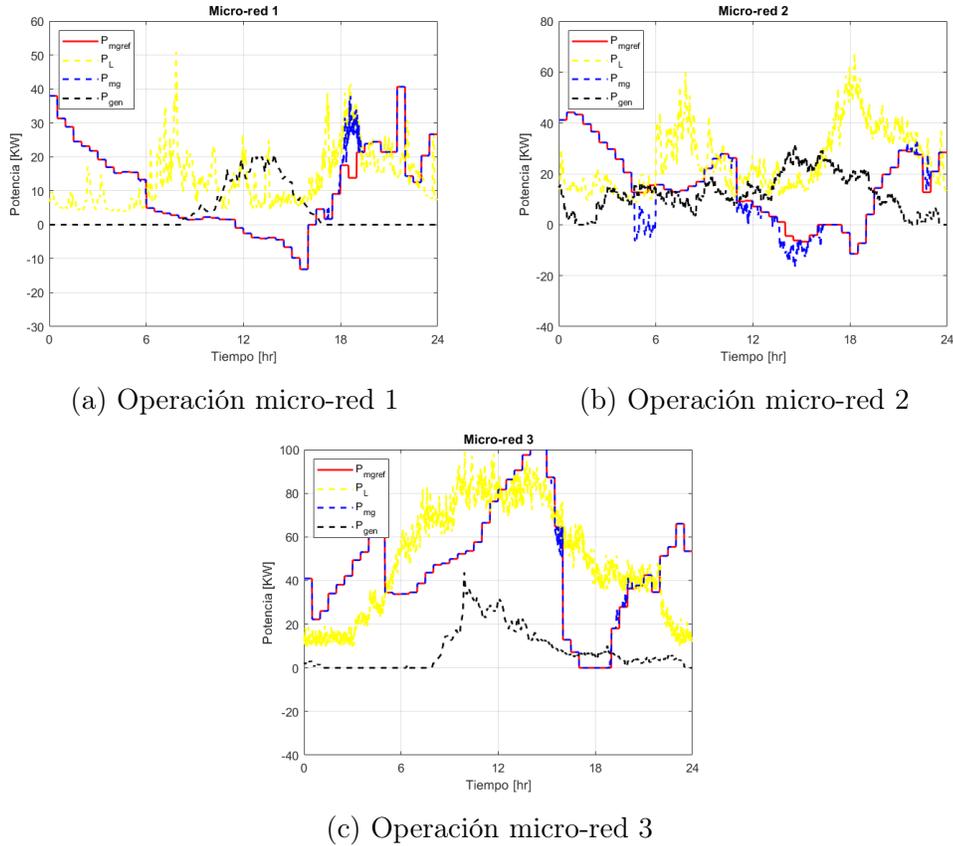


Figura 4.10: Prueba de desconexión para el EMS distribuido robusto Adhoc

Análogamente durante la desconexión el EMS Adhoc logra actualizar la referencia mediante la coordinación de las micro-redes que aún se encuentran conectadas. Si bien esta operación no es óptima, sí permitiría una mejor operación que el caso centralizado.

Por el otro lado para este escenario se escogieron comunidades capaces de complementar su consumo y generación con el fin de incentivar la cooperación, esto puede llevar a una dependencia entre estas, es decir las micro-redes pueden no ser capaces de satisfacer su demanda dadas las restricciones impuestas sobre su operación. Esto puede llevar a infactibilidades en los problemas de optimización de los MPC distribuidos durante la desconexión.

## 4.5. Discusión

En este capítulo se presentaron los resultados simulados de la operación de los distintos EMSs propuestos utilizando datos reales de generación y demanda. En estas se observan beneficios de utilizar el EMS distribuidos con ADMM por sobre el algoritmo Adhoc, entre éstas destacan la obtención de una solución óptima en relación al caso centralizado y una mejor satisfacción de las restricciones de operación.

También se observa una mejor operación al utilizar el MPC robusto en el nivel superior del EMS, reduce el error de seguimiento en el nivel inferior, disminuye la probabilidad de

perdida de suministro y requiere un suministro de potencia más suave por parte del DNO. Sin embargo éstas estrategias son más conservadoras, por lo que llevan a un mayor costo de operación.

Finalmente se comprobó la robustez de los EMSs distribuidos ante una pérdida de comunicación de las unidades. Esto trae claros beneficios sobre una implementación de EMS centralizado, ya que permite continuar con la operación coordinada de las comunidades que aún mantienen la comunicación. Esta operación será además óptima utilizando el algoritmo ADMM para las comunidades que mantienen la comunicación si se considera su operación independiente de las micro-redes descontadas.

# Capítulo 5

## Conclusiones

En esta tesis se presentan propuestas de implementación de sistemas de gestión energética para la coordinación de múltiples micro-redes de forma distribuida. Para esto se propuso una estructura jerárquica con dos niveles de operación. Esta se basó en el uso de control predictivo en el nivel superior para realizar la coordinación tomando en consideración la operación futura de las micro-redes como también su generación y demanda.

Para esto se formuló un problema de optimización centralizado de control predictivo que considera tanto la operación local como la coordinación de las micro-redes. Con el uso de técnicas de optimización distribuidas, el problema fue reformulado para ser resuelto de forma distribuida en las micro-redes. Para esto se propusieron dos métodos de optimización distribuida, la optimización mediante el método de direcciones alternas de los multiplicadores (ADMM) y el método adhoc iterativo. Cada uno de éstos presenta ventajas y desventajas, siendo el primero capaz de encontrar la solución óptima del problema pero teniendo un problema de optimización de mayor complejidad y el segundo siendo más sencillo pero es solo capaz de entregar soluciones sub-óptimas del problema. A diferencia de un MPC centralizado, estos controladores distribuidos se encuentran implementados localmente en cada micro-red por lo que no dependen de un nodo central de control. Esto permite que estos controladores operen de forma independiente en caso de ocurrir fallas de comunicaciones entre las micro-redes.

Adicionalmente se propuso el uso de estrategias de MPC robustos para el desarrollo del trabajo. Estas estrategias permiten tomar en consideración las incertezas presentes en las predicciones hechas por el MPC para apretar las restricciones del problema de optimización con el fin de satisfacer estas bajo cualquier realización de la incerteza. Para esto se utilizó una formulación robusta afín a las perturbaciones del problema de optimización, la cual logra absorber la incerteza de la predicción localmente en la micro-red (por medio de la carga de baterías) o por la energía suministrada por la red principal. Para caracterizar esta incerteza se utilizaron modelos Takagi&Sugeno con números difusos para encontrar intervalos de predicción que acoten los valores futuros con una cobertura determinada. Este EMS robusto fue diseñado desde una perspectiva centralizada y luego extendida utilizando los métodos distribuidos Adhoc y ADMM.

Luego se evaluó la coordinación de las micro-redes utilizando simulaciones con datos reales

de consumo y generación de distintas fuentes. Bajo este escenario se confirmó que los EMSs basados en el método ADMM logran encontrar el óptimo del MPC y tienen una solución equivalente a un EMS centralizado por otro lado los EMSs Adhoc iterativos presentan mejor operación en algunos casos sin embargo existe una menor cooperación entre las micro-redes y no logran satisfacer las restricciones de operación del sistema.

Por otro lado se mostró que una formulación robusta del MPC permite mejorar el desempeño del sistema tanto para las micro-redes como la red de distribución. Entre estas mejoras se encuentran: disminuir la probabilidad de pérdida de suministro (LPSP), disminuir el error de seguimiento por el controlador local y una potencia suministrada por la red con menores variaciones. Sin embargo como consecuencia de la formulación robusta también se observa un mayor costo de operación del sistema debido a que esta formulación utiliza los peores casos en su formulación. Adicionalmente se aumenta la complejidad del problema de optimización del MPC debido a la inclusión de nuevas variables de optimización. Esto es especialmente relevante para su implementación distribuida, ya que aumenta la cantidad de información que se debe compartir.

Por último se estudió el sistema ante la pérdida de comunicaciones entre los agentes de los controladores distribuidos, en donde se observó que a pesar de perderse la coordinación entre las micro-redes estas son capaces de operar de forma individual hasta que se restablezca esta falla. Estos EMSs, a diferencia del EMS centralizado, son capaces continuar controlando de manera coordinada a las comunidades no afectadas por la falla, esta operación es además óptima para el caso del EMS con ADMM dadas las propiedades este algoritmo de optimización.

## **Trabajo futuro**

El desarrollo de este trabajo utiliza una estructura de EMS en donde todas las micro-redes se encuentran interconectadas y tienen acceso a energía por medio de una red de distribución. Sin embargo existen distintas topologías de micro-redes que pueden ser estudiadas. Esto cobra mayor relevancia cuando se considera un EMS distribuido, ya que es posible utilizar una red de comunicaciones que una comunicación entre todas las micro-redes, sino que solo en aquellas capaces de compartir potencia.

Por otro lado se puede investigar la incorporación de cargas controlables en el diseño del MPC. Es de particular interés el uso de unidades de generación o consumo con estados binario, como lo puede ser el encendido y apagado de un generador diésel, ya que los algoritmos utilizados no son capaces de manejar variables enteras en la optimización.

# Bibliografía

- [1] R. H. Lasseter and P. Paigi. Microgrid: a conceptual solution. In *2004 IEEE 35th Annual Power Electronics Specialists Conference (IEEE Cat. No.04CH37551)*, volume 6, pages 4285–4290 Vol.6, 2004.
- [2] N. Hatziargyriou, H. Asano, R. Iravani, and C. Marnay. Microgrids. *IEEE Power and Energy Magazine*, 5(4):78–94, 2007.
- [3] H. Kanchev, D. Lu, F. Colas, V. Lazarov, and B. Francois. Energy management and operational planning of a microgrid with a pv-based active generator for smart grid applications. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 58(10):4583–4592, 2011.
- [4] M. Falahi, S. Lotfifard, M. Ehsani, and K. Butler-Purry. Dynamic model predictive-based energy management of dg integrated distribution systems. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 28(4):2217–2227, 2013.
- [5] D. Xu, B. Zhou, K. W. Chan, C. Li, Q. Wu, B. Chen, and S. Xia. Distributed multienergy coordination of multimicrogrids with biogas-solar-wind renewables. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 15(6):3254–3266, June 2019.
- [6] M. N. Alam, S. Chakrabarti, and A. Ghosh. Networked microgrids: State-of-the-art and future perspectives. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 15(3):1238–1250, March 2019.
- [7] X. Lu, J. Lai, X. Yu, Y. Wang, and J. M. Guerrero. Distributed coordination of islanded microgrid clusters using a two-layer intermittent communication network. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 14(9):3956–3969, Sep. 2018.
- [8] Luis Gabriel Marín, Mark Sumner, Diego Muñoz-Carpintero, Daniel Köbrich, Seksak Pholboon, Doris Sáez, and Alfredo Núñez. Hierarchical energy management system for microgrid operation based on robust model predictive control. *Energies*, 12(23):4453, Nov 2019.
- [9] W. Liu, J. Zhan, and C. Y. Chung. A novel transactive energy control mechanism for collaborative networked microgrids. *IEEE Transactions on Power Systems*, 34(3):2048–2060, May 2019.
- [10] L. Che, M. Shahidehpour, A. Alabdulwahab, and Y. Al-Turki. Hierarchical coordination

- of a community microgrid with ac and dc microgrids. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 6(6):3042–3051, Nov 2015.
- [11] Panagiotis Christofides, Riccardo Scattolini, David Peña, and Jinfeng Liu. Distributed model predictive control: A tutorial review and future research directions. *Computers & Chemical Engineering*, 51:21–41, 04 2013.
- [12] A. Parisio, E. Rikos, and L. Glielmo. A model predictive control approach to microgrid operation optimization. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 22(5):1813–1827, 2014.
- [13] J. C. Vasquez, J. M. Guerrero, J. Miret, M. Castilla, and L. G. de Vicuña. Hierarchical control of intelligent microgrids. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, 4(4):23–29, 2010.
- [14] C. Zhang, Y. Xu, Z. Y. Dong, and K. P. Wong. Robust coordination of distributed generation and price-based demand response in microgrids. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 9(5):4236–4247, Sep. 2018.
- [15] F. Garcia-Torres, C. Bordons, and M. A. Ridao. Optimal economic schedule for a network of microgrids with hybrid energy storage system using distributed model predictive control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 66(3):1919–1929, March 2019.
- [16] J. Mattingley, Y. Wang, and S. Boyd. Receding horizon control. *IEEE Control Systems Magazine*, 31(3):52–65, 2011.
- [17] Luis I. Minchala-Avila, Luis E. Garza-Castañón, Adriana Vargas-Martínez, and Youmin Zhang. A review of optimal control techniques applied to the energy management and control of microgrids. *Procedia Computer Science*, 52:780 – 787, 2015. The 6th International Conference on Ambient Systems, Networks and Technologies (ANT-2015), the 5th International Conference on Sustainable Energy Information Technology (SEIT-2015).
- [18] Javier Silvente, Georgios M. Kopanos, Efstratios N. Pistikopoulos, and Antonio Espuña. A rolling horizon optimization framework for the simultaneous energy supply and demand planning in microgrids. *Applied Energy*, 155:485 – 501, 2015.
- [19] K. Utkarsh, D. Srinivasan, A. Trivedi, W. Zhang, and T. Reindl. Distributed model-predictive real-time optimal operation of a network of smart microgrids. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 10(3):2833–2845, 2019.
- [20] W. Ma, J. Wang, V. Gupta, and C. Chen. Distributed energy management for networked microgrids using online admm with regret. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 9(2):847–856, 2018.
- [21] F. Valencia, J. Collado, D. Sáez, and L. G. Marín. Robust energy management system for a microgrid based on a fuzzy prediction interval model. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 7(3):1486–1494, May 2016.
- [22] Basil Kouvaritakis and Mark Cannon. *Model predictive control: classical, robust and stochastic*. Springer, 2016.

- [23] Huibert Kwakernaak. *Linear optimal control systems*. Wiley Interscience, New York, 1972.
- [24] Stephen Boyd, Neal Parikh, Eric Chu, Borja Peleato, and Jonathan Eckstein. Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers. *Foundations and Trends in Machine Learning*, 3:1–122, 01 2011.
- [25] T. H. Summers and J. Lygeros. Distributed model predictive consensus via the alternating direction method of multipliers. In *2012 50th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing (Allerton)*, pages 79–84, 2012.
- [26] T. Takagi and M. Sugeno. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-15(1):116–132, 1985.
- [27] James C. Bezdek, Robert Ehrlich, and William Full. Fcm: The fuzzy c-means clustering algorithm. *Computers & Geosciences*, 10(2):191 – 203, 1984.
- [28] K. H. Lee. *First course on fuzzy theory and applications*. Springer-Verlag, Berlin, 2005.
- [29] Emad Elbeltagi, Tarek Hegazy, and Donald Grierson. Comparison among five evolutionary-based optimization algorithms. *Advanced Engineering Informatics*, 19(1):43 – 53, 2005.
- [30] A. Fazeli, M. Sumner, E. Christopher, and M. Johnson. Power flow control for power and voltage management in future smart energy communities. In *3rd Renewable Power Generation Conference (RPG 2014)*, pages 1–6, 2014.
- [31] G. L. Plett. High-performance battery-pack power estimation using a dynamic cell model. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 53(5):1586–1593, Sep. 2004.
- [32] Fengchun Sun, Rui Xiong, Hongwen He, Weiqing Li, and Johan Eric Emmanuel Aussems. Model-based dynamic multi-parameter method for peak power estimation of lithium-ion batteries. *Applied Energy*, 96:378 – 386, 2012. Smart Grids.
- [33] R. Van der Merwe and E. A. Wan. The square-root unscented kalman filter for state and parameter-estimation. In *2001 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Proceedings*, volume 6, pages 3461–3464, May 2001.
- [34] C Tampier, A Pérez, F Jaramillo, V Quintero, M Orchard, and J Silva. Lithium-ion battery end-of-discharge time estimation and prognosis based on Bayesian algorithms and outer feedback correction loops: A comparative analysis. In *Proceedings of the Annual Conference of the Prognostics and Health Management Society*, volume 6, pages 182–195, 2015.
- [35] David Parra, Stuart A. Norman, Gavin S. Walker, and Mark Gillott. Optimum community energy storage for renewable energy and demand load management. *Applied Energy*, 200:358–369, 2017.

- [36] M. Kharrich, Y. Sayouti, and M. Akherraz. Optimal microgrid sizing and daily capacity stored analysis in summer and winter season. In *2018 4th International Conference on Optimization and Applications (ICOA)*, pages 1–6, April 2018.
- [37] Hassan Zahboune, Smail Zouggar, Goran Krajacic, Petar Sabev Varbanov, Mohammed Elhafyani, and Elmostafa Ziani. Optimal hybrid renewable energy design in autonomous system using modified electric system cascade analysis and homer software. *Energy Conversion and Management*, 126:909–922, 2016.
- [38] Razman Ayop, Normazlina Mat Isa, and Chee Wei Tan. Components sizing of photovoltaic stand-alone system based on loss of power supply probability. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 81:2731–2743, 2018.
- [39] B. Ould Bilal, V. Sambou, P. A. Ndiaye, C. M. F. Kébé, and M. Ndongu. Multi-objective design of PV-wind-batteries hybrid systems by minimizing the annualized cost system and the loss of power supply probability (LPSP). In *2013 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)*, pages 861–868, Feb 2013.
- [40] O. Cartagena, D. Muñoz-Carpintero, and D. Sáez. A robust predictive control strategy for building hvac systems based on interval fuzzy models. In *2018 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)*, pages 1–8, 2018.