Redes de Comunicaciones

Tema 2. Algoritmos de encaminamiento

Ramón Agüero Calvo

Departamento de Ingeniería de Comunicaciones

Contenidos

- Introducción
- Teoría de grafos
- Algoritmos de búsqueda de camino más corto
- Otros algoritmos en grafos
- Del algoritmo al protocolo

Contenidos

- Introducción
- Teoría de grafos
- Algoritmos de búsqueda de camino más corto
- Otros algoritmos en grafos
- Del algoritmo al protocolo

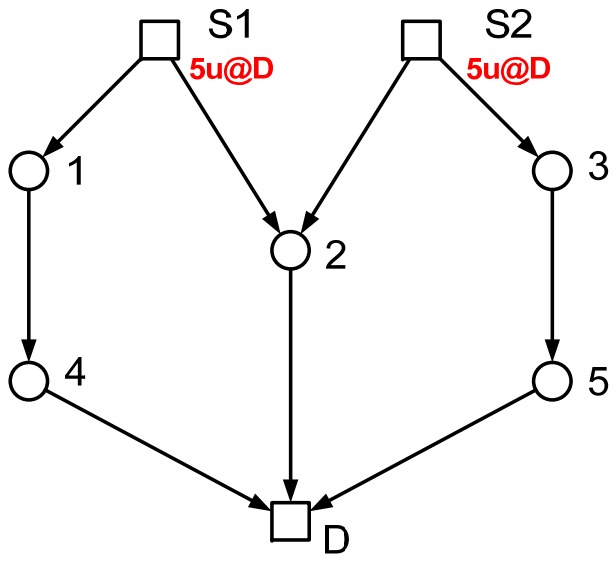
Introducción al encaminamiento en redes

- Objetivo del encaminamiento: Guiar la información entre los nodos origen y destino
- Funciones básicas
  - ***Forwarding*** o reenvío – un nodo (o *router*) determina la interfaz por la que reenviar un paquete
  - ***Routing*** o encaminamiento – establecimiento de la ruta (camino) más apropiada entre origen y destino, actualizando las tablas de reenvío en los nodos
- Retos y características
  - Necesidad de mensajes de señalización
  - Coordinación entre los nodos que forman la red
  - Reacción ante fallos en la red → robustez
  - Adaptación a posibles cambios en las condiciones de los enlaces

Elementos y clasificación

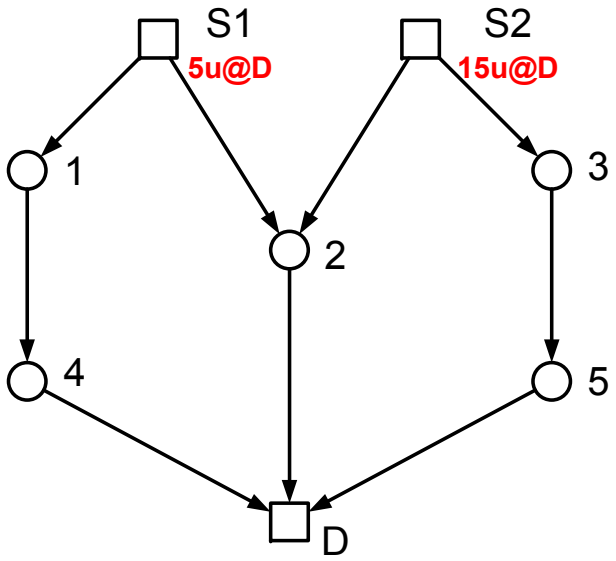
- Métricas de rendimiento
  - # de saltos
  - Coste
  - Retardo
  - Rendimiento (throughput)
- Fuentes de información
  - Local
  - Nodo contiguo (vecino)
  - Nodos de la ruta
  - Todos los nodos
- Dinamismo
  - Estáticos
  - Dinámicos o adaptativos
- Momento de la decisión
  - Paquete (modo datagrama)
  - Establecimiento sesión (modo circuito virtual)
- Lugar de la decisión
  - Cada nodo
  - Nodo central
  - Nodo origen/fuente
- Actualización de la información
  - Continuo
  - Periódico
  - Cambio en la carga
  - Cambio topológico

Problemática del encaminamiento



S1 y S2 quieren enviar 5 unidades a D
Capacidad de los enlaces: 10 unidades

- Rutas de menor #saltos
  - *S1 → 2 → D*
  - *S2 → 2 → D*
- Rutas con menor retardo
  - *S1 → 1 → 4 → D*
  - *S2 → 3 → 5 → D*



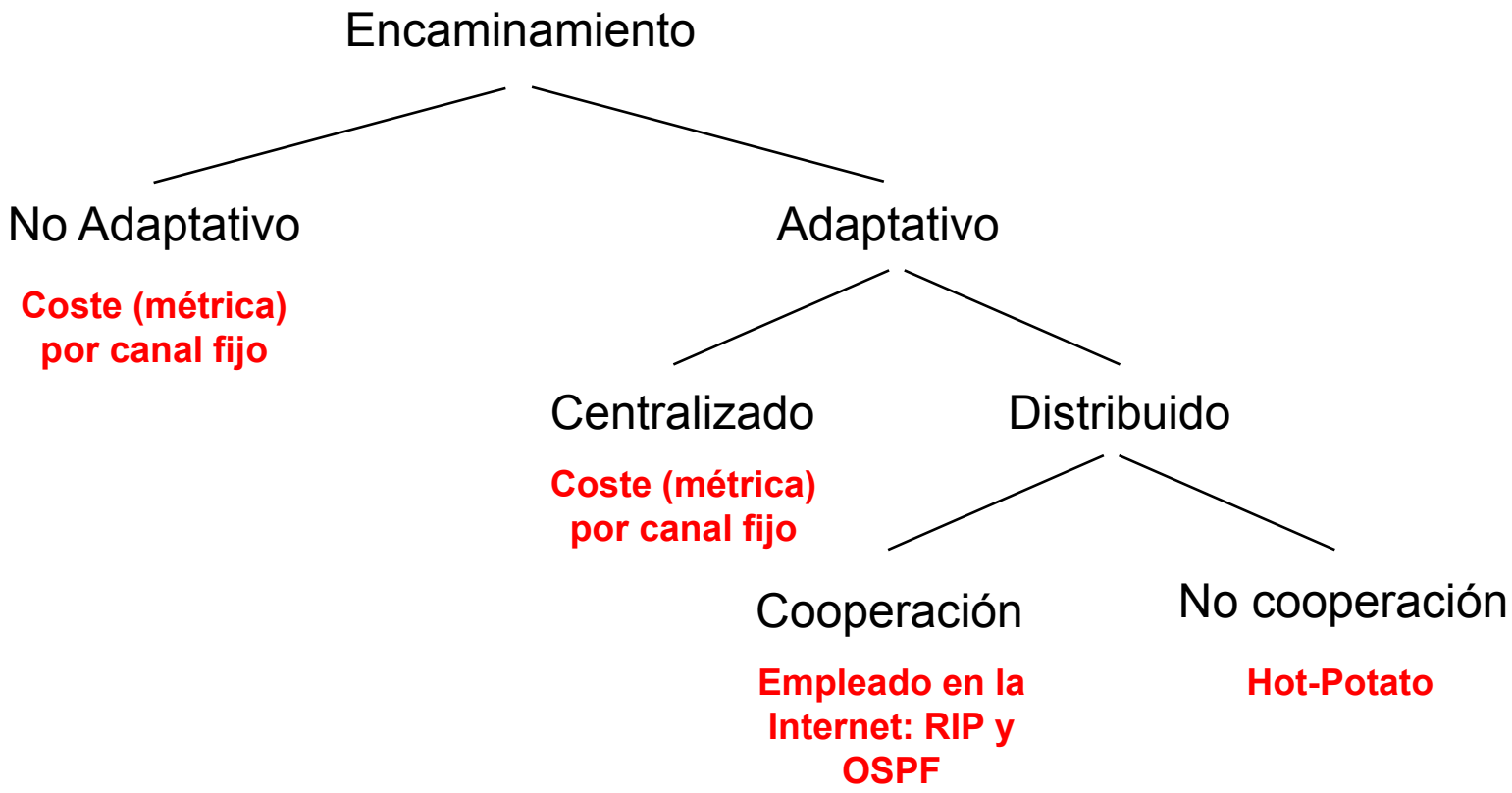
S1 y S2 quieren enviar 5 y 15 unidades a D
Capacidad de los enlaces: 10 unidades

- *S2* no puede encaminar todo su tráfico por un único camino
  - *S2 → 3 → 5 → D* **[7 unidades]**
  - *S2 → 2 → D* **[8 unidades]**
- En consecuencia, *S1* no empleará la ruta de menor número de saltos
  - *S1 → 1 → 4 → D*

Tipos de encaminamiento

- Broadcasting (difusión)
  - Envío de información a todos los nodos
  - Inundación [*flooding*]
    - Procedimiento sencillo
    - Mucha sobrecarga, por transmisiones y recepciones innecesarias
- Shortest Path (camino más corto)
  - Una de las estrategias más empleadas
  - Se minimiza el número de saltos entre origen y destino
    - De manera genérica se podría hablar de coste → Establecimiento de alguna métrica
- Encaminamiento óptimo
  - El camino más corto no siempre ofrece el mejor comportamiento
  - Optimización matemática compleja
- Hot potato (Patata caliente)
  - Un nodo manda cada paquete por la interfaz menos cargada
  - Se deshace del mismo lo antes posible

Clasificación de encaminamiento



Contenidos

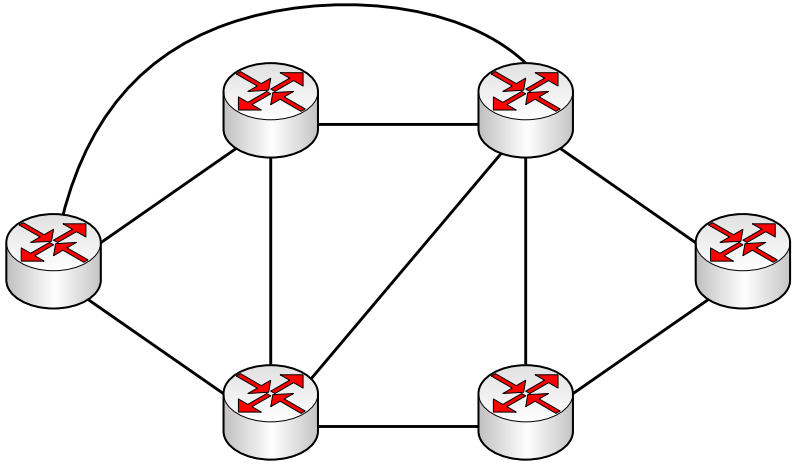
- Introducción
- Teoría de grafos
- Algoritmos de búsqueda de camino más corto
- Otros algoritmos en grafos
- Del algoritmo al protocolo

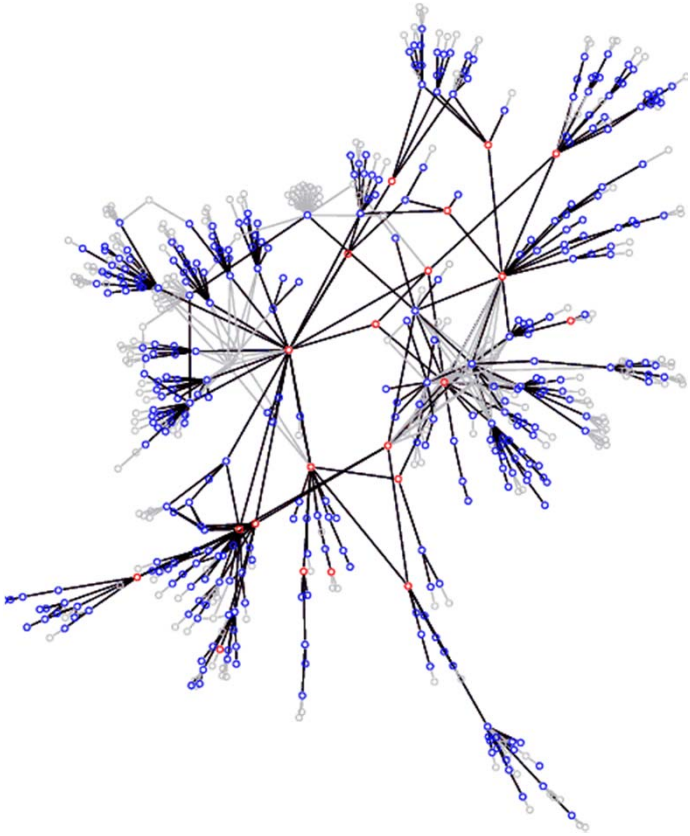
¿Qué es un grafo?

- Los grafos son una herramienta matemática que se emplea para formular problemas de encaminamiento
- Definición de un grafo $\mathbb{G}=(\mathbb{N}, \mathbb{E})$
  - Conjunto de $\mathbb{N}$ nodos
  - Colección de $\mathbb{E}$ enlaces (*edges*) – cada enlace consta de un par de nodos de $\mathbb{N}$

Los grafos y el encaminamiento

- Al trasladar un grafo a un problema de encaminamiento
  - Los N nodos son los *routers* de la red
  - Los E enlaces se corresponden con los enlaces físicos entre ellos





Conceptos básicos de grafos

- Tipos de grafos
  - Dirigidos: $(u,v) \neq (v,u)$
    - Los enlaces son pares **dirigidos** de nodos
  - No dirigidos: $(u,v) \rightarrow (v,u)$
    - No es necesario establecer un criterio de ordenación a los nodos en cada enlace
- Concatenaciones de enlaces
  - **Walk** (paseo): secuencia de nodos $(n_1,n_2,\ldots n_l)$ tal que cada pareja (n_{i-1},n_i) es un enlace del grafo
  - **Path** (camino): es un *walk* en el que no hay nodos repetidos
  - **Cycle** (ciclo o bucle): camino con más de un enlace y en el que $n_1 = n_l$
- Grafo conectado
  - Se dice que un grafo está conectado si cualquier par de nodos está conectado por un camino
- En algunas ocasiones puede resultar interesante/necesario asignar costes $c(u,v)$ a los enlaces

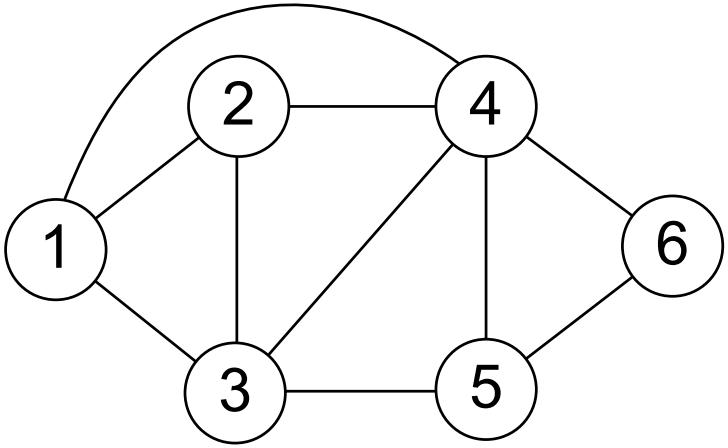
Representación de grafos

- Lista adyacencia
  - Consta de un *array* de $\mathbb{N}$ listas (una por nodo de la red) con punteros a cada nodo con el que tenga un enlace
  - Memoria necesaria
    - En un grafo dirigido la suma de punteros coincide con $|\mathbb{E}|$
    - En un grafo no dirigido será 2 $|\mathbb{E}|$
  - Ventajas
    - Se pueden asignar costes a los enlaces de manera sencilla
    - Requiere una cantidad menor de memoria, apropiada para grafos sin muchos enlaces (*sparse*)
  - Desventajas
    - El proceso de búsqueda puede ser lento
- Matriz de adyacencia
  - Matriz $\mathbb{A}$ de dimensión $\mathbb{N}$ x $\mathbb{N}$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & si\ (i,j) \in \mathrm{E} \\ 0 & si\ (i,j) \notin \mathrm{E} \end{cases}$$

  - Con grafos no dirigidos, $\mathbb{A}$ es simétrica: $\mathbb{A}^T = \mathbb{A}$
  - El tamaño de $\mathbb{A}$ es, para cualquier red, $\mathbb{N}^2$
  - Ventajas
    - La búsqueda es muy rápida
    - Si no se necesitan costes, se puede usar un sólo bit para cada elemento de la matriz
  - Desventajas
    - Suele requerir mayor memoria, se usa en grafos más pequeños
    - Si se requieren costes, se necesita mayor capacidad por enlace

Representación de grafos



- Lista de adyacencia

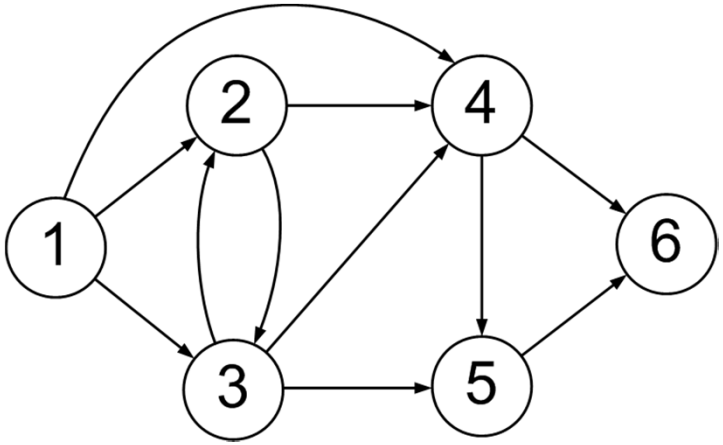
1 → 2 → 3 → 4
2 → 1 → 3 → 4
3 → 1 → 2 → 4 → 5
4 → 1 → 2 → 3 → 5 → 6
5 → 3 → 4 → 6
6 → 4 → 5

- Grafo no dirigido
  - El número de enlaces en la lista de adyacencia es 2 $|\mathbb{E}|$
  - La matriz de adyacencia es simétrica

- Matriz de adyacencia

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Representación de grafos



- Lista de adyacencia

1 → 2 → 3 → 4
2 → 3 → 4
3 → 2 → 4 → 5
4 → 5 → 6
5 → 6
6

- Grafo dirigido
  - El número de enlaces en la lista de adyacencia es $|\mathbb{E}|$
  - La matriz de adyacencia no es simétrica

- Matriz de adyacencia

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Contenidos

- Introducción
- Teoría de grafos
- Algoritmos de búsqueda de camino más corto
- Otros algoritmos en grafos
- Del algoritmo al protocolo

Búsqueda del camino más corto

- La idea principal es la de encontrar el camino con un coste mínimo entre una fuente (S) y un destino (D)
- Si $c(u,v)$ se mantiene constante para todos los enlaces, la solución es la ruta de menor número de saltos
- Algoritmos con una única fuente: encuentran el camino más corto entre S y el resto de nodos
  - *Dijkstra*
  - *Bellman-Ford*
- Algoritmos para toda la red: encuentran el camino más corto entre todas las posibles parejas de nodos en la red
  - *Floyd-Warshall*
  - *Johnson*

Coste de una ruta

- Métricas aditivas: distancia, tiempo de transferencia, etc
  - Coste camino = $c(l_1) + c(l_2) + c(l_3)$
  - Interesa minimizar el coste total
- Métricas multiplicativas: probabilidad de no fallo, fiabilidad
  - Coste camino = $f(l_1) \cdot f(l_2) \cdot f(l_3)$
  - Interesa maximizar el coste total
- Métricas cuello de botella: capacidad
  - Coste camino = $\min \{ C(l_1), C(l_2), C(l_3) \}$
  - Interesa maximizar el coste total

Algoritmo de Dijkstra

- Encuentra el camino de coste mínimo de una fuente S a todos los nodos en un grafo con costes **NO NEGATIVOS**
- Definiciones previas
  - Coste camino $$c(p) = \sum_{i=1}^{k} c(u_{i-1}, u_i)$$
  - Coste camino mínimo $$\delta(u,v) = \begin{cases} min\{c(p) : u \xrightarrow{p} v\} \\ \infty \end{cases}$$

si hay camino entre u y v

en caso contrario

Algoritmo de Dijkstra

- Variables
  - Conjunto de nodos $\mathbb{Q}$ para los que no se ha encontrado el camino más corto
  - Se mantiene una lista con las distancias a cada nodo $d(u)$

$$\forall u \in \{\mathbb{N} - \mathbb{Q}\} \quad d(u) = \delta(S, u)$$

- Algoritmo
  - Se busca en $\mathbb{Q}$ el nodo cuyo camino de coste mínimo sea el menor

$$d(u) = \min_{v \in \mathbb{Q}} d(v)$$

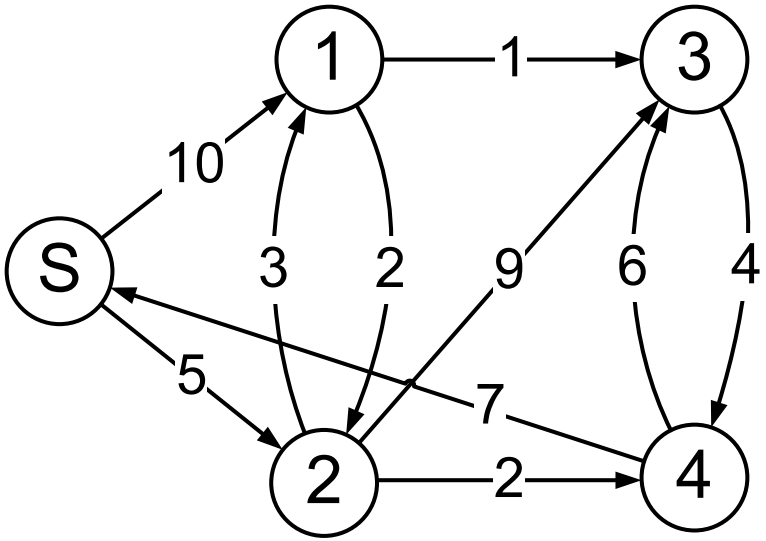
  - u se borra de $\mathbb{Q}$
  - Si $\mathbb{Q}$ es el conjunto vacío ($\mathbb{Q}=\varnothing$), se termina el algoritmo
  - Para todos los nodos v de $\mathbb{Q}$ adyacentes a u

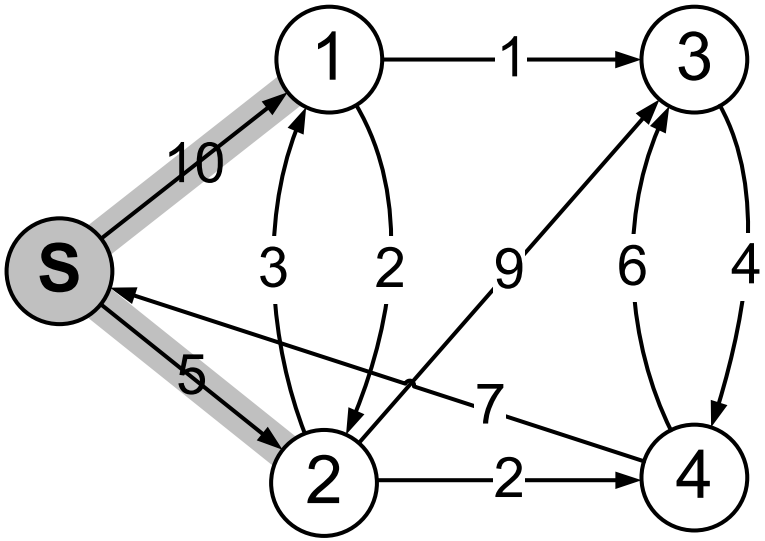
$$d(v) = min\{d(v), d(u) + c(u, v)\}$$

Algoritmo de Dijkstra

```
INITIALIZATION
1. d(S) = 0
2. for all v in N but S
3.     d(v) = ∞
4. Q = N

MAIN LOOP
5. while Q ≠ {Ø}
6.     u vertex in Q with min{d(v)}
7.     delete u from Q
8.     for all v in Q adjacent to u
9.         if d(v) > d(u) + c(u,v)
10.            d(v) = d(u) + c(u,v)
11.            prev(v) = u
```

Ejemplo algoritmo de Dijkstra





Inicialización

$\mathbb{Q}$ = {S, 1, 2, 3, 4}

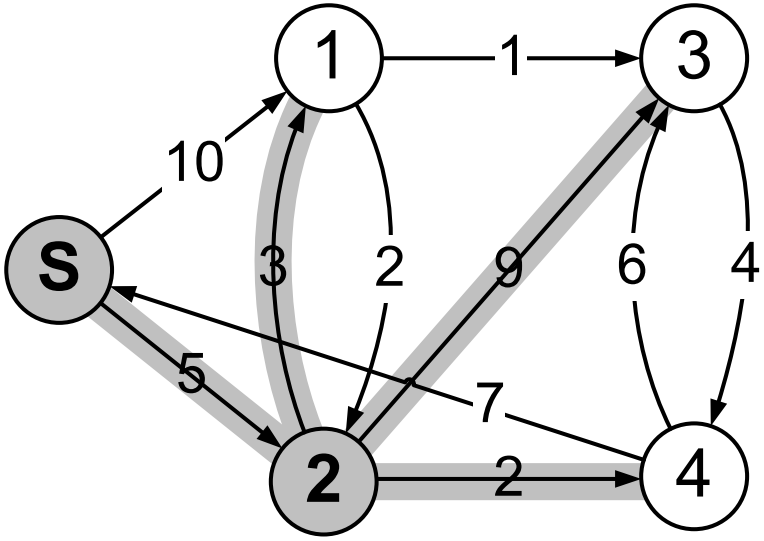
d = [0, ∞, ∞, ∞, ∞]

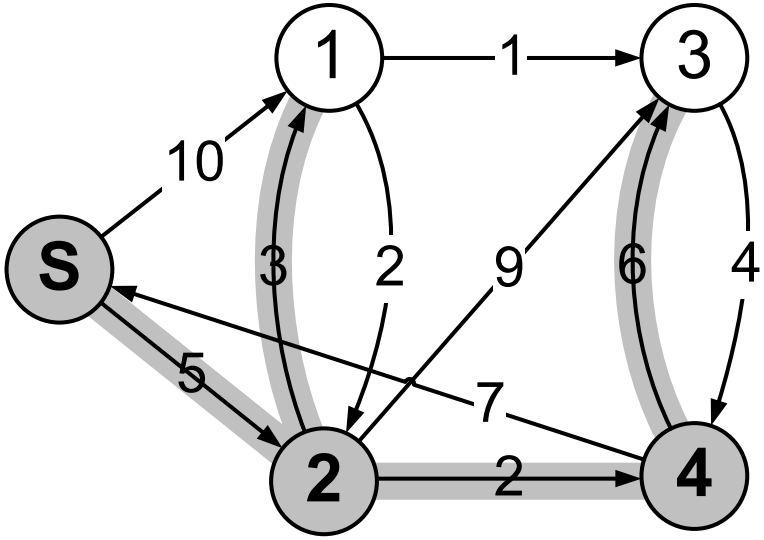
Primera iteración

$\mathbb{Q}$ = {1, 2, 3, 4}

d = [0, 10, 5, ∞, ∞]

Ejemplo algoritmo de Dijkstra





Segunda iteración

$\mathbb{Q}$ = {1, 3, 4}

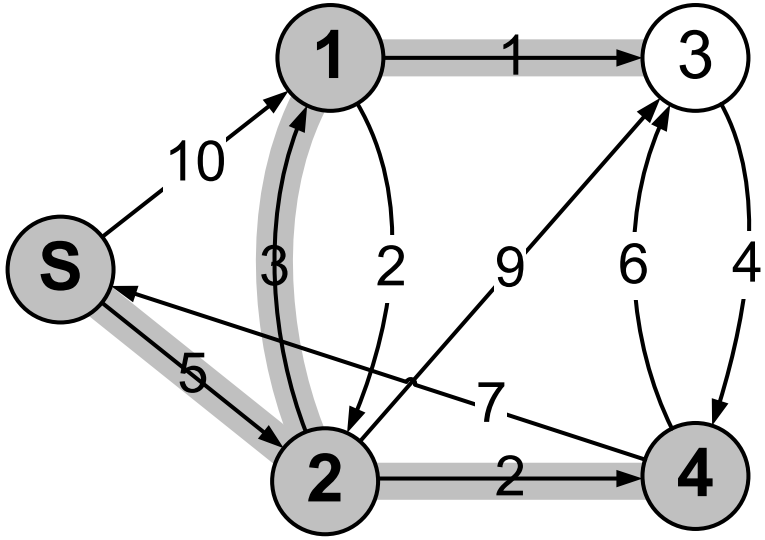
d = [0, 8, 5, 14, 7]

Tercera iteración

$\mathbb{Q}$ = {1, 3}

d = [0, 8, 5, 13, 7]

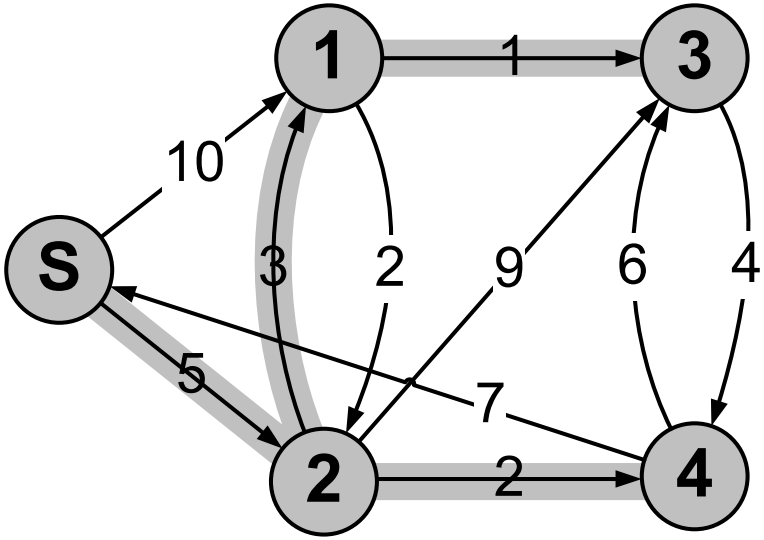
Ejemplo algoritmo de Dijkstra



Cuarta iteración

$\mathbb{Q}$ = {3}

d = [0, 8, 5, 9, 7]



Quinta iteración

$\mathbb{Q}$ = {Ø}

d = [0, 8, 5, 9, 7]

Algoritmo de Bellman-Ford

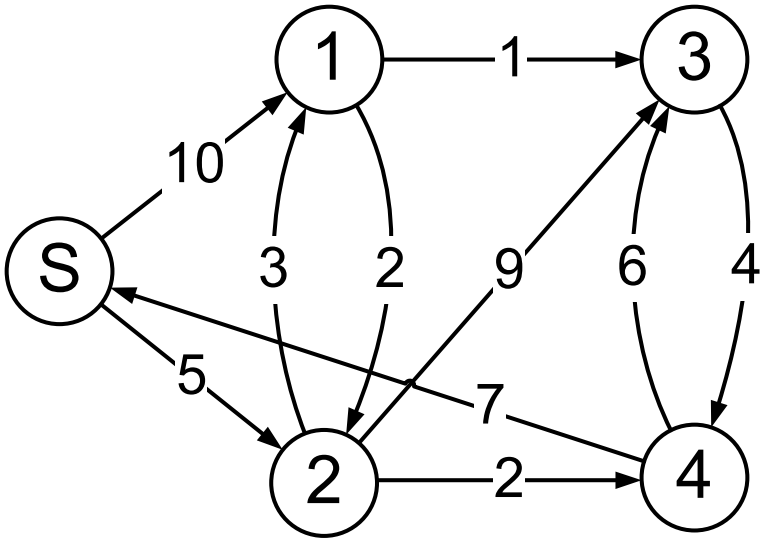
- Al igual que Dijkstra, encuentra el camino más corto de un nodo al resto
- Puede emplearse con redes que tengan enlaces con coste negativo
- Si hay un ciclo negativo en la fuente, Bellman-Ford lo detecta
  - En este caso el camino de coste mínimo **NO** puede solucionarse
- Variables
  - Una lista con los costes de las rutas de S a cualquier nodo $d(u)$
- Algoritmo
  - Se recorre el grafo $\mathbb{N}$ -1 veces y se aplica la ecuación de Bellman para los enlaces del grafo

$$d(v) = min\{d(v), d(u) + c(u,v)\}$$

Algoritmo de Bellman-Ford

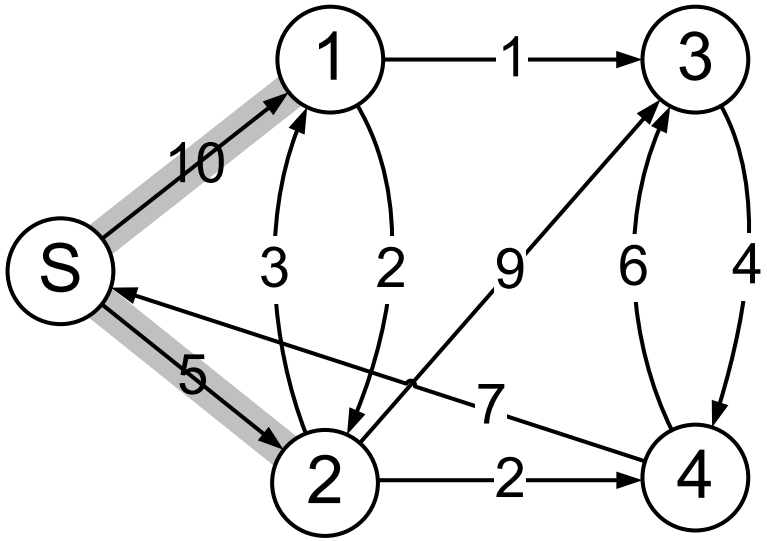
```
INITIALIZATION
1. d(S) = 0
2. for all v in N but S
3.     d(v) = ∞

MAIN LOOP
4. for k = 1 to N-1
5.     for each (u,v) in E
6.         if d(v) > d(u) + c(u,v)
7.             d(v) = d(u)+c(u,v)
8.             prev(v) = u
```

Ejemplo algoritmo de Bellman-Ford



Inicialización

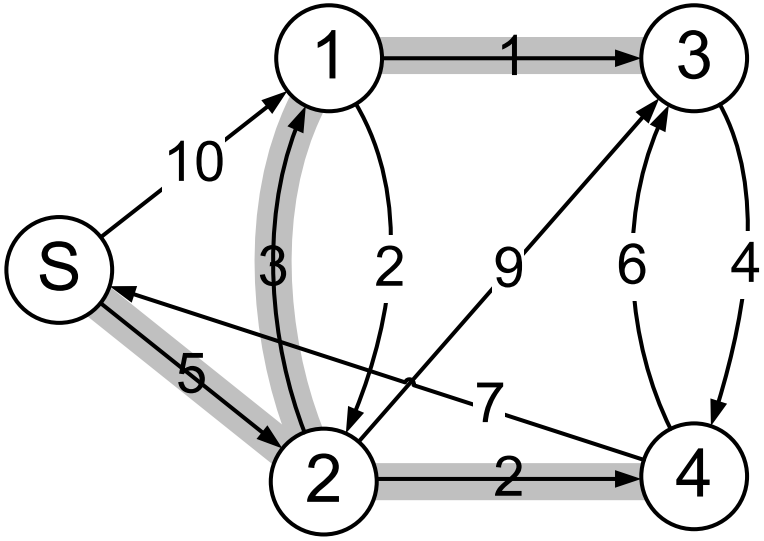
d = [0, ∞, ∞, ∞, ∞]



Primera iteración

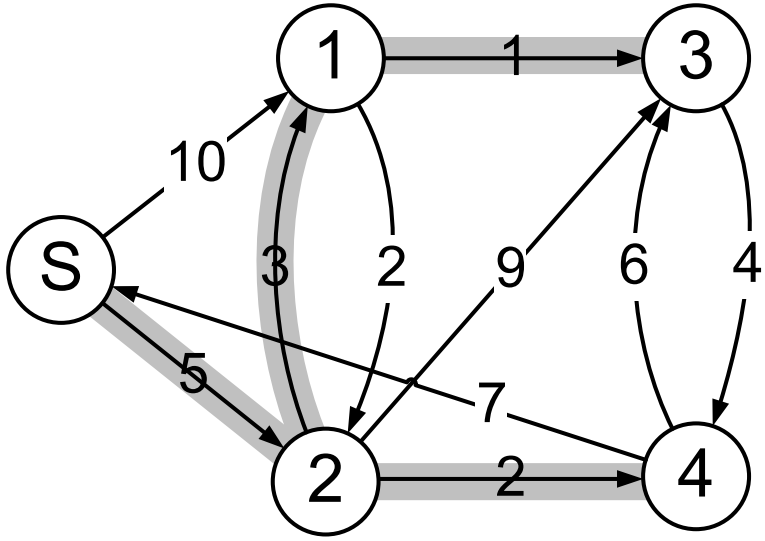
d = [0, 10, 5, ∞, ∞]

Ejemplo algoritmo de Bellman-Ford



Segunda iteración

d = [0, 8, 5, 11, 7]



Tercera iteración

d = [0, 8, 5, 9, 7]

Algoritmo de Floyd Warshall

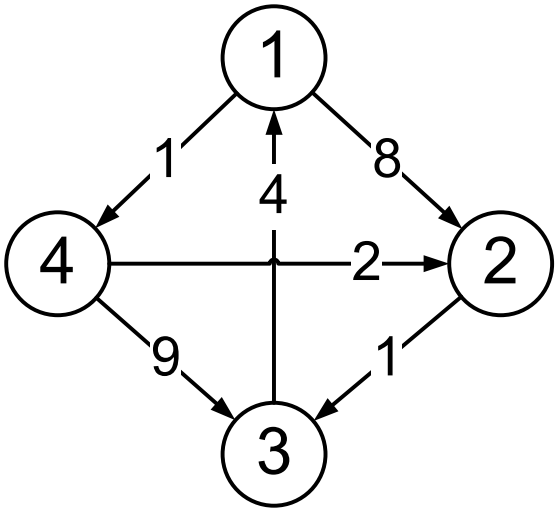
- Se define $d^k[i,j]$ como el coste del camino más corto entre i y j con la condición de que use únicamente los nodos $1, 2, \ldots k$ como nodos intermedios
- Así, $d^N[i,j]$ representa la distancia del camino más corto entre i y j
- El algoritmo de Floyd Warshall establece iterativamente $d^k[i,j]$ para todas las parejas de nodos (i,j) para k = 1, 2, … N
- A partir de $d^k[i,j]$, el algoritmo calcula $d^{k+1}[i,j]$ a partir de la siguiente propiedad

$$d^{k+1}[i,j] = min\left\{d^k[i,j], d^k[i,k] + d^k[k,j]\right\}$$

Algoritmo de Floyd Warshall

```
INITIALIZATION
1.  for all (u,v) in NxN
2.      d(u,v) = ∞
3.      pred(u,v) = NIL
4.  for all nodes u in N
5.      d(u,u) = 0
6.  for each (u,v) in E
7.      d(u,v) = c(u,v)
8.      pred(u,v) = u

MAIN LOOP
9.  for k = 1 to N
10.     for u = 1 to N
11.         for v = 1 to N
12.             if d(u,v) > d(u,k) + d(k,v)
13.                 d(u,v) = d(u,k) + d(k,v)
14.                 pred(u,v) = pred(k,v)
```

Ejemplo algoritmo de Floyd Warshall

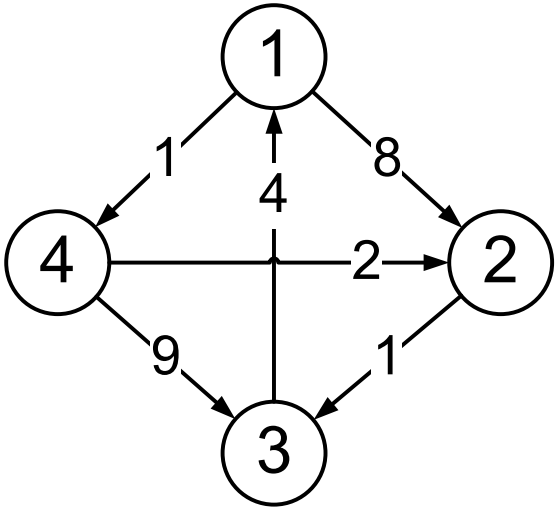


$$D^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 & 8 & \infty & 1 \\ \infty & 0 & 1 & \infty \\ 4 & \infty & 0 & \infty \\ \infty & 2 & 9 & 0 \end{pmatrix} \qquad \Pi^{(0)} = \begin{pmatrix} nil & 1 & nil & 1 \\ nil & nil & 2 & nil \\ 3 & nil & nil & nil \\ nil & 4 & 4 & nil \end{pmatrix}$$

$$D^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 & 8 & \infty & 1 \\ \infty & 0 & 1 & \infty \\ 4 & 12 & 0 & 5 \\ \infty & 2 & 9 & 0 \end{pmatrix} \qquad \Pi^{(1)} = \begin{pmatrix} nil & 1 & nil & 1 \\ nil & nil & 2 & nil \\ 3 & 1 & nil & 1 \\ nil & 4 & 4 & nil \end{pmatrix}$$

$$D^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & 8 & 9 & 1 \\ \infty & 0 & 1 & \infty \\ 4 & 12 & 0 & 5 \\ \infty & 2 & 3 & 0 \end{pmatrix} \qquad \Pi^{(2)} = \begin{pmatrix} nil & 1 & 2 & 1 \\ nil & nil & 2 & nil \\ 3 & 1 & nil & 1 \\ nil & 4 & 2 & nil \end{pmatrix}$$

Ejemplo algoritmo de Floyd Warshall



$$D^{(3)} = \begin{pmatrix} 0 & 8 & 9 & 1 \\ 5 & 0 & 1 & 6 \\ 4 & 12 & 0 & 5 \\ 7 & 2 & 3 & 0 \end{pmatrix} \qquad \Pi^{(3)} = \begin{pmatrix} nil & 1 & 2 & 1 \\ 3 & nil & 2 & 1 \\ 3 & 1 & nil & 1 \\ 3 & 4 & 2 & nil \end{pmatrix}$$

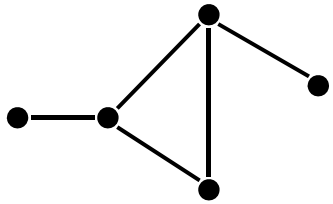
$$D^{(4)} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 & 1 \\ 5 & 0 & 1 & 6 \\ 4 & 7 & 0 & 5 \\ 7 & 2 & 3 & 0 \end{pmatrix} \qquad \Pi^{(4)} = \begin{pmatrix} nil & 4 & 2 & 1 \\ 3 & nil & 2 & 1 \\ 3 & 4 & nil & 1 \\ 3 & 4 & 2 & nil \end{pmatrix}$$

Contenidos

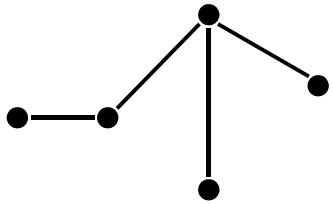
- Introducción
- Teoría de grafos
- Algoritmos de búsqueda de camino más corto
- Otros algoritmos en grafos
- Del algoritmo al protocolo

Minimum Spanning Tree

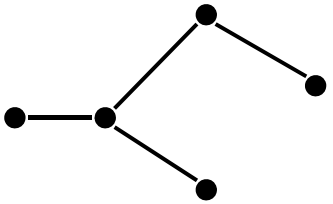
- **Tree** (árbol): es un grafo $\mathbb{G}$, no dirigido, conectado y sin ciclos
  - El número de enlaces es igual al número de nodos menos 1: $|\mathbb{E}| = |\mathbb{N}| - 1$
  - Cualquier par de nodos están unidos por un único camino
  - $\mathbb{G}$ está conectado, pero al eliminar cualquier enlace dejaría de estarlo
  - $\mathbb{G}$ no tiene ciclos, pero al añadir un enlace cualquiera aparecería un ciclo



No es un árbol



Sí es un árbol



Sí es un árbol

- Un **Spanning Tree** cubre (se expande por) todos los nodos de un grafo $\mathbb{Q}$
  - Entre los diferentes **Spanning Tree** de un grafo $\mathbb{Q}$ el **Minimum Spanning Tree (MST)** es aquel que tiene un menor coste

Minimum Spanning Tree

- Aplicaciones: el MST cubre todos los nodos de una red
  - Procesos de difusión (broadcast) de información
    - Un mensaje para ser enviado a todos los nodos de la red
  - Gran uso en Redes de Área Local: bridges (IEEE 802.1D)
    - Se emplea para eliminar enlaces no necesarios
- Algoritmos
  - *Kruksal*
  - *Prim*

MST: Algoritmo de Kruksal

- Construye el MST incorporando paulatinamente enlaces que unan dos componentes diferentes (dos subgrafos no conectados entre sí)
  - Se puede ver como un proceso de búsqueda de componentes conectados en una red
- Va recorriendo los enlaces (u,v) de $\mathbb{E}$ en orden creciente (por su coste)
  - Añade el enlace actual (u,v) a un subgrafo $\mathbb{A}$ si u y v pertenecen a árboles distintos
    - Siempre se añade aquel que tenga un menor coste
- Variables
  - $\mathbb{A}$: Conjunto de enlaces que forman el MST
  - $\mathbb{L}$: lista con los enlaces de $\mathbb{G}$, ordenados según su coste, en orden creciente
- Al recorrer todos los enlaces $\mathbb{A}$ contendrá el MST de $\mathbb{G}$

MST: Algoritmo de Kruksal

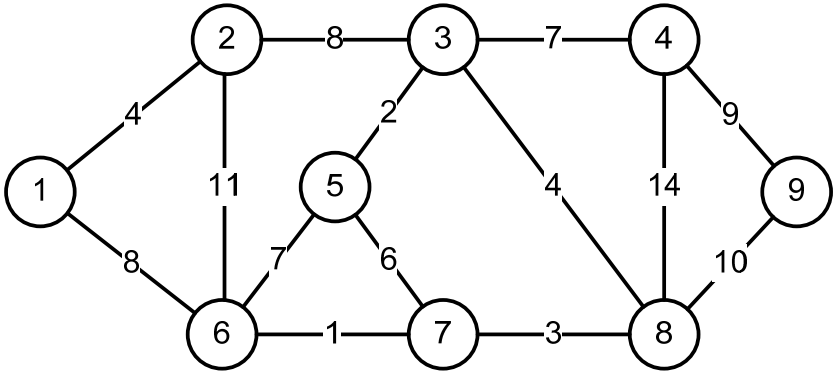
INITIALIZATION

```
1. A = {Ø}
2. L = E
3. sort(L)
```

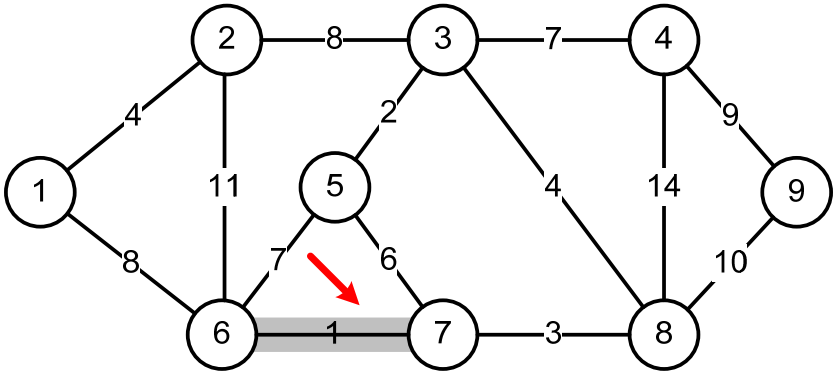
MAIN LOOP

```
4. for all (u,v) in L (in order)
5.     if u & v belong to same tree
6.         discard (u,v)
7.     else
8.         A = A U (u,v)
```

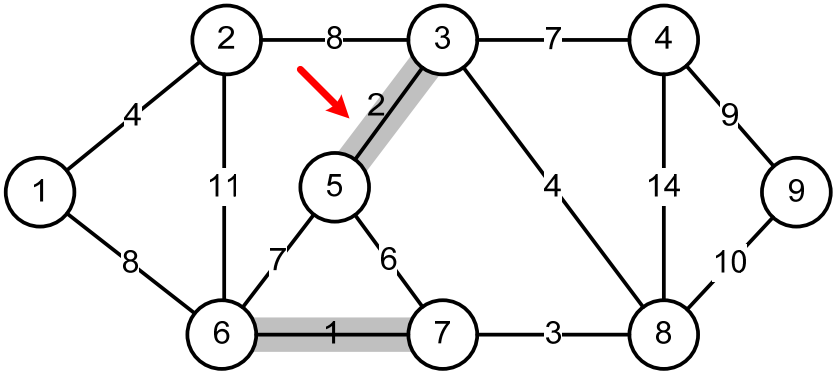
MST: Ejemplo algoritmo de Kruksal



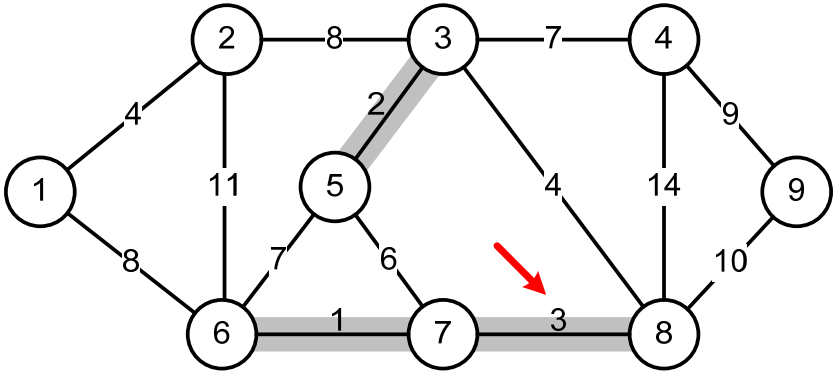
Grafo original



Iteración 1

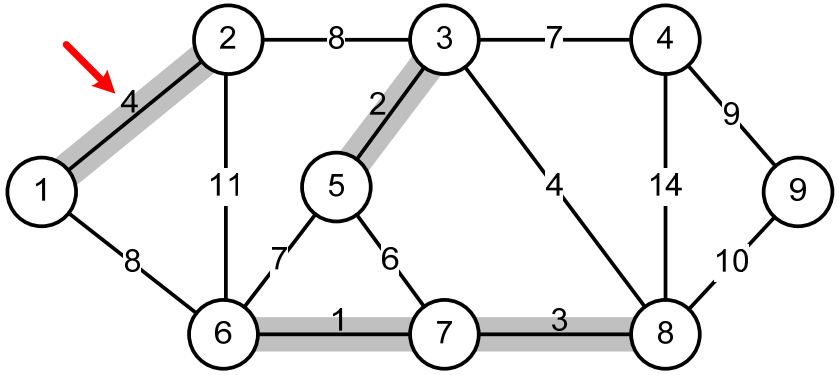


Iteración 2

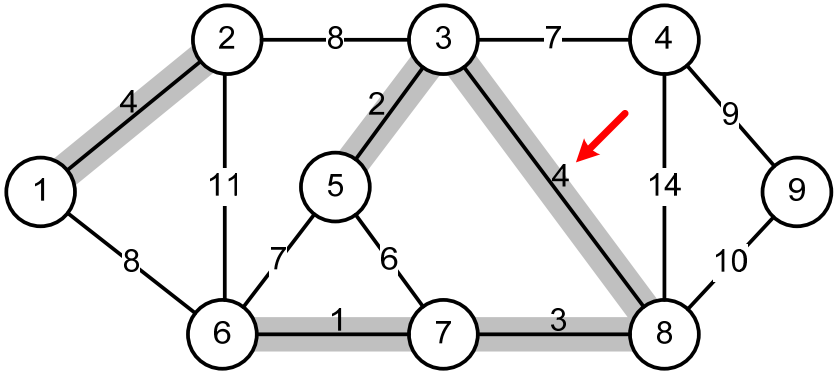


Iteración 3

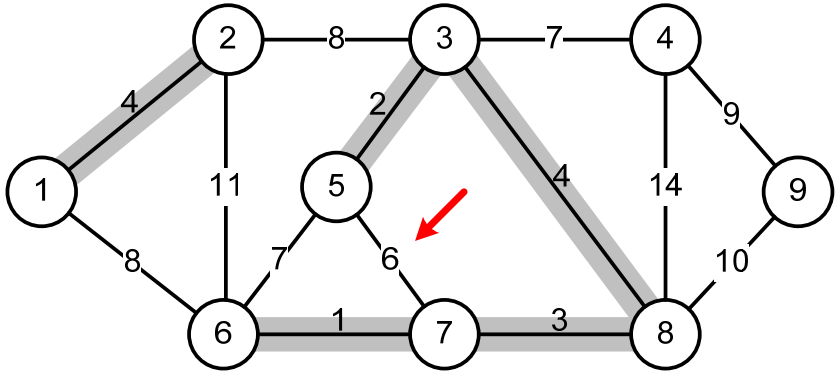
MST: Ejemplo algoritmo de Kruksal



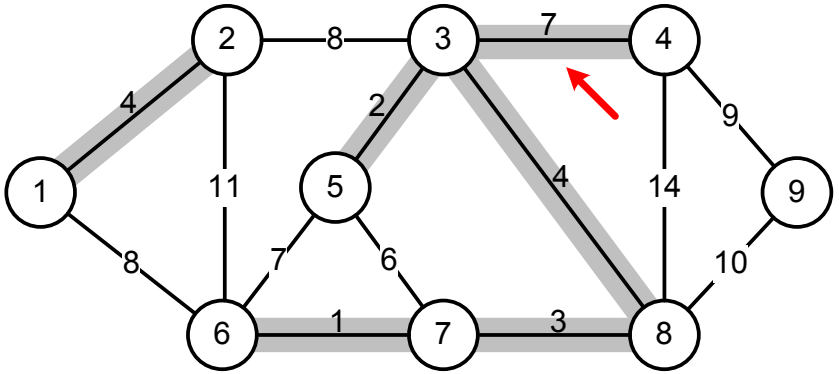
Iteración 4



Iteración 5

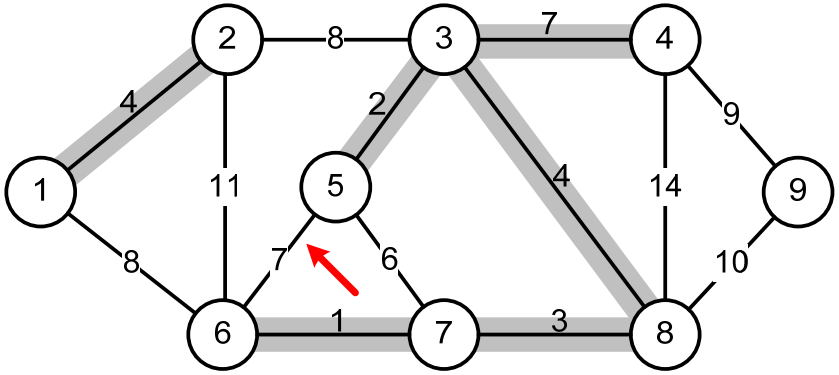


Iteración 6

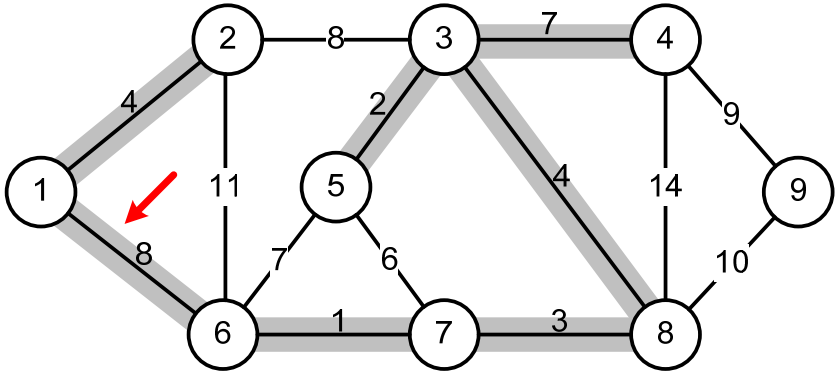


Iteración 7

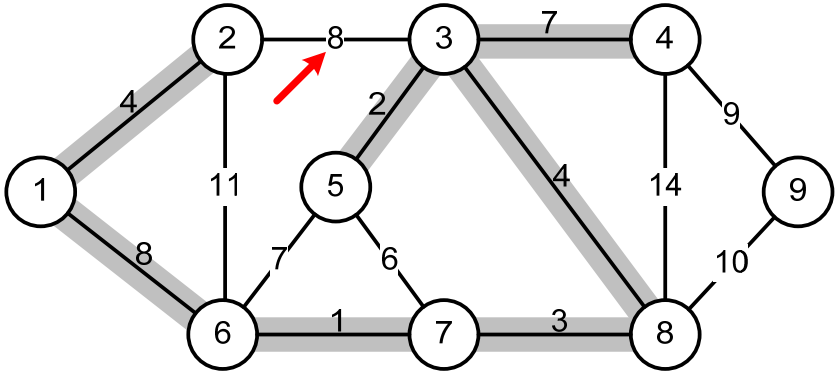
MST: Ejemplo algoritmo de Kruksal



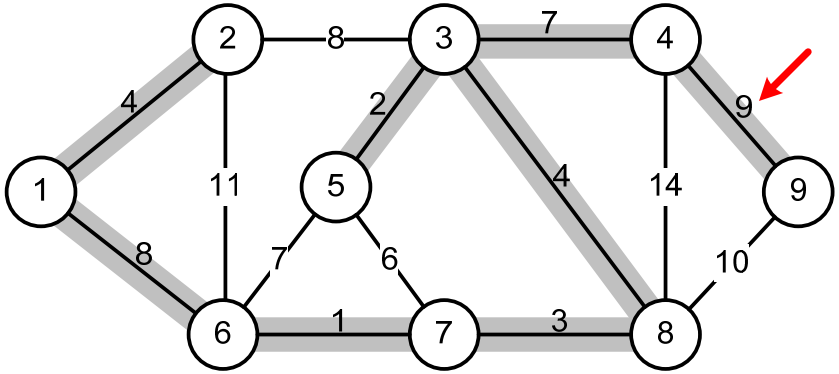
Iteración 8



Iteración 9

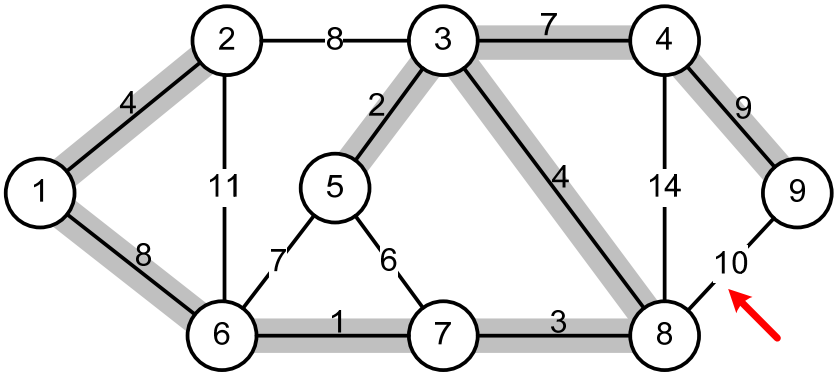


Iteración 10

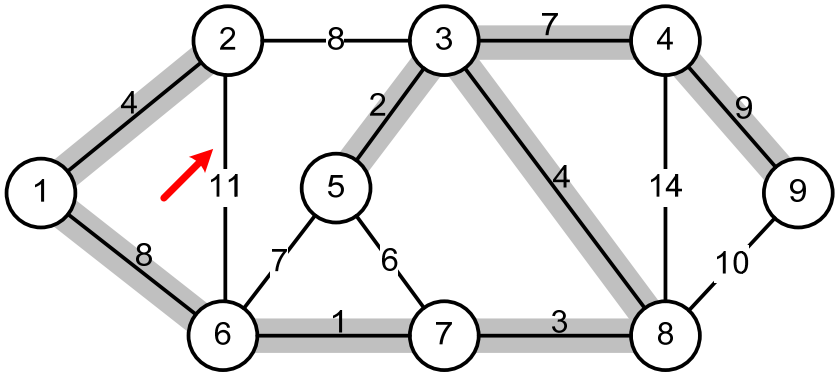


Iteración 11

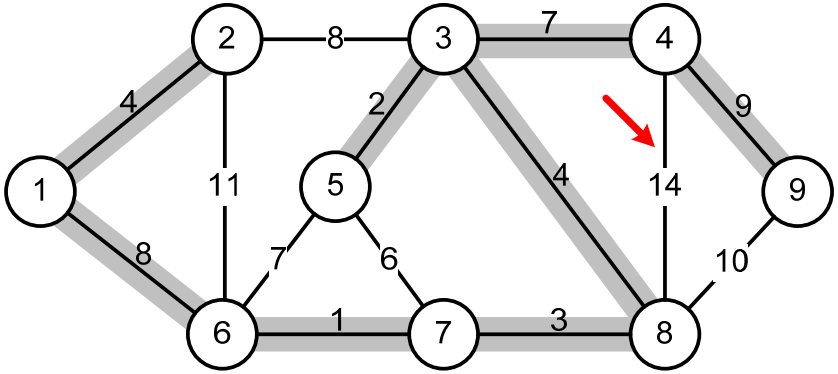
MST: Ejemplo algoritmo de Kruksal



Iteración 12



Iteración 13



Iteración 14

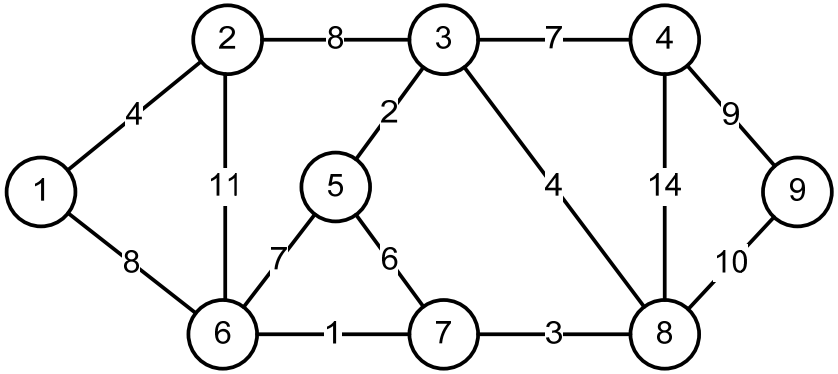
MST: Algoritmo de Prim

- Opera de manera similar al algoritmo de *Dijkstra*
- Comienza con un nodo arbitrario (R), al que paulatinamente se añaden enlaces, hasta que se cubren todos los nodos
- Variables
  - Conjunto de nodos $\mathbb{Q}$ que quedan por incorporar al MST
  - Se mantiene una lista con el 'peso' de cada nodo

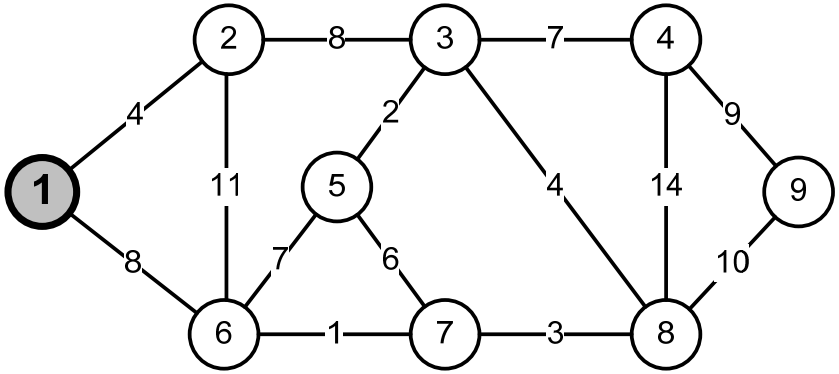
MST: Algoritmo de Prim

```
INITIALIZATION
1. Q = N; Randomly select R
2. k(R) = 0
3. for all v in N but R
4.     k(v) = ∞

MAIN LOOP
5. while Q ≠ {Ø}
6.     u vertex in Q with min{k(v)}
7.     delete u from Q
8.     for all v adjacent to u AND v in Q
9.         if k(v) > c(u,v)
10.            k(v) = c(u,v)
11.            prev(v) = u
```

MST: Ejemplo algoritmo de Prim



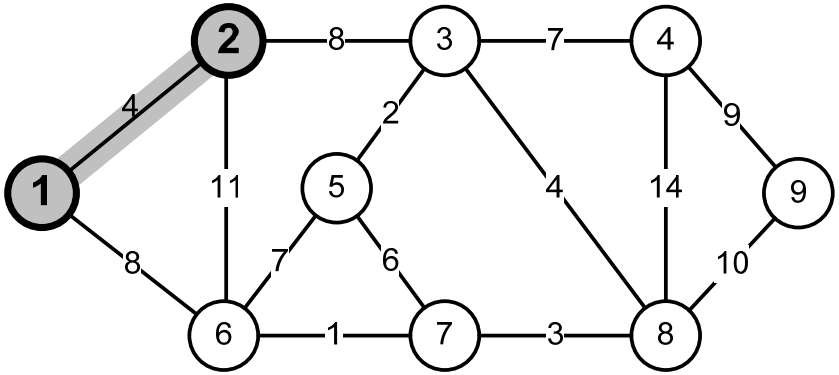
Grafo original



Iteración 1

Q = {2,3,4,5,6,7,8,9}

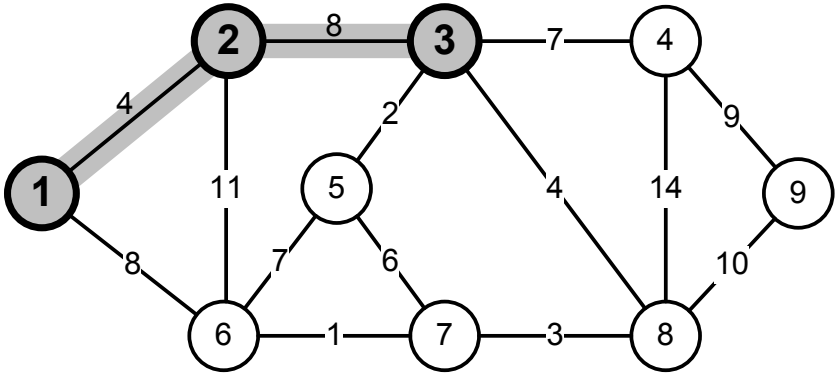
k = {0,4,∞,∞,∞,8,∞,∞,∞}



Iteración 2

Q = {3,4,5,6,7,8,9}

k = {0, 4,8,∞,∞,8,∞,∞,∞}

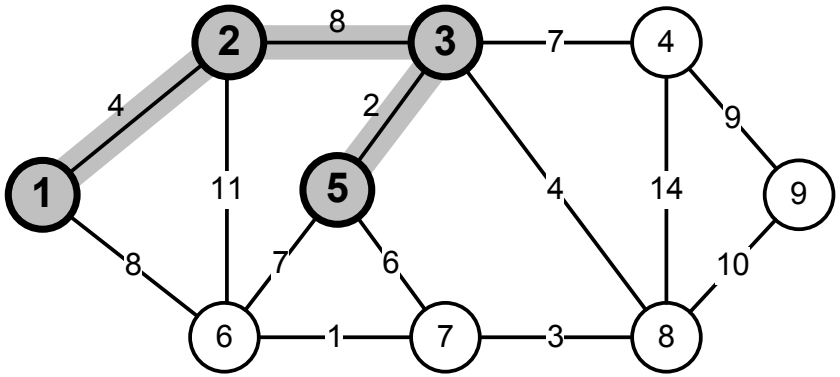


Iteración 3

Q = {4,5,6,7,8,9}

k = {0, 4,8,7,2,8,∞,4,∞}

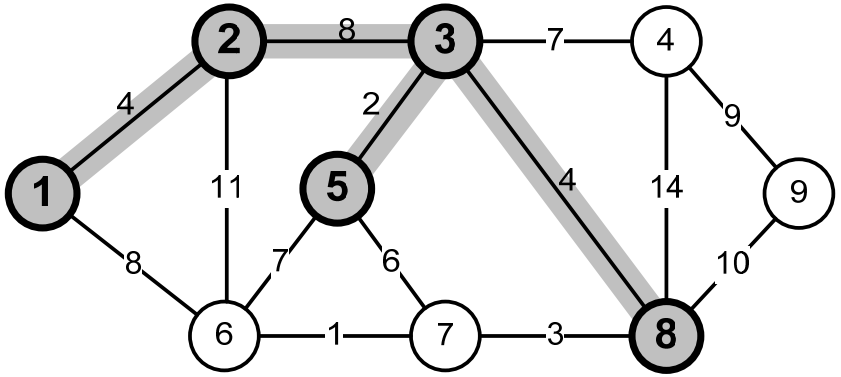
MST: Ejemplo algoritmo de Prim



Iteración 4

Q = {4,6,7,8,9}

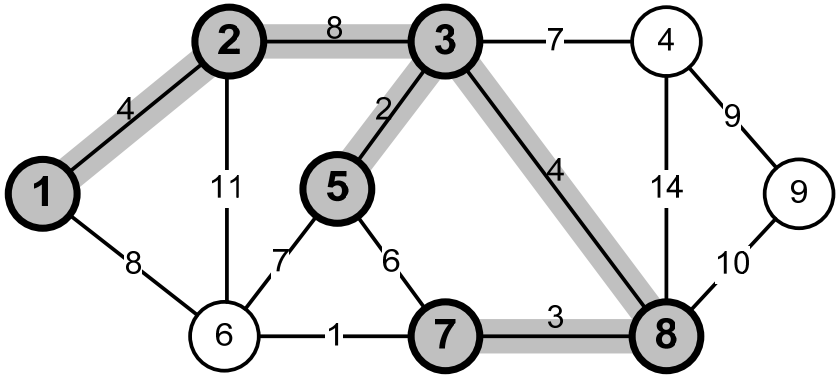
k = {0,4,8,7,2,7,6,4,∞}



Iteración 5

Q = {4,6,7,9}

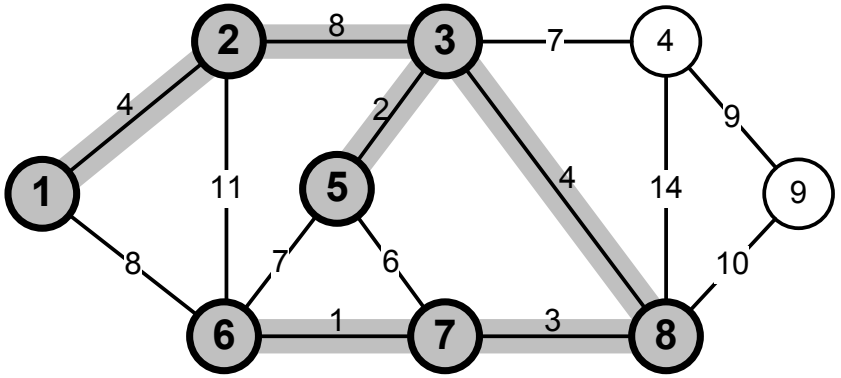
k = {0,4,8,7,2,7,3,4,10}



Iteración 6

Q = {4,6,9}

k = {0,4,8,7,2,1,3,4,10}

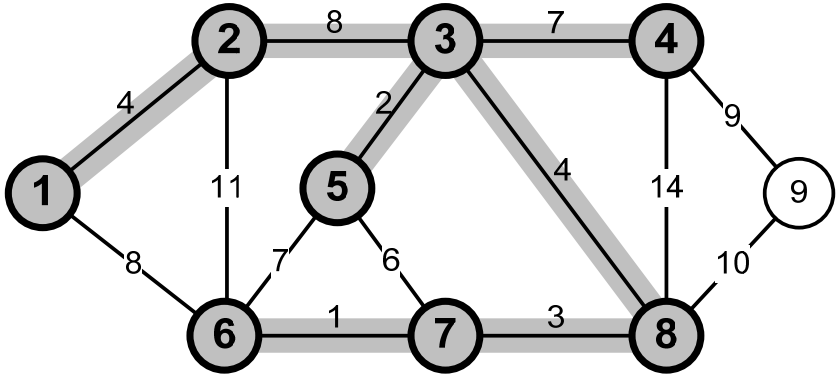


Iteración 7

Q = {4,9}

k = {0,4,8,7,2,1,3,4,10}

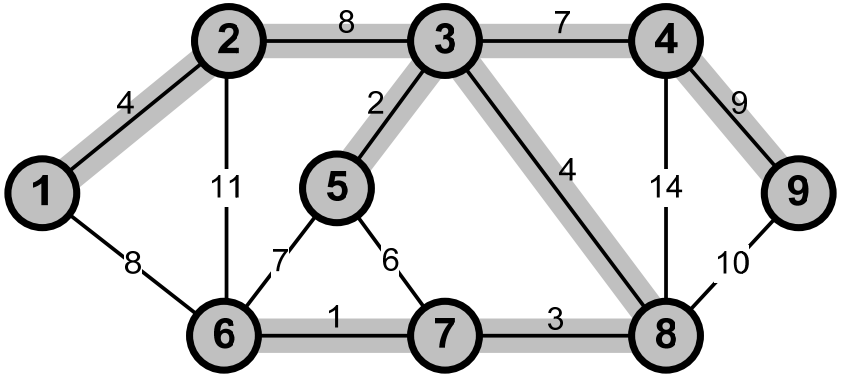
MST: Ejemplo algoritmo de Prim



Iteración 8

Q = {9}

k = {0,4,8,7,2,1,3,4,9}



Iteración 9

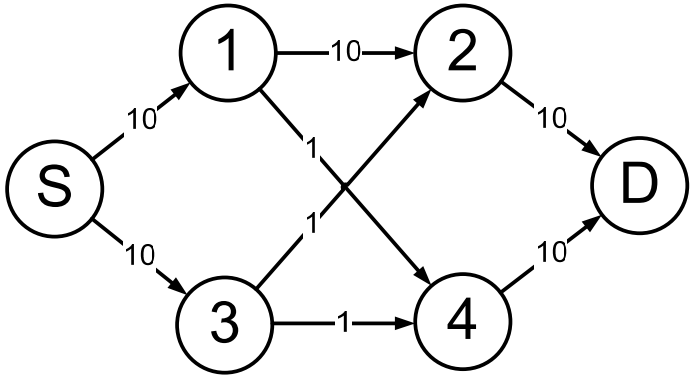
Q = {Ø}

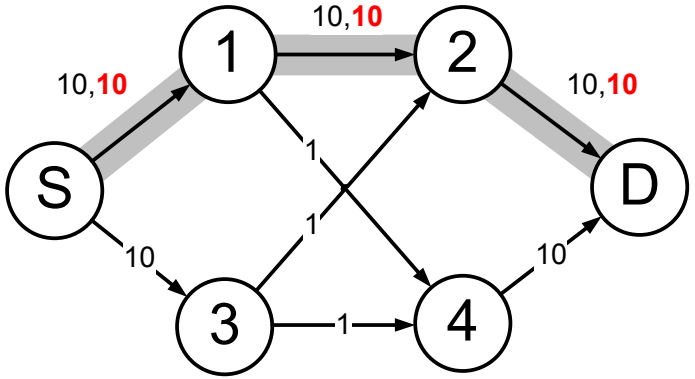
k = {0,4,8,7,2,1,3,4,9}

Problema de máximo flujo

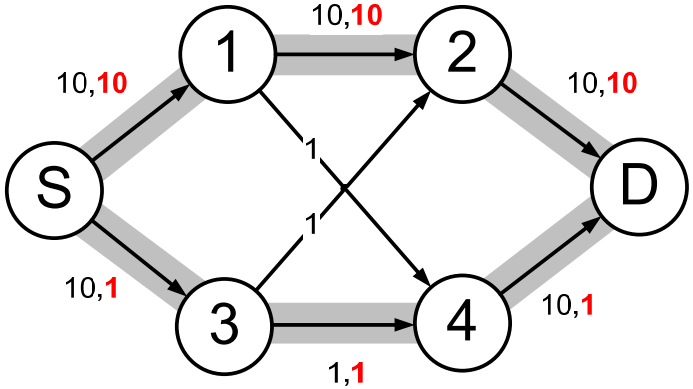
- Se trata de maximizar el flujo que se puede "enviar" entre S y D
- Cada enlace tiene una capacidad $p(u,v)$ NO NEGATIVA
- Por un enlace (u,v) se tiene un flujo $f(u,v)$ → $f(u,v) \leq p(u,v)$
- Conservación de flujo $\sum_{u,v \in N-\{S,D\}} f(u,v) = 0$
- Simetría $f(u,v) = -f(v,u)$

Problema de máximo flujo

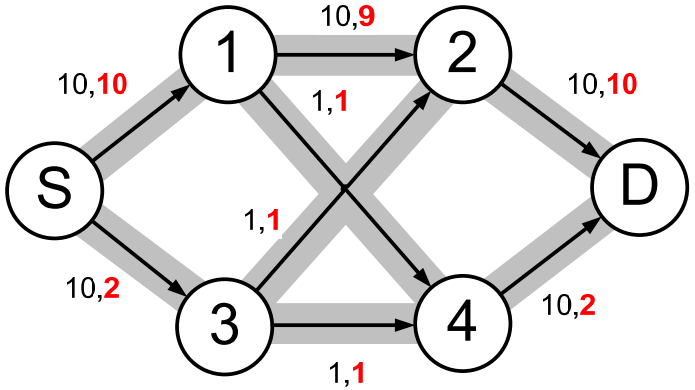




Flujo = 10



Flujo = 11



Flujo = 12

(No es obvio)

Máximo flujo: conceptos previos

- Red residual
  - Enlaces que pueden admitir más flujo
- Capacidad residual
  - La capacidad que queda disponible en un enlace $p_f(u,v) = p(u,v) - f(u,v)$
- Augmenting Path
  - Es un camino entre S y D en el grafo con capacidades residuales
  - La red residual puede tener enlaces nuevos
  - Su capacidad residual es la menor de sus enlaces

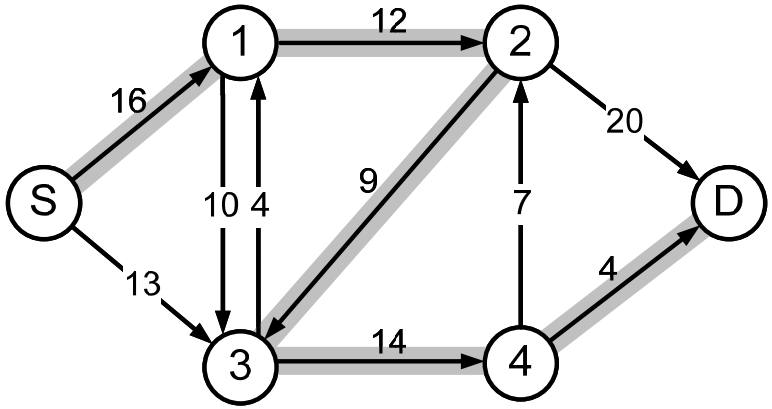
Máximo flujo: Algoritmo Ford-Fulkerson

- El algoritmo Ford-Fulkerson resuelve el problema del máximo flujo
- En cada iteración
  - Encuentra un **augmenting path** $\mathbb{P}$
  - Incrementa el flujo entre S y D con la capacidad residual de $\mathbb{P}$

Máximo flujo: Algoritmo Ford-Fulkerson

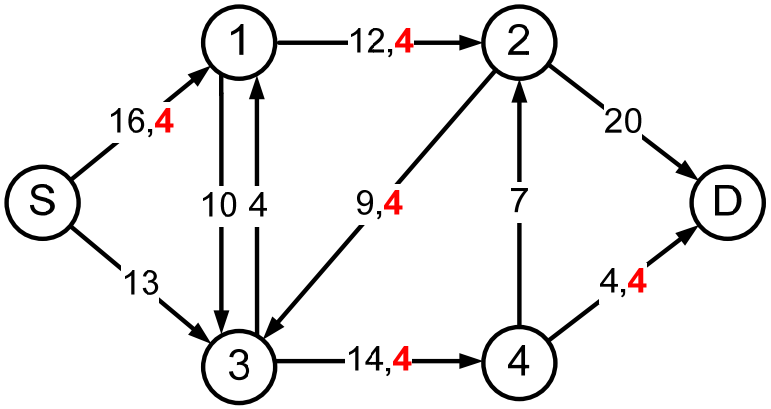
```
INITIALIZATION
1. for all (u,v) in E
2.     f(u,v) = 0
3.     f(v,u) = 0

MAIN LOOP
4. while there exists a path p from S
   to D in the residual network Gf
5.     cf(p) = min{cf(u,v):(u,v) in p}
6.     for each (u,v) in p
7.         f(u,v) = f(u,v) + cf(p)
8.         f(v,u) = -f(u,v)
```

Ejemplo algoritmo Ford-Fulkerson

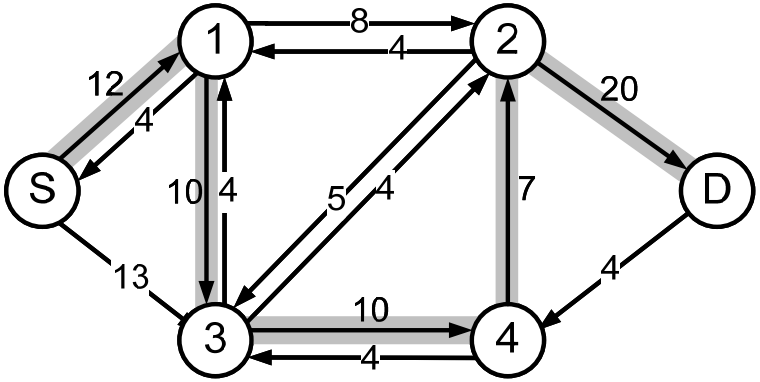


P = {(*S*,1) (1,2) (2,3) (3,4) (4,*D*)}

cf(P) = 4

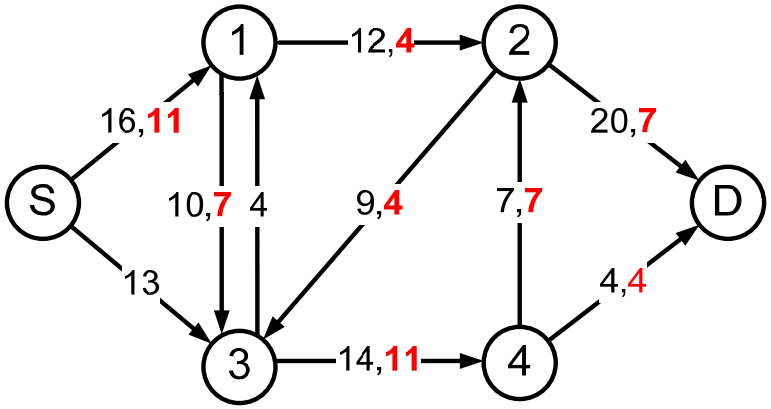


Flujo = 4



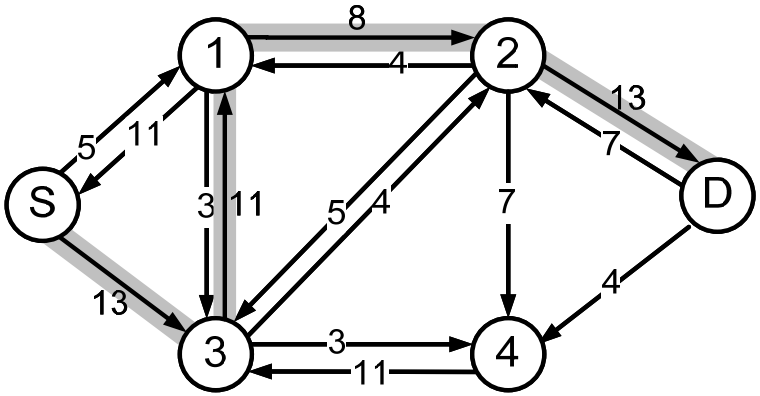
P = {(*S*,1) (1,3) (3,4) (4,2) (2,*D*)}

cf(P) = 7



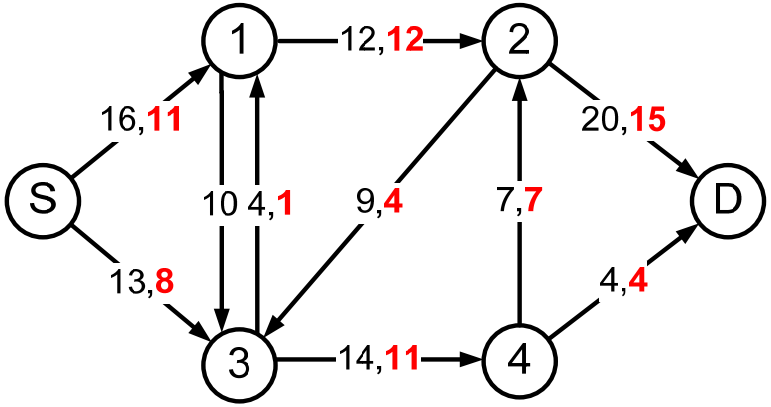
Flujo = 11

Ejemplo algoritmo Ford-Fulkerson

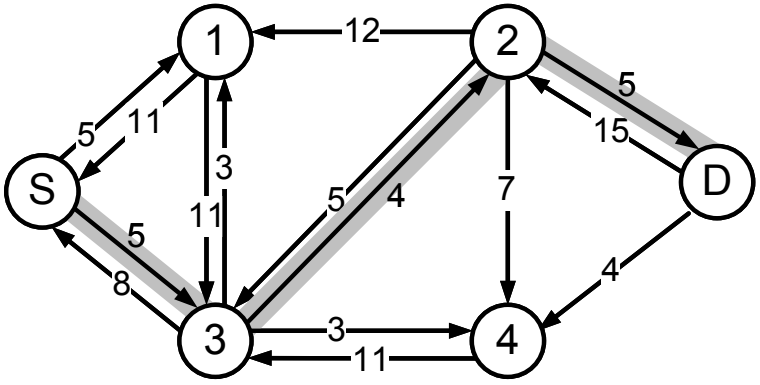


P = {(S,3) (3,1) (1,2) (2,D)}

$cf(\mathrm{P})$ = 8

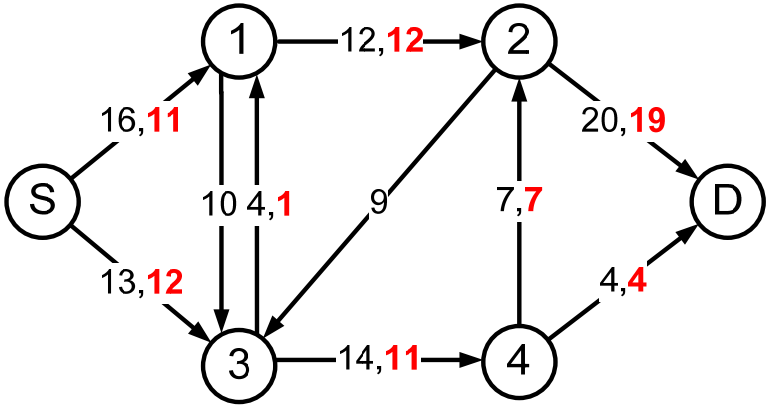


Flujo = 19



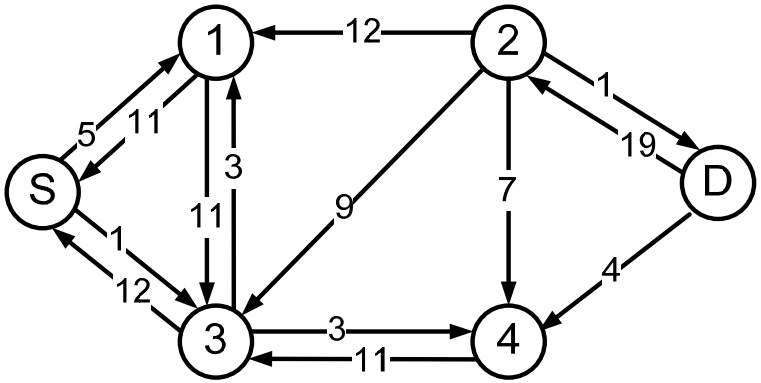
Π = {(S,3) (3,2) (2,D)}

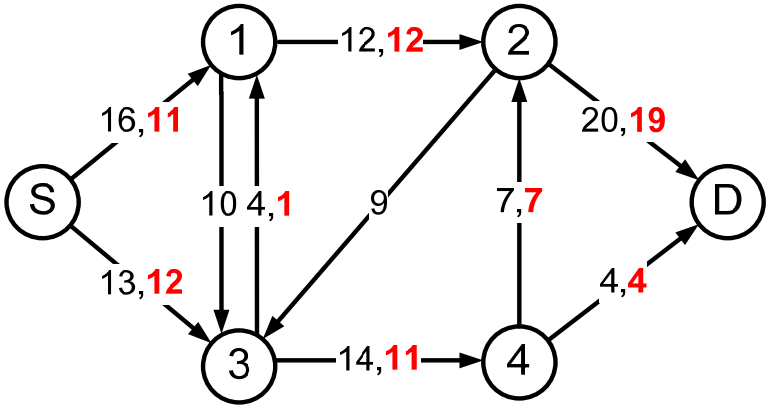
$cf(\mathrm{P})$ = 4



Flujo = 23

Ejemplo algoritmo Ford-Fulkerson





Flujo = 23

- Como ya no existe un "*augmenting path*" en la red residual el algoritmo se da por finalizado
- La eficiencia del algoritmo depende de la manera en la que se "busca" el *augmenting path* en cada iteración
  - Podría incluso no converger

Contenidos

- Introducción
- Teoría de grafos
- Algoritmos de búsqueda de camino más corto
- Otros algoritmos en grafos
- Del algoritmo al protocolo

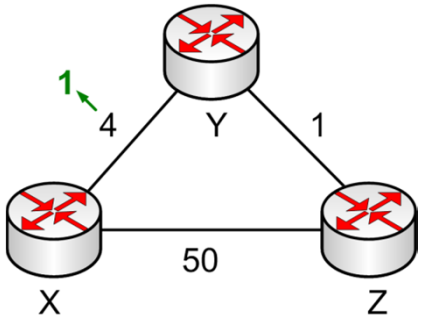
Encaminamiento en redes

- Los nodos (*routers*) toman decisiones en base a cierta información
- Es necesario disponer de un protocolo de señalización
  - Proporciona un método para transportar dicha información por la red
- Protocolos de encaminamiento
  - Vector distancia **(Distance vector, DV)** – usado en la *1ª generación ARPANET*
  - Estado del enlace **(Link state, LS)** – usado en la *2ª generación ARPANET*
- Jerarquía en la red
  - Escalabilidad
  - Autonomía administración de la red
  - Sistemas Autónomos (*Autonomous Systems*, AS)
  - Encaminamiento
    - Intra-AS: dentro de un AS
    - Inter-AS: entre varios AS

Encaminamiento vector distancia

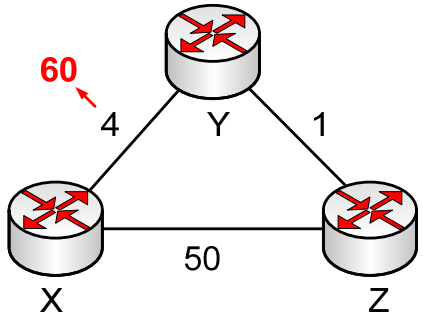
- Se basa en el algoritmo de Bellman-Ford
- Cada nodo de la red mantiene una tabla: una entrada por cada uno del resto de nodos
  - Distancia: “métrica o coste” del camino hacia dicho nodo
  - Interfaz de salida necesaria para alcanzarle
- Periódicamente cada nodo intercambia la información de la tabla con sus vecinos
- Problemas
  - Convergencia lenta
  - Propagación rápida de “buenas noticias” y lenta de las “malas”
    - Count-to-infinity
- Protocolo RIP (*Routing Information Protocol*)
  - Definido en los RFC 1058 y 2453 (RIP Version 2)
  - Es un protocolo Intra-AS que, a pesar de que se sigue empleando, es obsoleto

DV: Count-to-infinity



- El enlace XY cambia a 1
  - **[t0]** Y detecta el cambio
  - **[t1]** Z modifica su tabla
  - **[t2]** Y recibe la actualización de Z, pero no necesita hacer ningún cambio

	$D_Y(X)$	$D_Z(X)$
t0	1	5
t1	1	2
t2	1	2



- El enlace XY cambia a 60
  - **[t0]** Y detecta el cambio, pero actualiza a 6 (*cree* que puede ir a través de Z)
  - **[t1]** Z modifica su tabla a 7 (6+1)
  - **[t2]** Y recibe la actualización de Z, y cambia su información a 8
  - **…**
  - Son necesarias **44 iteraciones**

	$D_Y(X)$	$D_Z(X)$
t0	6	5
t1	6	7
t2	8	7
t3	8	9

Encaminamiento estado de enlace

- Sustituye paulatinamente a DV a partir de 1980
- Se pueden establecer cinco elementos diferenciados
  - Descubrimiento de vecinos: uso de paquetes **HELLO**
  - Estimación del coste con los vecinos
    - Por ejemplo, en base al retardo con cada uno de ellos: paquetes **ECHO**
  - Construcción de un paquete con la información correspondiente
    - ¿Cuándo se tiene que construir dicho paquete?
  - Envío del paquete al resto de nodos (*routers*)
    - Difusión [*broadcast*] de información: inundación
  - Cálculo de la ruta
    - Uso del algoritmo de **Dijkstra** – necesidad de disponer de información global

Encaminamiento estado de enlace

- Desventajas
  - Necesidad de información global
  - Envío de un número mayor de mensajes: SOBRECARGA
    - Un evento de “cambio” en la topología de la red se tiene que notificar a todos los nodos
- Protocolo OSPF (Open Shortest Path First)
  - Está definido (en su segunda versión) en el RFC 2328
  - Es un protocolo Intra-AS

Encaminamiento jerárquico

- Los sistemas autónomos se comunican entre ellos a través de nodos denominados *Gateway*
  - Un AS puede tener más de un Gateway
- Actualmente el encaminamiento entre AS es soportado por el protocolo BGP (Border Gateway Protocol)
  - Está definido (en su versión 4) en el RFC 4271
  - Es el protocolo de encaminamiento en el *core* de Internet, y es utilizado por los proveedores de servicios (ISP)
- Funcionamiento básico de BGP
  - Se basa en un encaminamiento basado en el estado del camino (*path state*)
  - Cada Gateway obtiene la "alcanzabilidad" de los AS vecinos
  - Propaga dicha información a los *routers* de su AS
  - Determina las rutas "óptimas" en función de la información adquirida y de las políticas y reglas establecidas