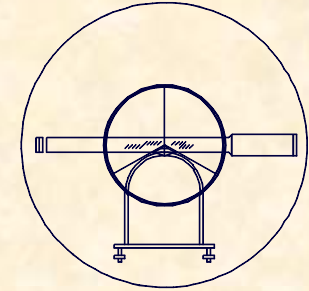




UNIVERSIDAD DE CANTABRIA  
INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA  
E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



# Unidad Didáctica II

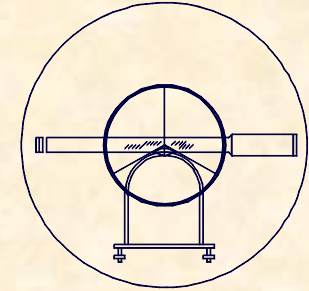
# INSTRUMENTOS

# TOPOGRÁFICOS

Profesor Responsable : Julio Manuel de Luis Ruiz



**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**  
INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA  
**E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA**



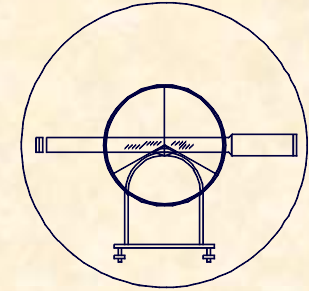
## **ESTRUCTURA DE LA UNIDAD DIDÁCTICA**

### **1.- MEDIDAS ANGULARES**

- 1.1.- Descripción general de un goniómetro.
- 1.2.- El teodolito óptico.
- 1.3.- La brújula.
- 1.4.- El teodolito electrónico.
- 1.5.- Errores en las medidas angulares.



**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**  
INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA  
**E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA**



## ESTRUCTURA DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

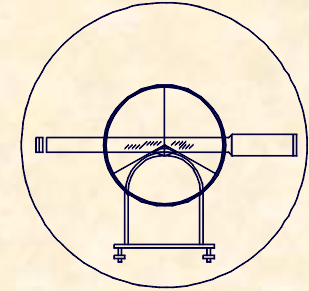
### 2.- MEDIDA DE DISTANCIAS

2.1.- Medida directa de distancias.

2.2.- Medida indirecta de distancias por métodos estadimétricos.

2.3.- Medida indirecta de distancias por métodos electromagnéticos.

2.4.- Estaciones totales topográficas.



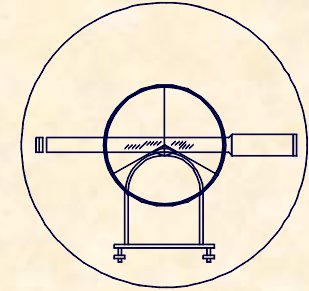
## **ESTRUCTURA DE LA UNIDAD DIDÁCTICA**

### **3.- Medida de alturas**

- 3.1.- Introducción al estudio altimétrico.
- 3.2.- Corrección por esfericidad y refracción.
- 3.3.- Errores en la nivelación trigonométrica.
- 3.4.- El nivel.
- 3.5.- Errores en la nivelación geométrica.
- 3.6.- Formas de trabajo con un nivel.



**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**  
INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA  
**E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA**

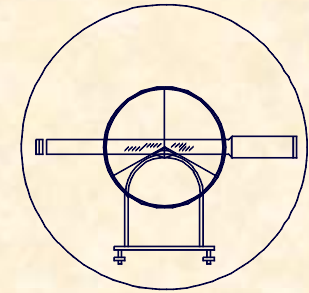


## JUSTIFICACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

### PROCESO TOPOGRÁFICO

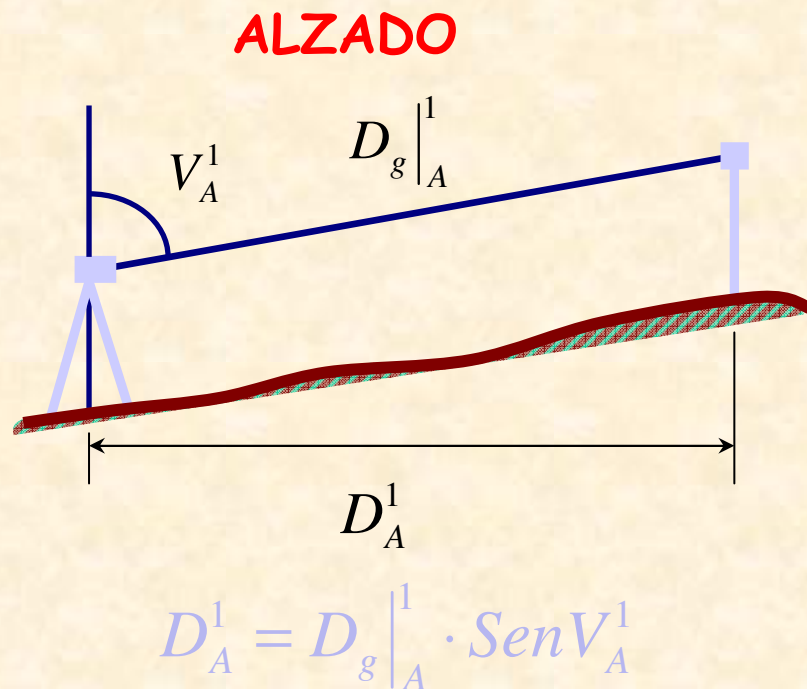
Conseguir información que permita la representación del territorio. Dicha representación se hace mediante las coordenadas de los puntos más representativos geométricamente del territorio. Para obtener las coordenadas de un punto los observables mínimos necesarios son los siguientes:

- ÁNGULOS
- DISTANCIAS
- ALTURAS



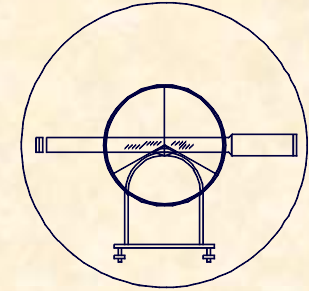
## JUSTIFICACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

### PROCESO TOPOGRÁFICO



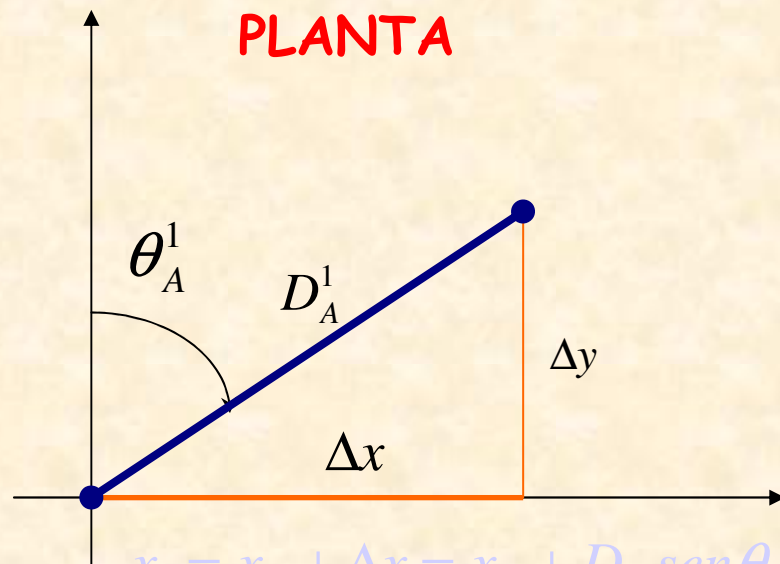
Observación:  
DISTANCIAS  
ÁNGULOS VERTICALES

$$V_A^1 \quad D_g|_A^1$$



## JUSTIFICACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

### PROCESO TOPOGRÁFICO

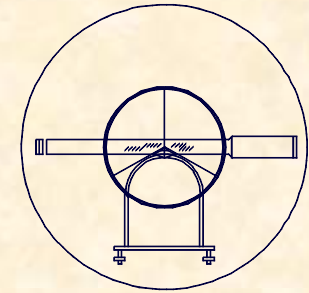


Observación:  
ÁNGULOS HORIZONTALES

$\theta_A^1$

$$x_1 = x_A + \Delta x = x_A + D \cdot \text{sen} \theta$$

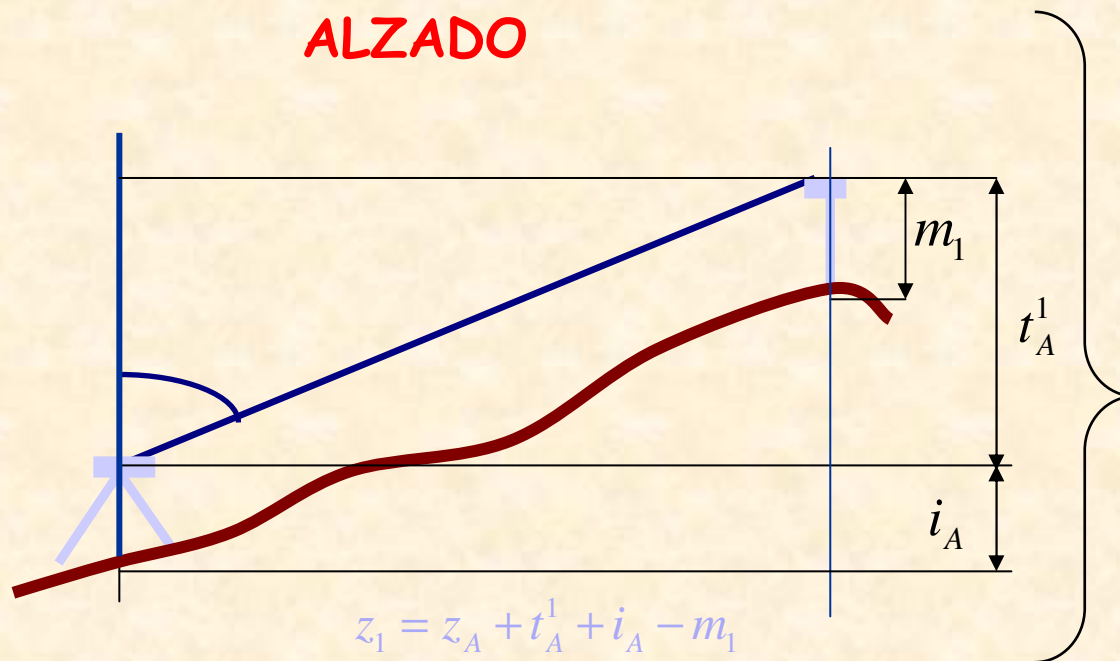
$$y_1 = y_A + \Delta y = y_A + D \cdot \text{cos} \theta$$



## JUSTIFICACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

### PROCESO TOPOGRÁFICO

ALZADO



Observación:  
ALTURAS

$i_A$        $m_1$

$$z_1 = z_A + t_A^1 + i_A - m_1$$

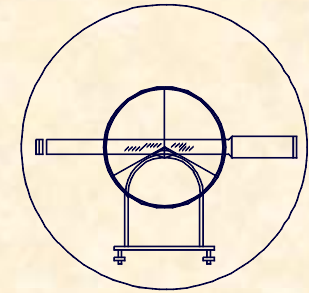




UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



## 1.- MEDIDAS ANGULARES

### 1.1.- DESCRIPCIÓN GENERAL DE UN GONIÓMETRO

## GONIÓMETRO

Instrumento Topográfico que permite la medición de ángulos.

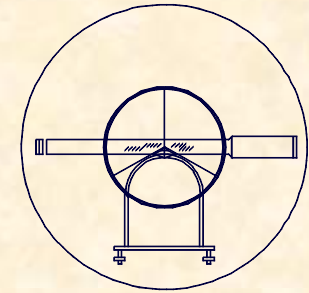
## TIPO DE ÁNGULOS A MEDIR

### ÁNGULOS HORIZONTALES.-

Son aquellos que están contenidos en un plano horizontal.

### ÁNGULOS VERTICALES.-

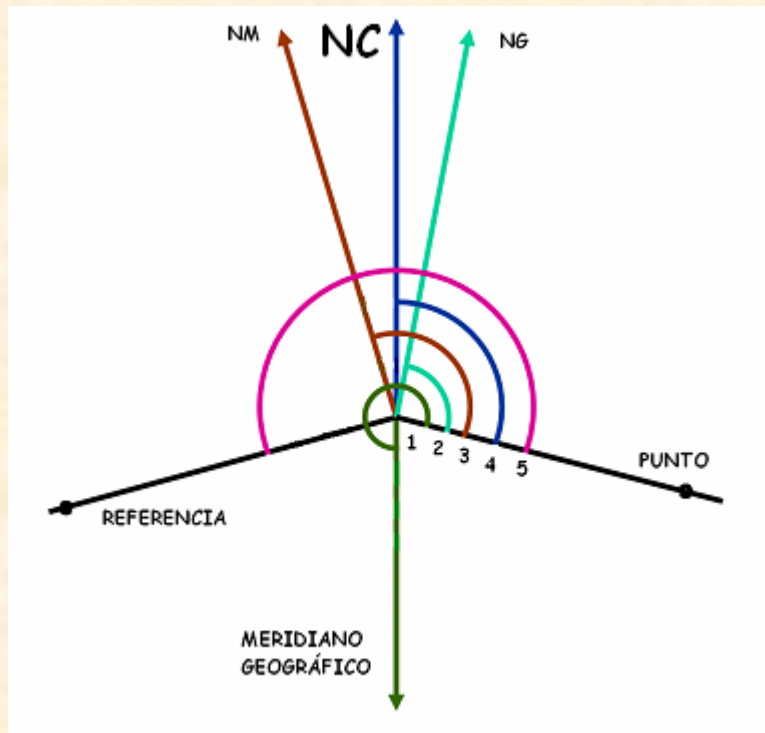
Son aquellos que están contenidos en un plano vertical



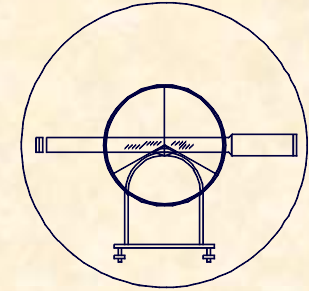
## 1.- MEDIDAS ANGULARES

### 1.1.- DESCRIPCIÓN GENERAL DE UN GONIÓMETRO

## CARACTERIZACIÓN DE LOS ÁNGULOS HORIZONTALES



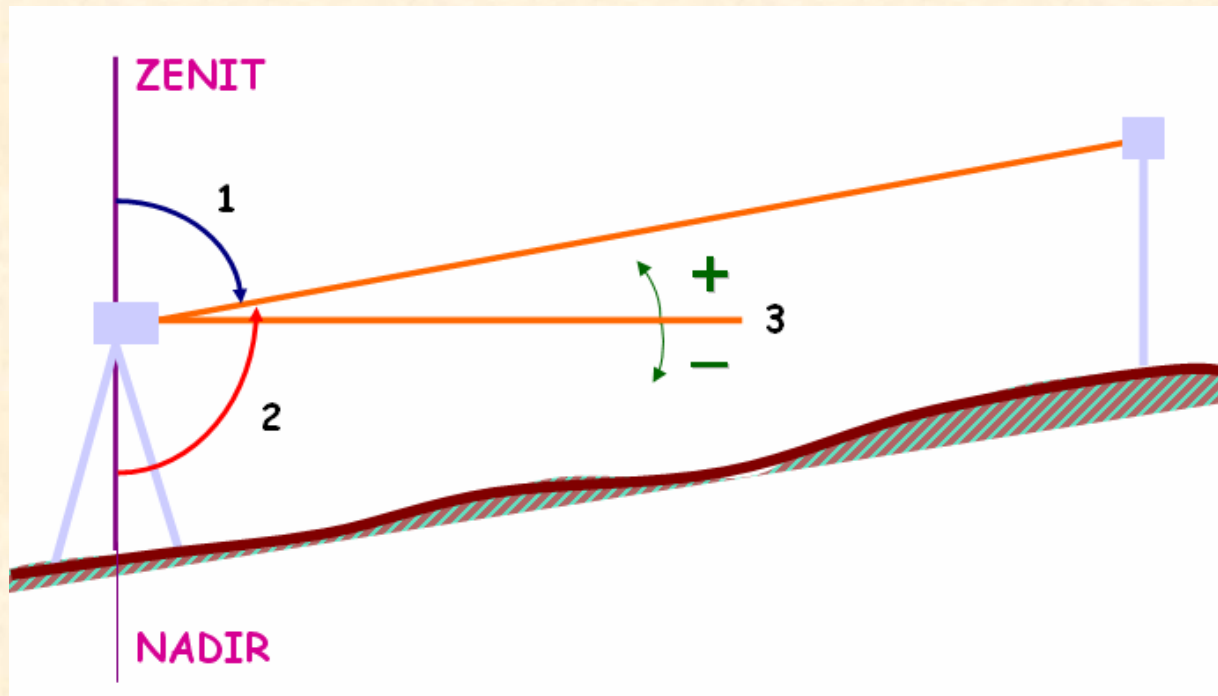
- 1.- ACIMUT GEODÉSICO
- 2.- ACIMUT TOPOGRÁFICO
- 3.- RUMBO
- 4.- ORIENTACIÓN
- 5.- LECTURA



## 1.- MEDIDAS ANGULARES

### 1.1.- DESCRIPCIÓN GENERAL DE UN GONIÓMETRO

## CARACTERIZACIÓN DE LOS ÁNGULOS VERTICALES



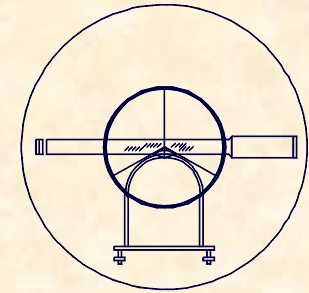
- 1.- **ÁNGULO CENITAL**
- 2.- **ÁNGULO NADIRAL**
- 3.- **ALTURA**



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



## 1.- MEDIDAS ANGULARES

### 1.1.- DESCRIPCIÓN GENERAL DE UN GONIÓMETRO

## CLASIFICACIÓN DE LOS GONIÓMETROS

### COMPLETOS.-

Miden ángulos horizontales y verticales.

### ACIMUTAL.-

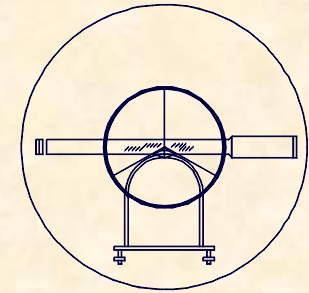
Miden ángulos horizontales.

### ECLÍMETRO.-

Miden ángulos verticales.

### CLISÍMETRO.-

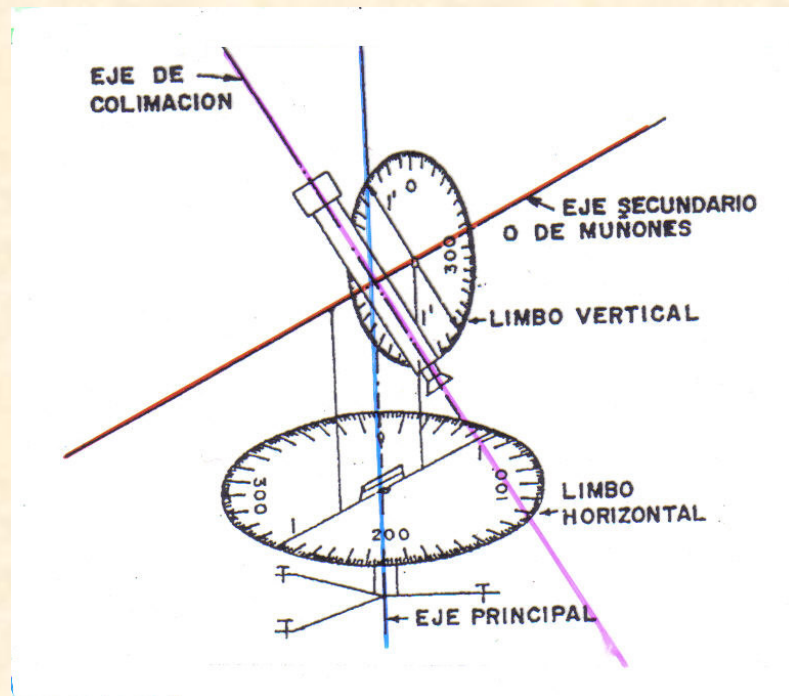
Solo miden ángulos verticales, expresando el valor de la pendiente en tanto por ciento



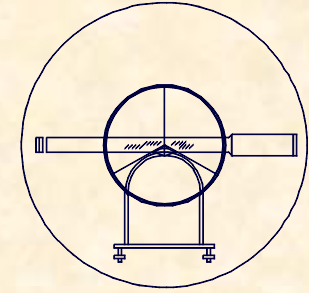
## 1.- MEDIDAS ANGULARES

### 1.1.- DESCRIPCIÓN GENERAL DE UN GONIÓMETRO

## DESCRIPCIÓN GENERAL DEL GONIÓMETRO



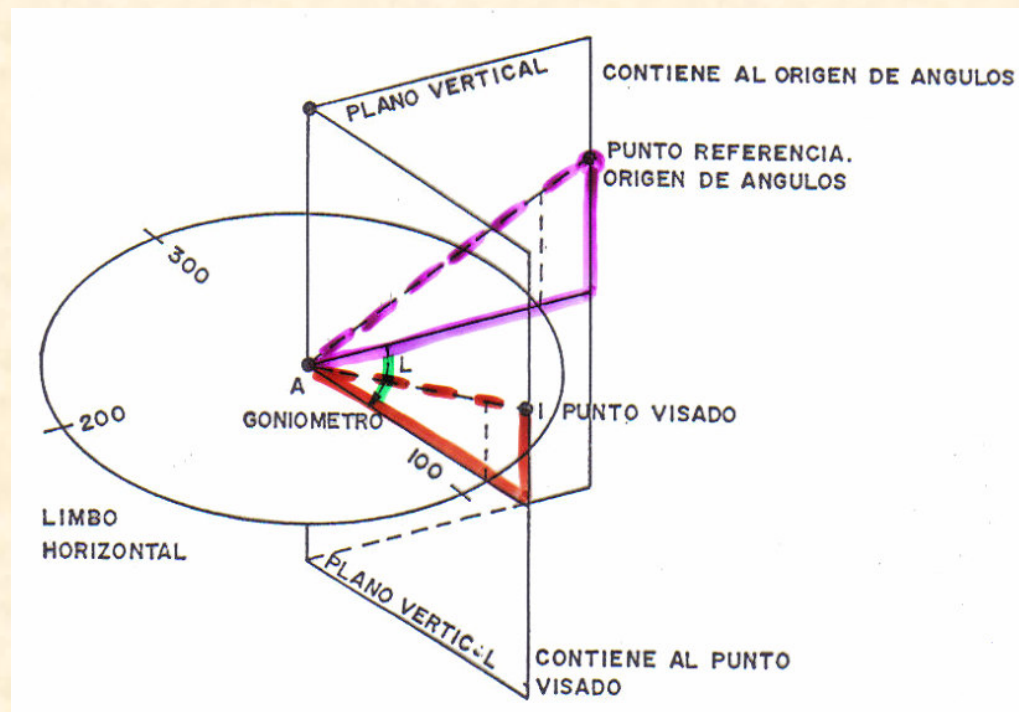
- **ELEMENTOS ESENCIALES**
  - Anteojo o colimador
  - Alidada
  - Limbos
- **EJES**
  - Eje principal
  - Eje secundario o de muñones
  - Eje de colimación

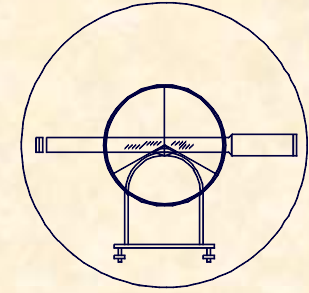


## 1.- MEDIDAS ANGULARES

### 1.1.- DESCRIPCIÓN GENERAL DE UN GONIÓMETRO

## MEDICIÓN DE ÁNGULOS HORIZONTALES

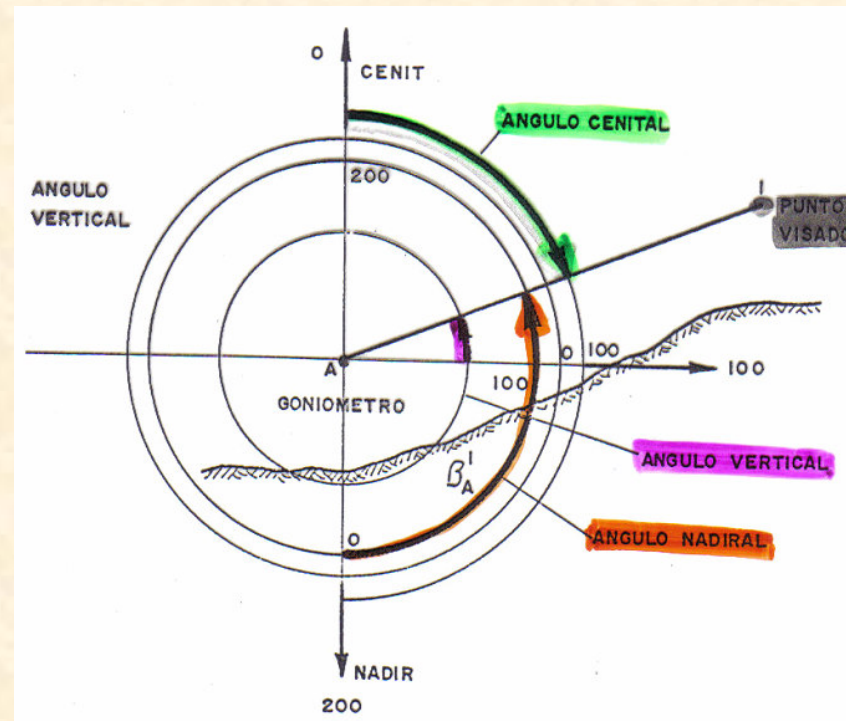


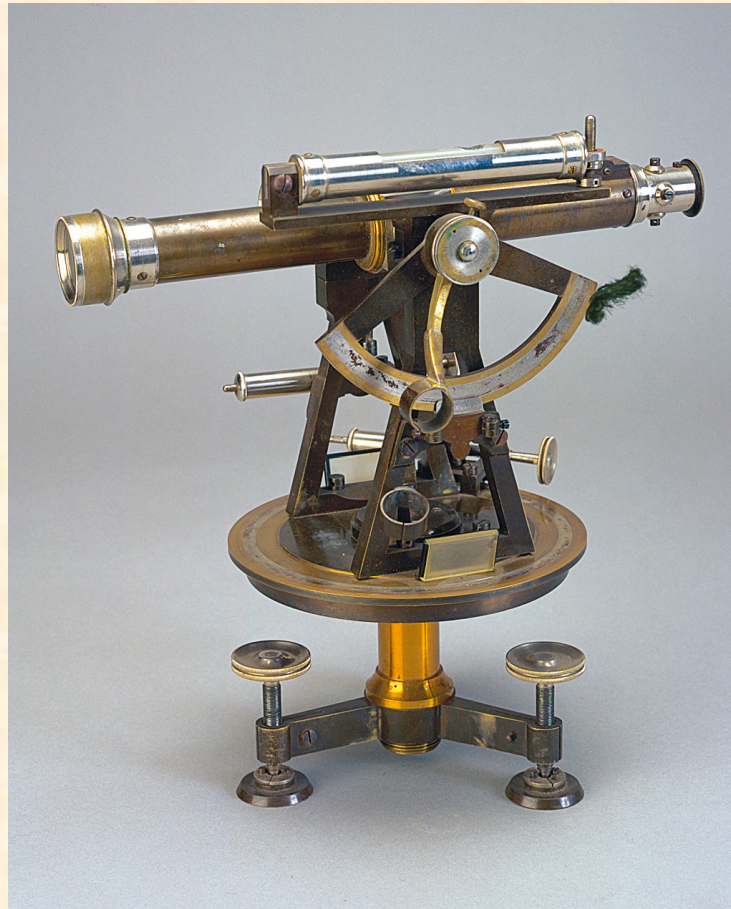
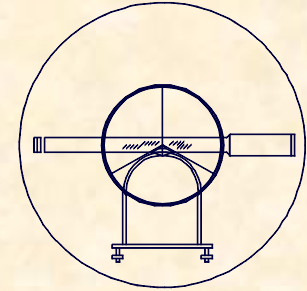


## 1.- MEDIDAS ANGULARES

### 1.1.- DESCRIPCIÓN GENERAL DE UN GONIÓMETRO

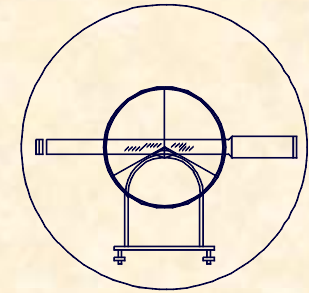
## MEDICIÓN DE ÁNGULOS VERTICALES





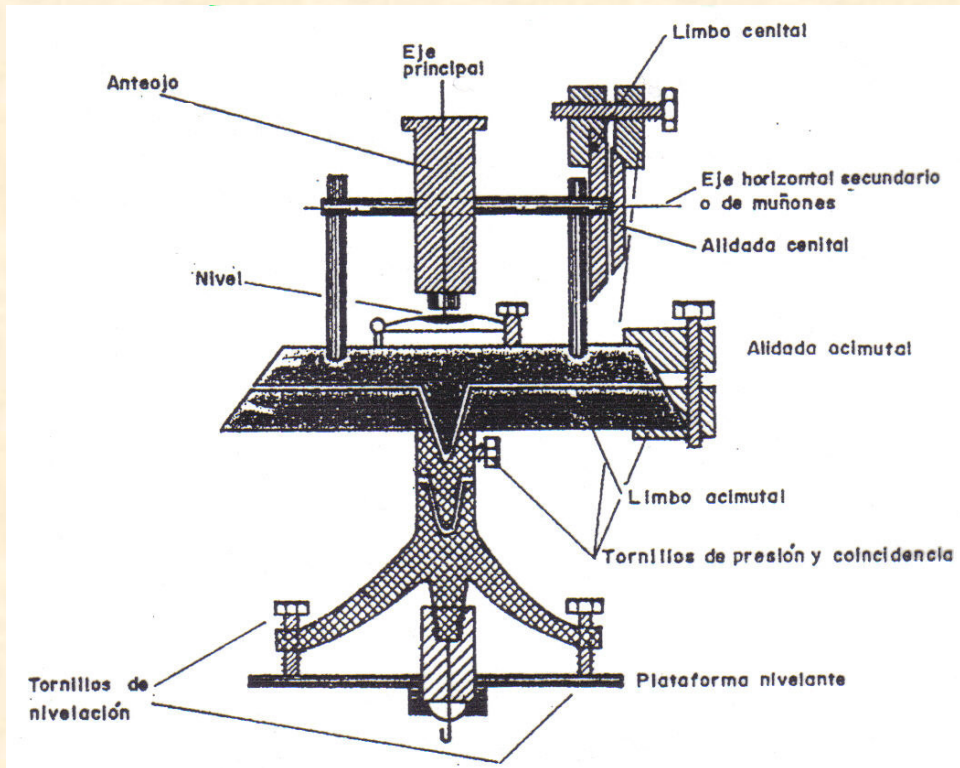
**1.- MEDIDAS ANGULARES**  
**1.2.- EL TEODOLITO ÓPTICO**





## PARTES FUNDAMENTALES

### 1.- MEDIDAS ANGULARES 1.2.- EL TEODOLITO ÓPTICO



#### PLATAFORMA NIVELANTE

Tornillos de nivelación

Nivel esférico

Nivel tórico

#### ALIDADA (parcial o general)

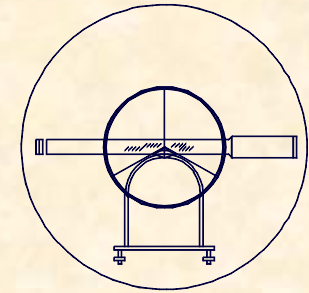
Limbo acimutal

Limbo cenital

Tornillos de presión y  
coincidencia

#### ANTEOJO

#### MICRÓMETRO



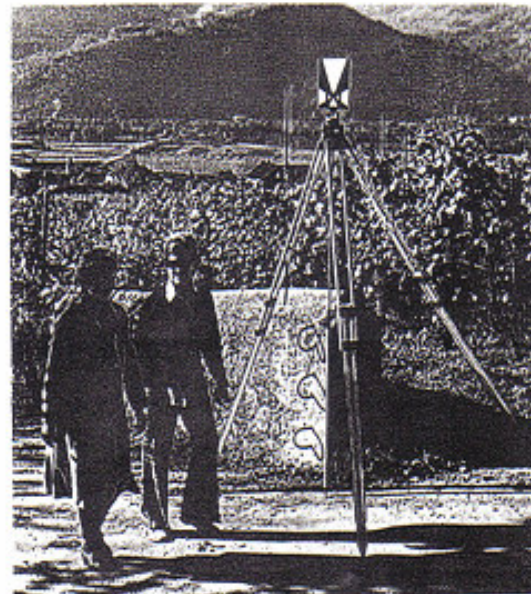
**1.- MEDIDAS ANGULARES**  
**1.2.- EL TEODOLITO ÓPTICO**

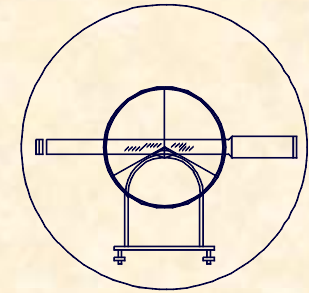
**ELEMENTOS ACCESORIOS**



**TRÍPODES**  
**PLOMADAS**  
**ELEMENTOS PUNTERÍA**

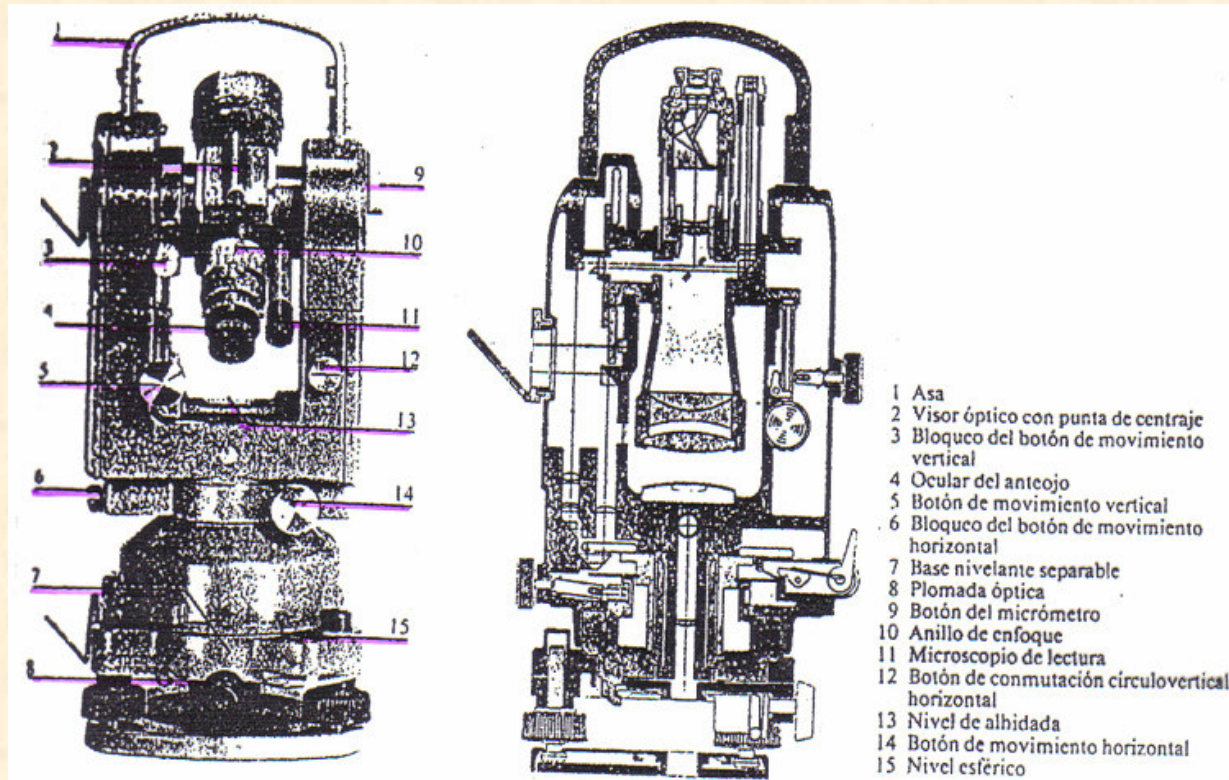
FIGURA Nº8.- ELEMENTOS ACCESORIOS

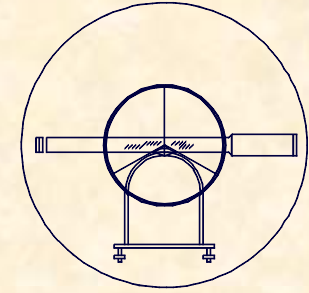




**PARTES DE UN TEODOLITO**

**1.- MEDIDAS ANGULARES**  
**1.2.- EL TEODOLITO ÓPTICO**



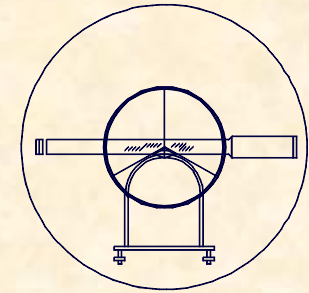


## 1.- MEDIDAS ANGULARES

### 1.2.- EL TEODOLITO ÓPTICO

## CONDICIONES A REUNIR POR LOS TEODOLITOS

- EJE PRINCIPAL = EJE DE LA ALIDADA
- EJE PRINCIPAL = VERTICAL DE LUGAR  
(niveles calados)
- EJE DE COLIMACIÓN PERPENDICULAR AL EJE SECUNDARIO
- EJE PRINCIPAL PERPENDICULAR AL EJE SECUNDARIO
- VISUALES HORIZONTALES → ECLÍMETRO = 0 ó 100°
- LIMBOS BIEN GRADUADOS Y PERPENDICULARES



1.- MEDIDAS ANGULARES  
1.2.- EL TEODOLITO ÓPTICO

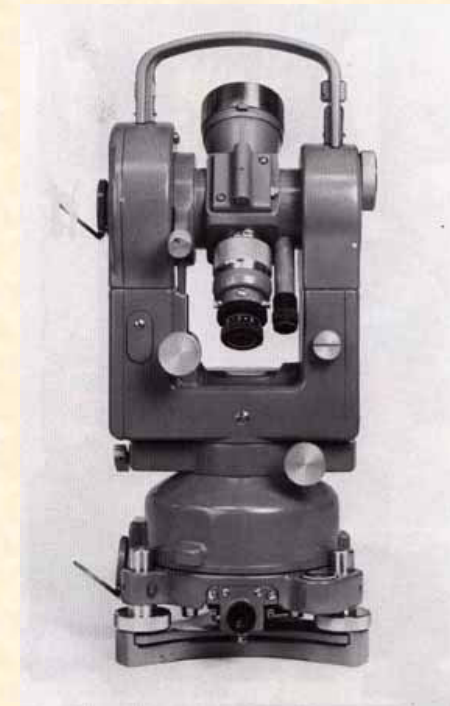
## CLASIFICACIÓN DE LOS TEODOLITOS

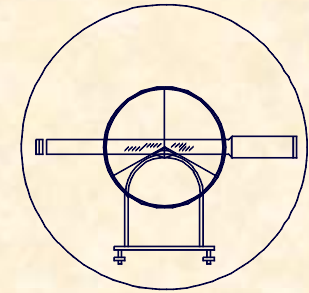
### TEODOLITOS REPETIDORES

Tienen tronillos de presión y coincidencia

### TEODOLITOS REITERADORES

Sólo tienen tornillos de presión

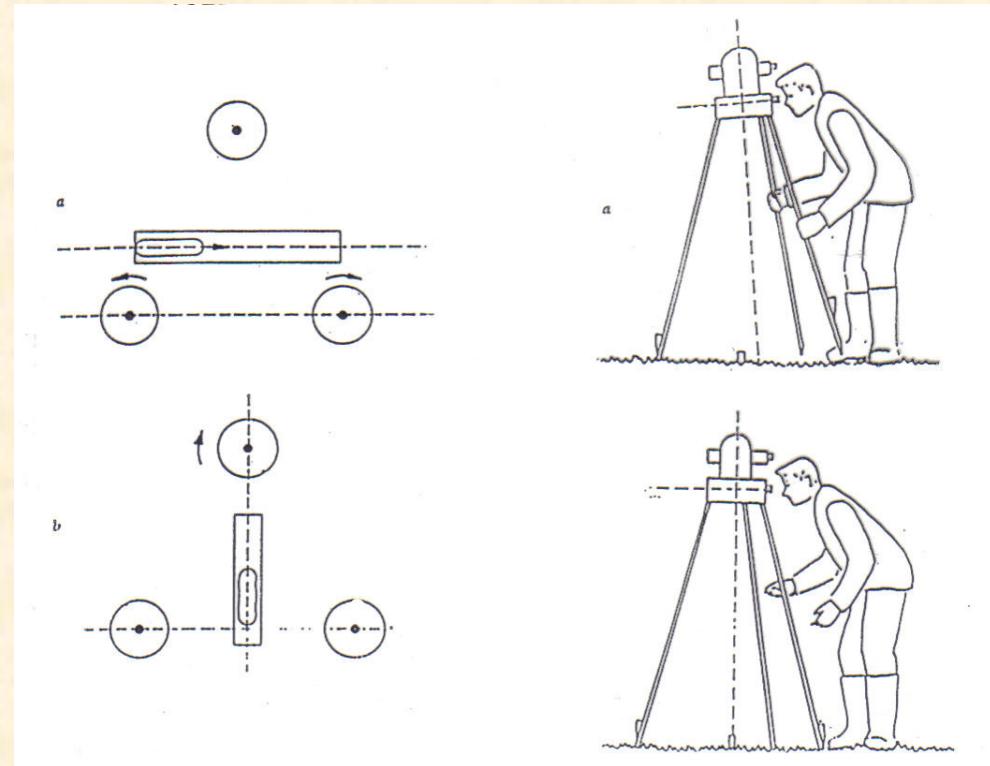


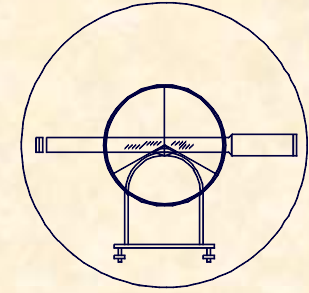


## MANEJO DEL TEODOLITO

### 1.- MEDIDAS ANGULARES 1.2.- EL TEODOLITO ÓPTICO

#### PUESTA EN ESTACIÓN





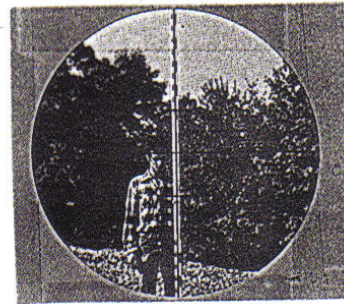
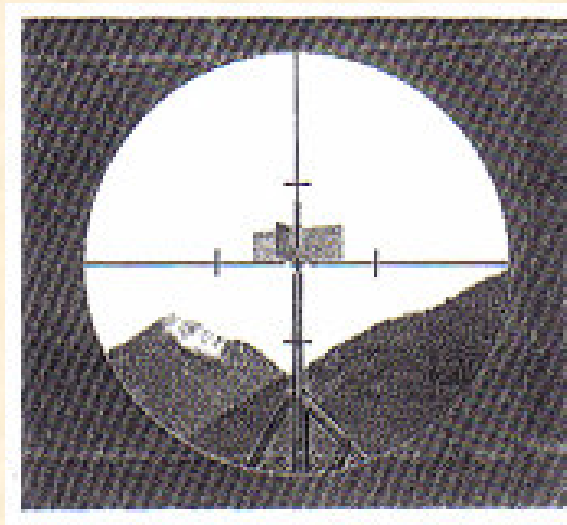
## MANEJO DEL TEODOLITO

### OBSERVACIÓN

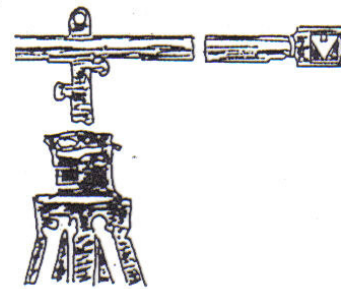
La puntería se realiza en la intersección de la cruz filar, grabada en la propia óptica del anteojo (retículo).

## 1.- MEDIDAS ANGULARES

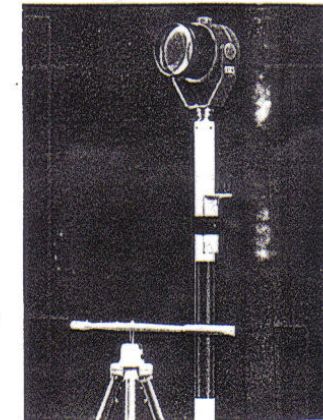
### 1.2.- EL TEODOLITO ÓPTICO



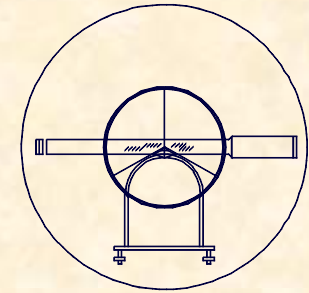
a) Estadía vertical



b) Estadía horizontal

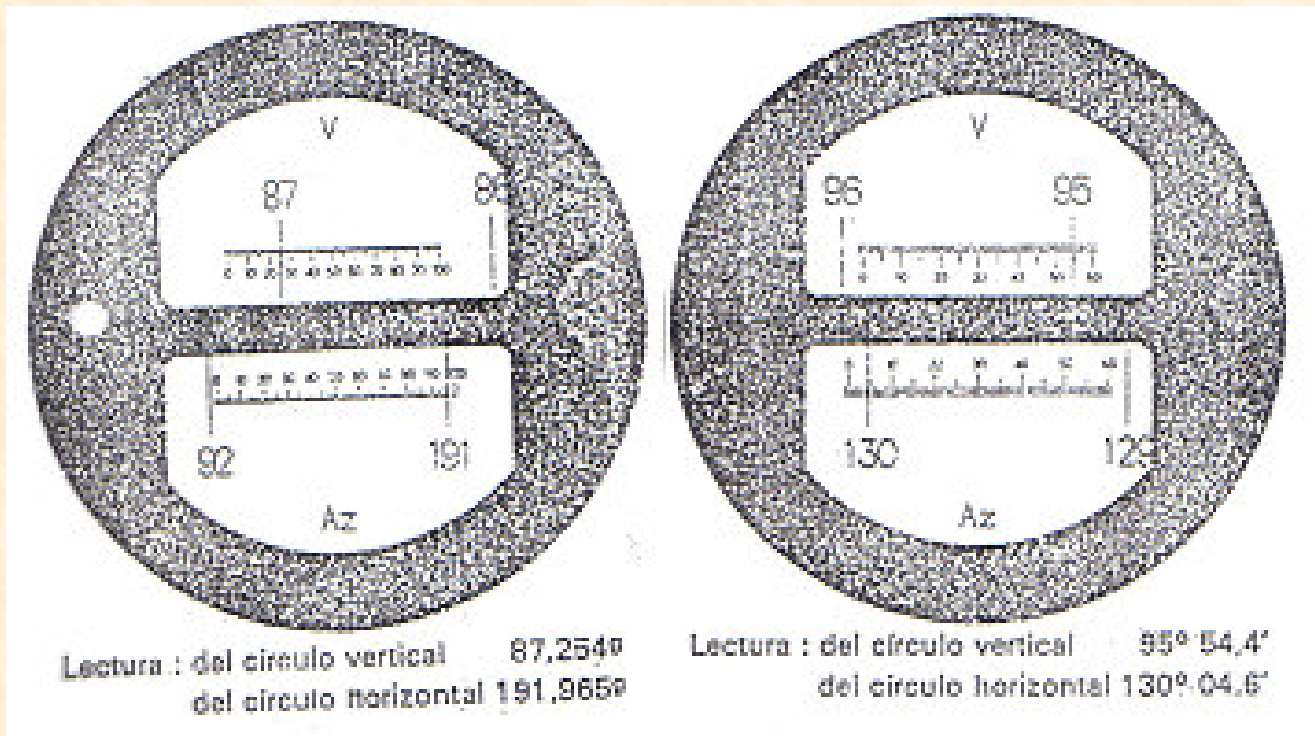


c) Prisma sobre jalón

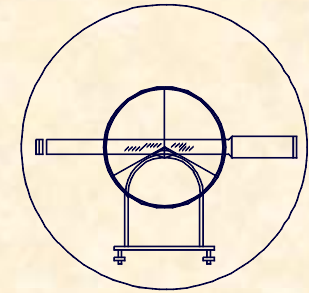


**MANEJO DEL TEODOLITO**  
**LECTURA DE ÁNGULOS**

**1.- MEDIDAS ANGULARES**  
**1.2.- EL TEODOLITO ÓPTICO**

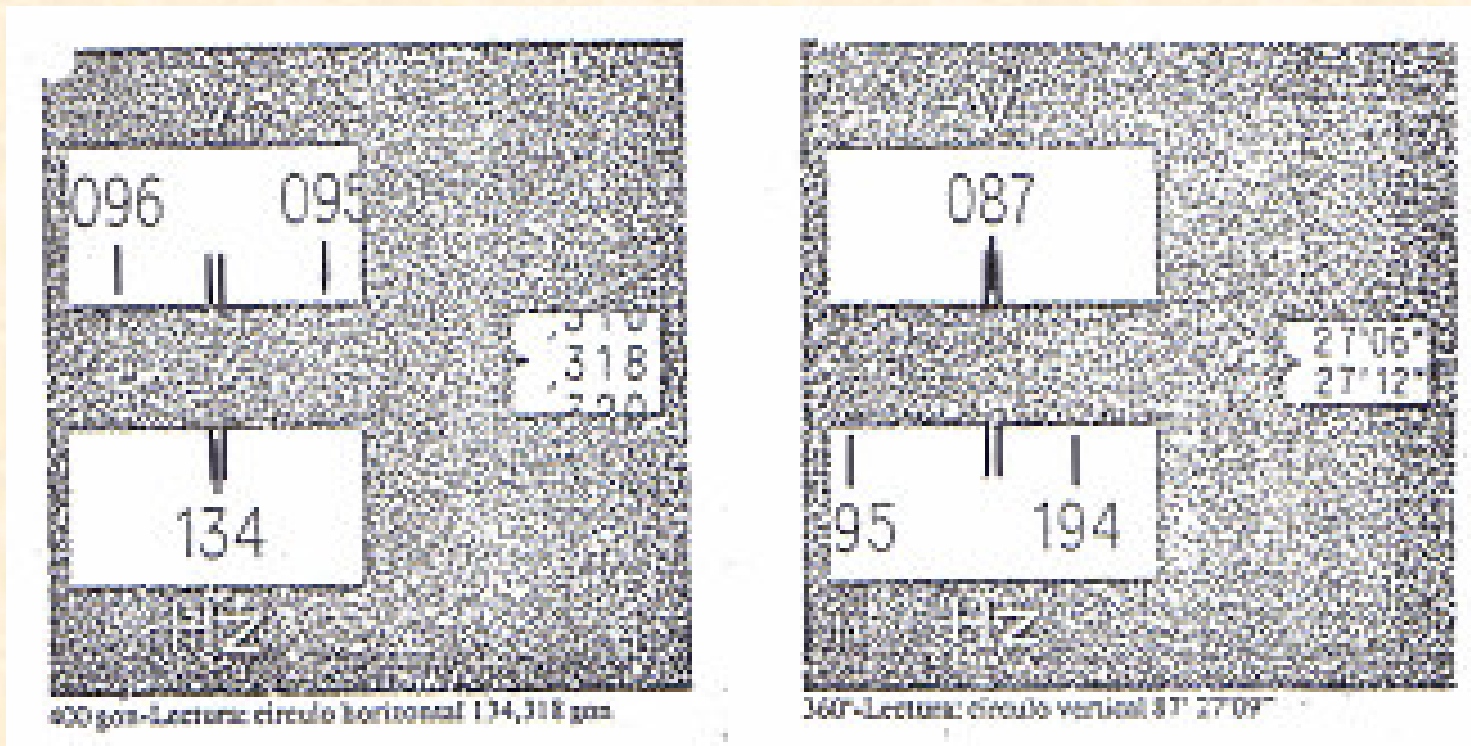


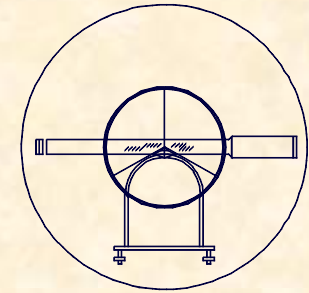




**MANEJO DEL TEODOLITO**  
**LECTURA DE ÁNGULOS**

**1.- MEDIDAS ANGULARES**  
**1.2.- EL TEODOLITO ÓPTICO**





**MANEJO DEL TEODOLITO**  
**LECTURA DE ÁNGULOS**

**1.- MEDIDAS ANGULARES**  
**1.2.- EL TEODOLITO ÓPTICO**

Limbo horizontal 400-gon	Lectura de los limbos 360°
381,278 gon	vertical 78° 35,7'
	horiz. sent. horario 68° 21,8'
	horiz. sent. contrario 291° 38,2'

104

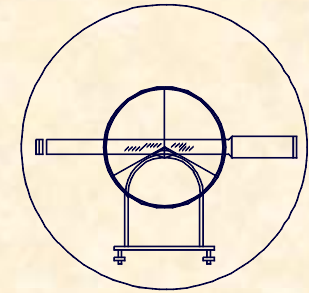
278

381

78

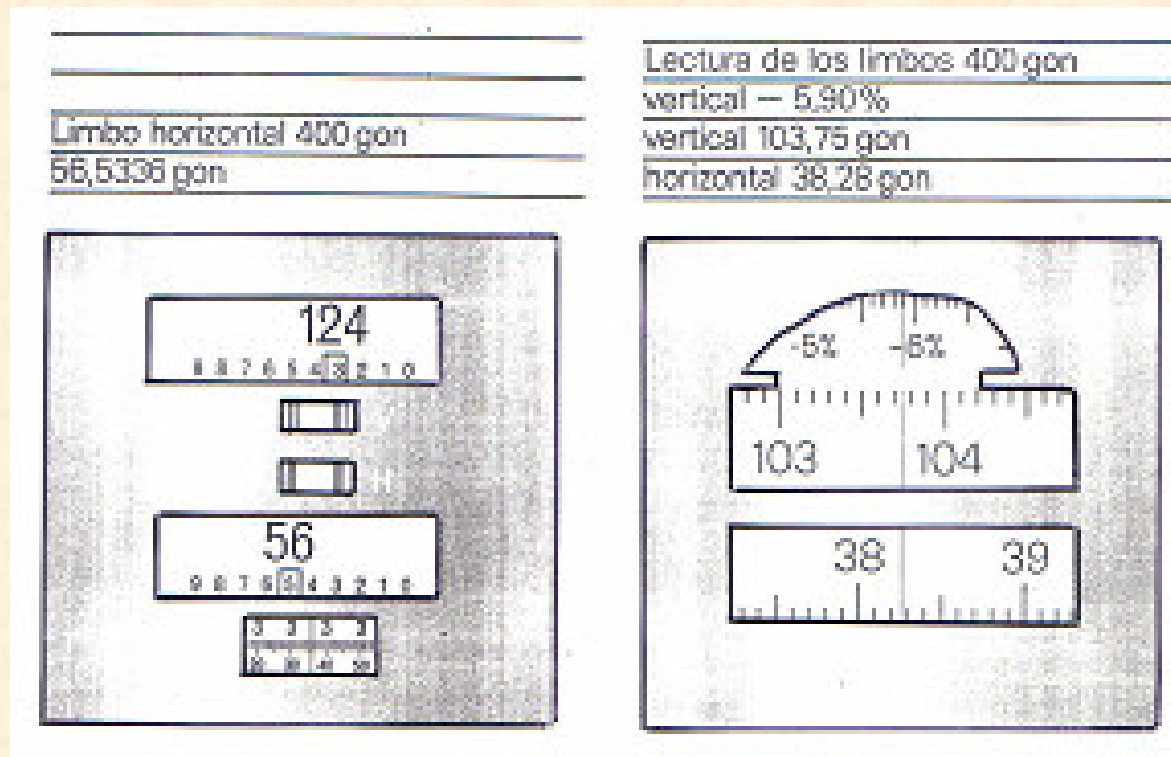
68

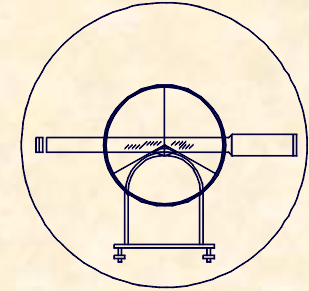
291



**MANEJO DEL TEODOLITO**  
**LECTURA DE ÁNGULOS**

**1.- MEDIDAS ANGULARES**  
**1.2.- EL TEODOLITO ÓPTICO**



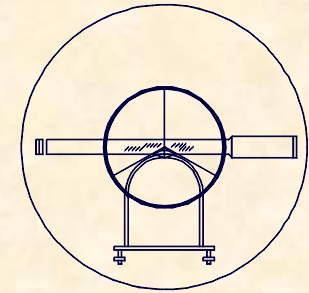


**1.- MEDIDAS ANGULARES**  
**1.2.- EL TEODOLITO ÓPTICO**

**PARÁMETROS REPRESENTATIVOS**

Entre las especificaciones técnicas que caracterizan a un teodolito, destacan por su participación en las relaciones que regulan los errores sistemáticos las siguientes:

- SENSIBILIDAD DEL NIVEL =  $S$
- AUMENTOS DEL ANTEOJO =  $A$
- APRECIACIÓN DE LOS LIMBOS =  $\alpha$



## 1.- MEDIDAS ANGULARES

### 1.2.- EL TEODOLITO ÓPTICO

## PARÁMETROS REPRESENTATIVOS

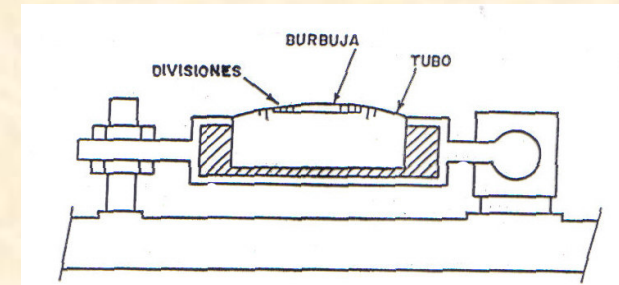
### SENSIBILIDAD:

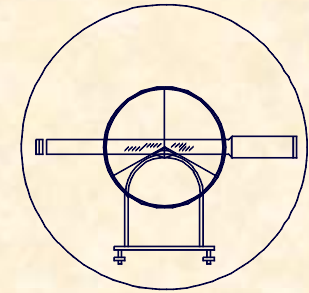
Evalúa la coincidencia entre la dirección del eje principal y la vertical del lugar, determinada por el nivel tórico.

Evaluación de la sensibilidad de un nivel:

$$S = \frac{m_1 - m_2}{D}$$

También puede definirse como el ángulo de giro correspondiente al desplazamiento de la burbuja en una división.





1.- MEDIDAS ANGULARES  
1.2.- EL TEODOLITO ÓPTICO

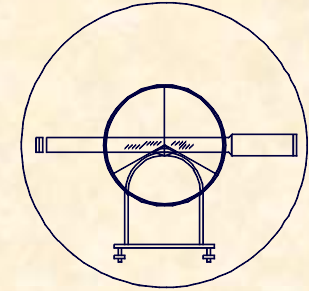
## PARÁMETROS REPRESENTATIVOS

### AUMENTOS DEL ANTEOJO:

El anteojo esta constituido por dos lentes convergentes, que forman un sistema dióptrico centrado.

Se denomina aumento a la relación existente entre los ángulos bajo los que se ve la imagen de un objeto a través del anteojo y directamente.

Depende única y exclusivamente de su configuración óptica.



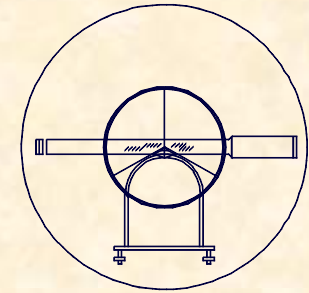
1.- MEDIDAS ANGULARES  
1.2.- EL TEODOLITO ÓPTICO

## PARÁMETROS REPRESENTATIVOS

### APRECIACIÓN DE LOS LIMBOS:

- La apreciación define la bondad del conjunto limbo-microscopio, se puede definir como la mínima división de los limbos, y por lo tanto la mayor precisión que se puede dar un ángulo.

	"S"	"A"	"a"
RANGO	100-10 <sup>cc</sup>	15-40	100-0,1 <sup>cc</sup>



# PARÁMETROS REPRESENTATIVOS

## 1.- MEDIDAS ANGULARES 1.2.- EL TEODOLITO ÓPTICO



**ESPECIFICACIONES TÉCNICAS GEODOLITE® 506**

**Medición de distancia**

Alcance usando prismas Geodolite® ST1 L56-142	Número de prismas	Visibilidad media	Visibilidad				
			Poca	Regular	Buena	Muy buena	Excepcional
1	1	1.200 m					
3	3	1.800 m					
8	8	2.500 m					

Alcance mínimo posible: 0,2 m

Precisión en la distancia (E.M.C):  
 Valor en medición normal:  $\pm 5 \text{ mm} + 5 \text{ ppm}$   
 Valor en modo tracking - máx 4 m/s seg.:  $\pm 10 \text{ mm} + 5 \text{ ppm}$

Lectura (valor mínimo):  
 Medición normal: 1 mm (0,005 ft)  
 Medición tracking: 10 mm (0,01 ft)

Tiempo de medición:  
 en medición normal: 3,5 s  
 en modo Tracking: 0,4 s

Fuente de luz: Diodo infrarrojo GaAs

Divergencia de haz: 1,6 mrad (16 cm/100m)

Corrección atmosférica: Corrección continua entre -60 y 195 ppm

**Medición de ángulo**

Precisión angular (DIN 18723): 2,0 mgon = 20" (6")  
 Desviación estándar basada en DIN 18723

**General**

Compensador automático	Compensador de índice vertical con rango de trabajo $\pm 100 \text{ mgon} = 10' (6")$	Consumo de energía	0,4A a 12VDC
Nivelación	Nivel circular en plataforma nivelante: 1872 mgon Nivel electrónico biaxial en la pantalla de cristal líquido, con una resolución de: $2 \text{ mgon} = 20" (6")$	Baterías	Baterías internas recargables NiCd 12V, 1,2 Ah Baterías externas recargables NiCd 12V, 2,2Ah, 6,2 Ah
Contraste	Plomada óptica en plataforma nivelante	Número de pines/estaciones	Batería 1,2Ah: Modo normal** 2,0 horas Batería 2,2Ah: 1800 puntos 4,0 horas Batería 6,6Ah: 5400 puntos 12,0 horas
Temperatura de funcionamiento	Aumento: 30X Rango de enfoque: 1,7 m - $\infty$ -20°C a +50°C -30°C a selectiva	Plomada	*Basado en la medida de un ángulo y una distancia cada 15 seg. **Basado en un contacto continuo con el prisma
Teclado/Pantalla	20 teclas numéricas, 4 líneas de pantalla CL. 16 caracteres cada línea. Iluminación.	Puntera	Tirellón con dos velocidades, de ajuste y de presión.
Tracklight® (opcional)	Luz guía intermitente que se emite desde el instrumento en tres sectores: rojo, blanco y verde. El blanco representa el haz de medición.	Programas internos	Programa definido para toma de datos. También están incluidos: Edif., Señal., Serchi., Dist.Ob.
Entrada/salida de datos	Geo IO bidireccional RS-232C bidireccional	Dispositivos de memoria (opcional)	Memoria externa 3000 puntos (Geodat 500) u otros colectores externos.

**Geotronics** Manufacturado por Geotronics All para:

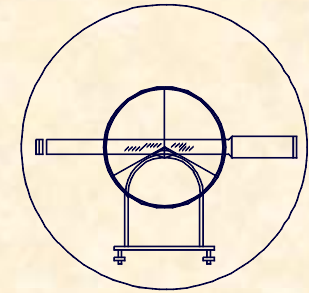




UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



## 1.- MEDIDAS ANGULARES

### 1.2.- EL TEODOLITO ÓPTICO

## COMPROBACIONES Y CORRECCIONES

- **TORCEDURA DEL EJE PRINCIPAL**

- Se nivela el teodolito empleando uno de los giros, luego se fija este y se suelta el otro, posteriormente se gira el aparato debiendo quedar nivelado después del proceso.

- **FALTA DE PERPENDICULARIDAD ENTRE EL EJE DE COLIMACIÓN Y EL SECUNDARIO**

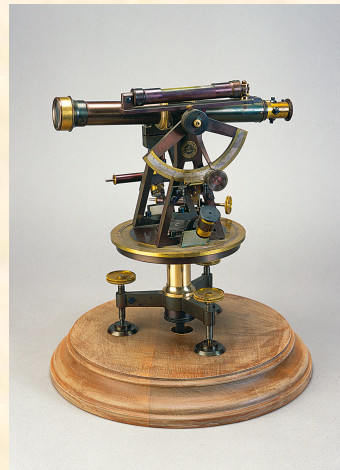
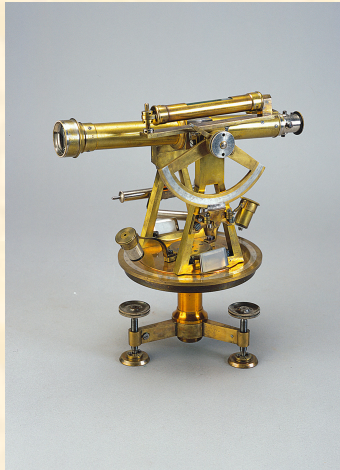
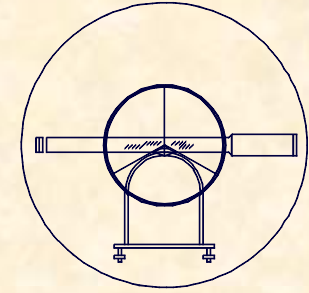
- Se fija el aparato y se observa a un punto lejano se da la vuelta de campana y las observaciones deben variar:

$$\text{HORIZ.-} \quad CD = CD + / - 200^g$$

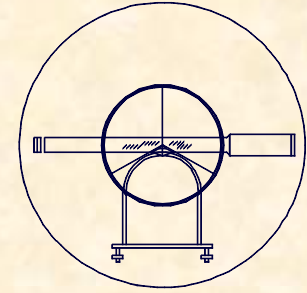
$$\text{VERT.-} \quad CD + CI = 400^g$$

- **CORRECCIÓN DEL ECLÍMETRO**

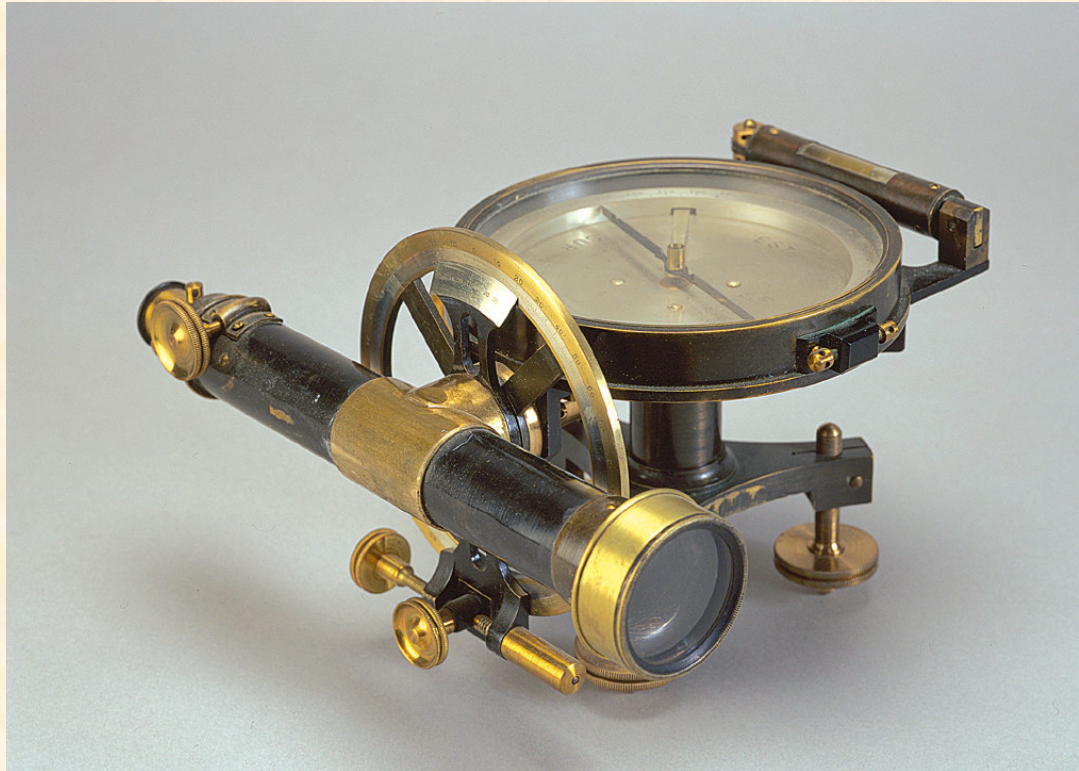
- Materializando una visual horizontal el micrómetro debe marcar 0 ó 100<sup>g</sup> en su ángulo vertical.

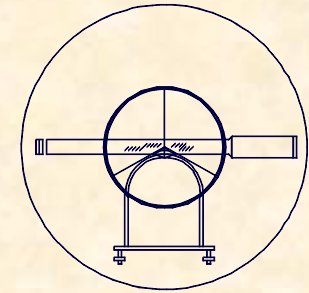


**1.- MEDIDAS ANGULARES**  
**1.2.- EL TEODOLITO ÓPTICO**



**1.- MEDIDAS ANGULARES**  
**1.3.- LA BRÚJULA**





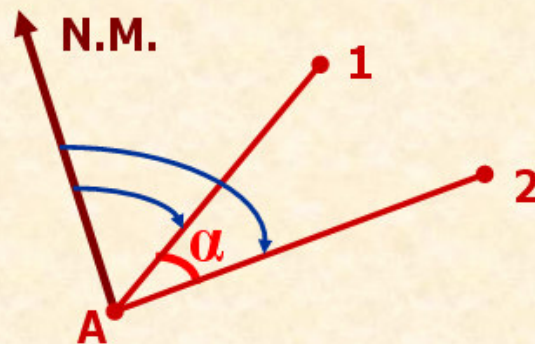
## 1.- MEDIDAS ANGULARES

### 1.3.- LA BRÚJULA

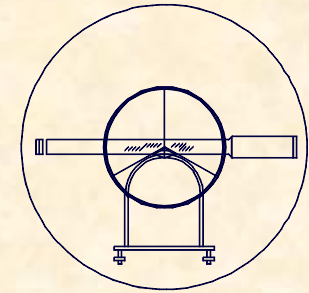
## FUNDAMENTO

La tierra se comporta como un imán esférico con los polos geográficos. Una aguja imantada toma en cualquier lugar de la tierra una dirección bien determinada, Norte Magnético.

## DETERMINACIÓN DE LOS ÁNGULOS CON UNA BRÚJULA



$$\alpha = R_A^2 - R_A^1$$

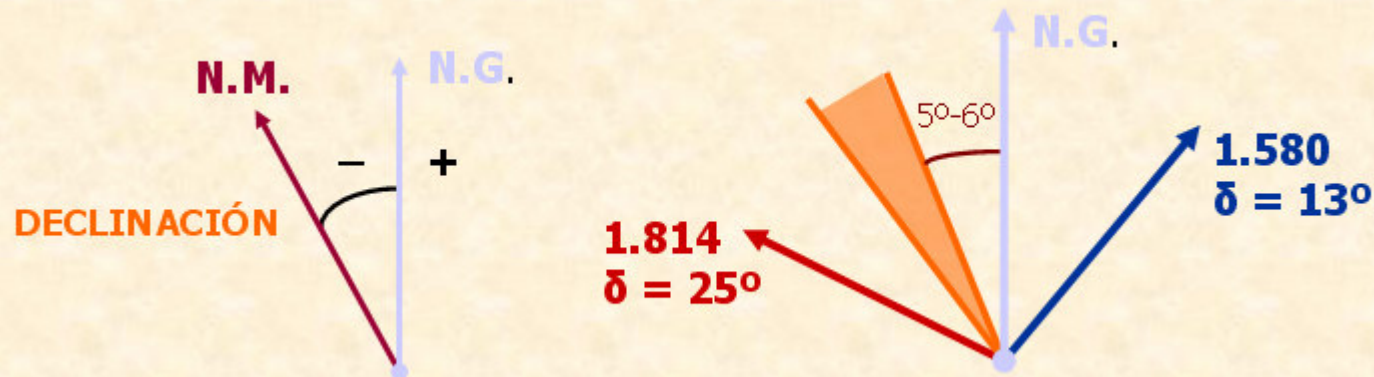


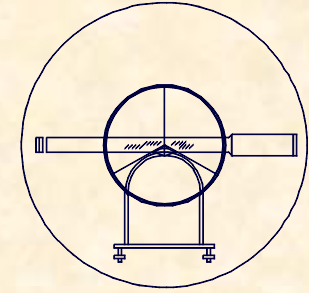
1.- MEDIDAS ANGULARES  
1.3.- LA BRÚJULA

## PROBLEMÁTICA DE LAS BRÚJULAS

### NO COINCIDENCIA DEL NM Y NG

**DECLINACIÓN.** - Ángulo que forman el norte magnético y norte geográfico, en cualquier punto de la superficie terrestre.

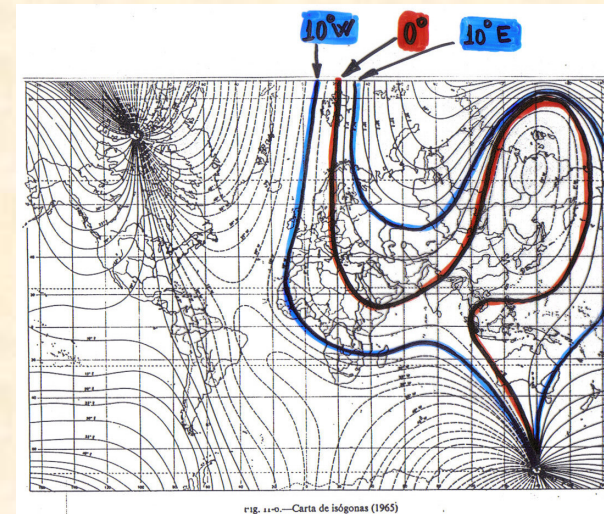
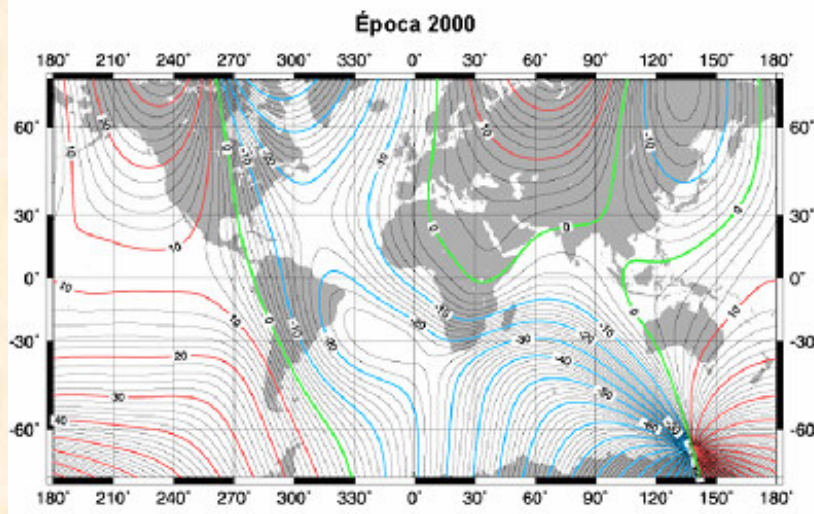


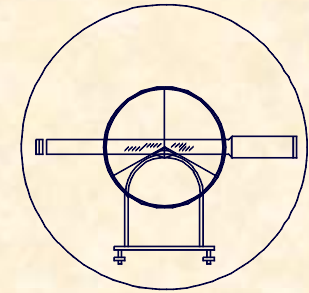


## PROBLEMÁTICA DE LAS BRÚJULAS NO COINCIDENCIA DEL NM Y NG

### 1.- MEDIDAS ANGULARES 1.3.- LA BRÚJULA

**ISÓGONAS.** - Líneas que unen puntos de igual declinación.  
**ÁGONA o LINEA AGÓNICA.** - Isógona de valor cero.



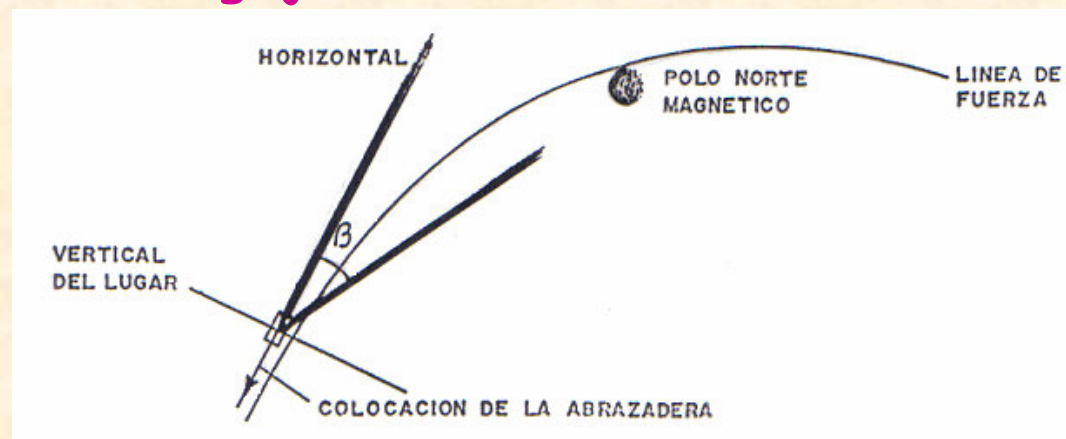


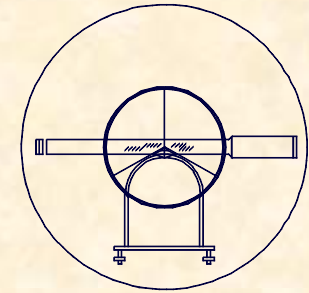
## 1.- MEDIDAS ANGULARES

### 1.3.- LA BRÚJULA

## PROBLEMÁTICA DE LAS BRÚJULAS INCLINACIÓN MAGNÉTICA

Es el ángulo que forma el plano horizontal y las líneas de fuerza del campo magnético terrestre. Para evitar la inclinación magnética se dispone un contrapeso o abrazadera desplazable en la aguja imantada.





1.- MEDIDAS ANGULARES

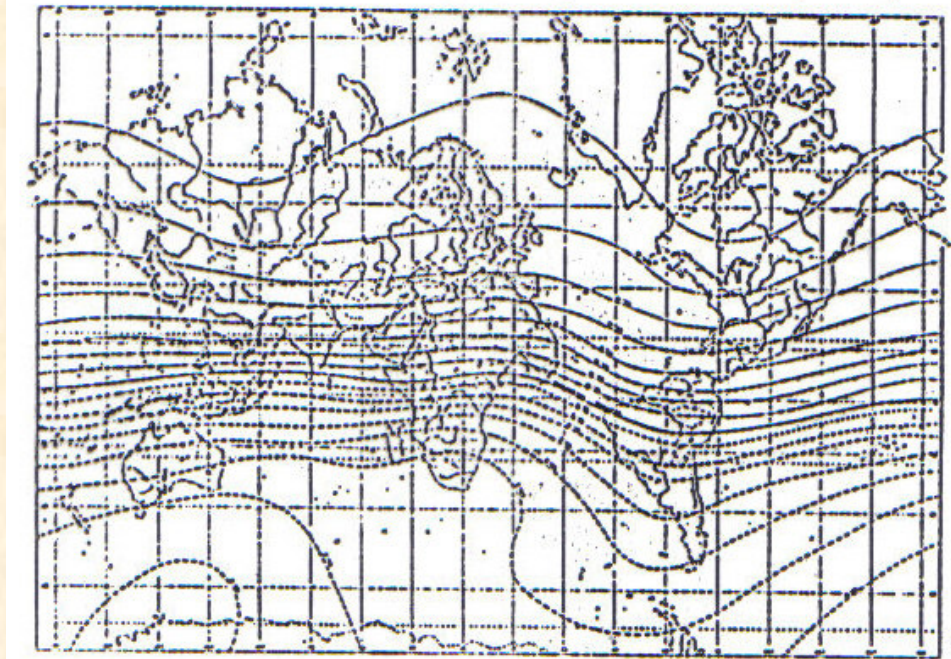
1.3.- LA BRÚJULA

PROBLEMÁTICA DE LAS BRÚJULAS

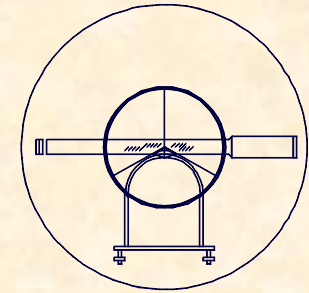
INCLINACIÓN MAGNÉTICA

ISOCLINAS.-

Son líneas que unen  
puntos con igual  
inclinación magnética







## 1.- MEDIDAS ANGULARES

### 1.3.- LA BRÚJULA

## PROBLEMÁTICA DE LAS BRÚJULAS

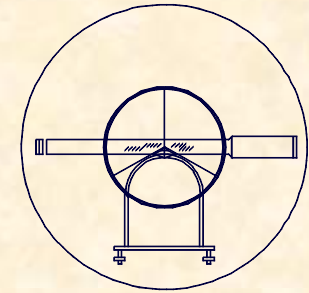
### INTENSIDAD DEL CAMPO MAGNÉTICO

La intensidad del campo magnético depende del propio campo, factores como: gravedad elementos metálicos, etc.

### ISODINÁMICAS.-

Son líneas que unen puntos con igual intensidad de campo magnética.





## 1.- MEDIDAS ANGULARES

### 1.3.- LA BRÚJULA

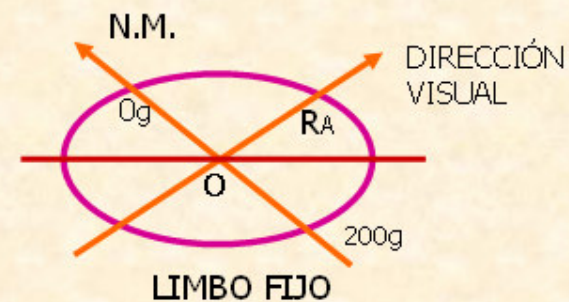
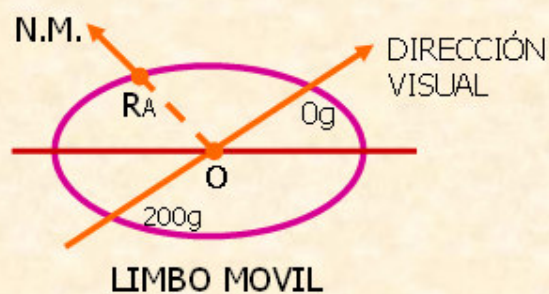
## TIPOLOGÍA DE BRÚJULAS

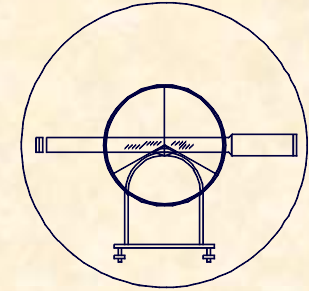
### BRÚJULA DE LIMBO MÓVIL

En limbo acimutal gira con el anteojo, siendo la aguja imantada la que sirve como índice para medir el ángulo.

- **BRÚJULA DE LIMBO FIJO**

La aguja gira con el anteojo, estando el limbo fijo y unido a un imán, por lo que se orienta de forma automática.





## COMPROBACIONES Y USOS DE LAS BRÚJULAS

### 1.- MEDIDAS ANGULARES 1.3.- LA BRÚJULA

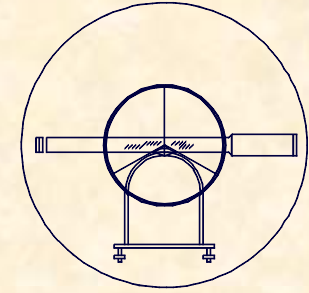
#### COMPROBACIONES.-

- A.- Dejar oscilar libremente la aguja hasta que alcance la posición de equilibrio, entonces leer.
- B.- No debe de haber elementos metálicos que distorsionen el campo magnético cerca de la brújula, cuando se utilice.

#### USOS.-

- A.- Determinación de la meridiana magnética

El norte magnético siempre es reflejado por el objeto imantado, es decir, la aguja o el limbo.



## COMPROBACIONES Y

## 1.- MEDIDAS ANGULARES

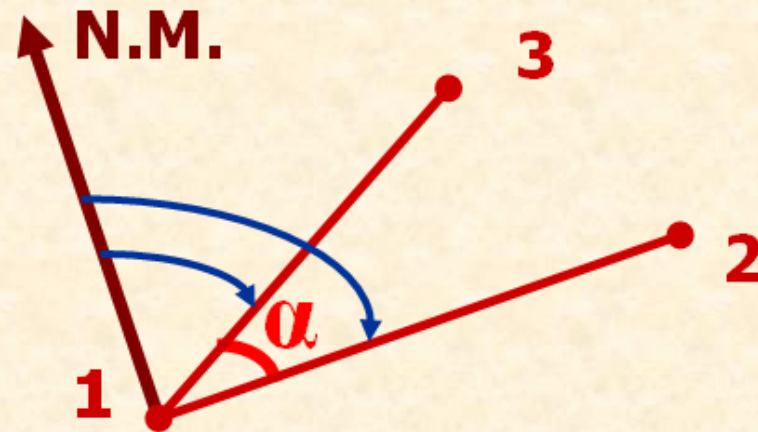
### 1.3.- LA BRÚJULA

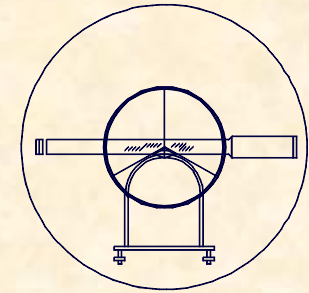
## USOS.- USOS DE LAS BRÚJULAS

### B.- Determinación de Ángulos.

El ángulo se obtiene generalmente por diferencia de Rumbos

$$\alpha = R_1^3 - R_1^2$$





## COMPROBACIONES Y

## 1.- MEDIDAS ANGULARES

### 1.3.- LA BRÚJULA

## USOS DE LAS BRÚJULAS

### USOS.-

#### C.- Determinación de la Meridiana Astronómica.

Mediante una fácil observación con la brújula, se puede determinar la declinación y por lo tanto ubicar la meridiana astronómica.

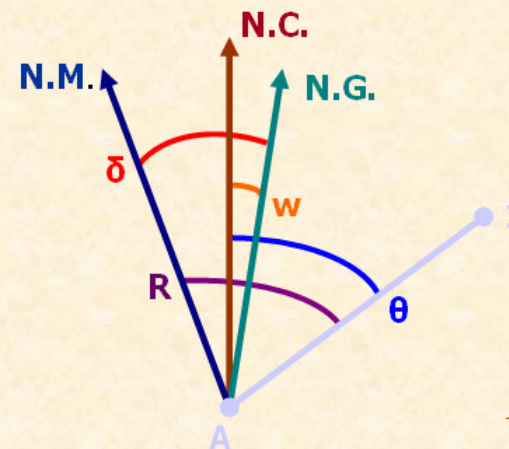
DATOS:

Coordenadas de A a 1

Convergencia

CAMPO:

Rumbo de A a 1



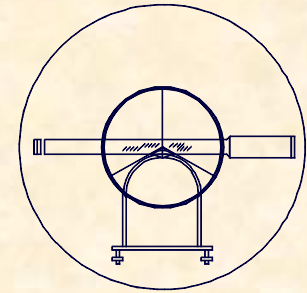
$$R = \theta \pm \delta \pm \omega$$



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

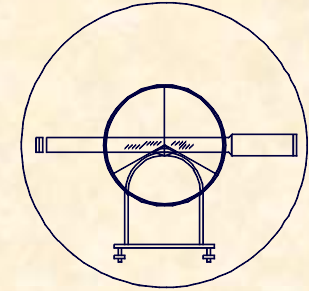
E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



EJERCICIO PRÁCTICO Número 15.-

A.- Desde el vértice geodésico Casuca se observa el vértice geodésico Peña Castillo. Sabiendo que en el instante de la observación la declinación magnética era de  $5^{\circ}27'$ , determinar el rumbo de la visual Casuca-Peña Castillo.

	X	Y	Z	W
Casuca	427.432,96	4.814.192,52	71,50	37'02,5"
Castillo	430.634,53	4.811.305,00	140,0	35'22,5"



EJERCICIO PRÁCTICO Número 15.-

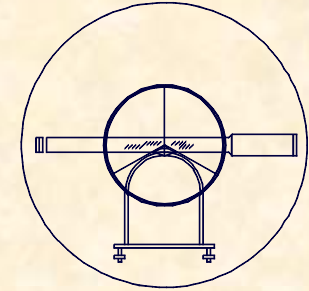
**ACIMUT DE CASUSA A PEÑACASTILLO**

$$\theta_C^P = \text{Arctg} \frac{\Delta x}{\Delta y} = \text{Arctg} \frac{3201,57}{2887,52} = 132^\circ 2' 51''$$

**RUMBO DE CASUCA A PEÑACASTILLO**

$$R = \theta + \delta - \omega = 132^\circ 2' 51'' + 5^\circ 27' - 37' 2,5''$$

$$R = 136^\circ 52' 48,6''$$



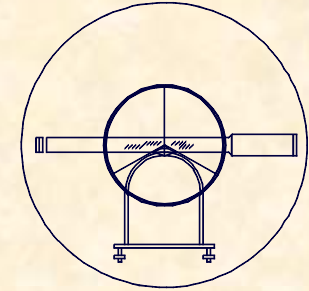
### EJERCICIO PRÁCTICO Número 15.-

**B.-** Sobre el vértice geodésico Llusa se posiciona una Brújula obteniéndose el Rumbo al vértice geodésico Cabarga cuyo valor resulta  $265^{\circ}25'4''$ . Sabiendo que la Convergencia de meridianos en Llusa es  $32'40''$ , calcular:

- 1.- El Acimut Llusa-Cabarga.
- 2.- La Declinación.

<u>CABARGA</u>	<u>LLUSA</u>
437.003,160	450.044,600
4.803.337,940	4.805.586,200





## EJERCICIO PRÁCTICO Número 15.-

### ACIMUT DE LLUSA A CABARGA

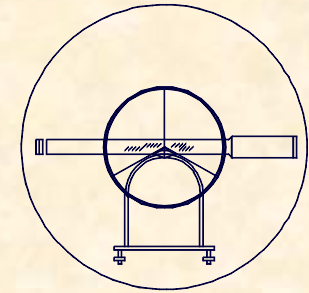
$$\theta_{LLUSA}^{CAB.} = 180 + \operatorname{Arctg} \frac{\Delta x}{\Delta y} = 180 + \operatorname{Arctg} \frac{13.041,44}{2.248,26} = 260^{\circ}13'7,4''$$

### DECLINACIÓN DE LLUSA

$$R = \theta + \delta - \omega$$

$$265^{\circ}6'25,4'' = 260^{\circ}13'7,4'' + \delta - 32'40''$$

$$\delta = 5^{\circ}25'58''$$



### EJERCICIO PRÁCTICO Número 15.-

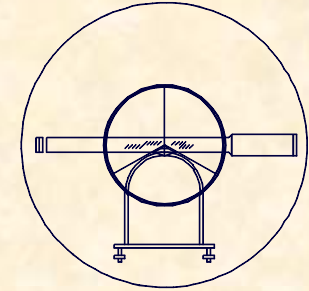
**C.** - Al realizar un determinado deslinde basado en una acta de 1921, en la zona de San Juan de la Canal, el responsable necesita conocer Declinación actual. Para ello estaciona la Brújula en el vértice geodésico de Casuca y observa a los vértices Peña Castillo y Llatías, obteniéndose las siguientes lecturas:

$$RcLL = 85^{\circ}47'53''$$

$$RcPC = 137^{\circ}16'47''$$

Sabiendo las coordenadas U.T.M. y Convergencia de los vértices, obtener la Declinación:

	X	Y	W
<b>Casuca</b>	427.432,96	4.814.192,52	37'02,5"
<b>Llatías</b>	435.157,59	4.815.453,64	33'06,7"
<b>Castillo</b>	430.634,53	4.811.305,01	35'22,5"



EJERCICIO PRÁCTICO Número 15.-

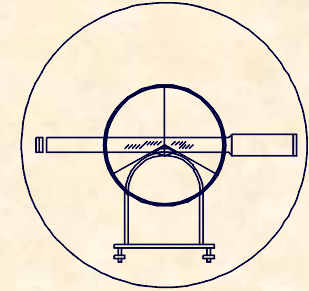
**CASUCA-LLATÍAS**

$$\theta_{CAS.}^{LLAT.} = \text{Arctg} \frac{\Delta x}{\Delta y} = \text{Arctg} \frac{7724,63}{1261,12} = 80^{\circ}43'39,78''$$

$$\delta = R - \theta + \omega$$

$$\delta_1 = 85^{\circ}47'53'' - 80^{\circ}43'39,78'' + 37'2,5''$$

$$\delta_1 = 5^{\circ}41'15,72''$$



EJERCICIO PRÁCTICO Número 15.-

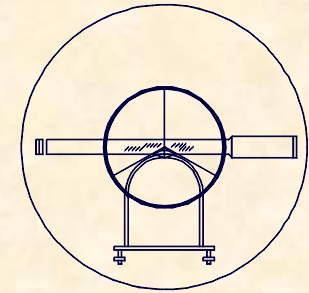
**CASUCA-PEÑACASTILLO**

$$\theta_{CAS}^{PEÑ.} = 90^\circ + \text{Arctg} \frac{\Delta x}{\Delta y} = 90^\circ + \text{Arctg} \frac{2887,51}{3201,57} = 132^\circ 2' 51,14''$$

$$\delta = R - \theta + \omega$$

$$\delta_2 = 137^\circ 16' 47'' - 132^\circ 2' 51,14'' + 37' 2,5''$$

$$\delta_2 = 5^\circ 50' 58,36''$$



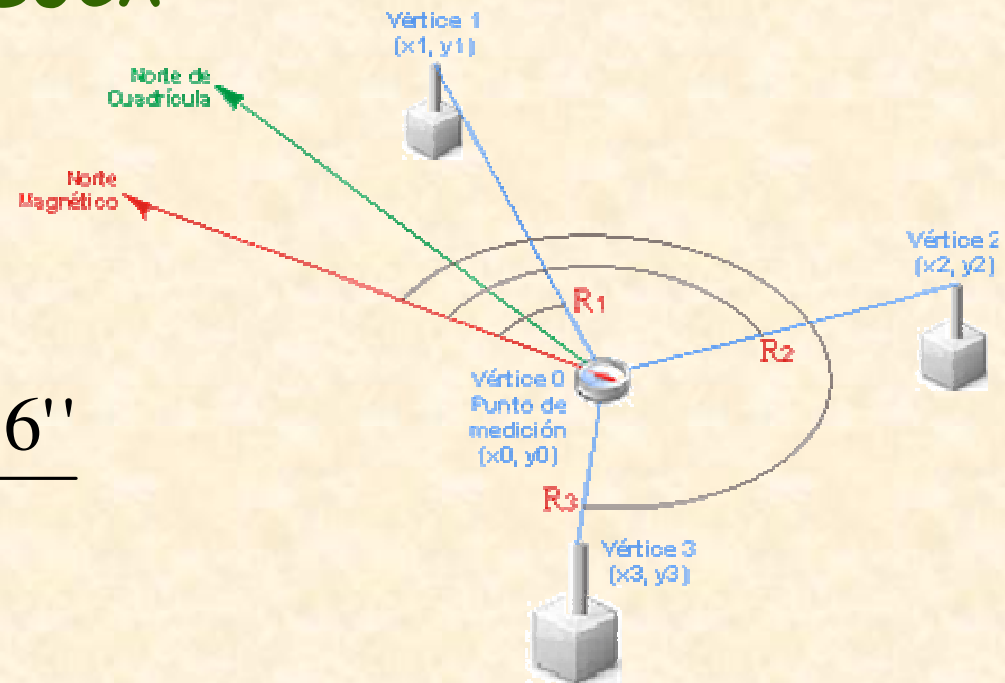
EJERCICIO PRÁCTICO Número 15.-

DECLINACIÓN EN CASUCA

$$\delta = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} =$$

$$\delta = \frac{5^{\circ}41'15,72'' + 5^{\circ}50'58,36''}{2}$$

$$\delta = 5^{\circ}46'7,04''$$

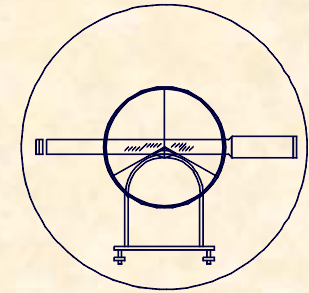




UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



## EJERCICIO PRÁCTICO.-

Para llevar a cabo el deslinde de una cuadrícula minera se pretende declinar una brújula. Para ello se posiciona ésta sobre el vértice geodésico de Picota visado desde él a los vértices geodésicos de Pedruquios y Casuca, obteniéndose los siguiente rumbos:

$$R = 4^{\circ}3'47'' ; 4^{\circ}3'59'' ; 4^{\circ}4'2'' ; 4^{\circ}3'30''$$

$$R = 49^{\circ}14'11'' ; 49^{\circ}14'23'' ; 49^{\circ}13'52''$$

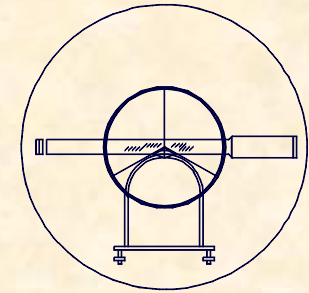
	X	Y	W
Picota	423.673,201	4.810.304,135	38'54,08"
Pedruquios	423.612,861	4.813.345,066	38'58,09"
Casuca	427.432,960	4.814.192,519	37'02,05"



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

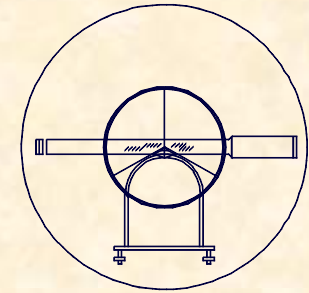
E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



Obtener:

### EJERCICIO PRÁCTICO.-

- Valor más probable de las dos mediciones.
- Error medio cuadrático de las dos mediciones.
- Error medio cuadrático de la media.
- Probabilidad de que la medición de Picota a Pedruquios sea mayor que  $4^{\circ}3'55''$
- Probabilidad de que la medición de Picota a Casuca esté entre  $49^{\circ}14'00''$  y  $49^{\circ}14'15''$
- Declinación actual.
- Sabiendo que la declinación disminuye a  $6,2'$  por año, obtener la declinación para el 1 de Enero del año 2000.



EJERCICIO PRÁCTICO.-

VALOR MÁS PROBABLE

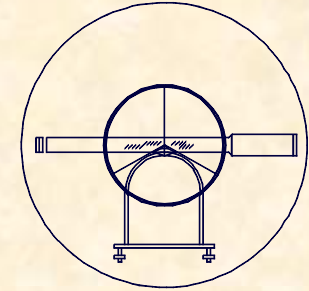
PICOTA-PEDRUQUIOS

$$R = \frac{4^{\circ}3'47'' + 4^{\circ}3'59'' + 4^{\circ}4'2'' + 4^{\circ}3'30''}{4} = 4^{\circ}3'49,5''$$

PICOTA-CASUCA

$$R = \frac{49^{\circ}14'11'' + 49^{\circ}14'23'' + 49^{\circ}13'52''}{3} = 49^{\circ}14'8,6''$$





## ERROR MEDIO CUADRÁTICO

### PICOTA-PEDRUQUIOS

$$49,5 - 47 = 2,5$$

$$49,5 - 59 = -9,5$$

$$49,5 - 62 = -12,5$$

$$49,5 - 30 = 19,5$$

$$\left. \begin{array}{l} 49,5 - 47 = 2,5 \\ 49,5 - 59 = -9,5 \\ 49,5 - 62 = -12,5 \\ 49,5 - 30 = 19,5 \end{array} \right\} \sum_1^n R^2 = 633$$

$$e_c = \sqrt{\frac{\sum_1^n R^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{633}{3}} = 14,5''$$

### PICOTA-CASUCA

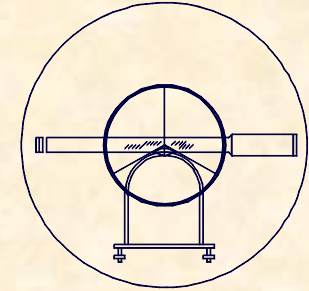
$$68,6 - 71 = -2,33$$

$$68,6 - 83 = -14,33$$

$$68,6 - 52 = 16,66$$

$$\left. \begin{array}{l} 68,6 - 71 = -2,33 \\ 68,6 - 83 = -14,33 \\ 68,6 - 52 = 16,66 \end{array} \right\} \sum_1^n R^2 = 488,66$$

$$e_c = \sqrt{\frac{\sum_1^n R^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{488,66}{2}} = 15,6''$$



EJERCICIO PRÁCTICO.-

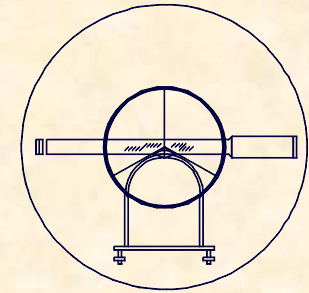
**ERROR MEDIO CUADRÁTICO DE LA MEDIA**

**PICOTA-PEDRUQUIOS**

$$e_c^\mu = \frac{e_c}{\sqrt{n}} = \frac{14,5}{\sqrt{4}} = 7,25''$$

**PICOTA-CASUCA**

$$e_c^\mu = \frac{e_c}{\sqrt{n}} = \frac{15,6}{\sqrt{3}} = 9,00''$$



EJERCICIO PRÁCTICO.-

PROBABILIDAD < 4° 3' 55"

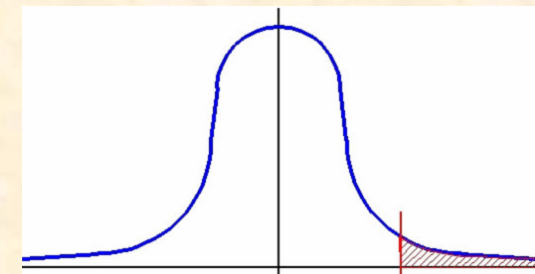
$$TABLA = \frac{VP - \bar{X}}{e_c} = \frac{55 - 49,5}{14,5} = 0,38$$

TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL  $N(0, 1)$

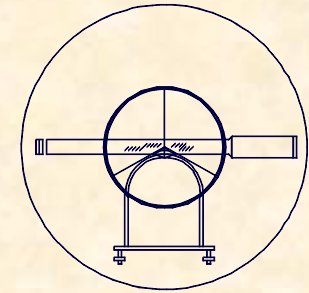
$$F_x(x) = P[X \leq x] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

Valores de  $F(x)$

x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389



En la tabla se obtiene 0,6480 es decir **35,20%**



EJERCICIO PRÁCTICO.-

PROBABILIDAD  $00'' < \text{obs} < 15''$

$$TABLA = \frac{VP - \bar{X}_C}{e_{cc}} = \frac{0 - 8,6}{15,6} = -0,55$$

$$TABLA = \frac{VP - \bar{X}_C}{e_{cc}} = \frac{15 - 8,6}{15,6} = 0,41$$

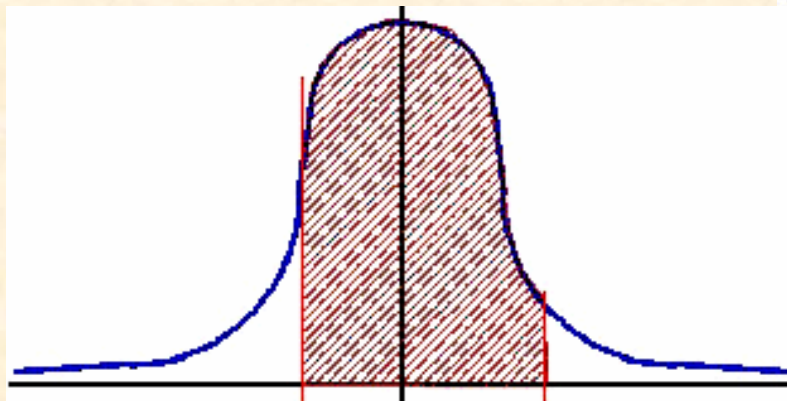


TABLA DE LA DISTRIBUCION NORMAL  $N(0, 1)$

$$F_x(x) = P[X \leq x] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$$

Valores de  $F(x)$

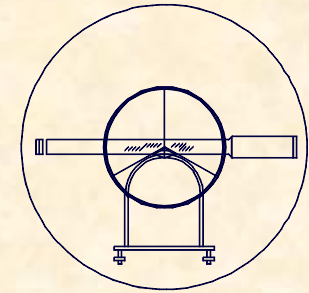
x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389

$$TABLA = 0,55 \Rightarrow p = 0,7088$$

$$TABLA = 0,41 \Rightarrow p = 0,6591$$

$$P = 1 - (1 - 0,7088) - (1 - 0,6591) = 0,3679$$

Probabilidad **36,79%**



## DECLINACIÓN ACTUAL PICOTA-PEDRUQUIOS

$$\theta_C^P = \text{Arctg} \frac{\Delta x}{\Delta y} = 358^\circ 51' 47,7''$$

$$\delta_1 = 4^\circ 3' 49,5'' - 358^\circ 51' 47,7'' + 38' 54,8''$$

$$\delta_1 = 5^\circ 50' 56,6''$$

## PICOTA-CASUCA

$$\theta_C^P = \text{Arctg} \frac{\Delta x}{\Delta y} = 44^\circ 2' 11,4''$$

$$\delta_1 = 49^\circ 14' 8,6'' - 44^\circ 2' 11,4'' + 38' 54,8''$$

$$\delta_1 = 5^\circ 50' 52''$$

## EJERCICIO PRÁCTICO.-

$$\delta = \frac{5^\circ 50' 56,6'' + 5^\circ 50' 52''}{2} =$$

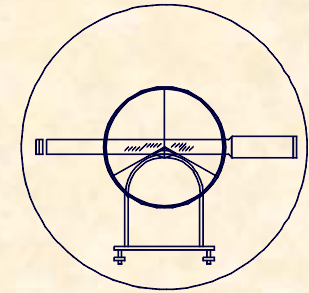
$$\delta = 5^\circ 50' 54,4''$$



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

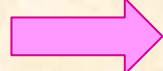
E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



**DECLINACIÓN 1 Enero 2000**

**EJERCICIO PRÁCTICO.-**

**PERIÓDO DE TIEMPO**

22 Noviembre 2006  1 Enero 2000

5 Años 10 Meses 22 Días

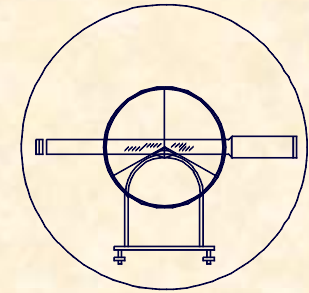
5,90 Años

**VARIACIÓN DE LA DECLINACIÓN**

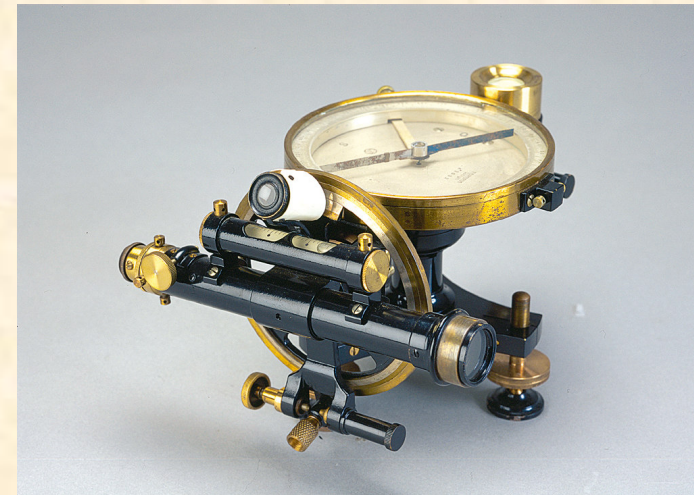
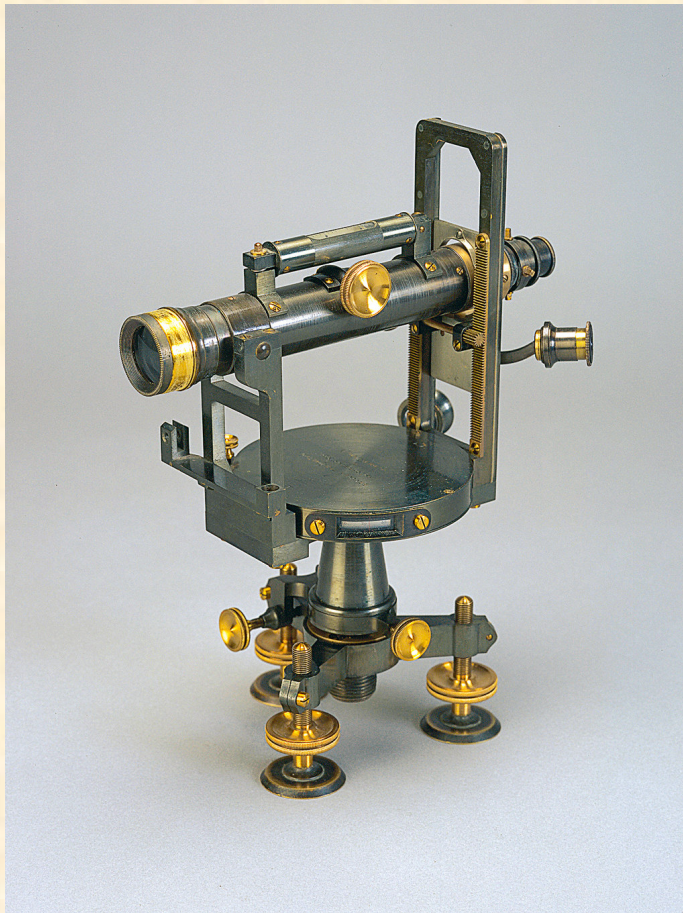
$$\Delta\delta = 5,9 \cdot 6,2' = 36,58'$$

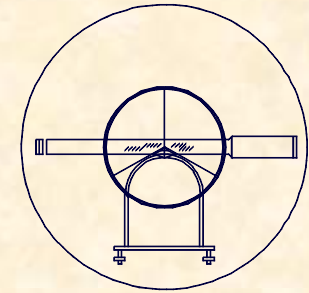
**CÁLCULO DE LA DECLINACIÓN**

$$\delta = 5^{\circ}50'54,4'' + 36,58' = 6^{\circ}27'29,2''$$



**1.- MEDIDAS ANGULARES**  
**1.3.- LA BRÚJULA**

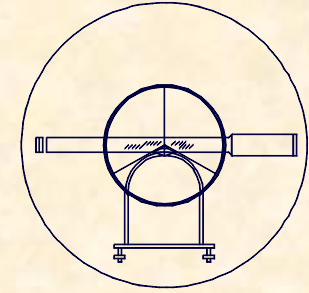




**1.- MEDIDAS ANGULARES**  
**1.4.- EL TEODOLITO ELECTRÓNICO**



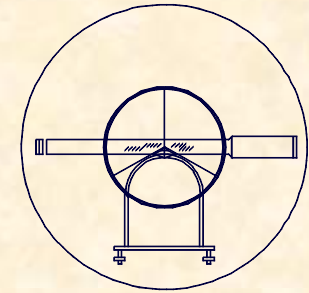




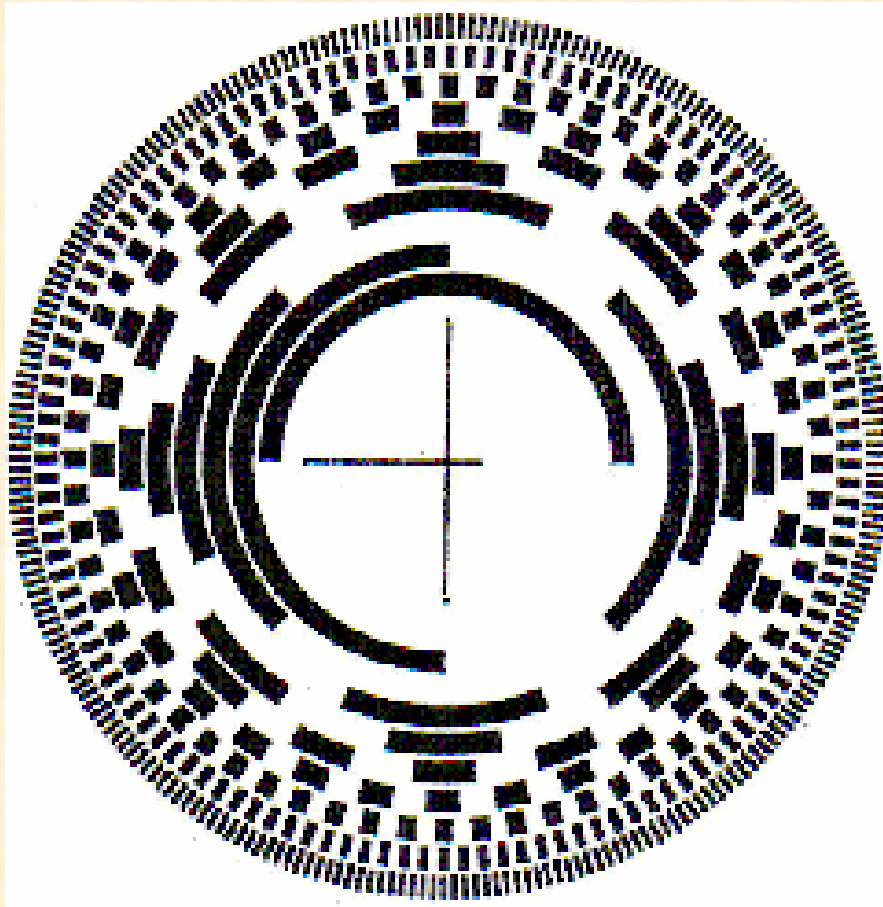
## INTRODUCCIÓN

### 1.- MEDIDAS ANGULARES 1.4.- EL TEODOLITO ELECTRÓNICO

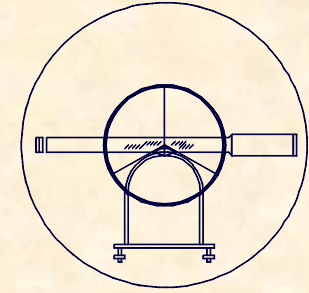
- Aparece en la década 60.
- Precios competitivos en los 80.
- El esquema funcional coincide con el teodolito óptico, salvo la lectura angular que se hace electrónicamente.
- Precisión parecida a los teodolitos ópticos.
- Existe una señal codificada susceptible de ser almacenada.
- Los limbos no están grabados mecánicamente sino de alguna forma que permiten el paso de luz de forma diferencial con el objetivo de analizar el Angulo en función de la luz que pase hasta el foto detector.



1.- MEDIDAS ANGULARES  
1.4.- EL TEODOLITO ELECTRÓNICO



LIMBO  
CODIFICADO  
EN BINARIO

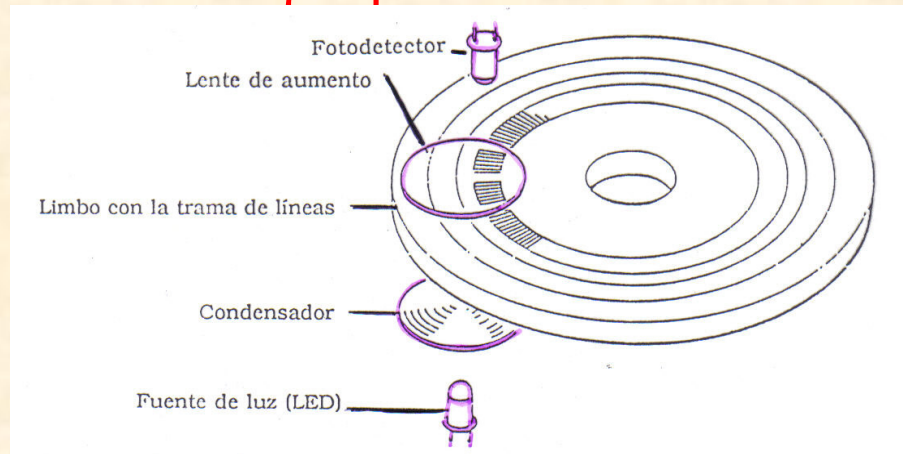


## FUNDAMENTO

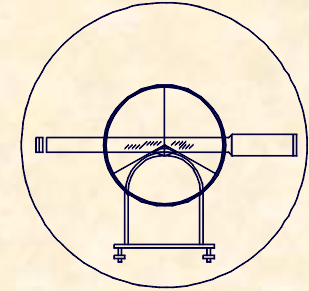
- El L.E.D. emite luz
- El condensador concentra la luz
- El limbo convenientemente tramificado permite un cierto paso de luz
- La lente aumenta la luz que pasa

## 1.- MEDIDAS ANGULARES

### 1.4.- EL TEODOLITO ELECTRÓNICO



- El fotodetector registra la cantidad de luz que pasa a través de limbo



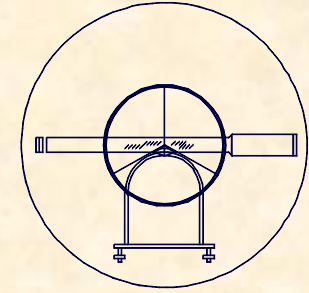
**1.- MEDIDAS ANGULARES**  
**1.4.- EL TEODOLITO ELECTRÓNICO**

**SISTEMAS DE EVALUACIÓN DE ÁNGULOS**

• **A.- Sistemas basados en la conversión Analógico-Digital.**

El método supone convertir una determinada lectura al código binario por medio de un codificador.

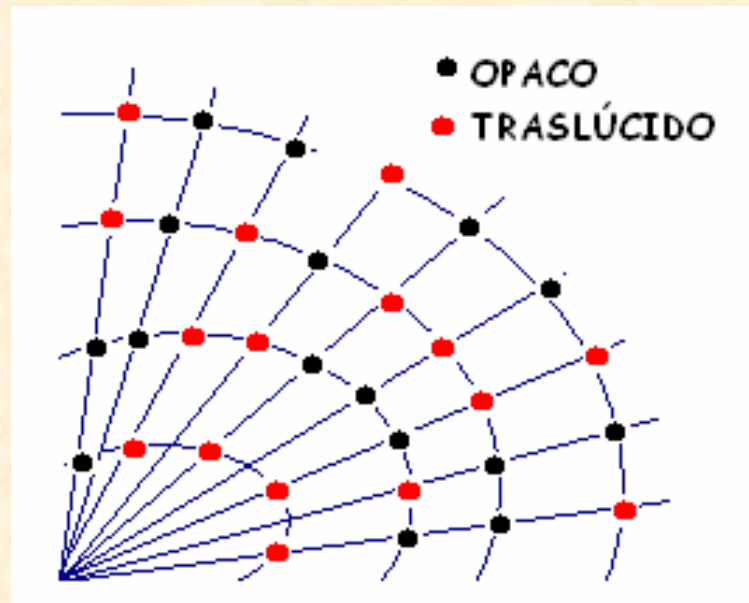
El círculo (limbo) es convenientemente codificado, este es leído por fotosensores otorgando posiciones de luz y oscuridad en paralelismo con los valores de los ángulos (sistema analógico), de esta forma se obtienen las diferentes lecturas angulares, obteniendo el ángulo como diferencia de lecturas.



**1.- MEDIDAS ANGULARES**  
**1.4.- EL TEODOLITO ELECTRÓNICO**

**SISTEMAS DE EVALUACIÓN DE ÁNGULOS**

- A.- Sistemas basados en la conversión Analógico-Digital.**

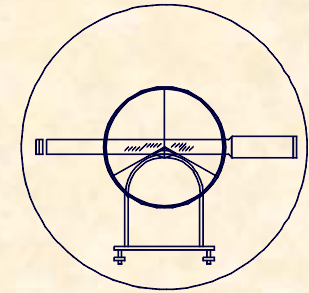




UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



## 1.- MEDIDAS ANGULARES

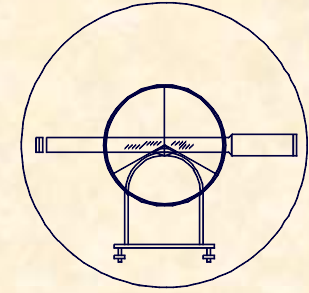
### 1.4.- EL TEODOLITO ELECTRÓNICO

## SISTEMAS DE EVALUACIÓN DE ÁNGULOS

- **B.- Sistemas basados en codificadores ópticos.**

El codificador giratorio incremental óptico está formado por una escala principal y una escala secundaria, junto con una sección sensora.

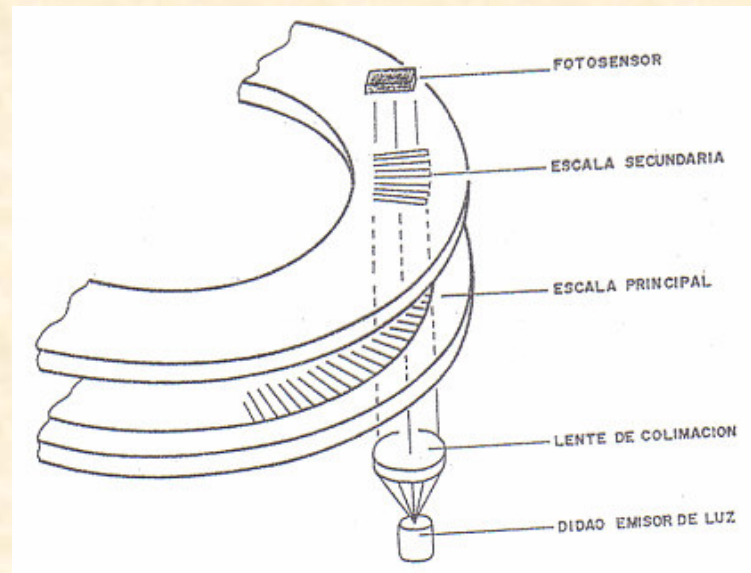
La variación de luz y sombra que se genera cuando la escala principal gira un paso, se transforma en señal sinusoidal susceptible de ser cuantificada y codificada.

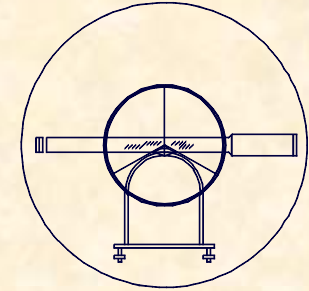


**1.- MEDIDAS ANGULARES**  
**1.4.- EL TEODOLITO ELECTRÓNICO**

**SISTEMAS DE EVALUACIÓN DE ÁNGULOS**

- B.- Sistemas basados en codificadores ópticos.**





1.- MEDIDAS ANGULARES  
1.4.- EL TEODOLITO ELECTRÓNICO

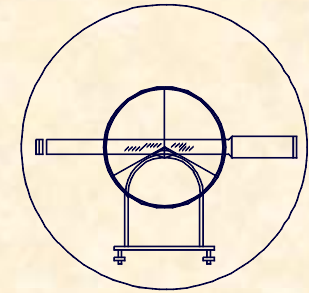
## SISTEMAS DE EVALUACIÓN DE ÁNGULOS

- **C.- Sistemas basados en la captación dinámica del ángulo.**

Estableciendo un origen se determina el número entero de divisiones y por medio de un comparador, se determina el desfase existente en la medición.

Un motor hace rotar el círculo a través de dos parejas de fotodiodos, los cuales se encuentran diametralmente opuestos, uno es fijo realizando el oficio de posicionador del origen de la evaluación angular, el otro es móvil y recorre todas las posiciones posibles, de forma solidaria con el anteojo.

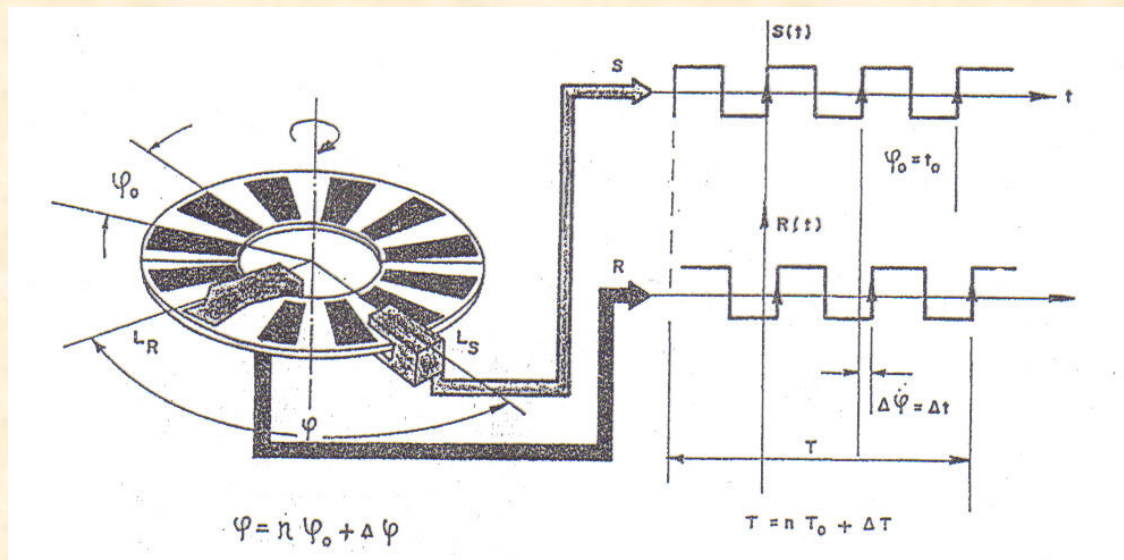




1.- MEDIDAS ANGULARES  
1.4.- EL TEODOLITO ELECTRÓNICO

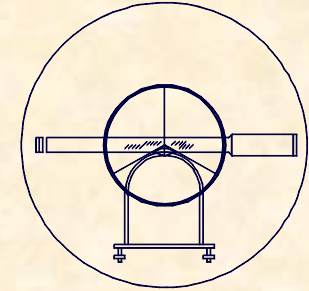
SISTEMAS DE EVALUACIÓN DE ÁNGULOS

- C.- Sistemas basados en la captación dinámica del ángulo.





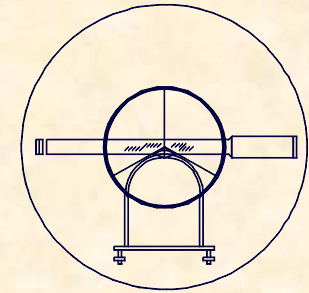
**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**  
**INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA**  
**E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA**



**1.- MEDIDAS ANGULARES**  
**1.4.- EL TEODOLITO ELECTRÓNICO**

**VENTAJAS DEL TEODOLITO ELECTRÓNICO**

- Mayor comodidad y sencillez de observación.
- Información susceptible de ser almacenada y tratada electrónicamente.
- Disponen de sensores que detectan y corrigen cualquier inclinación de eje principal del aparato.



**1.- MEDIDAS ANGULARES**  
**1.4.- EL TEODOLITO ELECTRÓNICO**

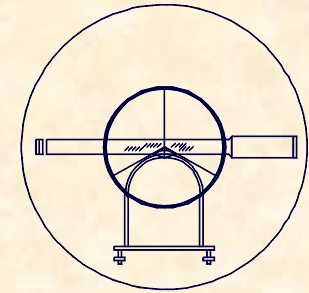




UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



## 1.- MEDIDAS ANGULARES

### 1.5.- ERRORES EN LAS MEDIDAS ANGULARES

## ERRORES SISTEMÁTICOS Y ACCIDENTALES

**ACCIDENTALES.-** Dependen de los sentidos del operador, de las condiciones ambientales, siendo variables en magnitud y sentido.

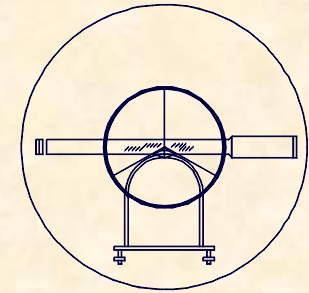
**SISTEMÁTICOS.-** Son los propios del aparato, actúan siempre con igual magnitud y sentido y se han enumerado como las condiciones que debe reunir un teodolito, de forma que si el teodolito esta bien estos errores se pueden corregir.



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



## 1.- MEDIDAS ANGULARES

### 1.5.- ERRORES EN LAS MEDIDAS ANGULARES

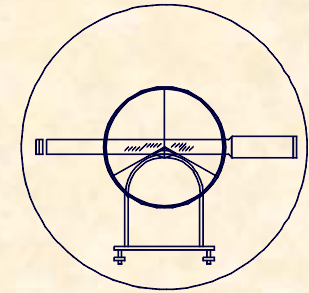
#### ERRORES ACCIDENTALES

Parece lógico pensar que si en TOPOGRAFÍA los ángulos usuales son los acimutales y cenitales, el estudio de los ERRORES se divide también en:

- ERRORES ACIMUTALES
- ERRORES CENITALES

Parece lógico también definir el TEODOLITO por las tres especificaciones técnicas que determinan el propio teodolito.

- SENSIBILIDAD "S"
- AUMENTOS "A"
- APRECIACIÓN "a"

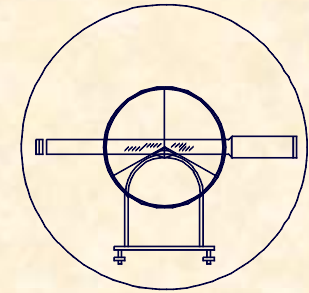


## 1.- MEDIDAS ANGULARES

### 1.5.- ERRORES EN LAS MEDIDAS ANGULARES

### ERRORES ACIMUTALES

ERROR VERTICAL	ERROR DE DIRECCIÓN	ERROR DE PUNTERÍA	ERROR DE LECTURA
$\epsilon_v = \frac{S}{12}$	$\epsilon_d = \frac{e_e + e_p}{D}$ $e_e + e_p = 0 - 5\text{cm}$ $\beta = 636620^{\text{cc}} / 206265''$	$\epsilon_p = \frac{K}{A} \left( 1 + \frac{4 \cdot A}{100} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^*$ $K = 10'' / 30^{\text{cc}}$	$\epsilon_l = \frac{2}{3} \cdot a \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^*$
ERROR TOTAL HORIZONTAL			
$\epsilon_T^H = \sqrt{\epsilon_v^2 + \epsilon_d^2 + \epsilon_p^2 + \epsilon_l^2}$			



1.- MEDIDAS ANGULARES  
1.5.- ERRORES EN LAS MEDIDAS ANGULARES

ERRORES CENITALES

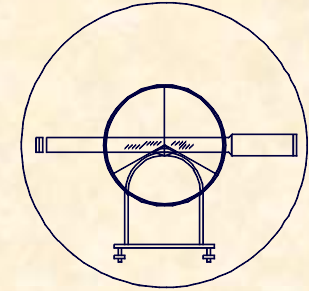
ERROR VERTICAL	ERROR DE PUNTERÍA	ERROR DE LECTURA
$\epsilon_v = \frac{S}{3}$	$\epsilon_p = \frac{K}{A} \left( 1 + \frac{4 \cdot A}{100} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^*$ $K = 50''/150^{cc}$	$\epsilon_l = \frac{2}{3} \cdot a \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^*$
ERROR TOTAL CENITAL		
$\epsilon_T^H = \sqrt{\epsilon_v^2 + \epsilon_p^2 + \epsilon_l^2}$		



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



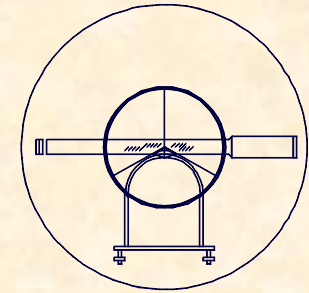
## EJERCICIO PRÁCTICO Número 16.-

A.- Para realizar una campaña de observaciones angulares se utiliza un teodolito WILD T-2 , que tiene las siguientes especificaciones técnicas :

Aumentos	30
Sensibilidad	20"
Apreciación	1"

Sabiendo que la distancia de observación es de 1.500 m. y que se observa en CD y CI, hallar el Error Total Acimutal y Cenital.





## ERROR TOTAL ACIMUTAL EJERCICIO PRÁCTICO Número 16.-

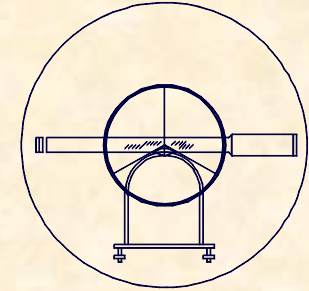
$$\varepsilon_v = \frac{S}{12} = \frac{20}{12} = 1,66''$$

$$\varepsilon_d = \frac{e_e + e_p}{D} \cdot \beta = \frac{0,025}{1500} 206265 = 3,43''$$

$$\varepsilon_p = \frac{K}{A} \left( 1 + \frac{4 \cdot A}{100} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^* = \frac{10}{30} \left( 1 + \frac{4 \cdot 30}{100} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 0,52''$$

$$\varepsilon_l = \frac{2}{3} \cdot a \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 0,47''$$

$$\varepsilon_T^H = \sqrt{1,66^2 + 3,43^2 + 0,52^2 + 0,47^2} = 3,88'' \approx 4''$$



EJERCICIO PRÁCTICO Número 16.-

**ERROR TOTAL CENITAL**

$$\varepsilon_v = \frac{S}{3} = \frac{20}{3} = 6,66''$$

$$\varepsilon_p = \frac{K}{A} \left( 1 + \frac{4 \cdot A}{100} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{50}{30} \left( 1 + \frac{4 \cdot 30}{100} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 2,59''$$

$$\varepsilon_l = \frac{2}{3} \cdot a \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,47''$$

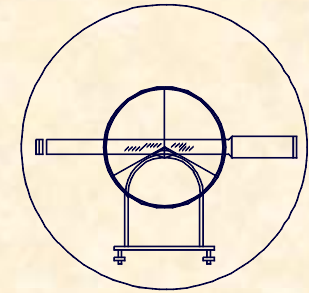
$$\varepsilon_T^C = \sqrt{6,66^2 + 2,59^2 + 0,47^2} = 7,17'' \approx 8''$$



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



## EJERCICIO PRÁCTICO Número 16.-

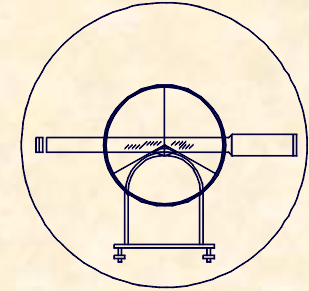
**B.-** Se hacen lecturas angulares a un vértice topográfico con un teodolito que tiene las siguientes especificaciones técnicas:

Sensibilidad	30"
Aumentos	35
Apreciación	3"

Sabiendo que el vértice presenta una puntería muy bien definida, determinar el error angular cenital al determinar la lectura.

Evaluar la distancia a la que tiene que estar el vértice de la estación para que el error acimutal fuese idéntico al error cenital.

NOTA: Las lecturas acimutales y cenitales se realizan en círculo directo e inverso. Con el fin de uniformizar resultados considerar  $E_e + E_p = 2 \text{ cm}$ .



**EJERCICIO PRÁCTICO Número 16.-**

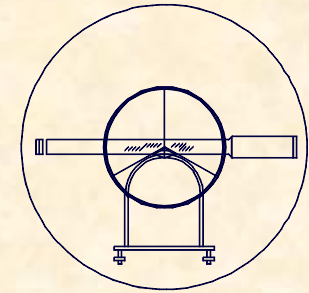
**ERROR TOTAL CENITAL**

$$\varepsilon_v = \frac{30}{3} = 10''$$

$$\varepsilon_p = \frac{50}{35} \left( 1 + \frac{4 \cdot 35}{100} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 2,82''$$

$$\varepsilon_l = \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 1,41''$$

$$\varepsilon_T^C = \sqrt{10^2 + 2,82^2 + 1,41^2} = 10,48'' \approx 10,5''$$



## EJERCICIO PRÁCTICO Número 16.-

### DISTANCIA PARA QUE LOS ERRORES SEAN IGUALES

$$\varepsilon_v = 10,5''$$

$$\varepsilon_d = ?$$

$$\varepsilon_p = \frac{10}{35} \left( 1 + \frac{4 \cdot 35}{100} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 0,48''$$

$$\varepsilon_l = \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 1,41''$$

$$10,5^2 = 2,5^2 + \varepsilon_d^2 + 0,48^2 + 1,41^2$$

$$\varepsilon_d = 10,08''$$

$$10,08 = \frac{0,02}{D} \cdot 206265$$

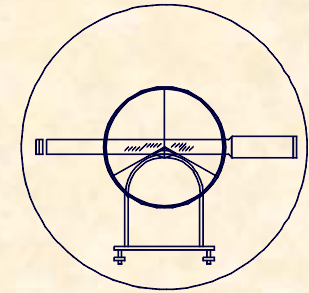
$$D = 408,90m$$



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



### EJERCICIO PRÁCTICO Número 16.-

C.- Definidos dos teodolitos A y B por sus datos técnicos :

TEODOLITO "A"

Sensibilidad 40<sup>cc</sup>

Aumentos 30

Apreciación 10<sup>cc</sup>

TEODOLITO "B"

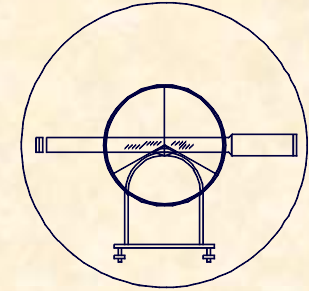
Sensibilidad 20"

Aumentos 32

Apreciación 6"

Determinar cual de los dos teodolitos produce menos error acimutal y cenital para observaciones realizadas en círculo directo e inverso, sabiendo que las distancias a observar son de 1.500 m.

NOTA: Con el objetivo de uniformizar los resultados considerar  $E_e + E_p = 1\text{cm}$ .



**EJERCICIO PRÁCTICO Número 16.-**

**ERROR TOTAL ACIMUTAL TEODOLITO A**

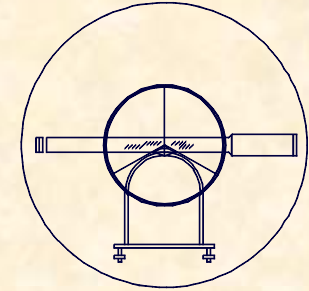
$$\varepsilon_v = \frac{40}{12} = 3,33^{cc}$$

$$\varepsilon_d = \frac{0,01}{1500} 636620 = 4,24^{cc}$$

$$\varepsilon_p = \frac{30}{30} \left( 1 + \frac{4 \cdot 30}{100} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 1,55^{cc}$$

$$\varepsilon_l = \frac{2}{3} \cdot 10 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 4,71^{cc}$$

$$\varepsilon_T^H = \sqrt{3,3^2 + 4,2^2 + 1,5^2 + 4,7^2} = 7,33^{cc}$$



**EJERCICIO PRÁCTICO Número 16.-**

**ERROR TOTAL CENITAL TEODOLITO A**

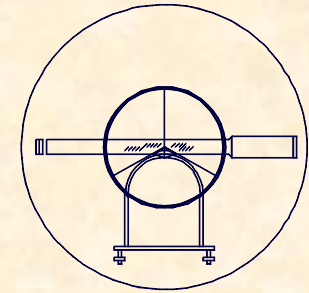
$$\varepsilon_v = \frac{40}{3} = 13,3^{CC}$$

$$\varepsilon_p = \frac{150}{30} \left( 1 + \frac{4 \cdot 30}{100} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 7,77^{CC}$$

$$\varepsilon_l = \frac{2}{3} \cdot 10 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 4,71^{CC}$$

$$\varepsilon_T^C = \sqrt{13,3^2 + 7,7^2 + 4,7^2} = 15,43^{CC}$$





**EJERCICIO PRÁCTICO Número 16.-**

**ERROR TOTAL ACIMUTAL TEODOLITO B**

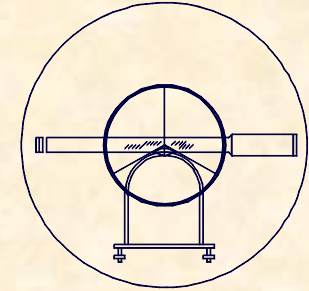
$$\varepsilon_v = \frac{20}{12} = 1,66''$$

$$\varepsilon_d = \frac{0,01}{1500} 206265 = 1,37''$$

$$\varepsilon_p = \frac{10}{32} \left( 1 + \frac{4 \cdot 32}{100} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 0,50''$$

$$\varepsilon_l = \frac{2}{3} \cdot 6 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 2,82''$$

$$\varepsilon_T^H = \sqrt{1,6^2 + 1,3^2 + 0,5^2 + 2,8^2} = 3,59''$$



EJERCICIO PRÁCTICO Número 16.-

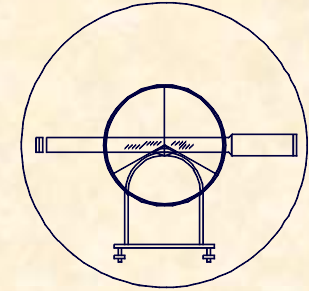
**ERROR TOTAL CENITAL TEODOLITO B**

$$\varepsilon_v = \frac{20}{3} = 6,66''$$

$$\varepsilon_p = \frac{50}{32} \left( 1 + \frac{4 \cdot 32}{100} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 2,52''$$

$$\varepsilon_l = \frac{2}{3} \cdot 6 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 2,82''$$

$$\varepsilon_T^C = \sqrt{6,6^2 + 2,5^2 + 2,8^2} = 7,66''$$



EJERCICIO PRÁCTICO Número 16.-

**CONTRASTE DE RESULTADOS**

$$4.000.000^{CC} \rightarrow 1.296.000''$$

$$3,086^{CC} \rightarrow 1''$$

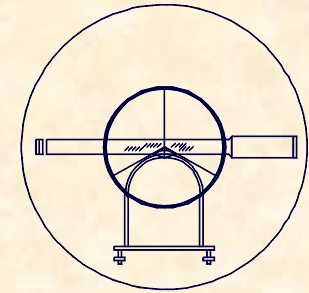
	<b>ERROR ACIMUTAL</b>	<b>ERROR CENITAL</b>
TEODOLITO A	7,33 <sup>CC</sup>	15,43 <sup>CC</sup>
TEODOLITO B	11,08 <sup>CC</sup>	23,63 <sup>CC</sup>



**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**

**INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA**

**E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA**



## **2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS**

### **2.1.- MEDIDA DIRECTA DE DISTANCIAS**

#### **DEFINICIÓN**

La medición directa de distancias, supone realizar la medición mediante la comparación de la distancia a medir, con otra que se utiliza como patrón

#### **TIPOS DE INSTRUMENTOS**

**CINTAS MÉTRICAS**

**REGLAS INVAR**

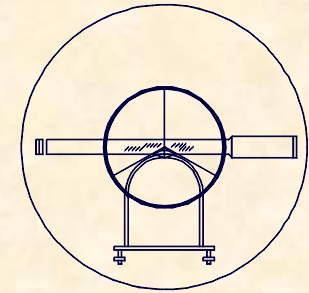
**HILOS INVAR**



**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**

**INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA**

**E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA**



## **2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS**

### **2.1.- MEDIDA DIRECTA DE DISTANCIAS CINTAS MÉTRICAS**

## **PECULIARIDADES DE LAS CINTAS**

### **CINTAS NORMALES**

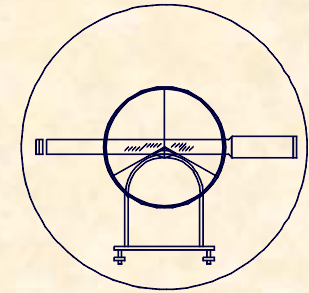
- Suelen ser de tela, plástico, etc.
- Sirven para evaluar distancias de forma rápida pero poco precisa.
- El envejecimiento del material y sus deformaciones son tan importantes que su campo de actuación es muy restringido.
- Su empleo es muy sencillo, se coloca directamente sobre la distancia a medir.



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



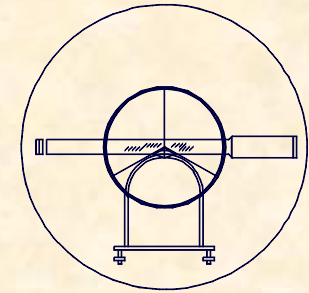
## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.1.- MEDIDA DIRECTA DE DISTANCIAS CINTAS MÉTRICAS

## PECULIARIDADES DE LAS CINTAS

### CINTAS METÁLICAS

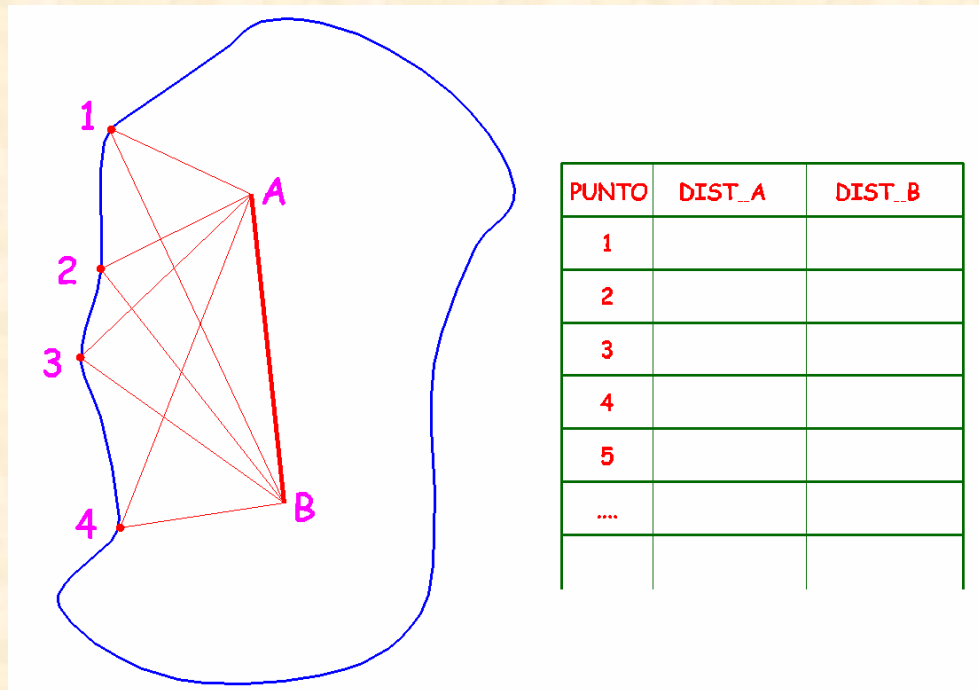
- Están formadas por una laminilla metálica de dimensiones variables.
- Tienen una precisión muy superior a las cintas métricas normales, con un error relativo próximo a  $1/2000$ .
- El modo de empleo es igual que el de las cintas normales.
- Utilizando las correcciones recomendadas, las precisión aumenta mucho, siendo los principales parámetros de corrección:
  - Longitud de la cinta
  - Peso por unidad lineal
  - coeficiente de dilatación
  - Modulo de elasticidad

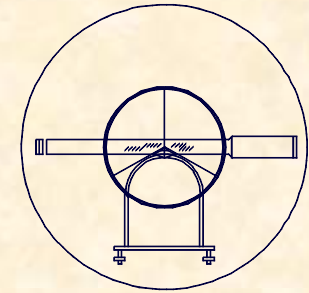


## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.1.- MEDIDA DIRECTA DE DISTANCIAS CINTAS MÉTRICAS

## FUNDAMENTO DE LA MEDICIÓN





**2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS**  
**2.1.- MEDIDA DIRECTA DE DISTANCIAS**  
**CINTAS MÉTRICAS**



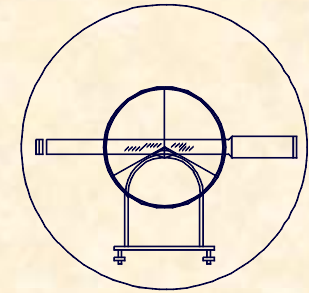




UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA

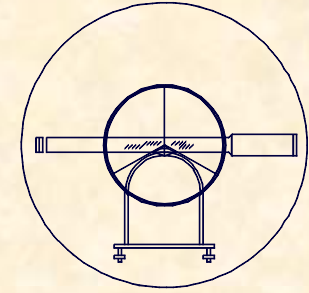


## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.1.- MEDIDA DIRECTA DE DISTANCIAS REGLAS

#### PECULIARIDADES DE LAS REGLAS

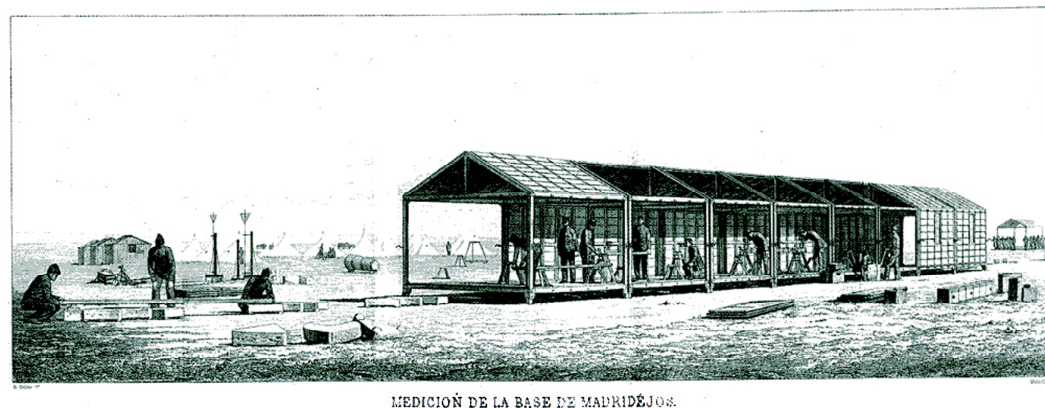
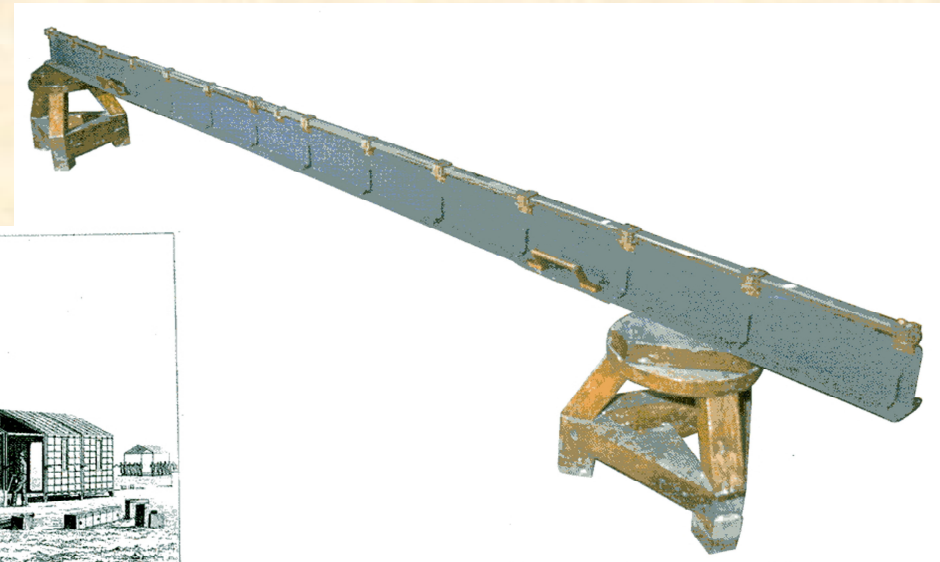
- Se utiliza un trabajos de mayor precisión.
- El equipo se compone de dos reglas que se colocan alineados y niveladas sobre unos soportes adecuados, midiendo siempre la distancia de la regla.
- Trabajando de forma normal se pueden obtener errores relativos próximos a 1/10.000.
- El caso más conocido es el de IBAÑEZ DE IBERO que empleo dos reglas bimetálicas de 4m y evaluó la base MADRIDEJOS para determinar el triangulo inicial de la RED GEODESICA NACIONAL en la que se midieron 14.657m. Con un error de 3mm.



2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS  
2.1.- MEDIDA DIRECTA DE DISTANCIAS  
REGLAS

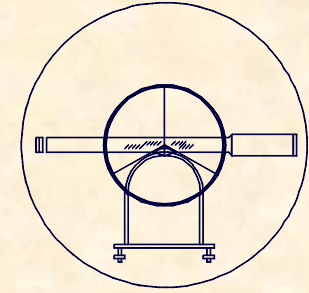
MEDICIÓN DE LA BASE DE MADRIDEJOS

REGLA GEODÉSICA  
BRÜNNER, PARIS, AÑO 1854

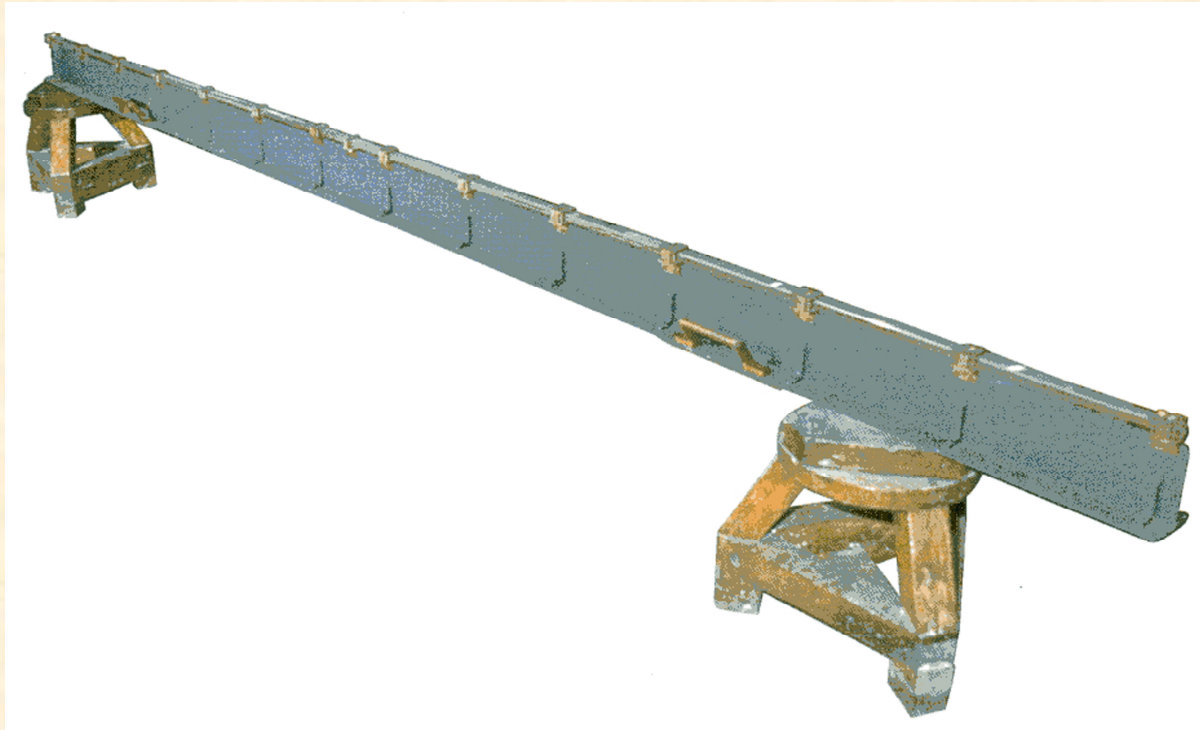


MEDICIÓN DE LA BASE DE MADRIDEJOS.

La regla, los trípodes y cobertizos se desplazaron 3655 veces



**2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS**  
**2.1.- MEDIDA DIRECTA DE DISTANCIAS**  
**REGLAS**

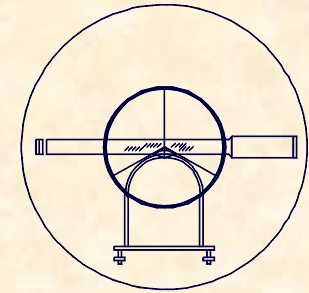




UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.1.- MEDIDA DIRECTA DE DISTANCIAS

#### HILOS INVAR

### PECULIARIDADES DE LAS HILOS INVAR

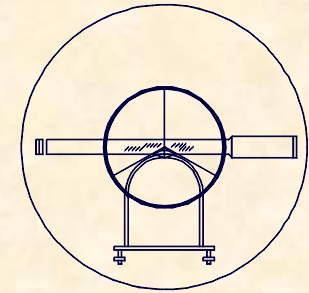
- Las reglas bimetálicas tienen el gran inconveniente de la limitación de su longitud y dificultad de manejo por su peso excesivo por lo que fueron sustituidas por los hilos invar.
- El INVAR es una aleación (63% de Fe y 36% de Ni) fácilmente maleable y dúctil, con coeficiente de dilatación muy próximo a cero, cuya densidad es 8 g/cm<sup>3</sup>.
- El equipo es manejado por dos operadores uno en cada extremo del hilo. En la medición se usan dos clases de trípodes, uno con una polea para estirar el hilo mediante una pesa de 10kg. y otro con un microscopio que permita leer la distancia.
- El error relativo medio de este sistema de evaluar longitudes es del orden de 1/25000 a 1/50000.



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



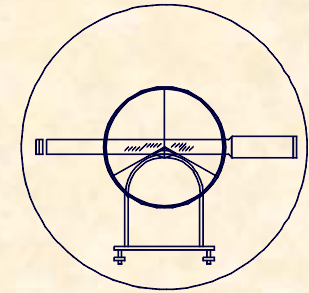
## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.1.- MEDIDA DIRECTA DE DISTANCIAS HILOS INVAR

## CORRECCIONES EN LOS HILOS INVAR

En las mediciones con Hilos Invar hay que tener en cuenta una serie de correcciones que hacen disminuir el error.

- A.- CORRECCIÓN POR ALINEACIÓN
- B.- CORRECCIÓN POR INCLINACIÓN
- C.- CORRECCIÓN POR CATENARIA
- D.- CORRECCIÓN POR ELASTICIDAD
- E.- CORRECCIÓN POR DILATACIÓN



## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

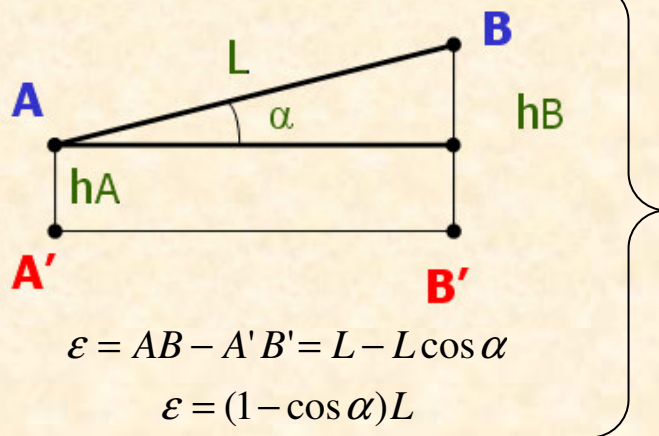
### 2.1.- MEDIDA DIRECTA DE DISTANCIAS

#### HILOS INVAR

### A.- CORRECCIÓN POR ALINEACIÓN

Puede ser voluntaria o no dependiendo de si la separación de la línea recta es voluntaria o involuntaria.

Se puede hallar la distancia de separación máxima permitida para que esta definida por el valor  $AB-A'B'$  que expresa el valor de longitud.

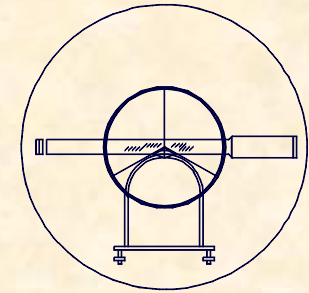


$$1 - \cos \alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^4}{4!} + \dots = \frac{\alpha^2}{2}$$

$$\text{sen } \alpha = \frac{h_B - h_A}{L}$$

$$\text{sen } \alpha \cong \alpha$$

$$\varepsilon = L \left( \frac{h_B - h_A}{L} \right)^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{(h_B - h_A)^2}{2L}$$



## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

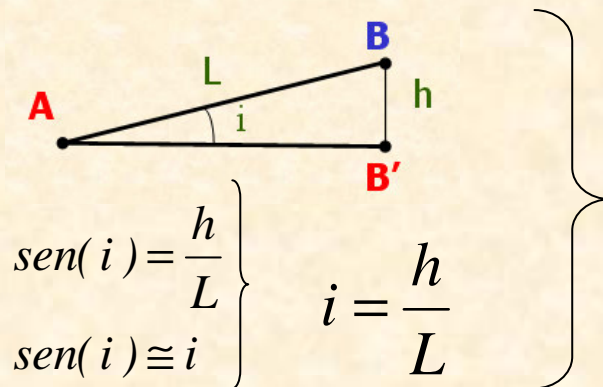
### 2.1.- MEDIDA DIRECTA DE DISTANCIAS

#### HILOS INVAR

### B.- CORRECCIÓN POR INCLINACIÓN

Al igual que se ha tratado la corrección por alineación se trata la corrección por inclinación con la diferencia de que se trabaja en el plano vertical.

La relación permite controlar el error absoluto en la distancia en función de la falta de nivelación



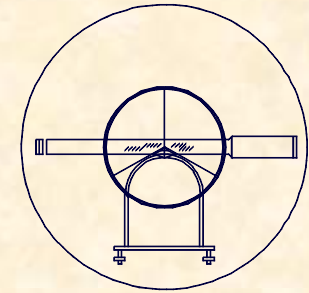
$$\varepsilon = AB - AB' = L - L \cdot \cos(i)$$

$$\varepsilon = L(1 - \cos(i))$$

$$1 - \cos(i) = 1 - \frac{i^2}{2!} + \frac{i^4}{4!} + \dots = \frac{i^2}{2}$$

$$\varepsilon = L \cdot \frac{i^2}{2} = \frac{L}{2} \left( \frac{h}{L} \right)^2 = \frac{h^2}{2L}$$

$$\varepsilon = \frac{h^2}{2L}$$



## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.1.- MEDIDA DIRECTA DE DISTANCIAS

#### HILOS INVAR

### C.- CORRECCIÓN POR CATENARIA

Todo cable suspendido de dos puntos sufre un curvamiento y por lo tanto hace falta corregir la medición con un acortamiento.

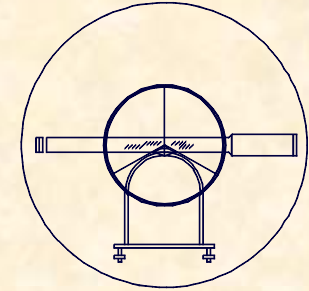
$$L - \lambda = \frac{l}{24} \cdot \frac{P^2 \lambda^3}{T_0^2} \left\{ \begin{array}{l} L = \text{Longitud} \\ P = \text{Peso del cable} \\ T_0 = \text{Tensión a la que está sometido el cable} \end{array} \right.$$

### D.- CORRECCIÓN POR ELASTICIDAD

Por las características elásticas del material y dado que el hilo está sometido a una tracción el conjunto experimenta un alargamiento:

$$\text{Alargamiento} = \frac{T \cdot L}{E \cdot S} \left\{ \begin{array}{ll} T = \text{Tensión} & L = \text{longitud inicial} \\ S = \text{Sección} & E = \text{Módulo de elasticidad} \end{array} \right.$$





## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

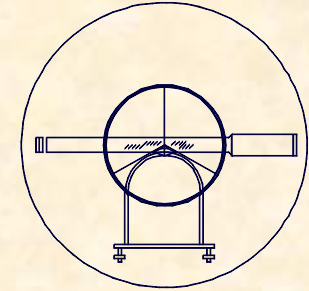
### 2.1.- MEDIDA DIRECTA DE DISTANCIAS HILOS INVAR

#### E.- CORRECCIÓN POR DILATACIÓN

Es el alargamiento que sufre el hilo de longitud la de la medición al aumentar o disminuir la temperatura.

$$\alpha \cdot L_0 (t - t_0) = L_t - L_0$$

Lo = Longitud inicial  
Lt = Longitud final  
To = Temperatura inicial  
T = Temperatura final  
 $\alpha$  = Coeficiente de dilatacion

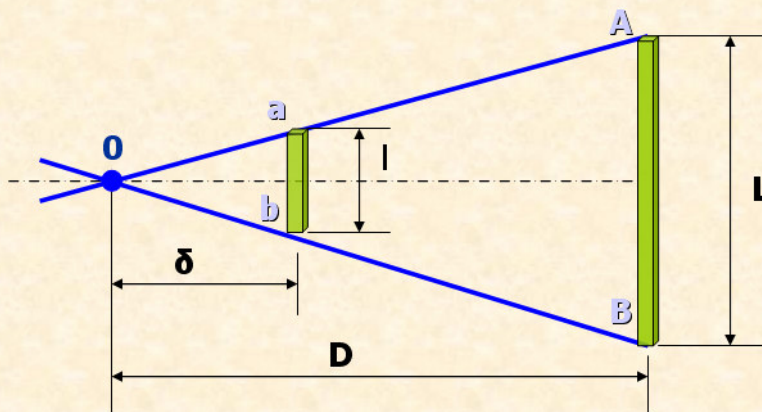


## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

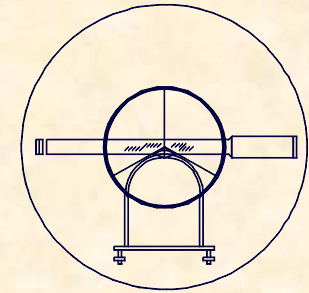
### 2.2.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS POR MEDIOS ESTADIMETRICOS

#### FUNDAMENTO DE LA ESTADIA

Se basa en la proporcionalidad existente entre la longitud interceptada por la visual en los trazos del anteojo, con su correspondiente referencia exterior



$$\frac{\delta}{l} = \frac{D}{L} \Rightarrow D = \frac{\delta}{l} \cdot L$$



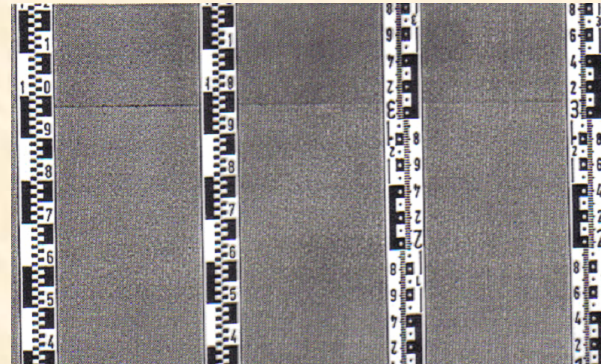
## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.2.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS POR MEDIOS ESTADIMÉTRICOS

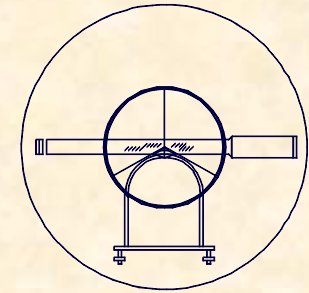
#### FUNDAMENTO DE LA ESTADIA

Los valores  $\delta$  y  $l$  son constantes   $K = \frac{\delta}{l} = \text{Constante}_{\text{Diastimométrica}}$

Los valores  $L$  se interceptan en la Estadia Vertical:



Suele valer  $K = 100$ , lo que significa que 1cm de mira interceptada por los hilos, equivale a 1m de distancia en el terreno, con diversas particularidades.



## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.2.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS POR MEDIOS ESTADIMETRICOS

#### FUNDAMENTO DE LA ESTADIA

Estadímetro de primera categoría;  $\delta$  y  $l = cte$

$$D = K \cdot L$$

Estadímetro de segunda categoría;  $\delta$  y  $L = cte$

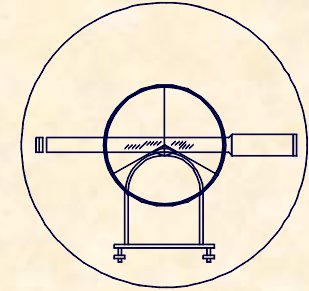
$$D = \frac{K_1}{l}$$

Estadímetro de tercera categoría;  $l$  y  $L = cte$

$$D = K_2 \cdot \delta$$

$K =$  constante  
diastimométrica

$K \Rightarrow 50/100/200$



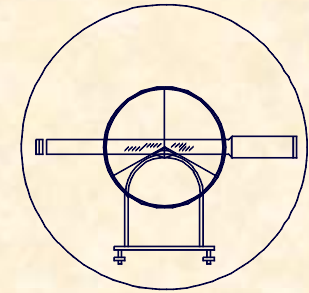
## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.2.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS POR MEDIOS ESTADIMÉTRICOS

#### EL TAQUÍMETRO

### PECULIARIDADES DEL TAQUÍMETRO

- El taquímetro necesita menor precisión en la medida de ángulos horizontales y verticales.
- El taquímetro permite evaluar distancias por métodos estadimétricos.
- El taquímetro suele ser repetidor en vez de reiterador, como el teodolito.
- El taquímetro permite captar la información completa para captar un punto.



## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.2.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS POR MEDIOS ESTADIMETRICOS EL TAQUÍMETRO

#### FUNDAMENTO DEL TAQUÍMETRO

- La relación establecida, corresponde al caso ideal de perpendicularidad entre el eje del aparato y la estadia vertical.

FIGURA Nº 33.- RETICULO DE UN TAQUIMETRO

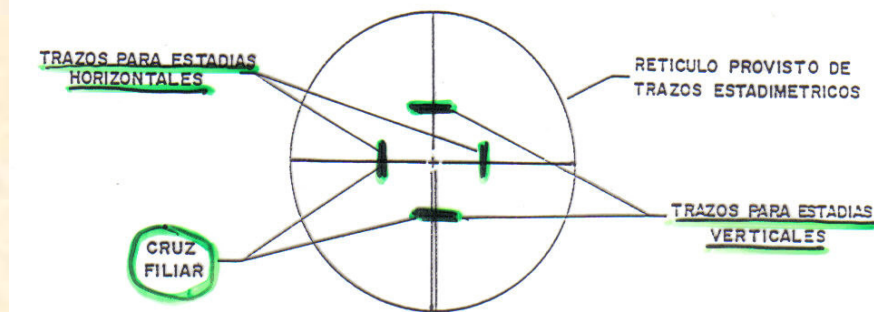
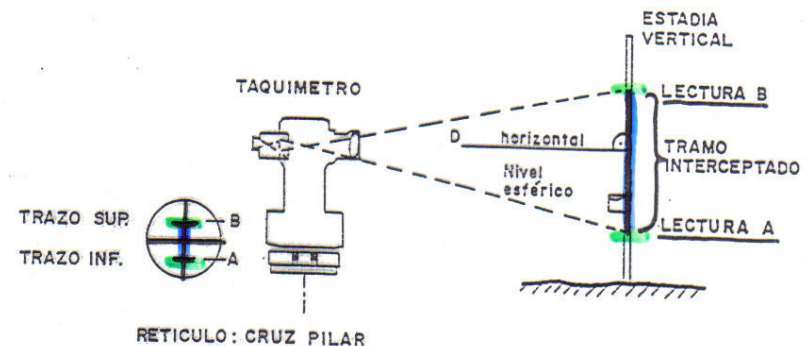
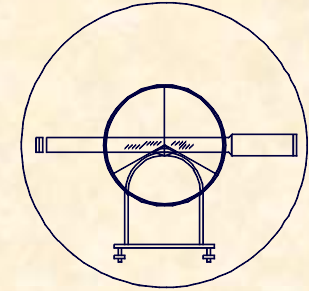


FIGURA Nº36.- CONDICION DE PROPORCIONALIDAD



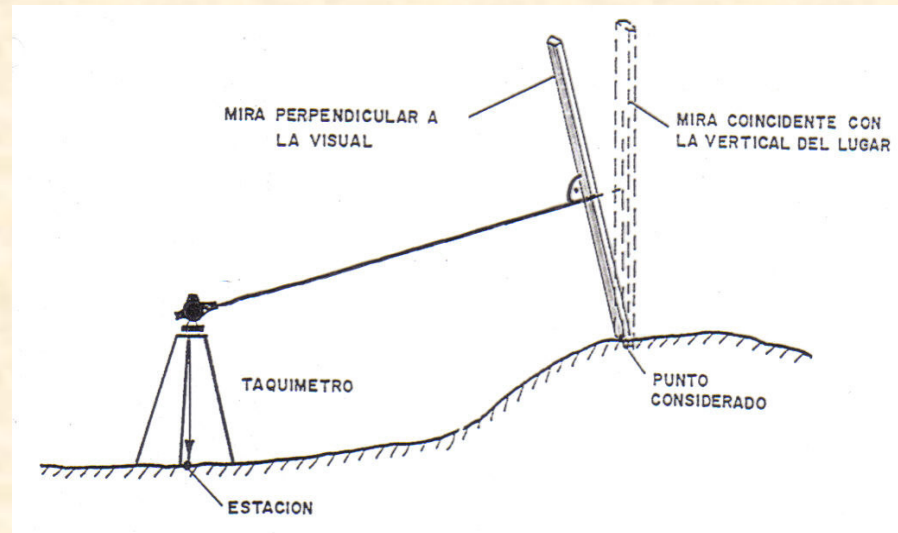


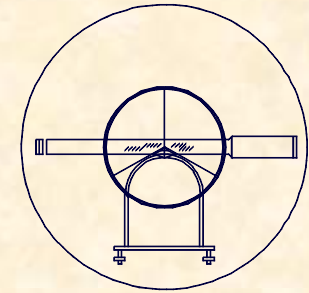
## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.2.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS POR MEDIOS ESTADIMETRICOS EL TAQUÍMETRO

#### FUNDAMENTO DEL TAQUÍMETRO

- Para mantener la correspondencia en cualquier caso, sería preciso obligar a la perpendicular entre la visual desde el aparato y la estadia vertical.





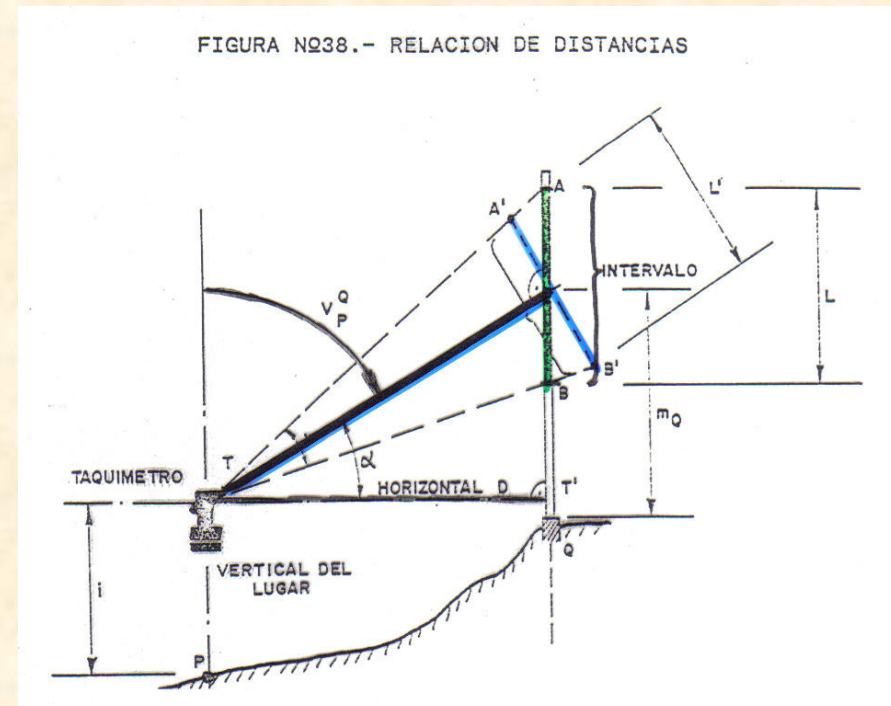
## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.2.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS POR MEDIOS ESTADIMÉTRICOS

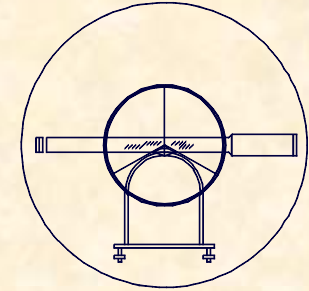
### FUNDAMENTO DEL TAQUÍMETRO

### EL TAQUÍMETRO

La falta de perpendicularidad entre la visual y la estadia, hace que el intervalo  $AB$  interceptado en la mira por los hilos estadimétricos, sea diferente al que se debiera interceptar realmente  $A'B'$ .







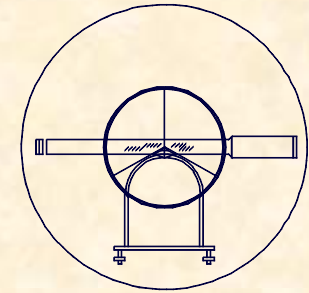
## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.2.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS POR MEDIOS ESTADIMÉTRICOS EL TAQUÍMETRO

#### FUNDAMENTO DEL TAQUÍMETRO

Al valor realmente interceptado se le denomina **NÚMERO GENERADOR**, que puede ser expresado en unidades de mira o bien en distancia sobre el terreno, aplicando la constante diastimométrica, pero sin representación real. El verdadero valor interceptado en la mira es  $A'B'$  y sirve para evaluar la distancia geométrica  $TR$ .

$$D_g \Big|_P^Q = (a - b) \cdot K \cdot \text{sen} V$$

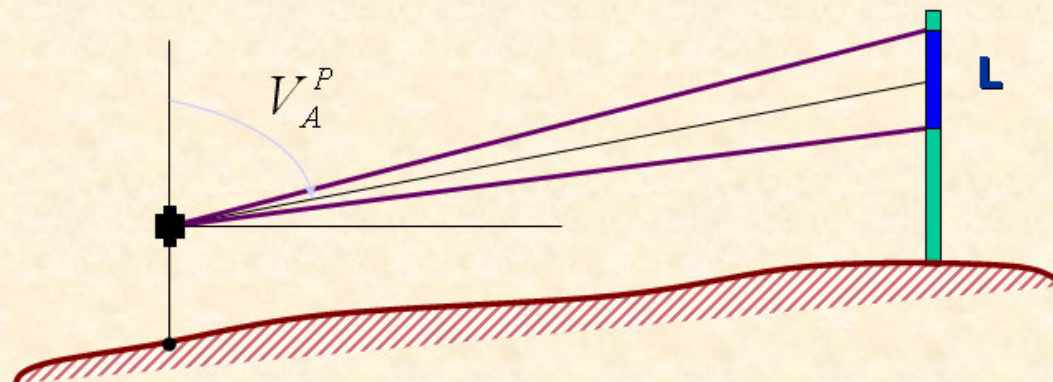


## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.2.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS POR MEDIOS ESTADIMÉTRICOS

### RELACIONES TAQUIMÉTRICAS

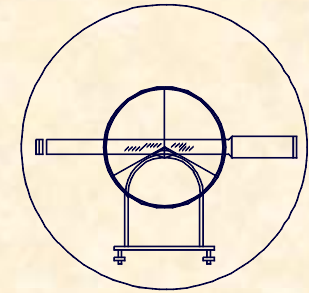
### EL TAQUÍMETRO



$$D_g \Big|_A^P = L \cdot K \cdot \text{sen} V_A^P = N^\circ \text{ Gen.} \cdot \text{sen} V_A^P$$

$$K \cdot L = N^\circ \text{ Generador}; K \cong 50 / 100 / 200$$

- K = Ct.e diastimométrica
- L = Diferencia de lecturas de la mira
- V = Ángulo cenital de A a P

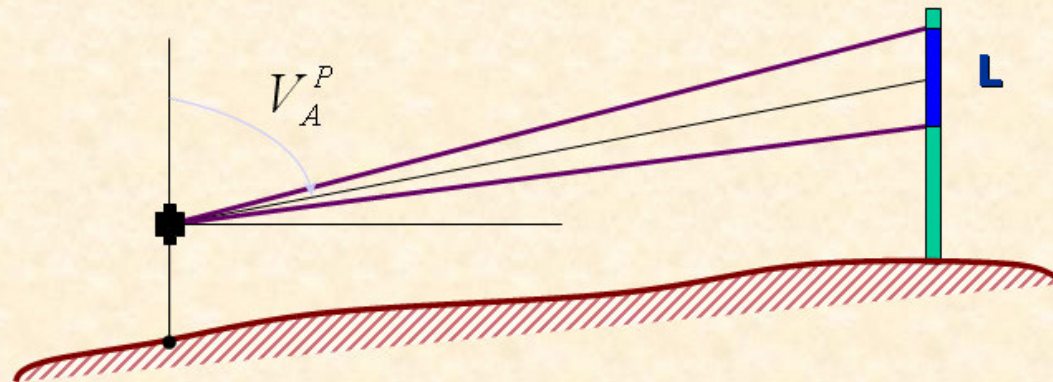


## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.2.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS POR MEDIOS ESTADIMÉTRICOS

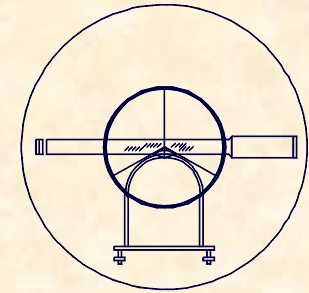
#### EL TAQUÍMETRO

## RELACIONES TAQUIMÉTRICAS



$$D_A^P = L \cdot K \cdot \operatorname{sen} V_A^P \cdot \operatorname{sen} V_A^P = N^\circ \operatorname{Gen.} \cdot \operatorname{sen}^2 V_A^P$$

$$K \cdot L = N^\circ \operatorname{Generador}$$



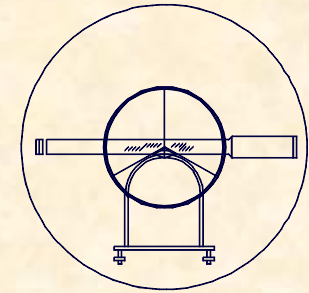
## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.2.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS POR MEDIOS ESTADIMETRICOS

### EL TAQUÍMETRO

## OBSERVABLES TAQUIMÉTRICOS

Claves			ALTURA APARATO			PUNTOS						DISTANCIA				ANGULO H				ANGULO V				ALTURA DE MIRA					
			M.	Cm.		Estaciones			Visados			Metros		Cm.		Grados		Min.		Grados		Min.		M.	Cm.				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
				I			II		III		IV					V						VI						VII	

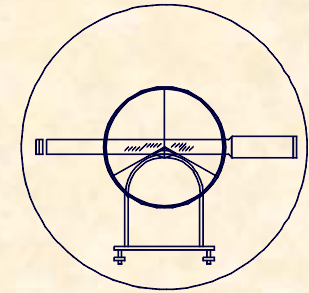


## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.2.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS POR MEDIOS ESTADIMÉTRICOS EL TAQUÍMETRO

#### OBSERVABLES TAQUIMÉTRICOS

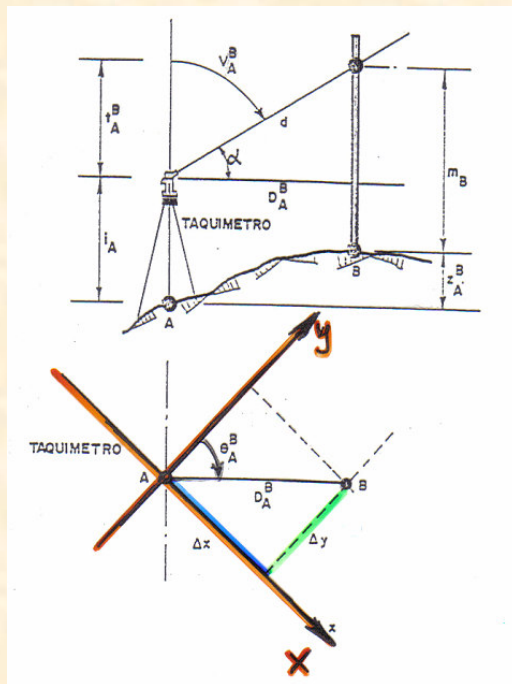
- **Altura del aparato;** es la altura desde el punto de cota conocida, hasta el eje secundario, se mide con un metro de bolsillo.
- **Estación;** nombre del punto donde se estaciona el aparato.
- **Punto visado;** nombre del punto a visar
- **Distancia;** con taquímetro se anota el Número *Generador*.
- **Ángulo horizontal;** es el ángulo horizontal del punto visado con respecto a un origen con significación geográfica.
- **Ángulo vertical;** es el ángulo cenital entre el punto estación y el punto visado con la cruz filar.
- **Altura de mira;** es la altura a la cual marca el centro de la cruz filar sobre la estadía vertical o mira.



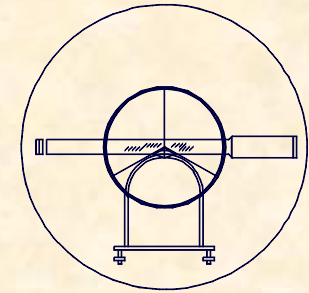
## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.2.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS POR MEDIOS ESTADIMÉTRICOS EL TAQUÍMETRO

### EMPLEO DE COORDENADAS



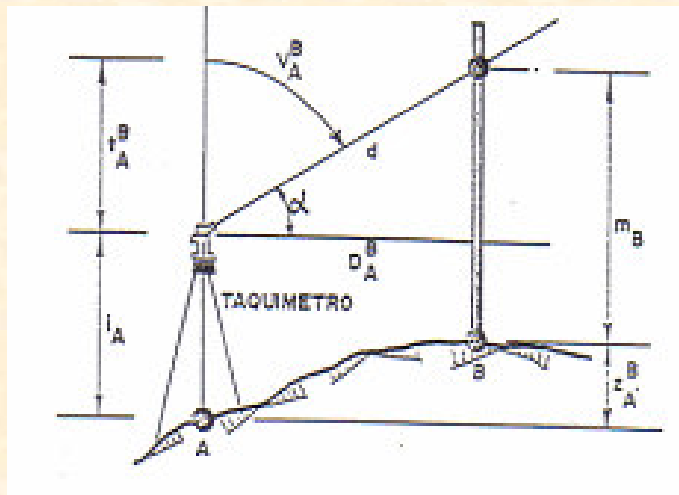
- El taquímetro es el aparato topográfico que permite, con los datos tomados en campo, desde un punto de coordenadas conocidas  $(X_A, Y_A, Z_A)$ , obtener coordenadas del punto observado B  $(X_B, Y_B, Z_B)$ .



## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.2.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS POR MEDIOS ESTADIMÉTRICOS EL TAQUÍMETRO

### EMPLEO DE COORDENADAS



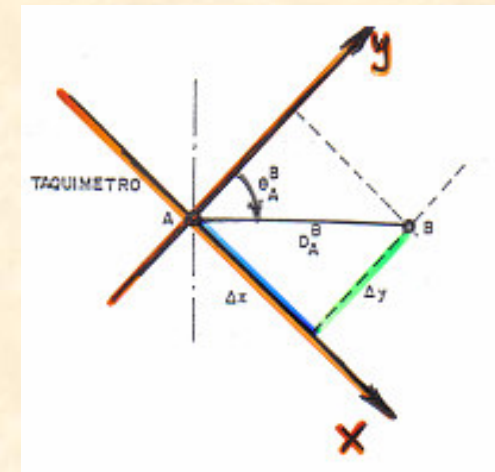
$$Dg|_A^P = N^{\circ} Gen \cdot \text{Sen} V_A^P$$

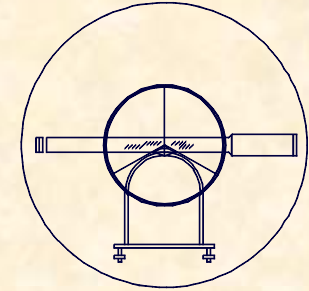
$$D_A^P = Dg|_A^P \cdot \text{Sen} V_A^P$$

$$X_P = X_A + D_A^P \cdot \text{Sen} \theta_A^P$$

$$Y_P = Y_A + D_A^P \cdot \text{Cos} \theta_A^P$$

$$Z_P = Z_A + \frac{D_A^P}{\text{tag} V_A^B} + i_A - m_P$$

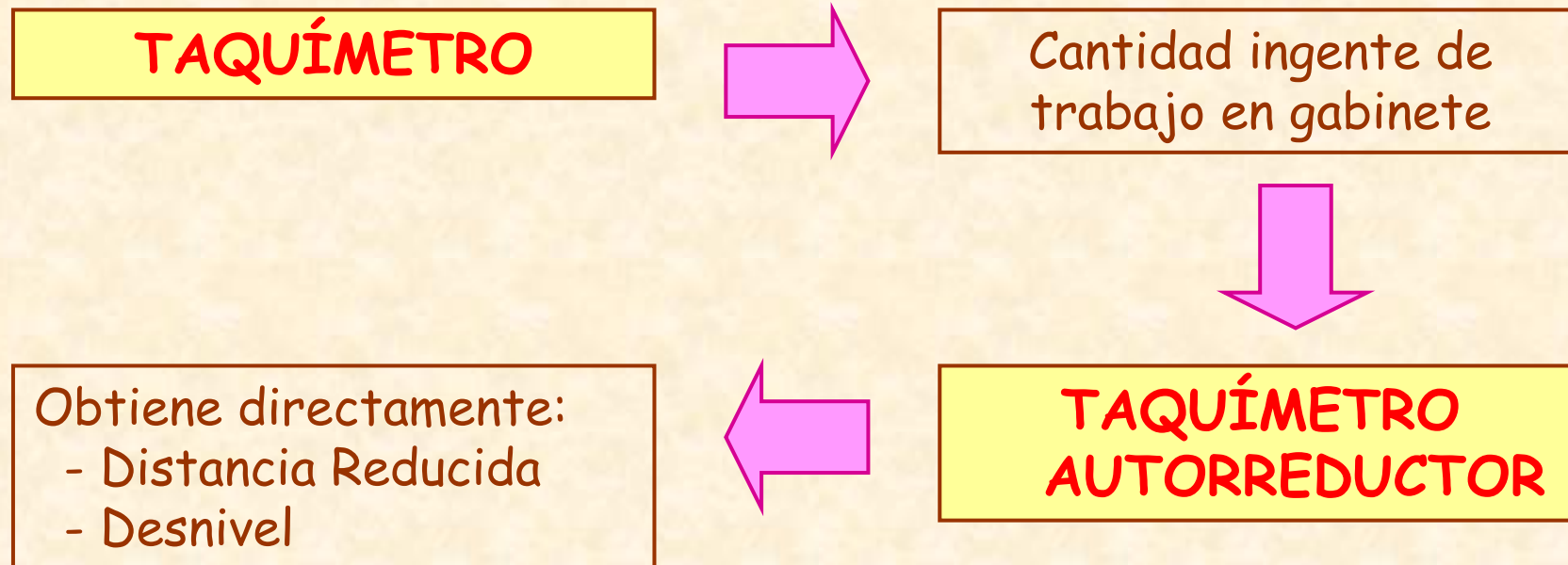




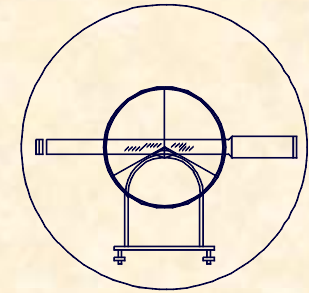
## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.2.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS POR MEDIOS ESTADIMETRICOS EL TAQUÍMETRO AUTORREDUCTOR

## GENERALIDADES DEL TAQUÍMETRO AUTORREDUCTOR





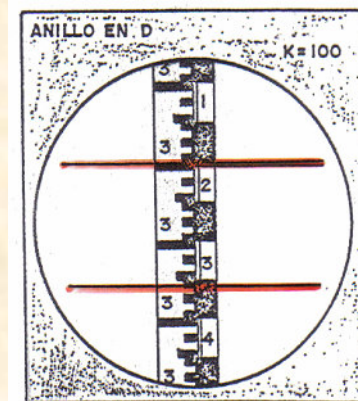


## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

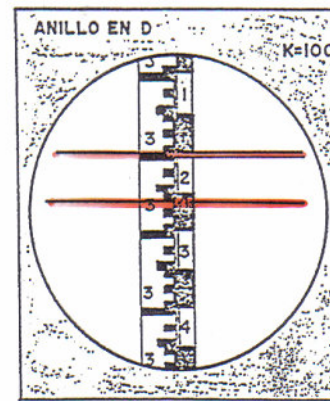
### 2.2.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS POR MEDIOS ESTADIMÉTRICOS EL TAQUÍMETRO AUTORREDUCTOR

## FUNDAMENTO DEL TAQUÍMETRO AUTORREDUCTOR

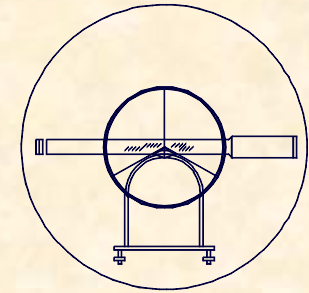
El fundamento de este tipo de taquímetros se basa directamente en la variación posicional de los hilos estadimétricos:



a) CALCULO DIRECTO DE LA  
DISTANCIA REDUCIDA : 15.7 m.



b) CALCULO DIRECTO DEL  
DESIVEL : 6.3 m.

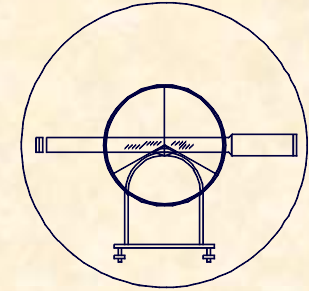


EJERCICIO PRÁCTICO Número 17.-

Determinar las coordenadas  $X$  ,  $Y$  ,  $Z$  de los puntos 1 y 2 sabiendo que los datos de campo, han sido tomados con un Taquímetro desde una estación  $A$ , definida por sus coordenadas:

$A [ 1.315,19 / 6.319,27 / 119,31 ]$

Claves			ALTURA APARATO			PUNTOS						DISTANCIA					ANGULO H				ANGULO V				ALTURA DE MIRA					
			M.	Cm.	M.	Cm.	Estaciones	Visados					Metros		Cm.			Grados		Min.		Grados		Min.		M.	Cm.			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
			1	4	6	A			1			2	18	36			47	21	4			99	36	2					1	96
									2			9	4	25			2	15	24	5		10	1	55	8				2	38



EJERCICIO PRÁCTICO Número 17.-

**COORDENADAS DEL PUNTO 1**

$$D_A^1 = N^{\circ} Gen \cdot \text{Sen}^2 V = 218,36 \cdot \text{Sen}^2 99,362 = 218,338m$$

$$X_1 = X_A + D_A^1 \cdot \text{Sen} H = 1.315,19 + 218,338 \cdot \text{Sen} 47,214 = 1.462,676$$

$$Y_1 = Y_A + D_A^1 \cdot \text{Cos} H = 6.319,27 + 218,338 \cdot \text{Cos} 47,214 = 6.480,264$$

$$Z_1 = Z_E + \frac{D_A^1}{\text{tag} V_A^1} + i_A - m_1 = 119,31 + \frac{218,338}{\text{tag} 99,362} + 1,46 - 1,96 = 120,998$$

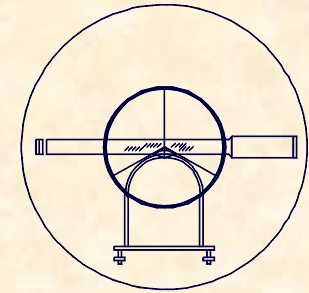
**1[1.462,676 / 6.480,264 / 120,998]**



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



## EJERCICIO PRÁCTICO Número 17.-

### COORDENADAS DEL PUNTO 2

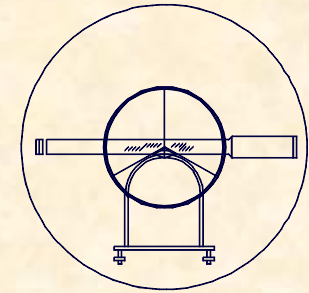
$$D_A^2 = 94,25 \cdot \text{Sen}^2 101,558 = 94,193$$

$$X_2 = 1.315,19 + 94,193 \cdot \text{Sen} 215,245 = 1.292,848$$

$$Y_2 = 6.319,27 + 94,193 \cdot \text{Cos} 215,245 = 6.227,765$$

$$Z_2 = 119,31 + \frac{94,193}{\text{tag} 101,558} + 1,46 - 2,38 = 116,084$$

**2[1.292,848 / 6.227,765 / 116,084]**



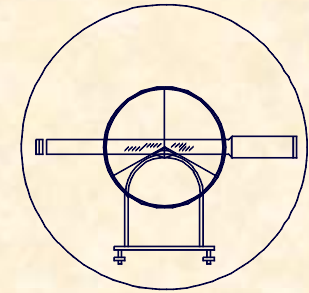
EJERCICIO PRÁCTICO Número 18.-

Determinar las coordenadas  $X, Y, Z$  de los puntos 1 y 2 sabiendo que los datos de campo, han sido tomados desde una estación A, y orientada con una referencia REF, cuyas coordenadas resultan:

A [5.378,14/5.492,60/218,73]

REF [5.624,17/5.937,15]

Claves			ALTURA APARATO			PUNTOS						DISTANCIA				ANGULO H				ANGULO V				ALTURA DE MIRA						
			M.	Cm.		Estaciones		Visados				Metros		Cm.		Grados		Min.		Grados		Min.		M.	Cm.					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
			1	4	8	A	REF																							
									1			191	26				174	714				97	472							
									2			73	18				236	825				101	938							
									B			215	36				301	747				100	916							
			1	5	1	B	A																							
									1			203	74				92	368				102	746							



## EJERCICIO PRÁCTICO Número 18.-

### CÁLCULO DE ACIMUTES

$$\Delta X = 5624,17 - 5378,14 = 246,03$$

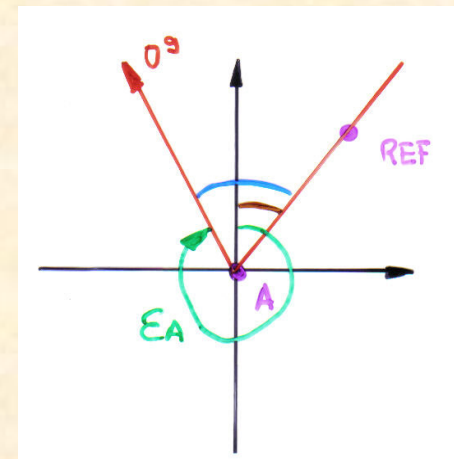
$$\Delta Y = 5937,15 - 5492,60 = 444,55$$

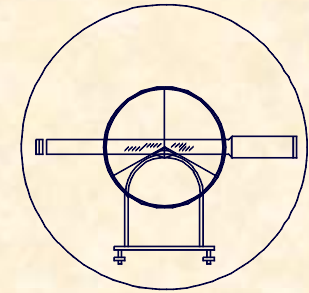
$$\theta_A^{REF} = \text{Arctg} \frac{246,03}{444,55} = 32,1797$$

$$\varepsilon_A = \theta_A^{REF} - L_A^{REF} = 32,1797 - 39,183 = 392,9967$$

$$\theta_A^1 = \varepsilon_A + L_A^1 = 392,9967 + 174,714 = 167,7107$$

$$\theta_A^2 = \varepsilon_A + L_A^2 = 392,9967 + 236,825 = 229,8217$$





EJERCICIO PRÁCTICO Número 18.-

**COORDENADAS DEL PUNTO 1**

$$\theta_A^1 = 167,7107$$

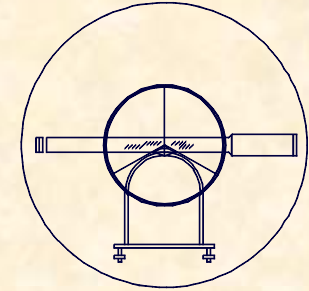
$$D_A^1 = 191,26 \cdot \text{Sen}^2 97,472 = 190,958$$

$$X_1 = 5.378,14 + 190,958 \cdot \text{Sen} 167,7107 = 5.470,894$$

$$Y_1 = 5.492,60 + 190,958 \cdot \text{Cos} 167,7107 = 5.325,682$$

$$Z_1 = 218,73 + \frac{190,958}{\text{tag} 101,938} + 1,48 - 1,99 = 212,405$$

**1[5.470,894 / 5.325,682 / 212,405]**



EJERCICIO PRÁCTICO Número 18.-

**COORDENADAS DEL PUNTO 2**

$$\theta_A^2 = 229,8217 \Leftrightarrow D_A^2 = 73,112$$

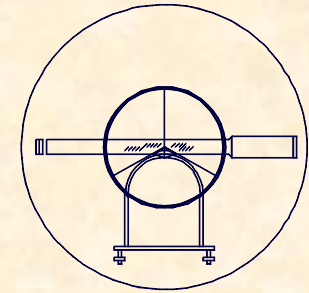
$$2[5.345,130 / 5.427,364 / 215,804]$$

**COORDENADAS DE LA ESTACIÓN B**

$$\theta_A^B = 294,7437 \Leftrightarrow D_A^B = 215,315$$

$$B[5.163,558 / 5.474,842 / 215,401]$$





## EJERCICIO PRÁCTICO Número 18.-

### COORDENADAS DEL PUNTO 1

Cálculo de la Desorientación en la Estación B y sus acimutes:

$$\theta_B^A = \theta_A^B \pm 200 = 94,7437$$

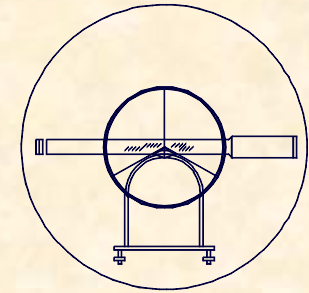
$$\varepsilon_B = \theta_B^A - L_B^A = 94,7437 - 150,4120 + 400 = 344,3317$$

$$\theta_B^1 = \varepsilon_B + L_B^1 = 344,3317 + 92,368 = 36,6997$$

Cálculo de las coordenadas del punto 1:

$$\theta_B^1 = 36,6997 \Leftrightarrow D_B^1 = 203,361$$

$$1[5.274,405 / 5.645,338 / 205,374]$$

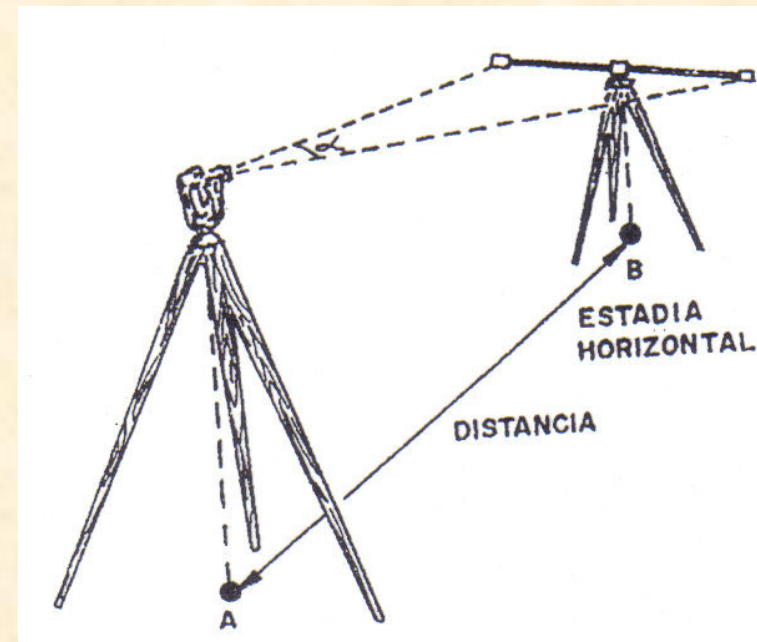


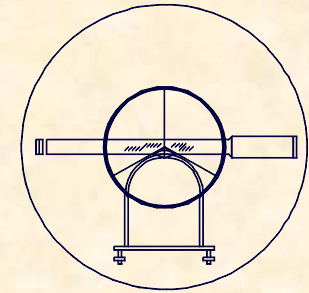
## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.2.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS POR MEDIOS ESTADIMETRICOS LA ESTADÍA HORIZONTAL INVAR

## ELEMENTOS PARTICIPANTES

TEODOLITO  
TRÍPODE (teodolito)  
ESTADÍA HORIZONTAL  
TRÍPODE (Estadía)





## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.2.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS POR MEDIOS ESTADIMETRICOS

#### LA ESTADÍA HORIZONTAL INVAR

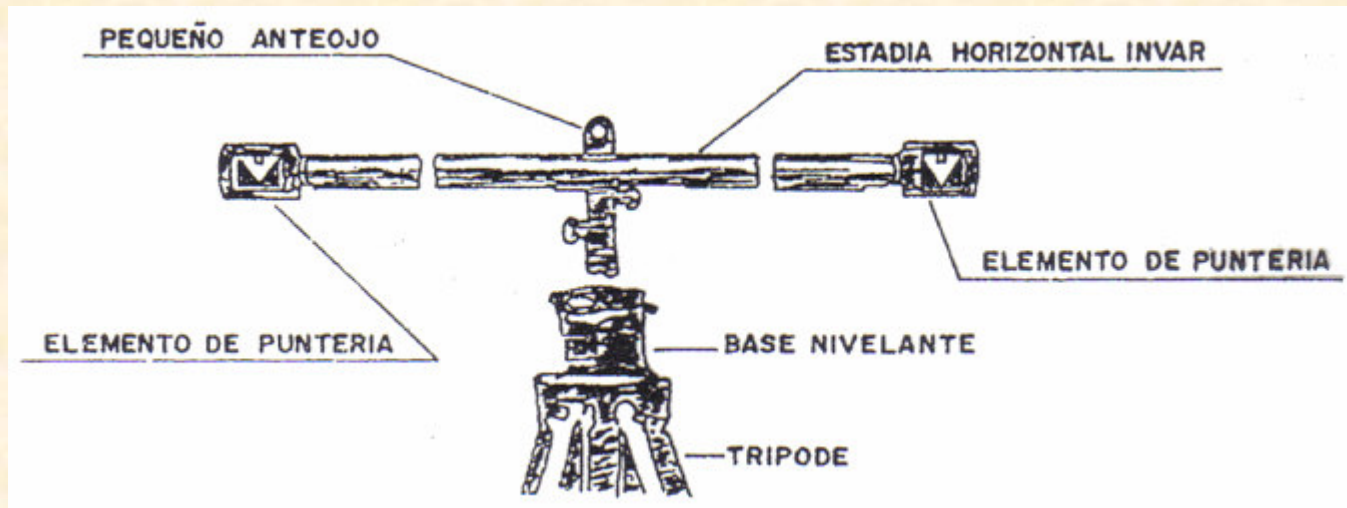
## DISEÑO CONSTRUCTIVO

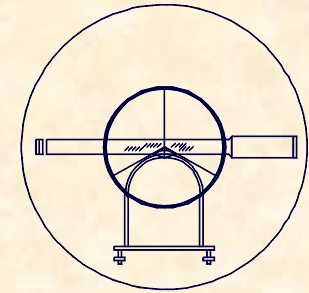
**BASE NIVELANTE**

**ANTEOJO**

**BRAZOS EXTENSIBLES**

**ELEMENTOS DE PUNTERÍA**

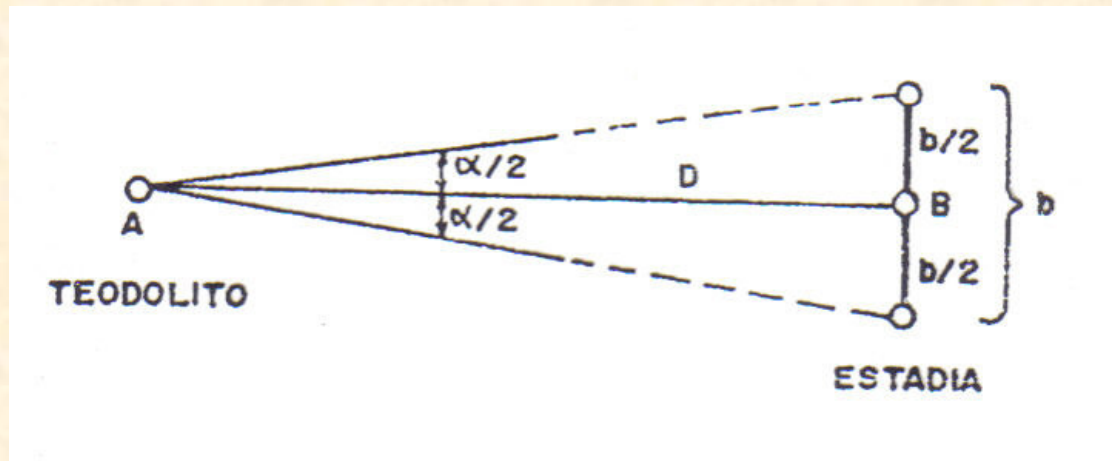




## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.2.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS POR MEDIOS ESTADIMETRICOS LA ESTADÍA HORIZONTAL INVAR

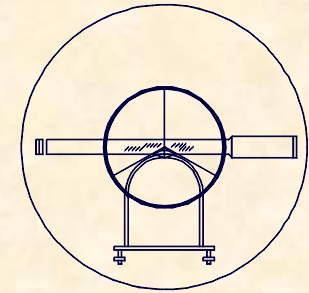
## FUNDAMENTO DE LA OBSERVACIÓN



$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{b/2}{D} \Rightarrow D = \frac{b}{2} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$$

$b = 2$

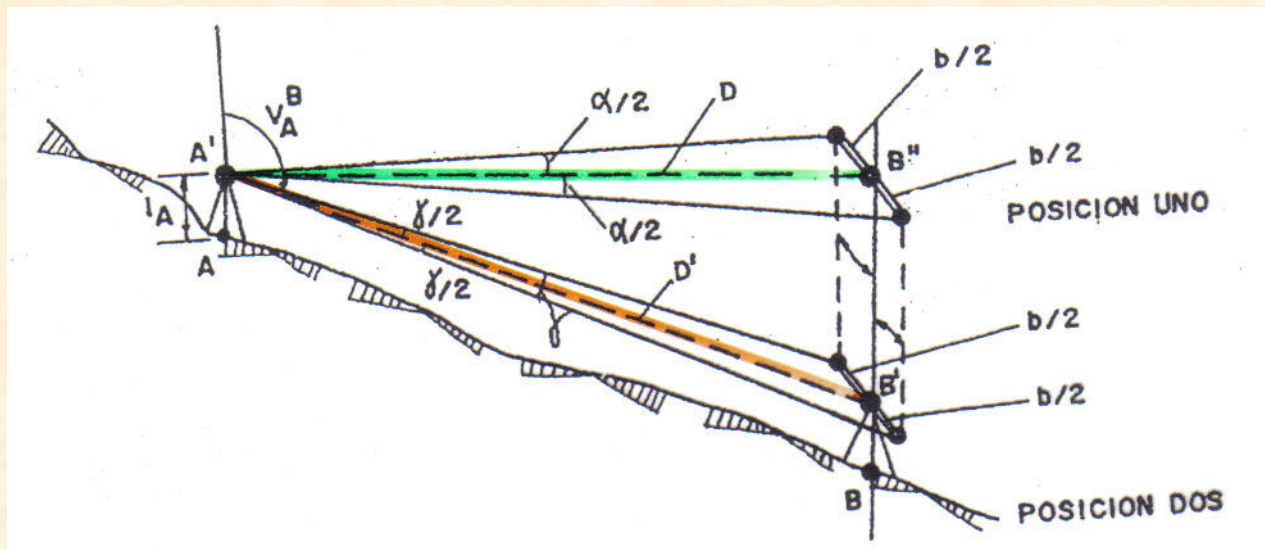
$$D = \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} = \operatorname{Cotg} \frac{\alpha}{2}$$



## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

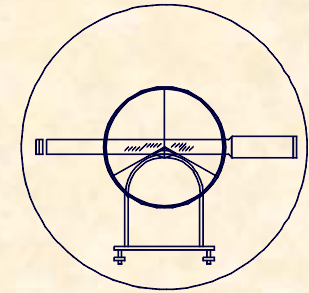
### 2.2.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS POR MEDIOS ESTADIMETRICOS LA ESTADÍA HORIZONTAL INVAR

## FUNDAMENTO DE LA OBSERVACIÓN



$$D = \text{Cotg} \frac{\alpha}{2}$$

$$D_g = \frac{D}{\text{Sen} V}$$



## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.2.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS POR MEDIOS ESTADIMETRICOS

#### LA ESTADÍA HORIZONTAL INVAR

## PRECISIÓN EN LA DETERMINACIÓN DE DISTANCIAS

$$D = \frac{b}{2} \text{Cotg} \frac{\alpha}{2} \Rightarrow dD = \frac{b}{2} (1 + \text{Cotg}^2 \frac{\alpha}{2}) \frac{1}{2} d\alpha$$

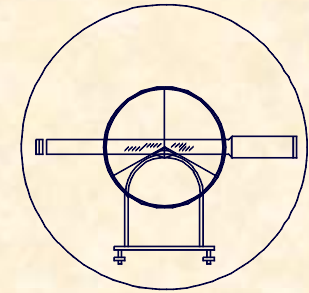
$$dD = \frac{b}{2} (1 + D^2) \frac{1}{2} d\alpha \Rightarrow dD = \left( \frac{b}{4} + \frac{b}{4} D^2 \right) d\alpha$$

$$b = 2 \Rightarrow dD = \left( \frac{1}{2} + \frac{D^2}{2} \right) d\alpha = \frac{D^2}{2} d\alpha$$

$$\text{Error} = \frac{d^2}{2} \cdot \epsilon_T^H \cdot \sqrt{\frac{D_T}{d}}$$



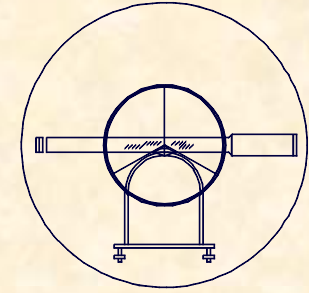
**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**  
INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA  
**E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA**



**EJERCICIO PRÁCTICO Número 19.-**

Se pretende medir bases de replanteo con Estadía Horizontal Invar mediante mediciones de 30 m. de longitud.

Calcular la relación que existe entre la longitud total de la base y el error angular del teodolito para lograr un error relativo de  $1/30.000$ , además dibujar la función y comentar su estructura.



## EJERCICIO PRÁCTICO Número 19.-

### CÁLCULO DE LA RELACIÓN

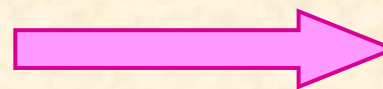
$$e_{abs} = \frac{D^2}{2} \cdot \frac{\varepsilon_T^H}{636620} \cdot \sqrt{N^\circ \text{Tramos}}$$

$$e_{rel} = e_{abs} / D$$

$$\frac{1}{30.000} = \left[ \frac{30^2}{2} \cdot \frac{\varepsilon_T^H}{636620} \cdot \sqrt{\frac{D_T}{30}} \right] \frac{1}{D_T}$$

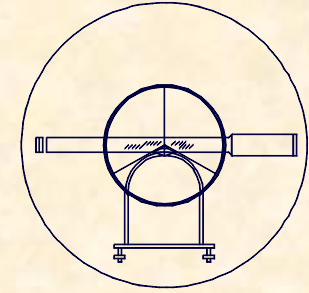
$$\frac{D_T \cdot 2 \cdot 636620}{30.000 \cdot 30^2} = \varepsilon_T^H \sqrt{\frac{D_T}{30}}$$

$$0,047 D_T = \varepsilon_T^H \sqrt{\frac{D_T}{30}}$$



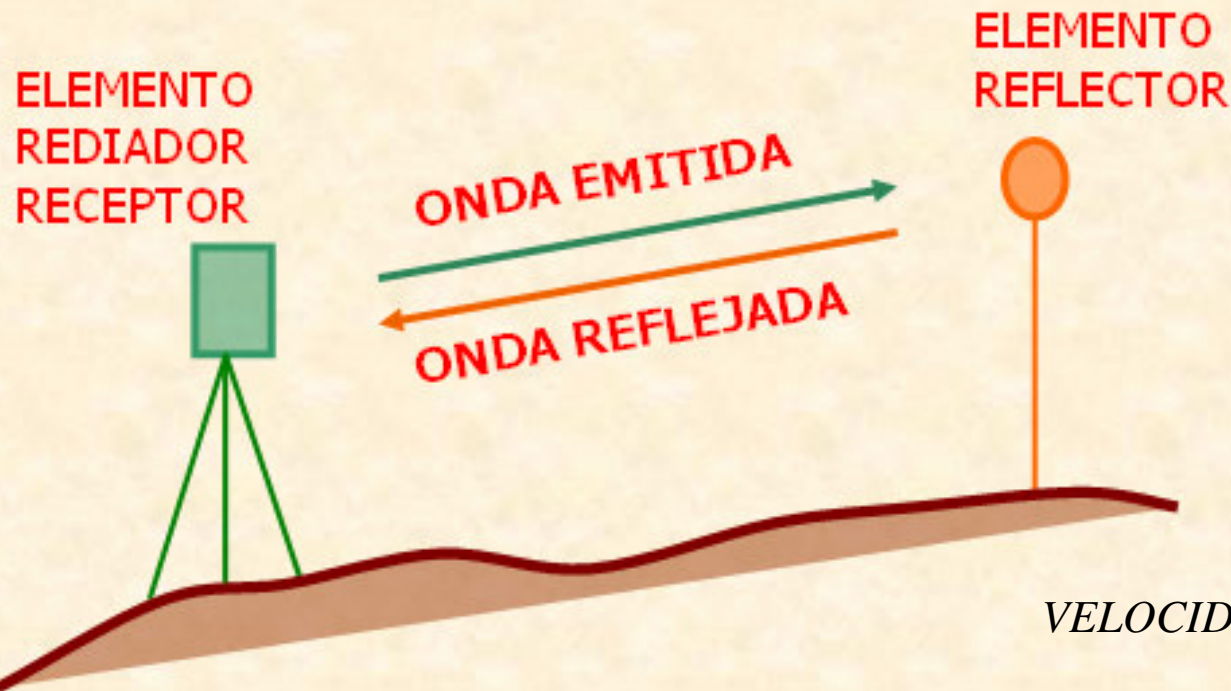
$$\frac{D_T}{15} = (\varepsilon_T^H)^2$$

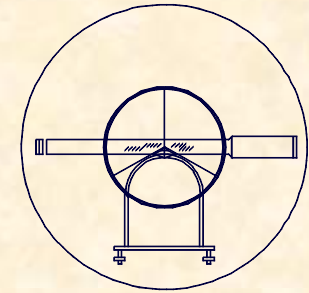




## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.3.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS, MEDIOS ELECTROMAGNÉTICOS FUNDAMENTO DE LA OBSERVACIÓN





## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.3.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS, MEDIOS ELECTROMAGNÉTICOS

#### EVOLUCIÓN HISTÓRICA

##### 1849.- FIZEAU

ESTABLECE LA VELOCIDAD DE LA LUZ

$$C=300.000 \text{ Km/seg}$$

##### 1949.- BERGSTRAND

DISEÑA UN INSTRUMENTO QUE POR MEDIOS ELECTROMAGNÉTICOS CALCULA LA VELOCIDAD DE LA LUZ, CON POSTERIORIDAD Y CONOCIENDO LA VELOCIDAD DE LA LUZ, INVERTE EL PROBLEMA Y PASA A CALCULAR DISTANCIAS

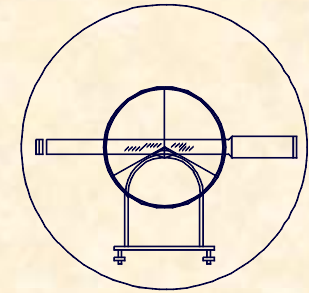
##### 1980.- PRECIOS COMPETITIVOS



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.3.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS, MEDIOS ELECTROMAGNÉTICOS

#### SITUACIÓN ACTUAL

##### ELECTROMAGNÉTICOS

La onda portadora está en el grupo de las microondas de longitud de onda entre 1cm y un 1m.

##### ELECTROÓPTICOS

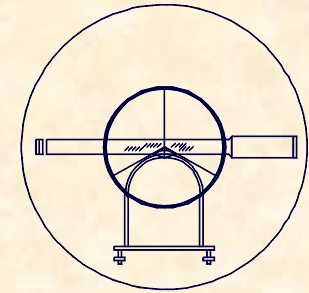
La onda portadora esta en el grupo de las luminosas o infrarrojas de longitud de onda entre 0,4-1,2  $\mu\text{m}$ .



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



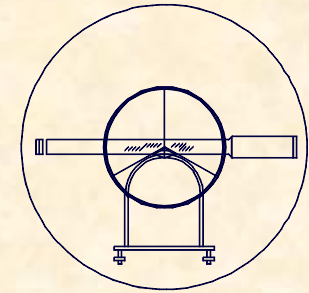
## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.3.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS, MEDIOS ELECTROMAGNÉTICOS

## TIPOS DE MEDIDORES ELECTROMAGNÉTICOS

### GEODÍMETRO

- Medidor electroóptico.
- Creado por M.BERGSTRAND.
- Consiste en la emisión de luz hacia el lugar de puntería.
- Según el tipo de luz:
  - Luz visible                      Distancias cortas 4 ó 5 Km.
  - Luz láser                              Distancias largas, hasta 60 Km.
- Las condiciones ambientales NO le afectan.



## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.3.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS, MEDIOS ELECTROMAGNÉTICOS

## TIPOS DE MEDIDORES ELECTROMAGNÉTICOS

### GEODÍMETRO

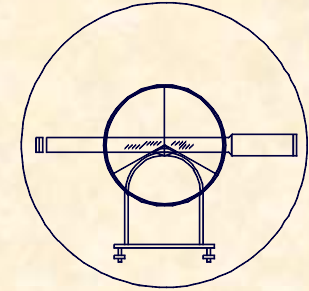




UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.3.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS, MEDIOS ELECTROMAGNÉTICOS

## TIPOS DE MEDIDORES ELECTROMAGNÉTICOS

### TELURÓMETRO

- Medidor ELECTROMAGNÉTICO

- Consta de dos unidades:

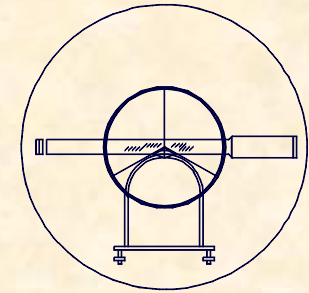
MASTER y REMOTE

- El master envía ondas de alta frecuencia que recibe el Remote.

- Puede usarse Inter-Comunicación entre operadores.

- Puede usarse de noche y día.

- Soporta mejor peores condiciones atmosféricas.



## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.3.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS, MEDIOS ELECTROMAGNÉTICOS

## TIPOS DE MEDIDORES ELECTROMAGNÉTICOS

### TELURÓMETRO

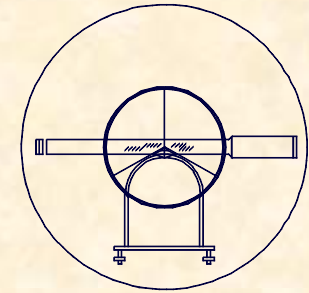




UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

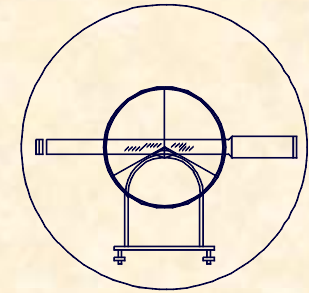
### 2.3.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS, MEDIOS ELECTROMAGNÉTICOS

## TIPOS DE MEDIDORES ELECTROMAGNÉTICOS

### DISTANCIÓMETRO

- Medidor ELECTROÓPTICO.
- Utiliza ondas Infrarrojas emitidas por L.E.D.
- Longitud de onda entre  $0,9-0,92 \mu\text{m}$ .
- Alcance entre 3-5 Km.
- Le influyen directamente las condiciones atmosféricas.
- Es el ideal para distancias hasta 5 Km.



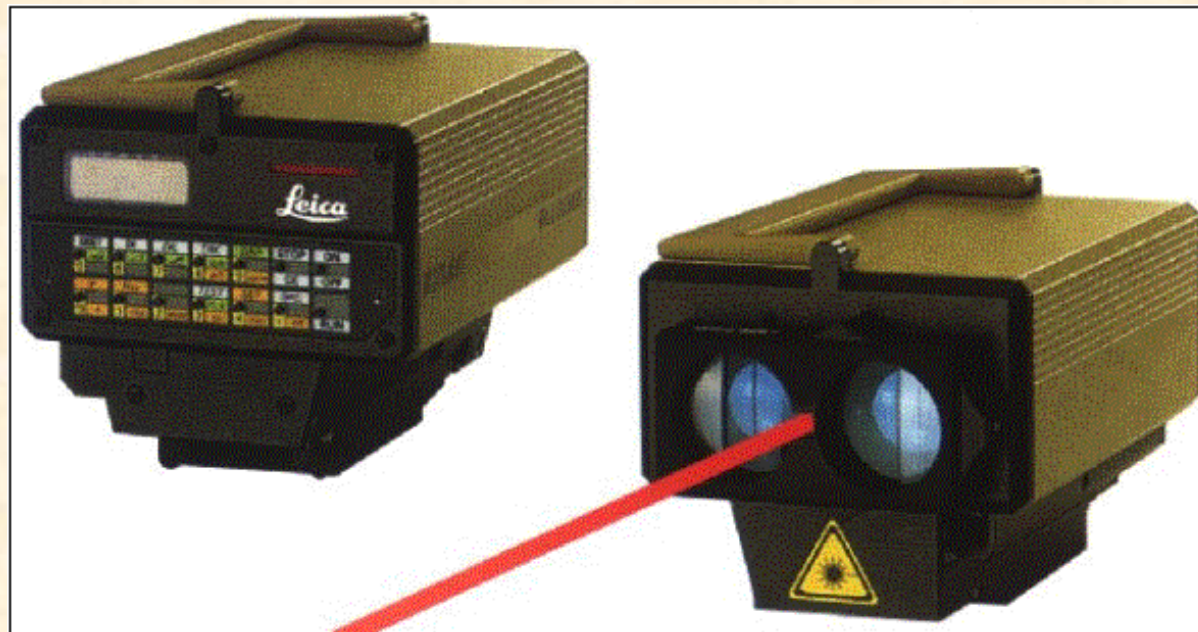


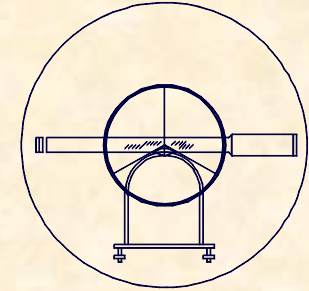
## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.3.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS, MEDIOS ELECTROMAGNÉTICOS

## TIPOS DE MEDIDORES ELECTROMAGNÉTICOS

### DISTANCIÓMETRO



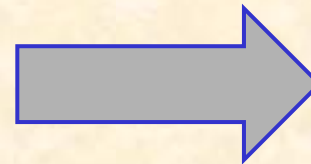


## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

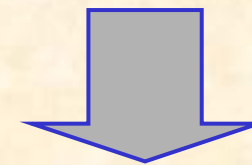
### 2.3.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS, MEDIOS ELECTROMAGNÉTICOS DISTANCIOMETRO

#### PARTICULARIDADES DE LA EVALUACIÓN DE DISTANCIAS

**FUNCIONAMIENTO  
DEL DISTANCIÓMETRO**



**COMPARACION  
DE FASE**



Configura el enlace entre  
emisor y receptor

Realiza la medición sobre  
la onda portadora

**ONDA PORTADORA**

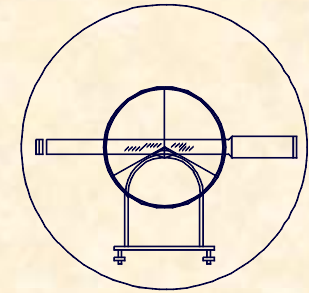
**ONDA MODULADORA**



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.3.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS, MEDIOS ELECTROMAGNÉTICOS

#### DISTANCIOMETRO

## SISTEMAS DE MODULACIÓN

### MODULACIÓN DE FRECUENCIA

La frecuencia de la Portadora es proporcional a la de la Moduladora

### MODULACIÓN DE AMPLITUD

La amplitud de la Portadora es proporcional a la de la Moduladora

### MODULACIÓN DE FASE

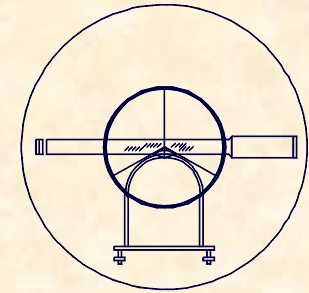
La fase de la moduladora y la de la portadora coinciden, se utilizan en instrumentos de precisión tipo LASER (Muy caro)



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

2.3.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS, MEDIOS ELECTROMAGNÉTICOS

DISTANCIOMETRO

FUNCIONALIDAD EN LA MEDICIÓN

MEDICIÓN DE DISTANCIAS, FUENTES DE ERROR.

ERRORES PROPORCIONALES A LA DISTANCIA

INDICE DE REFRACCIÓN

La velocidad de propagación de la onda depende de la atmósfera

$$n = \frac{c_0(\text{vacío})}{c(\text{medio})}$$

FRECUANCIA DE MODULACIÓN

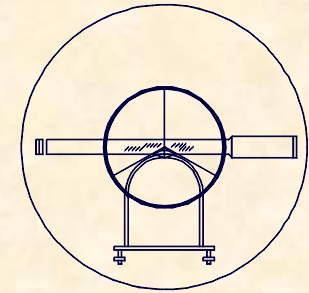
Si la frecuencia de Modulación varia las longitudes de onda experimentan un cambio



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

2.3.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS, MEDIOS ELECTROMAGNÉTICOS

DISTANCIOMETRO

FUNCIONALIDAD EN LA MEDICIÓN

MEDICIÓN DE DISTANCIAS, FUENTES DE ERROR.

ERRORES NO PROPORCIONALES A LA DISTANCIA

ERROR CÍCLICO

Es el error que se produce en cada módulo de semilongitud de onda, oscila entre 3 y 4 mm (Despreciable).

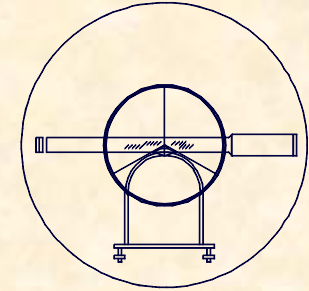
CONSTANTE DE EQUIPO

Constante de equipo es la diferencia entre la distancia real a evaluar y la distancia entre los centros de los equipos

I.G.N.

Base interferométrica de

VAISALA (Valladolid)



## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

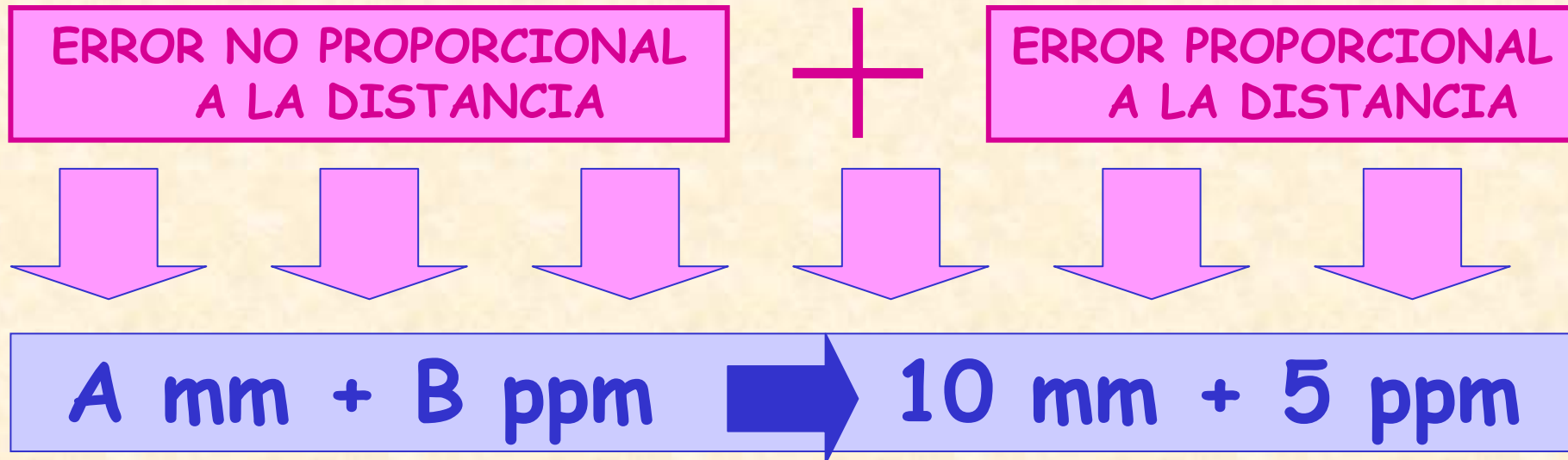
### 2.3.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS, MEDIOS ELECTROMAGNÉTICOS

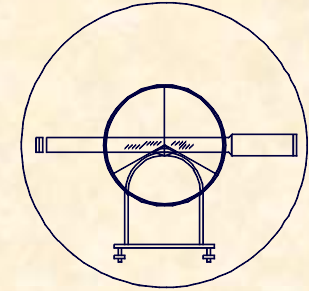
DISTANCIOMETRO

### FUNCIONALIDAD EN LA MEDICIÓN

### MEDICIÓN DE DISTANCIAS, FUENTES DE ERROR.

- ERROR TOTAL**





## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.3.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS, MEDIOS ELECTROMAGNÉTICOS

#### DISTANCIOMETRO

### PRECAUCIONES EN EL EMPLEO.

### EVALUACIÓN DE LA DISTANCIA.-

$$d_0 = \frac{c \cdot t}{n_r}$$

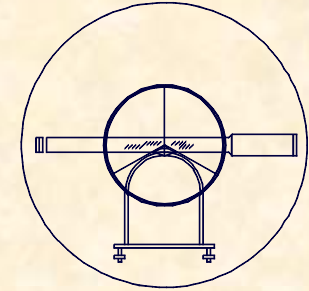
$$n = \frac{c_0(\text{vacío})}{c(\text{medio})}$$

$d_0$  = Distancia medida

$c$  = Velocidad de la luz vacío

$T$  = tiempo

$n_r$  = Índice de Refracción



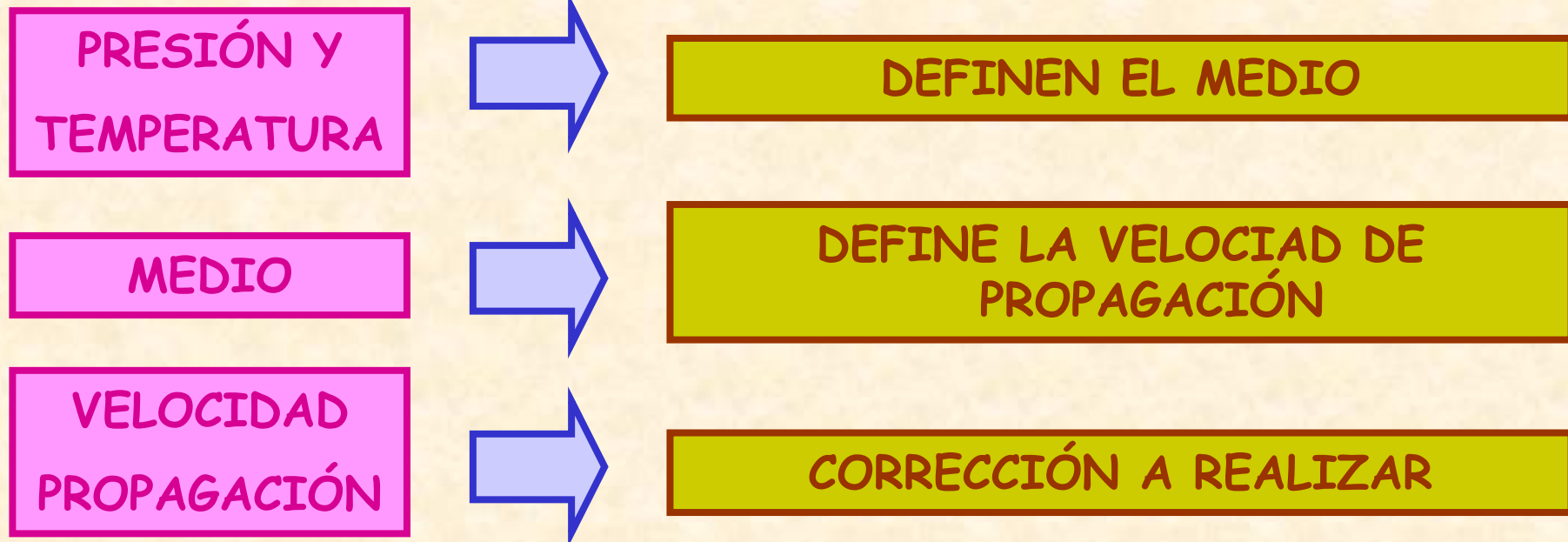
## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.3.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS, MEDIOS ELECTROMAGNÉTICOS

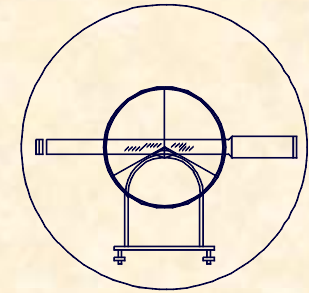
#### PRECAUCIONES EN EL EMPLEO.

#### DISTANCIOMETRO

### CORRECCIÓN POR VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN.-



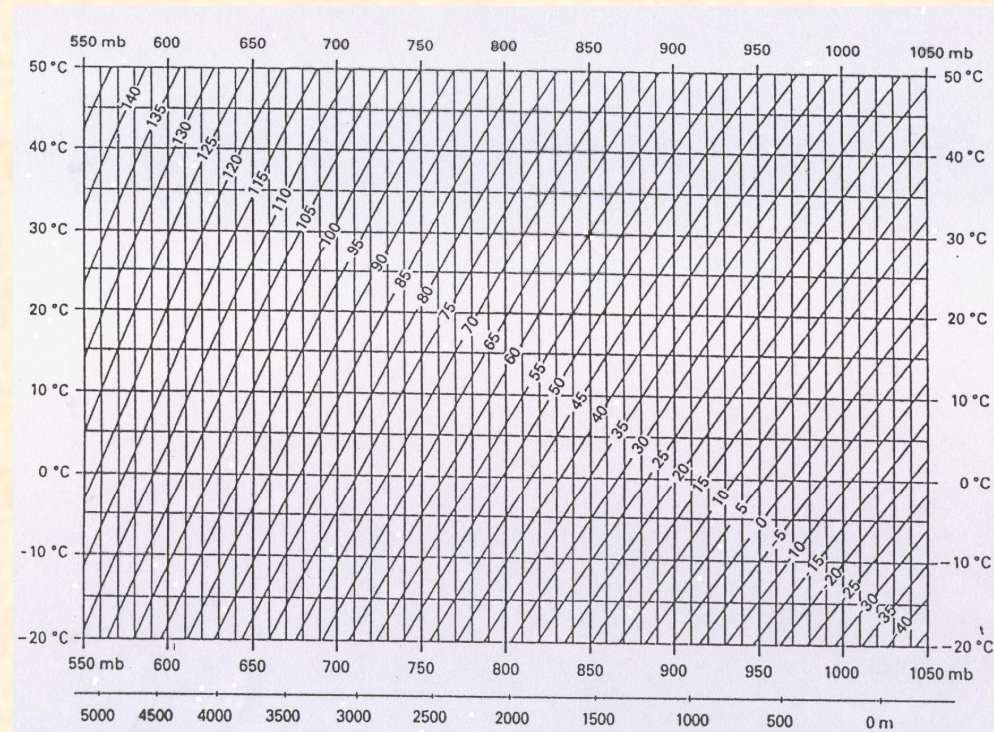




## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.3.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS, MEDIOS ELECTROMAGNÉTICOS PRECAUCIONES EN EL EMPLEO. DISTANCIOMETRO

**CORRECCIÓN POR  
VELOCIDAD DE  
PROPAGACIÓN.-**

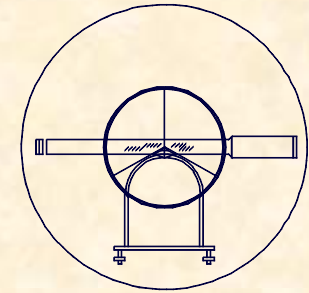




UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

2.3.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS, MEDIOS ELECTROMAGNÉTICOS

DISTANCIOMETRO

### VENTAJAS ADICIONALES

La LECTURA DE DISTANCIA ES DIGITAL. (No se realiza hilo superior, inferior, etc.) con lo que se obtiene una mejora de RENDIMIENTO Y COMODIDAD.

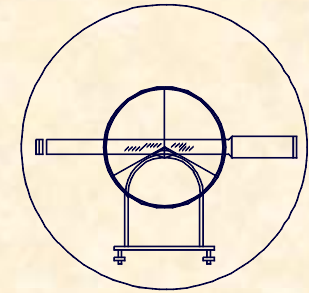
Si se usa ESTACIÓN TOTAL los datos se pueden almacenar en una libreta electrónica, sin tener que apuntar los datos a mano y volcar los datos en un ordenador directamente.



**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**

**INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA**

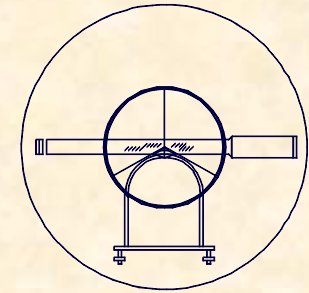
**E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA**



## EJERCICIO PRÁCTICO Número 20.-

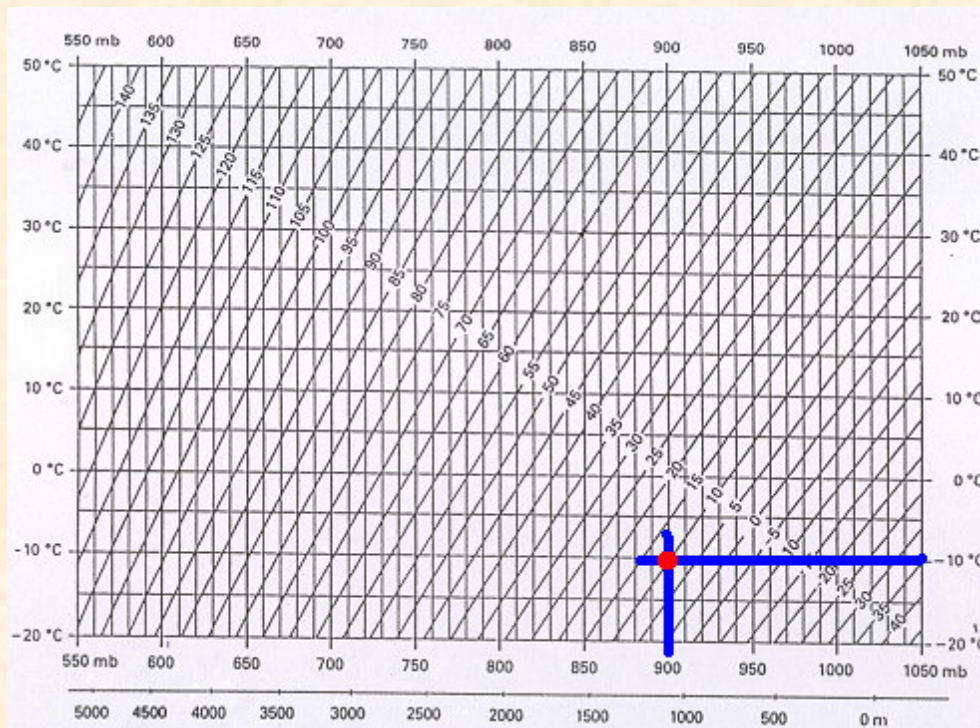
Obtener una distancia corregida por efectos meteorológicos, sabiendo que esta ha sido tomada en campo, obteniéndose un resultado de 1.654,372 m. y que además se ha tomado con un distanciómetro que se caracterizaba en el momento de la observación por que tenía una corrección impuesta en el instrumento de 0 ppm.

En el momento de la observación en el lugar de la observación la presión barométrica era de 900 mb y la temperatura de  $-10^{\circ}\text{C}$ .



EJERCICIO PRÁCTICO Número 20.-

**CÁLCULO DE LA RELACIÓN**



$$D_{CORREGIDA} = 1.654,372 + \left( 10 \cdot \frac{1.654,372}{10^6} \right)$$

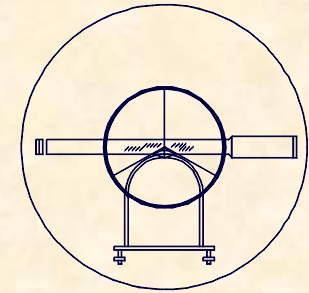
$$D_{CORREGIDA} = 1.654,388m$$



**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**

**INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA**

**E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA**



## **2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS**

### **2.3.- MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS, MEDIOS ELECTROMAGNÉTICOS DISTANCIOMETRO**

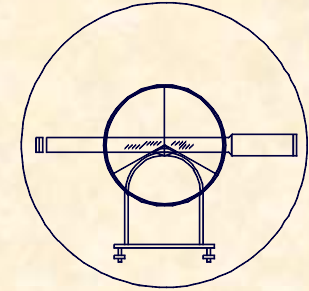




**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**

**INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA**

**E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA**



**2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS**

**2.4.- ESTACIONES TOPOGRÁFICAS TOTALES**

## **TIPOLOGÍA DE ESTACIONES TOPOGRÁFICAS**

### **1.- SEMIESTACIÓN TOTAL**

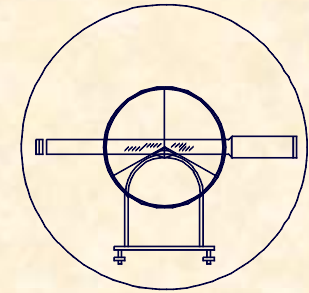
TEODOLITO ÓPTICO

DISTANCIÓMETRO

### **2.- ESTACIÓN TOTAL**

TEODOLITO ELECTRÓNICO

DISTANCIÓMETRO



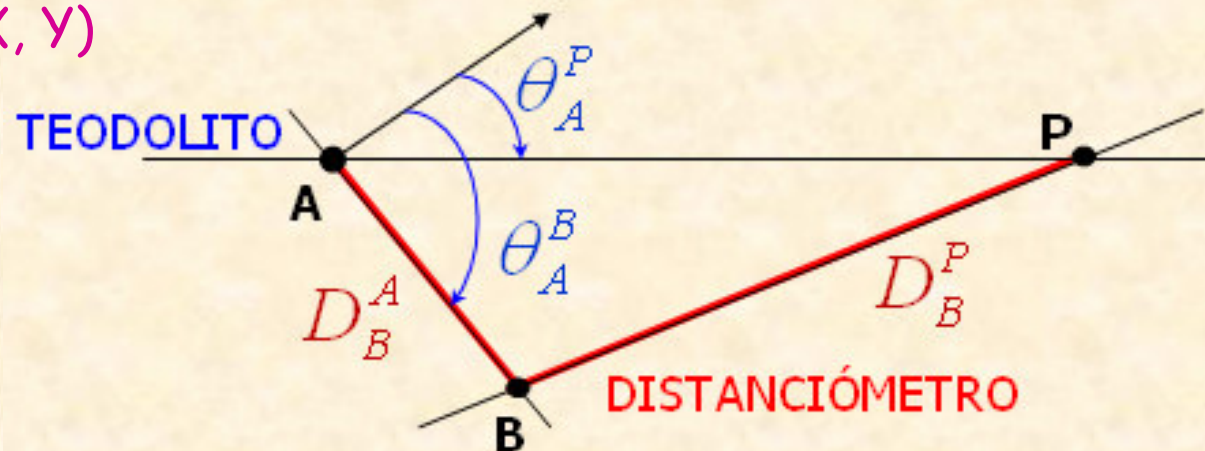
## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

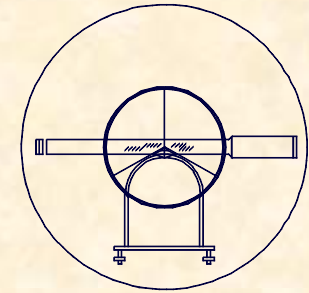
### 2.4.- ESTACIONES TOPOGRÁFICAS TOTALES

## EVOLUCIÓN CONSTRUCTIVA DE LAS ESTACIONES

### 1.- EQUIPO EXCÉNTRICO (PLANTEAMIENTO)

- DATOS INICIALES.- A (X, Y)
- DATOS DE CAMPO.-  $\theta_A^P, \theta_A^B, D_B^A, D_B^P$
- INCOGNITAS.- P (X, Y)



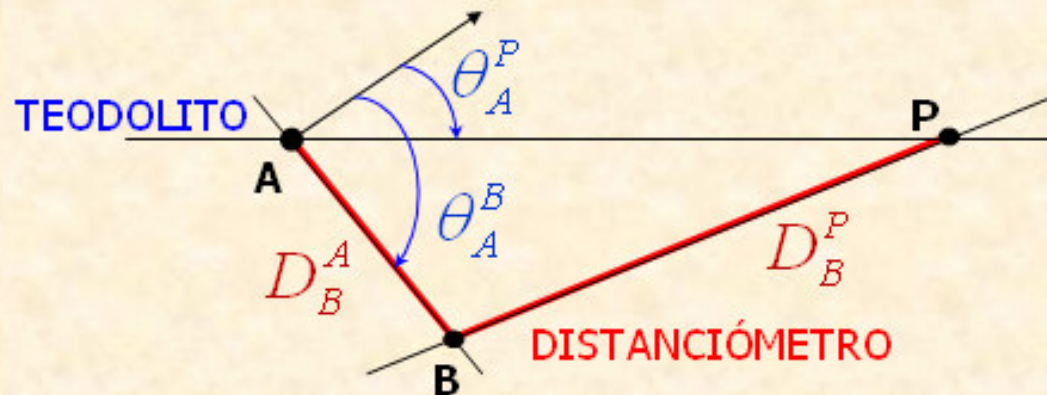


2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

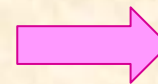
2.4.- ESTACIONES TOPOGRÁFICAS TOTALES

EVOLUCIÓN CONSTRUCTIVA DE LAS ESTACIONES

1.- EQUIPO EXCÉNTRICO (PLANTEAMIENTO)

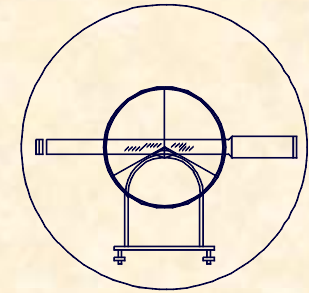


$$\left. \begin{aligned} X_P &= X_A + D_A^P \cdot \text{Sen} \theta_A^P \\ Y_P &= Y_A + D_A^P \cdot \text{Cos} \theta_A^P \end{aligned} \right\}$$



$$D_A^P$$



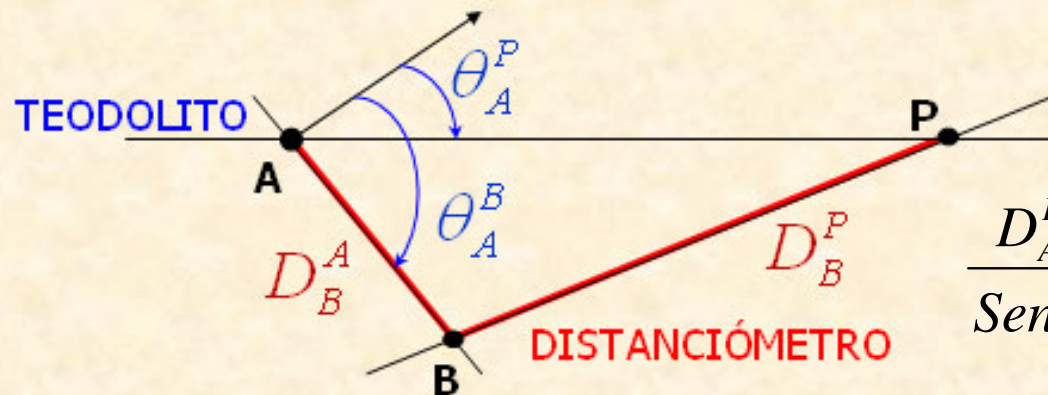


## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.4.- ESTACIONES TOPOGRÁFICAS TOTALES

## EVOLUCIÓN CONSTRUCTIVA DE LAS ESTACIONES

### 1.- EQUIPO EXCÉNTRICO (RESOLUCIÓN)



$$\frac{D_A^P}{\text{Sen}\hat{B}} = \frac{D_B^P}{\text{Sen}\hat{A}} \Rightarrow D_A^P = D_B^P \frac{\text{Sen}\hat{B}}{\text{Sen}\hat{A}}$$

$$\hat{B} = 200 - \hat{A} - \hat{P} \rightarrow \hat{P}$$

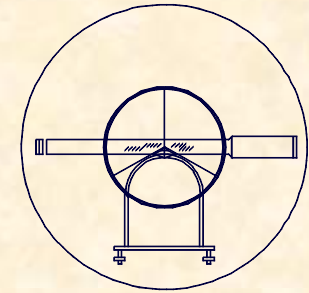
$$\frac{D_B^A}{\text{Sen}\hat{B}} = \frac{D_B^P}{\text{Sen}\hat{A}} \Rightarrow \hat{P} = \text{ArcSen} \left[ \frac{D_B^A \cdot \text{Sen}\hat{A}}{D_B^P} \right]$$



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA

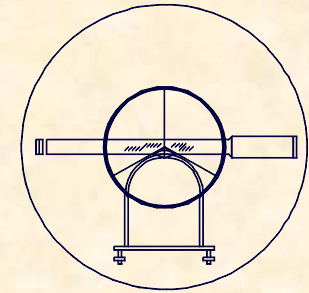


## EJERCICIO PRÁCTICO.-

Definidas las coordenadas de dos puntos perfectamente materializados en el terreno, en los cuales se ha realizado una medición una medición a un punto P mediante el uso de un equipo excéntrico:

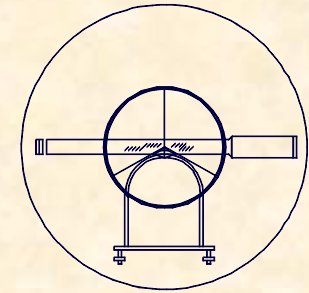
A.- ( 9.615,36 / 8.170,24 / 77,63 )  
Ref.- ( 10.071,98 / 9.241,62 / 69,14 )

Obtener las coordenadas del punto P en el mismo sistema referencial que los puntos existentes en el terreno sabiendo que los datos de campo han sido los siguientes:



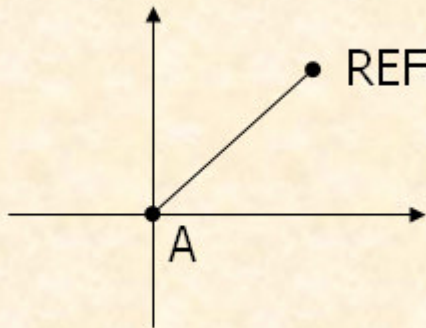
EJERCICIO PRÁCTICO.-

Claves			ALTURA APARATO			PUNTOS						DISTANCIA				ANGULO H				ANGULO V				ALTURA DE MIRA							
			M.	Cm.		Estaciones		Visados				Metros		Cm.		Grados		Min.		Grados		Min.		M.	Cm.						
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30		
			1	7	5	A			REF								3	20		1	9	1									
									P								6	4		2	2	1	5	9	9	7	4	1	1	8	2
									B								1	5		8	3	1	7								
			1	7	2	B			A			8	3	2	6																
									P			7	1	5	9	4	5														



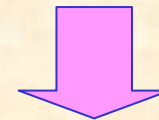
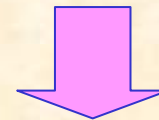
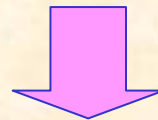
## EJERCICIO PRÁCTICO.-

### CÁLCULO DE ACIMUTES



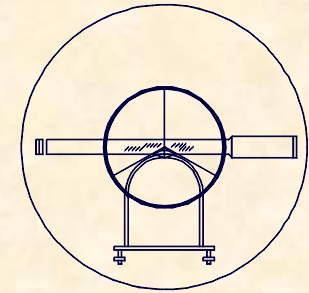
$$\theta_A^{REF} = \text{Arctg} \frac{\Delta X}{\Delta Y} = \text{Arctg} \frac{456,62}{1071,38} = 25,64584^g$$

$$\Sigma_A = \theta - L = 25,6484 - 320,1915 + 400 = 105,4569^g$$



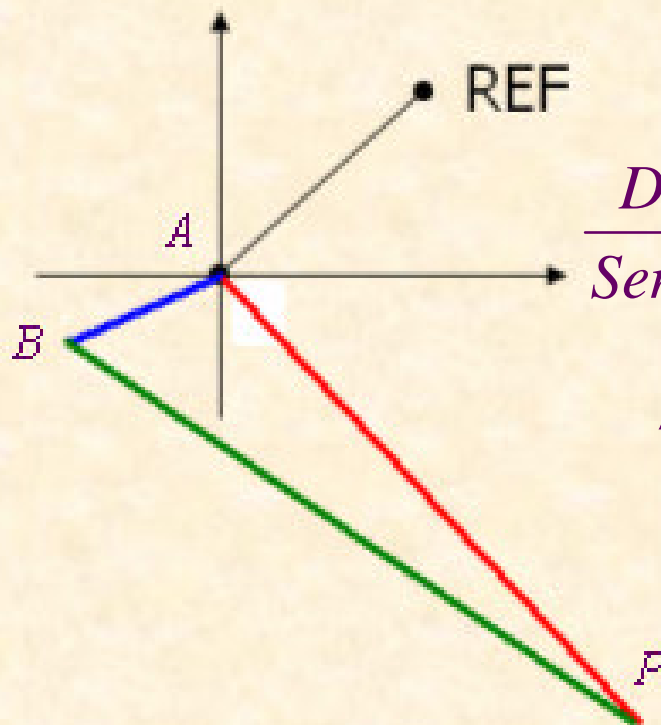
$$\theta_A^P = \Sigma_A + L_A^P = 105,4569 + 64,2215 = 169,6784^g$$

$$\theta_A^B = \Sigma_A + L_A^B = 105,4569 + 158,3172 = 263,7741^g$$



EJERCICIO PRÁCTICO.-

**CÁLCULO DE LA DISTANCIA AP**



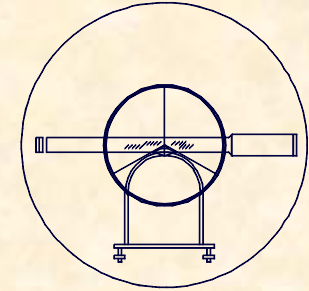
$$\alpha = \theta_A^B - \theta_A^P = 263,7741 - 169,6784 = 94,0957^\circ$$

$$\frac{D_B^P}{\text{Sen}\alpha} = \frac{D_B^A}{\text{Sen}\gamma} \Leftrightarrow \frac{715,945}{\text{Sen}94,0957} = \frac{8,326}{\text{Sen}\gamma} \Rightarrow \gamma = 0,7372^\circ$$

$$\beta = 200 - \alpha - \gamma = 200 - 94,0957 - 0,7372 = 105,1671^\circ$$

$$\frac{D_A^P}{\text{Sen}\beta} = \frac{D_B^P}{\text{Sen}\alpha} \Leftrightarrow \frac{D_A^P}{\text{Sen}105,1671} = \frac{715,945}{\text{Sen}94,0957}$$

$$D_A^P = 716,668m.$$



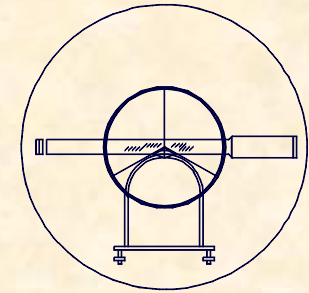
## EJERCICIO PRÁCTICO.-

### CÁLCULO DE COORDENADAS

$$\begin{aligned} X_P &= X_A + D_A^P \cdot \text{Sen} \theta_A^P = \\ &= 9.615,36 + 716,668 \cdot \text{Sen} 169,6784 = 9.943,942 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_P &= Y_A + D_A^P \cdot \text{Cos} \theta_A^P = \\ &= 8.170,24 + 716,668 \cdot \text{Cos} 169,6784 = 7.533,336 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_B &= Z_A + t_A^B + i_A - m_B = \\ &= 77,63 + \frac{716,668}{\text{tg} 99,7141} + 1,75 - 1,82 = 80,778 \end{aligned}$$



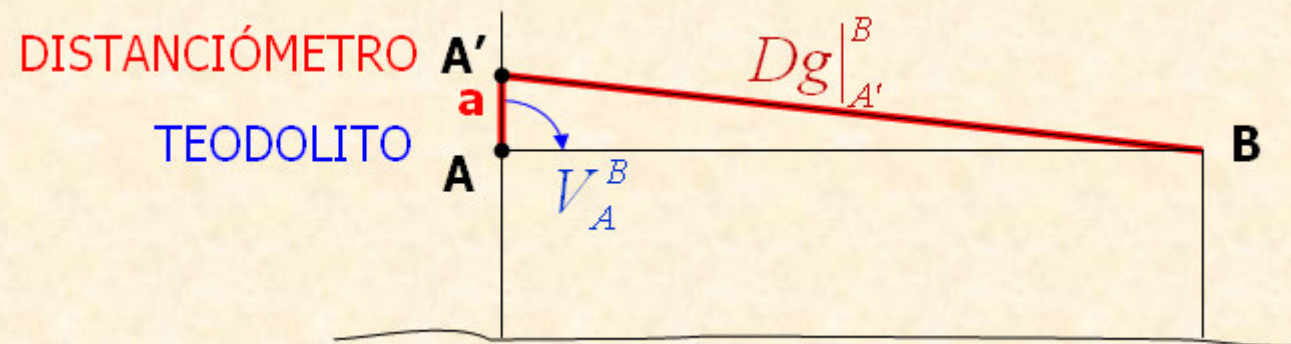
## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

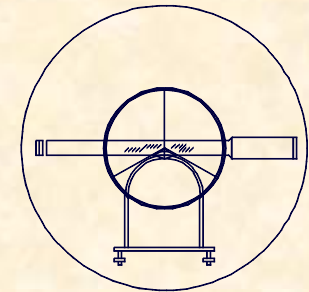
### 2.4.- ESTACIONES TOPOGRÁFICAS TOTALES

## EVOLUCIÓN CONSTRUCTIVA DE LAS ESTACIONES

### 2.- EQUIPO EN TANDÉM VERTICAL (PLANTEAMIENTO)

- DATOS INICIALES.- -----
- DATOS DE CAMPO.-  $a; Dg|_{A'}^B; V_A^B; \theta_A^B$
- INCOGNITAS.- P (X, Y)



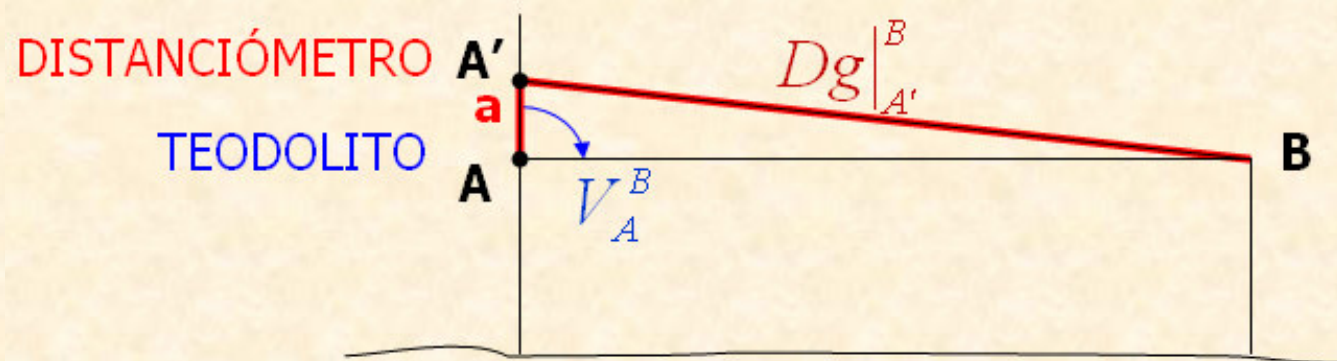


2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

2.4.- ESTACIONES TOPOGRÁFICAS TOTALES

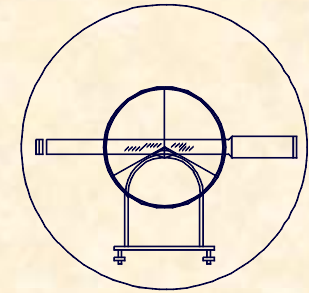
EVOLUCIÓN CONSTRUCTIVA DE LAS ESTACIONES

2.- EQUIPO EN TANDÉM VERTICAL (PLANTEAMIENTO)



$$\left. \begin{aligned} X_P &= X_A + D_A^P \cdot \text{Sen} \theta_A^P \\ Y_P &= Y_A + D_A^P \cdot \text{Cos} \theta_A^P \end{aligned} \right\} D_A^B = Dg|_{A'}^B \cdot \text{Sen} V_A^B \rightarrow \boxed{Dg|_A^B}$$



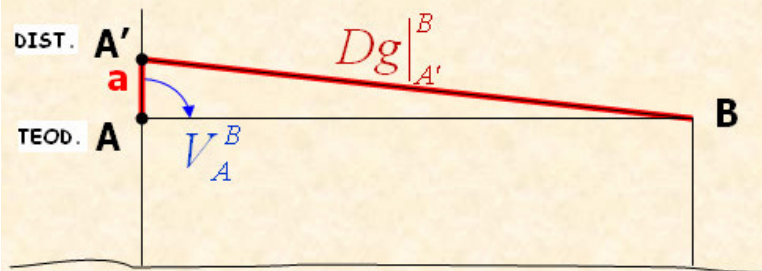


## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.4.- ESTACIONES TOPOGRÁFICAS TOTALES

## EVOLUCIÓN CONSTRUCTIVA DE LAS ESTACIONES

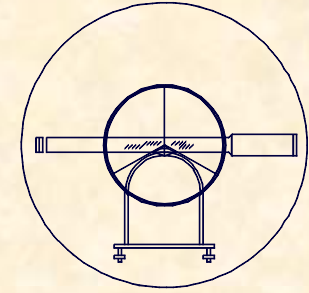
### 2.- EQUIPO EN TANDÉM VERTICAL (RESOLUCIÓN)



$$\frac{Dg|_A^B}{\text{Sen}\hat{A}} = \frac{Dg|_{A'}^B}{\text{Sen}V_A^B} \Rightarrow Dg|_A^B = Dg|_{A'}^B \frac{\text{Sen}\hat{A}}{\text{Sen}V_A^B}$$

$$\hat{A} = 200 - V_A^B - \hat{B} \rightarrow \hat{B}$$

$$\frac{a}{\text{Sen}\hat{B}} = \frac{Dg|_{A'}^B}{\text{Sen}V_A^B} \Rightarrow \hat{B} = \text{ArcSen} \left[ \frac{a \cdot \text{Sen}V_A^B}{Dg|_{A'}^B} \right]$$



## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.4.- ESTACIONES TOPOGRÁFICAS TOTALES

## EVOLUCIÓN CONSTRUCTIVA DE LAS ESTACIONES

### 2.- EQUIPO EN TANDÉM VERTICAL (RESOLUCIÓN)

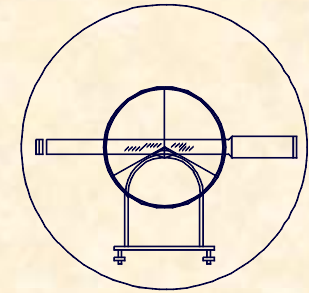




UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

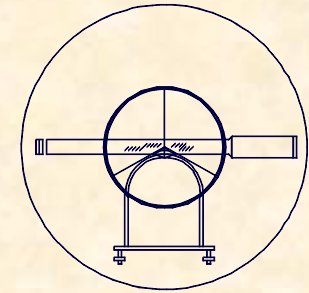
INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



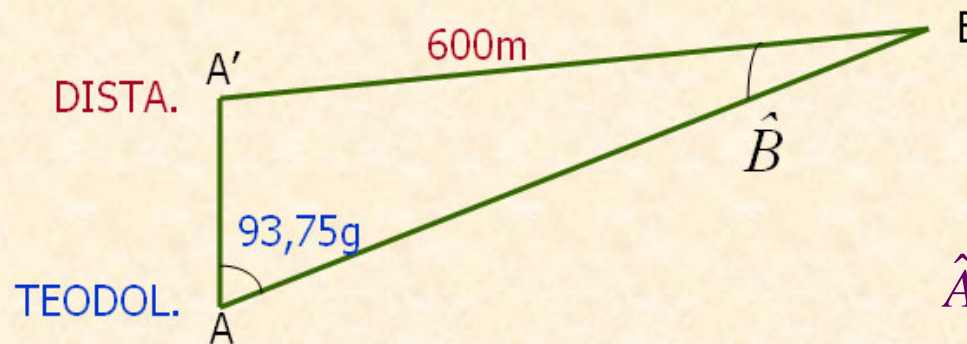
## EJERCICIO PRÁCTICO.-

Se evalúa una distancia de 600m con un distanciómetro cuyo eje de puntería situado 15cm sobre el eje de colimación de un teodolito. Sabiendo que el ángulo cenital es de 93,75 grados, calcular la inoconcia del el cálculo de la distancia reducida



## EJERCICIO PRÁCTICO.-

### CÁLCULO DE LA INCIDENCIA

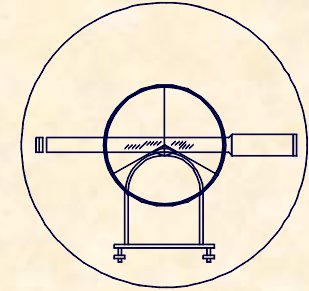


$$\frac{0,15}{\text{Sen}\hat{B}} = \frac{600}{\text{Sen}93,75} \Rightarrow \hat{B} = 0,0158^g$$

$$\hat{A}' = 200 - 93,75 - 0,0158 = 106,2342^g$$

$$\frac{D|_A^B}{\text{Sen}106,2342} = \frac{600}{\text{Sen}93,75} \Rightarrow D|_A^B = 600,014$$

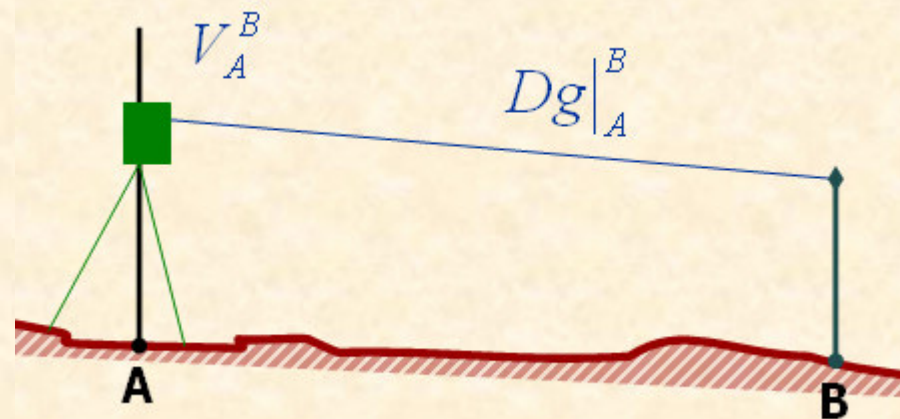
**MALA.** –  $D_A^B = 600,000 \cdot \text{Sen}93,75 = 597,110\text{m}$   
**BUENA.** –  $D_A^B = 600,014 \cdot \text{Sen}93,75 = 597,125\text{m}$

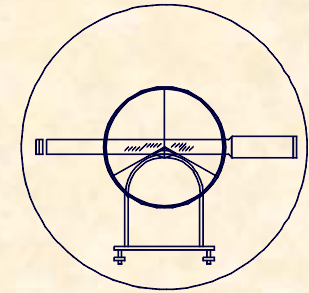


2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS  
2.4.- ESTACIONES TOPOGRÁFICAS TOTALES

EVOLUCIÓN CONSTRUCTIVA DE LAS ESTACIONES  
3.- EQUIPO UNITARIO (PLANTEAMIENTO)

- DATOS INICIALES.- A (X,Y,Z)
- DATOS DE CAMPO.-  $i_A$ ;  $D_A^B$ ;  $\theta_A^B$ ;  $V_A^B$ ;  $m_B$
- INCOGNITAS.- P (X,Y,Z)



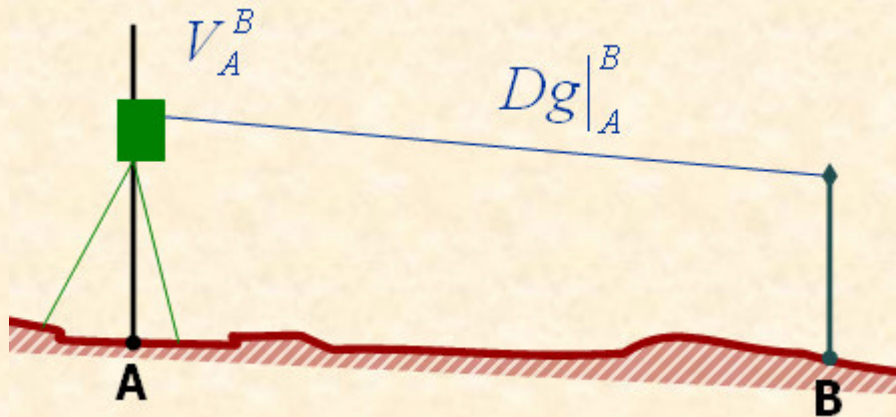


## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.4.- ESTACIONES TOPOGRÁFICAS TOTALES

## EVOLUCIÓN CONSTRUCTIVA DE LAS ESTACIONES

### 3.- EQUIPO UNITARIO (RESOLUCIÓN)



$$X_B = X_A + D_A^B \cdot \text{Sen} \theta_A^B$$

$$Y_B = Y_A + D_A^B \cdot \text{Cos} \theta_A^B$$

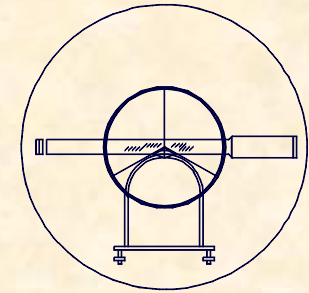
$$Z_B = Z_A + t_A^B + i_A - m_B$$



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



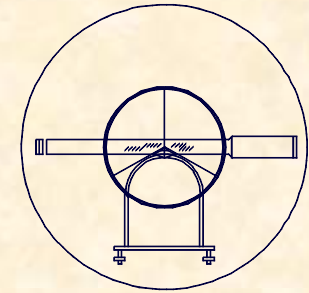
## EJERCICIO PRÁCTICO Número 21.-

Definir las coordenadas de los puntos 1 y 2 tomados desde una estación A, orientada con una referencia REF y cuyas coordenadas son:

A (1.015,19 / 2.134,17 / 96,32)

REF (976,77 / 1.615,39 / 100.18)

Sabiendo que la medición se ha llevado a cabo con un equipo unitario y de forma compacta, obteniendo los siguientes datos de campo:



## EJERCICIO PRÁCTICO Número 21.-

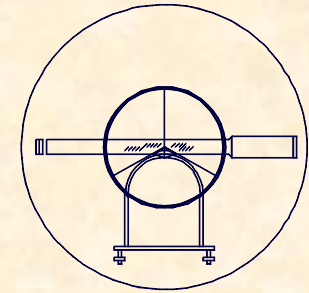
CLAVES	ALTURA APARATO		PUNTOS		DISTANCIA		ANGULO H		ANGULO V		ALTURA PRISMA																
	m	cm	Estación	Visado	metros	mm	Grados	Segundos	Grados	Segundos	m	cm															
	1	5	8	A	R	E	F	1	7	9	1	1	6	0													
				1	1	1	3	0	9	7	0	6	7	7	5	3	0	1	0	1	1	1	0	1	3	0	
				2	1	0	1	9	7	7	0	2	1	5	9	8	7	0	9	9	7	6	4	0	1	3	0

Definida la estación total por sus especificaciones técnicas, obtener el error angular y de distancia cometido al realizar la medición.

Teodolito Electrónico [S=60<sup>cc</sup> ; A=30 ; α=10<sup>cc</sup>]

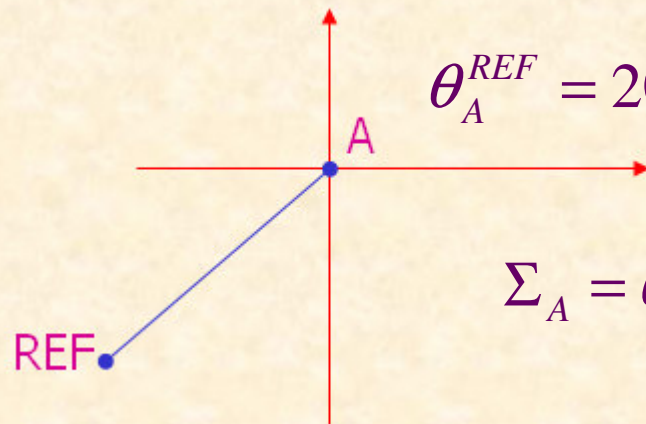
Distaciómetro 10 mm + 5 ppm





## EJERCICIO PRÁCTICO Número 21.-

### CÁLCULO DE ACIMUTES

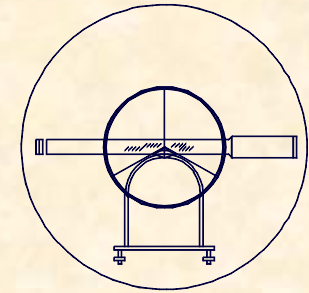


$$\theta_A^{REF} = 200 + \text{Arctg} \frac{\Delta X}{\Delta Y} = 200 + \text{Arctg} \frac{38,42}{518,78} = 204,7061^g$$

$$\Sigma_A = \theta_A^{REF} - L_A^{REF} = 204,7061 - 179,116 = 25,5901^g$$

$$\theta_A^1 = \Sigma_A + L_A^1 = 25,5901 + 67,753 = 93,3431^g$$

$$\theta_A^2 = \Sigma_A + L_A^2 = 25,5901 + 215,987 = 241,5771^g$$



## EJERCICIO PRÁCTICO Número 21.-

### COORDENADAS DE LOS PUNTOS 1 Y 2

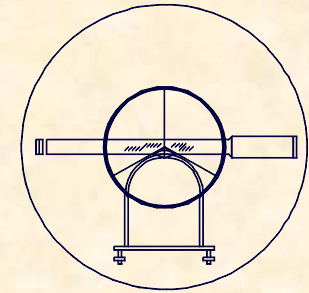
$$D_A^1 = Dg|_{A'}^1 \cdot \text{Sen}V = 1.130,97 \text{Sen}101,111$$

$$D_A^1 = 1.130,80 \quad 1 \left\{ \begin{array}{l} 2.139,81 \\ 2.252,20 \\ 76,86 \end{array} \right.$$

$$\theta_A^1 = 93,3431$$

$$D_A^2 = Dg|_{A'}^2 \cdot \text{Sen}V = 1.019,77 \text{Sen}99,764$$

$$D_A^2 = 1.019,76 \quad 2 \left\{ \begin{array}{l} 395,54 \\ 1.324,27 \\ 100,38 \end{array} \right.$$



**EJERCICIO PRÁCTICO Número 21.-**

**ERRORES ANGULARES ACIMUTALES**

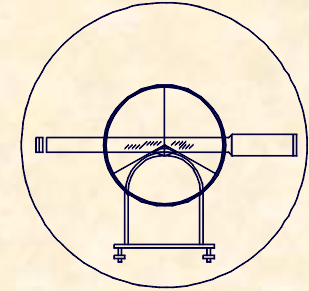
$$\varepsilon_v = \frac{S}{12} = \frac{60}{12} = 5^{cc}$$

$$\varepsilon_d = \frac{0,01}{1019,76} 636620 = 6,2^{cc}$$

$$\varepsilon_p = \frac{30}{30} \left( 1 + \frac{4 \cdot 30}{100} \right) = 2,2^{cc}$$

$$\varepsilon_l = \frac{2}{3} \cdot 10 = 6,7^{cc}$$

$$\varepsilon_T^H = \sqrt{5^2 + 6,2^2 + 2,2^2 + 6,7^2} = 10,6^{cc}$$



## EJERCICIO PRÁCTICO Número 21.-

### ERRORES ANGULARES CENITALES

$$\varepsilon_v = \frac{S}{3} = \frac{60}{3} = 20^{cc}$$

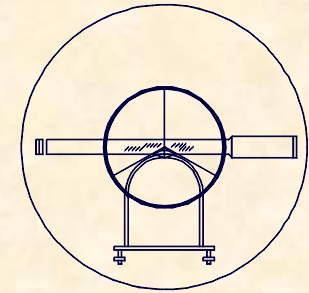
$$\varepsilon_p = \frac{150}{30} \left( 1 + \frac{4 \cdot 30}{100} \right) = 11^{cc}$$

$$\varepsilon_l = \frac{2}{3} \cdot 10 = 6,7^{cc}$$

$$\varepsilon_T^C = \sqrt{20^2 + 11^2 + 6,7^2} = 23,8^{cc}$$

### ERRORES EN DISTANCIA

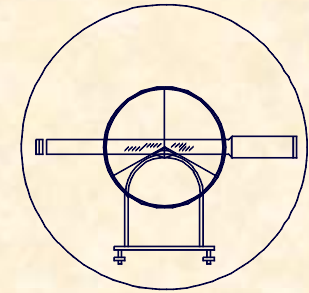
$$\varepsilon = 10mm + 5 ppm = 10 + (5 \cdot 1,1) = 15,5mm$$



**2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS**  
**2.4.- ESTACIONES TOPOGRÁFICAS TOTALES**

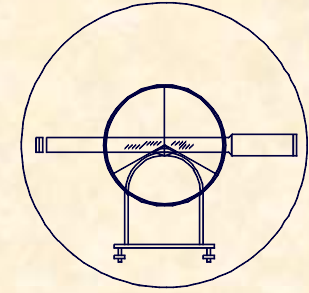
**COMPONENTES DE LA ESTACIÓN TOPOGRÁFICA**





**2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS**  
**2.4.- ESTACIONES TOPOGRÁFICAS TOTALES**  
**OFERTA DE ESTACIONES TOPOGRÁFICAS**





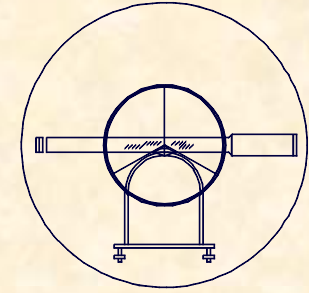
**2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS**  
**2.4.- ESTACIONES TOPOGRÁFICAS TOTALES**

**ELEMENTOS ACCESORIOS**





**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**  
**INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA**  
**E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA**

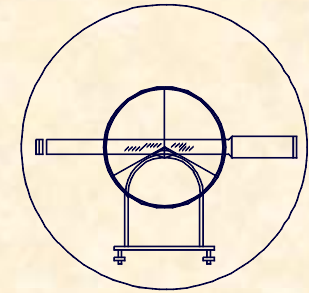


**2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS**  
**2.4.- ESTACIONES TOPOGRÁFICAS TOTALES**

**ELEMENTOS ACCESORIOS**



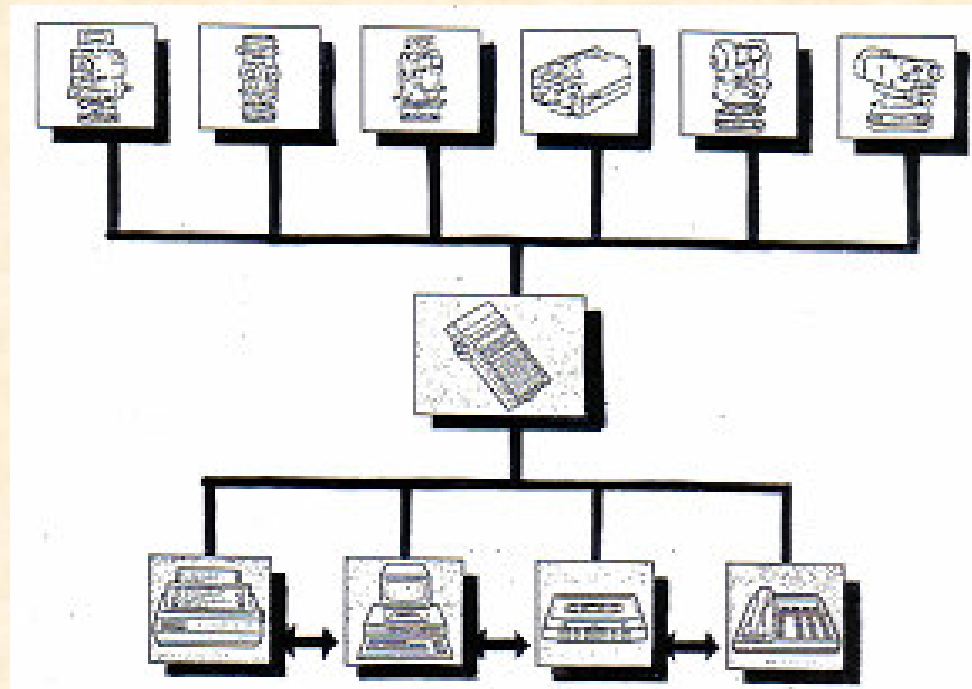


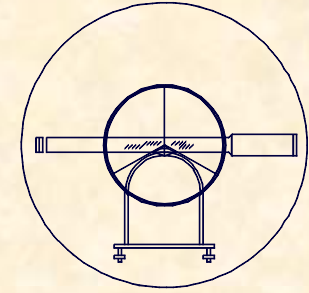


## 2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS

### 2.4.- ESTACIONES TOPOGRÁFICAS TOTALES

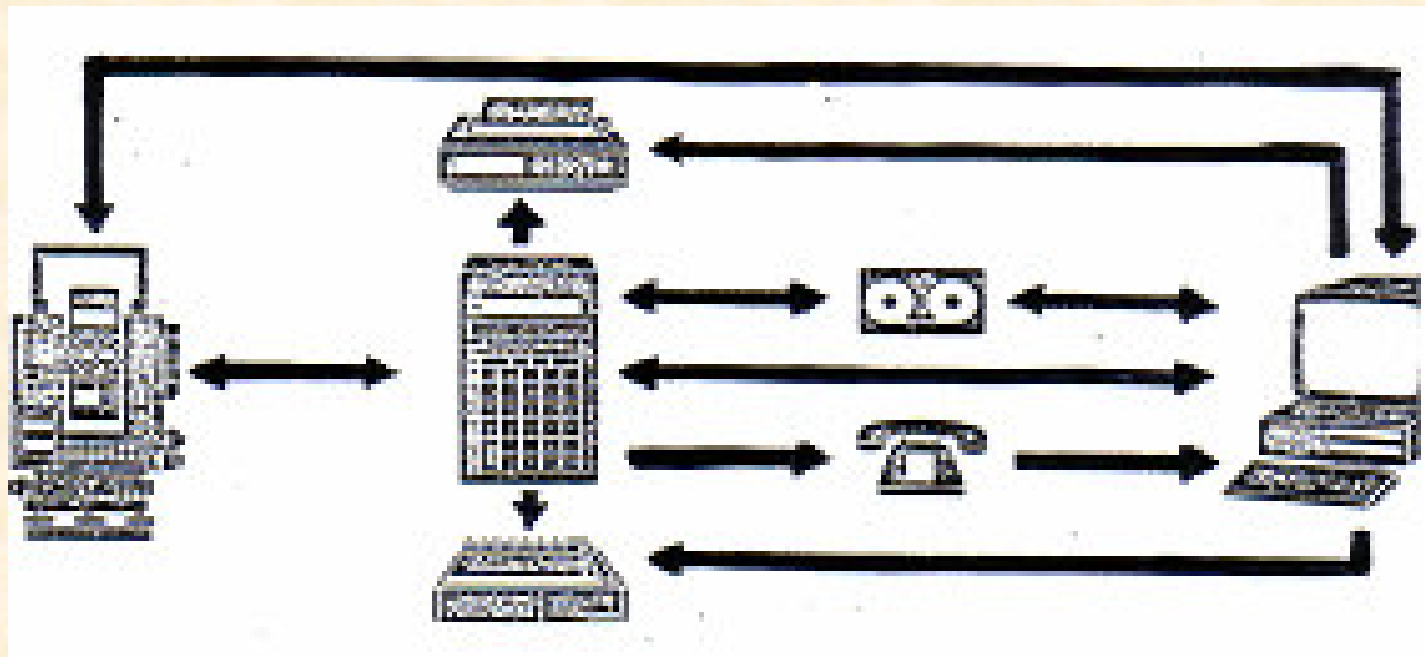
## VENTAJAS DE LAS ESTACIONES TOPOGRÁFICAS

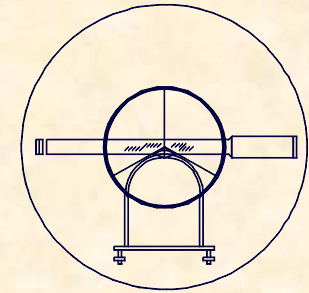




**2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS**  
**2.4.- ESTACIONES TOPOGRÁFICAS TOTALES**

**VENTAJAS DE LAS ESTACIONES TOPOGRÁFICAS**

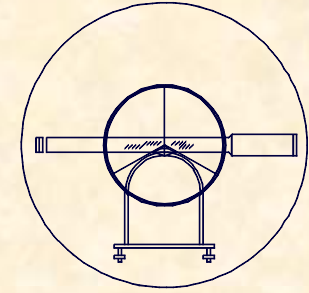




2.- MEDIDAS DE DISTANCIAS  
2.4.- ESTACIONES TOPOGRÁFICAS TOTALES

VENTAJAS DE LAS ESTACIONES TOPOGRÁFICAS

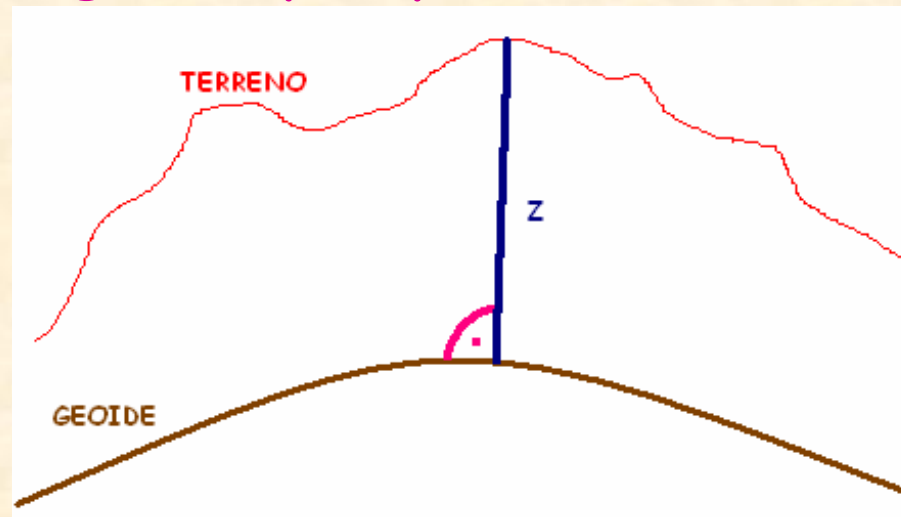


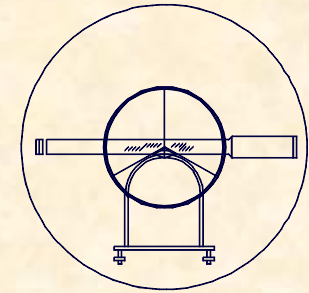


### 3.- LA MEDIDA DE ALTURAS 3.1.- INTRODUCCIÓN

## DEFINICIÓN DE COTA O ALTURA COTA O ALTURA

Distancia a lo largo de la vertical astronómica,  
entre el geode y el punto cuestión.



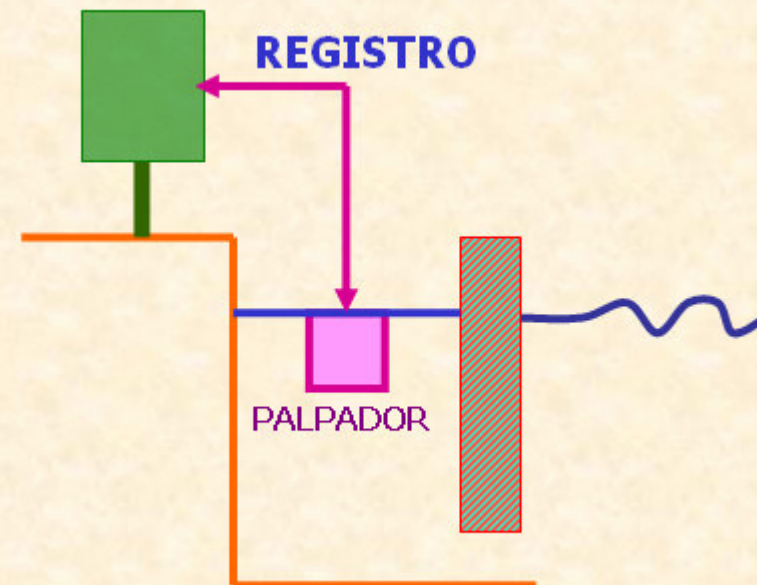


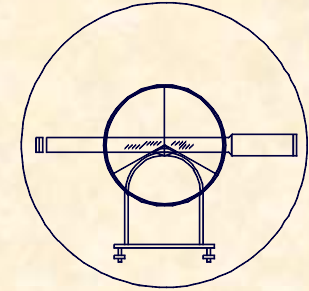
### 3.- LA MEDIDA DE ALTURAS 3.1.- INTRODUCCIÓN

## DETERMINACIÓN DEL GEOIDE

### MEREÓGRAFO-

Instrumento que permite la toma continua del nivel instantáneo del mar a lo largo del tiempo, lo que permite establecer el nivel medio del mar, que a su vez se asume como el Geoide.





### 3.- LA MEDIDA DE ALTURAS

#### 3.1.- INTRODUCCIÓN

## DETERMINACIÓN DE LA COTA

### NIVELACIÓN BAROMÉTRICA.-

Aquella que se apoya en relaciones físicas entre la presión y la altitud. (Barómetros)

### NIVELACIÓN TRIGONOMÉTRICA.-

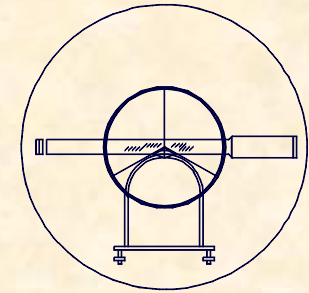
Aquella que se apoya en relaciones trigonométricas sencillas para establecer el cálculo de cotas. (Taquímetros y ETT)

### NIVELACIÓN GEOMÉTRICA.-

Aquella que se apoya en el paralelismo entre líneas horizontales. (Nivel)

### NIVELACIÓN GPS.-

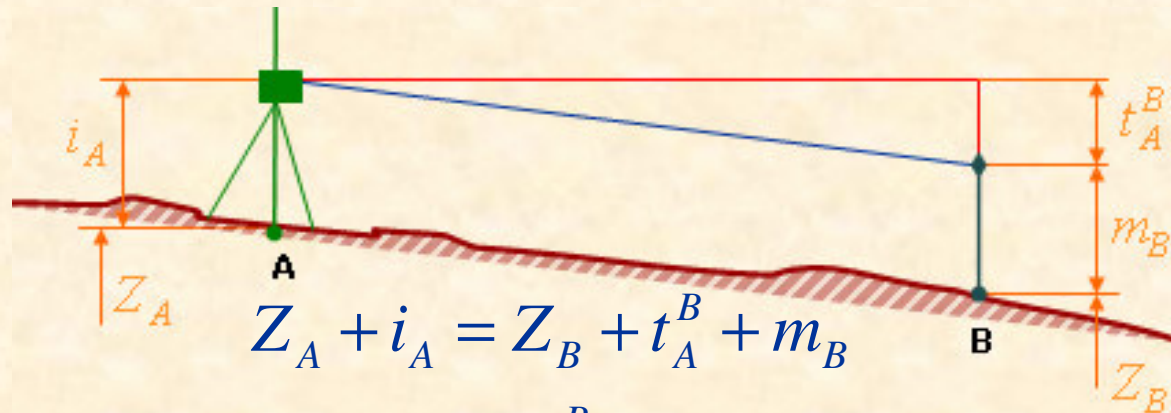
Aquella que se apoya en la observación a satélites artificiales para obtener la Cota. (Gps)



### 3.- LA MEDIDA DE ALTURAS

#### 3.2.- CORRECCIÓN POR ESFERICIDAD Y REFRACCIÓN

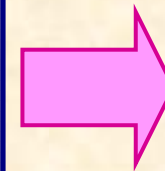
## NIVELACIÓN TRIGONOMÉTRICA



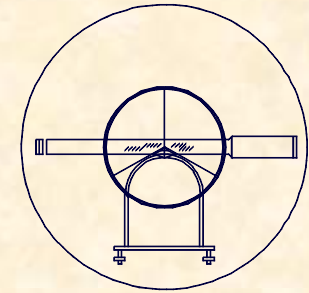
$$Z_A + i_A = Z_B + t_A^B + m_B$$

$$Z_B = Z_A + t_A^B + i_A - m_B$$

$$Z_B = Z_A + \frac{D_A^B}{\text{tg} V_A^B} + i_A - m_B$$



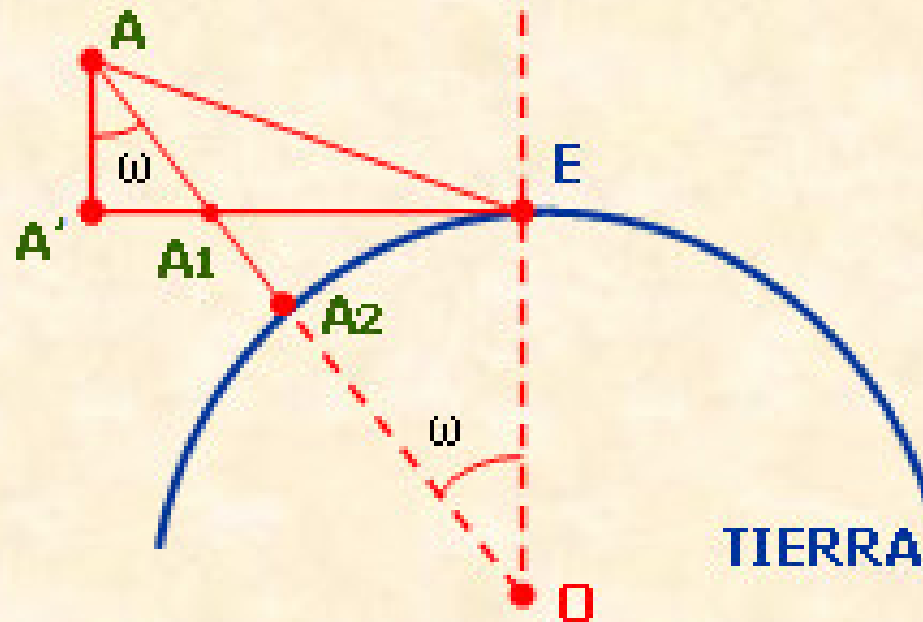
- ESFERICIDAD
- REFRACCIÓN



### 3.- LA MEDIDA DE ALTURAS

#### 3.2.- CORRECCIÓN POR ESFERICIDAD Y REFRACCIÓN

#### CORRECCIÓN POR ESFERICIDAD



Corrección por esfericidad =  $C_e$

$$C_e = AA_2 - AA'$$

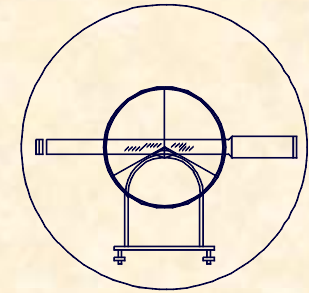
$$AA_2 = AA_1 + A_1A_2$$

$$AA_1 = \frac{AA'}{\cos \omega} \approx AA'$$

$$AA_2 = AA' + A_1A_2$$

$$C_e = AA' + A_1A_2 - AA' = A_1A_2$$

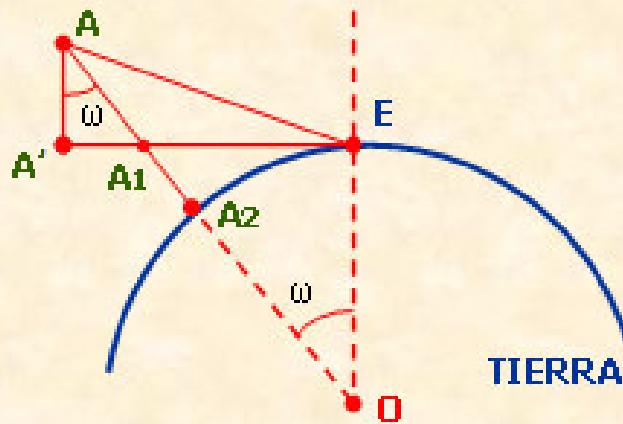




### 3.- LA MEDIDA DE ALTURAS

#### 3.2.- CORRECCIÓN POR ESFERICIDAD Y REFRACCIÓN

## CORRECCIÓN POR ESFERICIDAD



$$OE = R + h_E$$

$$OA_1 = R + h_E + Ce$$

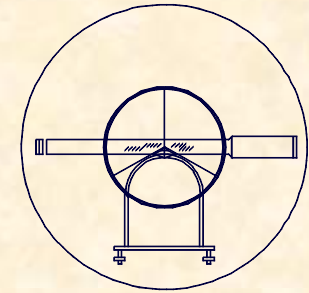
$$EA_1 = D - AA' \operatorname{tg} \omega$$

**PITAGORAS**

$$(R + h_E + Ce)^2 = (R + h_E)^2 + (D - AA' \operatorname{tg} \omega)^2$$

$$(R + h_E)^2 + 2Ce(R + h_E) + Ce^2 = (R + h_E)^2 + D^2$$

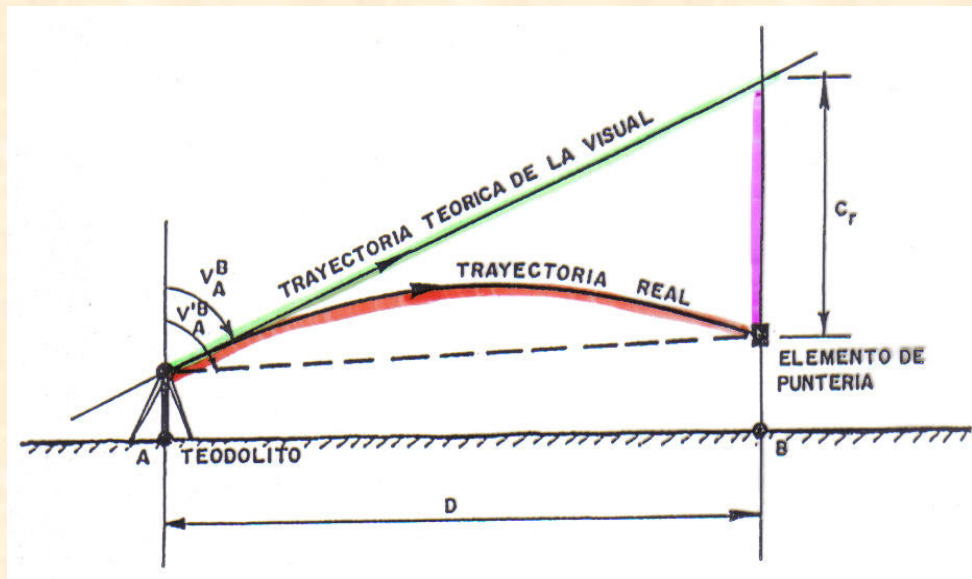
$$Ce = \frac{D^2}{2(R + h_E)} \cong 0,5 \frac{D^2}{R}$$



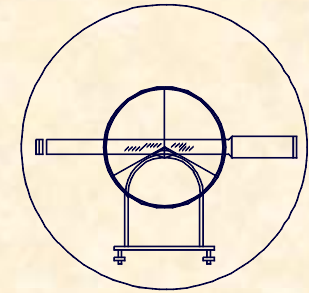
### 3.- LA MEDIDA DE ALTURAS

#### 3.2.- CORRECCIÓN POR ESFERICIDAD Y REFRACCIÓN

## CORRECCIÓN POR REFRACCIÓN



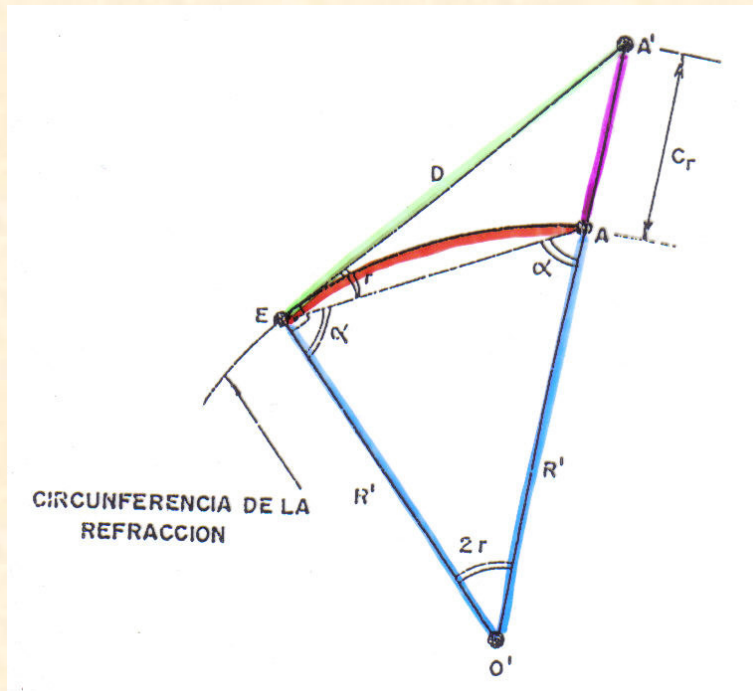
- Trayectoria real de la visual. (Si se deforma)
- Trayectoria teórica de la visual. (No se deforma)
- Corrección a realizar. (Negativa)



3.- LA MEDIDA DE ALTURAS

3.2.- CORRECCIÓN POR ESFERICIDAD Y REFRACCIÓN

CORRECCIÓN POR REFRACCIÓN



$$O' E = R'$$

$$A' E = D$$

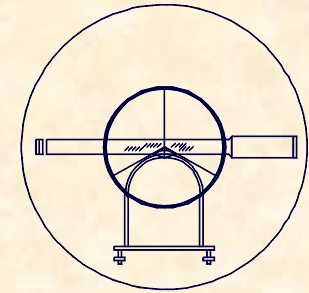
$$O' A' = R' + Cr$$

**PITAGORAS**

$$(R')^2 + D^2 = (R' + Cr)^2$$

$$\cancel{(R')}^2 + D^2 = \cancel{(R')}^2 + 2R'Cr + Cr^2$$

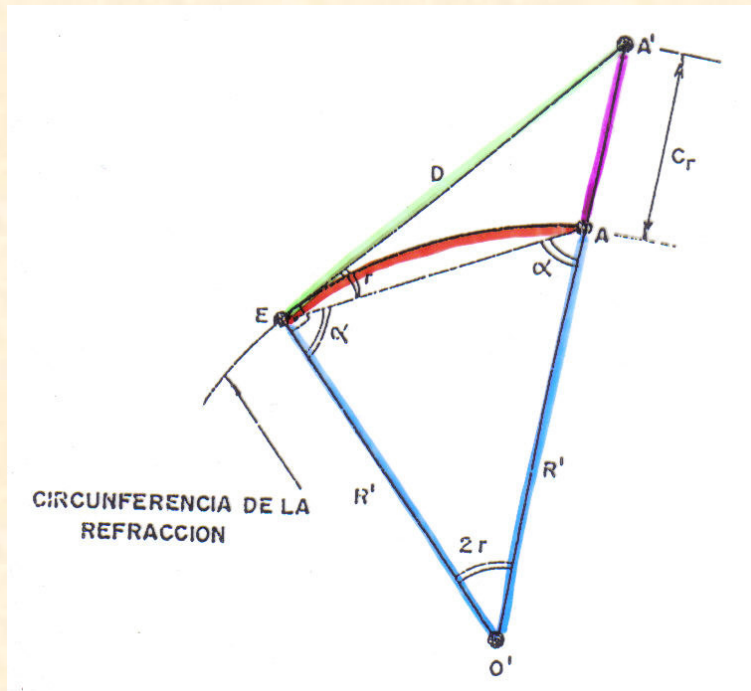
$$Cr = \frac{D^2}{2R'}$$



### 3.- LA MEDIDA DE ALTURAS

#### 3.2.- CORRECCIÓN POR ESFERICIDAD Y REFRACCIÓN

#### CORRECCIÓN POR REFRACCIÓN



$R'$  = Radio de la circunferencia  
de Refracción, se asemeja

$$R' = \frac{R}{2K}$$

$$C_r = \frac{D^2}{2R'} = \frac{D^2}{2 \frac{R}{2K}} = K \frac{D^2}{R}$$

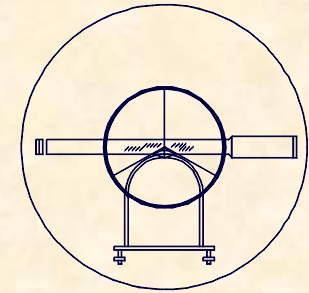
$K$  = constante de Refracción =  $F$



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



### 3.- LA MEDIDA DE ALTURAS

#### 3.2.- CORRECCIÓN POR ESFERICIDAD Y REFRACCIÓN

## CORRECCIÓN POR REFRACCIÓN

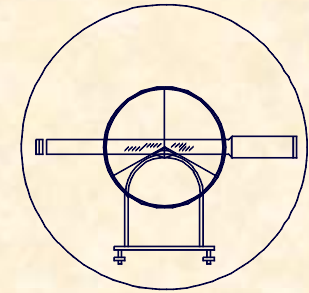
VALORES DE "F":

España --- 0,080

Francia { Costa --- 0,062  
Interior --- 0,066

Marruecos { Costa --- 0,068  
Interior --- 0,048

$$C_r = -0,08 \frac{D^2}{R}$$

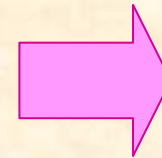


### 3.- LA MEDIDA DE ALTURAS

#### 3.2.- CORRECCIÓN POR ESFERICIDAD Y REFRACCIÓN

#### CORRECCIÓN CONJUNTA, ESFERICIDAD Y REFRACCIÓN

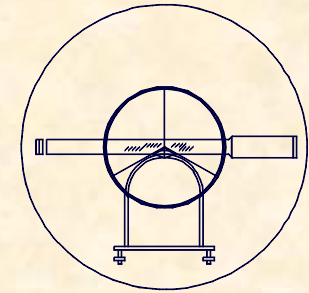
$$C = C_e - C_r = 0,5 \frac{D^2}{R} - 0,08 \frac{D^2}{R}$$



$$C = 0,42 \frac{D^2}{R}$$

#### VALORES SIGNIFICATIVOS

400m	1cm
1000m	7cm
2.000m	26cm
4.000m	106cm
8.000m	422cm
15.000m	1.483cm



### 3.- LA MEDIDA DE ALTURAS

#### 3.2.- CORRECCIÓN POR ESFERICIDAD Y REFRACCIÓN

## EXPRESIÓN DEFINITIVA EN NIVELACIÓN TRIGONOMÉTRICA

$$Z_P = Z_E + t_E^P + i_E - m_P + 0,42 \frac{D^2}{R}$$

$Z_P$  = Cota del punto observado

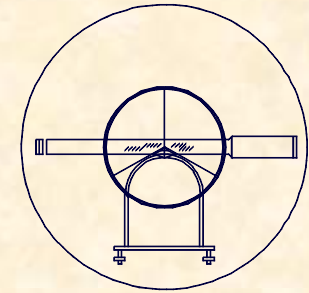
$Z_E$  = Cota de la estación

$t_E^P$  = Valor de la tangente

$i_E$  = Altura de instrumento

$m_P$  = Altura de mira o prisma

$R$  = Radio medio de la tierra



### 3.- LA MEDIDA DE ALTURAS

#### 3.3.- ERRORES EN LA NIVELACIÓN TRIGONOMÉTRICA

#### CAUSAS DE ERROR EN NIVEL. TRIGONOMÉTRICA

$$Z_P = Z_E + t_E^P + i_E - m_P + 0,42 \frac{D^2}{R} \Leftrightarrow t_A^B = \frac{D_A^B}{\text{tag} V_A^B} = D_A^B \cdot \text{Cotg} V_A^B$$

$$e_t^I = \Delta D \cdot \text{Cotg} V$$

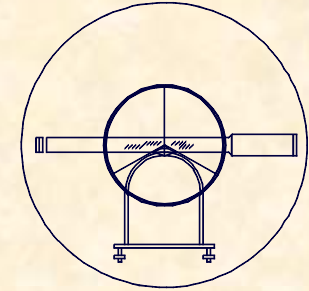
$$e_t^{II} = D [ \text{Cotg}(V \pm \varepsilon_T^C) - \text{Cotg} V ]$$

$$e_i = 1\text{cm}$$

$$e_m = m\beta \cdot \text{tg}(\alpha + \beta) = m(1 - \cos \beta)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 < D < 100 \Rightarrow e_m = 1\text{cm} \\ 100 < D < 200 \Rightarrow e_m = 2\text{cm} \\ 200 < D < 500 \Rightarrow e_m = 3\text{cm} \\ 500 < D < 1000 \Rightarrow e_m = 4\text{cm} \\ 1000 < D < 2000 \Rightarrow e_m = 5\text{cm} \end{array} \right.$$





### 3.- LA MEDIDA DE ALTURAS

#### 3.3.- ERRORES EN LA NIVELACIÓN TRIGONOMÉTRICA

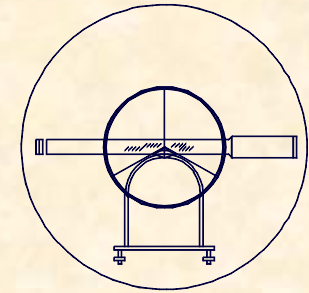
## ERROR TOTAL EN NIVELACIÓN TRIGONOMÉTRICA

### ERROR EN UN TRAMO

$$e = \sqrt{(e_t^I)^2 + (e_t^{II})^2 + e_i^2 + e_m^2}$$

### ERROR EN "n" TRAMOS

$$e_{TOTAL} = \frac{e \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{2}}$$



## EJERCICIO PRÁCTICO.-

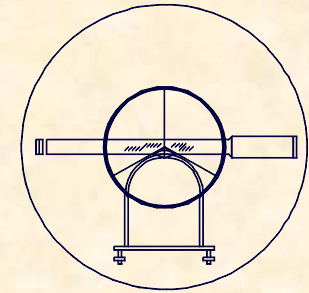
Dadas las siguientes observaciones de campo y sabiendo que estas han sido tomadas desde una estación de coordenadas:

A.- ( 9.176,36 / 10.614,91 / 638,77 )

R.- ( 10.315,29 / 9.179,66 )

CLAVES	ALTURA APARATO		PUNTOS		DISTANCIA		ANGULO H		ANGULO V		ALTURA PRISMA	
	m	cm	Estación	Visado	metros	mm	Grados	Segundos	Grados	Segundos	m	cm
	1	7,2	A	R			0:0:0	0:0:0				
				1	5:9:0	6:4:0	1:9:0	6:1:4:0	9:2	4:1:2:0	1	3:0
				2	1:3:1:9	7:7:0	2:6:0	9:1:6:0	1:0:1	7:1:4:0	1	3:0
				3	2:6:0:4	9:1:0	7:4	1:6:2:0	1:0:0	1:9:1:0	1	3:0

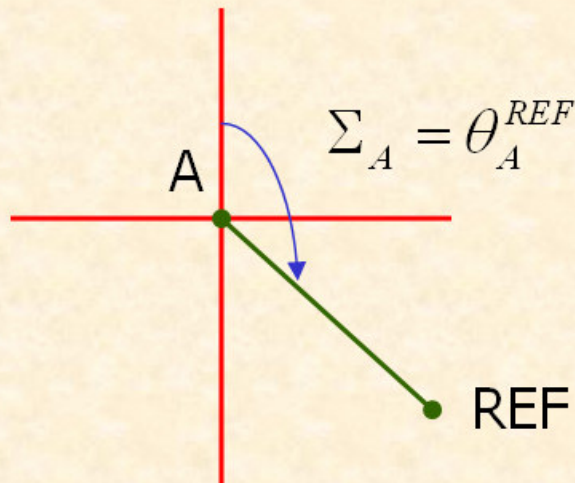
Determinar la variación altimétrica que se produce al determinar la cota de los tres puntos utilizando y sin utilizar la corrección por esfericidad y refracción así como el error altimétrico sabiendo que la estación total se define como  $[S=40^{cc} ; A=32 ; a=3^{cc}]$



EJERCICIO PRÁCTICO.-

**CÁLCULO DE ACIMUTES**

$$\theta_A^{REF} = \text{Arctg} \frac{\Delta X}{\Delta Y} = 100 + \text{Arctg} \frac{1435,25}{1138,93}$$

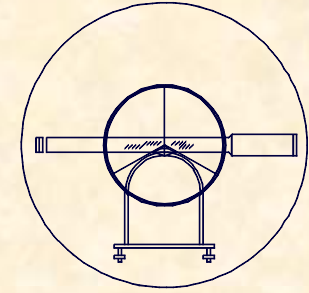


$$\Sigma_A = \theta_A^{REF} = 157,2962^{\circ}$$

$$\theta_A^1 = \Sigma_A + L_A^1 = 347,9102^{\circ}$$

$$\theta_A^2 = \Sigma_A + L_A^2 = 18,2122^{\circ}$$

$$\theta_A^3 = \Sigma_A + L_A^3 = 231,4582^{\circ}$$



## EJERCICIO PRÁCTICO.-

### VARIACIÓN ALTIMÉTRICA

#### COORDENADAS DEL PUNTO 1

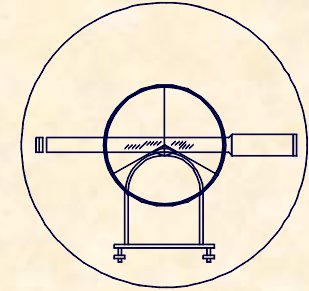
$$D_A^I = 586,449$$

$$\theta_A^I = 347,9102$$

1 {

8.748,291  
11.015,759  
709,445  
709,423

→ 2,2cm



EJERCICIO PRÁCTICO.-

VARIACIÓN ALTIMÉTRICA

COORDENADAS DEL PUNTO 2

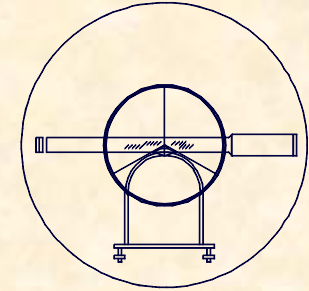
$$D_A^2 = 1319,292$$

$$\theta_A^2 = 18,2122$$

$$2 \left\{ \begin{array}{l} 9.548,652 \\ 11.880,584 \\ 603,776 \\ 603,662 \\ \rightarrow 11,4cm \end{array} \right.$$

VARIACIÓN DEL PUNTO 3

$$V\Delta Z|_A^3 = 44,7cm$$



## EJERCICIO PRÁCTICO.-

### ERROR ALTIMÉTRICO

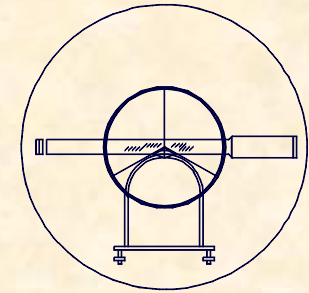
$$e_t^I = \Delta D \cdot \text{Cotg} V$$

$$\Delta D = (e_e + e_p) + (10\text{mm} + 5 \text{ppm})$$

$$\Delta D = (20\text{mm}) + (10\text{mm}) + (5 \cdot 2,6\text{mm}) = 43\text{mm}$$

$$e_t^I = 43 \cdot \text{Cotg} 92,412 = 0,46\text{mm} \cong 0\text{mm}$$

$$e_t^I = 0\text{mm}$$



EJERCICIO PRÁCTICO.-

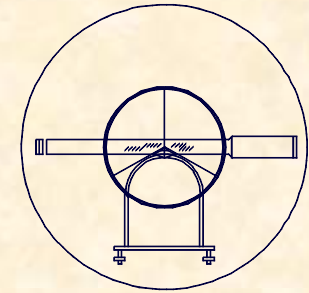
**ERROR ALTIMÉTRICO**

$$e_t^H = D [ \text{Cotg}(V \pm \varepsilon_T^C) - \text{Cotg}V ]$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_v &= \frac{S}{3} = \frac{40}{3} = 13,3^{cc} \\ \varepsilon_p &= \frac{150}{32} \left( 1 + \frac{4 \cdot 32}{100} \right) = 10,7^{cc} \\ \varepsilon_l &= \frac{2}{3} \cdot 3 = 2^{cc} \end{aligned} \right\} \varepsilon_T^C = \sqrt{13,3^2 + 10,7^2 + 2^2} = 17,2^{cc} \approx 18^{cc}$$

$$e_t^H = 2604,898 [ \text{Cotg}(92,412 \pm 0,0018) - \text{Cotg}92,412 ]$$

$$e_t^H = 0,075m$$



## ERROR ALTIMÉTRICO

### EJERCICIO PRÁCTICO.-

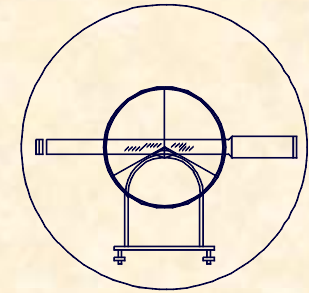
$$e_i = 1cm$$

$$e_i = 0,01m$$

$$e_m \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0 < D < 100 \Rightarrow e_m = 1cm \\ 100 < D < 200 \Rightarrow e_m = 2cm \\ 200 < D < 500 \Rightarrow e_m = 3cm \\ 500 < D < 1000 \Rightarrow e_m = 4cm \\ 1000 < D < 2000 \Rightarrow e_m = 5cm \end{array} \right. \Rightarrow e_m = 8cm$$

$$e_m = 0,08m$$





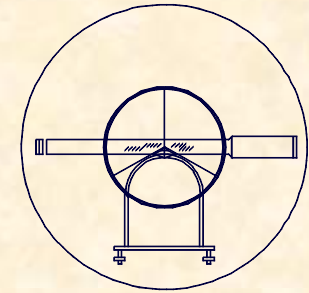
## ERROR ALTIMÉTRICO

### EJERCICIO PRÁCTICO.-

$$e = \sqrt{(e_t^I)^2 + (e_t^{II})^2 + e_i^2 + e_m^2}$$

$$e_T = \sqrt{0^2 + 7,5^2 + 1^2 + 8^2}$$

$$e_T = 11\text{cm}$$

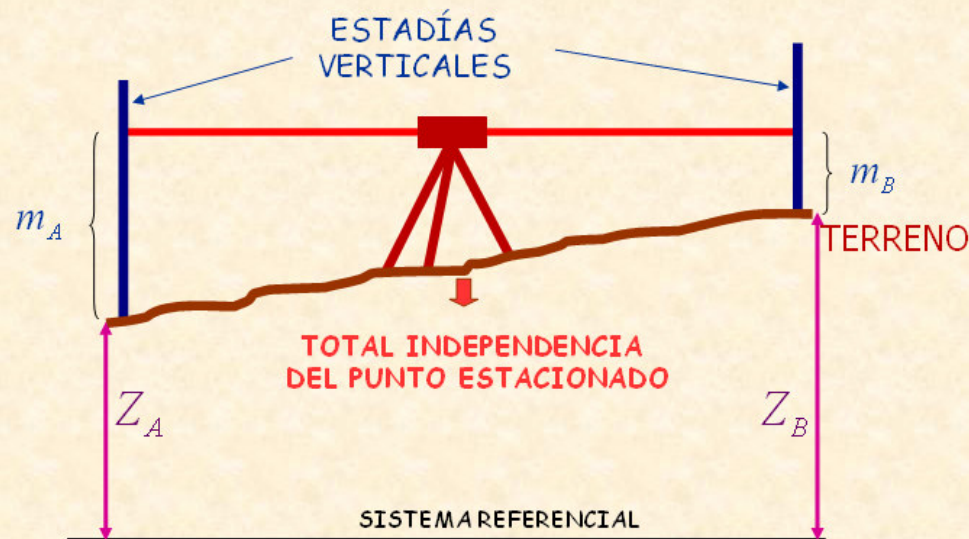


### 3.- LA MEDIDA DE ALTURAS

#### 3.4.- EL NIVEL GEOMÉTRICO

## FUNDAMENTO DE LA NIVELACIÓN GEOMÉTRICA

**EL NIVEL:** Instrumento topográfico que correctamente estacionado define perfectamente un plano horizontal.



$$Z_A + m_A = Z_B + m_B$$

$$Z_B = Z_A + m_A - m_B$$

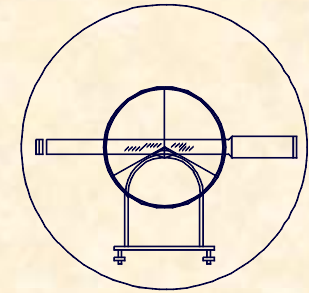
$$Z_B = Z_A + \Delta Z \Big|_A^B$$



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



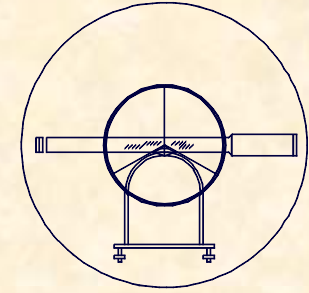
### 3.- LA MEDIDA DE ALTURAS

#### 3.4.- EL NIVEL GEOMÉTRICO

## TIPOS DE NIVELES

### A. NIVEL CONVENCIONAL

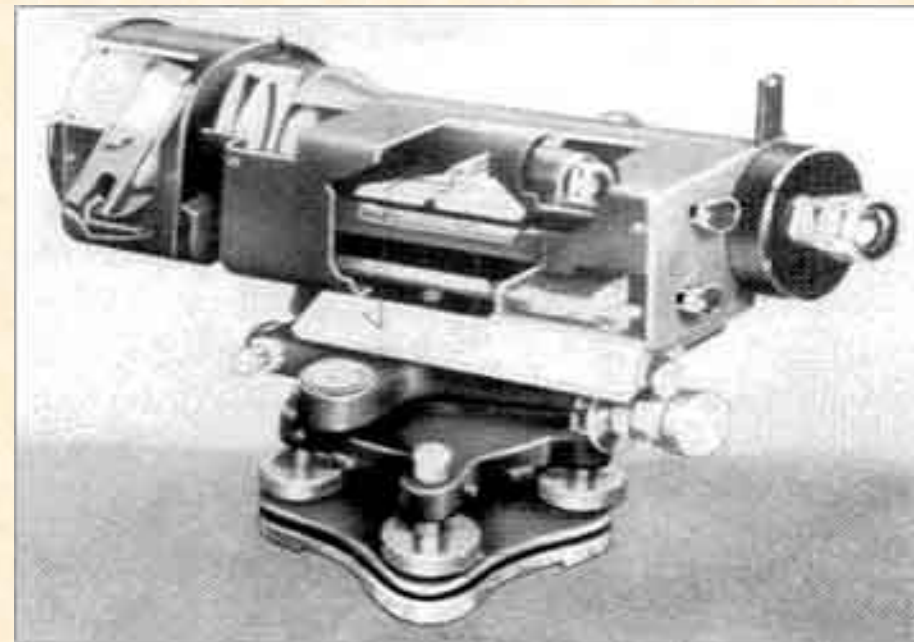
- Se estaciona como cualquier instrumento topográfico, con una plataforma nivelante, sus correspondientes tornillos de nivelación y niveles esféricos y tóricos.
- Utiliza estadías verticales convencionales divididas en 2mm.
- Requiere dos operarios, uno en el nivel y otro en la estadía.
- La captura de datos es manual.
- Ideal para realizar nivelaciones lineales.
- Genera buenas precisiones 1mm/km.

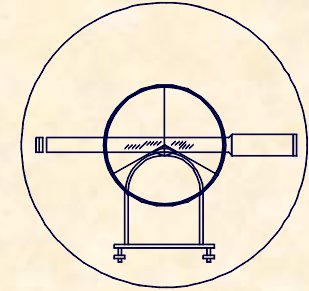


**3.- LA MEDIDA DE ALTURAS**  
**3.4.- EL NIVEL GEOMÉTRICO**

**TIPOS DE NIVELES**

**A. NIVEL CONVENCIONAL**





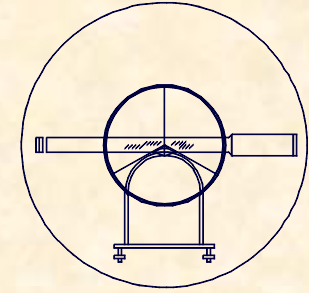
### 3.- LA MEDIDA DE ALTURAS

#### 3.4.- EL NIVEL GEOMÉTRICO

## TIPOS DE NIVELES

### B. NIVEL AUTOMÁTICO

- Se estaciona de forma automática, dicho estacionamiento se realiza mediante un sencillo mecanismo fundamentado en un péndulo simple, aunque hay que pre-nivelarlo.
- Utiliza estadías verticales convencionales divididas en 2mm.
- Requiere dos operarios, uno en el nivel y otro en la estadía.
- La captura de datos es manual.
- Ideal para realizar nivelaciones lineales.
- Genera buenas precisiones 1mm/km.



**3.- LA MEDIDA DE ALTURAS**  
**3.4.- EL NIVEL GEOMÉTRICO**

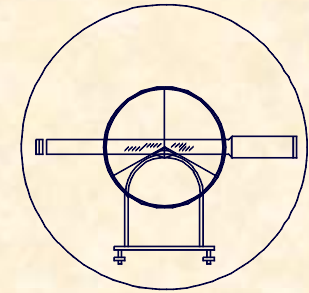
**TIPOS DE NIVELES**

**B. NIVEL AUTOMÁTICO**





**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**  
INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA  
**E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA**

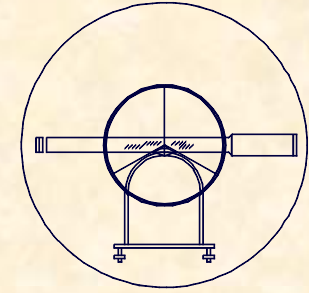


**3.- LA MEDIDA DE ALTURAS**  
**3.4.- EL NIVEL GEOMÉTRICO**

**TIPOS DE NIVELES**

**C. NIVEL LÁSER**

- Se estaciona de forma automática, aunque hay que pre-nivelarlo, igual que los anteriores.
- Utiliza estadias verticales convencionales, en las que se desliza de forma vertical el sensor, divididas en 1mm.
- Sólo requiere un operario, el que lleva la estadia.
- La captura de datos es manual.
- Ideal para realizar nivelaciones zonales.
- Genera buenas precisiones 2mm/km.



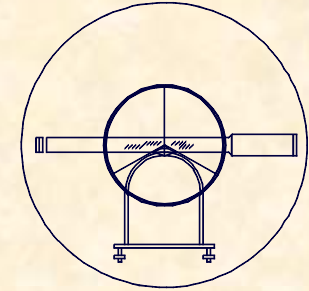
**3.- LA MEDIDA DE ALTURAS**  
**3.4.- EL NIVEL GEOMÉTRICO**

**TIPOS DE NIVELES**

**C. NIVEL LÁSER**







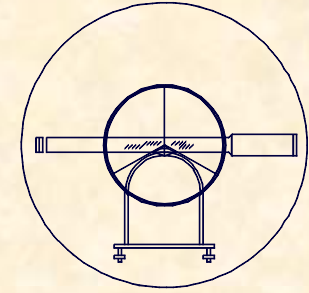
### 3.- LA MEDIDA DE ALTURAS

#### 3.4.- EL NIVEL GEOMÉTRICO

## TIPOS DE NIVELES

### D. NIVEL ELECTRÓNICO

- Se estaciona de forma automática, aunque hay que pre-nivelarlo, igual que los anteriores.
- Utiliza estadias verticales con códigos de barras, que permiten la lectura automática, con un lector óptico.
- Requiere dos operarios, uno al nivel y otro a la estadia.
- La captura de datos es automática y en formato digital.
- Ideal para realizar nivelaciones de todo tipo.
- Genera excelentes precisiones 0,5 mm/km.

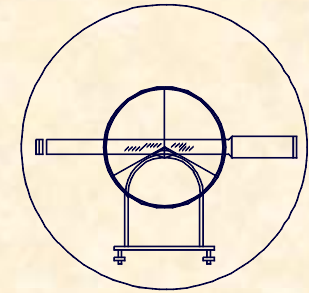


3.- LA MEDIDA DE ALTURAS  
3.4.- EL NIVEL GEOMÉTRICO

TIPOS DE NIVELES

D. NIVEL ELECTRÓNICO



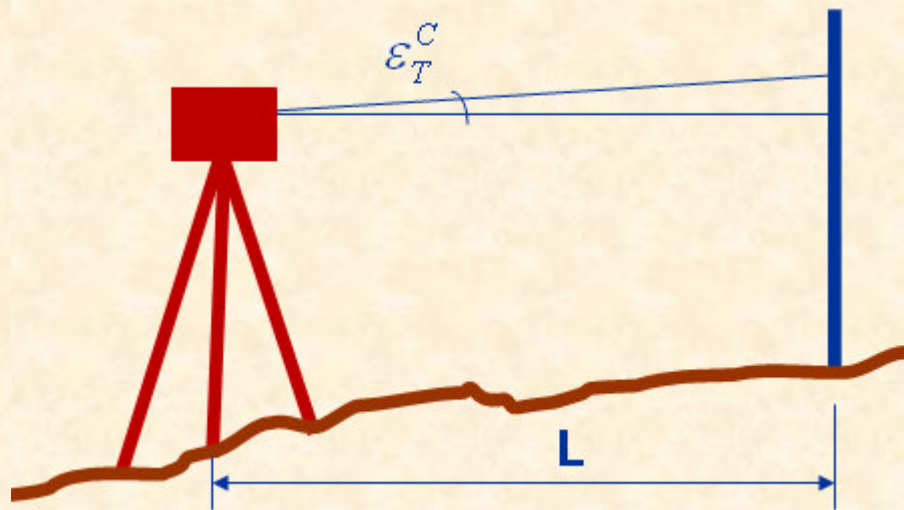


3.- LA MEDIDA DE ALTURAS

3.5.- ERRORES EN LA NIVELACIÓN GEOMÉTRICA

FUENTES DE ERROR EN NIVELACIÓN GEOMÉTRICA

ERRORES PROPIOS DEL INSTRUMENTO



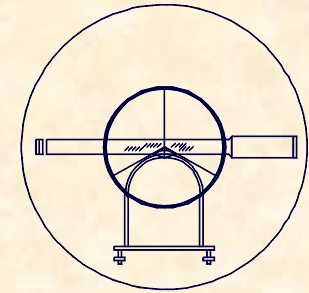
$$e_I = \frac{\varepsilon_T^C \cdot L}{636620 / 206265}$$

$$\varepsilon_v = \frac{S}{3}$$

$$\varepsilon_p = \frac{k}{A} \left( 1 + \frac{4A}{100} \right)$$

$$\varepsilon_T^C = \sqrt{\varepsilon_v^2 + \varepsilon_p^2}$$

$$k = 150^{cc} \text{ ó } 650''$$

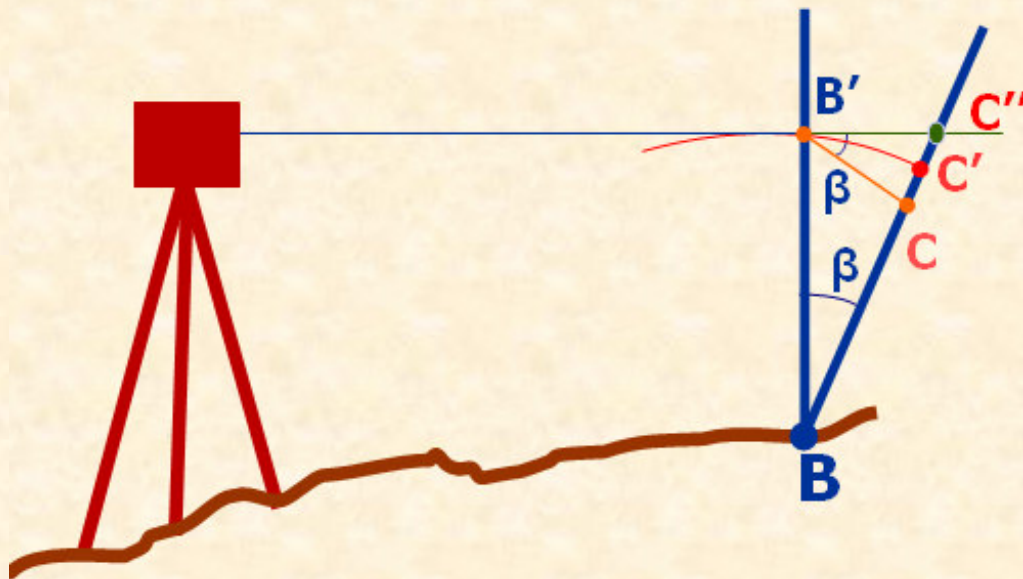


### 3.- LA MEDIDA DE ALTURAS

#### 3.5.- ERRORES EN LA NIVELACIÓN GEOMÉTRICA

## FUENTES DE ERROR EN NIVELACIÓN GEOMÉTRICA

### ERROR POR FALTA DE VERTICALIDAD DE LA MIRA



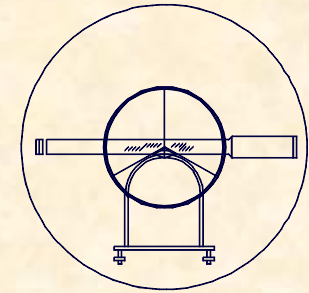
$$e_m = BC'' - BC' = C'C''$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{CC''}{CB'} \Rightarrow CC'' = CB' \cdot \operatorname{tg} \beta$$

$$C'C'' < CC'' \Rightarrow e_m = CB' \cdot \operatorname{tg} \beta$$

$$CB' < C'B' \rightarrow m_B \cdot \beta$$

$$e_{II} = \frac{m_B \cdot \beta \cdot \operatorname{tg} \beta}{636620 / 2066265}$$



### 3.- LA MEDIDA DE ALTURAS

#### 3.5.- ERRORES EN LA NIVELACIÓN GEOMÉTRICA

## ERROR EN LA NIVELACIÓN GEOMÉTRICA

### ERROR EN UN TRAMO

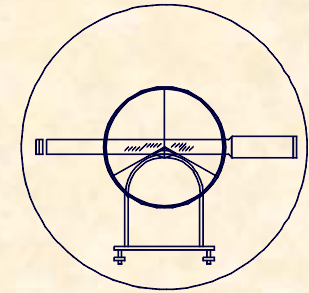
$$e = \sqrt{e_I^2 + e_{II}^2} = \sqrt{\left(\frac{L \cdot \varepsilon_T^C}{636620 / 206265}\right)^2 + \left(\frac{m \cdot \beta \cdot \operatorname{tg} \beta}{636620 / 206265}\right)^2}$$

### ERROR EN "n" TRAMOS

$$e_T = \sqrt{e_I^2 + e_{II}^2} \cdot \sqrt{n}$$

### ERROR KILOMÉTRICO

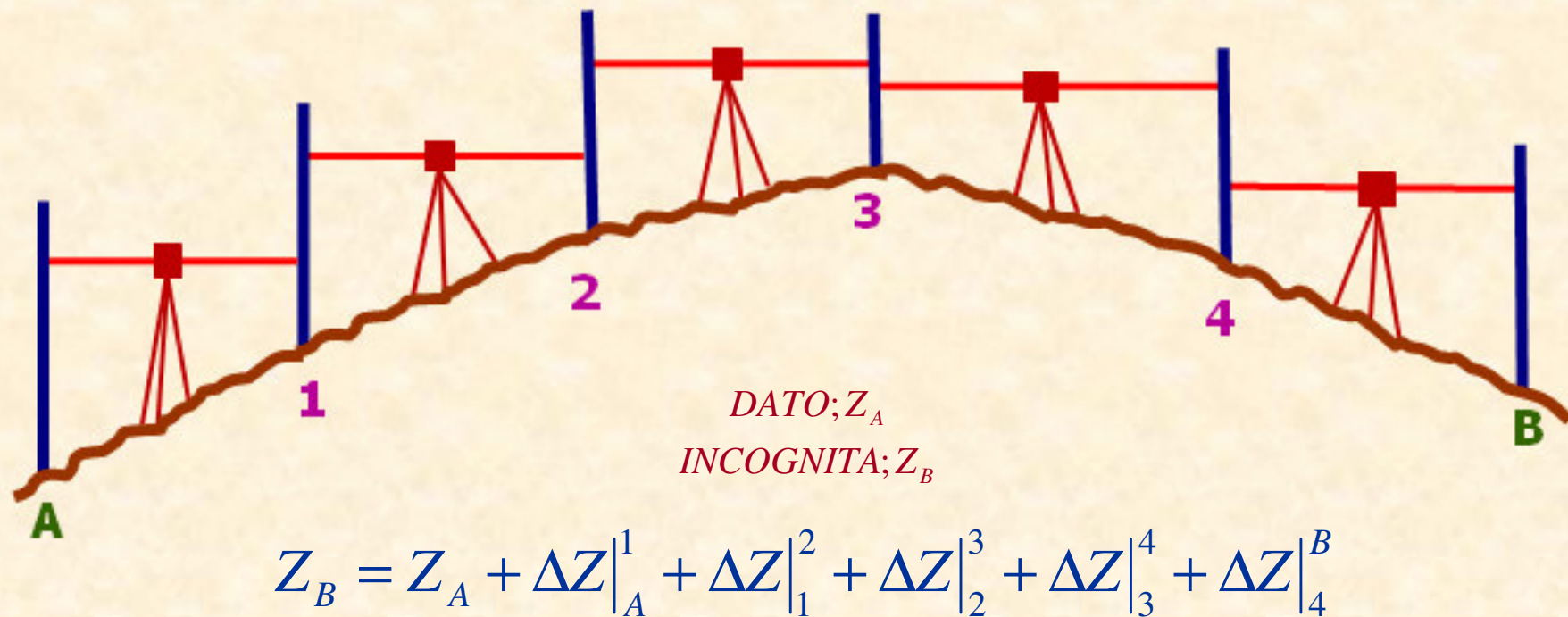
$$e_k = \sqrt{e_I^2 + e_{II}^2} \cdot \sqrt{\frac{1000}{L}}$$



### 3.- LA MEDIDA DE ALTURAS

#### 3.6.- FORMAS DE TRABAJO CON UN NIVEL

#### PROCEDIMIENTO DE TRABAJO

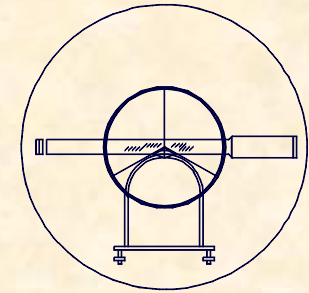




UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA

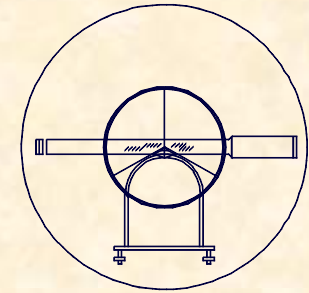


### 3.- LA MEDIDA DE ALTURAS

#### 3.6.- FORMAS DE TRABAJO CON UN NIVEL

## PROCEDICIMIENTO DE TRABAJO

ESTACIONES DE LA MIRA	LECTURA DE ESPALDA		LECTURA DE FRENTE		DIFERENCIA - (BAJA)		DIFERENCIA + (SUBE)		ALTITUDES DEL ORIGEN				OBSERVACIONES		
	m	mm	m	mm	m	mm	m	mm							
									m	mm					

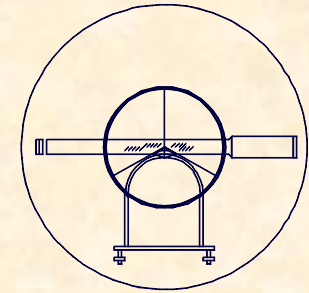


EJERCICIO PRÁCTICO Número 22.-

Resolver la siguiente libreta de nivelación:

ESTACIONES DE LA MIRA	LECTURA DE ESPALDA				LECTURA DE FRENTE				DIFERENCIA - (BAJA)		DIFERENCIA + (SUBE)		ALTITUDES DEL ORIGEN					
	m		mm		m		mm		m		mm		m		mm			
1	1	3	5	2	1	1	1	1					1	0	0	0	0	0
2	1	9	6	8	1	5	2	7										
3	2	3	4	6	1	9	8	3										
4	2	5	4	8	2	1	3	8										
5	1	8	1	7	2	0	6	4										
6	2	1	6	8	2	6	4	2										
7	1	9	7	8	2	1	4	4										
8	1	9	6	4	1	6	4	8										

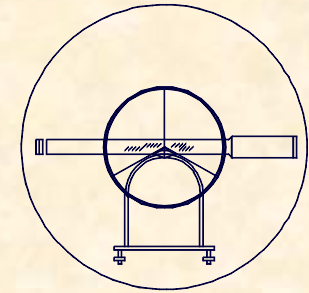




EJERCICIO PRÁCTICO Número 22.-

**RESOLUCIÓN DE LA LIBRETA DE NIVELACIÓN**

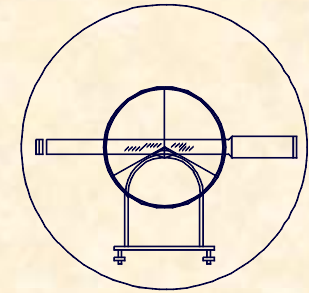
ESTACION	LECTURA ESPALDA				LECTURA FRENTE				- (BAJA)	+ (SUBE)	ALTITUDES DEL ORIGEN
	m	mm			m	mm					100,000
1	1	3	5	2	1	1	1	1	----	0,241	100,241
2	1	9	6	8	1	5	2	7	----	0,441	100,682
3	2	3	4	6	1	9	8	3	----	0,363	101,045
4	2	5	4	8	2	1	3	8	----	0,410	101,455
5	1	8	1	7	2	0	6	4	0,247	----	101,208
6	2	1	6	8	2	6	4	2	0,474	----	100,734
7	1	9	7	8	2	1	4	4	0,166	----	100,568
8	1	9	6	4	1	6	4	8	----	0,316	100,884



**EJERCICIO PRÁCTICO.-**

**Resolver la siguiente libreta de nivelación:**

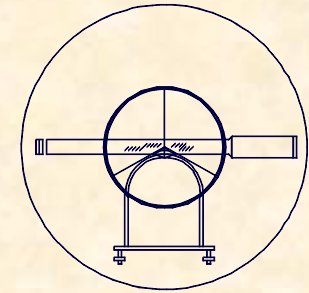
EST NIV	LECTURA ESPALDA		LECTURA FRENTE		DIF. - (BAJA)		DIF. + (SUBE)		ALTITUDES DEL ORIGEN				
	m	mm	m	mm	m	mm	m	mm	0 0 0 0 0				
									m	mm			
1	A				---		B						
2	C		D				---						
3			E		F		---						
4			G		---		H						
5	I				J		---						



EJERCICIO PRÁCTICO.-

RESOLUCIÓN DE LA LIBRETA DE NIVELACIÓN

EST NIV	LECTURA ESPALDA		LECTURA FRENTE		DIF. - (BAJA)		DIF. + (SUBE)		ALTITUDES DEL ORIGEN				
	m	mm	m	mm	m	mm	m	mm	0	0	0	0	0
									m	mm			
1	A		A-B		---		B		B				
2	C		D		C-D		---		B-(C-D)				
3	E-F		E		F		---		B-(C-D)-F				
4	H+G		G		---		H		B-(C-D)-F+H				
5	I		I+J		J		---		B-(C-D)-F+H-J				



### EJERCICIO PRÁCTICO Número 23.-

Contrastar el error cometido al realizar una nivelación entre dos puntos que se encuentran a 1.200 m. Sabiendo que los instrumentos utilizados fueron los siguientes:

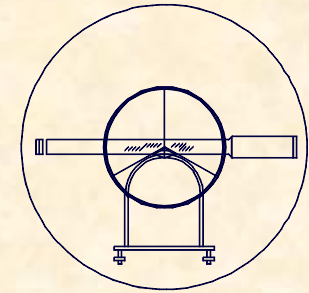
#### TAQUIMETRO.-

4 Tramos de 300 m.

Error relativo 0,30 %

Pendiente de la visual  $5^g$

$[S=60^{cc} ; A=30 ; a=20^{cc}]$



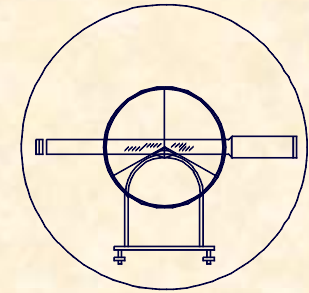
EJERCICIO PRÁCTICO Número 23.-

ESTACION TOTAL.-

1 Tramo de 1.200 m.  
Pendiente de la visual 3<sup>g</sup>  
[S=40<sup>cc</sup> ; A=30 ; α=10<sup>cc</sup>]

NIVEL.-

24 Tramos de 50 m.  
Inclinación de la mira 1<sup>g</sup>  
Altura de la mira 2 m.  
[S=20<sup>cc</sup> ; A=30]



## EJERCICIO PRÁCTICO Número 23.-

### ERROR EN LA NIVELACIÓN CON TAQUÍMETRO

$$e_t^I = \Delta D \cdot \text{Cotg}V = 0,9 \cdot \text{Cotg}95 = 0,07m.$$

$$\Delta D = \frac{D \cdot \varepsilon}{100} = \frac{300 \cdot 0,3}{100} = 0,90$$

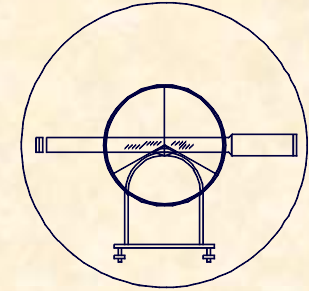
$$e_t^{II} = D \cdot [\text{Cotg}(V \pm \varepsilon_T^C) - \text{Cotg}V] e_t^{II} = 300 \cdot [\text{Cotg}(95 \pm 0,0027) - \text{Cotg}95] = 0,01m.$$

$$\varepsilon_v = \frac{60}{3} = 20^{cc}$$

$$\varepsilon_p = \frac{150}{30} \left( 1 + \frac{4 \cdot 30}{100} \right) = 11^{cc}$$

$$\varepsilon_l = \frac{2}{3} \cdot 20 = 13,3^{cc}$$

$$\varepsilon_T^C = 26,5^{cc} \approx 27^{cc}$$



EJERCICIO PRÁCTICO Número 23.-

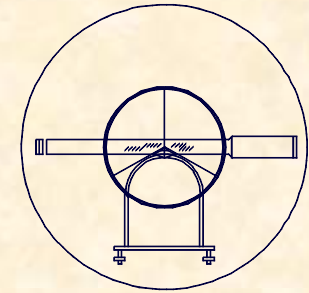
**ERROR EN LA NIVELACIÓN CON TAQUÍMETRO**

$$e_i = 0,01m.$$

$$e_m \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0 < D < 100 \Rightarrow e_m = 1cm \\ 100 < D < 200 \Rightarrow e_m = 2cm \\ 200 < D < 500 \Rightarrow e_m = 3cm \\ 500 < D < 1000 \Rightarrow e_m = 4cm \\ 1000 < D < 2000 \Rightarrow e_m = 5cm \end{array} \right\} \Rightarrow e_m = 0,03m$$

**ERROR EN UN TRAMO**  $e = \sqrt{7^2 + 1^2 + 1^2 + 3^2} = 7,7cm.$

**ERROR TOTAL ALTIMÉTRICO**  $e_T = e \cdot \sqrt{n} = 7,7 \cdot \sqrt{4} \approx 16cm.$



## EJERCICIO PRÁCTICO Número 23.-

### ERROR EN LA NIVELACIÓN CON ESTACIÓN TOTAL

$$e_t^I = \Delta D \cdot \text{Cotg} V = 0,035 \cdot \text{Cotg} 97 = 0,001 \text{m.}$$

$$\Delta D = (e_e + e_p) + (10 \text{mm} + 5 \text{ppm}) = 20 + 10 + 5 = 35 \text{mm}$$

$$e_t^{II} = D \cdot [\text{Cotg}(V \pm \varepsilon_T^C) - \text{Cotg} V] e_t^{II} = 1200 \cdot [\text{Cotg}(97 \pm 0,0019) - \text{Cotg} 97] = 0,036 \text{m.}$$

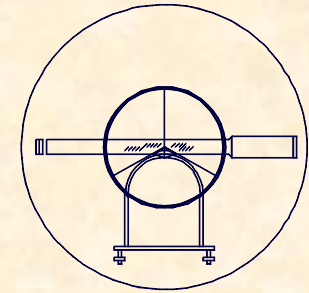
$$\varepsilon_v = \frac{40}{3} = 13,33^{cc}$$

$$\varepsilon_p = \frac{150}{30} \left( 1 + \frac{4 \cdot 30}{100} \right) = 11^{cc}$$

$$\varepsilon_l = \frac{2}{3} \cdot 10 = 6,66^{cc}$$

$$\varepsilon_T^C = 18,5^{cc} \approx 19^{cc}$$





EJERCICIO PRÁCTICO Número 23.-

**ERROR EN LA NIVELACIÓN CON ESTACIÓN TOTAL**

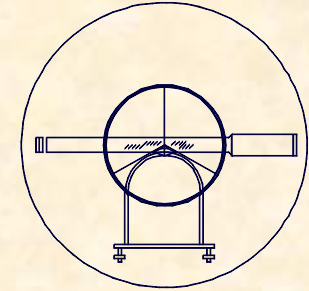
$$e_i = 0,01m.$$

$$e_m \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0 < D < 100 \Rightarrow e_m = 1cm \\ 100 < D < 200 \Rightarrow e_m = 2cm \\ 200 < D < 500 \Rightarrow e_m = 3cm \\ 500 < D < 1000 \Rightarrow e_m = 4cm \\ 1000 < D < 2000 \Rightarrow e_m = 5cm \end{array} \right. \Rightarrow e_m = 0,06m$$

**ERROR EN UN TRAMO**  $e = \sqrt{0,1^2 + 3,6^2 + 1^2 + 6^2} = 7cm.$

**ERROR TOTAL ALTIMÉTRICO**

$$e_T = e \cdot \sqrt{n} = 7 \cdot \sqrt{1} \approx 7cm.$$



EJERCICIO PRÁCTICO Número 23.-

**ERROR EN LA NIVELACIÓN GEOMÉTRICA**

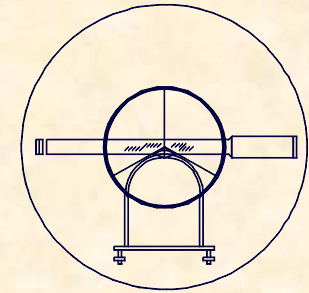
$$e_{TOTAL} = \sqrt{\left(\frac{L \cdot \varepsilon_T^C}{636620}\right)^2 + \left(\frac{m \cdot \beta \cdot \operatorname{tg} \beta}{636620}\right)^2} \cdot \sqrt{n}$$

$$\varepsilon_v = \frac{S}{3} = \frac{20}{3} = 6,66^{cc}$$

$$\varepsilon_p = \frac{150}{30} \left(1 + \frac{4 \cdot 30}{100}\right) = 11^{cc}$$

$$\varepsilon_T^C = \sqrt{6,66^2 + 11^2} = 13^{cc}$$

$$e_{TOTAL} = \sqrt{\left(\frac{50 \cdot 13}{636620}\right)^2 + \left(\frac{2 \cdot 10000 \cdot \operatorname{tg} 1}{636620}\right)^2} \cdot \sqrt{\frac{1200}{50}} = 0,005m.$$



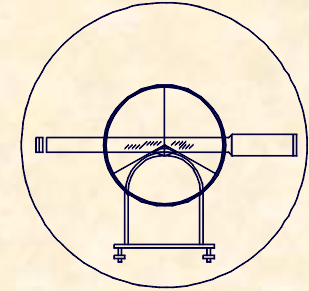
## EJERCICIO PRÁCTICO.-

Obtener las coordenadas de todos los puntos tomados en la siguiente libreta de campo, sabiendo:

A ( 10.000,00 / 10.000,00 / 500,00 )

REF ( 12.642,36 / 9.284,75 / 496,42 )

CLAVES	ALTURA APARATO		PUNTOS		DISTANCIA		ANGULO H		ANGULO V		ALTURA PRISMA		
	m	cm	Estación	Visado	metros	mm	Grados	Segundos	Grados	Segundos	m	cm	
	1	5	4	A	REF			0	0	0			
					1	8 4 9	2 6 0	1 3 8	4 2 2	0	1 0 0	4 4 2	0 1 3 0
					2	6 4 7	3 9 0	2 6 4	3 4 6	0	9 8	2 6 7	0 1 3 0
				B		1 4 3	8 6 5	0 4 8	5 1 3	0	1 0 1	0 2 4	0 1 3 0
	1	5	2	B	A			2 4 8	5 1 3	0			
					1	7 4 8	3 9 0	3 4 2	1 4 2	0	9 9	2 1 4	0 1 3 0
					2	5 4 6	7 2 0	1 0 1	7 2 4	0	1 0 1	2 4 1	0 1 3 0
					C	1 6 7	9 3 5	0 2 5	7 3 6	2 0	1 0 0	2 4 2	0 1 3 0
	1	5	6	C	B			5 7	3 6 2	0			
					D	1 3 2	4 7 2	0 9 3	2 1 4	0	1 0 1	1 1 4	0 1 3 0
	1	5	4	D	C			1 4 1	2 6 4				
					1	6 4 7	9 9 0	2 1 4	2 5 6	0	9 9	3 6 7	0 1 3 0



## EJERCICIO PRÁCTICO.-

### CÁLCULO DE ACIMUTES

$$\theta_A^{REF} = \Sigma_A = 100 + \operatorname{Arctg} \frac{\Delta X}{\Delta Y} = 100 + \operatorname{Arctg} \frac{715,25}{2462,36} = 116,8291^{\circ}$$

$$\theta_A^B = \Sigma_A + L_A^B = 116,8291 + 48,513 = 165,3421$$

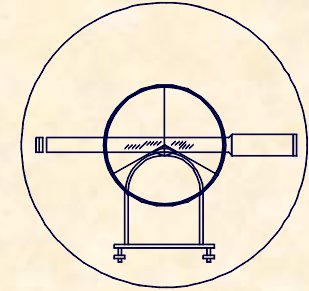
$$\Sigma_B = \theta_B^A - L_B^A = 365,3421 - 248,513 = 116,8291$$

$$\theta_B^C = \Sigma_B + L_B^C = 116,8291 + 257,362 = 374,1991$$

$$\Sigma_C = \theta_C^B - L_C^B = 174,1991 - 57,362 = 116,8291$$

$$\theta_C^D = \Sigma_C + L_C^D = 116,8291 + 93,214 = 210,0431$$

$$\Sigma_D = \theta_D^C - L_D^C = 10,0431 - 141,264 = 268,7791$$



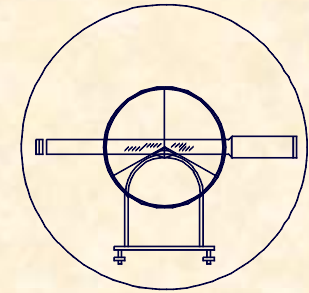
EJERCICIO PRÁCTICO.-

COORDENADAS DEL PUNTO 1 RADIADO DESDE A

$$\begin{array}{l} D_A^1 = 849,24 \\ \theta_A^1 = 255,2511 \end{array} \quad \mathbf{1} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{9.352,06} \\ \mathbf{9.451,01} \\ \mathbf{494,39} \end{array} \right.$$

COORDENADAS DEL PUNTO 2 RADIADO DESDE A

$$\begin{array}{l} D_A^2 = 647,15 \\ \theta_A^2 = 381,1751 \end{array} \quad \mathbf{2} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{9.811,41} \\ \mathbf{10.619,06} \\ \mathbf{517,89} \end{array} \right.$$



EJERCICIO PRÁCTICO.-

COORDENADAS DE B

$$D_A^B = 1438,46$$

$$\theta_A^B = 165,3421$$

**B** {

- 10.744,99**
- 8.769,49**
- 477,24**

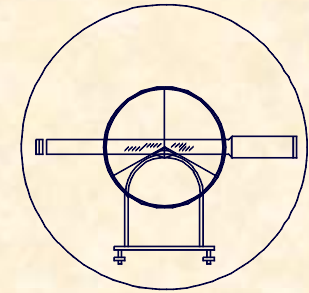
COORDENADAS DEL PUNTO 1 RADIADO DESDE B

$$D_B^1 = 748,33$$

$$\theta_B^1 = 58,9711$$

**1** {

- 11.343,22**
- 9.219,08**
- 486,74**



EJERCICIO PRÁCTICO.-

COORDENADAS DEL PUNTO 2 RADIADO DESDE B

$$D_B^2 = 546,62$$

$$\theta_B^2 = 218,5531$$

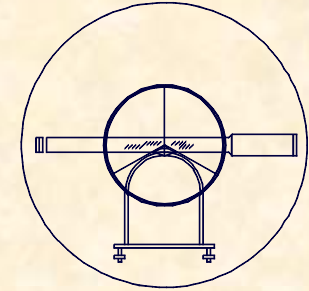
$$2 \left\{ \begin{array}{l} 10.587,93 \\ 8.245,92 \\ 466,82 \end{array} \right.$$

COORDENADAS DE C

$$D_B^C = 1679,33$$

$$\theta_B^C = 374,1991$$

$$C \left\{ \begin{array}{l} 10.082,87 \\ 10.312,79 \\ 471,26 \end{array} \right.$$



EJERCICIO PRÁCTICO.-

COORDENADAS DE D

$$D_C^D = 1324,52$$

$$\theta_C^D = 210,0431$$

$$D \left\{ \begin{array}{l} 9.874,78 \\ 9.004,72 \\ 448,46 \end{array} \right.$$

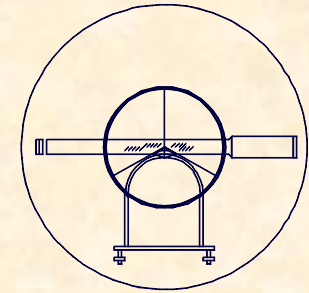
COORDENADAS DEL PUNTO 1 RADIADO DESDE D

$$D_D^1 = 647,96$$

$$\theta_D^1 = 83,0351$$

$$1 \left\{ \begin{array}{l} 10.499,87 \\ 9.175,35 \\ 455,17 \end{array} \right.$$





### EJERCICIO PRÁCTICO.-

Dados los siguientes datos de campo observados con una Estación Topográfica Total de especificaciones técnicas [ $S=60^{\circ}$ ;  $A=30$ ;  $\alpha=20^{\circ}$ ] y sabiendo que las coordenadas de las Estaciones A y REF son respectivamente:

A (10.000/10.000)

REF(11.312,125/8.765,986/532,652)

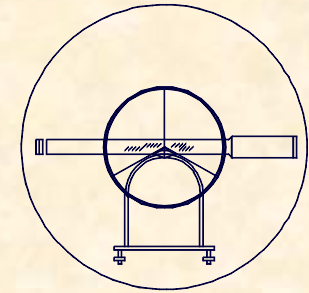
CLAVES	ALTURA APARATO		PUNTOS		DISTANCIA		ANGULO H		ANGULO V		ALTURA PRISMA	
	m	cm	Estación	Visado	metros	mm	Grados	Segundos	Grados	Segundos	m	cm
	1	54	A	REF			0	00	1	02	1	30
				B	1684	372	9	61	9	80	1	30

Obtener:

Coordenadas de la Estación B

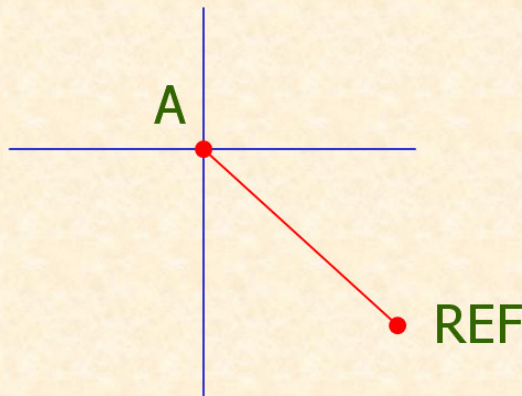
Error Planimétrico y Altimétrico en B

NOTA: Con el objetivo de homogeneizar los resultados cosnsiderar que se han realizado lecturas en circulo directo e inverso tanto a la referencia como a ala estación B y que  $(ee+ep) = 0,01m$



## EJERCICIO PRÁCTICO.-

### CÁLCULO DE LA COTA DE A



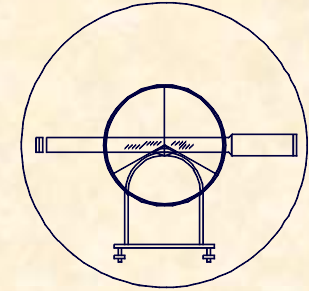
$$\theta_A^{REF} = 200 - \text{Arctg} \frac{\Delta X}{\Delta Y} = 200 - \text{Arctg} \frac{1.312,125}{1.234,014} = 148,0475^{\circ}$$

$$D_A^{REF} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2} = \sqrt{1.312,125^2 + 1.234,014^2} = 1.801,239m$$

$$Z_{REF} = Z_A + t_A^R + i_A - m_R + 0,42 \frac{D^2}{R}$$

$$532,652 = Z_A + 1.801,239 \cdot \text{Cotg} 102,1796 + 1,54 - 1,3 + 0,42 \cdot \frac{1801,239^2}{6.370.000}$$

$$Z_A = 593,891m.$$



EJERCICIO PRÁCTICO.-

**CÁLCULO DE LAS COORDENADAS DE B**

$$\theta_A^B = \Sigma_A + L_A^B = 148,0475 + 96,1121 = 244,1596^\circ$$

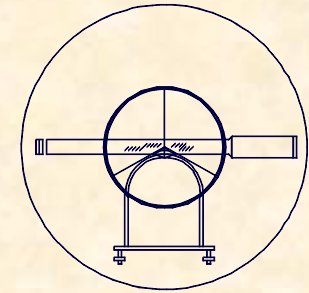
$$D_A^B = Dg_{A'}^B \cdot \text{Sen}V_A^B = 1684,372 \cdot \text{Sen}98,001 = 1.683,542m.$$

**Coordenadas de B**

**8.923,621**

**8.705,503**

**647,199**



## EJERCICIO PRÁCTICO.-

### ERROR PLANIMÉTRICO EN B

Error en la distancia

$$e_{abs} = \frac{(e_e + e_p) + (1cm + 0,5cm / Km)}{\sqrt{2}} = \frac{1+1+(0,5 \cdot 1,7)}{\sqrt{2}} \approx 2cm.$$

Error en el ángulo

$$\varepsilon_v = \frac{60}{12} = 5^{cc}$$

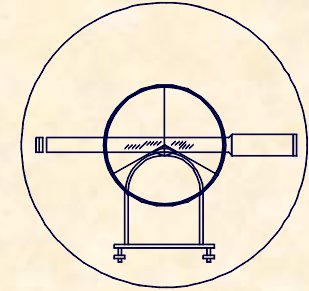
$$\varepsilon_d = \frac{0,01}{1683,54} \cdot 636620 = 3,8^{cc}$$

$$\varepsilon_p = \frac{30}{30} \left( 1 + \frac{4 \cdot 30}{100} \right) \frac{1}{\sqrt{2}} = 1,6^{cc}$$

$$\varepsilon_l = \frac{2}{3} \cdot 20 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 9,4^{cc}$$

$$\varepsilon_T^C = 11,4^{cc}$$

$$e_{plan.} = \frac{1683,54 \cdot 11,4 \cdot \sqrt{2}}{636620} = 0,04m$$



## EJERCICIO PRÁCTICO.-

### ERROR ALTIMÉTRICO EN B

$$e_t^I = \Delta D \cdot \text{Cotg} V = 0,02 \cdot \text{Cotg} 102,1796 = \text{Despreciable}$$

$$e_t^{II} = D \cdot [\text{Cotg}(V \pm \varepsilon_T^C) - \text{Cotg} V] = 1.801,24 [\text{Cotg}(102,1796 \pm 0,0024) - \text{Cotg} 102,1796] = 0,068m.$$

$$e_i = 1cm$$

$$e_m = 5cm$$

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_v = \frac{60}{3} = 20^{cc} \\ \varepsilon_p = \frac{150}{30} \left( 1 + \frac{4 \cdot 30}{100} \right) \frac{1}{\sqrt{2}} = 7,8^{cc} \\ \varepsilon_l = \frac{2}{3} \cdot 10 \frac{1}{\sqrt{2}} = 9,4^{cc} \end{array} \right\} \varepsilon_T^C = 24^{cc}$$

$$e = \sqrt{6,8^2 + 1^2 + 5^2} = 8,5cm.$$

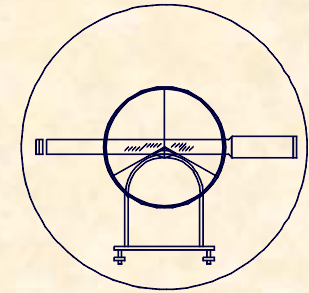
$$e_{TOTAL} = \frac{e\sqrt{n}}{\sqrt{2}} = \frac{8,5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 8,5cm.$$



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



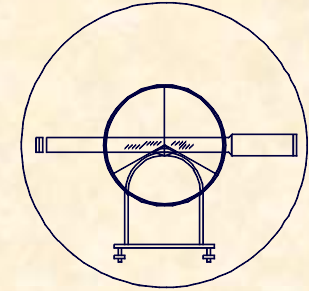
## EJERCICIO PRÁCTICO.-

Se pretende contrastar dos metodologías y para ello, entre dos vértices topográficos, se realizan mediciones en las que no se considera esfericidad y refracción.

La distancia se evalúa con distanciometro de precisión con un error absoluto de  $6\text{mm}+4\text{mm}/\text{km}$  y centrado forzoso entre ambos puntos.

El desnivel se determina con nivelación geométrica con un nivel definido por sus especificaciones técnicas [ $S=60\text{cc}; A=30$ ], suponiendo que se hacen lecturas a 2m de altura y con una falta de verticalidad de la mira de 2 grados.

Sabiendo que las mediciones se hacen únicamente en circulo directo obtener la función que relaciona la longitud de la nivelada y la distancia total a nivelar, para que el error relativo en las dos metodologías sea el mismo, dibujar la función, caracterizando los valores más significativos, en el mismo supuesto, obtener la longitud total que se puede llegar a nivelar con niveladas de 50m para que se cumpla que el error absoluto de la nivelación de 15mm.



EJERCICIO PRÁCTICO.-

**FUNCIÓN LONGITUD-DISTANCIA TOTAL**

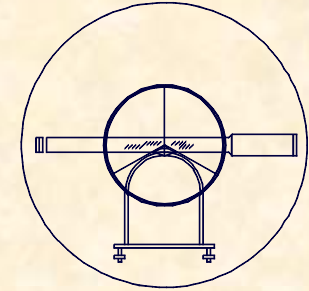
Error en la distancia

$$e_{abs} = 0,006 + 0,004D$$

Error en la nivelación

$$\left. \begin{cases} \varepsilon_v = \frac{60}{3} = 20^{cc} \\ \varepsilon_p = \frac{150}{30} \left( 1 + \frac{4 \cdot 30}{100} \right) = 11^{cc} \end{cases} \right\} \varepsilon_T^C = 23^{cc} \quad e_{abs} = \sqrt{\left( \frac{L \cdot 23}{636620} \right)^2 + \left( \frac{2 \cdot 20000 \cdot \operatorname{tg} 2}{636620} \right)^2} \cdot \sqrt{\frac{D}{L}}$$

$$0,006 + 0,004D = \sqrt{\left( \frac{L \cdot 23}{636620} \right)^2 + \left( \frac{2 \cdot 20000 \cdot \operatorname{tg} 2}{636620} \right)^2} \cdot \sqrt{\frac{D}{L}}$$



**EJERCICIO PRÁCTICO.-**

**DISTANCIA TOTAL PARA NIVELADAS DE 50 m.**

**L=50m**

$$0,006 + 0,004D = \sqrt{\left(\frac{50 \cdot 23}{636620}\right)^2 + \left(\frac{2 \cdot 20000 \cdot \operatorname{tg} 2}{636620}\right)^2} \cdot \sqrt{\frac{D}{50}}$$

**D=1570,77m**

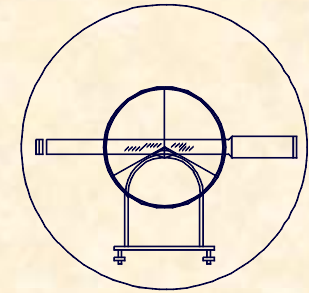




UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



## EJERCICIO PRÁCTICO.-

Entre dos vértices topográficos se realiza una prueba consistente en evaluar el desnivel por dos procedimientos diferentes.

- Primer procedimiento: se evalúa la distancia con estadía horizontal invar y se realiza una observación angular con teodolito, obteniendo el siguiente resultado:

i	D	H	V	m
1,6	---	---	72,4864	1,5

El ángulo cenital es evaluado en círculo directo y en círculo inverso. Para la observación angular se utiliza un teodolito con las siguientes especificaciones:

$$[S=40^{\text{cc}} ; A=35 ; \alpha=1^{\text{cc}}]$$

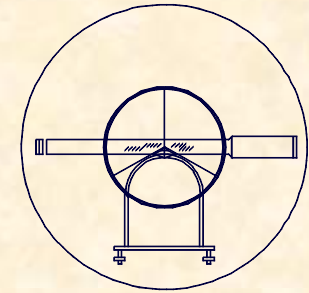
Para el cálculo de la distancia se utiliza una estadía horizontal invar de 2m de longitud y tramos uniformes de 40m. El error angular total acimutal del teodolito que evalúa el ángulo se caracteriza en  $5^{\text{cc}}$ .



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA

E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA



## EJERCICIO PRÁCTICO.-

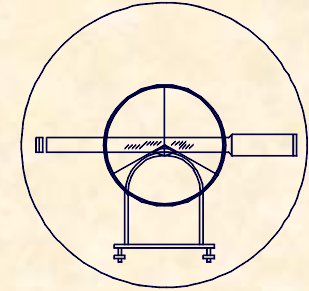
- Segundo procedimiento: se ejecuta una nivelación geométrica. Para ello se utiliza un nivel con las siguientes especificaciones técnicas:

Sensibilidad..... $60''$

Aumentos.....30

Para todos los efectos se desprecia el error altimétrico por la falta de verticalidad de la mira. Se pide **CALCULAR**:

- \* Error Altimétrico para el primer procedimiento en un kilómetro.
- \* Evaluar la relación existente entre la longitud de una nivelada, en la nivelación geométrica y la distancia total entre los vértices topográficos, para que el error altimétrico cometido en ambos procedimientos sea el mismo.



EJERCICIO PRÁCTICO.-

**ERROR ALTIMÉTRICO EN EL PRIMER PROCEDIMIENTO**

$$e_t^I = \Delta D \cdot \text{Cotg} V = 0,031 \cdot \text{Cotg} 72,4864 = 0,014m.$$

$$\Delta D = \frac{D^2}{2} \cdot \frac{\varepsilon_T^H}{\beta} \cdot \sqrt{n} = \frac{40^2}{2} \cdot \frac{5}{636.620} \cdot \sqrt{\frac{1000}{40}} = 0,031m.$$

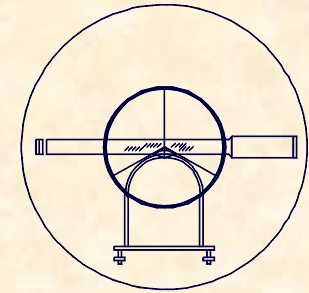
$$e_t^{II} = D[\text{Cotg}(V \pm \varepsilon_T^C) - \text{Cotg} V] \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_v = \frac{40}{3} = 13,3^{cc} \\ \varepsilon_p = \frac{150}{35} \left( 1 + \frac{4 \cdot 35}{100} \right) \frac{1}{\sqrt{2}} = 7,3^{cc} \\ \varepsilon_l = \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,5^{cc} \end{array} \right\} \Rightarrow \varepsilon_T^C = 16^{cc}$$

$$e_t^{II} = 1801,24 \cdot [\text{Cotg}(102,1796 \pm 0,0024) - \text{Cotg} 102,1796] = 0,030m.$$

$$e_i = 0,01m$$

$$e_m = 0,05m$$

$$e_{TOTAL} = \sqrt{1,4^2 + 1^2 + 5^2} = 6cm$$



EJERCICIO PRÁCTICO.-

**FUNCIÓN LONGITUD-DISTANCIA TOTAL**

$$e_{TOTAL} = \sqrt{\left(\frac{L \cdot \varepsilon_T^C}{636620}\right)^2 + \left(\frac{m \cdot \beta \cdot \operatorname{tg} \beta}{636620}\right)^2} \cdot \sqrt{n}$$

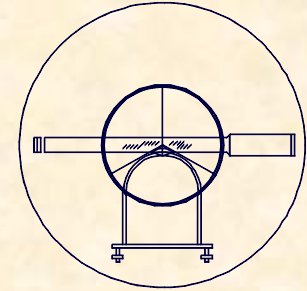
$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_v = \frac{60}{3} = 20^{cc} \\ \varepsilon_p = \frac{150}{30} \left(1 + \frac{4 \cdot 30}{100}\right) = 11^{cc} \end{array} \right\} \Rightarrow \varepsilon_T^C = 23^{cc}$$

$$\left(\frac{m \cdot \beta \cdot \operatorname{tg} \beta}{636620}\right) \approx 0$$

$$0,06 = \frac{L \cdot 23^{cc}}{636.620} \sqrt{\frac{D}{L}} \Leftrightarrow 2.758.083,34 = L \cdot D$$



**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**  
INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA  
**E. U. INGENIERÍA TÉCNICA MINERA**



**FIN**