Cuadernos
de
Cátedra

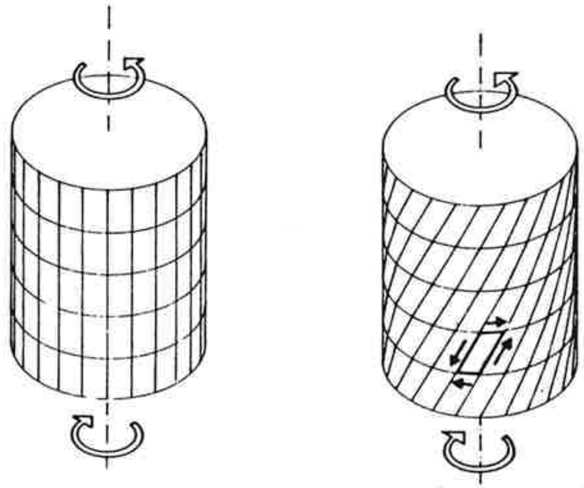
INTRODUCCION AL COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL

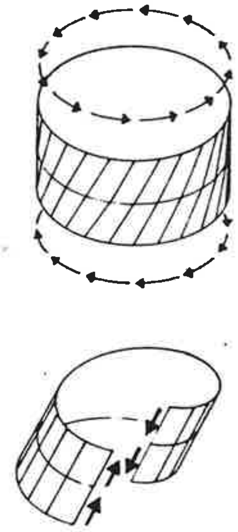
TEORIA DE BARRAS

Seminario de Diseño de Estructuras

3

Estructuras I





ESTRUCTURAS I

INTRODUCCION AL COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL

SEMINARIO DE DISEÑO DE ESTRUCTURAS

IDEA: JAIME CERVERA, IGNACIO JAENICKE
GUION: GERARDO RUIZ PALOMEGUE
AUTORES: LUIS SANCHEZ QUIROGA, JOSE E. ASENJO

MADRID DICIEMBRE 1982

1 - ESTRUCTURA - PROBLEMAS QUE RESUELVE

Las estructuras se construyen para resolver los siguientes problemas:

1 - Crear superficies utilizables.
2 - Cubrir espacios.
3 - Fijar ó alcanzar puntos, líneas ó superficies en el espacio.
4 - Unir puntos en el espacio.
5 - Formar vacíos.
6 - Contener materiales.

Se trata, en principio, de problemas distintos pero todos ellos tienen en común la existencia de fuerzas (acciones) sobre la estructura, provocadas por:

- Los propios usos que la estructura soporta.
- La existencia de la propia estructura.

2 - ESTRUCTURA COMO TRASMISORA DE ACCIONES

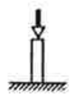
La estructura es el medio por el cual las acciones ejercidas sobre elle se trasmiten ó comunican al suelo.

Las acciones de aparición mas común sobre las estructuras de edificación se indican en la tabla adjunta.

En determinados tipos de estructuras predominan las acciones debidas al uso (por ejemplo: 1 y 6), y en otras las acciones debidas a su propia existencia (por ejemplo: 2 y 3 acción viento)

La estructura trasfiere las acciones al terreno trabajando, básicamente, de dos formas diferentes (en todas o en algunas de sus partes).

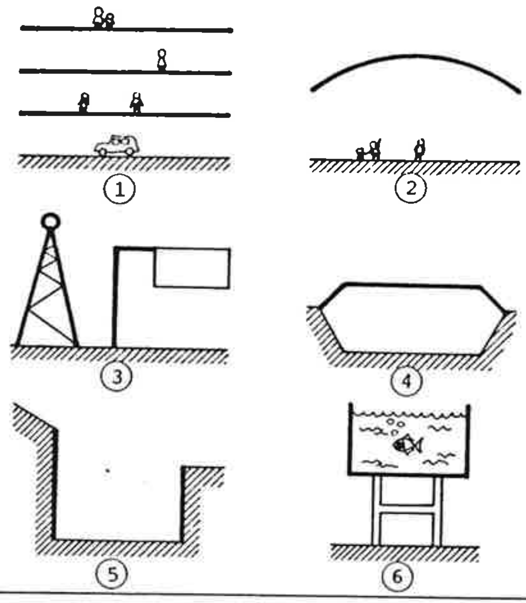
- Traslado longitudinal de las cargas. Genera tracciones y compresiones.



- Traslado trasversal de las cargas. Genera flexiones en la estructura.

En ciertos casos el problema básico de la estructura surge:

- De la gran magnitud de las acciones. Caso 6



ACCIONES A RESOLVER

- SOBRECARGA DE USO .... 0,2 tn/m^2
- PESO MATERIALES (propio de la estructura ó soportado por ella).

ACCIONES PERMANENTES

ASOCIADAS AL USO

- TABIQUERIA .... 0,1 tn/m^2
- SOLADO .... 0,08 tn/m^2
- OTROS

PESO DE LA ESTRUCTURA

- FORJADO .... 0,22 tn/m^2
- HORMIGON .... 2,4 tn/m^3
- ACERO .... 7,8 tn/m^3
- TOTAL FORJADO + USO .... 0,6 tn/m^2

ACCIONES DEL MEDIO

- SOBRECARGA VIENTO .... 0,1 tn/m^2
- SOBRECARGA SISMO .... variable
- SOBRECARGA NIEVE .... 0,08 tn/m^2
- EMPUJE TERRENO .... 0,3 $\rho g z$ $tn/m^3/m$

- De la gran magnitud de las dimensiones de la estructura. Caso 3 y 4.
- De la importancia relativa del peso propio de la estructura en el total de las acciones, ya que aquel solo es conocido con exactitud cuando el problema está resuelto. En este caso es incluso difícil conocer el valor de las acciones. Por ejemplo: En 2 el peso propio es casi la totalidad de la acción y, sin embargo, en 6 es una parte muy pequeña, pudiendo despreciarse.

En general, las estructuras trasfieren las cargas al SUELO, que es el RECEPTOR UNIVERSAL de las mismas. Su resistencia es variable entre 5 y 40 tn/m^2, para los casos prácticos normales.

3 - EQUILIBRIO ESTRUCTURA - SUELO

Gracias a su capacidad resistente, el suelo puede proporcionar el necesario equilibrio de la estructura. Esta es, por tanto, un sistema por el que ACCIONES y REACCIONES se comunican, consiguiendose el EQUILIBRIO MECANICO entre ellas

Ya hemos indicado la dificultad que, a veces, entraña la determinación de las acciones, cuyo valor y dirección dependen, en muchos casos de la FORMA DE LA ESTRUCTURA.

A su vez, las REACCIONES tambien pueden presentar dificultades a la hora de su determinación puesto que dependen de:

A - La FORMA GLOBAL de la estructura.
B - Las SECCIONES de los distintos elementos de la estructura.

4 - ESTRUCTURA - DEFORMACION

La estructura en equilibrio está deformada, es decir, presenta alteraciones respecto a su geometría original, deformación que se produce en el proceso que tiene lugar en ella para lograr comunicar ACCIONES y REACCIONES

La magnitud de estas variaciones geométricas dependen tanto de la FORMA de la estructura, como de las SECCIONES, como de los MATERIALES de que está constituida. Aquellas que se deforman mucho se denominan FLEXIBLES y las que se deforman poco RIGIDAS, siendo ambos términos relativos entre sí.

En general, a igualdad de material, mayor sección indica RIGIDEZ y menor sección FLEXIBILIDAD.

Es importante que las deformaciones entre los distintos elementos de una estructura sean COMPATIBLES entre sí; pues, de lo contrario, estos elementos se desvinculan apareciendo grietas entre ellos.

La deformación de la estructura puede dar lugar a la variación de las acciones aplicadas, especialmente de aquellas cuyo valor, dirección o efecto depende en gran medida de la forma adoptada en el equilibrio. (El problema denominado, de segundo orden (1))

La deformación de la estructura también modifica las REACCIONES, puesto que, como ya se ha indicado éstas dependen de la forma.

5 - CONTROL DEL PROCESO

En cualquier caso existe un importante instrumento de control, válido siempre.

ACCIONES Y REACCIONES SE ENCUENTRAN EN EQUILIBRIO, ES DECIR, EL SISTEMA DE AMBAS FUERZAS CUMPLIRA SIEMPRE:

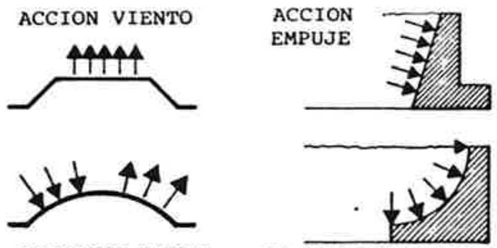
$$\Sigma F = 0$$

$$\Sigma M = 0$$

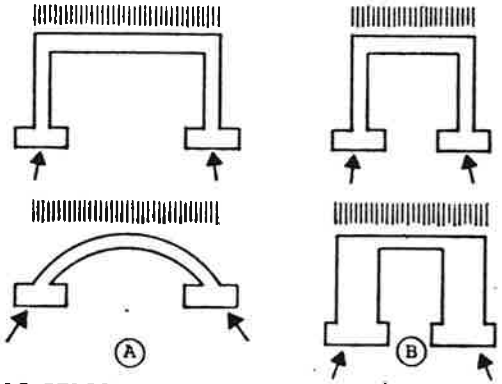
(1)

Existe un primer orden en el problema del equilibrio (Acciones-Reacciones); en él la geometría final se considera aproximadamente igual a la geometría original de la estructura.

El segundo orden implica considerar el equilibrio a través de la geometría real en la situación deformada final de la estructura. Este problema es pues, tanto más importante cuanto más deformable sea la estructura.

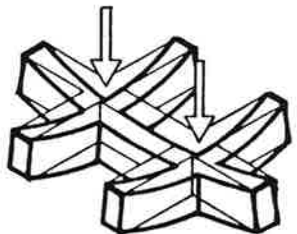


LAS ACCIONES DEPENDEN DE LA ESTRUCTURA

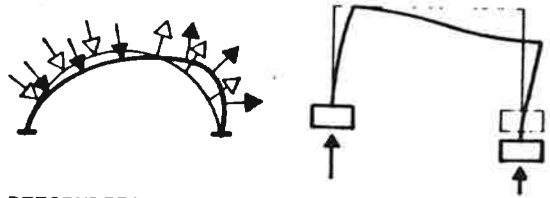


LAS REACCIONES DEPENDEN DE LA ESTRUCTURA

ESTRUCTURA FLEXIBLE ESTRUC...



COMPATIBILIDAD DE DEFORMACIONES



LA DEFORMACION MODIFICA LAS ACCIONES Y LAS REACCIONES

1 - EQUILIBRIO GLOBAL

El sistema de fuerzas formado por las ACCIONES y las REACCIONES sobre la estructura ha de estar en equilibrio. Ello equivale a que se deben cumplir dos condiciones simultáneas:

- El POLIGONO de fuerzas formado por la resultante de las acciones (ΣF_A) y las reacciones ha de ser CERRADO. Equivale a que $\Sigma F=0$.

- Todas las FUERZAS (ACCIONES y REACCIONES) han de ser CONCURRENTES en un punto. Equivale a que $\Sigma M=0$.

Surge aquí, un problema adicional. La estructura pasa a lo largo de su vida por diferentes situaciones de carga. Dado que es el suelo el único elemento que se dispone para lograr el equilibrio necesario, este debe garantizar que es capaz de aportar para todas y cada una de las posibles SITUACIONES DE CARGA, las reacciones que proporcionan el equilibrio para dichas situaciones de carga.
Considerando una estructura plana sometida a acciones contenidas en su propio plano, estas pueden sustituirse, en cualquier punto de aquel por:

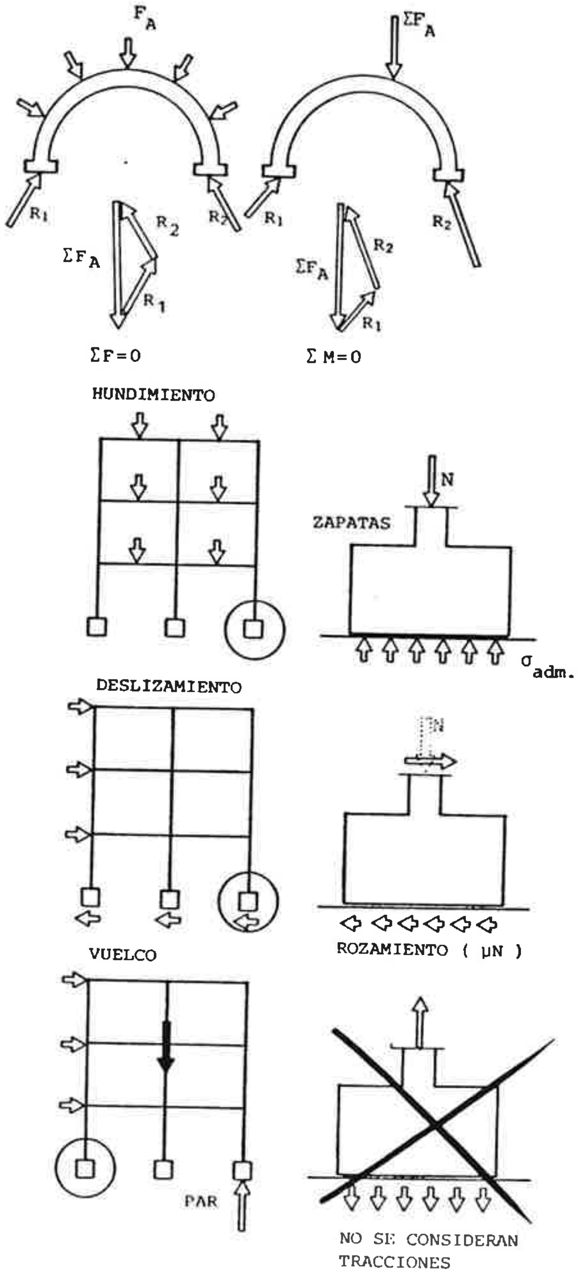
- Una COMPONENTE VERTICAL de fuerza.
- Una COMPONENTE HORIZONTAL de fuerza.
- Un MOMENTO producto de la fuerza resultante por la distancia al punto en cuestión.

El suelo, por tanto, deberá reaccionar con un sistema de fuerzas equivalentes y opuesto al de las acciones, con:

- Una componente vertical que impida el HUNDIMIENTO de la estructura. Dado que el suelo tiene una resistencia máxima admisible, en general, menor que la de los materiales que forman la estructura, el contacto entre ambas será un elemento intermedio de mayor sección que los de esta. Se denomina CIMENTACION, y normalmente, sus elementos son las ZAPATAS.

- Una componente horizontal que impide el DESLIZAMIENTO de la estructura. La solución mas común consiste en impedir tal deslizamiento por ROZAMIENTO entre suelo y zapatas, que dependen de un coeficiente μ y de la componente vertical N. (μN).

- Un momento que impida el VUELCO de la estructura. Normalmente, y salvo que se adopten medidas especiales, no se considera que la unión SUELO-ZAPATA sea resistente a tracciones y el equilibrio se confía a la aparición de la componente vertical citada, con cierta excentricidad, formando juntamente con la acción gravitatoria un PAR capaz de equilibrar el momento de las acciones DESESTABILIZANTES.



2 - EQUILIBRIO LOCAL

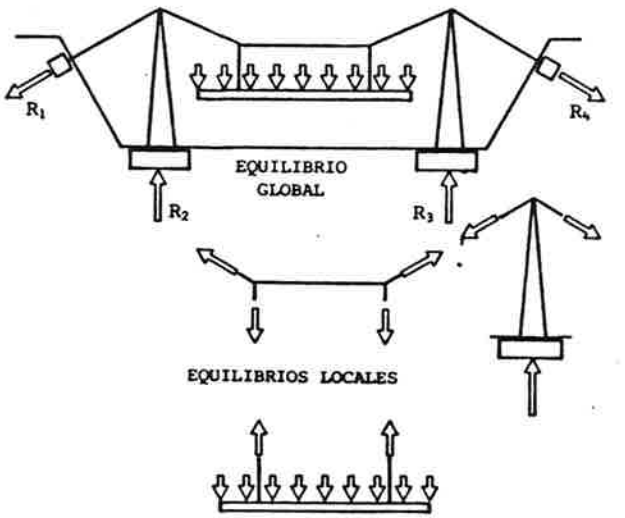
No solo la estructura en su conjunto estará en equilibrio sino que tambien TODAS y CADA UNA DE SUS PARTES han de estarlo.

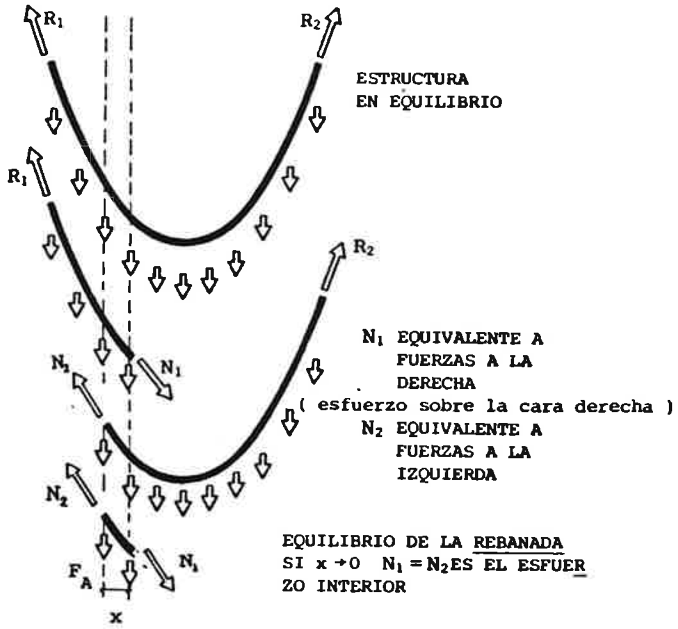
La estructura se puede CORTAR por cualquier punto o puntos de forma que, si sustituimos la parte de aquella que deseamos eliminar por las fuerzas que ejerce sobre el resto, éste debe también estar en equilibrio de fuerzas y momentos.

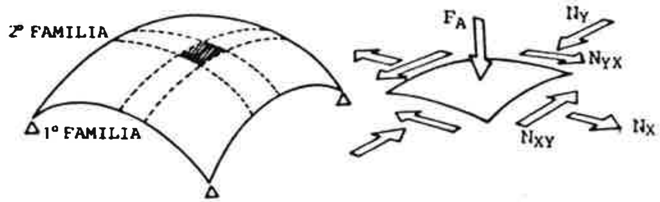
Ello nos proporciona una potente herramienta para el ANALISIS ESTRUCTURAL:

- Efectuando DOS CORTES próximos en una ESTRUCTURA LINEAL, se selecciona una REBANADA de la misma.- Las fuerzas ejercidas sobre ambas caras de la rebanada por las partes de la estructura que se han eliminado estarán en equilibrio con las acciones existentes sobre aquella.

- Si se trata de ESTRUCTURAS SUPERFICIALES el análisis tambien se realiza por cortes pero aquí se requieren DOS FAMILIAS de cortes distintos. En general, un total de cuatro cortes paralelos dos a dos, nos permiten aislar la REBANADA del elemento superficial.







EQUILIBRIO DE REBANADA DE UNA MEMBRANA

3 - TEOREMA DEL TRABAJO

Cuando una estructura está en equilibrio la ENERGIA POTENCIAL de las fuerzas exteriores (ACCIONES y REACCIONES) e interiores (esfuerzos interiores) es MINIMA. Ello quiere decir que para apartar apreciablemente a la estructura de la posición de equilibrio se requiere efectuar un trabajo (aportar energía a la estructura. El equilibrio supone energía potencial máxima, mínima o constante).

Supongamos un sistema formado por dos elementos:

- Un cuerpo pesado de peso P.

- Un muelle colgado del techo cuya resistencia es proporcional a su alargamiento con una constante K.

Supongamos que el muelle, en su posición de equilibrio sin carga, cuelga hasta una distancia "h" del suelo. Si le colgamos un peso P, se alargará una longitud "z" en la que se alcance el nuevo equilibrio. En esta posición la ACCION EXTERIOR (P) será igual al ESFUERZO INTERIOR que se desarrolle en el muelle. Es decir, el equilibrio de fuerzas se consigue cuando

$$P+Kz=0$$

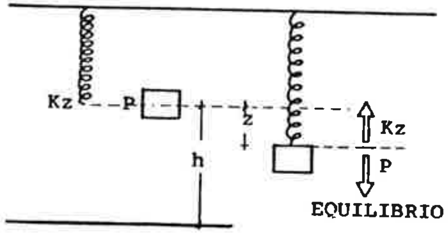
Veamos ahora el problema desde el punto de vista de la energía.

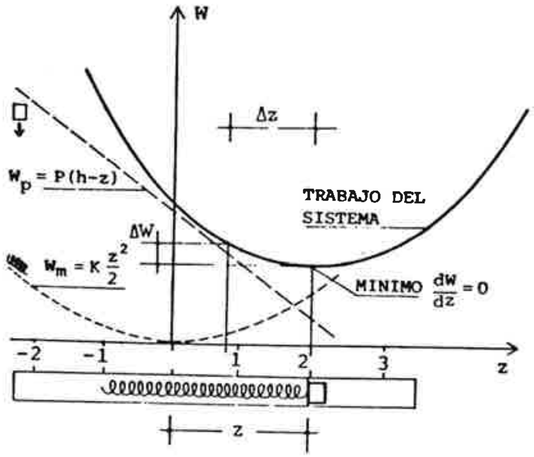
Al elevar el peso P hasta engancharlo del muelle, este adquiere una energía potencial.

$$W_1 = P\,h$$

y al dejar libre el movimiento del muelle el peso desciende una cantidad z, es decir devuelve un trabajo

$$W_2 = -P\,z$$





La energía potencial del peso será, por tanto, en la posición de equilibrio:

$$W_p = P(h-z)$$

El trabajo realizado por el muelle será el producto de la fuerza (Kz) por la distancia recorrida. Ahora bien, como la fuerza varía con la propia distancia (depende de z) es necesario recurrir a integrar, ya que el trabajo total será la suma de los infinitos recorridos diferenciales (dz) por la fuerza existente en cada uno de ellos (Kz)

$$W_m = \int_0^z -Kz\,dz = -K\frac{z^2}{2}$$

La energía potencial del sistema será la suma

$$W = W_p + W_m = P(h-z) + K\frac{z^2}{2}$$

La ENERGIA POTENCIAL SERA MINIMA para aquel valor del parámetro z que anule su primera derivada. Por tanto, igualando la primera derivada a cero se obtiene la condición de energía potencial mínima.

$$\frac{dW}{dz} = -P + Kz = 0$$

$$P = K\,z$$

La condición obtenida es la del equilibrio de fuerzas, como habiamos afirmado al enunciar el teorema; y en general, podemos decir que:

IGUALANDO A CERO LAS DERIVADAS DEL TRABAJO respecto a los DISTINTOS PARAMETROS del problema, se obtienen las distintas ECUACIONES DE EQUILIBRIO DEL SISTEMA.

Dibujando sobre unos ejes coordenados z-W las gráficas de variacion de $W = f(z)$ para los valores

$K = -2$, $h = 2{,}5$ $P = 4$

Se observa que el mínimo trabajo desarrollado por el sistema aparece cuando:

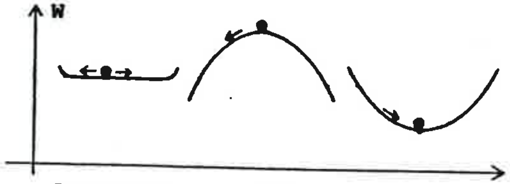
$P+Kz=0$ $\qquad z = \frac{P}{K} = \frac{4}{2} = 2$

El dibujo de la gráfica del trabajo de un sistema resulta muy aclaratoria para determinar la forma de su posible equilibrio.

- Si se trata de una curva con un MINIMO el equilibrio es ESTABLE, puesto que, caso de separar al sistema de esta posición la recupera el solo perdiendo energía.

- Si se trata de una curva con un MAXIMO el equilibrio es INESTABLE, puesto que, caso de separar al sistema de esta posición, la pérdida de energía a que tenderá le separará cada vez mas de la posición de equilibrio.

- Si se trata de una curva con un tramo horizontal el equilibrio es INDIFERENTE. Al separar al sistema de la posición inicial de equilibrio este no pierde energía y permanece igualmente en equilibrio.



INDIFERENTE INESTABLE ESTABLE

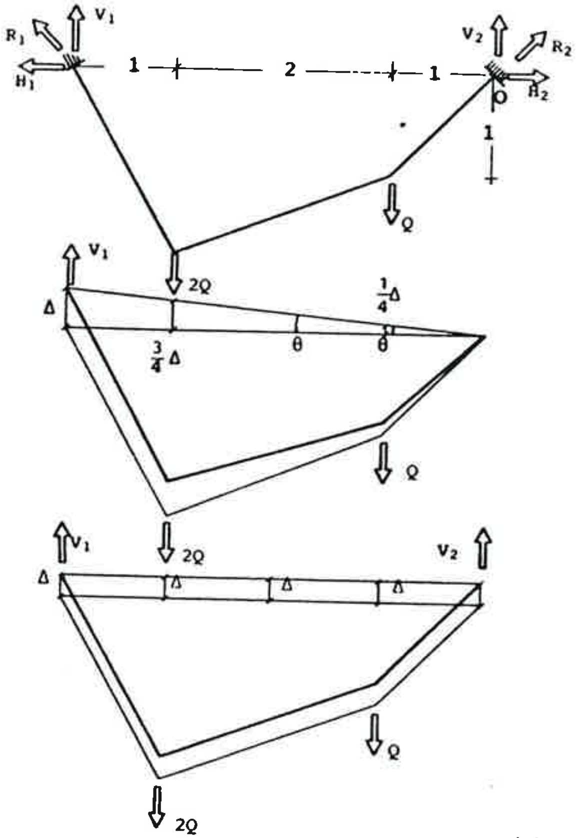
LAS ESTRUCTURAS HAN DE SER SISTEMAS EN EQUILIBRIO ESTABLE

4 - TEOREMA DE LOS TRABAJOS VIRTUALES.

El teorema de los trabajos virtuales es un corolario del anterior que resulta de gran utilidad en la práctica para resolver el equilibrio de determinados tipos de estructuras. Dice lo siguiente:

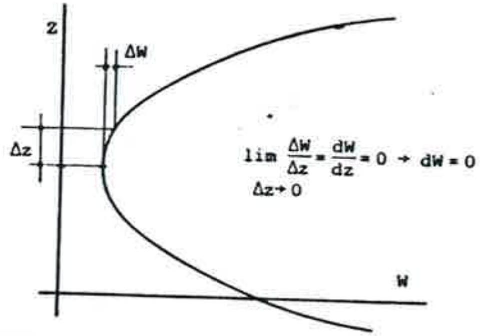
Dada una ESTRUCTURA o SISTEMA EN EQUILIBRIO si se aplican uno ó mas DESPLAZAMIENTOS ARBITRARIOS ELEMENTALES (diferenciales. En algunos textos se les denomina desplazamientos FICTICIOS), el TRABAJO TOTAL (trabajo virtual) desarrollado por todas las fuerzas del sistema es NULO.

Se consideran despreciables las variaciones que dichas fuerzas puedan sufrir por causa de estos desplazamientos, puesto que su orden es infinitesimal. La demostración de este teorema es inmediata.



(I)

Al aplicar un desplazamiento diferencial (dz) el trabajo experimentado por las fuerzas a causa de él será dW, que en la posición inicial de equilibrio habra de ser nulo, pues se cumple la condición $dW/dz = 0$



De acuerdo con este teorema, el equilibrio en una estructura puede plantearse por dos vias alternativas:

- Anulando el sistema de las fuerzas que actuan sobre la parte de estructura que se analiza $\Sigma F=0$; $\Sigma M=0$

- Anulando el trabajo producido por ellas al desplazar dicha parte de la estructura desde su posición de equilibrio.

Ambos métodos de resolución van a ser aplicados a una serie de estructuras para poder determinar las REACCIONES que proporcionan su equilibrio, y los esfuerzos interiores de sus elementos.

EJEMPLOS:

- EQUILIBRIO DE ESTRUCTURAS SOMETIDAS A N

Son aquellas cuyos únicos ESFUERZOS INTERIORES son normales a las secciones que en ellas se pueden practicar.

A - CABLE INEXTENSIBLE SOPORTANDO CARGAS.(fig.I)

EQUILIBRIO DE FUERZAS Y MOMENTOS:

$H_1 + H_2 = 0$; $H_1 = -H_2$

$V_1 + V_2 = 3Q$

$-3\cdot 2Q - 1Q + 4V_1 = 0 \qquad V_1 = \frac{7}{4}Q \qquad V_2 = \frac{5}{4}Q$

TRABAJOS VIRTUALES:

$$-\frac{3}{4}\Delta - 2Q - \frac{1}{4}\Delta Q + \Delta V_1 = 0$$

$$-3\cdot 2Q - 1Q + 4V_1 = 0 \qquad V_1 = \frac{7}{4}Q$$

La ecuación de giro respecto a O equivale al equilibrio de momentos respecto a O.

$$-(2Q+Q)\Delta + (V_1+V_2)\Delta = 0$$

$$V_1 + V_2 = 3Q \qquad V_2 = \frac{5}{4}Q$$

La ecuación de desplazamiento vertical equivale al equilibrio de fuerzas verticales.

B - ENTRAMADO DE BARRAS TRIANGULADO.

Suponemos conocidas las reacciones y tratamos de obtener los esfuerzos interiores.

.EQUILIBRIO DE MOMENTOS EN A:

$$3Q\cdot\ell - 2Q\frac{\ell}{2} - F\,\ell\,\frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \qquad F = \frac{4Q}{\sqrt{3}}$$

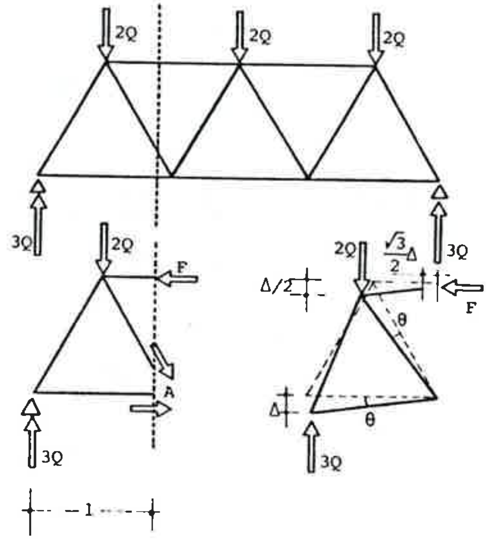
TRABAJOS VIRTUALES DEBIDOS A GIRO EN A:

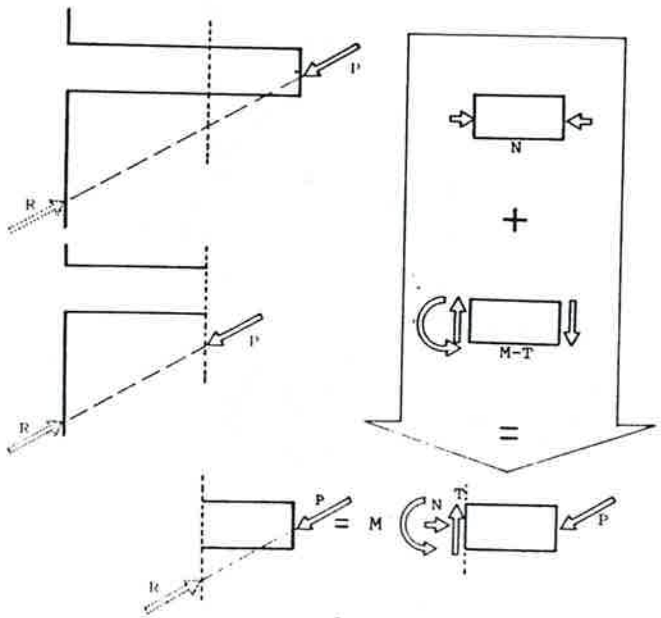
$$-3Q\,\Delta + 2Q\,\frac{\Delta}{2} + F\,\frac{\sqrt{3}}{2}\,\Delta = 0 \qquad F = \frac{4Q}{\sqrt{3}}$$

6 - EQUILIBRIO DE ESTRUCTURAS SOMETIDAS A M y T

Son aquellas cuyos ESFUERZOS INTERIORES presentan componentes trasversales (cortantes) y de momentos en las secciones que en ellas se pueden practicar.

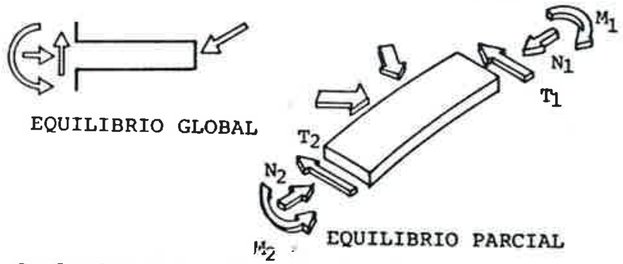
En la práctica, las estructuras capaces de trasladar cargas por medio de esfuerzos normales son en realidad casos particulares. Generalmente el traslado de acciones al suelo implica recorridos trasversales a la recta de aplicación de aquellas, lo que conlleva la aparición de esfuerzos tangenciales a la sección T y de flexión M en las secciones de la estructura.





En cualquier sección de una estructura que haya de trasladar acciones trasversalmente aparecerán esfuerzos interiores M-T que pueden o no ir acompañados de esfuerzos N en el caso en que parte de la carga siga recorridos longitudinales.

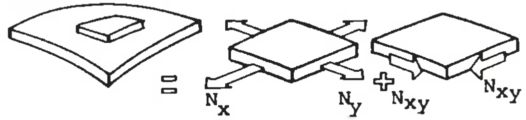
En un caso general el equilibrio global y parcial de una estructura plana se logrará gracias a que vínculos y secciones sean capaces de resistir esfuerzos combinados N, M, T.



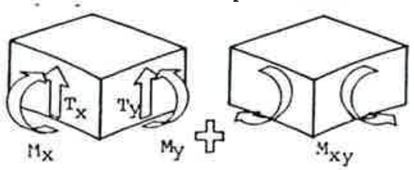
Cualquier rebanada estará solicitada en las secciones que la limitan por esfuerzos N_1, M_1 T_1 y N_2, M_2, T_2 en general distintos, y en equilibrio con las acciones sobre él aplicadas.

En las estructuras superficiales sucede algo análogo a las lineales contenidas en un plano pero extendido a dos direcciones.

Si la estructura es capaz de trasladar las cargas a lo largo de su directriz los esfuerzos interiores son normales, como ocurre con el ejemplo ya visto de la membrana.



Si la estructura requiere efectuar traslados de carga trasversales las caras de sus rebanadas estarán solicitadas por esfuerzos tangenciales y momentos. Para ello requerirá de un cierto espesor no despreciable



A - VIGA APOYADA CON CARGA VERTICAL. REACCIONES.

EQUILIBRIO DE FUERZAS Y MOMENTOS:

$$R_1 + R_2 = Q$$

$$Q\,x - R_2\,L = 0 \qquad R_2 = Q\,\frac{x}{L} \qquad R_1 = Q\,\frac{L-x}{L}$$

TRABAJOS VIRTUALES:
giro en A:

$$-Q\,\Delta\,\frac{x}{L} + R_2\Delta = 0 \qquad R_2 = Q\,\frac{x}{L}$$

desplazamiento:

$$(R_1+R_2)\,\Delta - Q\Delta = 0 \qquad R_1 + R_2 = Q$$

B - VIGA APOYADA CON CARGA VERTICAL. ESFUERZOS INTERIORES.

EQUILIBRIO DE FUERZAS Y MOMENTOS:

$$R_1 - T = 0 \qquad T = R_1$$

$$R_1\,x + M = 0 \qquad M = -\,R_1\,x$$

TRABAJOS VIRTUALES:

$$R_1\Delta + M\theta = 0 \qquad R_1\theta x + M\theta = 0 \qquad M = -R_1 x$$

$$R_1\Delta - T\Delta = 0 \qquad T = R_1$$

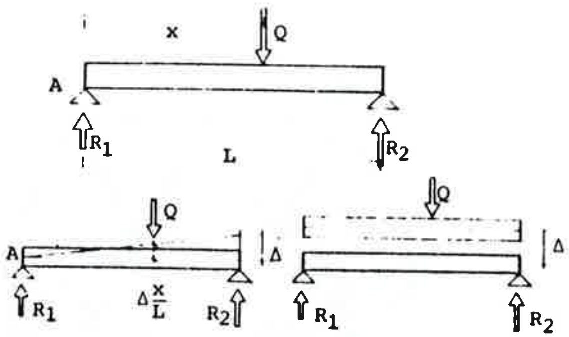
C - ARCO CIRCULAR CON CARGA VERTICAL. ESFUERZOS INTERIORES.

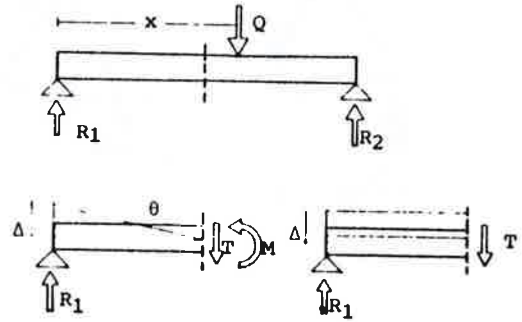
Suponemos conocidas las reacciones horizontales y tratamos de conocer los esfuerzos N, M, y T sobre una sección A.

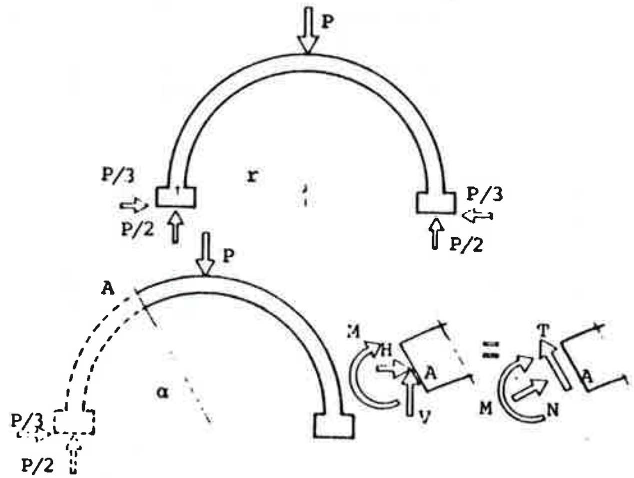
EQUILIBRIO DE FUERZAS Y MOMENTOS:

$$N = H\ \mathrm{sen}\,\alpha + V\cos\alpha$$
$$T = V\ \mathrm{sen}\,\alpha - H\cos\alpha \qquad \text{donde } H = \frac{P}{3} \ \text{ y } \ V = \frac{P}{2}$$

$$M = \frac{P}{2}\,r\,(1-\cos\alpha) - \frac{P}{3}\,r\ \mathrm{sen}\,\alpha$$





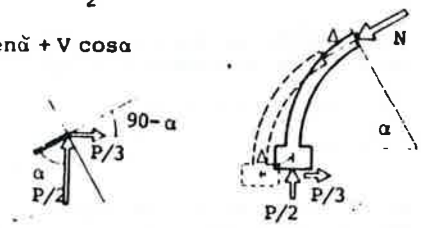


TRABAJOS VIRTUALES:
desplazamiento segun N

$$N\Delta - \frac{P}{2}\,\Delta\cos\alpha - \frac{P}{3}\,\Delta\ \mathrm{sen}\,\alpha = 0$$

$$N = \frac{P}{3}\ \mathrm{sen}\,\alpha + \frac{P}{2}\cos\alpha$$

$$N = H\ \mathrm{sen}\,\alpha + V\cos\alpha$$

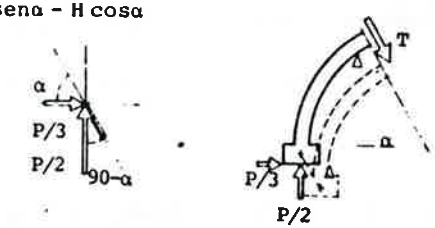


desplazamiento segun T

$$T\Delta - \frac{P}{2}\,\Delta\ \mathrm{sen}\,\alpha + \frac{P}{3}\,\Delta\cos\alpha = 0$$

$$T = \frac{P}{2}\ \mathrm{sen}\,\alpha - \frac{P}{3}\cos\alpha$$

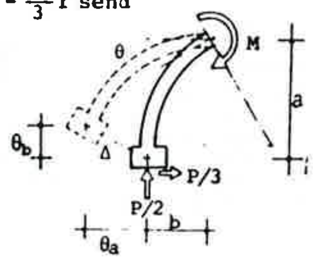
$$T = V\ \mathrm{sen}\,\alpha - H\cos\alpha$$



giro en la sección A:

$$M\theta - \frac{P}{2}\,r\,(1-\cos\alpha)\,\theta + \frac{P}{3}\,r\ \mathrm{sen}\,\alpha\ \theta = 0$$

$$M = \frac{P}{2}\,r\,(1-\cos\alpha) - \frac{P}{3}\,r\ \mathrm{sen}\,\alpha$$



REQUERIMIENTOS ESTRUCTURALES

Las estructuras deben satisfacer una serie de requerimientos, que se pueden clasificar en dos grandes grupos.

- Requerimientos SIN los cuales NO hay estructura.
- Requerimientos que es conveniente satisfacer para MEJORAR la estructura.

1 - REQUERIMIENTOS SIN LOS QUE NO HAY ESTRUCTURA

A - ESTABILIDAD. Tanto la estructura globalmente como cualquiera de sus partes deben ser estables.

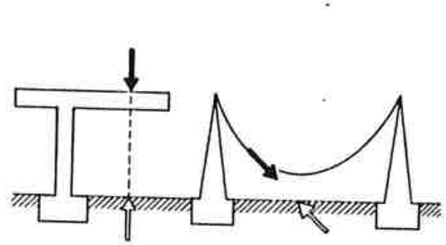
Una estructura no es ESTABLE GLOBALMENTE cuando la respuesta del terreno no es suficiente, para todos y cada uno de los estados de carga a que ha de verse sometida.

La INESTABILIDAD LOCAL es susceptible de aparecer en aquellos elementos de la estructura que se encuentran comprimidos. El hecho de que aparezca una deformación inicial en la pieza hace que la fuerza que los comprime tienda a hacerse cada vez mas peligrosa para la estabilidad de ésta. Este fenómoeno se conoce como PANDEO y se estudiará mas adelante.

B - RESISTENCIA. Vimos que en cada corte posible que se puede practicar en los distintos elementos de una estructura en equilibrio aparecian ESFUERZOS INTERIORES. Estos deben SER RESISTIDOS en todos los casos. Para ello la estructura deberá estar construida con un MATERIAL y unas SECCIONES suficientes en todos sus puntos.

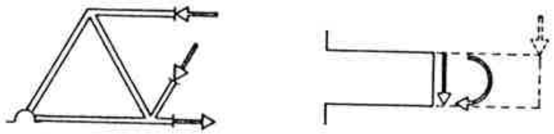
C - DEFORMACION LIMITE. Tambien vimos que las estructuras se deforman. Si pese a resistir los esfuerzos interiores, la estructura requiere para ello recurrir a deformaciones que superen unos límites preestablecidos, se considera que no es apta para su función.

En algunos casos las deformaciones pueden hacer que el uso a que se destina el edificio sea inviable. En otros, la estructura se vincula a elementos frágiles que no admiten deformaciones análogas a las que esta tolera sin romperse (tabiques, cristales en ventanas, etc.) por lo que debe evitarse la deformación de la estructura.

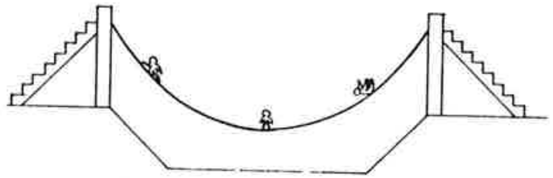


INESTABILIDAD GLOBAL

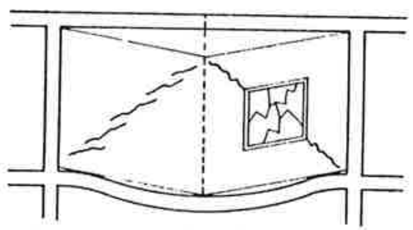
INESTABILIDAD LOCAL



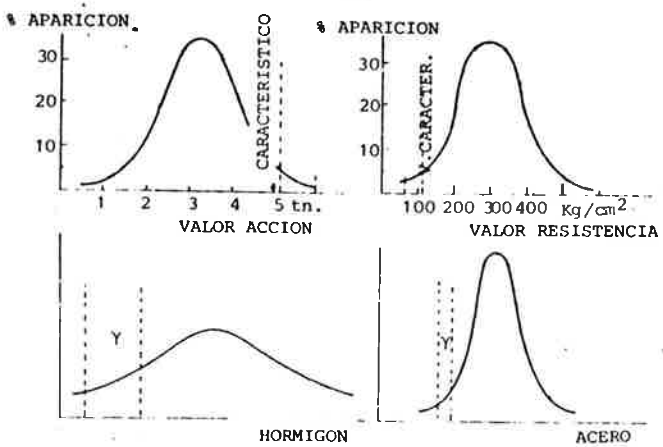
RESISTENCIA ESFUERZOS INTERIORES



DEFORMACION EXCESIVA ANULA EL USO



DEFORMACION EXCESIVA INCOMPATIBLE CON OTROS ELEMENTOS DEL EDIFICIO



D - FACTIBILIDAD CONSTRUCTIVA. La viabilidad de una estructura tambien está ligada a que sea posible su construcción en la práctica. Así, por ejemplo:

- Las estructuras metálicas tienen limitados los espesores y longitudes de sus elementos por el propio proceso de LAMINACION y el TRANSPORTE de estos.

- Las estructuras de hormigón requieren espesores mínimos para la propia puesta en obra de este material.

- Los elementos prefabricados no deben de exceder de ciertas dimensiones y pesos para que sea posible su transporte y su colocación en obra con grúa. etc.

D**-SEGURIDAD). Todos los requerimientos anteriores han de quedar satisfechos; pero, además, esta satisfacción no puede ser estricta sino que debe presentar unos márgenes de SEGURIDAD. Por ejemplo, las distintas secciones de una estructura no deben estar diseñadas para resistir estrictamente los esfuerzos previstos sino otros superiores a ellos en una determinada proporción. De esta forma se puede evitar que ligeras variaciones en la magnitud de estos o en las calidades previstas en los materiales y en la ejecución de la obra puedan arruinar la estructura.

El coeficiente numérico por medio del cual nos alejamos de la situación estricta se denomina COEFICIENTE DE SEGURIDAD (γ).

Tanto las acciones como la resistencia de los materiales se determinan probabilísticamente. Mediante la ejecución de una serie larga de ensayos se puede establecer una curva que relacione los valores obtenidos con el porcentaje de veces que cada uno aparece en los ensayos. Tal curva en general se aproximará a la CAMPANA de GAUSS de distribución normal.

En general, se adopta como valor CARACTERISTICO de las ACCIONES el que deja sobre él tan solo un 5% de los casos; y como valor CARACTERISTICO de la RESISTENCIA el que deja bajo él tan solo un 5% de los casos. Sobre estos valores se aplica (multiplicando ó dividiendo, segun los casos) el coeficiente de seguridad que nos aleja de la situación de peligro.

El valor del coeficiente de seguridad viene ligado a tres variables para el caso de la resistencia:

- FIABILIDAD DEL MATERIAL. El acero es mas homogéneo que el hormigón y presenta curvas mas apuntadas (casi todas las muestras son muy parecidas). Por ello se le aplica menor coeficiente de seguridad.

- CONTROL DE EJECUCION. Si se aumenta el número de ensayos la probabilidad de que aparezcan resultados capaces de variar la curva es muy pequeña. En situaciones muy controladas se puede por tanto reducir la precaución que supone el coeficiente de seguridad.

- PROCESOS DE CALCULO Y FIABILIDAD DEL MODELO

2 - REQUERIMIENTOS PARA MEJORAR LA ESTRUCTURA

A - COSTE. La estructura mas económica será mejor. El aumento de coste de una estructura puede surgir por dos razones.

- Por un mal diseño.
- Por una elección en el critério de traslado de las cargas. En general, MAYOR CARGA y MAYOR TRASLADO da lugar a MAYOR COSTE.

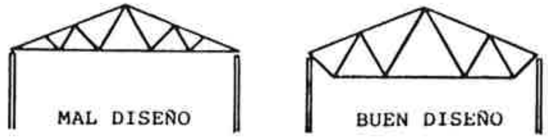
Cuando se muestren viables varias soluciones será conveniente estudiar el coste de cada una antes de decidir la definitiva.

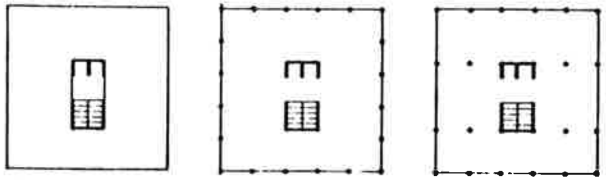
B - DURABILIDAD Y MANTENIMIENTO. Los materiales deben ser lo menos alterables posible: Por ejemplo es preferible la madera al acero en cubiertas. (Excepto si éste está bien galvanizado).

Las alteraciones por cambio de temperatura afecta más a los materiales modernos (Acero, hormigón, mortero de cemento, ladrillos silíceo-calcáreos; coef. = 1,1 10^{-5} m/m °C) que a los clásicos (Piedra, morteros de cal, ladrillos cerámicos; coef.= 0,5 10^{-5} m/m °C).

C - MALEABILIDAD. Será mejor aquella solución estructural que permita una fácil modificación de sí misma o del uso y distribución del edificio.

Las estructuras ejecutadas con vigas planas daran lugar a modificaciones de distribucion mas sencillas que las ejecutadas con vigas de canto. Las estructuras sobre pilares seran tambien mas flexibles que las estructuras sobre muros de fábrica.

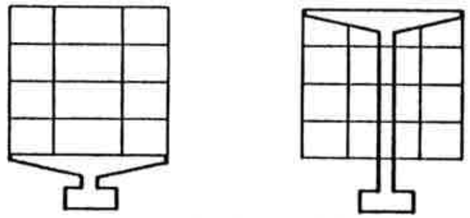




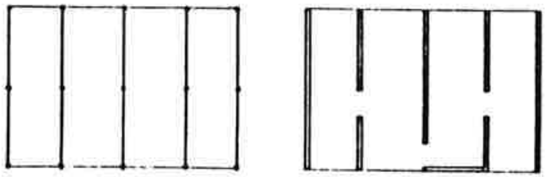
PLANTA A RESOLVER

PLANTA LIBRE
COSTE ELEVADO
(OFICINAS)

INTERIOR OCUPADO
COSTE MENOR
(VIVIENDAS)

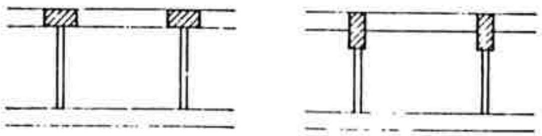


ELECCION DE SOLUCIONES SEGUN SU COSTE



PILARES
(MUY MODIFICABLES)

MUROS DE FABRICA
(POCO MODIFICABLES)



VIGAS PLANAS
(FACILMENTE MODIFICABLE)

VIGAS DE CANTO
(MAS DIFICILMENTE MODIFICABLE)

D - CONFORT. Será mejor aquella estructura que ademas de cumplir su función, aporte beneficios que redunden en la mejor habitabilidad del espacio interior.

Los forjados de piso deberan tener espesor y peso suficiente para aislar acusticamente las distintas plantas del edificio. (Para un aislamiento de 48 db, bueno en viviendas, hacen falta interpuestos 350 kg/cm^2). Limitar las vibraciones exige realizar estructuras poco deformables.

Generalmente, las cubiertas ligeras presentan problemas al vibrar con facilidad ante la acción del viento y no aislar suficientemente del ruido del agua de lluvia que golpea.

E - DESTRUCTIBILIDAD Y REUTILIZACION. Sin que vaya en detrimento de su resistencia, es preferible que la estructura sea facilmente destruible y reutilizable.

El acero es mas facilmente desmontable y recuperable que el hormigón. El tapial, una vez destruido, lo que se logra con facilidad, se integra en el medio ambiente en contra de lo que sucede con el hormigón.

F - RESISTENCIA AL FUEGO. Los materiales estructurales no deben perder sus característícas resistentes al calentarse. Caso de que esto suceda, como ocurre al acero, debe ser protegido contra el fuego.

G - FACILIDAD DE CALCULO. Siempre que no incida en la adopción de diseños de mala calidad, será preferible adoptar soluciones sencillas en las que se limite la posibilidad de aparición de errores de cálculo.

H - ESTETICA. En concordancia con los requerimientos del resto del proyecto.

1 - RESOLUCION DEL PROBLEMA ESTRUCTURAL.

Planteado el problema de determinar una estructura con unos fines dados, existen dos posibles procesos teóricos de resolución del mismo:

A PROBLEMA → CALCULO → DISEÑO
B PROBLEMA → DISEÑO → COMPROBACION

El proceso tipo A requeriría el conocimiento de funciones matemáticas en las que se consideraran todos los requerimientos que inciden en la estructura. Esto, en la práctica es de muy difícil consecución y lo mas normal es proceder a predeterminar el diseño, total o parcialmente, modificandolo sucesivamente. Es decir, debemos recurrir a un proceso del tipo B en el que, por tanto, el diseño inicial no será necesariamente válido y la comprobación nos obligará a irlo reajustando.

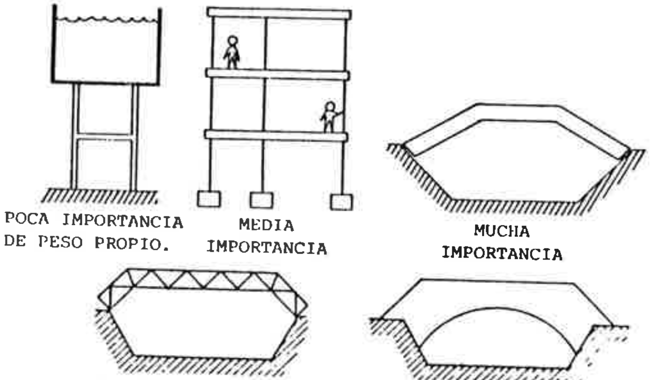
Se entra, entonces, en un tercer tipo de proceso, mas complejo, pero que es el que realmente se sigue:

PROBLEMA → DISEÑO → CALCULO → DISEÑO → COMPROBACION

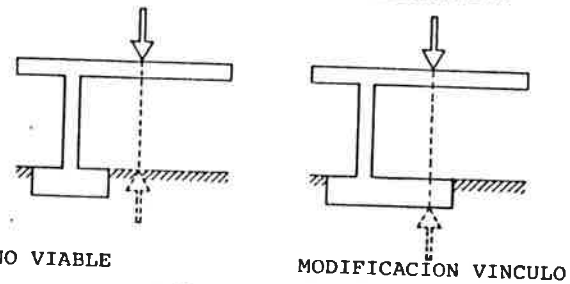
En este proceso se realiza inicialmente por lo general parte del diseño y parte del cálculo, para proceder a sucesivos reajustes de aquél por medio de comprobaciones. Es importante asegurarse inicialmente de que la probabilidad de revocar decisiones de diseño sea limitada y reducida.

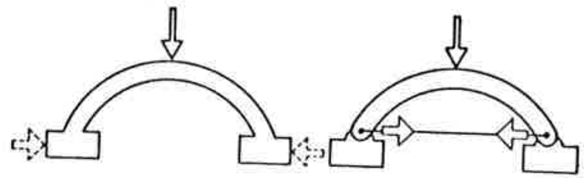
La herramienta matemática se utiliza en este proceso para el cálculo y comprobación de los diseños elegidos y consta de:

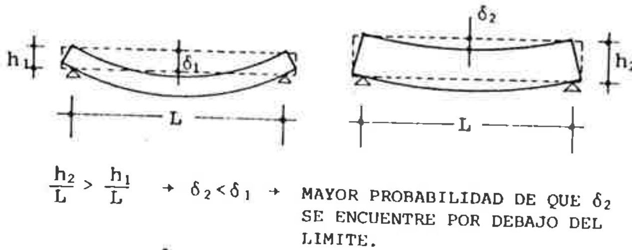
- EVALUACION DE ACCIONES.
- DETERMINACION DE LAS REACCIONES. Eventualmente en aquellas estructuras en que es posible hacerlo de entrada y en aquellas otras en que se puede con facilidad determinar su orden de magnitud.
- ANALISIS DE LA ESTRUCTURA. Consiste en llegar a conocer los esfuerzos interiores existentes en sus distintas secciones a partir de las acciones.
- COMPROBACIONES. Verificación de que el diseño cumple los requerimientos ya estudiados
  - -ESTABILIDAD
  - -RESISTENCIA
  - -DEFORMACION LIMITADA

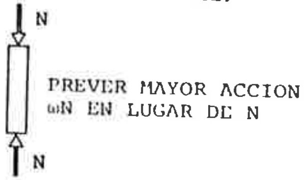


DECISION PREVIA DE LA ALTERNATIVA









-OTROS (COSTE, etc.)

Veamos cual es el orden de las decisiones que se han de tomar en los distintos pasos del proceso.

2 - EVALUACION DE ACCIONES Y DETERMINACION DE REACCIONES

a) PESO PROPIO. El peso propio de la estructura depende del diseño de esta y ha de conocerse su importancia relativa.

En estructuras en que el peso propio tiene poca importancia, este se puede DESPRECIAR en el cálculo. En las restantes habrá de preevaluarse. En algunos casos se podra hacer con gran exactitud (edificios de plantas = 250 Kp/m^2) y en otros no, por depender en gran medida del diseño. En ambos casos habra de tenerse una IDEA DEL TIPO DE ESTRUCTURA Y MATERIAL ELEGIDO.

b) INDETERMINACION POR FORMA. Ya se ha visto como la forma global de la estructura incide directamente en el caracter y magnitud de las acciones. Así mismo, la forma afecta tambien a las REACCIONES, tanto en el TIPO de estas como en la MAGNITUD.

Es necesario definir los VINCULOS y UNIONES de la estructura y verificar la VIABILIDAD de esta. En relación a los vínculos se comprobará la ESTABILIDAD de la estructura y si no resulta viable deben modificarse aquellos.

c) INDETERMINACION POR DEFORMACION. Las deformaciones de la estructura modifican las acciones iniciales. Para evitar que esta modificacion sea importante se puede proceder de varias formas:

- Evitar que la deformación exceda ciertos límites. Para ello se definen ciertas relaciones de esbeltez (h/l) suficientes.
- Preveer nuevas acciones desde la fase inicial que requieren una acotación previa del problema.

3 - ANALISIS DE LA ESTRUCTURA

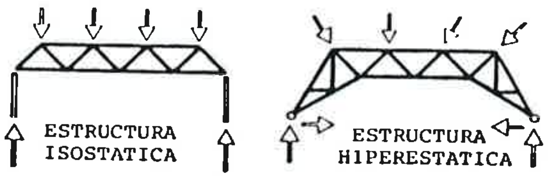
Para la determinación de los esfuerzos interiores en una estructura se siguen diferentes procesos segun la relación existente entre los vín culos que ésta necesita como mínimo para ser estable y los que, en realidad, posee.

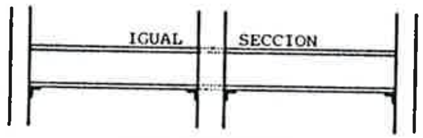
ESTRUCTURA ISOSTATICA es aquella cuyos víncu los son de cantidad y calidad necesaria y es tructuralmente suficiente para que se encuen tre en equilibrio.

ESTRUCTURA HIPERESTATICA es aquella cuyos vín culos exceden los estrictamente necesarios pa ra el equilibrio.

En las primeras se puede realizar el análisis sin un previo conocimiento de las dimensiones de la sección de sus elementos. Estas se fijan a partir del cálculo directamente.

En las segundas es necesario diseñar éstas di- mensiones para poder analizarlas y comprobar- las. Sin embargo, en ocasiones no es imprescin dible conocer tales dimensiones y basta con de terminar las relaciones entre ellas, aún sin decidir su valor exacto. (VIGA CONTINUA). En otros casos, como en las vigas de HORMIGON AR- MADO, se fijan las dimensiones del hormigón y por medio del análisis se obtienen las seccio- nes de armaduras de acero necesarias.



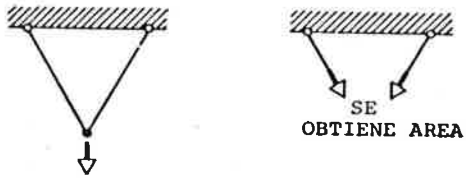


VIGA CONTINUA

4 - COMPROBACIONES

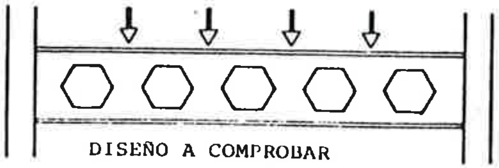
a) ESTABILIDAD. En el caso de estabilidad de piezas comprimidas (ESTABILIDAD LOCAL) se requie re incrementar la acción ($N \rightarrow \omega N$). El coefi- ciente ω depende de la longitud de la pieza y de la sección de ésta, luego será necesario co nocer a priori la forma y tamaño de esta se- cción. Así mismo, deberá comprobarse que el conjunto de la estructura es estable (ESTABI- LIDAD GLOBAL).

b) RESISTENCIA. En los casos mas sencillos, a partir de los esfuerzos interiores se puede determinar el valor de la característica resis tente necesaria de la sección en cuestión (A, W, ...) y, por tanto, diseñarla. En el hor- migón, a partir del análisis se completa la resistencia de la sección añadiendo la ARMADU RA necesaria.



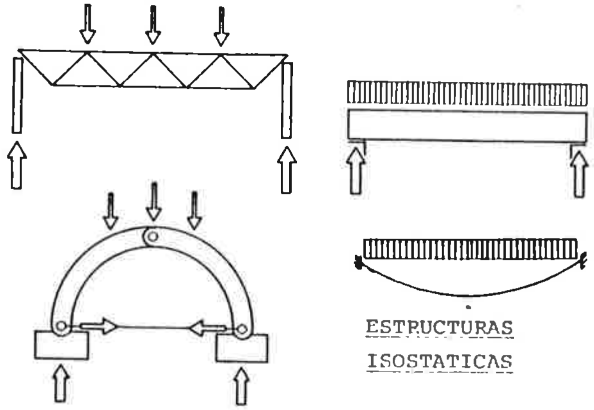
En casos mas complejos es preciso elaborar un diseño de la pieza y comprobar la validez de todas sus secciones.

c) DEFORMACION. Tambien en los casos mas sen cillos, se fija la característica de la sección (en flexión es la inercia I) y se diseña ésta. En otros mas complejos tambien se ha de diseñar primero y comprobar despues.



1 - ESTRUCTURA ISOSTATICA

Estructura isostática es aquella que cuenta con los vínculos necesarios y suficientes para ser estable (externamente isostática; bastan las ecuaciones de la estática para determinar las reacciones) y en la que es posible conocer los esfuerzos interiores en cualquier corte por medio de las ECUACIONES DE LA ESTATICA ($\Sigma F=0$, $\Sigma M=0$) (internamente isostática).
En la figura se muestran ejemplos característicos.



ESTRUCTURAS ISOSTATICAS

2 - ESTRUCTURA HIPERESTATICA

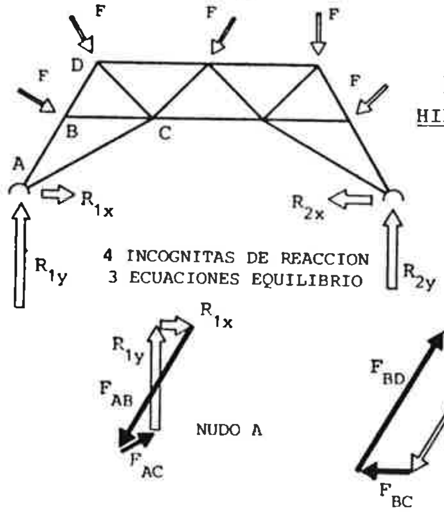
El hiperestatismo de una estructura puede ser de dos tipos:

TIPO 1: La estructura cuenta con vínculos sobreabundantes. Sus reacciones no se pueden determinar por las ecuaciones de la estática, por contarse con mas incognitas que ecuaciones.

Si por algun método lográramos determinar las reacciones, bastarían las ecuaciones de la estática para conocer los esfuerzos interiores en todos los cortes. (hiperestatismo de SUSTENTACION)
TIPO 2: Estructura internamente hiperestática. Aunque cuente tan solo con los vínculos exteriores estrictamente necesarios, el número de elementos que la componen las uniones entre ellos son sobreabundantes y permite resolver el equilibrio de diversas formas. (hiperestatismo de CONSTITUCION)
En las estructuras hiperestáticas es necesario recurrir a ecuaciones de COMPATIBILIDAD DE DEFORMACIONES para poder resolverlas.

En las de TIPO 1 bastará plantear tal compatibilidad en los vínculos para conocer las reacciones.

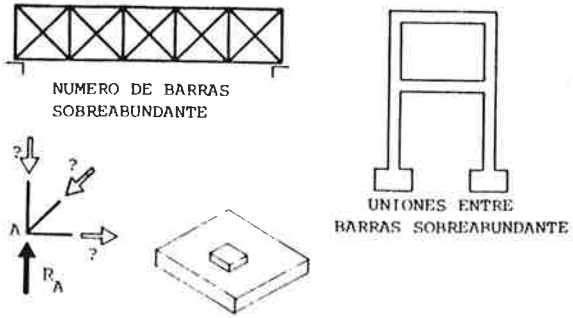
En la de TIPO 2 será necesario plantearla en todos los elementos en que se presenten condiciones sobreabundantes.



ESTRUCTURA HIPERESTATICA TIPO 1

LA ESTRUCTURA SE PUEDE "BARRER" ISOSTATICAMENTE

ESTRUCTURAS HIPERESTATICAS TIPO 2

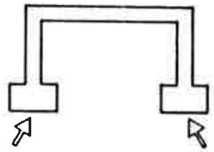


3 - SIMPLIFICACIONES EN ESTRUCTURAS HIPERESTATICAS

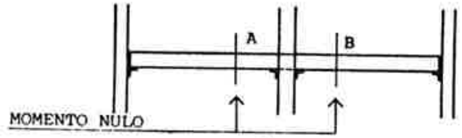
Para poder llegar a su resolución aproximada se pueden adoptar dos tipos de simplificaciones:

A- ADOPTAR HIPOTESIS COMPLEMENTARIAS. A partir del conocimiento exacto de estructuras análogas, se pueden extrapolar hipótesis adicionales para cada caso, como, por ejemplo:

-Suponer conocidas las reacciones

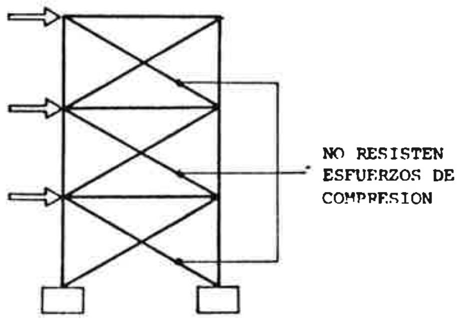


- Suponer conocidos los esfuerzos interiores en algun corte:



LA ESTRUCTURA GIRA LIBREMENTE EN A Y B (ROTULAS)

- Suponer que ciertos elementos resisten hasta un cierto límite:



B- ACOTAR LOS LIMITES EXTREMOS. (fig.I) El orden de magnitud de esfuerzos interiores o reacciones se puede fijar acotando los obtenidos para estructutas análogas, pero que representan situaciones extremas de las que nos ocupa.

4 - ESTRUCTURA HIPERESTATICA CON COACCION A LA DEFORMACION. (INTERNAMENTE ISOSTATICA).

El método de análisis que comunmente se sigue consiste en:

a - Descomponer la estructura en dos isostáticas: una con su carga y otra con una carga ficticia equivalente a los vínculos sobreabundantes.

b - Determinar la deformación de la primera.

c - Determinar la carga ficticia del vínculo (reacción hiperestática) que produce una deformación igual y opuesta a la anterior.

d - Superponer los resultados.

5 - ESTRUCTURA HIPERESTATICA REDUNDANTE. (INTERNAMENTE HIPERESTATICA)

El método de análisis que comunmente se sigue consiste en:

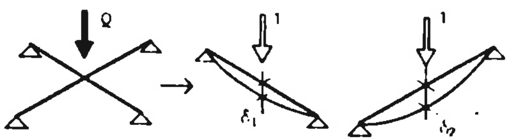
a - Descomponer la estructura en tantas isostáticas como sea necesario para que al superponerlas se recomponga la estructura original.

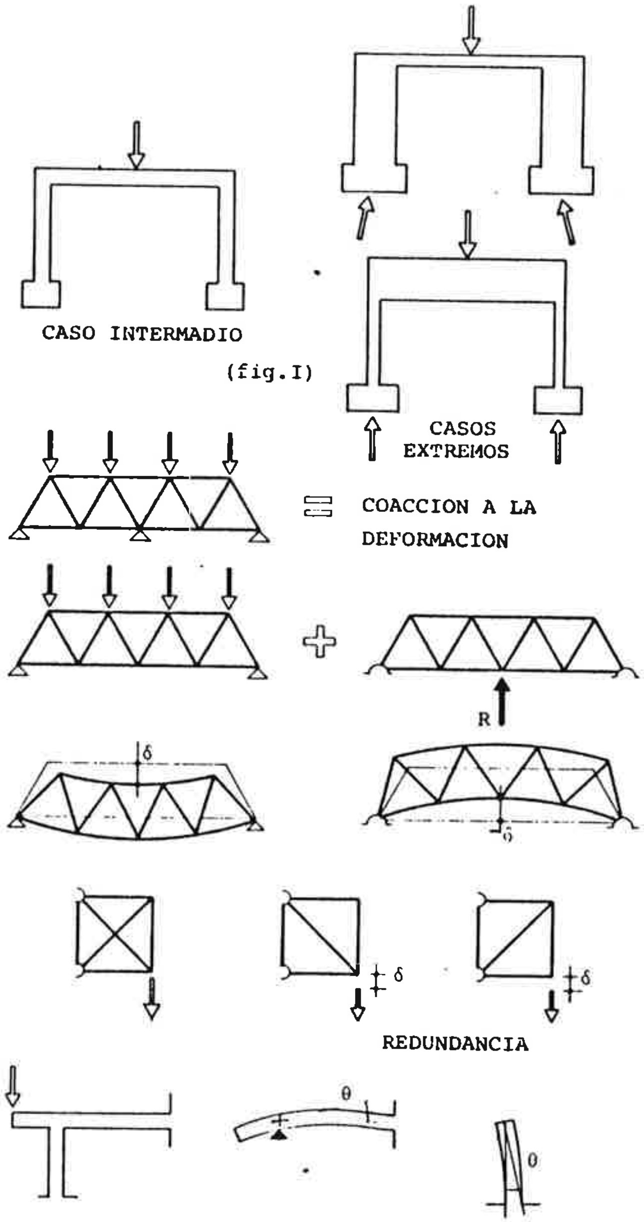
b - Realizar sus análisis y determinar la deformación que cada una sufre por acciones unitarias.

c - Determinar los valores de las acciones que producen iguales deformaciones (compatibilidad).

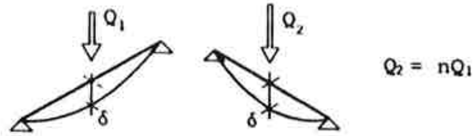
d - Determinar los esfuerzos interiores producidos por tales acciones que dan lugar a la necesaria compatibilidad de deformación.

Por ejemplo, tomemos una estructura formada por dos vigas ortogonales con una carga Q





Si $\delta_1 = n\delta_2$, la carga en 2 (Q_2) que iguale flechas deberá ser n veces superior a la 1 (Q_1)



En esta proporción se repartirá Q.

$$Q = Q_1 + Q_2 = Q_1 + nQ_1 \longrightarrow \boxed{Q_1 = \frac{Q}{1+n}} \quad \boxed{Q_2 = \frac{nQ}{1+n}}$$

La estructura se puede resolver

ELEMENTOS Y UNIONES DE UNA ESTRUCTURA

1 - DESCOMPOSICION DE UNA ESTRUCTURA EN ELEMENTOS

Las estructuras, en la práctica, generalmente son complejas y en ellas se procede a seleccionar los distintos elementos que la forman. En la figura se muestra una serie de estructuras de constitución compleja.

La división de la estructura en elementos se puede llevar a cabo segun criterios geométricos, relativos a su funcionalidad dentro del sistema, etc. ....

CADA ELEMENTO DEBE ESTAR EN EQUILIBRIO, y es necesario conocer los esfuerzos que unos y otros se trasmiten en tal situación de equilibrio. Para ello es importante que el diseño y dimensionesde las UNIONES garantice la adecuada trasmisión de tales esfuerzos.

2 - TRASMISION DE ESFUERZOS ENTRE ELEMENTOS

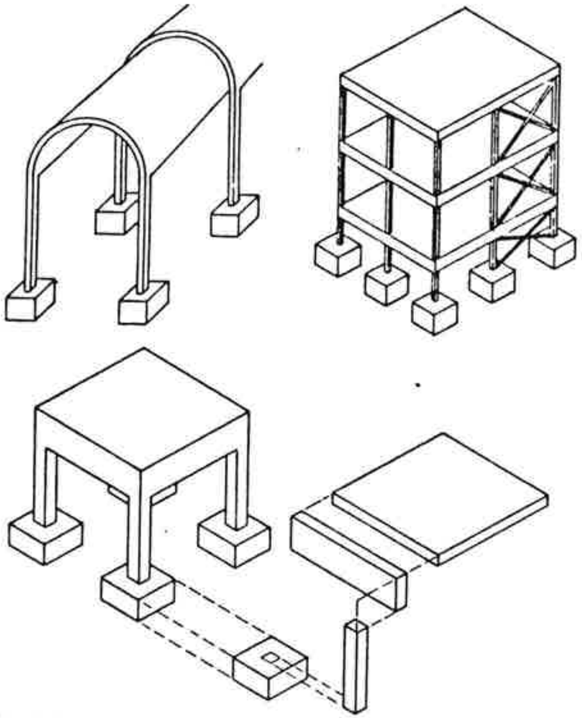
Se confía a las UNIONES entre ellos. Cabe distinguir entre:

a) TIPO DE ESFUERZO que depende del TIPO DE UNION. Se pueden distinguir hasta tres tipos de uniones:

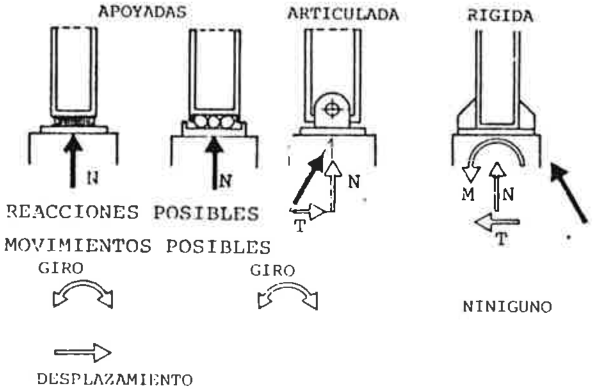
- APOYADA: Sólo trasmite esfuerzos normales N.
- ARTICULADA: Trasmite fuerzas en cualquier dirección, que pasan por el eje de la articulación y se pueden descomponer en dos que referidas al plano de la unión se denominan: -COMPONENTE NORMAL N
  -COMPONENTE TANGENCIAL T.
- RIGIDA: Trasmite fuerzas en cualquier dirección situadas en cualquier punto, es decir, fuerzas N y T y el correspondiente momento flector M que la situa en el eje de la propia unión.

En general, las uniones que se construyen en la práctica se acercarán mas ó menos a un modelo teórico u otro.

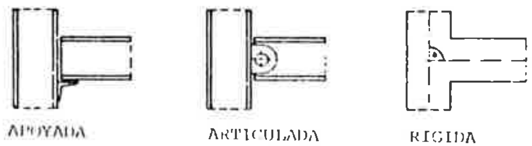
b) VALOR DEL ESFUERZO TRASMITIDO. Dependen del conjunto de la estructura, ya que como hemos visto los esfuerzos interiores dependen de la forma global de aquella y los esfuerzos que ligan unos y otros elementos, no son sino interiores a la estructura.



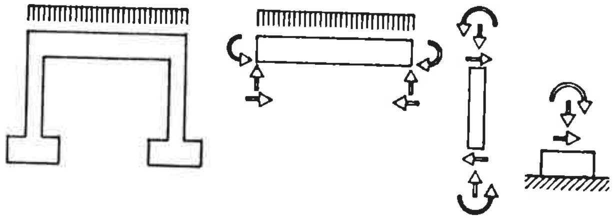
UNIONES ESTRUCTURA-ZAPATA



UNIONES ENTRE ELEMENTOS



Comunmente, en estructuras complejas el análisis pasa por determinar estos esfuerzos trasmitidos, que tomados como las reacciones que equilibran a los distintos elementos permiten analizar éstos por separado por las simples ecuaciones de la estática.



En muchas ocasiones las vinculaciones imponen coacciones a la deformación de los elementos de caracter parcial, es decir, coartan el movimiento, pero no en su totalidad.

3 - TIPOS DE ELEMENTOS

Los elementos en que puede dividirse una estructura se pueden siempre incluir en uno cualquiera de los tipos que se indican en la figura.

A ellos se acompañan el equilibrio de sus rebanadas con indicación de los esfuerzos internos que los solicitan.

Esta tipologia puede someterse a distintas lecturas en función del criterio de clasificación que se adopte para estos elementos. Así, los podemos clasificar en función de su:

a - GEOMETRIA

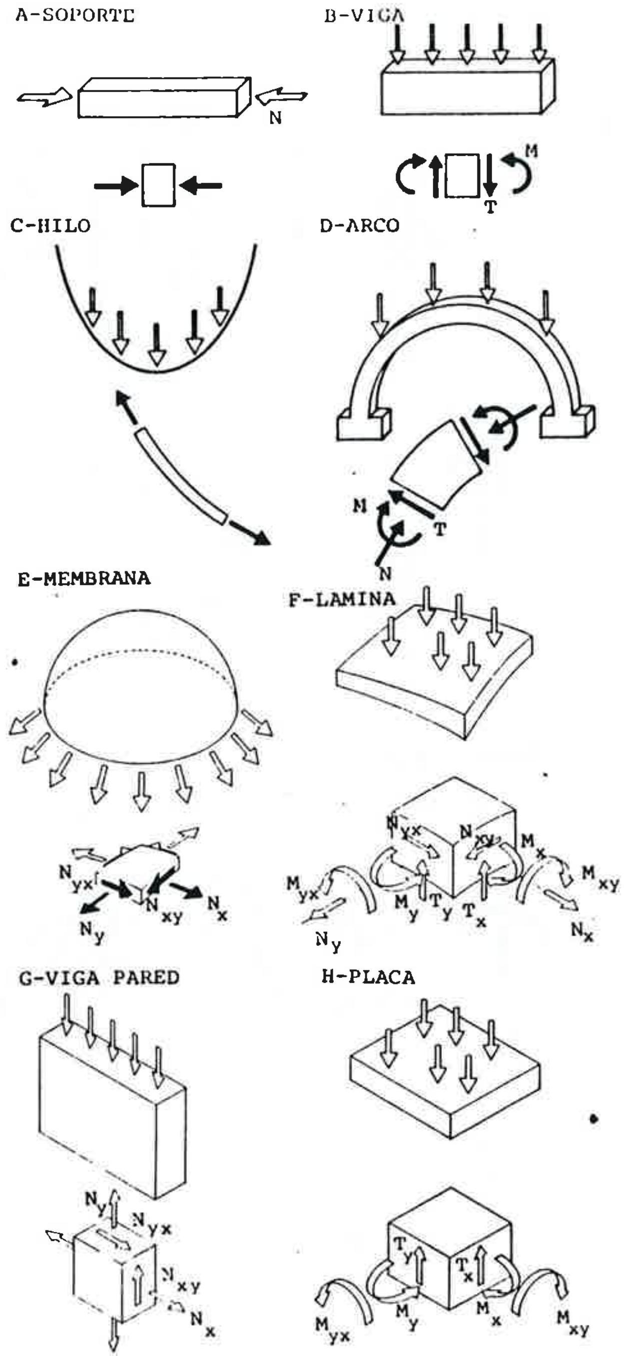
A	RECTOS	B
C, E	CURVOS	D, F
G	PLANOS	H

b - NUMERO DE CORTES NECESARIOS PARA EL ANALISIS

una familia	A, C	LINEALES	B, D
dos familias	E, G	SUPERFICIAL	F, H

c - ESFUERZOS INTERNOS (TIPO)

A, C, E, G	N
E, D, F, H	M, T



d - CARGAS QUE TRASLADAN

A	EN DIRECTRIZ	B
C, E	TRASVERSAL	D, F
G	EN DIRECTRIZ	H

e - REDUNDANCIA (HIPERESTATISMO INTERIOR)

A, C, E	ISOSTATICAS	B, D
G	HIPERESTATICAS	F, H

Aquellos que poseen un número superabundante de esfuerzos internos posibles, serán redundantes, y por tanto, internamente hiperestáticos.

SOLICITACIONES

1 - TIPOS DE SOLICITACIONES

Las solicitaciones o esfuerzos interiores que pueden aparecer en los cortes de una estructura son las resultantes de las fuerzas existentes en la parte de la estructura que se elimina.

De una forma general, en las estructuras planas, será una fuerza (R_1 ó R_2) contenida en dicho plano.

En la práctica es interesante determinar las COMPONENTES DE SOLICITACION referidas al c.d.g. de la sección segun dos direcciones: la contenida en el plano de la sección y la ortogonal a esta.

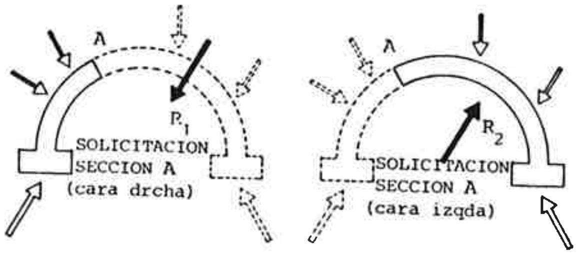
Una fuerza en el plano es equivalente en cualquier punto del mismo, y particularmente, en el c.d.g. de la sección, a un sistema formado por tres componentes.

- ESFUERZO NORMAL N.- Es la componente de fuerza de la solicitación proyectada sobre la directriz ortogonal a la sección (contenida en la directriz de esta). En aquellas estructuras de directriz superficial, todas aquellas componentes de solicitación contenidas en ella seran del tipo ESFUERZO NORMAL.

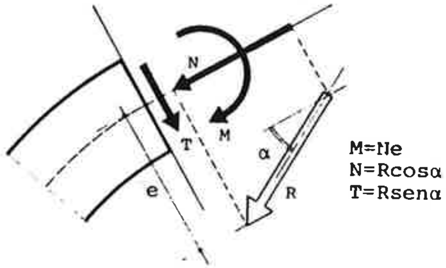
- ESFUERZO CORTANTE T.- Es la componente de fuerza de la solicitación proyectada sobre la propia cara de esta. Como mas adelante se verá su existencia plantea necesariamente la de momentos variables a lo largo de la directriz de la pieza
- MOMENTO FLECTOR M.- En general la resultante de solicitación no pasará necesariamente por el c.d.g. de la sección, lo que implica una componente de momento al trasladarla a este punto. Tan solo en aquellos elementos estructurales en que la solicitación puede aparecer fuera del plano del elemento, el traslado de la resultante hasta él, implica la aparición de momentos adicionales.

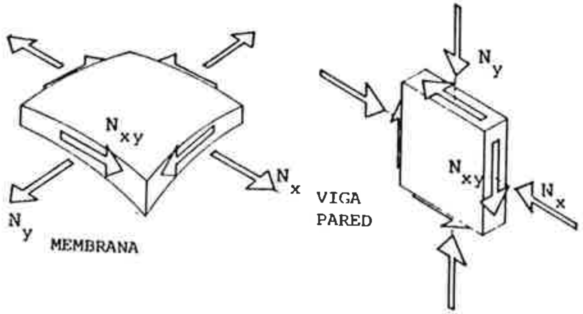
- MOMENTO TORSOR M_t.- Surge como consecuencia del traslado al plano del elemento, de la componente tangencial (T) de la solicitación.

- MOMENTO FLECTOR M_y.- Como consecuencia del traslado se la componente normal (N) de la solicitación
- MOMENTO FLECTOR M_t.- Aparece como consecuencia del traslado de la componente normal (N) de la solicitación T_y

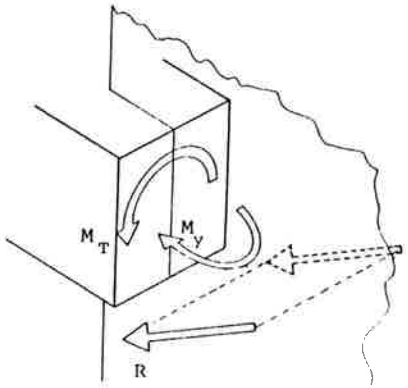


SE CUMPLE QUE $R_1 = -R_2$





ELEMENTOS DE DIRECTRIZ SUPERFICIAL



Cada elemento estructural se caracteriza por estar sometido a un ESTADO DE SOLICITACION. Así los tipos: (página nº)

- A, C, E y G solo presentan componente N.
- B y D presentan principalmente componentes M,T aunque puede existir N.
- F y H componentes M, T, M_t, M_y, T_y pudiendo ademas el tipo F estar sometido a estados N analogos a la membrana.

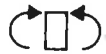
2 - REBANADA - CRITERIO DE SIGNOS.

Se entiende por rebanada una parte de estructura contenida entre dos cortes consecutivos. Deberá estar en equilibrio entre las acciones en ella aplicadas y las solicitaciones en sus caras.

Los signos convencionales de la solicitación en una rebanada de una estructura plana son los siguientes:

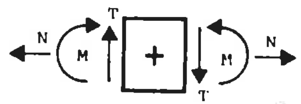
- El sentido positivo de esfuerzos cortantes es el definido por la figura.

- El sentido positivo de momentos flectores es el que tracciona la fibra inferior.



- El sentido positivo de esfuerzos normales es el de la tracción.

- Ejemplo de rebanada con sentidos positivos en todas sus solicitaciones:



3 - EQULIBRIO ELEMENTAL DE ESTRUCTURAS ISOSTATICAS

En los elementos estructurales internamente isostáticos es posible conocidas las reacciones, determinar las solicitaciones en todos sus posibles cortes por medio de ecuaciones de equilibrio.

A - ELEMENTO TIPO A.

Selecionemos una rebanada diferencial en un elemento estructural tipo A. En general se puede considerar que en la parte de estructura considerada actuará una carga unitaria de valor p que, dado el caracter de la pieza estará contenida en su directriz.

En ambas caras aparecen solicitaciones normales que serán diferentes, distinguiendose en un incremento diferencial. La acción total en la rebanada será $p \cdot dx$, y el equilibrio se logra cuando:

$$-N+p\cdot dx+(N+dN)=0$$

$$\boxed{p+\frac{dN}{dx}=0}$$

LA VARIACION DEL ESFUERZO NORMAL ES IGUAL A LA CARGA UNITARIA. (Variación carga total longitudinal por unidad de longitud)

B - ELEMENTO TIPO B.

Seleccionemos una rebanada diferencial en una viga (elemento tipo B). Sobre ella actuará una carga de valor unitario q (Kg/m). A ambos lados apareceran solicitaciones M-T que se diferenciaran en un incremento diferencial.

El equilibrio vertical de fuerzas se logra cuando:

$$-T+qdx+(T+dT)=0$$

$$\boxed{q+\frac{dT}{dx}=0}$$

LA VARIACION DEL ESFUERZO CORTANTE ES LA CARGA

Tomando momentos respecto al centro de la rebanada:

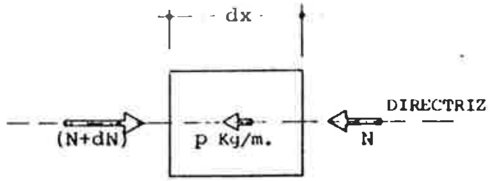
$$-M-T\frac{dx}{2}-(T+dT)\frac{dx}{2}+(M+dM)=0$$

$$-M-Tdx+dT\frac{dx}{2}+M+dM=0$$

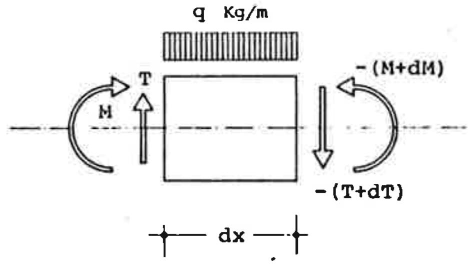
Despreciando el diferencial de segundo orden $dT\,\frac{dx}{2}$

$$-Tdx+dM=0 \qquad \boxed{T=\frac{dM}{dx}}$$

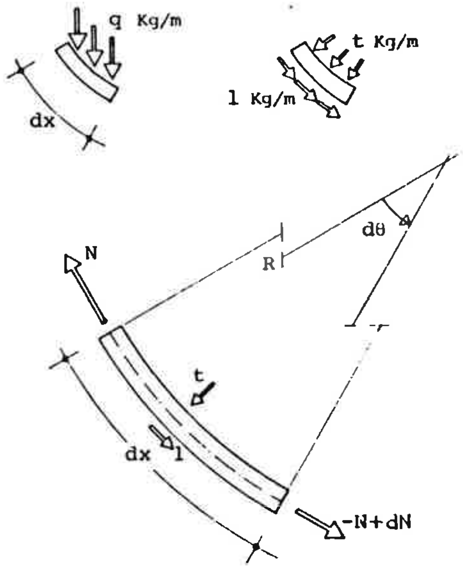
LA VARIACION DEL MOMENTO ES EL CORTANTE



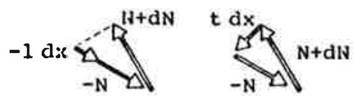
ELEMENTO TIPO A - SOPORTE



ELEMENTO TIPO B - VIGA



ELEMENTO TIPO C - HILO



C - ELEMENTO TIPO C.

Tomemos una rebanada diferencial de un hilo sometido a cargas continuas que podemos descomponer en:

- Una carga de valor l (Kg/m) contenido en su directriz.
- Una carga de valor t (Kg/m) ortogonal a la directriz.

Por sus propias características, el elemento solo estará sometido a esfuerzos normales de valor diferente en cada cada incremento diferencial, y tambien de dirección diferente, dado que solo gracias a que la directriz se curva un determinado ángulo (dθ), la estructura es capaz de soportar acciones ortogonales a ella.

En la dirección de la directriz el equilibrio se consigue cuando:

$$(N+dN)\cos\theta - l\cdot dx - N = 0$$

$$d\theta \to 0 \quad \text{luego} \quad \cos\theta \to 1$$

$$N+dN-l\cdot dx-N=0 \qquad \boxed{l=\frac{dN}{dx}}$$

LA VARIACION DEL ESFUERZO NORMAL ES LA CARGA UNITARIA EN LA DIRECTRIZ.

En la dirección ortogonal a la directriz podemos igualar el angulo (dθ) al arco, con lo que Despreciando el diferencial de segundo orden:

$$t\cdot dx-Nd\theta=0 \qquad t=N\,\frac{d\theta}{dx}$$

Por la geometría del hilo en el equilibrio sabemos que $dx = R\,d\theta$ y sustituyendo:

$$t=N\cdot\frac{d\theta}{R\,d\theta} \qquad \boxed{t=\frac{N}{R}}$$

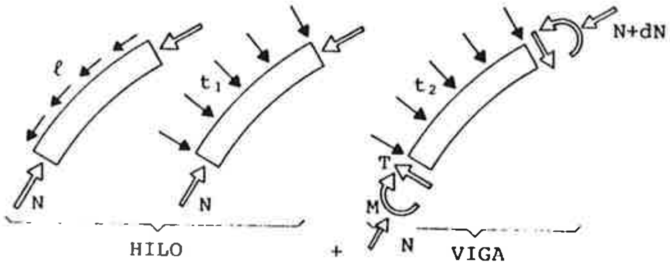
LA RELACION EXISTENTE ENTRE EL ESFUERZO NORMAL Y EL RADIO DE CURVATURA DA LA CARGA TRANSVERSAL EQUILIBRADA

Cuando el hilo se curva mucho (aumento de curvatura implica disminución del radio R=1/C) se puede equilibrar mayor cantidad de carga transversal. En general, el hilo se deformará aumentando su curvatura hasta alcanzar la posición de equilibrio

D - ELEMENTO TIPO D.

El arco es una estructura análoga al hilo pero incapaz de modificar su geometría libremente hasta alcanzar el equilibrio con la simple aparición de esfuerzos normales. En la medida en que no pueda recurrir a su capacidad de traslado longitudinal de las cargas por medio de N (tal y como hace el hilo) deberá recurrir a su capacidad de traslado trasversal y trabajará como viga, estando solicitado por M y T.

$$T=\frac{dM}{ds} \qquad t+\frac{dT}{ds}+\frac{N}{R}=0 \qquad l+\frac{T}{R}+\frac{dN}{ds}=0$$



$t_1+t_2=t_{total}$

ELEMENTO TIPO D - ARCO.

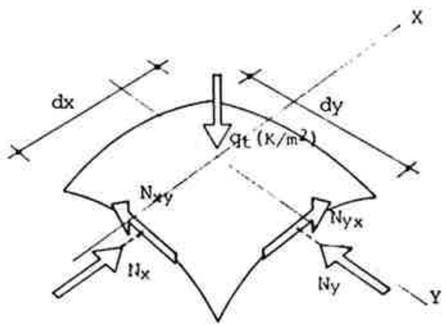
E - ELEMENTO TIPO E.

En estructuras superficiales se requiere practicar dos familias de cortes, en general ortogonales, para seleccionar la porción diferencial de la misma equivalente a la rebanada de las estructuras lineales.

En las membranas que aquí nos ocupan, las cargas normales a la superficie se resisten gracias a la existencia de curvaturas en ambas direcciones (X e Y elegidas), y curvatura cruzada (de alabeo), si estas direcciones no coinciden con los ejes principales de curvatura de la superficie en el punto en cuestión.

Extrapolando las conclusiones obtenidas en el hilo se tiene que:

$$N_{xy}=N_{yx} \qquad \boxed{\frac{N_x}{R_x}+\frac{N_y}{R_y}+2\,\frac{N_{xy}}{R_{xy}}+q_t=0}$$



ELEMENTO TIPO E - MEMBRANA

4 - FUNCIONES DE SOLICITACION.

Cnocidas las ecuaciones que ligan las solicitaciones a ambos lados de la rebanada en equilibrio, las estructuras internamente isostáticas se pueden "barrer" de uno a otro extremo obteniendo las funciones de solicitación que nos dan el valor de las mismas en todos sus cortes.

Tomemos como ejemplo una viga apoyada con una carga uniforme q.

Aplicando las ecuaciones de equilibrio global se obtiene que las reacciones son iguales entre sí, y de valor:

$$V = \frac{ql}{2}$$

Podemos determinar las funciones de solicitación por dos caminos, tomando una sección genérica a una distancia x del apoyo izquierdo (origen de longitudes).

- Aplicando las ecuaciones de la estática:

$$\Sigma F_{verticales} = 0; \quad -\frac{ql}{2} + qx + T = 0; \quad \boxed{T = \frac{ql}{2} - qx}$$

$$\Sigma M = 0; \quad -\frac{ql}{2}x + qx\frac{x}{2} - M = 0; \quad \boxed{M = \frac{ql}{2}x - \frac{qx^2}{2}}$$

- Aplicando las ecuaciones de equilibrio de la rebanada:

$$q = -\frac{dT}{dx} \rightarrow T = \int -q\cdot dx = -qx + c_1$$

Donde c_1 es la condición de contorno. Haciendo

$$x = 0 \rightarrow T_o = V = \frac{ql}{2} = -q\cdot 0 + c_1 \rightarrow c_1 = \frac{ql}{2}$$

y sustituyendo:

$$T = \frac{ql}{2} - qx$$

$$T = \frac{dM}{dx} \rightarrow M = \int T\,dx = Tx + c_2$$

Donde c_2 es la condición de contorno. Haciendo

$$x = 0 \rightarrow M_o = T\cdot 0 + c_2 \rightarrow c_2 = 0$$

y sustituyendo:

$$\boxed{M = \frac{ql}{2}x - \frac{qx^2}{2}}$$

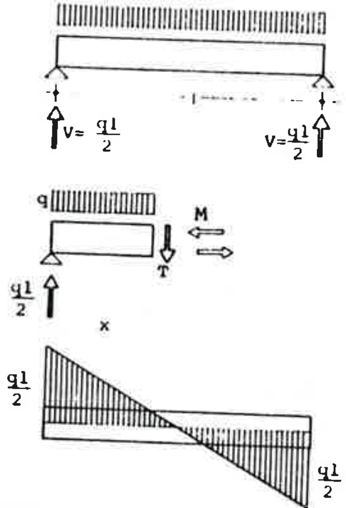


DIAGRAMA T: FUNCION LINEAL DE x

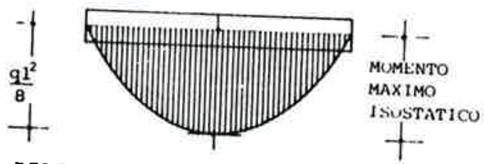
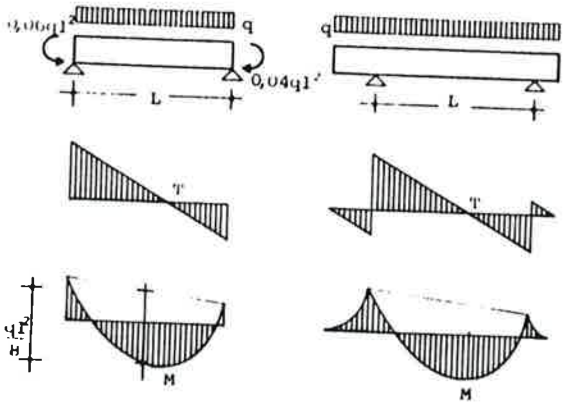


DIAGRAMA M: FUNCION PARABOLICA DE x



5 - DIAGRAMAS DE SOLICITACION.

Obtenidas las funciones de solicitación, estas se pueden representar gráficamente por medio de diagramas en que los valores de la solicitación en cada punto se miden perpendicularmente a la directriz. El criterio de signos convencional consiste en dibujar los T según el sentido del esfuerzo en la cara izquierda y los M positivos por la parte de la directriz correspondiente a las tracciones (si concebimos M como un par de fuerzas).

Cuando las condiciones de contorno de la viga cambian (voladizos o momentos flectores en los extremos) es normal el procedimiento de descolgar la gráfica de momentos flectores de la viga isostática de igual luz y carga desde los valores de los momentos M dados en los extremos.

1 - DESPLAZAMIENTO Y DEFORMACION

Una estructura llega a su posición de equilibrio tras sufrir una deformación, es decir, una alteración de la forma respecto de su situación inicial. El estudio de este cambio de forma puede realizarse a distintas escalas.

A - NIVEL DE ESTRUCTURA GLOBAL. Las acciones y reacciones modifican la geometría global de la estructura, produciendose DESPLAZAMIENTOS en la misma. Una rebanada genérica A pasará a la situación A' mediante un movimiento que en el plano tendrá dos componentes:

- Componente vertical que se denomina genéricamente FLECHA.
- Componente horizontal que se denomina genéricamente DESPLAZAMIENTO.
- Giro.

B - NIVEL DE REBANADA. La rebanada genérica A no solo pasa a ocupar otra posición en el espácio, sino que al estar sometida a esfuerzos interiores o SOLICITACIONES se DEFORMA.

Los diferentes modos de deformación de la rebanada se ligan a la solicitación que los provoca.

- ALARGAMIENTO ó ACORTAMIENTO dependen de N.
- GIRO depende de M.
- DISTORSION depende de T.

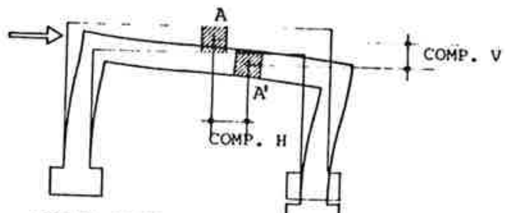
C - NIVEL DE PUNTO Y SU ENTORNO. Cualquier punto de la rebanada (B) en la deformación de esta sufrirá desplazamientos (pasando a ocupar otra posición en el espacio) y deformaciones (al estar sometido a esfuerzos locales, denominados TENSIONES, que son la manifestación puntual de las solicitaciones de la rebanada). Las deformaciones puntuales pueden ser:

- ALARGAMIENTO o ACORTAMIENTO debidos a tensiones normales (σ).
- DISTORSION debida a tensiones tangenciales (τ).

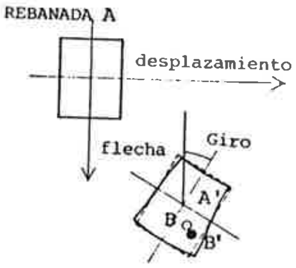
2 - TENSIONES σ Y τ

A nivel puntual la estructura no puede resistir mas esfuerzos (TENSIONES) que los NORMALES y TANGENCIALES.

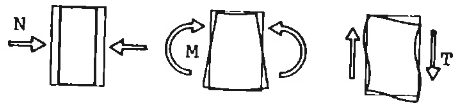
El momento no puede ser resistido por el pun-



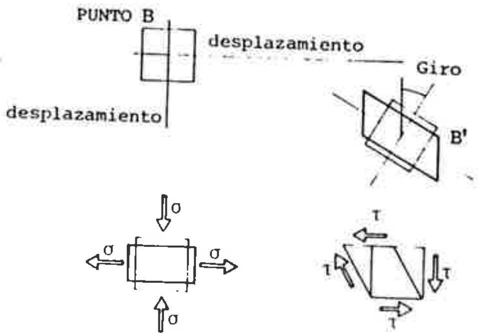
NIVEL ESTRUCTURA



REBANADA DEFORMADA



NIVEL REBANADA



ALARGAMIENTO-ACORTAMIENTO DISTORSION

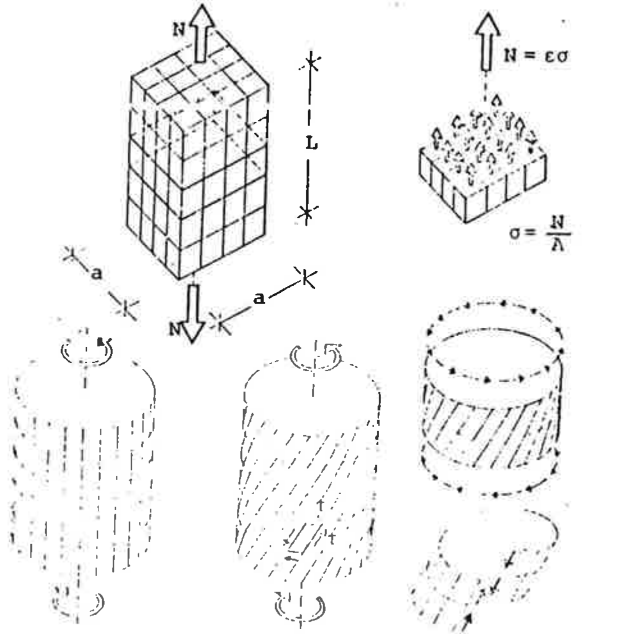
NIVEL DE PUNTO

to pues para ello necesitaría canto. de hecho, y como más adelante se verá, el momento en las secciones se traduce en la aparición a nivel puntual de tensiones normales σ cuyo valor y/o sentido varian a lo largo del canto de la sección.

A - TENSION NORMAL σ. Supongamos una probeta de dimensiones axa y longitud l. Sometida a una carga normal de tracción o compresión, llamamos tensión normal σ al esfuerzo a que se ve sometida cada unidad de superficie en su sección.

B - TENSION TANGENCIAL τ. Supongamos una probeta cilíndrica sometida a torsión. Es intuitivo el comprender que, si tomamos dos rebanadas consecutivas, ambas intentaran deslizarse una respecto a la otra, tangencialmente.

Existiran por tanto, tensiones tangenciales τ opuestas en los lados superior e inferior de los elementos en que se ha dividido la probeta. Ahora bien, estos no estan en equilibrio caso de que unicamente existiesen tales tensiones. Aparecen tambien identicas tensiones τ opuestas en ambas caras laterales. Efectivamente se puede comprobar que, si cortáramos una tira vertical de la probeta, por efecto de la torsión, ambos lados del corte sufriran desplazamientos tangenciales relativos. Ello indica que existen tales tensiones τ verticales, que se oponen a que dichos desplazamientos se produzcan realmente.



3 - RIGIDEZ. RELACION TENSION-DEFORMACION.

Para poder realizar el análisis de la deformación total (DEFORMACION + DESPLAZAMIENTOS) de una estructura se ha de proceder al estudio sucesivo desde el punto a la rebanada y de esta a la estructura.

A - NIVEL DE PUNTO. Existe una relación entre la tensión a que está sometido un elemento unitario y la deformacion que en él tiene lugar. La relación entre la tensión y la deformación producida nos indica la oposición a la deformación del MATERIAL y se denomina RIGIDEZ del MATERIAL.

Para tension normal σ se producen deformaciones unitárias ε

($\frac{\delta\sigma}{\delta\varepsilon}$ = MODULO DE RIGIDEZ DEL MATERIAL)

Si la relación σ-ε es lineal $\frac{\delta\sigma}{\delta\varepsilon} = \frac{\sigma}{\varepsilon} = E =$ cte. se denomina MODULO DE ELASTICIDAD. Tal como indica la figura, una solicitación N de tracción en este caso produce un alargamiento en su propia dirección y una deformación de sentido contrario en la dirección ortogonal. La relación entre ambas es:

$$\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y} = \nu$$

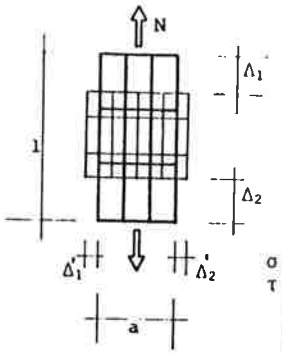
Denominandose a ν MODULO DE POISSON, y como es evidente siempre es inferior a la unidad. Por ejemplo: en el acero $\nu = 0,3$, lo que quiere decir que una deformación en una dirección por efecto de una solicitación normal a ella, se ve acompañada en la dirección ortogonal de otra de valor 30% de la primera.

Para tensión tangencial τ se producen distorsiones unitarias γ

($\frac{\delta\tau}{\delta\gamma}$ = RIGIDEZ TRANSVERSAL)

Si la relación τ-γ es lineal $\frac{\delta\tau}{\delta\gamma} = \frac{\tau}{\gamma} = G$ se denomina MODULO DE RIGIDEZ TRANSVERSAL.

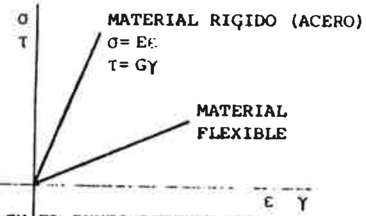
B - NIVEL DE REBANADA. La deformación de la rebanada dependerá de la de los puntos que forman la sección, es decir, dependerá del material (punto) y de la forma de esta sección (de una característica que esta ligada a la solicitación que provoca la defromación).



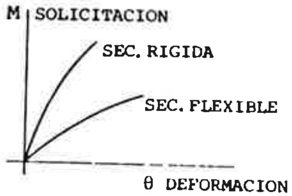
$\Delta_1 + \Delta_2 = \Delta \quad \Delta'_1 + \Delta'_2 = \Delta'$

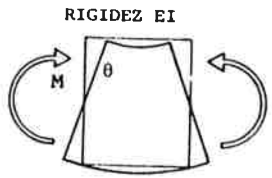
$\varepsilon_y = \frac{\Delta}{l} \quad \varepsilon_x = \frac{\Delta'}{a}$

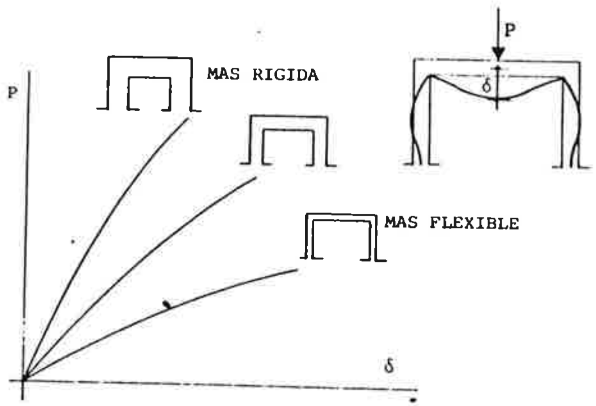
$\frac{\sigma}{\varepsilon_y} = E \quad \varepsilon = \frac{1}{E}\sigma$



TENSION-DEFORMACION EN EL PUNTO DEPENDE DEL MATERIAL (E,G)







CURVAS CON MATERIAL, FORMA Y VINCULOS CONSTANTES

CARGAS - DESPLAZAMIENTOS EN ESTRUCTURAS DEPENDEN DE MATERIAL, SECCIONES, FORMA, CARGA Y VINCULOS

De nuevo se denomina RIGIDEZ DE LA SECCION. La relación entre solicitación y deformación y será el producto de la característica del material (E, G) por la característica de la sección (I para M, A para N, etc.).

Se pueden tambien dibujar gráficas que expresen la relación entre la solicitación y la deformación y que podemos decir que la sección será mas rígida cuanto mayor sea la pendiente de estas curvas y mas deformable o flexible cuanto menor sea tal pendiente.

C - NIVEL DE ESTRUCTURA. Integrando a lo largo de la estructura las deformaciones sufridas por sus distintas rebanadas y teniendo en cuenta las condiciones de vinculación de aquella es posible determinar su deformada final, que nos permite obtener los DESPLAZAMIENTOS Y FLECHAS (δ) experimentados.

Estos dependen por tanto de la deformación de las rebanadas, es decir, del MATERIAL y SECCIONES, así como de las CARGAS y de las condiciones de VINCULO (REACCIONES Y COACCIONES) y de la FORMA de la estructura.

Se puede expresar graficamente las relaciones entre CARGA y DESPLAZAMIENTOS o FLECHAS fijando el resto de los parámetros que intervienen. La relación entre ellos se dénomina igualmente RIGIDEZ.

1 - PLANTEAMIENTO.

En anteriores capítulos vimos como se planteaba el equilibrio entre solicitaciones y acciones aplicadas a una rebanada. Por otro lado, sabemos que, cuando cortamos una estructura, ambas caras de la misma sección se ven sometidas a solicitaciones opuestas y de de igual valor absoluto.

En consecuencia, se puede plantear el equilibrio de dos rebanadas contiguas formando otra de mayor tamaño. Generalizando el proceso a lo largo de la estructura se puede restituir esta obteniendo el equilibrio entre cargas y solicitaciones en los extremos. (Reacciones).

Las rebanadas de la estructura se pueden dividir en elementos unitarios que, de igual forma, han de estar en equilibrio siendo las tensiones los esfuerzos unitarios a que estan sometidas sus caras.

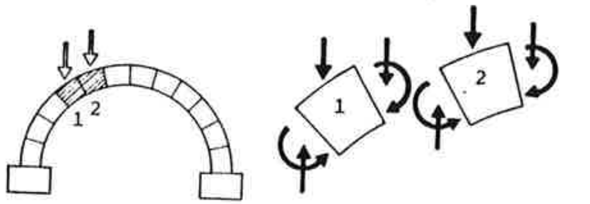
Al igual que en el nivel de estructura los equilibrios de tensiones en elementos unitarios se pueden plantear por contiguidad reconstruyendo la primitiva rebanada. La integración de tensiones a lo largo y ancho de la rebanada proporciona las solicitaciones a que está sometida.

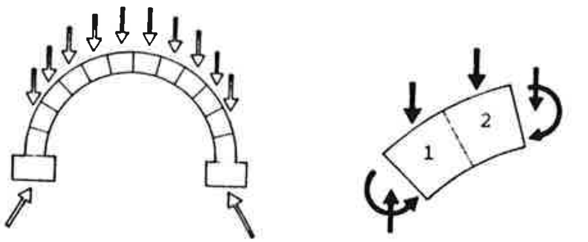
Cuando la rebanada es suficientemente estrecha, se admite idéntico estado tensional a lo largo de su espesor "e".

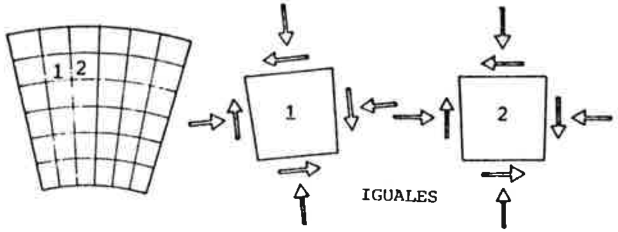
El análisis del estado tensional de una estructura plana se debe realizar en dos direcciones.

- A lo largo de la directriz (en general direcciones X en las barras rectas) se determina la ley de solicitaciones mediante el análisis de las mismas. Las leyes de variación de la tensión en esa dirección coinciden en forma con las de las solicitaciones dada la relacción existente entre tensiones-solicitación.

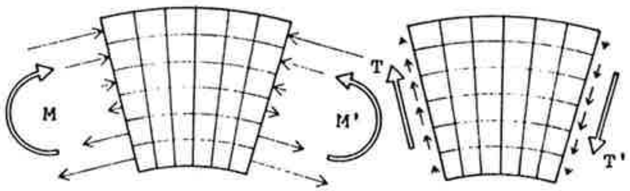
- A lo largo de la dirección ortogonal a la directriz. (en general direccion Y en barras rectas) se determina la ley de variación de las tensiones. En este análisis contamos con dos datos la suma de tensiones (integral) a lo largo del corte debe ser equivalente a la solicitación que las provoca. Muchas leyes de tensiones pueden proporcionar esta equivalencia. Para la fijación de una ley dada se suele recurrir a una serie de HIPOTESIS COMPLEMENTARIAS ó SIMPLIFICADORAS. (Por ejemplo: Ley lineal de deformación en flexión).



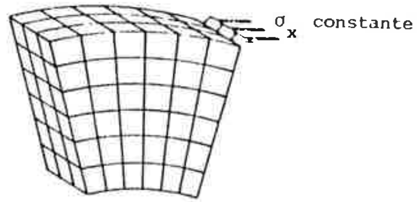




EQUILIBRIO DE TENSIONES

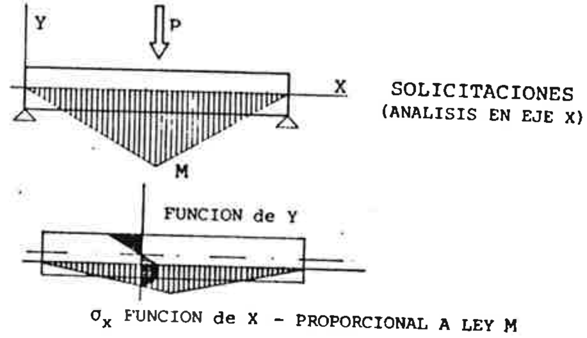


SOLICITACION COMO INTEGRAL (∫ ó Σ) DE TENSIONES



COMPORTAMIENTO UNIFORME A LO LARGO DEL ESPESOR

SIS COMPLEMENTARIAS ó SIMPLIFICATORIAS. (Por ejemplo: Ley lineal de deformación ó tensión en flexión).



LEYES DE TENSION σ_x

2 - RELACION ENTRE TENSIONES. (fig.I)

Consideremos un elemento unitario plano sometido a un estado general de tension, y planteemos su equilibrio. Las tensiones que aparecen en sus caras seran normales y tangenciales y su valor a un lado y a otro del elemento experimentará una variación, en un caso general, dado por la derivada parcial de la tensión considerada respecto a la dirección en que nos hayamos desplazado.

- EQUILIBRIO DE MOMENTOS. Tomando momentos respecto al centro del elemento y despreciando los diferenciales se cumple que

$$\boxed{\tau_{xy} = \tau_{yx}}$$

ya que las tensiones normales no producen momento.

- EQUILIBRIO EN DIRECCION X. Solo contamos contamos con las tensiones:

$$\sigma_x, \tau_{xy} = \tau_{yx}$$

a ambos lados del elemento. La ecuación de equilibrio será:

$$\boxed{\frac{\delta\sigma_x}{\delta x} + \frac{\delta\tau_{xy}}{\delta y} = 0}$$

- EQUILIBRIO EN DIRECCION Y. Solo contamos ahora con las tensiones:

$$\sigma_y, \tau_{xy}$$

de la misma forma a ambos lados del elemento. La ecuación de equilibrio será:

$$\boxed{\frac{\delta\tau_{xy}}{\delta x} + \frac{\delta\sigma_y}{\delta y} = 0}$$

Disponemos por tanto, de dos ecuaciones para la determinación de tres incógnitas:

$$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$$

El equilibrio de tensiones es un problema hiperestático, lo que implica que se puede conseguir mediante diferentes soluciones. Para determinar aquella que suponemos cierta ha de recurrirse a la compatibilidad de deformación de los diferentes elementos de la rebanada.

3 - CORRESPONDENCIA SOLICITACION-TENSION.

Para resolver el problema anterior de hiperestatismo se recurre a la adopción de HIPOTESIS SIMPLIFICATORIIAS DE DEFORMACION. Estas son tales que garanticen la necesaria compatibilidad y proporcionen un modelo de deformación del material de facil manejo matemático y suficiente aproximación a la realidad.

En estructuras lineales (soportes, vigas, arcos, etc. ...) es comun adoptar la siguiente hipótesis:

CUALQUIER SECCION PLANA SE MANTIENE PLANA TRAS SUFRIR LA DEFORMACION.

O lo que es equivalente:

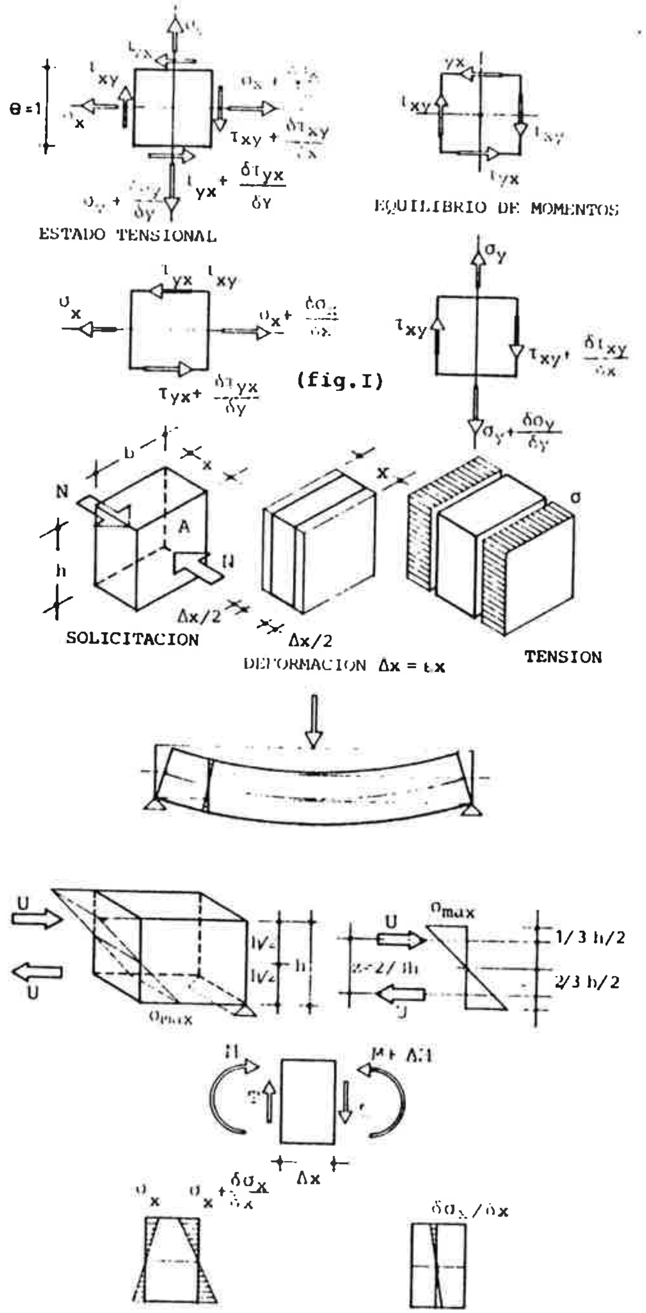
LAS DEFORMACIONES DE UNA SECCION SIGUEN UNA LEY LINEAL.

Todo ello para solicitaciones que den lugar a tensiones normales.

Veamos en que se traduce esto para una barra sometida a solicitaciones N, M, T independientemente.

A - SOLICITACION NORMAL N. La condición de equilibrio solicitación-tensión, supuesto que en cada elemento de area (dA) actue un determinado valor de tensión σ nos dice que:

$$N = \int_A \sigma dA$$



Con esta condición el problema no está resuelto puesto que pueden existir infinitas distribuciones de σ que la cumplan. Adoptando la condición de deformación plana, la única posibilidad de que las tensiones (tambien planas, por ser $\sigma = E\varepsilon$) equilibren unicamente un esfuerzo centrado y normal es que ε= cte. → σ= cte.

$$N = \int_A \sigma dA = \sigma \int_A dA = \sigma A$$

$$\boxed{\sigma = \frac{N}{A}}$$

y en una SECCION RECTANGULAR

$$\boxed{\sigma = \frac{N}{bh}}$$

B - MOMENTO FLECTOR M. Si las secciones se mantienen planas, ε será lineal a lo largo de ellas, y por tanto, σ tambien. Apareceran pues dos bloques de tensión que habran de equilibrar la única solicitación existente en la sección (M).

El volumen total de tensiones extendido a toda la sección habrá de ser nulo, pues no existe componente de fuerza (N=0). Ello quiere decir que ambos bloques de tensión (tracción ó compresión) seran iguales de volumen y equivaldran cada uno a una fuerza U actuante en su c.d.g. Constituyen un par con un brazo z (distancia entre c.d.g.) cuyo momento equivaldrá al de solicitación que provoca tales tensiones.

Para una sección de ancho constante b se verificará que:

$$U = \frac{1}{2} b \sigma_{max} \frac{h}{2} = \frac{bh}{4} \sigma_{max}$$

$$z = \frac{2}{3} h$$

$$M = U h = \frac{bh}{4} \sigma_{max} \frac{2}{3} h = \boxed{\sigma_{max} \frac{bh^2}{6}}$$

$$\boxed{\sigma_{max} = \frac{M}{bh^2/6}}$$

Es decir, la tensión máxima depende de la solicitación y de la geometría de la sección. (b,h)

C - SOLICITACION TANGENCIAL T. La existencia de esfuerzo cortante implica necesariamente la de flexión variable, es decir, que seleccionando una rebanada estará solicitada a T y a momentos flectores M y M + ΔM necesariamente distintos.

Tales momentos equivalen a estados de tensión lineales distintos de valores

$$\sigma_x \; ; \; \sigma_x + \frac{\delta\sigma_x}{\delta x}$$

a ambos lados de la rebanada. Ello implica que esta se encuentra inicialmente en desequilibrio, sometida a las tensiones diferencia de valor $\delta\sigma_x/\delta x$.

Para restituir tal equilibrio es necesario que la rebanada resista tensiones tangenciales a lo largo de un corte horizontal a cualquier nivel tales que su variación verifique la condición de equilibrio elemental ya indicada.

$$\frac{\delta\sigma_x}{\delta x} + \frac{\delta\tau_{xy}}{\delta y} = 0 \rightarrow \tau_{xy} = \int \frac{\delta\sigma_x}{\delta x}\, dy$$

Para secciones de ANCHO CONSTANTE (rectangulares) la variación lineal de la función $\delta\sigma_x/\delta x$ implica necesariamente que su integral sea una función parabólica, y por tanto, la τ_{xy} variará parabólicamente en el canto.

Tales tensiones tangenciales verificarán la condición de equilibrio SOLICITACION-TENSION, es decir:

$$T = \int \tau_{xy}\, dA$$

Para SECCION RECTANGULAR, el volumen de tensiones τ_{xy}, de distribución parabólica, es equivalente al de un rectangulo de altura $2/3\ \tau_{xy_{max}}$, es decir:

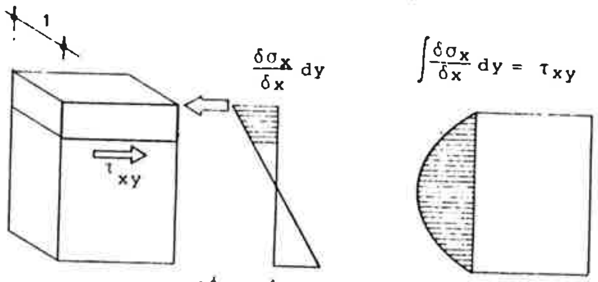
$$T = \frac{2}{3}\,\tau_{xy_{max}}\, b\, h \rightarrow \boxed{\tau_{xy_{max}} = \frac{3}{2}\,\frac{T}{bh}}$$

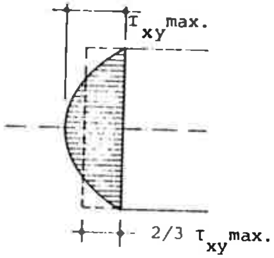
4 - DISCUSION DE HIPOTESIS

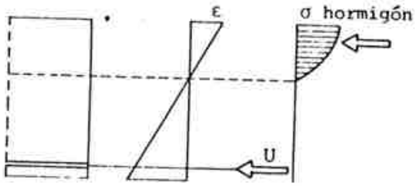
En ocasiones la hipótesis lineal no es válida o ha de adoptarse con las debidas precauciones.

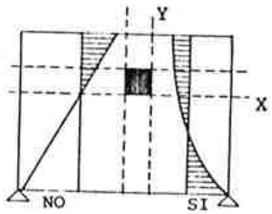
A - HORMIGON ARMADO. La ley lineal de deformacion, por las características del material se traduce en una ley de tensiones no lineal. Aproximadamente parabólica en el hormigón (compresión) y un esfuerzo concentrado en tracción (acero).

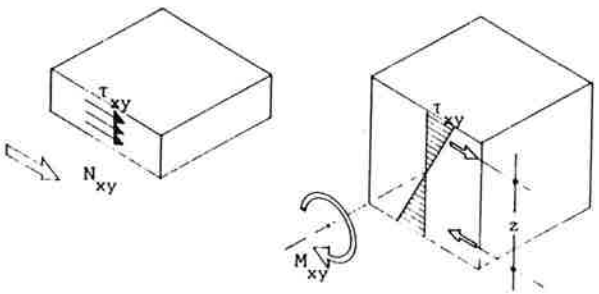
B - VIGA PARED. Su excesivo canto no permite suponer con exactitud que la deformación de las secciones verticales sea lineal, a lo largo de su canto.











Se recurre a trasladar el problema a una "rebanada" menor, procediendo mediante la selección de rebanadas definidas por dos familias de cortes (X e Y)

C - ESTRUCTURAS SUPERFICIALES. Cuando no tienen gran espesor se admite distribución constante de tensiones σ_{xy}, τ_{xy} en su canto siendo capaces tan solo de resistir esfuerzos N_{xy} y N_x. Si el canto es mayor se puede considerar que los valores σ_{xy}, τ_{xy} pueden variar en él (variación lineal) y es posible que la rebanada resista torsiones M_{xy} además de flexiones M_x y M_y

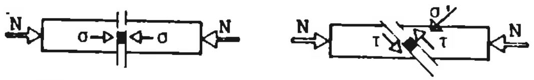
1 - ESTADO DE TENSIONES SEGUN TIPOS DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES

Anteriormente se ha visto la clasificación de los siguientes TIPOS DE ELEMENTOS estructurales que eran clasifiacbles, entre otros criterios, mediante los tipos de esfuerzos internos que SOLICITABAN las posibles rebanadas. Pasando desde la escala de rebanada a la de elemento unitario, se pueden estudiar los distintos ESTADOS DE TENSION que caracterizan dichos elementos.

En la figura adjunta se muestran dichos estados de tensión relacionados con la rebanada y el elemento estructural correspondiente.

2 - ESTADO DE TENSION. TENSIONES EN UNA CARA.

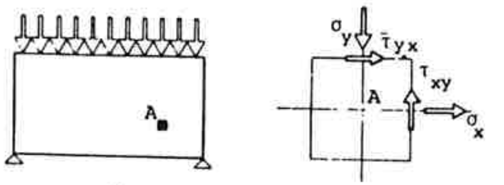
Las tensiones de un punto no pueden definirse por un valor numérico, puesto que dependen en magnitud de la orientación de los planos de corte por medio de los cuales se ha definido el elemento unitario en su entorno.



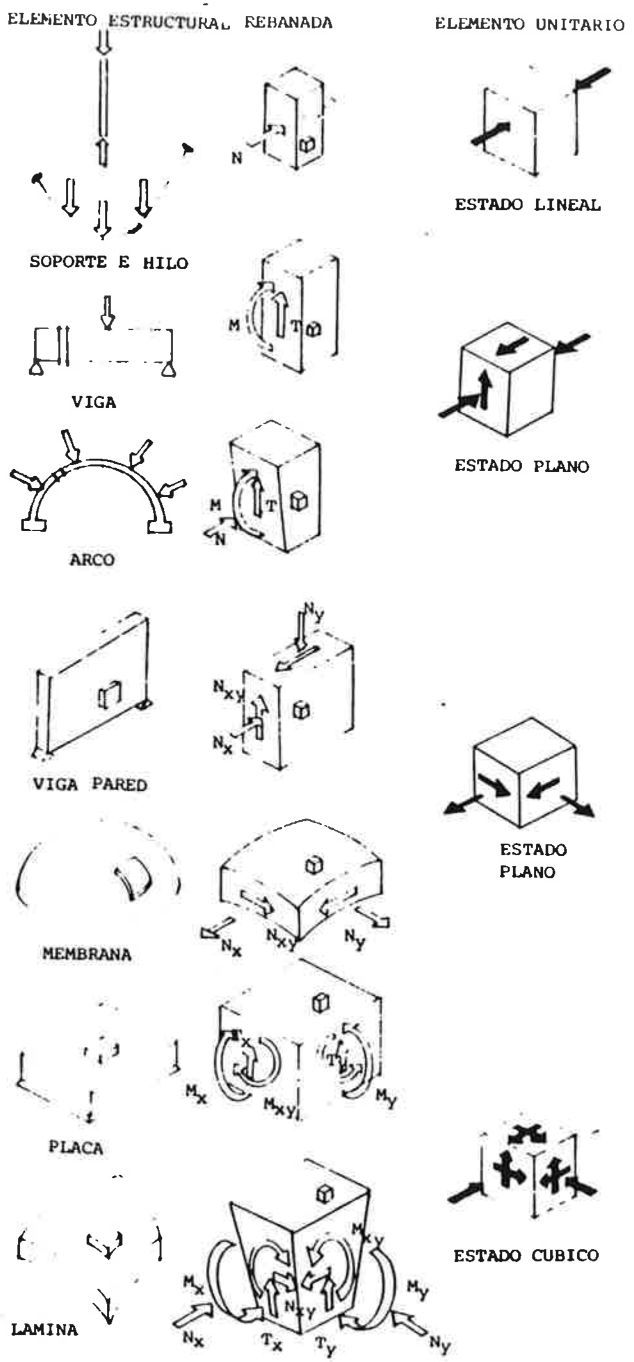
CORTE NORMAL
COMPRESION

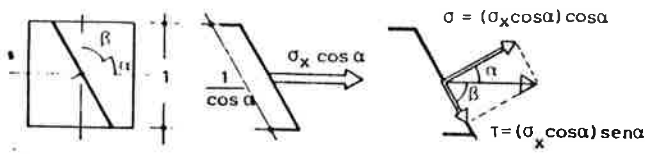
CORTE A 45°
CORTADURA

En un elemento unitario sometido a un ESTADO PLANO son suficientes dos cortes para definir tal estado de tensión, por medio de las componentes σ y τ de la tensión en cada una de sus caras.



Nos interesa conocer, a partir de un estado de tensiones así definido, como se podrían determinar los valores de las tensiones sobre cortes dados formando un ángulo genérico α con los elegidos.



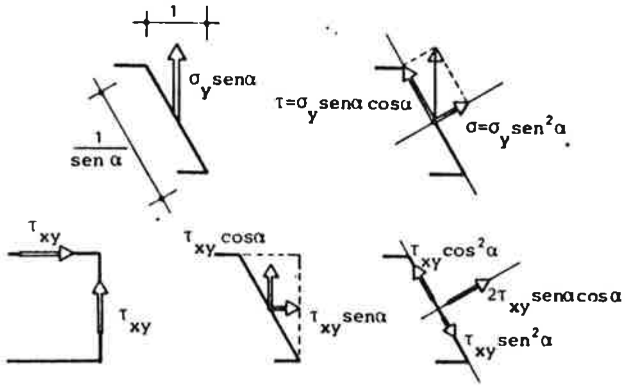


Al ser el corte inclinado tendrá una longitud mayor (1/cosα) luego la tensión (esfuerzo unitario) será menor que sobre la cara primitiva ($\sigma_x \cos\alpha$). Las componentes normal y tangencial a que da lugar σ_x sobre la nueva cara seran, proyectando:

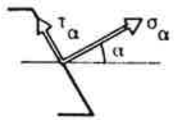
$$\sigma = \sigma_x \cos^2\alpha$$

$$\tau = \sigma_x \cos\alpha \, \mathrm{sen}\,\alpha$$

De igual forma σ_x y τ_{xy} proporcionan componentes σ y τ en el nuevo corte.



Sumando todos los resultados obtenidos para las distintas componentes de tensión se obtienen las componentes totales σ_α y τ_α de tensión en el corte α



$$\sigma_\alpha = \sigma_x \cos^2\alpha + \sigma_y \mathrm{sen}^2\alpha + 2\tau_{xy} \mathrm{sen}\alpha \cos\alpha$$

$$\tau_\alpha = (\sigma_y - \sigma_x)\, \mathrm{sen}\alpha \cos\alpha + \tau_{xy} (\cos^2\alpha - \mathrm{sen}^2\alpha)$$

3 - CIRCULO DE MOHR

Dibujando las tensiones en las caras X e Y, los vectores que las representan se ha visto que se pueden descomponer en una componente normal y otra tangencial.

Si ambos cortes X e Y los dibujaramos superpuestos en la cara X definiriamos dos puntos A y B en el plano. Se cumple que:

EL LUGAR GEOMETRICO DE TODOS LOS EXTREMOS DE LOS VECTORES DE TENSION QUE ACTUAN SOBRE TODOS LOS CORTES POSIBLES EN EL ELEMENTO ES UNA CIRCUNFERENCIA (CIRCULO DE MOHR) DE DIAMETRO A-B Y CENTRO SOBRE EL JE X.

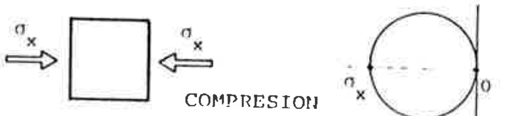
Para un corte que forme un angulo α con el X , basta trazar tal angulo en el punto correspondiente a la tensión en el corte Y (punto B). De esta forma se determina un punto C sobre la circunferencia cuyo conjugado D es el extremo del vector de tensión de dicho corte α. Tal tensión tendra una componente normal σ_α y otra tangencial τ_α, cuyos valores ya se han determinado antes algebraicamente.

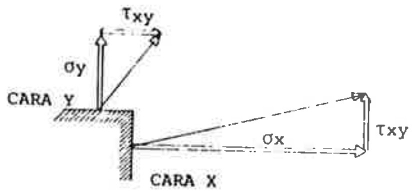
Siempre será posible determinar un angulo α' tal que su vector de tensión asociado no de lugar a la existencia de componente tengencial (La tensión es normal al corte). Este angulo α' será el formado por la recta que une el punto B con la intersección de la circunferencia y el eje σ. En realidad se trata de dos angulos α' y β' que nos definen dos direcciones ξ y η ortogonales y que se denominan DIRECCIONES PRINCIPALES DE TENSION.

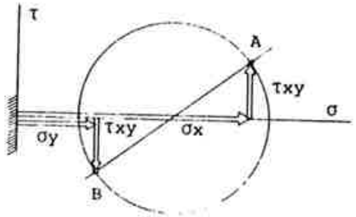
En consecuencia, para cualquier estado de tensión conocido siempre es posible encontrar dos direcciones de corte en que la tensión solo presente componente normal.

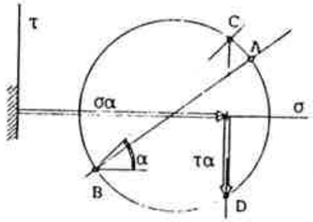
Existen estados de tensión características cuyo tensor asociado (circulo de Mohr) es facilmente reconocible. Estos pueden ser:

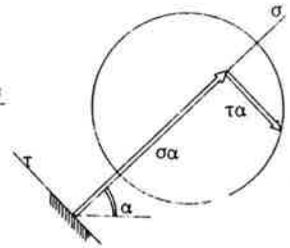
- ESTADOS LINEALES

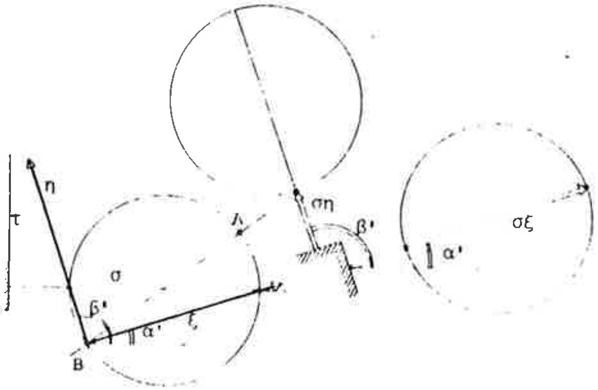






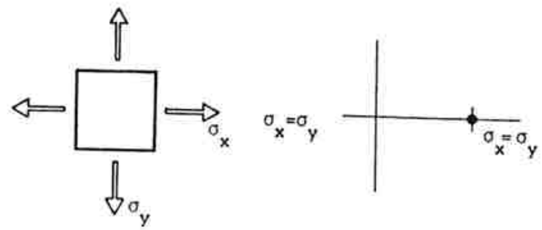




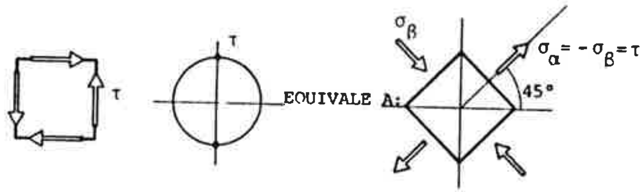


- ESTADO PUNTUAL.

(NORMAL PURO)



- ESTADO TANGENCIAL PURO.



4 - TENSIONES EN ESTRUCTURAS. LINEAS ISOSTATICAS.

En anteriores apartados se ha visto como las tensiones en una estructura se pueden representar mediante diagramas bidireccionales. En la figura adjunta se muestran los diagramas σ_x y τ en una viga apoyada-apoyada con carga uniforme.

Si pudieramos llegar a conocer en todos los puntos de una estructura las direcciones principales de su estado de tensión, sería posible dibujar una serie de curvas tales que fueran tangentes a esas direcciones principales. Estas curvas se denominan ISOSTATICAS y reflejan aquellos caminos por medio de los cuales la estructura es capaz de trasferir la carga a los apoyos por compresión ó tracción. (Tensión normal).

Para el caso de la viga anterior estas isostáticas son perfectamente conocidas y nos permiten conocer como se realizaría un mejor diseño de una pieza así sometida a flexión que podría transformarse en una red de líneas de material comprimido complementado con otra traccionada.

5 - ESTADO DE DEFORMACIONES.

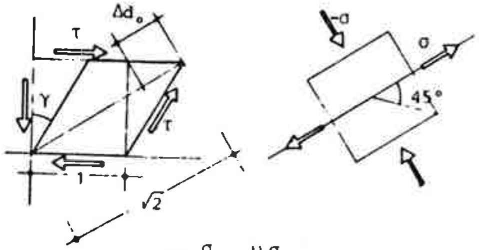
Consideremos un elemento unitario sometido a un estado plano de tensión, sufrirá deformaciones longitudinales ($\varepsilon_x, \varepsilon_y$) y distorsiones (γ_{xy}) que en función de las tensiones serán:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\upsilon}{E}\sigma_y$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\upsilon}{E}\sigma_x$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

Dado un estado tangencial puro se traduce en cortes a 45° con los ejes originales en estado de tracción-compresión de tensión $\sigma = \tau$. Existe una relación entre G,E y υ de la forma siguiente:



$$\varepsilon_d = \frac{\sigma}{E} + \frac{\upsilon\,\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_d = \frac{\sigma}{E}(1+\upsilon)$$

$$\Delta d_o = \varepsilon_d\sqrt{2}$$

y tambien

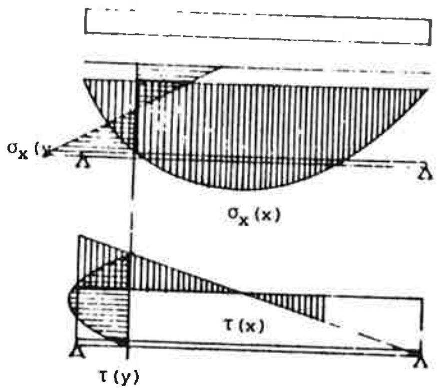
$$\Delta d_o = \sqrt{2}\,\frac{\sigma}{E}(1+\upsilon) = \gamma\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}\,\frac{\tau}{G}$$

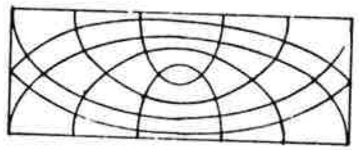
dado que $\tau = \sigma$; $\frac{\sqrt{2}}{2}\,\frac{1}{G} = \frac{1}{E}(1+\upsilon)\sqrt{2}$

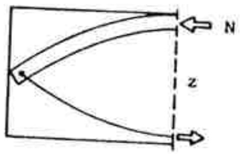
$$\boxed{G = \frac{E}{2(1+\upsilon)}}$$

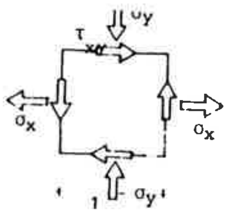
Por tanto, si se conocen las tensiones y los valores de E, G y υ del material se obtienen los valores ε_x, ε_y y $b_{xy} = \gamma_{xy}/2$ de deformación, pasando el elemento a adquirir una nueva forma como la indicada en la figura, por ejemplo.

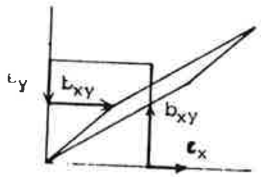
Tambien en este caso es posible dibujar el CIRCULO DE MOHR del ESTADO DE DEFORMACION del elemento en cuestión, tal y como se vé en la figura. Se puede a partir de él determinar la deformación longitudinal ε_M y la distorsión b_M de un punto cualquiera M obteniendose su nueva posición M' tras la deformación.

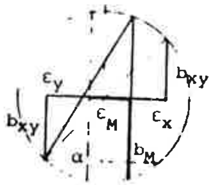


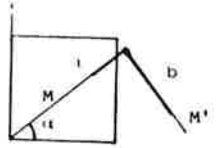












NB: La deformación está muy exagerada para ver mejor la construcción gráfica.

1 - TRABAJO DE DEFORMACION.

El trabajo realizado por las tensiones normales σ en la deformación será el area encerrada por la curva σ-ε con el eje ε, es decir:

$$dW_u = \sigma d\varepsilon \qquad W = \frac{1}{2}\sigma\varepsilon$$

$$W_u = \int \sigma d\varepsilon$$

De igual forma el trabajo unitario realizado por la tensión tangencial será:

$$W = \frac{1}{2}\tau\gamma$$

El trabajo total de deformación en una estructura será la suma (integral) de los trabajos unitarios extendida a todo el volumen de la misma:

$$W_{estructura} = \iiint \left(\frac{1}{2}\sigma\varepsilon + \frac{1}{2}\tau\gamma \right) dV$$

Es de advertir que estas expresiones se refieren a materiales perfectamente proporcionales ($\sigma = E\varepsilon$) como el acero. De una forma general la relación σ - ε puede ser curva y el trabajo por unidad de volumen será en cualquier caso el area encerrada por esta y el eje ε.

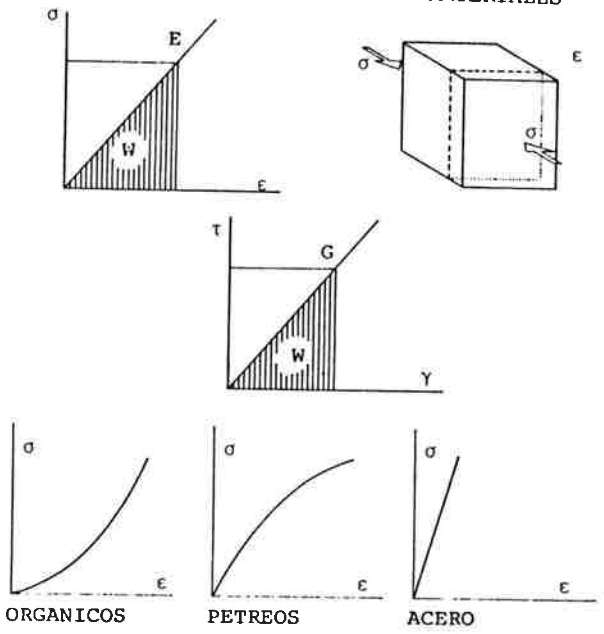
2 - ROTURA.

Se entiende por rotura aquella situación en que el material adquiere un estado de deformación superior a un valor convencionalmente determinado para él. La comprobación del material a rotura es la última fase del proceso numérico a que se somete una estructura.

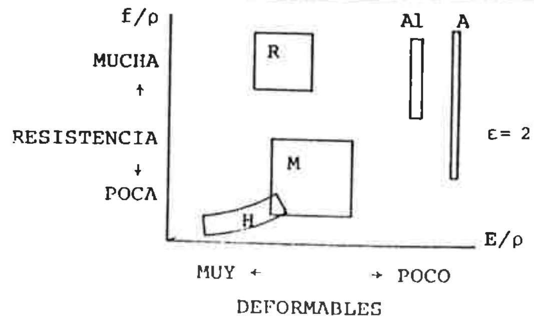
De un lado DISEÑO y ACCIONES nos permiten, tal y como hemos visto, llegar a conocer SOLICITACIONES y TENSIONES. De otro lado el MATERIAL viene caracterizado por su RESISTENCIA o tensión máxima que soporta en rotura. (al estar ligadas tensiones y deformaciones)

En la tabla que se acompaña se muestran las características de DENSIDAD (ρ), MODULO DE ELASTICIDAD (E) y RESISTENCIA (f) en estado lineal de los materiales más usuales en estructuras.

CURVAS σ-ε DE DISTINTOS MATERIALES



	ρ tn/m^3	E tn/cm^2	f tn/cm^2	ν
ACERO (A)	7,8	2.100	3	0,3
ALUMINIO (Al)	2,3	700	2	
RESINA (R)	0,6	250	1	
MADERA (M)	0,9	100	0,2	
HORMIGON (H)	2,4	200	0,1	0,2
LADRILLO	1,8	10	0,01	



Sin embargo, en la práctica la situación estricta de rotura no es deseable y conviene una situación en que estemos alejados de aquella con una cierta SEGURIDAD controlada. en el capítulo correspondiente a seguridad se indicará la forma en que esta se considera en el análisis estructural convencional.

Para llevar a cabo estudios comparativos de materiales es conveniente la realización de diagramas que nos comparen f/ρ y E/ρ, tal y como se ve en la figura.

3 - PROPIEDADES DE LOS MATERIALES.

- PREDICIBILIDAD DE ROTURA: Para un material estructural resulta una propiedad interesante el hecho de que se pueda predecir con el máximo de fiabilidad la tensión de rotura. Realizados una serie de ensayos, el hecho de que la curva de distribución de los resultados sea mas apuntada permite confiar en que el material romperá a una tensión conocida.

- FRAGILIDAD - DUCTILIDAD: Se dice que un material es dúctil cuando antes de la rotura presenta un periodo en el que, sin aumento de tensión, admite deformaciones importantes. Este periodo se denomina ESCALON DE RELAJACION en el diagrama σ - ε. Un material es fragil cuando la rotura se produce sin que tenga lugar tal relajación. Es importante que un material estructural sea dúctil, pues de esta forma es aparente a simple vista que se encuentra en una situación próxima a la rotura.

- PUESTA EN CARGA: La velocidad con que un material estructural entra en carga varía sensiblemente su capacidad de respuesta, es decir, modifica su diagrama σ - ε.

- PERMANENCIA DE LA CARGA: Periodos largos de permanencia de la carga alteran la respuesta del material. El material se "fatiga" aumentando su deformabilidad a igualdad de tensión, es decir, disminuye su módulo de elasticidad con el tiempo.

- TEMPERATURA: La temperatura es un parámetro importante en la respuesta $\sigma - \varepsilon$ del material. A mayor T°el material se hace mas fluido, aumentando su deformabilidad (E disminuye) A bajas temperaturas se producen aumentos de rigidez y fragilidad.

- ELASTICIDAD: Se dice que un material es perfectamente elástico cuando al descargarlo tras someterlo a un periodo de carga, recupera su estado inicial sin que permanezcan deformaciones remanentes. Será tanto menos elástico cuanto mayores sean estas deformaciones permanentes. Los materiales que presentan escalón de relajación se dice que esta fase son PLASTICOS, pues al descargarlos quedan deformados.

- DISIPACION DE ENERGIA: Los materiales no perfectamente elásticos, al ser sometidos a ciclos alternativos de carga, disipan energia en el proceso (en forma de calor) puesto que encierran un cierto area en el diagrama $\sigma - \varepsilon$.

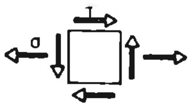
- RESILIENCIA: Cantidad de energía de deformación en rotura.

4 - RESISTENCIA DE ESTADO DE TENSION.

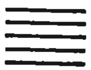
- ACERO: Se cumplirá que:

$$f > \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x\sigma_y + 3\tau^2}$$

- HORMIGON:



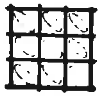
ARMADO EN UNA DIRECCION



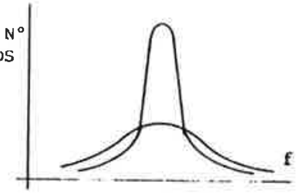
EL HORMIGON RESISTE LA τ

EL ACERO RESISTE LA σ

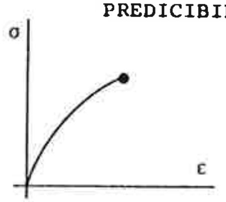
ARMADO EN DOS DIRECCIONES



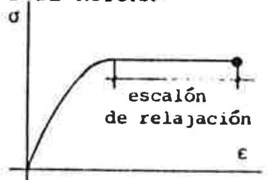
EL HORMIGON COLABORA ANTE τ FORMANDO BIELAS COMPRIMIDAS ENTRE LA MALLA.



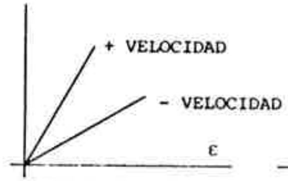
PREDICIBILIDAD DE ROTURA



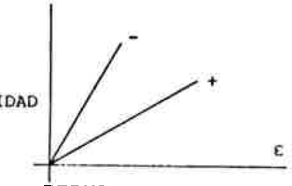
FRAGIL



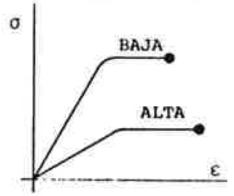
DUCTIL



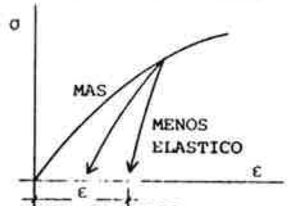
PUESTA EN CARGA



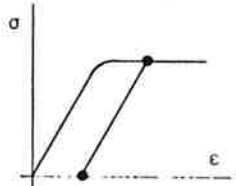
PERMANENCIA CARGA



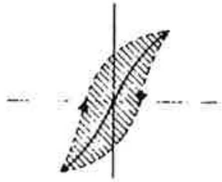
TEMPERATURA



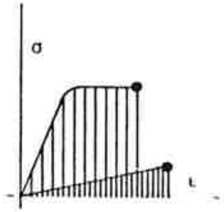
ELASTICIDAD



PLASTICIDAD



DISIPACION DE ENERGIA



RESILIENCIA

1 - SEGURIDAD. COMPROBACION.

En resumen, el proceso matemático a que se somete una estructura sigue dos caminos.

- Determinación a partir del diseño inicial y las cargas de las SOLICITACIONES en sus secciones y de las TENSIONES en sus puntos.

- Determinación de la RESISTENCIA del material.

Quedaría unicamente una última fase que llamamos de COMPROBACION en las que las tensiones y resistencia se comparan de forma que aquellas nunca superen a esta ($\sigma < f$).

En la práctica la situación de estricta igualdad no es deseable y conviene que nos situemos en otra suficientemente alejada de aquella con una SEGURIDAD controlada. Para ello se aplican a las cargas (y por tanto , a las solicitaciones y tensiones) coeficientes multiplicadores de MAYORACION.

$$\gamma q \rightarrow \begin{matrix}\gamma M \\ \gamma T\end{matrix} \rightarrow \begin{matrix}\gamma\sigma \\ \gamma\tau\end{matrix}$$

Por otro lado se aplica a la resistencia coeficientes divisores de MINORACION.

$$f' = \frac{f}{\gamma'}$$

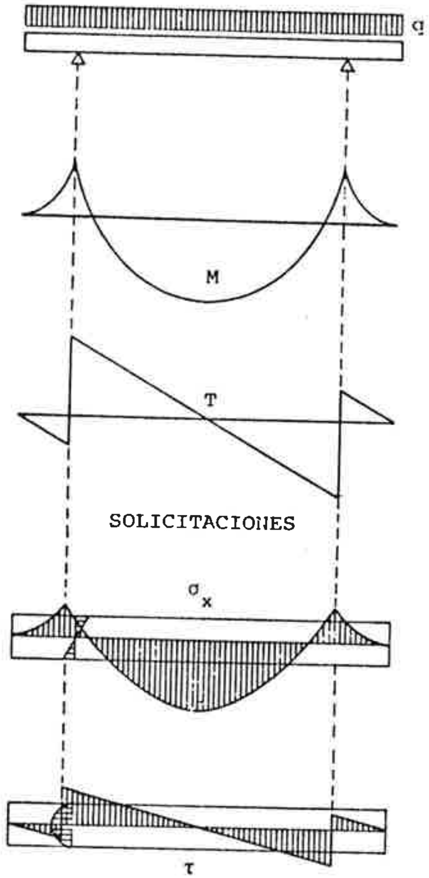
de manera que la comparación se realiza de la forma:

tensión de cálculo $\gamma\sigma < \frac{f}{\gamma'}$ resistencia de cálculo

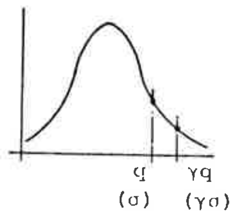
Es obvio que ambos coeficientes γ y γ' pueden manejarse tan solo al final del proceso, es decir, comparando:

tensión de servicio $\sigma < \frac{f}{\gamma\gamma'}$ tensiones admisibles

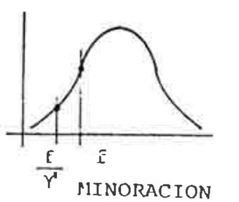
lo que resulta de una mayor comodidad para el análisis, que se realiza con acciones caracteristicas.



TENSIONES



MAYORACION CARGAS



MINORACION RESISTENCIAS

$\boxed{\gamma\sigma \le \frac{f}{\gamma'}}$ COMPROBACION

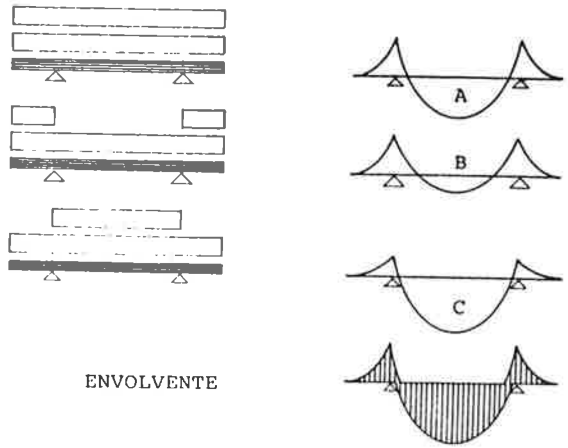
2 - HIPOTESIS DE CARGAS.

La estructura, a lo largo de su vida, no se encuentra siempre sometida al mismo esquema de cargas. Estas varían de acuerdo con una serie de circunstancias y es preciso realizar análisis con diversas combinaciones de las mismas. A ellas se les aplica una SEGURIDAD variable en función de su probabilidad de aparición. A cada una de las combinaciones de carga a que se supone puede estar sometida la estructura se le denomina HIPOTESIS, y la comprobación en cada punto debe realizarse con el estado de tensiones mas desfavorable de las distintas hipótesis que se analizan.

En el ejemplo de la figura, pueden verse las hipótesis de carga que serian aplicables a una viga con voladizos. Se estudian tres situacuones posibles:

A - Cargada totalmente (carga permanente + sobrecarga)
B - Sobrecarga solo en voladizos.
C - Sobrecarga solo en vano.

La comprobación debe realizarse con la ENVOLVENTE de las tres situaciones previstas.



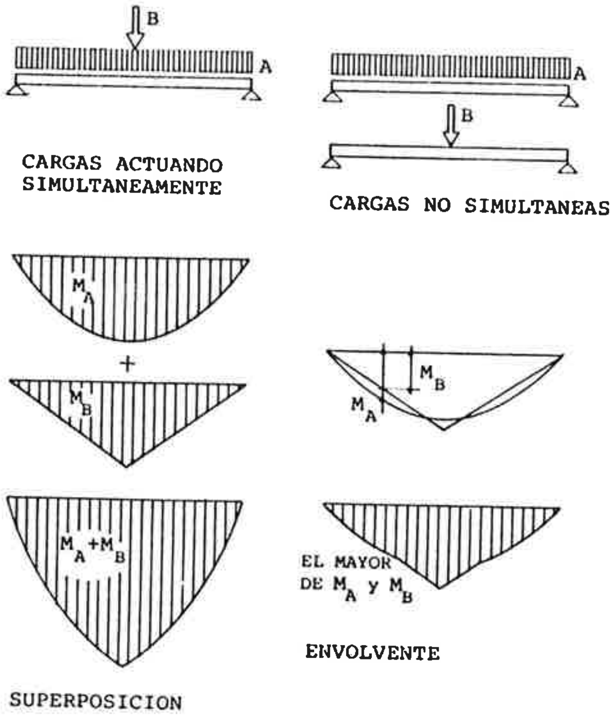
3 - SUPERPOSICION Y ENVOLVENTES

Es conveniente clarificar la diferencia conceptual existente entre diagramas de solicitación SUPERPUESTOS y ENVOLVENTES.

- La SUPERPOSICION se lleva a cabo para dos ó mas SITUACIONES de CARGAS SIMULTANEAS, siendo la solicitación total en cada punto la SUMA de las solicitaciones obtenidas para cada una de aquellas.

Por ejemplo: El diagrama M de una viga sometida a carga uniforme y puntual es la suma de los diagramas de ambas cargas por separado.

- La ENVOLVENTE es el diagrama de solicitaciones que en cada punto nos proporciona la mas desfavorable para dos ó mas situaciones de CARGA NO SIMULTANEAS pero posibles. La envolvente es el diagrama UNION de los correspondientes a cada situación de carga.



1 - PLANTEAMIENTO. TIPOLOGIAS.

El problema básico consiste en soportar una serie de planos horizontales utilizables a distintas cotas de altura.

Las formas comunes de resolución estructural de los distintos planos se reducen a tres:

A - CON UNA FAMILIA DE LINEAS DE APOYO.

La deformación del plano es cilíndrica con curvatura en una sola dirección, por tanto solo habrá tensiones en esa dirección. Son las ESTRUCTURAS UNIDIRECCIONALES (VIGAS).

B - CON DOS FAMILIAS DE LINEAS DE APOYO.

La deformación es bidireccional, con curvatura doble, por lo que todo lo que ocurre en una dirección afecta a la ortogonal. Son las ESTRUCTURAS BIDIRECCIONALES (PLACAS).

C - CON APOYOS PUNTUALES.

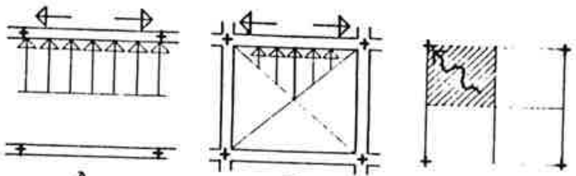
La deformación y curvatura tambien es bidireccional, deformandose ademas los bordes. ESTRUCTURA BIDIRECCIONAL CON APOYOS PUNTUALES.

En el caso A las lineas donde descansan los planos deben sustentarse en SOPORTES, formando con ellos lo que llamamos PORTICOS.

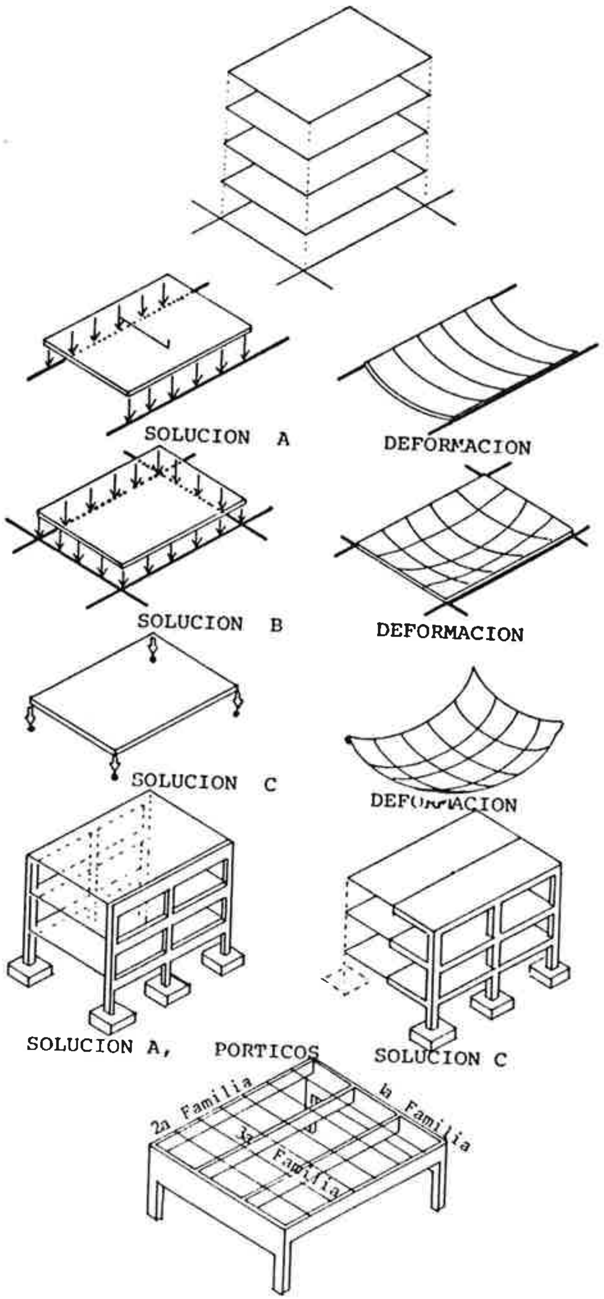
En el caso B se dispondrán pórticos en ambas direcciones que se analizan por separado como pórticos planos.

En el caso C es posible plantear simplificaciones que permiten considerar pórticos virtuales formados por pilares y fajas lineales pertenecientes a los planos.

La carga llega hasta los soportes por diferentes caminos según la tipología elegida:



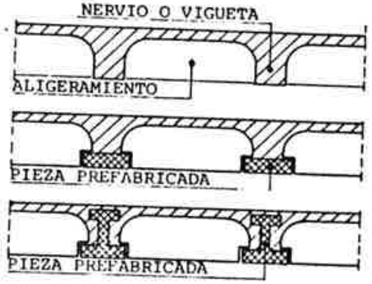
Entre soportes y suelo deben situarse elementos intermedios, puesto que la tensión a que trabaja el terreno es inferior a la que se



encuentran sometidos los pilares. Estos elementos son comunmente las ZAPATAS.

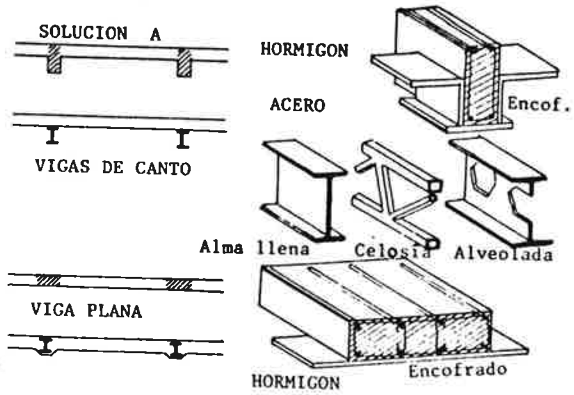
2 - FORMACION DE PLANOS HORIZONTALES.

- SOLUCION A: Los planos se construyen con forjados de viguetas unidireccionales. En función de su mayor o menor prefabricación se dividen en:



Las lineas de apoyo en que descansan las viguetas se denominan VIGAS y normalmente son de hormigón armado ó acero. Pueden ser:

- VIGAS DE CANTO
- VIGAS PLANAS



Los forjados se pueden considerar para su análisis como barras continuas apoyadas en las vigas.

En estructuras unidireccionales de grandes luces entre soportes, en ocasiones es necesario generar varias familias de flexión jerarquizadas.

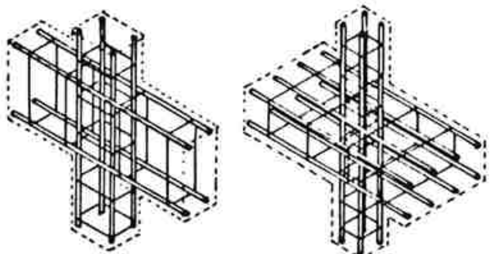
- SOLUCION B: La solución constructiva normal es la ejecución de una losa maciza de hormigón armado sobre vigas de cualquiera de las tipologias anteriores (generalmente de canto). Es economicamente competitiva solo para edificios con grandes cargas.

- SOLUCION C: Se suelen construir losas de hormigón armado aligeradas formandose una retícula de nervios resistentes. En las proximidades de los pilares la concentración de tensiones exige la formación de areas macizadas. Requieren encofrar totalmente las plantas.

3 - FORMACION DE PORTICOS.

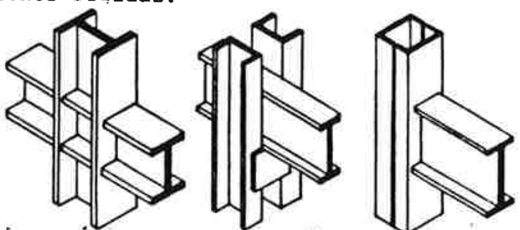
Los pórticos constituidos a base de VIGAS y SOPORTES se suelen considerar como estructuras planas y se construyen a base de HORMIGON ARMADO ó ACERO. Las uniones entre sus elementos infuyen en las solicitaciones a que van a estar sometidos, y la propia forma de construirlos nos permitirá su consideración como uniones rígidas o no rígidas.

El hormigón armado es adecuado para la construcción de estructuras rígidas.



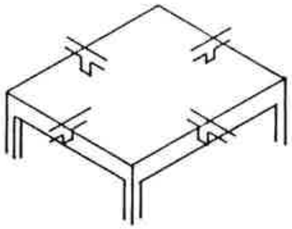
VIGA DE CANTO VIGA PLANA

El acero es mas adecuado para la construcción de estructuras con uniones articuladas ó apoyadas, si bien es posible la ejecución de uniones rígidas.

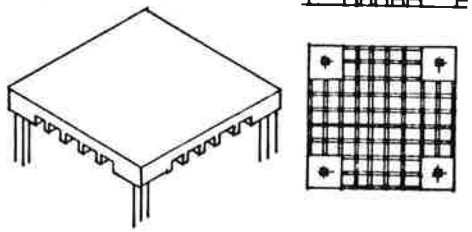


UNION RIGIDA UNION CON VIGA PASANTE UNION VIGA APOYADA

SOLUCION B



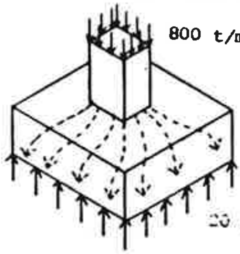
SOLUCION C



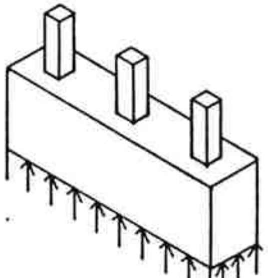
4 - TRASFERENCIA DE CARGAS AL TERRENO.

Se lleva a cabo desde los soportes por mediación de elementos, que en conjunto, forman la cimentación del edificio. Loa tipos mas comunes son:

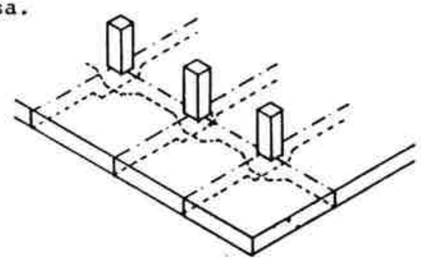
- ZAPATAS



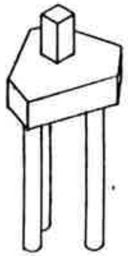
- ZAPATAS CORRIDAS. Cuando por diversas circunstancias se solidarizan varias zapatas formando un único elemento.



- LOSAS DE CIMENTACION. Se regruesan bajo los pilares para evitar que estos punzonen la losa.



- PILOTAJE.



PILOTES ENCEPADO

5 - ACCION DEL VIENTO.

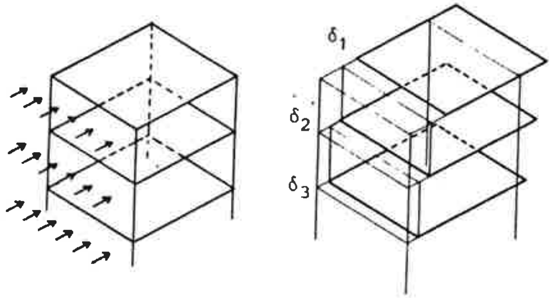
En los edificios de plantas, la importancia de las solicitaciones a que dá lugar la acción del viento crece al aumentar la altura total del edificio. La acción es trasferida hasta los planos de plantas por medio de cerramientos. En estoa planos, el empuje de viento trata de desplazar una planta sobre la inferior y es necesario prever elementos estructurales capaces de resistir tal empuje horizontal (en cada nivel será el esfuerzo acumulado de todos los superiores).

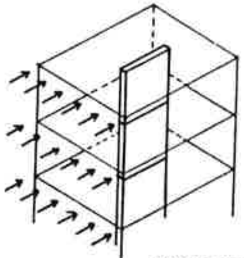
Existen tres formas de aportar tal resistencia en las estructuras:

- PANTALLAS. Se trata de elementos singulares de gran rigidez, destinados específicamente a este fin.

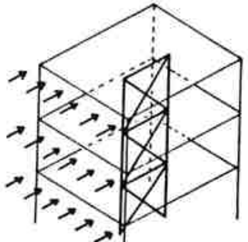
- ARRIOSTRAMIENTOS. A las estructuras de uniones no rígidas se requiere de dotarlas de barras inclinadas entre plantas capaces de resistir estos esfuerzos horizontales.

- PORTICOS PIGIDOS. Cuando la estructura se forma a base de pórticos con uniones rígidas entre sus elementos la propia rigidez permite que los soportes resistan esfuerzos cortantes y se puede conseguir el equilibrio con la acción del viento.

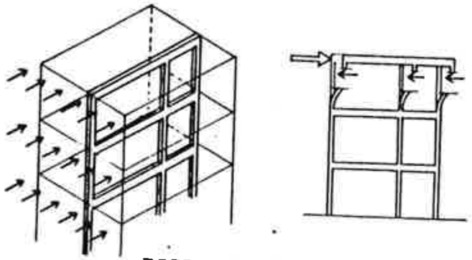




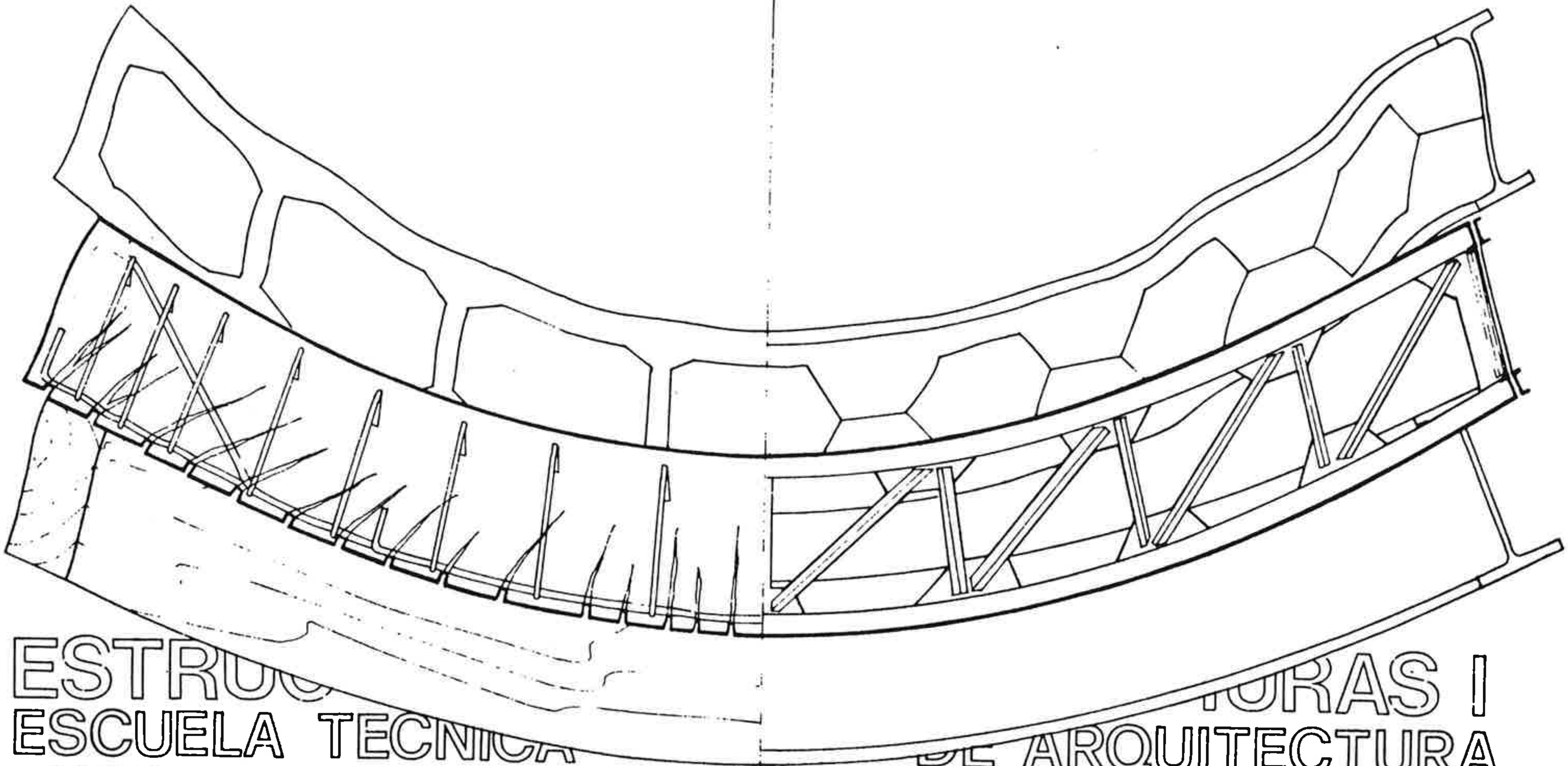
PANTALLA



ARRIOSTRAMIENTO



PORTICOS RIGIDOS



ESTRUC … TURAS I

ESCUELA TECNICA … DE ARQUITECTURA

CURSO DE ESTRUCTURAS — TEORIA DE BARRAS

EDITA SEMINARIO DE DISEÑO DE ESTRUCTURAS

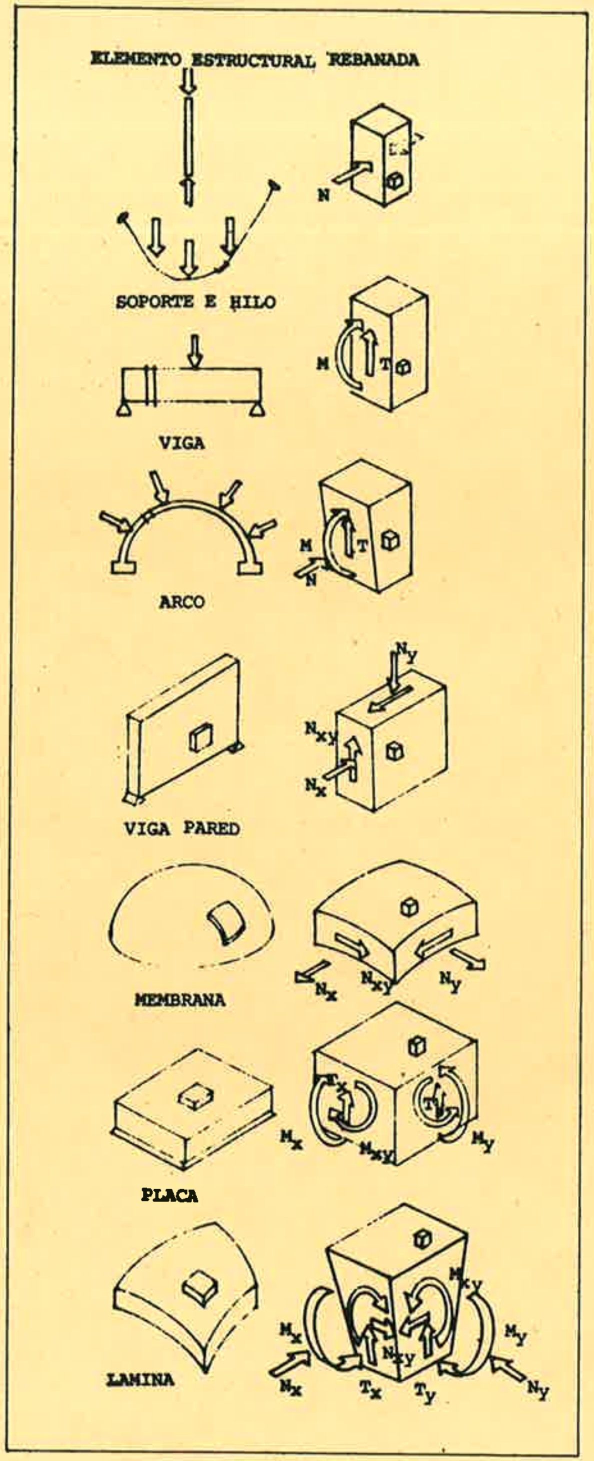
IDEA AROCA Y DE MIGUEL

GUION DE MIGUEL

COLABORACION REYMUNDO Y S. HIPOLA

MADRID

FEBRERO 1979



Publicaciones
Escuela de Arquitectura
Instituto Juan de Herrera
Madrid