

**PROBLEME PROPUSE PENTRU CONCURSUL  
REZOLVITORILOR**

**CINEMATICĂ**

**F41.** Un corp în cădere liberă fără viteză inițială a parcurs în ultima secundă o distanță de  $k$  ori mai mare decât în penultima secundă.

Aflați, cu cât este mai mare viteza medie:

- a) în jumătatea a doua a timpului total de cădere, decât în prima jumătate a acestuia;
- b) pe jumătatea a doua a înălțimii totale de la care cade corpul, decât în jumătatea a doua a timpului total de cădere.

Depinde raportul vitezelor medii indicate în a) și b) de înălțimea de la care cade corpul ?  
Ce valoare maximă posibilă poate avea  $k$  ?

Frecarea cu aerul se neglijează.

Aplicație numerică:  $k = 2,0; 2,5; 3,0$ .

Conf. univ. dr. Pavel CATANĂ

**HIDROSTATICĂ**

**F42.** Un pahar cilindric cu pereții subțiri de masă  $m$  este închis ermetic cu un piston având grosimea  $d$  și aria secțiunii transversale  $S$  confecționat dintr-un material de densitate  $\rho$ . Între piston și fundul paharului se află un resort în stare nedeformată cu constanta elastică  $k$  și lungimea  $l_0$ .

La ce adâncime maximă poate fi scufundat paharul într-un lichid de densitate  $\rho_0$  pentru ca el să nu se ducă la fund ? Presiunea aerului din pahar în cazul resortului nedeformat este egală cu presiunea atmosferică  $p_0$ . Volumul și masa resortului, precum și forța de frecare dintre piston și pereții paharului se neglijează.

Aplicație numerică:  $m = 0,2$  kg;  $\rho = 2700$  kg/m<sup>3</sup>;  $d = 2$  cm;  $S = 100$  cm<sup>2</sup>;  $k = 104$  N/m;  $l_0 = 6$  cm;  $\rho_0 = 1000$  kg/m<sup>3</sup>;  $p_0 = 105$  Pa.

Prof. dr. Eleodor LUPAȘCU

**TERMODINAMICĂ ȘI FIZICĂ MOLECULARĂ**

**F43.** Un gaz ideal pentru care se cunoaște exponentul (indicele) adiabatic  $\gamma = C_p/C_V$  (unde  $C_p$  și  $C_V$  este căldura molară la presiune constantă și respectiv la volum constant), efectuează un proces cvazistatic, astfel încât numărul mediu de ciocniri suferite în unitatea de timp de toate moleculele gazului din unitatea de volum rămâne neschimbat.

- 1) Se încălzește ori se răcește gazul la destindere în acest proces ?
- 2) Ce cantitate de căldură trebuie transmisă gazului pentru ca la destindere el să efectueze lucrul mecanic  $L$ ? Care este variația energiei interne a gazului în acest caz?

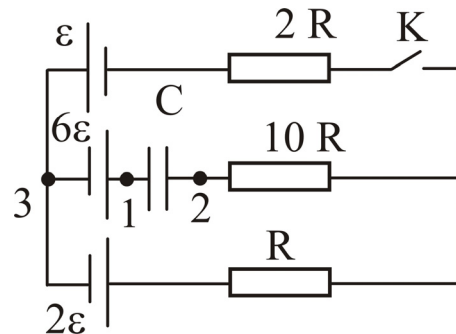
Aplicație numerică:  $\gamma = 1,4$ ;  $L = 8,0$  J.

Conf. univ. dr. Pavel CATANĂ

**ELECTROCINETICĂ**

**F44.** În montajul din figură sursele de curent au rezistențele interioare neglijabile și se cunosc  $R$  și  $\varepsilon$ . Aflați intensitatea curentului electric prin rezistorul cu rezistența electrică de  $10R$  imediat după închiderea circuitului cu întrerupătorul  $K$ .

Aplicație numerică:  $\varepsilon = 6,4$  V;  $R = 1,0$   $\Omega$ .



Prof. univ. dr. habil. Alexandr KLIUKANOV

### OPTICĂ COMPUTAȚIONALĂ

**F45.** Sistemul de operare Windows permite reproducerea pe ecranul calculatorului a 255 nuanțe de culori pentru fiecare din culorile de bază: roșu ( $R$ ), verde ( $G$ ) și albastru ( $B$ ), în total  $255^3$  nuanțe de culori. Aceste nuanțe permit modelarea pe ecran a spectrului luminii albe cu un înalt grad de veridicitate.

Să se elaboreze algoritmul și un subprogram Delphi sau C++ pentru determinarea culorii care corespunde lungimii de undă în domeniul vizibil (700 nm – 350 nm).

Parametrul de intrare în procedură este lungimea de undă. La ieșirea din procedură se determină culoarea care corespunde acestei lungimi de undă sau părțile ei componente:  $R$ ,  $G$  și  $B$ .

În sistemul Delphi, subprogramul ar putea să aibă următorul antet:

**Function Culoare(Lambda, intensitate: extended): TColor**

sau

**Procedure Culoare(Lambda:extended; var R,G,B: Byte).**

*Notă: Aceste subprograme ar putea fi utilizate în simularea pe calculator a multor fenomene optice, cum ar fi interferența, difracția, analiza spectrală ș. a.*

Conf. univ. dr. Nicolae BALMUȘ

### REZOLVAREA UNUI GEN DE PROBLEME DE FIZICĂ

Conf. Univ. Dr. Mihai MARINCIUC  
Lector Superior Constantin PÎRȚAC  
UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI

Să analizăm un gen de probleme din diferite capitole ale fizicii, dar care au o latură comună, ceea ce ne permite să le numim convențional „probleme cu repetări de situații sau de acțiuni”. De exemplu, probleme în care se consideră mișcarea corpului într-un interval oarecare de timp, apoi în următorul interval, apoi în al treilea interval etc. sau un circuit electric în care se leagă un rezistor (condensator), apoi un altul etc.

Problemele de acest gen pot fi rezolvate prin două metode. Relațiile fizice respective pot fi scrise pentru fiecare etapă a problemei în parte, dar și altfel: mai întâi pentru prima etapă, apoi pentru celelalte două sau trei etape împreună. În cel de al doilea caz nu figurează unii din parametrii stării intermediare – sfârșitul unei etape și începutul celei următoare.

Să rezolvăm câteva probleme concrete.

**Problema 1.** Un pasager a întârziat la tren. Ajuns pe peron a observat trenul în mișcare și a constatat că unul din vagoane a trecut prin fața sa în intervalul de timp  $t_1 = 6,6$  s, iar vagonul al doilea după el – în  $t_2 = 6,0$  s. Considerând mișcarea trenului rectilinie uniform-accelerată, să se determine:

- intervalul de timp  $\tau$  cu care a întârziat pasagerul;
- intervalul de timp  $t_3$  în care prin fața sa trece vagonul următor.

*Rezolvare.* a) La momentul sosirii pasagerului pe peron viteza trenului a devenit

$$v_{01} = a\tau, \quad (1)$$

unde  $a$  este accelerația trenului și  $\tau$  - timpul de întârziere.

În timpul  $t_1$  trenul a parcurs uniform accelerat cu viteza inițială (1) o distanță egală cu

lungimea  $l$  a unui vagon, adică

$$l = v_{01}t_1 + \frac{at_1^2}{2}. \quad (2)$$

Luând în seamă valoarea (1) a vitezei  $v_{01}$ , expresia (2) ia forma

$$l = at_1(\tau + t_1/2). \quad (3)$$

La finele acestui interval de timp viteza trenului a devenit egală cu

$$v_{02} = a(\tau + t_1) \quad (4)$$

În intervalul următor de timp  $t_2$  trenul parcurge încă o distanță  $l$ . Deci

$$l = v_{02}t_2 + \frac{at_2^2}{2}$$

sau, având în vedere expresia (4):

$$l = at_2(\tau + t_1 + t_2/2). \quad (5)$$

Egalând expresiile (3) și (5) pentru lungimile vagonului, obținem ecuația

$$at_1(\tau + t_1/2) = at_2(\tau + t_1 + t_2/2),$$

de unde exprimăm timpul de întârziere

$$\tau = \frac{t_1 t_2}{t_1 - t_2} - \frac{t_1 + t_2}{2}; \tau = 59,7 \text{ s}. \quad (6)$$

Acest rezultat poate fi obținut și pe o altă cale, fără a folosi valoarea (4) a vitezei  $v_{02}$  a trenului după timpul  $t_1$  de la sosirea pasagerului pe peron. De la acel moment trenul cu viteza inițială  $v_{01}$  a parcurs distanța  $2l$  în timpul  $(t_1 + t_2)$ . Prin urmare

$$2l = v_0(t_1 + t_2) + \frac{a(t_1 + t_2)^2}{2}. \quad (7)$$

Substituind aici expresiile (1) și (3), avem

$$2at_1(\tau + t_1/2) = a\tau(t_1 + t_2) + a(t_1 + t_2)^2/2,$$

de unde pentru  $\tau$  obținem din nou valoarea (6).

b) La începutul trecerii vagonului următor prin fața pasagerului viteza trenului era egală cu  $v_{03} = a(\tau + t_1 + t_2)$ . În intervalul de timp  $t_3$  trenul a parcurs o distanță egală cu lungimea vagonului, adică

$$l = v_{03}t_3 + \frac{at_3^2}{2} = a(\tau + t_1 + t_2)t_3 + \frac{at_3^2}{2}. \quad (8)$$

Egalând expresiile (8) și (3), obținem pentru timpul  $t_3$  o ecuație pătratică

$$t_3^2 + 2(\tau + t_1 + t_2)t_3 - (2\tau + t_1)t_1 = 0$$

Intervalul de timp căutat  $t_3$  este soluția pozitivă a acestei ecuații:

$$t_3 = -(\tau + t_1 + t_2) + \sqrt{(\tau + t_1 + t_2)^2 + (2\tau + t_1)t_1}; t_3 = 5,5 \text{ s} \quad (9)$$

Acest rezultat poate fi obținut considerând că trenul cu viteza inițială (1) a parcurs în intervalul de timp  $(t_1 + t_2 + t_3)$  o distanță egală cu 3 lungimi de vagon, adică

$$3l = v_{01}(t_1 + t_2 + t_3) + \frac{a(t_1 + t_2 + t_3)^2}{2}. \quad (10)$$

Introducând notația

$$x = (t_1 + t_2 + t_3), \quad (11)$$

din (10) și (3) obținem pentru  $x$  ecuația pătratică

$$x^2 + 2\tau x - 3t_1(2\tau + t_1) = 0.$$

Soluția pozitivă a acestei ecuații este

$$x = -\tau + \sqrt{\tau^2 + 3t_1(2\tau + t_1)}; x = 18,0 \text{ s.} \quad (12)$$

Pentru  $t_3$  din (11), obținem  $t_3 = x - (t_1 + t_2) \approx 5,4 \text{ s.}$

Faptul că această valoare nu coincide întocmai cu (9) este condiționată de rotunjirile efectuate.

**Problema 2.** Termometrul introdus în apa dintr-un calorimetru indică o temperatură de  $20^\circ\text{C}$ . După turnarea în calorimetru a unei mase de apă caldă termometrul indică  $25^\circ\text{C}$ . Dacă în el se adaugă încă o masă de apă caldă, de două ori mai mare decât cea precedentă, termometrul indică  $29^\circ\text{C}$ . Să se determine:

- temperatura apei calde, aceeași în toate cazurile;
- temperatura apei din calorimetru după adăugarea în el a încă unei mase de apă caldă, de trei ori mai mare decât cea adăugată în primul caz.

*Rezolvare.* a) Notăm cu  $t$  temperatura apei calde, cu  $C$  – capacitatea calorică a primei cantități de apă caldă și cu  $C_0$  - capacitatea calorică a calorimetrului, a apei din el și a termometrului.

Alcătuim ecuația calorimetrică pentru cazul primei cantități de apă caldă turnată în calorimetru. Aceasta își micșorează temperatura de la  $t$  până la  $t_1$  și cedează o cantitate de căldură a cărei valoare absolută este  $C(t - t_1)$ . Calorimetrul, apa din el și termometrul își măresc temperatura de la  $t_0$  până la  $t_1$  primind cantitatea de căldură  $C_0(t_1 - t_0)$ . Ecuația calorimetrică este

$$C_0(t_1 - t_0) = C(t - t_1) \quad (13)$$

Cea de a doua cantitate de apă, a cărei capacitate calorică este  $2C$ , este turnată în calorimetrul care conține și prima cantitate de apă adăugată în el, deci capacitatea calorică totală a lor este  $(C_0 + C)$ . Ținând seama de valorile respective ale temperaturilor, obținem următoarea ecuație calorimetrică

$$(C_0 + C)(t_2 - t_1) = 2C(t - t_2). \quad (14)$$

Exprimăm din (13) capacitatea calorică  $C_0 = C \frac{t - t_1}{t_1 - t_0}$  și o substituim în ecuația (14).

Simplificând prin  $C$  avem

$$\left( \frac{t - t_1}{t_1 - t_0} + 1 \right) (t_2 - t_1) = 2(t - t_2).$$

De aici pentru temperatura necunoscută a apei calde obținem

$$t = \frac{t_1(t_0 + 2t_2) - 3t_0t_2}{3t_1 - 2t_0 - t_2}; t = 35^\circ\text{C}. \quad (15)$$

Problema poate fi rezolvată, înlocuind ecuația calorimetrică (14) cu ecuația ce corespunde turnării simultane în calorimetru a celor două cantități de apă, capacitatea calorică

totală a lor fiind egală cu  $3C$ . Avem

$$C_0(t_2 - t_0) = 3C(t - t_2). \quad (16)$$

Observăm că această ecuație calorimetrică nu conține temperatura intermediară  $t_1$ . Din (16) și (13), în urma împărțirii termenilor respectivi, avem

$$\frac{t_2 - t_0}{t_1 - t_0} = \frac{3(t - t_2)}{t - t_1}.$$

Din această ecuație pentru temperatura apei calde se obține, evident, valoarea de mai sus (15).

b) Pentru a determina temperatura ce s-a stabilit în calorimetru după turnarea în el a celei de a treia cantități de apă, alcătuim ecuația calorimetrică considerând că în calorimetru au fost turnate simultan toate cele trei cantități de apă. Capacitatea calorică totală a apei este egală cu  $6C$ , temperatura finală a ei este  $t_3$ . Ecuația calorimetrică ia forma

$$C_0(t_3 - t_0) = 6C(t - t_3). \quad (17)$$

Din (17) și (13), făcând raportul expresiilor respective, rezultă

$$\frac{t_3 - t_0}{t_1 - t_0} = \frac{6(t - t_3)}{t - t_1},$$

de unde temperatura finală a apei din calorimetru

$$t_3 = \frac{t(6t_1 - 5t_0) - t_0t_1}{t + 5t_1 - 6t_0}; t_3 = 31,25^\circ\text{C}. \quad (18)$$

Bineînțeles, ecuația calorimetrică poate fi alcătuită considerând că cea de a treia cantitate de apă caldă având capacitatea calorică  $3C$  și temperatura  $t$  este turnată în calorimetrul a cărui capacitate calorică totală (împreună cu apa deja adăugată în el) este  $C_0 + 3C$  și temperatura în care este  $t_2$ . Ecuația respectivă este

$$(C_0 + 3C)(t_3 - t_2) = 3C(t - t_3) \quad (19)$$

Din ecuațiile calorimetrice (13) și (19) exprimăm temperatura căutată  $t_3$  prin temperaturile  $t, t_0$  și  $t_2$ , expresie diferită de formula (18) în care temperatura  $t_3$  este exprimată prin  $t, t_0$  și  $t_1$ . Valoarea numerică calculată din expresia astfel obținută coincide cu cea din (18).

**Problema 3.** Un condensator este încărcat, apoi deconectat de la sursa de tensiune electrică. La el se leagă în paralel, câte unul, câteva condensatoare identice descărcate. După legarea primului condensator tensiunea dintre armăturile bateriei din două condensatoare a devenit  $U_1 = 64\text{V}$ , iar după legarea a încă unui condensator a devenit  $U_2 = 48\text{V}$ . Să se determine:

- a) tensiunea dintre armăturile condensatorului inițial încărcat, înainte de legarea în paralel la el a primului condensator descărcat;
- b) valoarea tensiunii dintre armături la legarea în paralel la baterie a unui al treilea condensator.

*Rezolvare.* a) Notăm cu  $U_0$  tensiunea dintre armăturile condensatorului încărcat inițial și cu  $C_0$  - capacitatea electrică a lui. Sarcina electrică a acestui condensator

## 24 Probleme, concursuri, olimpiade

$$q = C_0 U_0 \quad (20)$$

nu se modifică la legarea în paralel cu el a condensatoarelor descărcate.

După legarea în paralel a primului condensator capacitatea electrică devine egală cu  $(C_0 + C)$ , tensiunea electrică dintre armături cu  $U_1$ , prin urmare, sarcina electrică

$$q = (C_0 + C)U_1. \quad (21)$$

După legarea în paralel a încă unui condensator capacitatea electrică este  $(C_0 + 2C)$ , tensiunea -  $U_2$ , deci

$$q = (C_0 + 2C)U_2 \quad (22)$$

Din expresiile (20) – (22), obținem ecuațiile:

$$C_0 U_0 = (C_0 + C)U_1 \quad (23)$$

$$C_0 U_0 = (C_0 + 2C)U_2 \quad (24)$$

Transcriem aceste ecuații astfel

$$C_0(U_0 - U_1) = CU_1 \quad (25)$$

$$C_0(U_0 - U_2) = 2CU_2. \quad (26)$$

Împărțind parte cu parte termenii respectivi, obținem

$$\frac{U_0 - U_2}{U_0 - U_1} = \frac{2U_2}{U_1},$$

de unde exprimăm tensiunea dintre armăturile condensatorului care a fost încărcat inițial:

$$U_0 = \frac{U_1 U_2}{2U_2 - U_1}; U_0 = 96 \text{ V}. \quad (27)$$

b) După legarea în paralel a celui de al treilea condensator capacitatea electrică a bateriei a devenit egală cu  $(C_0 + 3C)$ , tensiunea - cu  $U_3$ , prin urmare

$$q = (C_0 + 3C)U_3. \quad (28)$$

Din (21) și (28) rezultă

$$C_0 U_0 = (C_0 + 3C)U_3$$

sau

$$C_0(U_0 - U_3) = 3CU_3 \quad (29)$$

Împărțind termenii respectivi ai egalităților (29) și (25), obținem

$$\frac{U_0 - U_3}{U_0 - U_1} = \frac{3U_3}{U_1},$$

de unde pentru tensiunea căutată  $U_3$  avem:

$$U_3 = \frac{U_0 U_1}{3U_0 - 2U_1}; U_3 = 38,4 \text{ V}. \quad (30)$$

**Problema 4.** Dacă la o sursă de curent se leagă un rezistor, intensitatea curentului prin el este  $I_1 = 0,8 \text{ A}$ , iar dacă în serie cu acesta se leagă un rezistor identic intensitatea curentului devine  $I_2 = 0,6 \text{ A}$ . Să se determine:

a) intensitatea curentului de scurtcircuit;

- b) valoarea intensității curentului în circuitul care conține un al treilea rezistor legat în serie și identic cu cele precedente.

*Rezolvare.* a) Notăm cu  $E$  tensiunea electromotoare și cu  $r$  rezistența internă a sursei. Pentru intensitatea curentului de scurtcircuit avem

$$I_{s.c.} = \frac{E}{r}. \quad (31)$$

La introducerea în circuit a primului rezistor, a cărui rezistență o notăm cu  $R$ , intensitatea curentului prin el

$$I_1 = \frac{E}{R+r}, \quad (32)$$

iar după legarea în serie a celui de al doilea rezistor intensitatea devine

$$I_2 = \frac{E}{2R+r} \quad (33)$$

Transcriem expresiile (31) – (33) astfel:

$$r = \frac{E}{I_{s.c.}}, R+r = \frac{E}{I_1}, 2R+r = \frac{E}{I_2} \quad (34)$$

Observăm că

$$\frac{E}{I_2} + \frac{E}{I_{s.c.}} = 2\frac{E}{I_1},$$

de unde exprimăm intensitatea curentului de scurtcircuit

$$I_{s.c.} = \frac{I_1 I_2}{2I_2 - I_1}; I_{s.c.} = 1,2 \text{ A}. \quad (35)$$

- b) În circuitul în care este legat în serie al treilea rezistor intensitatea curentului

$$I_3 = \frac{E}{3R+r}, \quad (36)$$

adică

$$3R+r = \frac{E}{I_3} \quad (37)$$

Din egalitățile (34) și (37) rezultă că

$$\frac{E}{I_3} + 2\frac{E}{I_{s.c.}} = 3\frac{E}{I_1},$$

de unde intensitatea curentului

$$I_3 = \frac{I_1 I_{s.c.}}{3I_{s.c.} - 2I_1}; I_3 = 0,48 \text{ A}.$$

Să menționăm o particularitate a sistemelor de ecuații obținute la rezolvarea problemelor de mai sus. În cazul problemei 1, sistemele de două ecuații (3) și (4) sau (3) și (7) conțin trei necunoscute: lungimea unui vagon  $l$ , accelerația trenului  $a$  și intervalul de timp  $\tau$  cu care a întârziat pasagerul. Ecuațiile au însă o astfel de structură încât la excluderea unei mărimi necunoscute –  $l$  – se exclude încă o necunoscută – accelerația  $a$ .

În mod similar, în cazul problemei 2 ecuațiile (13) și (14) conțin trei necunoscute: capacitățile calorice  $C_0$  și  $C$ , precum și temperatura  $t$  a apei calde. Ecuațiile au o astfel de

structură încât la excluderea unei capacități calorice –  $C_0$  sau  $C$ , capacitatea rămasă se simplifică și se obține o ecuație cu o singură necunoscută – temperatura apei calde  $t$ . Această particularitate este proprie și problemelor 3 și 4.

În literatura didactică [1-3] problemele în care numărul mărimilor necunoscute depășește numărul ecuațiilor sunt numite probleme cu “date incomplete”. Bineînțeles, prin rezolvarea unor asemenea sisteme de ecuații nu pot fi determinate decât numai unele din mărimile necunoscute. Pentru a le determina pe toate trebuie să fie cunoscute și valorile unora din mărimile ce figurează în probleme.

O altă particularitate a problemelor de mai sus este aceea că mărimile fizice care figurează în ele – atât cele cunoscute, cât și cele ce se cer a fi determinate – sunt de aceeași natură fizică și deci se exprimă în aceleași unități. În prima din probleme acestea sunt intervale de timp, în a doua – temperaturi, în a treia – tensiuni electrice, iar în a patra – intensități ale curentului. Aceste mărimi ce caracterizează sistemele considerate nu figurează în formulele de calcul ale mărimilor căutate.

Propunem pentru rezolvare câteva probleme de genul celor analizate mai sus.

**Problema 5.** Un elev studiază mișcarea unui cărucior dotat cu un dispozitiv care marchează pozițiile lui la intervale egale succesive de timp. Măsurând distanțele parcurse de cărucior, el obține că în primele două intervale de timp succesive acestea sunt egale respectiv cu 18 cm și 14 cm. Care este distanța parcursă în următorul interval de timp? (R. 10 cm).

**Problema 6.** De corpul unui pendul elastic se leagă, pe rând, corpuri identice. La suspendarea primului corp perioada oscilațiilor este de 2 s, iar după anexarea a încă unui corp, ea devine egală cu  $\sqrt{7}$  s. Să se determine:

- a) perioada oscilațiilor pendulului după suspendarea celui de al treilea corp;
- b) valoarea perioadei înainte de suspendarea primului corp. (R.  $\sqrt{10}$  s; 1 s).

### BIBLIOGRAFIE

1. Я. Ф. Лернер. Об одном приеме решения задач по физике. – „Физика в школе”, №2, 1976.
2. Б. Ю. Коган. Задачи с лишними неизвестными. – „Физика в школе”, №5, 1981.
3. М. Marinciuc. „Aplicarea elementelor de matematică la rezolvarea problemelor de fizică”. – „Lumina”, Chișinău, 1984.



## CONCURSUL PREOLIMPIC DE FIZICĂ ROMÂNNO-UNGAR

### EDIȚIA A VIII-A CU PARTICIPAREA LOTULUI OLIMPIC AL MOLDOVEI CĂLIMĂNEȘTI, 23 - 28 MAI 2005



Echipa R. Moldova care a participat la Concursul Preolimpic de Fizică Româno-Ungar, dedicat “Anului Internațional al Fizicii - 2005”, ediția a VIII-a (Călimănești, România. 23-28 mai 2005)

1. Plămădeală Eugeniu, clasa a XI-a, Liceul Moldo-Turc, Chișinău - Premiul I, medalie, Diploma de Excelență a Ministerului Educației și Cercetării din România
2. Pușcașu Onoriu, clasa a XII-a, Liceul Teoretic “Prometeu”, Chișinău - Premiul II, medalie
3. Vanovschi Vladimir, clasa a XI-a, Liceul “N. M. Spătarul”, Chișinău - Premiul III, medalie
4. Abetkin Veaceslav, clasa a XI-a, Liceul Moldo-Turc, Chișinău - Mențiune, medalie
5. Abetkin Vitalii, clasa a X-a, Liceul Moldo-Turc, Chișinău - Mențiune, medalie
6. Voloșciuc Alexandru, clasa a XII-a, Liceul “D. Cantemir”, Chișinău - Diplomă de participare
7. Cudreașov Alexandru, clasa a X-a, Liceul Moldo-Turc, Chișinău - Diplomă de participare
8. Burovenco Igor, clasa a XI-a, Liceul “D. Cantemir”, Chișinău - Diplomă de participare

Conducătorul echipei – conf. univ. dr. Igor Evtodiev, USM  
Profesor însoțitor - lector universitar Sergiu Cârlig, USM



**În imagine:** (de la stânga la dreapta): lector universitar Sergiu Cârlig, USM, profesor însoțitor; Abetkin Vitalii, clasa a X-a, Liceul Moldo-Turc, Chișinău - Mențiune, medalie; Burovenco Igor, clasa a XI-a, Liceul "D. Cantemir", Chișinău - Diplomă de participare; Pușcașu Onoriu, clasa a XII-a, Liceul Teoretic "Prometeu", Chișinău - Premiul II, medalie; Cudreașov Alexandru, clasa a X-a, Liceul Moldo-Turc, Chișinău - Diplomă de participare; Vanovschi Vladimir, clasa a XI-a, Liceul "N. M. Spătarul", Chișinău - Premiul III, medalie; Abetkin Veaceslav, clasa a XI-a, Liceul Moldo-Turc, Chișinău - Mențiune, medalie; Plămădeală Eugeniu, clasa a XI-a, Liceul Moldo-Turc, Chișinău - Premiul I, medalie, Diploma de Excelență a Ministerului Educației și Cercetării din România; conf. univ. dr. Igor Evtodiev, USM, Conducătorul echipei.

Proba teoretică de concurs este alcătuită din trei probleme și proba de laborator din două probleme. Reproducem mai jos problemele propuse însoțite de rezolvările așteptate.

### PROBĂ TEORETICĂ

#### PROBLEMA I – MECANICĂ, SATELIT CU VELĂ SOLARĂ

(125 puncte)

În jurul Soarelui, pe orbita circulară a Pământului, evoluează un satelit special cu masa  $m$ . La un anumit moment pe satelit se deschide o „velă solară” (un disc circular cu raza  $r$ ), una din fețele sale fiind o oglindă plană, perfect reflectantă, care va fi orientată permanent perpendicular pe direcția Soarelui.

a) Să se determine modulul și orientarea forței de presiune care acționează în orice moment asupra velei satelitului, din cauza radiației solare cu incidență normală pe planul velei.

b) Să se stabilească forma traiectoriei după deschiderea velei și să se precizeze caracteristicile traiectoriei.

c) Decide dacă mișcarea satelitului după deschiderea velei este periodică sau nu și în caz afirmativ determină perioada rotației satelitului.

Se cunosc:  $L$  - luminozitatea integrală a Soarelui;  $c$  - viteza luminii în vid;  $R_0$  - raza orbitei circulare a Pământului în jurul Soarelui;  $M$  - masa Soarelui;  $K$  - constanta atracției gravitaționale. Se neglijează influența gravitațională a Pământului asupra satelitului.

$$\text{Se va considera că: } m > \frac{Lr^2}{2cKM}.$$

(Se numește *luminozitate integrală* a Soarelui,  $L$ , energia radiației totale emisă de Soare în unitatea de timp, pe toată suprafața sa, pe toate lungimile de undă, pe toate direcțiile. Dimensional, luminozitatea este o putere;  $L = 3,86 \cdot 10^{26}$  W.)

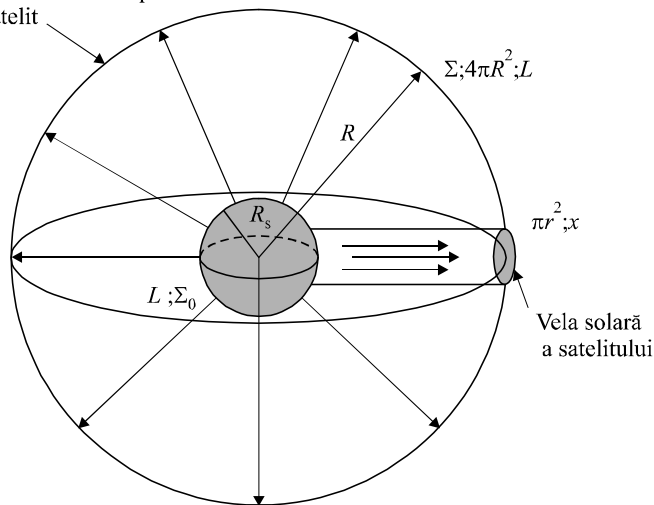
Prof. dr. Mihail SANDU  
UNIVERSITATEA "LUCIAN BLAGA" – SIBIU  
FACULTATEA DE ȘTIINȚE

### REZOLVARE

a) Să admitem, așa cum indică figura 1, că Soarele este o sferă cu suprafața  $\Sigma_0$ , având raza  $R_s$ .

Se numește *luminozitate integrală* a Soarelui,  $L$ , energia radiației totale emisă de Soare

Sfera circumsolară cu raza egală cu distanța de la centrul Soarelui până la satelit



în unitatea de timp, pe toată suprafața sa, pe toate lungimile de undă, pe toate direcțiile. Dimensional, luminozitatea este o putere ( $L = 3,86 \cdot 10^{26}$  W).

Dacă  $\Sigma$  este suprafața sferei circumsolare, a cărei rază  $R$  reprezintă distanța instantanee dintre satelit (vela satelitului) și centrul Soarelui, atunci, evident, energia radiației solare care traversează în unitatea de timp suprafața  $\Sigma$  este egală cu  $L$ .

În aceste condiții energia radiației solare care sosește în unitatea de timp pe suprafața velei solare cu aria  $\pi r^2$  este:

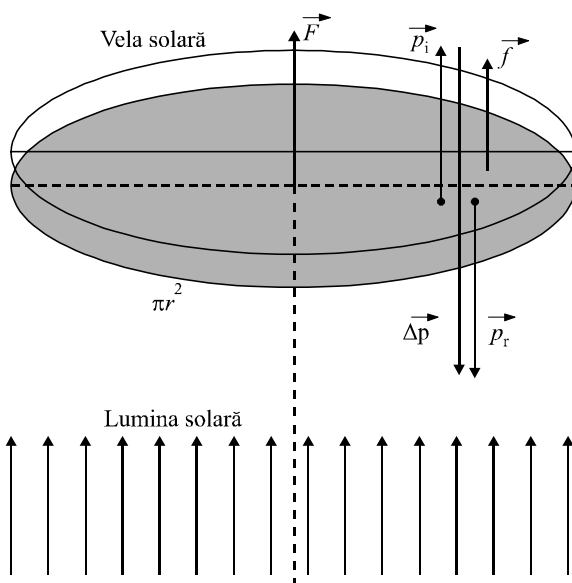
$$x = L \frac{\pi r^2}{4\pi R^2}.$$

Fig. 1

Ca urmare, iluminarea suprafeței velei (energia radiației solare ajunsă în unitatea de timp pe unitatea de arie a suprafeței velei) este:

$$E = \frac{x}{\pi r^2} = \frac{L}{4\pi R^2};$$

$$\langle E \rangle_{SI} = \frac{W}{m^2}.$$



Utilizând figura 2, să calculăm acum variația impulsului unui foton ca urmare a reflexiei luminii solare pe suprafața velei într-un punct oarecare:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_r - \vec{p}_i;$$

$$\Delta p = p_r + p_i;$$

$$p_r = p_i = p_0 = \frac{h\nu}{c};$$

$$\Delta p = 2 \frac{h\nu}{c},$$

unde  $h$  este constanta lui Planck,  $\nu$  - frecvența luminii,  $c$  - viteza luminii în vid.

Ca urmare a principiului acțiunilor reciproce, asupra velei va acționa o forță:

$$\vec{f} = -\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}.$$

Fig. 2

Dacă în timpul  $\Delta t$  pe fața reflectantă a velei solare se reflectă  $\Delta N_k$  fotoni cu frecvența  $\nu_k$ , atunci forța care va acționa asupra velei va fi:

$$F_k = f_k \Delta N_k = \Delta N_k \frac{\Delta p_k}{\Delta t} = N_k \pi r^2 \Delta t \frac{2 \frac{h\nu_k}{c}}{\Delta t},$$

unde  $N_k$  este numărul fotonilor cu frecvența  $\nu_k$  care sosesc pe unitatea de arie a

suprafeței velei în unitatea de timp;

$$F_k = 2 \frac{N_k h \nu_k}{c} \pi r^2;$$

$$\langle N_k h \nu_k \rangle_{SI} = \frac{W}{m^2};$$

$$N_k h \nu_k = E_k,$$

reprezentând iluminarea suprafeței velei datorită componentei cu frecvența  $\nu_k$  din radiația solară;

$$F_k = 2 \frac{E_k}{c} \pi r^2;$$

$$P_k = \frac{F_k}{\pi r^2} = 2 \frac{E_k}{c},$$

reprezentând presiunea exercitată asupra velei de componenta cu frecvența  $\nu_k$  din lumina solară.

Corespunzător tuturor componentelor radiației solare ( $\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_n$ ), calculăm forța rezultantă care acționează asupra velei:

$$F = \sum_{k=1}^n F_k = 2 \frac{\sum_{k=1}^n E_k}{c} \pi r^2;$$

$$\sum_{k=1}^n E_k = E,$$

reprezentând iluminarea totală a suprafeței velei datorită tuturor componentelor radiației solare:

$$F = 2 \frac{E}{c} \pi r^2;$$

$$P = \frac{F}{\pi r^2} = 2 \frac{E}{c},$$

reprezentând presiunea luminii solare asupra velei;

$$F = 2 \frac{L}{c} \frac{\pi r^2}{4\pi R^2} = \frac{Lr^2}{2cR^2};$$

$$\vec{F} = \frac{Lr^2}{2cR^2} \text{ vers } \vec{R} = \frac{Lr^2}{2cR^3} \vec{R}.$$

**Concluzie:** forța de presiune care acționează în orice moment asupra velei satelitelui, din cauza radiației solare cu incidență normală pe planul velei, este invers proporțională cu pătratul distanței dintre satelit și centrul Soarelui și are aceeași orientare cu vectorul de poziție al satelitelui față de centrul Soarelui așa cum indică figura 3.

b) Înainte de deschiderea velei mișcarea satelitelui se face pe orbita circulară a Pământului, sub acțiunea forței de atracție gravitațională, astfel încât:

$$\frac{mv_0^2}{R_0} = K \frac{mM}{R_0^2} = F_{g0};$$

$$v_0 = \sqrt{K \frac{M}{R_0}};$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{R_0^3}{KM}},$$

unde  $R_0$  - raza orbitei Pământului.

Într-un moment oarecare, după deschiderea velei, rezultanta forțelor care acționează asupra satelitului, așa cum indică figura 3, este:

$$\vec{F}_{rez} = \vec{F}_g + \vec{F};$$

$$\vec{F}_{rez} = -\frac{KmM - \frac{Lr^2}{2c}}{R^2} \text{vers } \vec{R},$$

$$F_{rez} = -\frac{KmM - \frac{Lr^2}{2c}}{R^2},$$

pe care o identificăm ca fiind o forță centrală, al cărei efect este mișcarea satelitului, cu vela deschisă, pe o orbită în formă de elipsă având Soarele în focarul apropiat față de punctul în care s-a deschis vela (periheliul orbitei eliptice).

În acord cu legile de conservare a momentului cinetic și a energiei mecanice totale pentru sistemul *satelit cu vela deschisă - Soare*, rezultă:

$$v_0 R_0 = v_1 R_1;$$

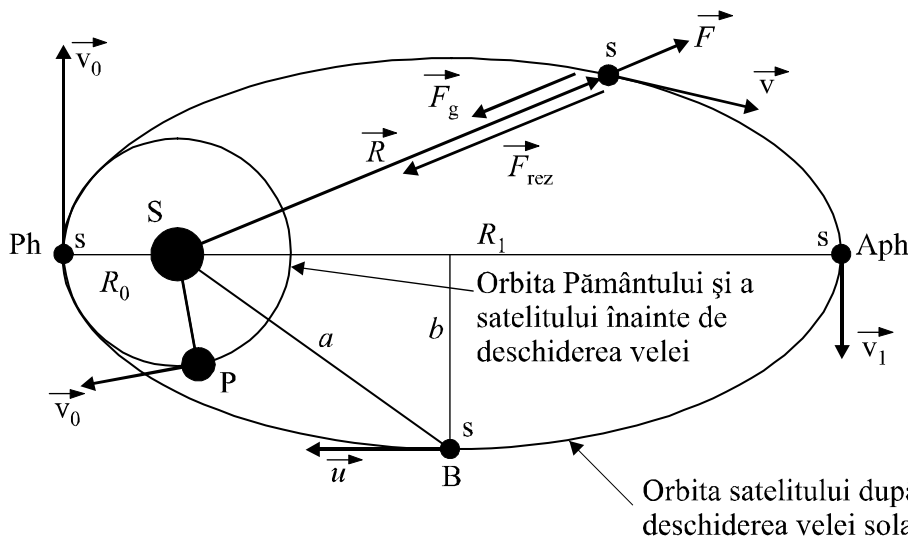
$$\frac{m v_0^2}{2} - \frac{KmM - \frac{Lr^2}{2c}}{R_0} = \frac{m v_1^2}{2} - \frac{KmM - \frac{Lr^2}{2c}}{R_1};$$

$$\alpha = KmM - \frac{Lr^2}{2c};$$

$$\left( m v_0^2 - 2 \frac{\alpha}{R_0} \right) R_1^2 + 2\alpha R_1 - m v_0^2 R_0^2 = 0;$$

$$R_1 = \frac{KmM}{KmM - \frac{Lr^2}{c}} R_0;$$

$$a = \frac{1}{2}(R_0 + R_1),$$



unde  $a$  este  
semi-axa mare a  
elipsei;

$$a = \frac{2KmM - \frac{Lr^2}{c}}{2KmM - \frac{Lr^2}{2c}} R_0.$$

Fig. 3

c) În acord cu legea a treia a lui Kepler, dacă satelitul cu vela deschisă ar evolua în jurul Soarelui pe un cerc cu raza  $r_0$ , sau pe elipsa cu semiaxa mare  $a$ , putem scrie că:

$$T_{cerc}^2 = kr_0^3; \quad T_{elipsa}^2 = ka^3;$$

$$T_{cerc} = \frac{2\pi r_0}{v_{cerc}}; \quad \frac{mv_{cerc}^2}{r_0} = \frac{KmM - \frac{Lr^2}{2c}}{r_0^2};$$

$$\frac{v_{cerc}^2}{r_0^2} = \frac{KmM - \frac{Lr^2}{2c}}{mr_0^3}; \quad T_{cerc} = 2\pi \sqrt{\frac{mr_0^3}{KmM - \frac{Lr^2}{2c}}};$$

$$\frac{T_{elipsa}^2}{T_{cerc}^2} = \frac{a^3}{r_0^3}; \quad T_{elipsa} = 2\pi \sqrt{\frac{ma^3}{KmM - \frac{Lr^2}{2c}}};$$

$$T_{elipsa} = 2\pi R_0 \frac{2KmM - \frac{Lr^2}{c}}{2KmM - \frac{Lr^2}{2c}} \sqrt{\frac{R_0 \left( 2KmM - \frac{Lr^2}{c} \right)}{\left( 2KmM - \frac{Lr^2}{2c} \right) \left( KmM - \frac{Lr^2}{2c} \right)}}.$$

La același rezultat se ajunge dacă admitem că perioada rotației satelitului cu vela deschisă, evoluând în jurul Soarelui pe elipsa cu semiaxa mare  $a$ , este egală cu perioada rotației aceluiași satelit dacă ar evolua pe cercul confocal al elipsei (cercul cu raza  $a$  și centrul în centrul Soarelui, reprezentat în figura 4), cu viteza  $u$ , egală cu viteza satelitului pe orbita eliptică în vârful minor B al acesteia, aceeași cu viteza medie a satelitului pe orbita eliptică.

Rezultă:

$$\frac{mu^2}{a} = F_{rez, B} = \frac{KmM - \frac{Lr^2}{2c}}{a^2}; \quad \frac{a^2}{u^2} = \frac{ma^3}{KmM - \frac{Lr^2}{2c}};$$

$$T = \frac{2\pi a}{u}; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{ma^3}{KmM - \frac{Lr^2}{2c}}}.$$

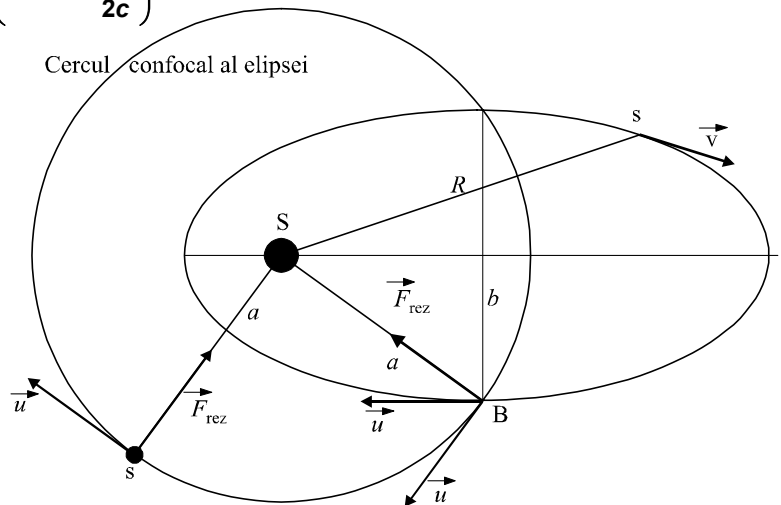


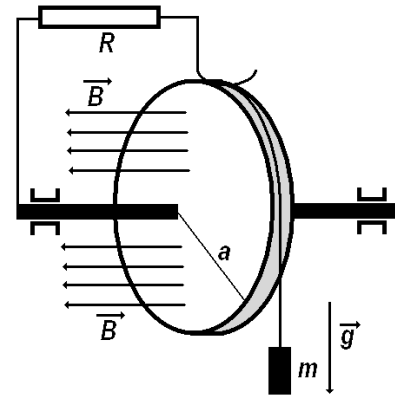
Fig. 4

**PROBLEMA II – ELECTRICITATE, ROȚI ELECTRICE**

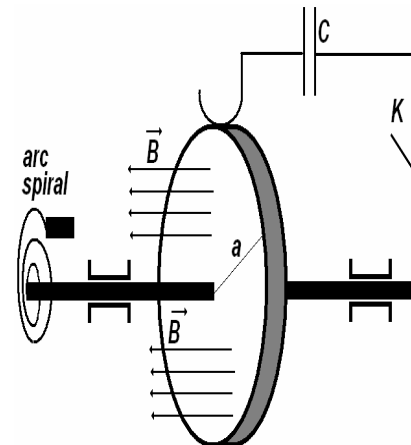
(125 puncte)

a. Două discuri paralele, conductoare, de rază  $a$ , coaxiale, situate la distanța  $d \ll a$  unul de altul, sunt rotite în sensuri contrare, cu viteza unghiulară  $\omega$ , într-un câmp magnetic uniform cu inducție  $B$ , constant în timp și perpendicular pe suprafața discurilor. Centrele discurilor sunt conectate electric între ele (Pentru situația de la punctul a nu este prezentat un desen). Determină sarcina electrică  $Q$  localizată pe fața fiecărui disc.

b. Un disc conductor având momentul de inerție  $I$  și rază  $a$ , cu axul orizontal, este așezat într-un câmp magnetic uniform cu inducție  $B$ , constant în timp și perpendicular pe disc, ca în figura alăturată. Axul roții și periferia sa sunt puse în contact electric cu ajutorul unor contacte mobile - perii - fără frecare. Discul este pus în rotație datorită momentului forței de greutate care acționează asupra masei  $m$  atârnată de un fir foarte lung înfășurat pe disc. În circuitul electric este inserată o rezistență electrică  $R$ . Cum se modifică viteza unghiulară a discului dacă masa  $m$  inițial fixă, este lăsată liberă? Neglijază rezistența electrică a discului.



c. Un disc conductor având momentul de inerție  $I$  și rază  $a$ , cu axul orizontal, este așezat într-un câmp magnetic uniform cu inducție  $B$ , constant în timp și perpendicular pe disc. Axul roții și periferia sa sunt puse în contact electric cu ajutorul unor contacte mobile - perii - fără frecare, ca în figura alăturată. Pe axul discului este prins un arc spiral având celălalt capăt fixat. Momentul determinat de arc spiral este proporțional cu unghiul de rotire al discului, constanta de proporționalitate dintre moment și unghi fiind  $\gamma$ . În circuitul electric este inserat un condensator de capacitate  $C$ . Inițial condensatorul este încărcat cu sarcina  $Q$  iar comutatorul  $K$  este deschis. Descrie mișcarea discului după ce comutatorul  $K$  se închide. Găsește dependența de timp a unghiului de rotire față de poziția inițială. Neglijază rezistența electrică a discului.



Prof. Delia DAVIDESCU  
 SERVICIUL NAȚIONAL DE EVALUARE ȘI EXAMINARE  
 AL MINISTERULUI EDUCAȚIEI, BUCUREȘTI  
 Conf. Dr. Adrian DAFINEI  
 UNIVERSITATEA BUCUREȘTI  
 FACULTATEA DE FIZICA

**SOLUȚIE AȘTEPTATĂ:**

Asupra particulei cu sarcină  $q$  care se deplasează cu viteza  $\vec{v}$  într-un câmp magnetic cu inducția  $\vec{B}$  acționează forța Lorentz

$$\vec{F}_{Lorentz} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Intensitatea câmpului electric care ar produce același efect este

$$\vec{E}_{\text{Lorentz}} = \vec{v} \times \vec{B}$$

Dacă ne referim la o bară de lungime  $\ell$  care se deplasează după o direcție perpendiculară pe dreapta sa suport, tensiunea electrică determinată de forța Lorentz între capetele sale este

$$U = \mathbf{B} \cdot \ell \cdot \mathbf{v}$$

Pentru o bară cu lungimea  $a$  care se rotește în jurul unuia dintre capete, pot considera o diviziune în  $n$  segmente foarte mici (de lungime  $\Delta\ell_0$ ) – suficient de mici pentru a admite că se deplasează pe o linie. Pentru cel de-al  $k$ ,  $1 < k < n$ , segment, tensiunea electrică apărută între capete este

$$\Delta U_k = \mathbf{B} \cdot \Delta\ell_0 \cdot k\Delta\ell_0 \cdot \omega$$

Tensiunea apărută între axul de rotație și capătul segmentului elementar  $k$  este

$$U_k = \mathbf{B} \cdot (\Delta\ell_0)^2 \cdot \omega \cdot \sum_{i=1}^k i$$

$$U_k = \frac{\mathbf{B} \cdot (k \cdot \Delta\ell_0)^2 \cdot \omega}{2}$$

În general, pentru un punct de pe bara care se rotește aflat la distanța  $x$  de ax, tensiunea electrică apărută este

$$U(x) = \frac{\mathbf{B} \cdot (x)^2 \cdot \omega}{2}$$

Coroanele circulare ale discurilor rotitoare corespunzătoare distanței  $k \cdot \Delta\ell_0$  de ax formează un condensator plan cu capacitatea

$$C_k = \frac{\varepsilon \cdot 2\pi(k \cdot \Delta\ell_0) \cdot \Delta\ell_0}{d}$$

încărcat la tensiunea  $2U_k$

Sarcina pe acest condensator este

$$Q_k = \frac{\varepsilon \cdot 2\pi \cdot k^3 \cdot (\Delta\ell_0)^4 \cdot B \cdot \omega}{d}$$

Sarcina totală acumulată pe disc este

$$Q = \frac{\varepsilon \cdot 2\pi \cdot (\Delta\ell_0)^4 \cdot B \cdot \omega}{d} \sum_{k=1}^n k^3$$

$$Q = \frac{\varepsilon \cdot 2\pi \cdot (\Delta\ell_0)^4 \cdot B \cdot \omega}{d} \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

$$Q = \frac{\varepsilon \cdot \pi \cdot (a)^4 \cdot B \cdot \omega}{2d}$$

b. (Calculul potențialului poate servi ca alternativă la demonstrația de mai sus) Asupra unui electron aflat la distanța  $x$  de axul discului acționează forța Lorentz

$$\vec{F}_{\text{Lorentz}} = -e \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Dacă  $\omega$  este viteza unghiulară a discului la un moment dat, modulul vitezei liniare a electronului este în acel moment

$$\mathbf{v} = \omega \cdot \mathbf{x}$$

și câmpul în care se află electronul are modulul

$$E_{\text{lorentz}} = \omega \cdot \mathbf{x} \cdot \mathbf{B}$$



Ca urmare , diferența de potențial apărută este

$$V(x) = -\int_0^x E_{\text{Lorentz}} dx$$

$$V(x) = \frac{\omega \cdot B \cdot x^2}{2}$$

Diferența de potențial dintre axul și periferia roții este

$$V(a) = \frac{\omega \cdot B \cdot a^2}{2}$$

Curentul prin circuitul electric este

$$i = \frac{V(a)}{R} = \frac{\omega \cdot B \cdot a^2}{2R}$$

Puterea electrică disipată în rezistență este

$$P = i^2 R = \frac{\omega^2 \cdot B^2 \cdot a^4}{4R}$$

Energia cinetică de rotație a discului este

$$W_{\text{cinetic}} = \frac{J \cdot \omega^2}{2}$$

Puterea mecanică datorată greutateii – care este forța activă în sistem este

$$P_{\text{mech}} = mgv = mga\omega$$

Bilanțul de putere pentru sistem este

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{J \cdot \omega^2}{2} \right) = m \cdot g \cdot a \cdot \omega - \frac{\omega^2 \cdot B^2 \cdot a^4}{4R}$$

Corespunzător,

$$J \cdot \varepsilon = m \cdot g \cdot a - \frac{\omega \cdot B^2 \cdot a^4}{4R}$$

Mișcarea discului este o rotație accelerată. Pe măsura creșterii vitezei sale unghiulare, accelerația unghiulară scade. La staționaritate, accelerația unghiulară  $\varepsilon$  se anulează și viteza unghiulară rămâne constantă la valoarea

$$\omega_{\text{stationar}} = \frac{4R \cdot m \cdot g}{B^2 \cdot a^3}$$

Ecuția de mișcare se poate rezolva (eventual) astfel

Omogena ecuației este

$$\varepsilon = - \frac{\omega \cdot B^2 \cdot a^4}{4R \cdot J}$$

$$\frac{d\omega}{\omega} = - \frac{B^2 \cdot a^4}{4R \cdot J} dt$$

cu soluția

$$\varepsilon = - \frac{\omega \cdot B^2 \cdot a^4}{4R \cdot J}$$

$$\ln \omega \cdot \text{const} = - \frac{B^2 \cdot a^4}{4R \cdot J} t$$

$$\omega = \text{const} \cdot e^{-\frac{B^2 \cdot a^4}{4R \cdot J} t}$$

O soluție particulară a neomogenei este  $\omega_{stationar}$ .

Soluția generală a neomogenei este

$$\omega = \text{const} \cdot e^{-\frac{B^2 \cdot a^4}{4R \cdot J} t} + \omega_{stationar}$$

La momentul inițial discul nu se învârtă astfel că

$$\omega(0) = \text{const} + \omega_{stationar} = 0$$

$$\text{const} = -\omega_{stationar}$$

și deci

$$\omega = \omega_{stationar} \left( 1 - e^{-\frac{B^2 \cdot a^4}{4R \cdot J} t} \right)$$

Viteza unghiulară crește monoton către valoarea staționară

c. Energia totală din sistem este energia potențială din condensator și arc și energia cinetică de rotație a discului și se conservă

$$\frac{Cu^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} + \frac{\gamma\alpha^2}{2} = \text{constant}$$

Tensiunea pe condensator este

$$u = \frac{\omega Ba^2}{2}$$

și relația de sus se scrie

$$\frac{C\omega^2 B^2 a^4}{8} + \frac{J\omega^2}{2} + \frac{\gamma\alpha^2}{2} = \text{constant}$$

sau prin derivare

$$\frac{C\omega B^2 a^4}{4} \varepsilon + J\omega\varepsilon + \gamma\alpha\omega = 0$$

$$\frac{CB^2 a^4}{4} \varepsilon + J\varepsilon + \gamma\alpha = 0$$

Cu notația

$$\Omega^2 = \frac{\gamma}{J + \frac{CB^2 a^4}{4}}$$

Ecuția de mișcare devine

$$\varepsilon + \Omega^2 \alpha = 0$$

Aceasta este o ecuație de oscilator cu pulsația  $\Omega$ , cu soluția care descrie valoarea unghiului în timp

$$\alpha(t) = \alpha_0 \sin(\Omega t + \varphi)$$

și cu viteza unghiulară

$$\omega(t) = \alpha_0 \Omega \cos(\Omega t + \varphi)$$

La momentul inițial discul este în poziția de echilibru inițială,

$$\alpha(0) = 0$$

Putem considera că în momentul inițial sarcina curge rapid, într-un timp  $\tau$  foarte scurt în care discul nu se rotește semnificativ. Dacă intensitatea curentului care trece prin circuit la această descărcare este  $i(t)$ ,

$$\int_0^{\tau} i dt = Q$$

Instantaneu, valoarea momentului forței electromagnetice care acționează asupra roții este

$$\int_0^a B i x dx = B i \frac{a^2}{2} = M$$

Existența acestui moment produce o variație a momentului cinetic  $L$  al roții  $dL = M dt$  și după trecerea curentului de descărcare a condensatorului roata va avea o viteză unghiulară  $\omega_0$  și un moment cinetic  $J\omega_0$

$$J\omega_0 = \int_0^{\tau} B i \frac{a^2}{2} dt = B \frac{a^2}{2} Q$$

Viteza unghiulară inițială a roții va fi deci

$$\omega_0 = B \frac{a^2}{2J} Q$$

Înlocuind valorile inițiale în expresiile generale ale unghiului și vitezei unghiulare rezultă

$$\begin{cases} 0 = \alpha_0 \sin \varphi \\ \omega(0) = \frac{Ba^2Q}{2J} = \alpha_0 \Omega \cos \varphi \end{cases}$$

de unde

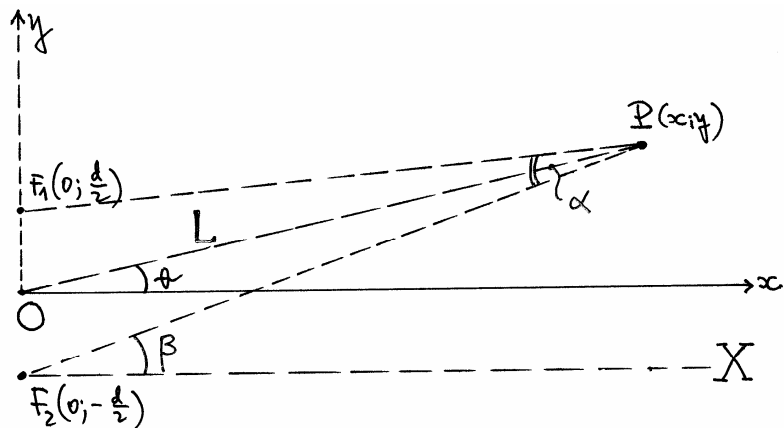
$$\varphi = 0$$

$$\alpha_0 = \frac{Ba^2Q}{2J\Omega}$$

### PROBLEMA III – OPTICĂ, INTERFERENȚA YOUNG

(50 puncte)

Se consideră situația fizică din figură în care  $F_1(0; +d/2)$  și  $F_2(0; -d/2)$  sunt două fante Young identice într-un paravan opac (nerepresentat în figura alăturată), iluminate din stânga de la o sursă luminoasă punctiformă, monocromatică, așezată pe axa  $Ox$  (axa



## 38 Probleme, concursuri, olimpiade

perpendiculară pe segmentul  $F_1F_2$ , punctul  $O$  fiind la mijlocul acestui segment), iar  $P(x; y)$  este un punct din planul  $xOy$  în care ne interesează rezultatul interferenței undelor ce sosesc de la cele două fante, propagându-se în vid.

a). Să se găsească ecuația locului geometric al punctelor  $P(x; y)$  pentru care diferența de drum (optic) are o valoare bine determinată, egală cu  $\Delta$ ;

b). Să se reprezinte grafic, calitativ, dependența  $y' = f(x')$  în intervalul  $0 \leq x' \leq 1$ , (cu un pas  $\Delta x' = 0,2$ ), pentru  $\Delta' = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$  și  $0,98$  știind că  $x' = x/d$ ,  $y' = y/d$ ,  $\Delta' = \Delta/d$ ;

c). Se notează cu  $L$  distanța  $OP$  și cu  $\theta$  unghiul dintre direcția  $OP$  și axa  $Ox$ . Să se obțină o relație exactă pentru cantitatea “ $d \sin \theta$ ” în funcție de mărimile  $\Delta$ ,  $d$  și  $L$ ;

d). Utilizând o dezvoltare în serie de forma  $\sqrt{1+a} = 1 + \frac{a}{2} - \frac{a^2}{8} + \dots$  (valabilă pentru  $a \ll 1$ ) să se obțină o expresie aproximativă pentru cantitatea “ $d \sin \theta$ ” și să se precizeze când poate fi considerată corectă afirmația “diferența de drum (optic) este egală cu  $d \sin \theta$ ”;

e). Dacă notăm cu  $\alpha$  unghiul  $F_1PF_2$  și cu  $\beta$  unghiul  $PF_2X$ , să se exprime diferența de drum  $\Delta$  în funcție de mărimile  $\alpha$ ,  $\beta$  și  $d$ .

### Observații:

Valorile numerice calculate de elevi și utilizate apoi pentru realizarea reprezentărilor grafice solicitate la punctul b) vor fi prezentate mai întâi sub formă de tabel;

1. Pentru realizarea graficelor solicitate la punctul b) elevilor li se pune la dispoziție o coală de hârtie milimetrică.

Prof. univ. dr. Florea Uliu  
UNIVERSITATEA DIN CRAIOVA  
FACULTATEA DE FIZICĂ

## REZOLVARE

a. Cu ajutorul expresiilor analitice ale distanțelor  $|F_1P| = [x^2 + (y - \frac{d}{2})^2]^{1/2}$  și

$|F_2P| = [x^2 + (y + \frac{d}{2})^2]^{1/2}$  obținem imediat ecuația unor hiperbole de forma

$$\frac{y^2}{(\frac{\Delta}{2})^2} - \frac{x^2}{(\frac{1}{2}\sqrt{d^2 - \Delta^2})^2} = 1$$

ale căror caracteristici sunt determinate de diferența de

drum  $\Delta$  și de distanța dintre fante  $d$ .

b. În noile variabile (adimensionale), cu explicitarea lui  $y'$  avem dependența funcțională

$$y' = \pm \Delta' \left[ \frac{1}{4} + \frac{x'^2}{1 - \Delta'^2} \right]^{1/2}. \text{ Intocmim (pentru valori } y' > 0) \text{ tabelul 1,}$$

TABELUL 1

	$x'$	0,00	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00
$\Delta' = 0,1$	$y'$	0,050	0,054	0,064	0,078	0,095	0,112
$\Delta' = 0,3$	$y'$	0,150	0,163	0,196	0,241	0,293	0,348

$\Delta' = 0,5$	$y'$	0,250	0,275	0,340	0,427	0,525	0,629
$\Delta' = 0,7$	$y'$	0,350	0,401	0,526	0,684	0,859	1,041
$\Delta' = 0,9$	$y'$	0,450	0,611	0,941	1,318	1,712	2,113
$\Delta' = 0,98$	$y'$	0,490	1,100	2,030	2,995	3,970	4,949

cu ajutorul căruia realizăm graficele din figura 1.

Se remarcă o creștere din ce în ce mai rapidă a lui  $y'$  funcție de  $x'$  pe măsură ce  $\Delta'$  crește.

c. Cu  $x = L \cos \theta$  și  $y = L \sin \theta$ , din ecuația dedusă la punctul a) găsim imediat relația exactă

$$d \sin \theta = \Delta \left[ 1 + \frac{d^2 - \Delta^2}{4L^2} \right]^{1/2}.$$

d. Cu ajutorul dezvoltării în serie (indicate în enunț) putem scrie

$$d \sin \theta = \Delta \left[ 1 + \frac{d^2 - \Delta^2}{8L^2} - \frac{(d^2 - \Delta^2)^2}{128L^4} + \dots \right]$$

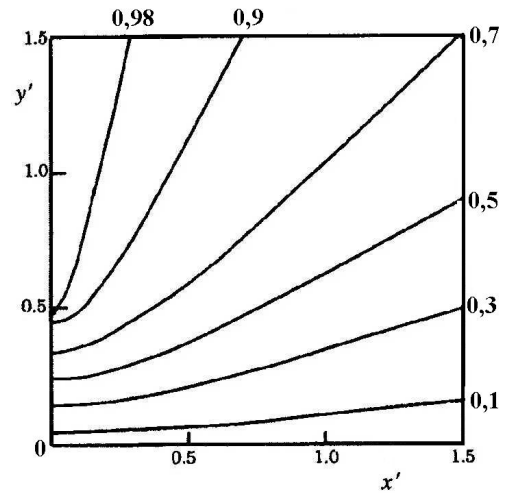
Aproximația  $\Delta = d \sin \theta$  este corectă

dacă al doilea termen din interiorul parantezei drepte este mult mai mic decât unitatea,

adică pentru  $L \gg \left( \frac{d^2 - \Delta^2}{8} \right)^{1/2} \equiv L_c$  (o distanță caracteristică). Notăm raportul  $L_c / d$  cu

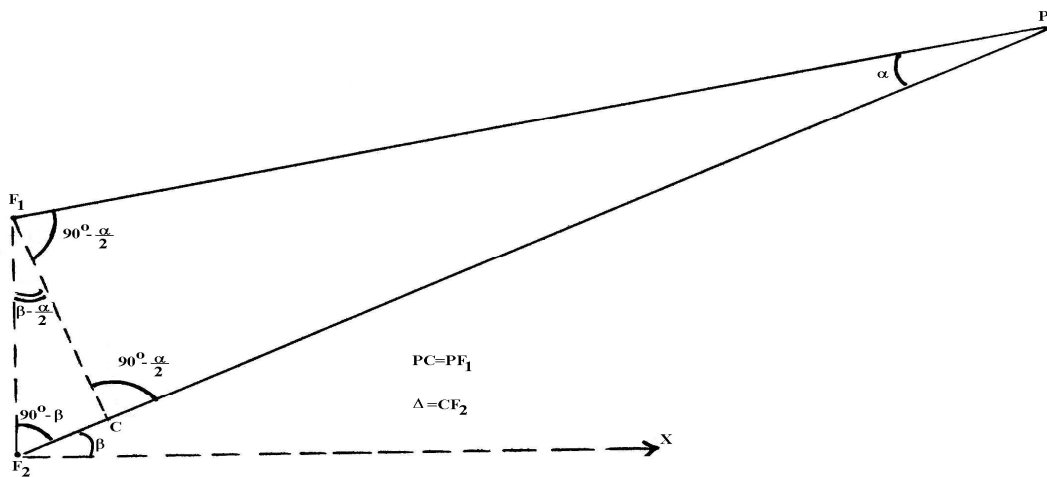
$L_c'$  și obținem datele din tabelul 2.

Fig.1



TABELUL 2

$\Delta'$	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	0,98
$L_c'$	0,352	0,322	0,306	0,252	0,154	0,070



## 40 Probleme, concursuri, olimpiade

Așadar afirmația la care se referă punctul d) este corectă atunci când raportul  $L' = L/d$  este mult mai mare decât  $L_c'$  (dependent de  $\Delta'$ ).

e. Se pot stabili ușor valorile unghiurilor reprezentate în figura 2.

Cu ajutorul teoremei sinusurilor în triunghiul  $F_1F_2C$  obținem expresiile

$$\Delta = d \frac{\sin(\beta - \frac{\alpha}{2})}{\sin(90^\circ + \frac{\alpha}{2})} \text{ sau } \Delta = \frac{\sin(\beta - \frac{\alpha}{2})}{\cos \frac{\alpha}{2}} = d[\sin \beta - \cos \beta \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}].$$
 Formula este remarcabilă

deoarece nu conține dependența de distanța  $L$ .

### PROBA DE LABORATOR PROBLEMA DE MECANICĂ, CORPURI ASCUNSE

În interiorul uneia dintre cele două “cutii negre” cubice identice, A și B, pe care le aveți în față, se află un cilindru metalic masiv, iar în cealaltă cutie se află un con masiv. Masele celor două piese interioare, omogene, confecționate din același metal, sunt identice ( $m = 280$  g). Cele două corpuri interioare sunt fixate în așa fel încât axele lor de simetrie longitudinală coincid cu axele care unesc centrele a două fețe laterale opuse ale fiecărei cutii cubice și în așa fel încât centrele lor de masă coincid cu centrele de masă ale cutiilor cubice.

a) *Să se identifice* fețele laterale opuse ale fiecărei cutii, prin ale căror centre trec axele de simetrie longitudinală ale pieselor fixate în interiorul fiecărei cutii.

b) *Să se identifice* cutia în interiorul căreia se află cilindrul și cutia în interiorul căreia se află conul.

c) *Să se determine* dimensiunile geometrice ale celor două corpuri din interiorul celor două cutii cubice.

*Materiale aflate la dispoziție:* suport metalic; cronometru manual; riglă; fir inextensibil foarte ușor și rezistent; flanșe metalice; șuruburi; cheie pentru șuruburi.

*Se cunosc:*

- momentul de inerție al unui cilindru omogen, masiv, față de axa sa longitudinală de simetrie,  $I_{0,cilindru} = \frac{1}{2} m R_{cilindru}^2$  ;

- momentul de inerție al unui cilindru masiv, omogen, față de o axă care trece prin centrul său de masă și este perpendiculară pe axul său de simetrie longitudinală,

$$I_{cilindru} = \frac{1}{12} m \cdot (3R_{cilindru}^2 + h_{cilindru}^2)$$

- momentul de inerție al unui con omogen, masiv, față de axa sa longitudinală de simetrie,  $I_{0,con} = \frac{3}{10} m R_{con}^2$

- momentul de inerție al unui con masiv, omogen, față de o axă care trece prin centrul său de masă și este perpendiculară pe axul său de simetrie

$$\text{longitudinală, } I_{con} = \frac{3}{20} m \left( R_{con}^2 + \frac{1}{4} h_{con}^2 \right).$$

Se dau:

- momentul de inerție al fiecărei cutii cubice, împreună cu cele două flanșe metalice identice, atașate pe două fețe laterale opuse ale cutiei, în raport cu axul care unește centrele celor două fețe laterale,  $I_{cutie} =$
- masa pereților fiecărei cutii cubice împreună cu cele două flanșe atașate  $m_0 =$
- diametrul axului pe care este înfășurat firul  $d$
- accelerația gravitațională la Călimănești,  $g = 9,8\text{m/s}^2$

$$\text{Se știe că: } R_{cylinder} < \sqrt{\frac{3}{5}} R_{con}$$

**IMPORTANT ! Manevrați cu grijă cuburile. Spargerea unui cub atrage descalificarea**

Prof. dr. Mihail Sandu  
FACULTATEA DE ȘTIINTE  
UNIVERSITATEA "LUCIAN BLAGA" – SIBIU

## PROBLEMA DE OPTICĂ LENTILE, OGLINZI ȘI LICHIDE TRANSPARENTE

*Materiale la dispoziție:*

- lentilă convergentă cu distanța focală necunoscută;
- oglindă plană;
- suport cu accesorii;
- creion pentru tâmplărie;
- vas cu apă (vasul A);
- vas cu un lichid transparent necunoscut (vasul B);
- tăviță de plastic;
- riglă gradată.

*Să se determine:*

- distanța focală a lentilei ( $f$ );
- indicele de refracție al materialului lentilei ( $n$ ), dacă indicele de refracție al apei este  $n_0 = 4/3$
- indicele de refracție al lichidului necunoscut ( $n_x$ ).

**Atenție ! Lichidul necunoscut nu trebuie gustat!**

$$\text{Se știe că } \frac{1}{f} = (n-1) \cdot \frac{1}{R}$$

Prof. dr. Mihail Sandu  
FACULTATEA DE ȘTIINTE  
UNIVERSITATEA "LUCIAN BLAGA" – SIBIU

### OLIMPIADA INTERNAȚIONALĂ DE FIZICĂ, ediția a XXXVI-a Salamanca, Spania, 3-12 iulie 2005

În prima jumătate a lunii iulie 2005, în orașul Salamanca (Spania), situat la 200 km de Madrid, a avut loc Olimpiadă Internațională de Fizică, ediția a XXXVI-a. Acest oraș nu a fost ales întâmplător – aici se află una din cele mai vechi universități din Europa, fondată în anul 1218. La Olimpiadă au participat 352 de elevi din 73 de țări. Echipa R. Moldova care a participat la cea de a XXXVI-a Olimpiadă Internațională de Fizică a avut următoarea componență:



**În imagine** (de la stînga la dreapta): Voloșciuc Alexandru, Plamadeala Eugeniu, Vanovschi Vladimir, Abetchin Veaceslav și conf. univ. dr. Igor Evtodiev, conducătorul echipei (USM).

1. Plamadeala Eugeniu, clasa a XI-a, Liceul Moldo-Turc, Chișinău - Medalie de bronz
2. Pușcașu Onoriu, clasa a XII-a, Liceul Teoretic "Prometeu", Chișinău - Certificat de participare
3. Vanovschi Vladimir, clasa a XI-a, Liceul "N. M. Spătarul", Chișinău - Medalie de bronz
4. Abetchin Veaceslav, clasa a XI-a, Liceul Moldo-Turc, Chișinău - Mențiune
5. Voloșciuc Alexandru, clasa a XII-a, Liceul "D. Cantemir", Chișinău - Medalie de bronz

Conducătorul echipei – conf. univ. dr. Igor Evtodiev, USM

Consultant - Victor Păgănu, Ministerul Educației, Tineretului și Sportului al R. Moldova

Proba de concurs se compune din proba teoretică alcătuită din trei probleme și proba experimentală. Reproducem mai jos textele problemelor propuse la Olimpiadă, traduse în limba română.

### PROBA TEORETICĂ

#### Problema 1. UN SATELIT CU SOARTĂ TRAGICĂ

Cele mai frecvente manevre executate pe orbite de navele spațiale constau în variații ale vitezei pe direcția de zbor - și anume accelerări pentru a atinge orbite mai înalte sau frânări



pentru inițierea reintrării în atmosferă. În această problemă vei studia cum se modifică orbita atunci când acțiunea de împingere a motorului-rachetă este aplicată pe direcție radială.

Pentru calculul valorilor numerice, vei folosi următoarele date: raza Pământului  $R_T = 6.37 \cdot 10^6$  m, accelerația gravitațională la suprafața Pământului,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  și durata unei zile siderale  $T_0 = 24.0$  h.

Consideră un satelit de comunicații geostaționară<sup>1</sup> având masa  $m$  care se mișcă în planul ecuatorial pe o orbită circulară de rază  $r_0$ . Acest satelit are un „motor de apogeu” care, la funcționare normală, trebuie să asigure acțiunea tangențială a jetului necesară atingerii orbitei finale.

Punctajele sunt indicate în paranteze pentru fiecare întrebare.

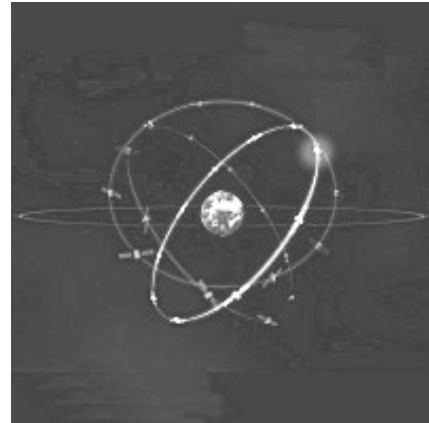
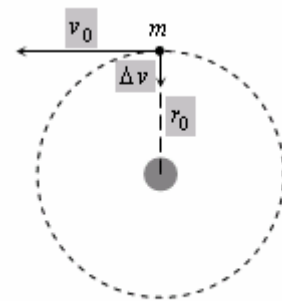


Image: ESA

### Întrebarea 1-a

- 1.1 (0,3) Calculează valoarea numerică a razei  $r_0$ .
- 1.2 (0,3+0,1) Determină expresia analitică a vitezei  $v_0$  a satelitului în funcție de  $g$ ,  $R_T$  și  $r_0$  și calculează valoarea sa numerică.
- 1.3 (0,4 +0,4) Determină expresiile momentului cinetic al satelitului  $L_0$  și a energiei sale mecanice totale  $E_0$  în funcție de  $v_0$ ,  $m$ ,  $g$  și  $R_T$ .

După ce satelitul geostaționară<sup>1</sup> a fost plasat în locația dorită, aflându-se pe orbita geostaționară circulară (vezi figura F-1) gata de lucru, o eroare a controlorilor de la sol produce reaprinderea „motorului de apogeu”. Acțiunea jetului motorului este direcționată spre Pământ și, deși echipa de controlori de zbor de pe Pământ oprește imediat motorul, o variație nedorită a vitezei,  $\Delta v$ , este imprimată satelitului. Acest șoc mecanic poate fi caracterizat cu parametrul  $\beta = \Delta v / v_0$ . Timpul de funcționare accidentală al motorului rachetă este foarte mic față de toți ceilalți timpi care caracterizează mișcarea pe orbită, astfel încât acest timp este neglijabil.



F-1

### Întrebarea 2-a

Presupune că  $\beta < 1$ .

- 2.1 (0,4 +0,5) Determină mărimile caracteristice noii orbite<sup>2</sup>, *semi-latus-rectum*  $l$  (parametrul orbitei) și *excentricitatea*  $\varepsilon$ , în funcție de  $r_0$  și  $\beta$ .
- 2.2 (1,0) Calculează unghiul  $\alpha$  dintre axa mare a noii orbite și vectorul de poziție al satelitului în momentul aprinderii accidentale a motorului.
- 2.3 (1,0 +0,2) Determină expresia analitică a perigeului  $r_{min}$  și a apogeeului  $r_{max}$ , distanțe măsurate față de centrul Pământului ca funcții de  $r_0$  și  $\beta$  și calculează valorile numerice corespunzătoare pentru  $\beta = 1/4$ .

<sup>1</sup> Perioada de revoluție este  $T_0$ .

<sup>2</sup> Vezi „sugestia”.

## 44 Probleme, concursuri, olimpiade

2.4 (0,5 +0,2) Determină perioada noii orbite  $T$ , în funcție de  $T_0$  și  $\beta$  și calculează valoarea sa numerică pentru  $\beta = 1/4$ .

### Întrebarea a 3-a

3.1 (0,5) Calculează valoarea minimă a parametrului  $\beta_{esc}$ , necesară satelitelui pentru a scăpa din atracția Pământului.

3.2 (1,0) Determină în acest caz distanța minimă  $r'_{min}$ , a satelitelui aflat pe noua sa traiectorie față de centrul Pământului, ca funcție de  $r_0$ .

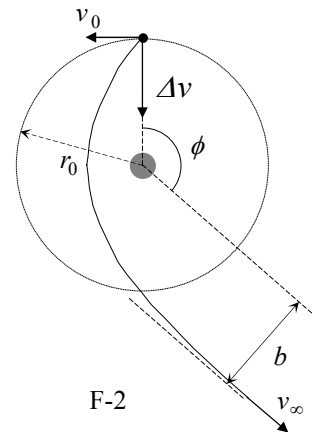
### Întrebarea a 4-a

Presupune că  $\beta > \beta_{esc}$ .

4.1 (1,0) Determină viteza satelitelui la infinit  $v_\infty$ , în funcție de  $v_0$  și  $\beta$ .

4.2 (1,0) Obține expresia pentru "parametrul de șoc"  $b$  pentru direcția de evadare asimptotică, în funcție de  $r_0$  și  $\beta$  (vezi figura F-2).

4.3 (1,0 +0,2) Determină unghiul  $\phi$  al direcției asimptotei de evadare ca funcție de  $\beta$ . Calculează valoarea sa numerică pentru  $\beta = \frac{3}{2} \beta_{esc}$ .



### SUGESTIE

Sub acțiunea forțelor centrale în concordanță cu legea inverselor pătratelor, corpurile descriu traiectorii eliptice, parabolice sau hiperbolice. În aproximația  $m \ll M$  masa gravitațională  $M$  se află în unul din focare. Plasând originea coordonatelor în acest focar, ecuația generală a acestor curbe poate fi scrisă în coordonate polare astfel (vezi figura F-3)

$$r(\theta) = \frac{l}{1 - \varepsilon \cos \theta}$$

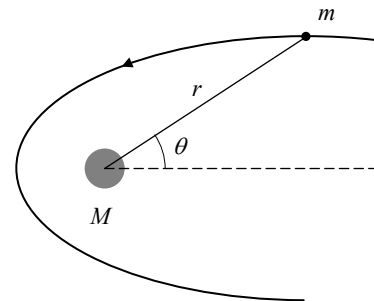
unde  $l$  este o constantă pozitivă numită *semi-latus-rectum* (parametrul orbitei) și  $\varepsilon$  *excentricitatea* curbei. În funcție de constantele mișcării:

$$l = \frac{L^2}{GMm^2} \quad \text{și} \quad \varepsilon = \left( 1 + \frac{2EL^2}{G^2M^2m^3} \right)^{1/2}$$

unde  $G$  este constanta lui Newton a atracției universale,  $L$  este valoarea absolută a momentului cinetic al corpului care se mișcă pe orbită, în raport cu originea și  $E$  este energia sa mecanică totală, cu energia potențială nulă la infinit.

Poți întâlni următoarele cazuri:

- i) Dacă  $0 \leq \varepsilon < 1$ , atunci curba este o elipsă (cerc pentru  $\varepsilon = 0$ ).
- ii) Dacă  $\varepsilon = 1$ , atunci curba este o parabolă.
- iii) Dacă  $\varepsilon > 1$ , atunci curba este o hiperbolă.



F-3

## Problema 2. MĂSURAREA ABSOLUTĂ A MĂRIMILOR ELECTRICE

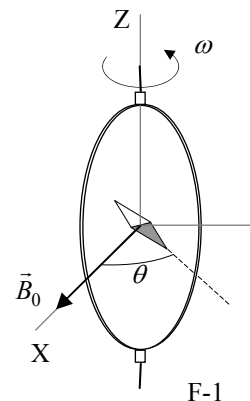
Transformările din știință și tehnologie care s-au petrecut în secolul al XIX – lea au făcut să apară necesitatea stringentă a definirii unor mărimi electrice conforme unor standarde universal acceptate. Se considera că noile mărimi absolute ar trebui să fie exprimate numai în funcție de etaloanele pentru unitățile de masă, lungime și timp așa cum acestea au fost stabilite după revoluția franceză. Între anii 1861 și 1912 s-au desfășurat lucrări experimentale intense care au stabilit valorile unităților electrice. Problema propune trei studii de caz. Punctajele sunt indicate în paranteze la începutul fiecărei întrebări.

### Determinarea valorii etalanului ohm (Kelvin)

O bobină îngustă, circulară, cu  $N$  spire, cu rază  $a$  și rezistență totală  $R$ , electric închisă, este rotită uniform cu viteza unghiulară  $\omega$  în jurul unui diametru vertical într-un câmp magnetic orizontal cu inducția  $\vec{B}_0 = B_0 \vec{i}$ .

1. (0.5+1.0) Calculează tensiunea electromotoare  $\varepsilon$  indusă în bobină și, de asemenea, puterea medie<sup>3</sup>  $\langle P \rangle$  necesară pentru menținerea spirei în mișcare. Se neglijează inductanța proprie a bobinei.

Un ac magnetic mic este plasat în centrul bobinei ca în figura F-1. Acul magnetic este liber să se rotească în plan orizontal în jurul axei Z. Mișcarea sa este însă lentă, astfel că el nu poate urmări rotația rapidă a bobinei.



2. (2,0) Atunci când regimul său staționar este stabilit, acul magnetic va fi orientat astfel încât să facă un unghi mic  $\theta$ , cu  $\vec{B}_0$ . Calculează rezistența electrică  $R$  a bobinei în funcție de acest unghi și mărimile caracteristice sistemului.

Lordul Kelvin a folosit această metodă în anul 1860 ca să stabilească etalonul pentru ohm. Pentru a evita rotirea bobinei, Lorentz a pus la punct o metodă folosită de Lordul Rayleigh și Ms. Sidgwick, pe care o vei analiza în paragraful care urmează.

### Determinarea valorii etalanului ohm (Rayleigh, Sidgwick)

Montajul experimental este acela prezentat în figura F-2. El constă în două discuri metalice identice  $D$  și  $D'$  de rază  $b$  montate pe axul conductor  $SS'$ . Un motor rotește

<sup>3</sup> Valoarea medie  $\langle X \rangle$  a cantității  $X(t)$  într-un proces periodic cu perioada  $T$  este

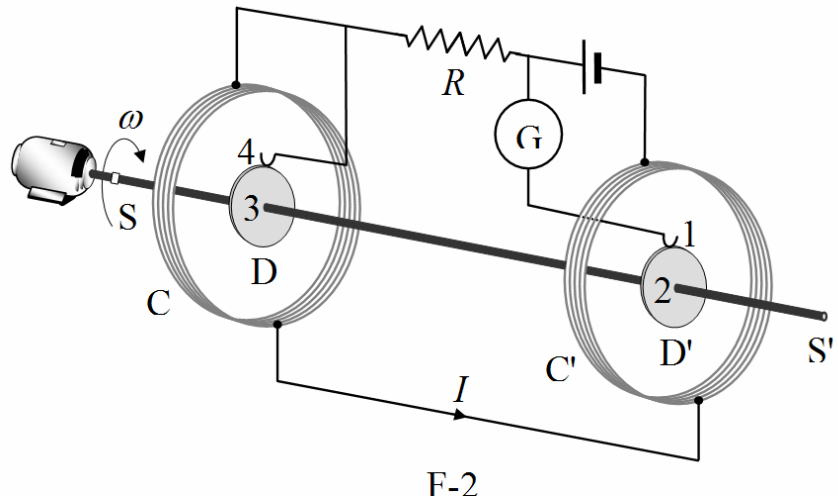
$$\langle X \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T X(t) dt$$

Ai putea avea nevoie de una sau mai multe dintre integralele :

$$\int_0^{2\pi} \sin x dx = \int_0^{2\pi} \cos x dx = \int_0^{2\pi} \sin x \cos x dx = 0, \quad \int_0^{2\pi} \sin^2 x dx = \int_0^{2\pi} \cos^2 x dx = \pi, \quad \text{and later}$$

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1}$$

ansamblul cu viteza unghiulară  $\omega$  (nenulă) care poate fi modificată pentru determinarea valorii rezistenței electrice  $R$ . Două bobine identice  $C$  și  $C'$  (având fiecare raza  $a$  și numărul de spire  $N$ ) înconjoară discurile. Ele sunt conectate astfel încât curentul electric circule prin ele în sensuri opuse. Întregul aparat este folosit pentru determinarea rezistenței electrice  $R$ .



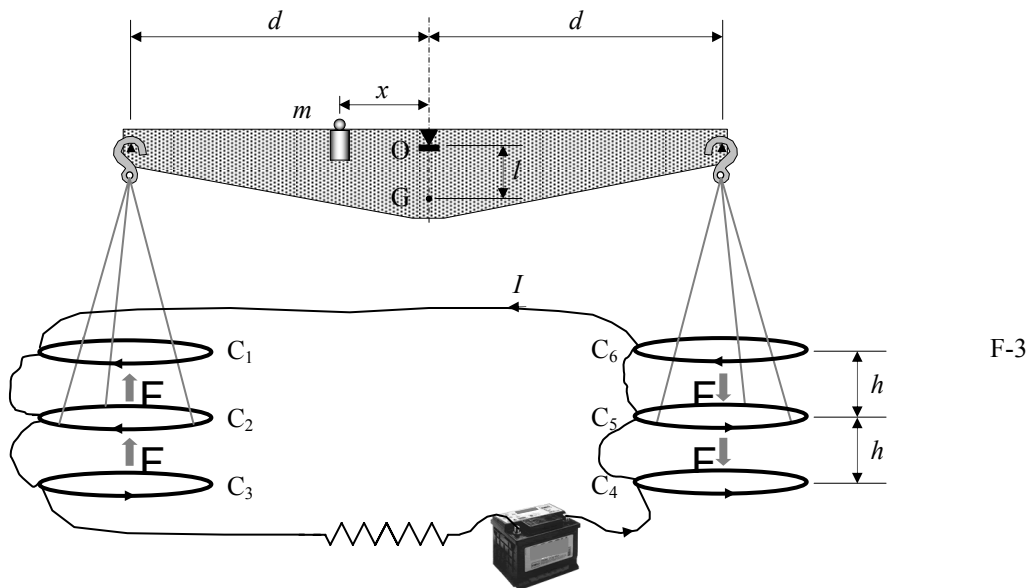
3. (2.0) Presupunem că intensitatea  $I$  a curentului electric care circule prin bobinele  $C$  și  $C'$  creează în zona discurilor  $D$  și  $D'$  un câmp magnetic uniform cu inducția  $B$ , având valoarea egală cu aceea din centrul bobinei. Fiecare disc este conectat în circuit prin ax și prin contactele perie 1 sau 4 care alunecă pe circumferința sa.

Determină<sup>1</sup> tensiunea electromotoare indusă  $\varepsilon$  culesă între periile 1 și 4, presupunând că distanța dintre bobine este mult mai mare decât raza acestora și că  $a \gg b$ . Galvanometrul  $G$  măsoară intensitatea curentului care circule prin circuitul 1-2-3-4.

4. (0.5) Rezistența  $R$  este măsurată atunci când galvanometrul  $G$  indică zero. Determină rezistența electrică  $R$  în funcție de mărimile caracteristice ale sistemului.

### Determinarea valorii etalon a amperului

Trecerea curentului electric prin doi conductori și măsurarea forței de interacțiune dintre aceștia permite determinarea absolută a intensității curentului. “Balanța de cureni” proiectată de Lord Kelvin în 1882 folosește această metodă. Aparatul constă din 6 bobine identice,



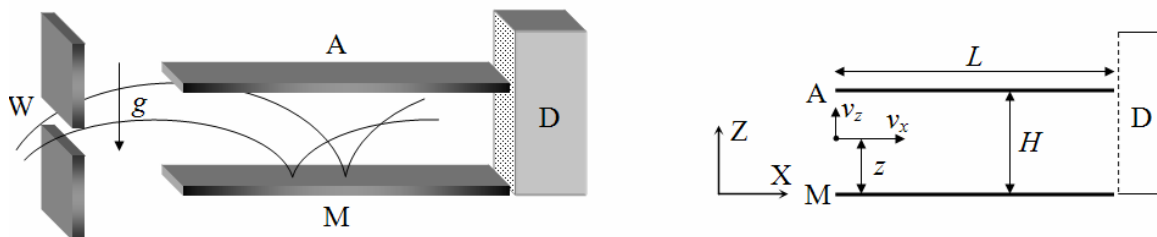
fiecare cu o singură spirală,  $C_1 \dots C_6$  de rază  $a$  conectate în serie. Așa cum se poate observa în figura F-3 bobinele fixe  $C_1$ ,  $C_3$ ,  $C_4$ , și  $C_6$  sunt plasate în două plane orizontale situate la distanța foarte mică,  $2h$ . Bobinele  $C_2$  și  $C_5$  sunt suspendate de brațele cu lungimea  $d$  ale unei balanțe în echilibru, la distanțe egale de planele orizontale ale bobinelor fixe.

Curentul  $I$  trece prin bobine în așa fel încât forța magnetică ce acționează asupra bobinei  $C_2$  este orientată în sus, în timp ce forța care acționează asupra bobinei  $C_5$  este orientată în jos. Este necesară plasarea la distanța  $x$  de punctul de sprijin  $O$  al balanței a unei mase  $m$  pentru a restabili echilibrul balanței la trecerea curentului prin circuit.

5. (1.0) Determină forța  $F$  care acționează asupra bobinei  $C_2$  datorită interacțiunii magnetice cu bobina  $C_1$ . Pentru simplitate consideră că forța pe unitatea de lungime are aceeași expresie cu forța de interacțiune dintre două conductoare lineare paralele foarte lungi prin care trec curenți.
  6. (1.0) Intensitatea  $I$  a curentului este măsurată atunci când balanța este în echilibru. Determină expresia analitică pentru intensitatea  $I$  a curentului în funcție de caracteristicile fizice ale sistemului. Dimensiunile aparatului sunt astfel încât poți neglija respectiv interacțiunile magnetice reciproce dintre bobinele din brațul stâng și drept.
- Fie  $M$  masa părții mobile a balanței (fără  $m$ ).  $G$  este centrul de masă al părții mobile a balanței și  $l$  lungimea segmentului  $\overline{OG}$ .
7. (2.0) Echilibrul balanței este stabil la deviații care produc o mică deplasare  $\delta z$  pe verticală a bobinei  $C_2$  și respectiv o mică deplasare pe verticală  $-\delta z$  a bobinei  $C_5$ . Determină<sup>4</sup> valoarea maximă a deplasării  $\delta z_{\max}$  pentru care balanța mai revine în poziția de echilibru dacă este lăsată liberă.

### Problema 3. NEUTRONI ÎN CÂMP GRAVITAȚIONAL

În lumea familiară a fizicii clasice, ciocnirea cu suprafața orizontală a Pământului a unei bile elastice care sare, este un exemplu ideal de mișcare perpetuă. Bila se află într-o capcană; ea nu poate coborî sub suprafața orizontală a solului și nici nu poate urca deasupra punctului superior de întoarcere. Bila rămâne legată în această stare pentru totdeauna, căzând și sărind din nou, fără încetare. Numai rezistența aerului sau ciocnirile inelastice pot stopa procesul; în cele ce urmează, aceste fenomene vor fi neglijate.



F-1

U

Un grup de fizicieni de la institutul Laue-Langevin din Grenoble au raportat în 2002 dovezi experimentale referitoare la comportamentul neutronilor în câmpul gravitațional al Pământului. În experimentul lor, neutronii dintr-un fascicul se mișcă spre dreapta și cad pe suprafața orizontală a unui cristal, care acționează ca o oglindă pentru neutroni, pe care îi „aruncă” elastic înapoi, iar și iar, până la înălțimea inițială.

<sup>4</sup> Consideră că centrele bobinelor rămân aproximativ pe aceeași aliniată.

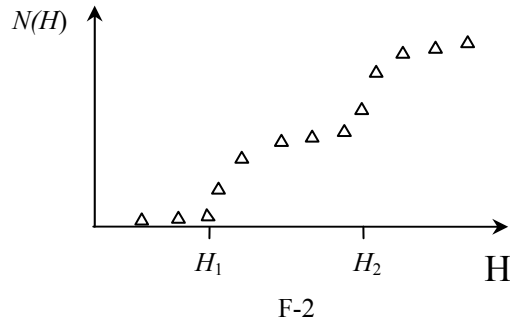
Folosește aproximarea  $\frac{1}{1 \pm \beta} \approx 1 \mp \beta + \beta^2$  sau  $\frac{1}{1 \pm \beta^2} \approx 1 \mp \beta^2$  pentru  $\beta \ll 1$ , și  $\sin \theta \approx \text{tg} \theta$  pentru

valori mici ale lui  $\theta$ .

Schița montajului experimental al experienței este prezentată în figura F-1. Montajul conține o deschidere  $W$ , oglinda pentru neutroni  $M$  (plasată la înălțimea  $z = 0$ ), suprafața absorbantă de neutroni  $A$  (aflată la înălțimea  $z = H$ , având lungimea  $L$ ) și detectorul de neutroni  $D$ . Fasciculul de neutroni „zboară” cu o viteză, a cărei componentă orizontală  $v_x$  este constantă, plecând de la deschiderea  $W$  spre detectorul  $D$ , prin cavitatea delimitată de suprafețele marcate cu  $A$  și  $M$ . Toți neutronii care ating suprafața  $A$  sunt absorbiți și dispar din punctul de vedere al experimentului descris. Aceia dintre neutronii care ating suprafața  $M$  sunt reflectați elastic. Detectorul  $D$  măsoară rata de transmisie  $N(H)$ , ce reprezintă numărul neutronilor care ating detectorul  $D$  în unitatea de timp.

Punctajele sunt indicate în paranteză la începutul fiecărei întrebări.

Neutronii care pătrund în cavitate au componenta verticală a vitezei  $v_z$ , distribuită într-un domeniu larg de valori pozitive sau negative. O dată pătrunși în cavitate, neutronii se mișcă între oglinda de dedesubt și suprafața absorbantă de deasupra.



**1. (1,5)** Calculează, în limitele mecanicii clasice, domeniul valorilor componenteii verticale a vitezelor  $v_z(z)$  ale neutronilor care, intrând la înălțimea  $z$  pot ajunge la detectorul  $D$ . Presupune că  $L$  este mult mai mare decât oricare altă lungime din problemă.

**2. (1,5)** Calculează clasic lungimea minimă  $L_c$  a cavității pentru care toți neutronii din afara domeniului precedent de viteze, indiferent de  $z$  sunt absorbiți de suprafața absorbantă  $A$ . Folosește  $v_x = 10 \text{ m s}^{-1}$  și  $H = 50 \text{ }\mu\text{m}$ .

Rata de transmisie a neutronilor  $N(H)$  este măsurată de detectorul  $D$ . Ne așteptăm ca această rată să crească monoton cu  $H$ .

**3. (2,5)** Calculează rata clasică  $N_c(H)$  presupunând că neutronii ajung în cavitate la înălțimea  $z$  având componenta verticală a vitezei  $v_z$ . Presupune că toate valorile componenteii verticale a vitezei  $v_z$  și  $z$  sunt egal probabile. Dă răspunsul în funcție de  $\rho$ , numărul constant de neutroni pe unitatea de timp, pe unitatea de componentă verticală a vitezei, pe unitatea de înălțime care intră în cavitate cu componenta verticală a vitezei  $v_z$  și la înălțimea  $z$ .

Rezultatele experimentale obținute de grupul de la Grenoble nu sunt conforme cu predicțiile clasice prezentate mai sus, arătând în schimb că valoarea ratei  $N(H)$  manifestă creșteri clare când  $H$  ia câteva valori critice,  $H_1, H_2, \dots$  (În figura F-2 este prezentată o schiță a rezultatelor). Cu alte cuvinte experimentul evidențiază că mișcarea pe verticală a neutronilor care „sar” pe oglindă este cuantificată. Acceptând limbajul Bohr-Sommerfeld, folosit pentru obținerea nivelelor de energie ale atomului de hidrogen, cuantificarea de mai sus poate fi exprimată sub forma „Acțiunea  $S$  a neutronilor de-a lungul direcției verticale este un multiplu întreg al constantei  $h$  a lui Planck”. Aici  $S$  are expresia.

$$S = \int p_z(z) dz = nh, \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (\text{Regula de cuantificare Bohr-Sommerfeld})$$

unde  $p_z$  este componenta verticală a impulsului clasic, iar integrala se referă la ciclul corespunzător unui salt. Numai neutronii care au astfel de valori pentru  $S$  sunt permisi în cavitate.

4. (2,5) Determină înălțimile de întoarcere  $H_n$  și nivelele energetice  $E_n$  ( asociate mișcării verticale) utilizând condiția de cuantificare Bohr-Sommerfeld. Calculează valoarea numerică pentru  $H_1$  în  $\mu\text{m}$  și valoarea numerică pentru  $E_1$  în  $eV$ .

Distribuția inițial uniformă  $\rho$  a neutronilor la intrare se schimbă, în timpul zborului lor printr-o cavitate lungă, în distribuția „ în trepte” detectată de detectorul D (vezi figura F-2). De aici înainte vei considera pentru simplitate cazul cavității foarte lungi cu  $H < H_2$ . Clasic, toți neutronii cu energii în domeniul considerat la punctul 1 puteau evolua în cavitate, în timp ce în modelul cuantic doar neutronii cu energia  $E_1$  sunt admiși. În conformitate cu relația de incertitudine timp - energie a lui Heisenberg această redistribuire necesită un timp de zbor minim. Incertitudinea energiei mișcării verticale va fi semnificativă dacă lungimea cavității este mică. Acest fenomen va determina creșterea lărgimii nivelelor energetice.

5. (2,0) Estimează timpul minim de zbor  $t_q$  și lungimea minimă a cavității  $L_q$  necesare pentru a observa prima creștere bruscă a numărului de neutroni înregistrați de detectorul D. Folosește  $v_x = 10 \text{ m s}^{-1}$ .

Se cunosc:

Constanta lui Planck	$h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
Viteza luminii în vid	$c = 3.00 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Sarcina elementară	$e = 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Masa neutronului	$M = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Acelerația gravitațională pe Pământ	$g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$
Daca este necesar , folosiți expresia: $\int (1-x)^{1/2} dx = -\frac{2(1-x)^{3/2}}{3}$	

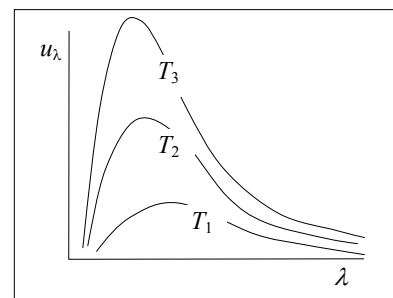
## PROBA EXPERIMENTALĂ

Joi, 7 Iulie 2005

### CONSTANTA LUI PLANCK ÎN LUMINA UNUI BEC CU INCANDESCENȚĂ

În 1900 Planck a introdus ipoteza că lumina este emisă de materie sub forma cuantelor de energie  $h\nu$ . În 1905 Einstein a extins această idee propunând că, odată emisă, cuanta de energie rămâne intactă ca o cuantă de lumină (care ulterior a primit numele de foton). Lumina obișnuită este alcătuită dintr-un număr enorm de fotoni pentru fiecare front de undă. Acești fotoni rămân ascunși în undă, așa cum un atom individual este ascuns în materia solidă, dar  $h$  - constanta lui Planck – le pune în evidență prezența.

Un corp nu numai că poate emite lumina; el poate de asemenea să absoarbă energia care vine din afară. Corp negru este numele dat unui corp care absoarbe orice radiație care cade asupra sa, indiferent de lungimea de



F-1

## 50 Probleme, concursuri, olimpiade

undă a acesteia. Corpul negru este totodată și un radiator complet. Referindu-ne la radiația electromagnetică, corpul negru absoarbe orice radiație, emite orice radiație și nu reflectă nimic. Corpurile reale nu sunt complet negre; raportul dintre densitatea energiei emise de un corp real și densitatea energiei emisă de un corp negru aflat la aceeași temperatură este numită emisivitate  $\varepsilon$  care depinde de regulă de lungimea de undă.

Planck a găsit că densitatea de putere radiată de un corp aflat la temperatura  $T$  sub formă de radiație electromagnetică având lungimea de undă  $\lambda$  poate fi scrisă sub forma

$$u_\lambda = \varepsilon \frac{c_1}{\lambda^5 (e^{c_2/\lambda T} - 1)} \quad (1)$$

unde  $c_1$  și  $c_2$  sunt constante. În problema experimentală ți se cere să determini experimental valoarea constantei  $c_2$ .

Pentru emisia luminii cu lungimi de undă  $\lambda$  mici, poziționate în spectrul emisiei reprezentat în figura F-1 departe în stânga maximului emisiei, este posibilă neglijaarea lui  $(-1)$  din numitorul expresiei relației (1). Corespunzător, relația se poate scrie sub forma

$$u_\lambda = \varepsilon \frac{c_1}{\lambda^5 e^{c_2/\lambda T}} \quad (2)$$

Elementele de bază ale problemei experimentale sunt prezentate în figura F-2.

- Emițătorul de lumină care este filamentul de wolfram (tungsten) al unui bec cu incandescență A care emite într-un spectru larg de lungimi de undă  $\lambda$ , a cărei luminozitate poate fi variată.
- Eprubeta B care conține un lichid filtrant care transmite numai o bandă îngustă din spectrul vizibil în jurul valorii  $\lambda_0$  (vezi figura F-3). Mai multe informații asupra proprietăților filtrului vei găsi la pagina 5.
- În sfârșit, radiația transmisă cade pe un fotorezistor C (cunoscut de asemenea sub numele LDR, acronimul de la Light Dependent Resistor). Unele dintre proprietățile fotorezistorului vor fi descrise în pagina 6.

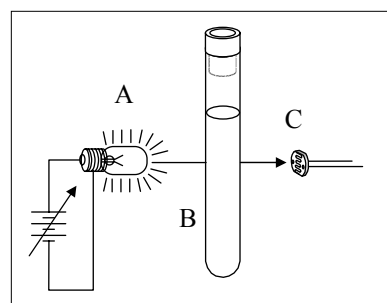
Rezistența electrică a fotorezistorului  $R$  depinde de iluminarea sa,  $E$ , care este proporțională cu densitatea de energie a emisiei filamentului adică

$$\left. \begin{array}{l} E \propto u_{\lambda_0} \\ R \propto E^{-\gamma} \end{array} \right\} \Rightarrow R \propto u_{\lambda_0}^{-\gamma}$$

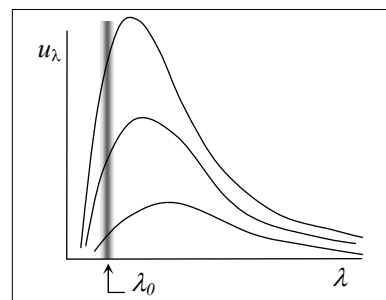
unde parametrul adimensional  $\gamma$  este o caracteristică a fotorezistorului pe care o vei determina experimental. Pentru montajul experimental prezentat poți obține o legătură între rezistența electrică a fotorezistorului  $R$  și temperatura filamentului  $T$  sub forma

$$R = c_3 e^{c_2\gamma/\lambda_0 T} \quad (3)$$

pe care o vei folosi în pagina 6. În această relație  $c_3$  este o constantă de proporționalitate necunoscută. Măsurând valorile rezistenței  $R$  ca funcție de temperatura filamentului  $T$  se poate obține valoarea constantei  $c_2$ . Determinarea valorii acestei constante este obiectivul problemei experimentale.



F-2

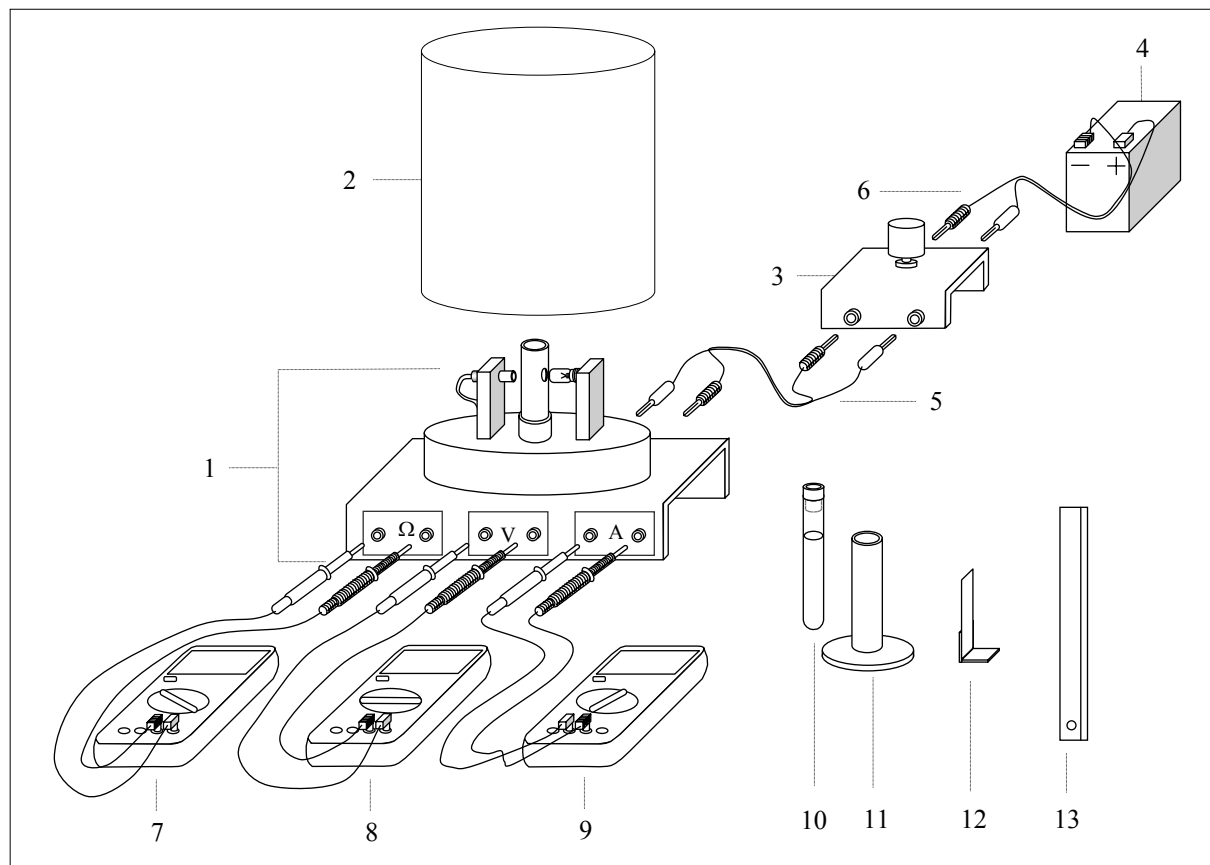


F-3



## DESCRIEREA APARATULUI

Părțile componente ale aparatului sunt prezentate în figura F-4; figura include de asemenea câteva indicații referitoare la asamblarea acestor părți. Verifică **acum** că ai toate componentele dar abține-te să faci vreo manevră cu ele înainte de a citi în întregime instrucțiunile de manevrare din pagina care urmează.



F-4

### ECHIPAMENT:

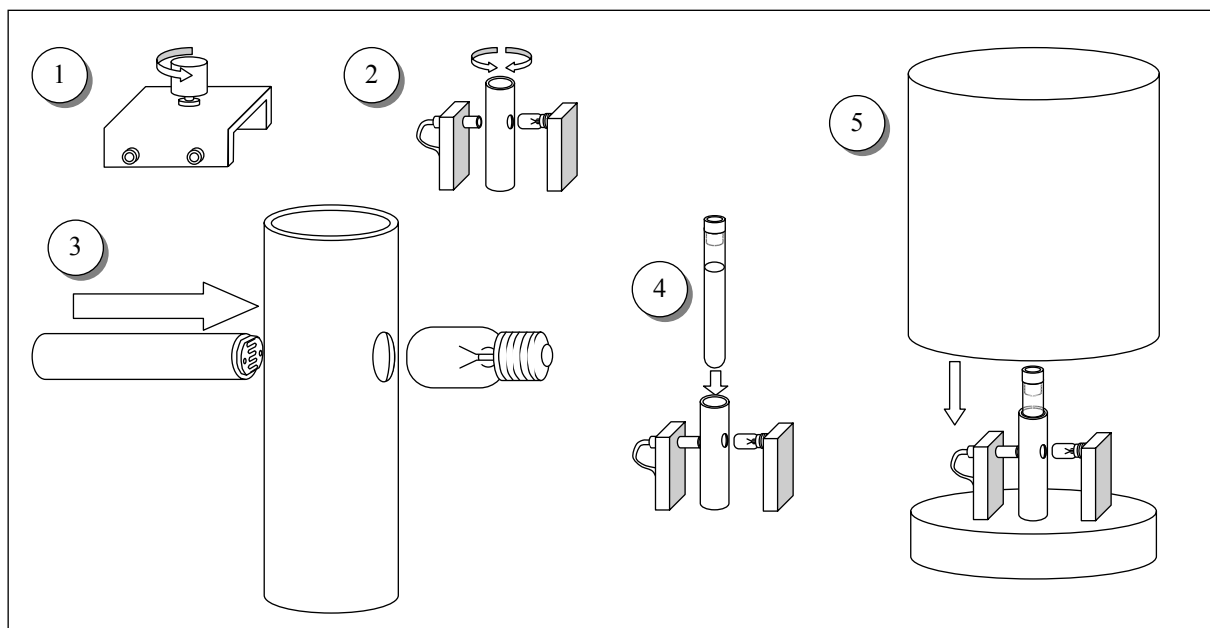
1. Suport. Pe fața sa superioară se află un disc care susține un suport pentru LDR, un suport pentru eprubetă și un suport pentru becul electric de 12V și 0,1A.
2. Capac de protecție
3. Potențiomtru de 1 k $\Omega$ . Pentru a trece de la valoarea minimă la valoarea maximă a tensiunii furnizate, sunt necesare 10 rotiri complete ale butonului său.
4. Baterie de 12V.
5. Fire roșii și negre cu banane la ambele capete pe care le vei folosi pentru a face conexiunile electrice între jacurile (bornele-mamă) ale suportului și potențiomtru.
6. Fire roșii și negre cu banană la un capăt și papuc la celălalt capăt pentru legarea bateriei.
7. Multimtru folosit ca ohmmtru.
8. Multimtru folosit ca voltmetru.
9. Multimtru folosit ca ampermetru.
10. Eprubetă cu lichidul de filtrare a luminii.
11. Suport pentru eprubetă.
12. Filtru de lumină gri.
13. Riglă.

Vei găsi un scurt ghid de utilizare a multimetrului, împreună cu informații referitoare la metoda celor mai mici pătrate pe o pagină separată.

### ASAMBLAREA DISPOZITIVULUI EXPERIMENTAL

Urmează instrucțiunile de mai jos:

- Realizează cu atenție așa cum sunt indicate în figura F-4, dar nu conecta firele notate cu 6 la potențiometrul.
- Privește cu atenție figura F-5 și execută succesiv pașii indicați mai jos:



F-5

1. Răsuște butonul potențiometrului în sens antiorar până la capătul cursei.
2. Rotește ușor suportul eprubetei până când una din găurile sale laterale se va afla în fața becului și cealaltă în fața suportului cilindric al LDR.
3. Deplasează cu grijă suportul cilindric al LDR așa cum îți indică săgeata din figura F-5, apropiind LDR de gaura laterală a suportului eprubetei până când suportul LDR atinge ușor gaura din peretele suportului eprubetei.
4. Introdu eprubeta în suportul său.
5. Pune capacul peste platformă pentru a proteja sistemul optic de lumina exterioară. Înainte de a începe măsurările pentru rezistența electrică a fotorezistorului LDR asigură-te că l-ai ținut cel puțin 10 minute în întuneric complet. Această precauție experimentală este necesară deoarece valoarea de întuneric a rezistenței electrice a LDR nu se atinge instantaneu.

### SARCINA 1

Desenează pe Foaia de Răspunsuri 1 circuitul electric complet – în interiorul dreptunghiurilor și între acestea – pentru circuitul în stare de funcționare, complet conectat. Când desenezi, ia în considerare indicațiile din figura F-4 referitoare la conectare.

### Măsurarea temperaturii filamentului

Rezistența electrică  $R_B$  a unui filament conductor poate fi scrisă

$$R_B = \rho \frac{l}{S} \quad (4)$$

unde  $\rho$  este rezistivitatea electrică a conductorului,  $l$  este lungimea sa iar  $S$  este aria secțiunii sale transversale.

Rezistența electrică depinde de temperatură din diferite motive dintre care:

- Rezistivitatea electrică a metalului crește cu temperatura. Pentru tungsten, pentru temperaturi din domeniul 300 K la 3655 K poate fi dată legătura empirică dintre rezistivitate și temperatura absolută măsurate în S.I. sub forma:

$$T = 3.05 \cdot 10^8 \rho^{0.83} \quad (5)$$

- Dilatarea termică responsabilă de modificarea lungimii și secțiunii filamentului. În acest experiment, totuși, efectul dilatării asupra rezistenței electrice a filamentului va fi neglijabil de mic.

Neglijând dilatările, din relațiile (4) și (5) vei obține

$$T = a R_B^{0.83} \quad (6)$$

- Prin urmare ca să obții  $T$  este necesar să determini valoarea lui  $a$ . Această cerință se poate realiza prin măsurarea rezistenței electrice a filamentului  $R_{B,0}$ , la temperatura mediului ambiant  $T_0$ .

### SARCINA A 2-A

- Măsoară cu ajutorul multimetrului temperatura mediului ambiant  $T_0$ .
- Nu este o idee bună să folosești ohmmetrul pentru măsurarea rezistenței filamentului  $R_{B,0}$  la temperatura mediului ambiant  $T_0$  deoarece ohmmetrul introduce un mic curent electric necunoscut ceea ce produce creșterea temperaturii filamentului. Metoda recomandată pentru determinarea rezistenței filamentului  $R_{B,0}$  la temperatura mediului ambiant  $T_0$  este de a conecta bateria la potențiomtru și de a efectua un număr suficient de mare de citiri ale intensității curentului electric, pentru tensiuni cuprinse între valoarea minimă realizabilă până la 1V. (Se va dovedi util să faci cel puțin 15 măsurări pentru valori ale tensiunii de alimentare a filamentului sub 100 mV). În final, adu butonul potențiometrului în poziția inițială, pentru care tensiunea la bornele sale este nulă și deconectează-l de la baterie.

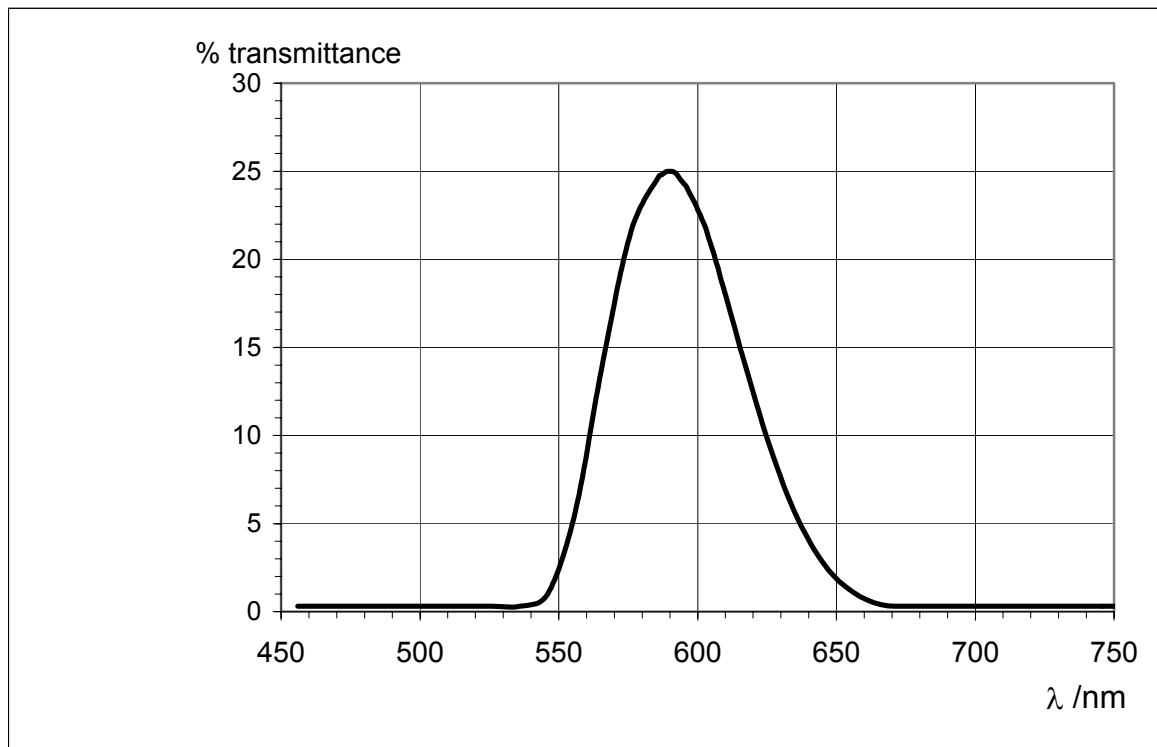
Determină  $R_B$  din fiecare pereche de valori ale tensiunii  $V$  și intensității curentului  $I$  și scrie aceste valori în tabelul corespunzător cerinței 2.b) din foaia de răspunsuri. Indică acolo care este valoarea minimă a tensiunii pe care ai putut să o obții experimental. Trasează graficul dependenței rezistenței  $R_B$  ca funcție de intensitatea curentului electric  $I$ . Plasează valorile rezistenței  $R_B$  pe axa verticală a graficului.

- După ce analizezi graficul obținut la punctul b) selectează un domeniu potrivit al valorilor pentru care o dreaptă de fit sa-ți permită extrapolarea dependenței către axa verticală. Ordonata la origine a acestei dependențe extrapolate, îți dă valoarea rezistenței electrice  $R_{B,0}$  a becului la temperatura mediului ambiant,  $T_0$ . Scrie valorile selectate în tabelul corespunzător sarcinii 2.c) din foaia de răspunsuri. În final, determină valoarea  $R_{B,0}$  și  $\Delta R_{B,0}$ .
- Folosind relația (6) calculează,  $a$  și  $\Delta a$  în  $\Omega$  și  $T_0$  în K.

## PROPRIETĂȚILE OPTICE ALE FILTRULUI

Lichidul din eprubetă care filtrează lumina, este o soluție apoasă de sulfat de cupru (II) și colorant portocaliu de anilină (II). Scopul sării din soluție este de a absorbi radiația infraroșie emisă de filament.

Transmitanța filtrului (intensitatea transmisă/intensitatea incidentă) ca funcție de lungimea de undă este evidențiată în figura F-6.



F-6

### SARCINA A 3-A

Din figura F-6 se determină lungimea de undă  $\lambda_0$  și  $\Delta\lambda$ .

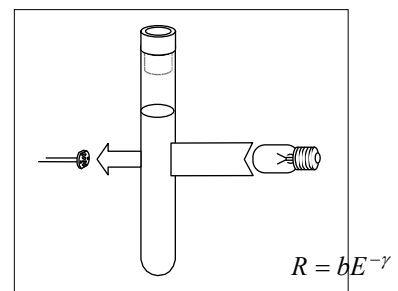
Notă:  $2 \Delta\lambda$  reprezintă lărgimea curbei la jumătatea înălțimii corespunzătoare maximului curbei, iar  $\lambda_0$  este lungimea de undă corespunzătoare acestui maxim.

## PROPRIETĂȚILE FOTOREZISTORULUI LDR

La întuneric, materialul din care este confecționat fotorezistorul nu este conductor. Iluminând fotorezistorul, în materialul din care este construit sunt activați purtători de sarcină și prin urmare prin fotorezistor poate trece un curent electric. Pentru rezistența electrică a LDR se poate scrie o relație de forma:

$$R = bE^{-\gamma} \quad ; \quad (7)$$

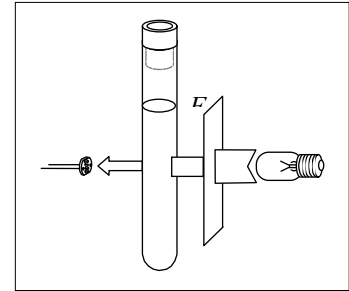
unde  $b$  este o constantă care depinde de compoziția și geometria LDR iar  $\gamma$  este un parametru adimensional care



F-7

determină variația rezistenței în funcție de iluminarea  $E$  produsă de radiația incidentă. Teoretic, o fotorezistență ideală ar trebui să aibă  $\gamma = 1$ , dar, deoarece există mulți factori care intervin, pentru cazul real al experimentului propus,  $\gamma < 1$ .

Este necesară determinarea parametrului  $\gamma$ . Această cerință se împlinește prin măsurarea unei perechi de date  $R$  și  $E$  (figura F-7) urmată de introducerea între lampă și eprubetă a unui filtru gri F (figura F-8) a cărui transmitanță este cunoscută a fi 51,2%. Valoarea acestei mărimi este considerată a fi absolut corectă, fără eroare. Introducerea filtrului produce o nouă iluminare,  $E' = 0.512 E$ . După măsurarea rezistenței  $R'$  corespunzătoare iluminării noi, prin filtru, vei avea:



F-8

$$R = bE^{-\gamma} \quad ; \quad R' = b(0.512 E)^{-\gamma}$$

Din care rezultă

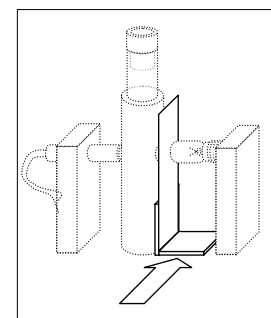
$$\ln \frac{R}{R'} = \gamma \ln 0.512 \quad (8)$$

Nu efectua procedura descrisă până în momentul în care nu ajungi la partea b) a sarcinii 4, enunțată mai jos.

#### SARCINA A 4-A

a) Înainte de a începe măsurările corespunzătoare acestui punct, asigură-te că fotorezistorul se află de cel puțin 10 minute în întuneric complet. Conectează bateria la potențiomtru și rotind lent butonul potențiometrului crește tensiunea pe bec. Citește perechi de valori de tensiune  $V$  și curent  $I$  pentru  $V$  cuprins în intervalul dintre 9,50V și 11,50V, și calculează valorile corespunzătoare ale rezistenței  $R$  a fotorezistorului LDR. (Este recomandat să faci cel puțin 12 determinări). Trece toate valorile măsurate și calculate în tabelul din foaia de răspunsuri. Pentru a opera rezonabil cu întârzierea în stabilirea regimului staționar de lucru al LDR, îți recomandăm următoarea procedură: atunci când ajungi la o valoare a tensiunii de alimentare a becului  $V > 9.5$  V, așteaptă aproximativ 10 minute după care fă prima măsurare. Apoi, după schimbarea tensiunii, așteaptă 5 minute pentru a face următoarea măsurare și așa mai departe. Înainte de a face alte calcule, treci la pasul următor.

b) După ce ai obținut cea mai mică valoare a rezistenței electrice  $R$ , deschide capacul de protecție, introdu filtrul gri așa cum se indică în figura F-9, acoperă sistemul din nou – cât mai repede cu putință și determină noua valoare  $R'$  a rezistenței fotorezistorului LDR după procedura descrisă mai sus. Folosind aceste date și relația (8), calculează  $\gamma$  și  $\Delta\gamma$ .



F-9

c) Rescrie ecuația (3) ținând seama de (6) pentru a găsi o dependență liniară între  $\ln R$  și  $R_b^{-0.83}$ . Scrie relația găsită pe foaia de răspunsuri 4 și notează-o cu (9).

d) Folosind acum datele de la punctul a) alcătuieste un tabel care îți va servi la trasarea unui grafic pentru ecuația (9).

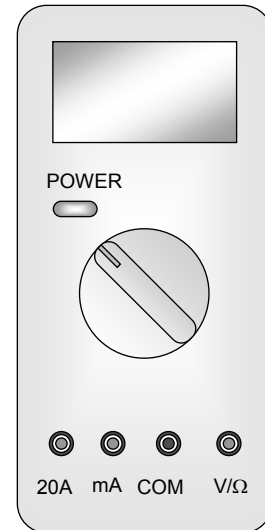
## 56 Probleme, concursuri, olimpiade

e) Construiește graficul și știind că  $c_2 = hc/k$ , calculează  $h$  și  $\Delta h$  prin orice metodă (ți se permite să folosești funcțiile statistice ale calculatorului pus la dispoziție de către organizatori).

(Viteza luminii  $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ ; Constanta lui Boltzmann,  $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ )

### **SCURT GHID DE UTILIZARE A MULTIMETRULUI DIGITAL** **MĂSURAREA TENSIUNILOR CONTINUE (DC)**

Conectează conductorul negru(-) la borna de intrare **COM** a multimetrului iar conductorul roșu(+) la borna **V/Ω** a multimetrului. Poziționează selectorul **FUNCTION** pe zona marcată cu **V**, pentru tensiuni continue. Pentru măsurare vei conecta instrumentul de măsurare la punctele între care urmează să se măsoare diferența de potențial.



### **MĂSURAREA INTENSITĂȚII CURENTULUI CONTINUU (DC)**

Conectează conductorii la bornele **mA** (firul roșu) și respectiv **COM** (firul negru). Poziționează selectorul **FUNCTION** pe zona marcată cu **A**, pentru curenți continui și leagă firele **ÎN SERIE** cu rezistorul prin care trece curentul care urmează să fie măsurat. Pentru curenți mai mari de **200 mA** conectează firele de legătură la bornele **20A** (firul roșu) și respectiv **COM** (firul negru). În continuare procedează ca mai sus.

### **MĂSURAREA REZISTENȚEI**

Conectează firul negru la borna de intrare **COM** și conductorul roșu la borna **V/Ω** a multimetrului. Selectează domeniul potrivit din zona **Ω**.

### **MĂSURAREA TEMPERATURII**

Poziționează selectorul **FUNCTION** pe **K TEMP °C**. În experimentul tău cuplarea senzorului exterior (termocuplu) nu este necesară.

### **REZOLUȚIA MULTIMETRULUI**

Consideră că rezoluția instrumentului este dată valoarea celui mai mic digit măsurat de instrument în domeniul considerat

### **EROAREA PENTRU MĂSURĂRI INDIRECTE**

Notează cu  $x$  și  $y$  valorile variabilelor independente măsurate cu erorile  $\Delta x$  și  $\Delta y$ . Consideră o constantă arbitrară  $a$  și fie  $z$  variabila dependentă a cărei valoare urmează să fie determinată. Eroarea  $\Delta z$ , a valorii lui  $z$  poate fi obținută folosind metode statistice dintre care unele sunt prezentate mai jos

DEPENDENȚA	EROAREA	DEPENDENȚA	EROAREA
$z = xy$	$\Delta z = z \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2}$	$z = xy^a$	$\Delta z = z \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(a \frac{\Delta y}{y}\right)^2}$
și	sau		o
$z = \frac{x}{y}$	$\Delta z = z \left( \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y} \right)$		$\Delta z = z \left( \frac{\Delta x}{x} + a \frac{\Delta y}{y} \right)$

$z = x^a$	$\Delta z = za \frac{\Delta x}{x}$	$z = \ln x$	$\Delta z = \frac{\Delta x}{x}$
-----------	------------------------------------	-------------	---------------------------------

**TRASAREA LINIEI DE FIT LINIAR CU METODA CELOR MAI MICI PĂTRATE**

Fie  $y = mx + b$  legea de regresie lineară care asigură fitul prin metoda celor mai mici pătrate. Atunci:

$m = \frac{\sum x \sum y - n \sum xy}{(\sum x)^2 - n \sum x^2}$	$b = \frac{\sum x \sum xy - \sum y \sum x^2}{(\sum x)^2 - n \sum x^2}$
$\Delta m = \sqrt{\frac{n\sigma^2}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}}$	$\Delta b = \sqrt{\frac{\sigma^2 \sum x^2}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}}$

$\sigma$  poate fi dat ca  $\sigma = \sqrt{\sigma_y^2 + m^2 \sigma_x^2}$ , cu  $\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum \Delta x^2}{n}}$  și  $\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum \Delta y^2}{n}}$  unde  $\Delta x$  și  $\Delta y$  sunt erorile individuale pentru cele  $n$  măsurări independente.