Capítulo 1
Matriz Admitancia de Barra

Prof. Francisco M. González-Longatt
fglongatt@ieee.org
http://www.giaelec.org/fglongatt/SP2.htm

1. Introducción

- La *inyección de potencia a una barra es análogo a la inyección de corriente*.
- Se conoce de circuito que esto puede ser simulado por *fuentes de corrientes en un nodo*.
- La *inyección de corrientes ya sea positiva* (a la barra) o *negativa* (fuera de la barra).

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

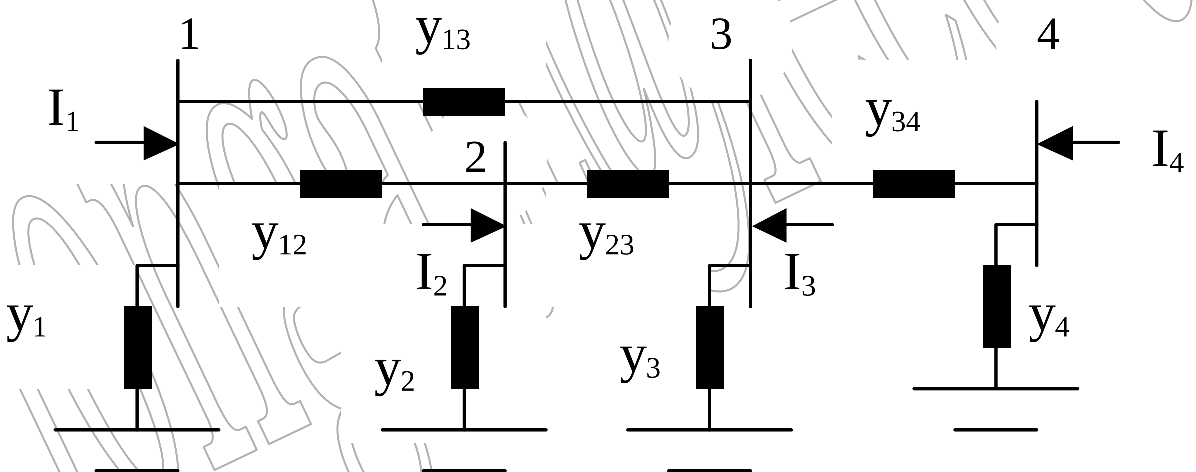
1. Introducción

- Salvo la corriente que circula por una rama (y entonces esta es una *cantidad de rama*), una inyección de corriente es una *cantidad nodal*.
- La *matriz admitancia*, es una herramienta de análisis de redes que ha sido muy usado, relaciona las inyecciones de corrientes a una barra a los voltajes de barra.
- La *matriz admitancia de barra relaciona las cantidades nodales*.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Introducción

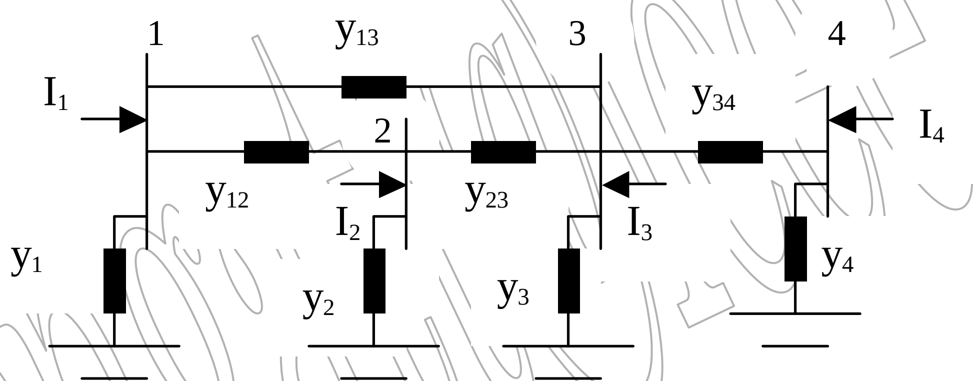
- La Figura muestra una red representada por una fusion hibrida de representación de diagrama unifilar de los nodos (barras 1-4) y la representación circuital de las ramas que conecta a los nodos y a las ramas a tierra.



- Las ramas que conectan los nodos se representan como líneas.

1. Introducción

- Las ramas a tierra representan cualquier elemento shunt en las barras, incluyendo capacitancias de carga en ambos extremos de la línea.



- Todas las ramas son denotadas ya sea por valores de admitancia y_{ij} por una rama que la conecta i y j, y y_i para los elementos shunt de la barra i.
- La inyección de corriente de cada barra i es denotada por I_i.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Introducción

- La *ley de corrientes de Kirchoff* (KCL) requiere que cada una de las inyecciones de corriente sea igual a la suma de las corrientes que fluyen fuera de la barra y a traves de las lineas que la conectan a otras barras, o a tierra.
- De tal modo, modificando la Ley de Ohm:

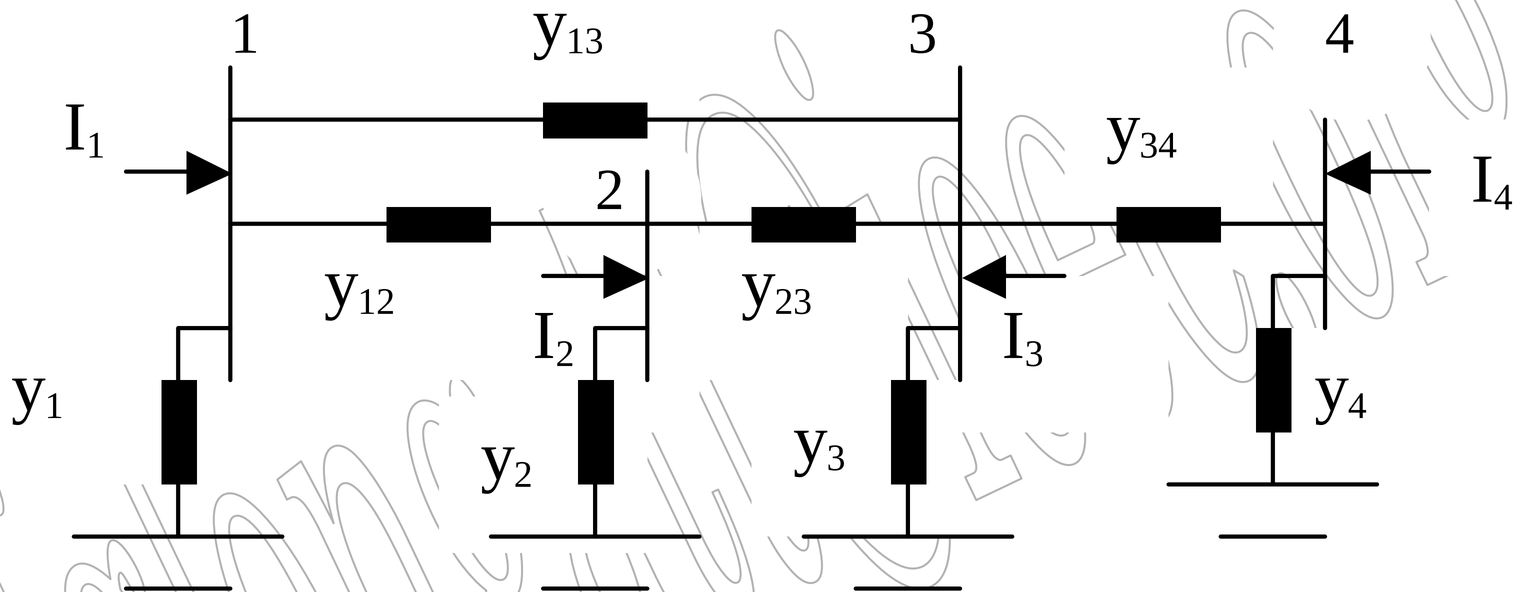
$$I=V/z=Vy$$

- La corriente inyectada en la barra 1, resulta:

$$I_1=(V_1-V_2)y_{12} + (V_1-V_3)y_{13} + V_1y_1 \qquad (1)$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Introducción



- La corriente inyectada en la barra 1, resulta:

$$I_1 = (V_1 - V_2)y_{12} + (V_1 - V_3)y_{13} + V_1 y_1 \qquad (1)$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Introducción

- Para completar, se considera que la barra 1 esta "conectada" a la barra 4 a través de una impedancia infinita, la cual implica que la correspondiente admitancia $y_{14} = 0$.
- La ventaja de hacer esto es que permite considerar que la barra 1 puede estar conectada a cualquier barra en la red.
- Entonces se tiene:

$$I_1=(V_1-V_2)y_{12} + (V_1-V_3)y_{13} + (V_1-V_4)y_{14} + V_1 y_1 \quad (2)$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Introducción

- Nótese que la contribución de corriente del termino que contiene y_{14} es cero, debido a que y_{14} es cero.
- Reordenando la ecuación (2) se tiene:

$$I_1 = V_1(y_1 + y_{12} + y_{13} + y_{14}) + V_2(-y_{12}) + V_3(-y_{13}) + V_4(-y_{14}) \quad (3)$$

1. Introducción

- Similarmente se puede desarrollar las inyecciones de corriente en las barras 2, 3:

$$I_2 = V_1(-y_{21}) + V_2(y_2 + y_{21} + y_{23} + y_{24}) + V_3(-y_{23}) + V_4(-y_{24})$$

$$I_3 = V_1(-y_{31}) + V_2(-y_{32}) + V_3(y_3 + y_{31} + y_{32} + y_{34}) + V_4(-y_{34})$$

$$I_4 = V_1(-y_{41}) + V_2(-y_{42}) + V_3(-y_{34}) + V_4(y_4 + y_{41} + y_{42} + y_{43})$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

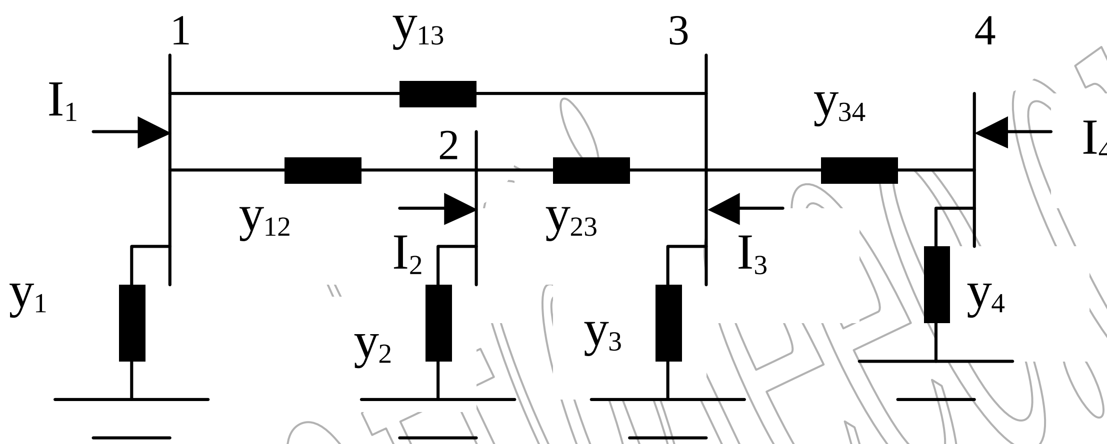
1. Introducción

- Se reconoce que la admitancia del circuito desde la barra *k* a la *i* es la misma que desde la barra *i* a la *k*, es decir $y_{ki}=y_{ik}$.
- De tal modo se puede escribir esas ecuaciones de un modo mas compacto empleando matrices:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 + y_{12} + y_{13} + y_{14} & -y_{12} & -y_{13} & -y_{14} \\ -y_{21} & y_2 + y_{21} + y_{23} + y_{24} & -y_{23} & -y_{24} \\ -y_{31} & -y_{32} & y_3 + y_{31} + y_{32} + y_{34} & -y_{34} \\ -y_{41} & -y_{42} & -y_{43} & y_4 + y_{41} + y_{42} + y_{43} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Introducción



$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 + y_{12} + y_{13} + y_{14} & -y_{12} & -y_{13} & -y_{14} \\ -y_{21} & y_2 + y_{21} + y_{23} + y_{24} & -y_{23} & -y_{24} \\ -y_{31} & -y_{32} & y_3 + y_{31} + y_{32} + y_{34} & -y_{34} \\ -y_{41} & -y_{42} & -y_{43} & y_4 + y_{41} + y_{42} + y_{43} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Introducción

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 + y_{12} + y_{13} + y_{14} & -y_{12} & -y_{13} & -y_{14} \\ -y_{21} & y_2 + y_{21} + y_{23} + y_{24} & -y_{23} & -y_{24} \\ -y_{31} & -y_{32} & y_3 + y_{31} + y_{32} + y_{34} & -y_{34} \\ -y_{41} & -y_{42} & -y_{43} & y_4 + y_{41} + y_{42} + y_{43} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

- La matriz que contiene las admitancia de la red, es la matriz admitancia, tambien conocida como Y_{bus}, y denotada por:

$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} y_1 + y_{12} + y_{13} + y_{14} & -y_{12} & -y_{13} & -y_{14} \\ -y_{21} & y_2 + y_{21} + y_{23} + y_{24} & -y_{23} & -y_{24} \\ -y_{31} & -y_{32} & y_3 + y_{31} + y_{32} + y_{34} & -y_{34} \\ -y_{41} & -y_{42} & -y_{43} & y_4 + y_{41} + y_{42} + y_{43} \end{bmatrix}$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Introducción

- Denotando el elemento de la fila i, columna j como Y_{ij}, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Introducción

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

- Definiendo los vectores $\underline{V}$ y $\underline{I}$, se puede reescribir en una forma mas compacta:

$$\underline{V} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}, \qquad \underline{I} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}$$

1. Introducción

- Definiendo los vectores $\underline{V}$ y $\underline{I}$, se puede reescribir en una forma mas compacta::

$$\underline{V} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}, \qquad \underline{I} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \qquad \underline{I} = \underline{Y}\underline{V}$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Introducción

- Se deben hacer algunas observaciones acerca de la matriz admitancia.
- Esas observaciones son solo verdad para redes lineales de cualquier tamaño.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Introducción

- La matriz es simétrica: $Y_{ij}=Y_{ji}$.
- El elemento de la diagonal Y_{ii} es obtenido de la suma de las admitancias de todas las ramas conectada a la barra i, incluyendo los elementos shunt. $Y_{ik} \neq 0$ cuando existe conexión física entre i y k.
- Los elementos fuera de la diagonal son negativos de las admitancias que conectan las barras i y j, $Y_{ij}=-y_{ji}$.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

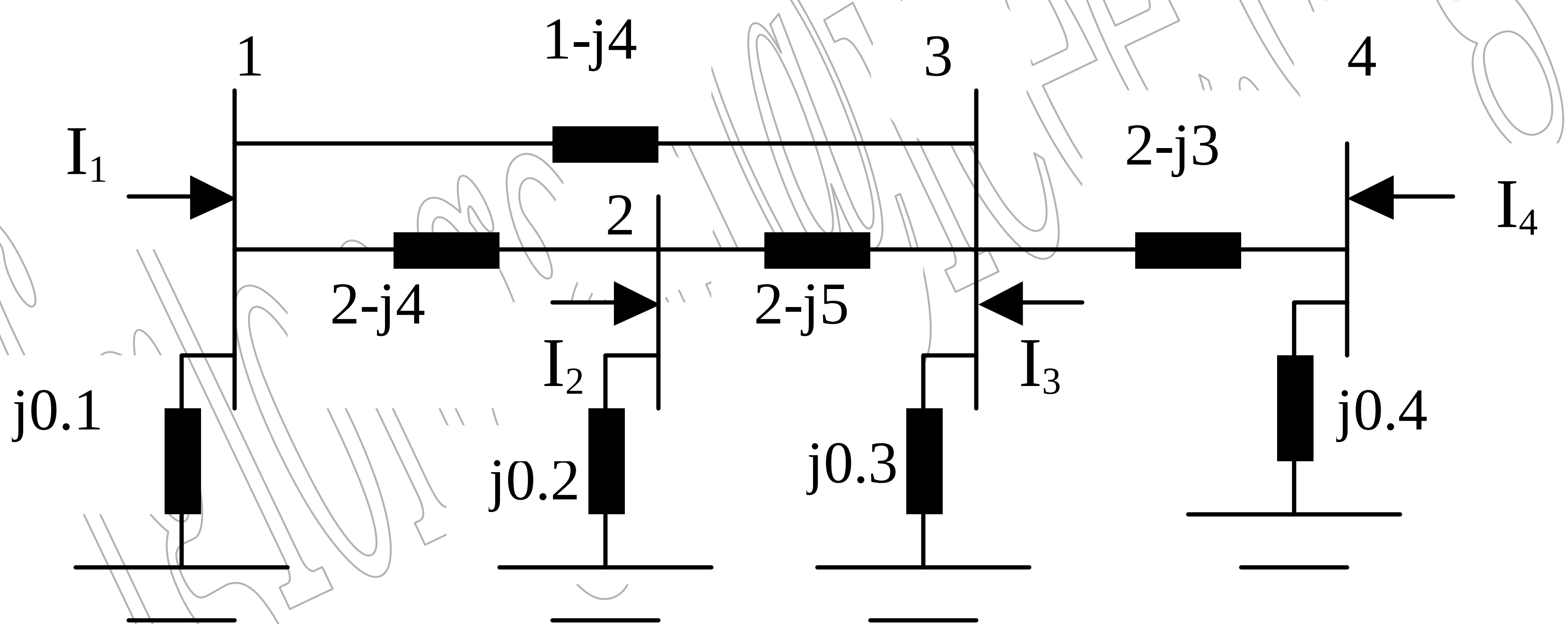
1. Introducción

- Las observaciones hacen posible formular la matriz admitancia muy rápidamente basados en la inspección visual de la red.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

2. Ejemplo

- Considere la red dada en la siguiente Figura, donde los numero indican la admitancia.



2. Ejemplo

- La matriz admitancia del sistema es:

$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 - j7.9 & -2 + j4 & -1 + j4 & 0 \\ -2 + j4 & 4 - j8.8 & -2 + j5 & 0 \\ -1 + j4 & -2 + j5 & 5 - j11.7 & -2 + j3 \\ 0 & 0 & -2 + j3 & 2 - j2.6 \end{bmatrix}$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org