CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II

Trabajo práctico nº 7: Extremos relativos

Una función z= f(x, y) toma un valor **extremo relativo** en un punto P(a, b) (**máximo ó mínimo**), si se verifica que:

1) $f_x(a,b) = 0 \quad , \quad f_y(a,b) = 0$
2) El determinante llamando Hessiano H = $\begin{vmatrix} f_{xx}(a,b) & f_{xy}(a,b) \\ f_{yx}(a,b) & f_{yy}(a,b) \end{vmatrix} > 0$
3) Si cumpliéndose las dos primeras condiciones, resulta que $f_{xx}(a,b)$>0, entonces en P(a, b) existe un **mínimo relativo**. Si resulta que $f_{xx}(a,b)$<0, entonces en P(a, b) existe **máximo relativo.**
4) Si se cumple la condición 1) pero H = 0, estamos en presencia de un caso dudoso, y para determinar que clase de extremo existe en P(a, b) debemos estudiar el signo del incremento de la función: Si Δf >0, existirá **mínimo relativo** y si Δf <0, existirá un **máximo relativo.**

Punto de ensilladura: Si se cumple la condición 1) pero H<0, entonces en P(a, b)existe punto de ensilladura . (Ver paraboloide hiperbólico).

Ejercicios:

1) Estudiar la existencia de extremos relativos en cada una de las siguientes funciones:
   a) z= $x^3 + y^3 - 3x - 12y + 2$
      (Rta: un punto de mínimo, uno de máximo y dos puntos de ensilladura)
   b) z= $x^2 + xy + y^2 + 3x + 6y$
      (Rta: uno de mínimo)
   c) z= $y^3 + x^2 - 4xy - 8x + 13y + 2$
      (Rta: uno de mínimo y un punto de ensilladura)
2) Dada la función z= $(x-y)^4 + (y-1)^4$, verificar que existe un mínimo relativo en P (1,1). Para ello estudiar el signo del incremento de f(x, y) cuando las variables se incrementan en h y k.
3) Verificar que la ecuación z = 8/x + x/y + y, tiene un mínimo relativo en P(4, 2).
4) Una caja rectangular sin tapa tiene un volumen de 32 unidades cúbicas. ¿ Cuáles deben ser las dimensiones de la caja para que la superficie total sea mínima?
5) Hallar tres números x, y, z que satisfacen: la suma es 30 y la suma de los cuadrados es mínima.