Unidad 9

Cuadripolos

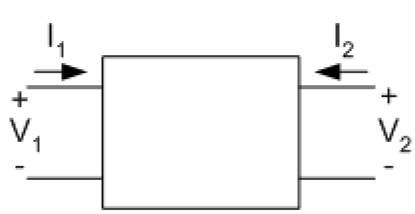
Indice.

1. Introducción.

A lo largo de este curso, ya hemos utilizado el concepto de "caja negra", como bloque que procesa una señal. Haciendo abstracción de su constitución interna, se trata de caracterizar ese bloque por la forma en que procesa una señal.
Si el sistema es un circuito eléctrico, se reconocen voltajes y corrientes de entrada y salida.
El sistema extiende así el repertorio de componentes de circuitos, agregando a los bipolos elementales los cuadripolos que son objeto de nuestro presente estudio.

2. Definiciones.

Cuando en una "caja negra" distinguimos 2 terminales, caracterizamos el circuito por su equivalente Thévenin.
En muchos casos, interesa distinguir 2 pares de terminales; tenemos entonces un "cuadripolo".
Cada par es un "port"; el cuadripolo es un "2-port".
Podemos reconocer en él un puerto de entrada y uno de salida, y suponemos que entrada y salida no están conectadas externamente.

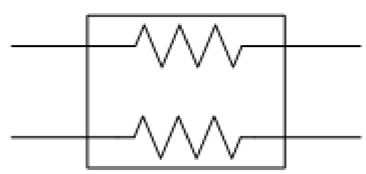


Reiteramos que el enfoque que nos interesa es conocer cómo el circuito trasmite señales eléctricas de la entrada a la salida, y no tanto saber su estructura interna.

Convencionalmente, adoptamos polaridades para V_1, V_2, I_1, I_2.
Obsérvese que por el terminal de abajo a la izquierda, "sale" I_1 (el cuadripolo se supone conectado a otras cosas; por eso se consideran I_1 e I_2).
En general, la teoría de cuadripolos supone que dentro de la caja negra:

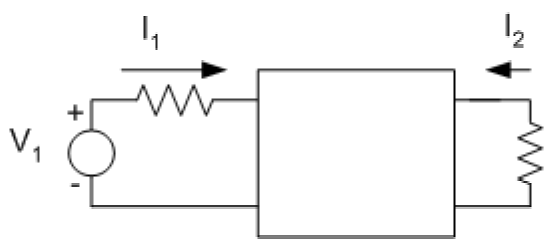
- no hay fuentes independientes (ni datos previos)
- sí puede haber fuentes dependientes (el cuadripolo por tanto, puede ser pasivo o
 activo).

Nos interesa describir la conducta del cuadripolo por medio de parámetros característicos, que vinculan las variables externas V_1, V_2, I_1, I_2.
Supongamos que planteamos ecuaciones de mallas, de tal manera que la 1ª malla contenga V_1 y la 2ª V_2. Esto será posible en general, salvo casos de degeneración, como el indicado:



3. Reciprocidad.

Inicialmente, vamos a plantear una situación particular.
Conectamos una fuente a la entrada y una carga a la salida.
Escribimos ecuaciones de mallas:



$$\begin{cases} Z_{11}I_1+Z_{12}I_2+....+Z_{1m}I_m=V_1 \\ Z_{12}I_1+Z_{22}I_2+....+Z_{2m}I_m=0 \\ \text{---------------------------} \\ Z_{m1}I_1+Z_{m2}I_2+....+Z_{mm}I_m=0 \end{cases}$$

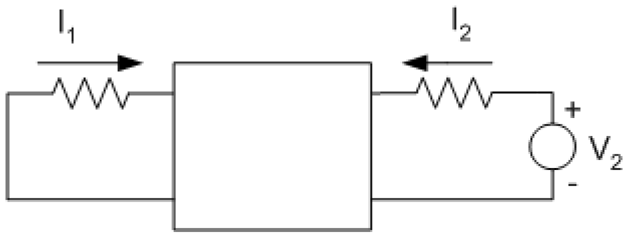
Por un lado, ya vimos que $I_1 = \dfrac{\Delta_{11}V_1}{\Delta} \Rightarrow Z(s) = \dfrac{V_1}{I_1} = \dfrac{\Delta}{\Delta_{11}}$

Por otro lado, $I_2 = \dfrac{\Delta_{12}V_1}{\Delta} \Rightarrow$ Definimos una admitancia de transferencia:

$$\frac{I_2}{V_1} = \frac{\Delta_{12}}{\Delta}$$

Ahora bien: en las ecuaciones de mallas, recordamos que Z_{11} es la impedancia total de la
malla 1; Z_{12} es la común a las mallas 1 y 2 y siempre que no haya fuentes dependientes:
$Z_{12} = Z_{21}$ y en general $Z_{ij} = Z_{ji}$, o sea, la matriz de impedancias de mallas es simétrica.
En ese caso, también: $\Delta_{12} = \Delta_{21}$

Esto admite esta interpretación:



$$\frac{I_1}{V_2} = \frac{\Delta_{21}}{\Delta}$$

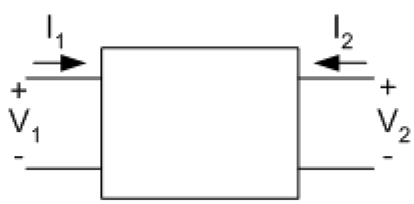
En consecuencia, ambas admitancias de transferencia son iguales.

'La relación respuesta/excitación es invariante frente a un cambio de posición de excitación y respuesta". A esta propiedad la denominamos, "**<u>reciprocidad</u>**".

4. Parámetros de un cuadripolo.

4.1 Admitancias de corto circuito.

Volvamos al caso general del cuadripolo, no necesariamente recíproco.



$$\begin{cases} Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 + \dots + Z_{1m}I_m = V_1 \\ Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 + \dots + Z_{2m}I_m = V_2 \\ \text{-------------------------} \ 0 \\ Z_{1m}I_1 + Z_{2m}I_m + \dots + Z_{mm}I_m = 0 \end{cases}$$

Nos interesan sólo las corrientes terminales:

$$\begin{cases} I_1 = \dfrac{\Delta_{11}}{\Delta}V_1 + \dfrac{\Delta_{21}}{\Delta}V_2 \\ I_2 = \dfrac{\Delta_{12}}{\Delta}V_1 + \dfrac{\Delta_{22}}{\Delta}V_2 \end{cases}$$

Hemos obtenido una relación entre los cuatro parámetros del cuadripolo.
Esa relación es <u>lineal</u>, como corresponde.
Los coeficientes están dados en este caso, en función de los parámetros de las ecuaciones de mallas.
En general, esos parámetros se llaman "<u>admitancias de corto circuito</u>".

$$\begin{cases} I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2 \\ I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2 \end{cases}$$

o matricialmente:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

Admitancias, por la dimensión,

De corto circuito, porque p ej: $y_{11} = \left.\dfrac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0}$ (Secundario en cc)

lo cual da un método para su cálculo, o su medida.

4.2 Impedancias de vacío.

A partir de las relaciones anteriores, podemos, p. ej. invertir y despejar las V(I):

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases}$$

Tenemos aquí las 'impedancias de vacío"

P.ej. $z_{11} = \left.\dfrac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0}$ (Secundario en vacío)

Las dos matrices son inversas una de la otra.. O sea que si conocemos un juego de parámetros, podemos calcular el otro.
Si el circuito es recíproco, entonces $y_{12} = y_{21}$; $z_{12} = z_{21} \Rightarrow$ los parámetros del cuadripolo se reducen a 3.

4.3 Constantes generales.

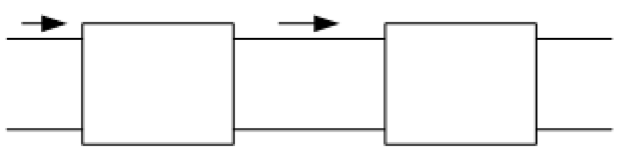
Un tercer juego de parámetros es el que da las variables de la entrada en función de las de la salida.

$$\begin{cases} V_1 = AV_2 - BI_2 \\ I_1 = CV_2 - DI_2 \end{cases}$$

O bien: $\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix}$

A, B, C, D, tienen dimensiones distintas.

En general, debemos prestar atención a las convenciones de polaridad y las fórmulas. En nuestro caso, definimos los parámetros A, B, C, D, con la I_2 cambiada de signo, con el objetivo de aplicar los parámetros A B C D a la conexión de cuadripolos en cadena.



4.4 Relaciones entre parámetros.

Se pueden calcular los A, B, C, D, en función de los z o los y.
Calculemos por ejemplo, los parámetros A, B, C, D, en función de los z.

$$\begin{cases} V_1 = AV_2 - BI_2 \\ I_1 = CV_2 - DI_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \\ V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \end{cases}$$

$$A = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_2=0} \qquad \text{Con } I_2 = 0 \quad \begin{cases} V_1 = z_{11}I_1 \\ V_2 = z_{21}I_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{z_{11}}{z_{21}} \qquad \boxed{A = \frac{z_{11}}{z_{21}}}$$

$$B = -\left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{V_2=0} \quad \text{Con } V_2 = 0 \quad z_{21}I_1 + z_{22}I_2 = 0 \quad I_1 = -\frac{z_{22}}{z_{21}} I_2$$

$$V_1 = \left(-\frac{z_{11}z_{22}}{z_{21}} + z_{12}\right) I_2 \Rightarrow \boxed{B = \frac{z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21}}{z_{21}} = \frac{|z|}{z_{21}}}$$

$$C = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{I_2=0} \quad \text{Con } I_2 = 0 \quad \frac{I_1}{V_2} = \frac{1}{z_{21}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{C = \frac{1}{z_{21}}}$$

$$D = -\left.\frac{I_1}{I_2}\right|_{V_2=0} \quad \text{Con } V_2 = 0 \quad z_{21}I_1 + z_{22}I_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{D = \frac{z_{22}}{z_{21}}}$$

Calculemos el determinante: $\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = AD - BC = \frac{z_{11}z_{22}}{z_{21}^2} + \frac{z_{12}z_{21} - z_{11}z_{22}}{z_{21}^2} = \frac{z_{12}}{z_{21}}$

Si el cuadripolo es recíproco: $AD - BC = 1$

En ese caso, la inversión es sencilla:

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D/\Delta & -B/\Delta \\ -C/\Delta & A/\Delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D & B \\ C & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{pmatrix}$$

Corresponde a expresar los parámetros de salida en función de los de entrada.

Quedan dos juegos más de parámetros, llamados <u>híbridos</u>:

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$, ideales para describir al transistor.

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

Se puede ver que para cuadripolos recíprocos: $h_{12} = -h_{21}$, $g_{12} = -g_{21}$ (el - viene de las convenciones de polaridad).

Al ser recíprocos, los parámetros se reducen a 3.

Otro caso especial es el de los **<u>simétricos</u>**, es decir, aquellos en que entrada y salida son intercambiables.

En ese caso:

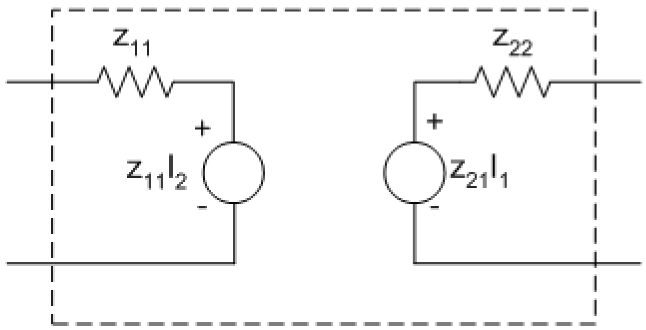
$$\begin{cases} z_{11} = z_{22} \\ y_{11} = y_{22} \\ A = D \quad \text{sale de identificar } \begin{pmatrix} AB \\ CD \end{pmatrix} con \begin{pmatrix} DB \\ CA \end{pmatrix} \\ h_{11} = g_{22} \\ g_{11} = h_{22} \end{cases}$$

5. Cuadripolos Equivalentes.

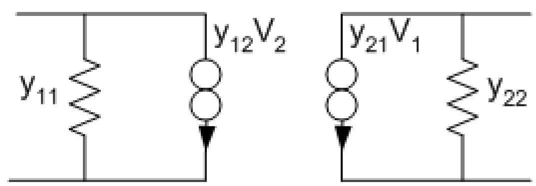
Cuadripolos equivalentes son los que cumplen iguales relaciones V(I).
El tema nos interesa desde dos puntos de vista.
- análisis de circuitos, para sustituir un circuito por otro equivalente más sencillo.
- diseño o síntesis de circuitos: un circuito debe cumplir ciertas relaciones voltaje-corriente, y deseamos diseñarlo optimizando estructura, número de componentes, tipo de componentes, etc.

Naturalmente, dos cuadripolos son equivalentes si tienen iguales parámetros.

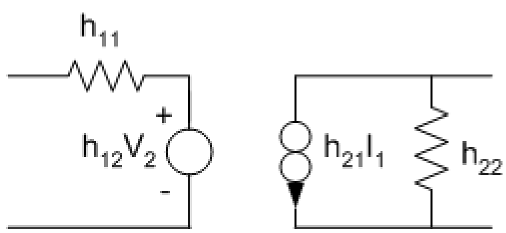
Por de pronto, los parámetros z tienen una interpretación sencilla:



Análogamente, los y:

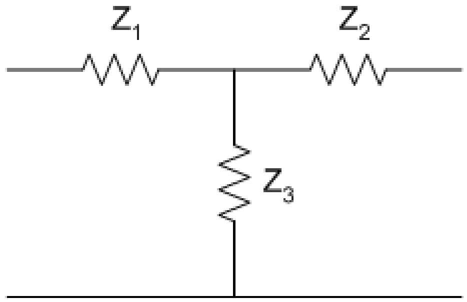


Recordando los h:



5.1 Equivalentes T y π.

En la Teoría clásica de cuadripolos, se estudian otros equivalentes importantes:
Sea un circuito T:



Los parámetros z de este cuadripolo son:

$$\begin{cases} z_{11} = Z_1 + Z_3 \\ z_{22} = Z_2 + Z_3 \\ z_{12} = z_{21} = Z_3 \end{cases}$$

$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$

$$z_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0}$$

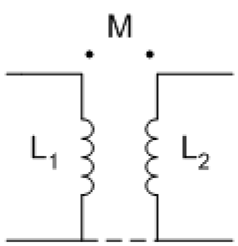
Obviamente es recíproco.

Podemos proceder a la inversa: <u>Dado un cuadripolo recíproco</u>, p.ej. por sus parámetros z,
construimos su “cuadripolo T-equivalente”, en que:

$$\begin{cases} Z_1 = z_{11}-z_{21} \\ Z_2 = z_{22}-z_{21} \\ Z_3 = z_{21} \end{cases}$$

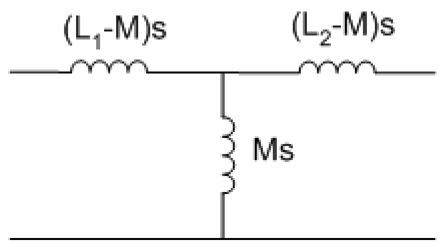
Es un equivalente matemático que puede o no ser realizable.

Ej:

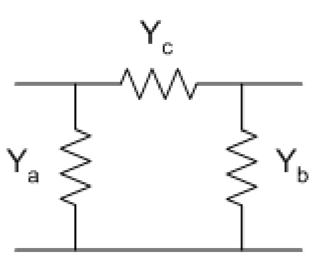


$$\begin{cases} z_{11} = L_1 s \\ z_{22} = L_2 s \\ z_{12} = z_{21} = Ms \end{cases}$$

La T equivalente:



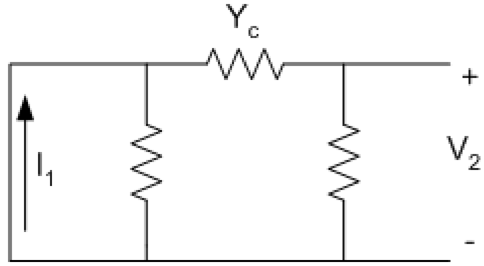
Otro equivalente clásico es el dual: el π



Recordando: $\begin{cases} I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2 \\ I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2 \end{cases}$

$y_{11} = Y_a + Y_c$
$y_{22} = Y_b + Y_c$

$y_{12} = y_{21} = -Y_c$ porque $y_{12} = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{V_1=0}$

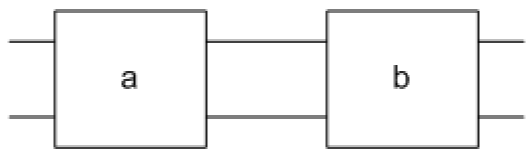


También aquí se puede proceder al revés: calcular el "π-equivalente" de un cuadripolo dado.

6. Interconexión de cuadripolos.

Partiendo de cuadripolos elementales, podemos interconectarlos de diversas maneras:

6.1 Conexión en cascada.

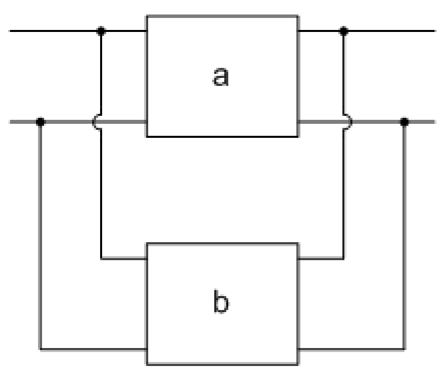


Conviene describirlos por los parámetros A, B, C, D.

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_a B_a \\ C_a D_a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} V_{2a} \\ -I_{2a} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_a B_a \\ C_a D_a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A_b B_b \\ C_b D_b \end{pmatrix}\begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix}$$

Luego, la matriz $\begin{pmatrix} AB \\ CD \end{pmatrix}$ de la cascada es el producto.

6.2 Conexión en paralelo.



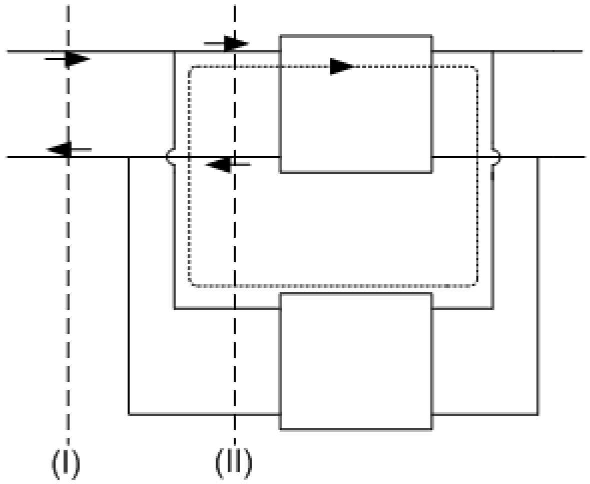
Los voltajes son comunes. Las corrientes se suman.
Conviene describirlos por los parámetros y.

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{1a} \\ I_{2a} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I_{1b} \\ I_{2b} \end{pmatrix} = (y_a)\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} + (y_b)\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = (y_a + y_b)\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

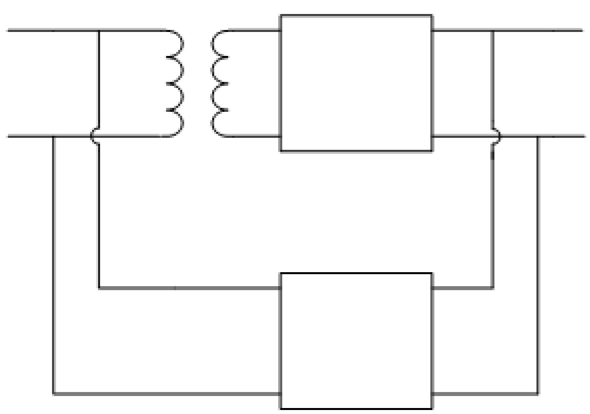
Atención: *Esto será válido si las relaciones en c/cuadripolo no son alteradas por la conexión del otro. P.ej. si en el cuadripolo b hay un cable entre los bornes inferiores de entrada y salida, y no pasa lo mismo con el a , al conectarlos se va a cortocircuitar la rama del a .*

(Conectarle el b en paralelo, significa anular una de sus componentes).

En general:

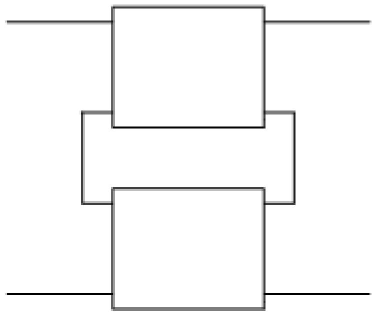


En la sección (I), KCL da la condición de corrientes para el cuadripolo global.
En (II), la KCL se cumple, pero no necesariamente para cada cuadripolo individual.
Dicho de otro modo, puede haber "corrientes de circulación" que hagan que no se cumpla.
Para asegurar que se cumpla, se agregan transformadores ideales de aislación (de relación 1:1) a la entrada o salida de cualquiera de los dos.



Con eso, se impide la posibilidad de corrientes de circulación, es decir, se asegura KCL para cada cuadripolo, condición en la que valen sus parámetros individuales.
De lo contrario, si no se cumple KCL para cada cuadripolo, pueden surgir problemas al aplicar las fórmulas, aunque no necesariamente.

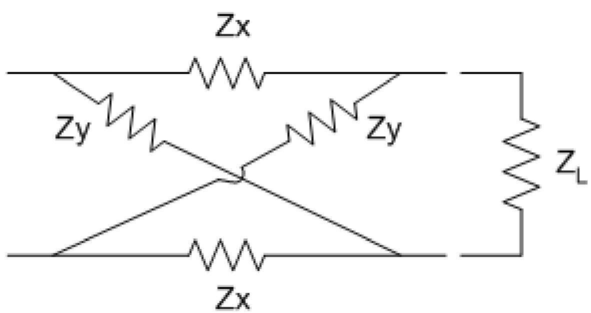
6.3 Conexión en serie.

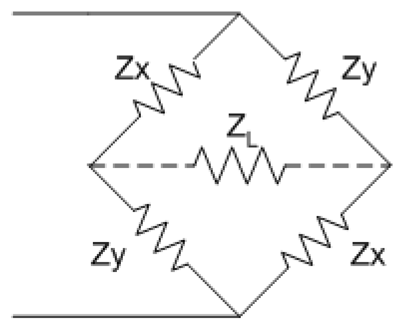


En este caso, se suman las matrices z.

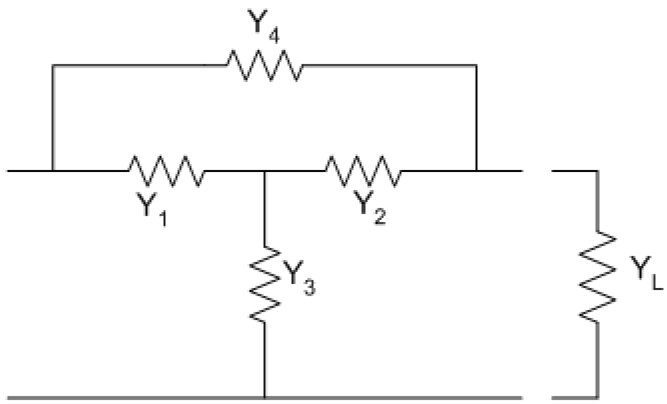
Ejemplos.

Con las herramientas vistas, pueden analizarse algunos otros cuadripolos clásicos.
a) el lattice simétrico, que cargado con Z_L se puede dibujar como un puente de Wheatstone.

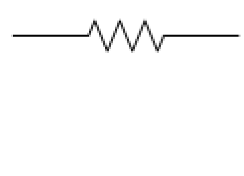




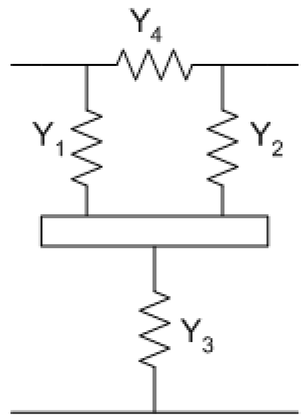
b) la T puenteada



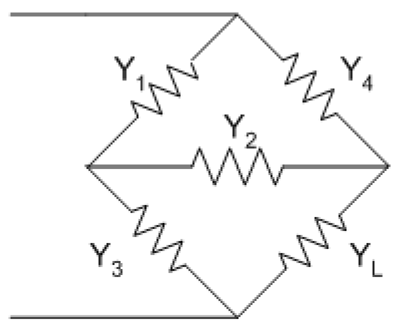
1º) Es el paralelo de la T simple y este otro:



2º) Es la serie de:



3º) Con una carga externa, se puede redibujar como puente de Wheatstone.



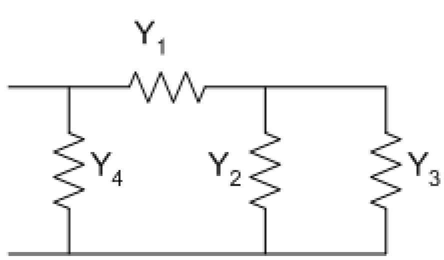
Veamos los parámetros y.

$I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2$

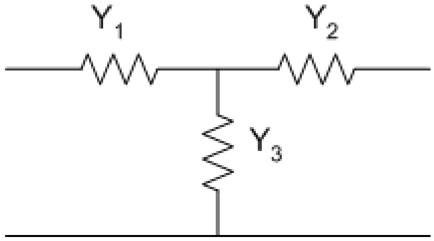
$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2$

a) $$y_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0}$$

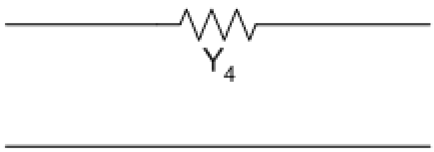
$$y_{11} = Y_4 + \frac{1}{\frac{1}{Y_1} + \frac{1}{Y_2 + Y_3}} = Y_4 + \frac{Y_1(Y_2 + Y_3)}{Y_1 + Y_2 + Y_3}$$



b) Como paralelo de cuadripolos.



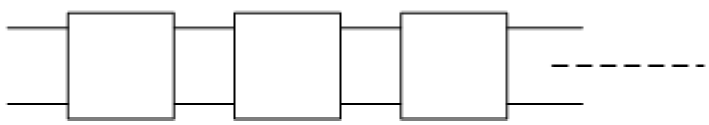
$$\Rightarrow y_{11} = \frac{1}{\dfrac{1}{Y_1} + \dfrac{1}{Y_2 + Y_3}}$$



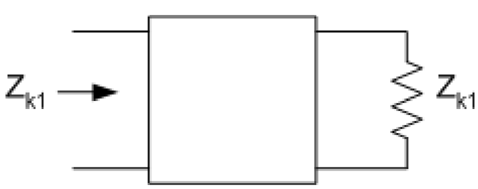
$\Rightarrow y_{11} = Y_4$

7. Impedancias iterativas.

Hay otro tipo de parámetros, que se usan sobretodo en comunicaciones:
1) Supongamos una cadena infinita de cuadripolos idénticos.



La impedancia vista desde cualquiera de ellos (desde la entrada) es siempre la misma.
Llamémosla Z_{k1}.



Si pongo Z_{k1} como carga del primario, para el primer cuadripolo es como si estuviera cargado por la cadena infinita.
Z_{k1} se llama impedancia iterativa vista desde el lado 1.
Es tal que cargando el secundario con Z_{k1}, desde el primario veo Z_{k1}.
Análogamente se define Z_{k2}, mirando una cadena infinita hacia la izquierda.
Para especificar el cuadripolo (recíproco), nos hace falta un 3er parámetro.
Se toma la "constante iterativa de transferencia" Γ, tal que

$$e^{\Gamma} = \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow \Gamma = Log\,\frac{I_1}{I_2}$$

<u>cuando la carga es Z_{k1}</u>. Se supone regimen sinusoidal. saliente

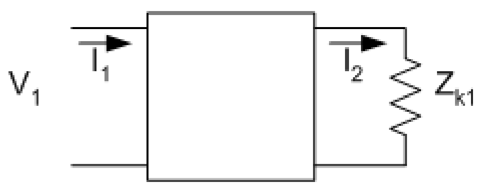
Re(Γ) nos da la relación (logarítmica) de corrientes.
Im(Γ) nos da el defasaje entre ambas.

Sobre la constante de transferencia iterativa veremos dos resultados:

1) Si el cuadripolo está cargado con Z_{k1}, la constante de transferencia vista, vale también para voltajes. En efecto:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{Z_{k1}I_1}{Z_{k1}I_2} = \frac{I_1}{I_2} = e^{\Gamma}$$

2) Calculemos Γ en función de los parámetros generales A, B, C, D.



$$\begin{cases} V_1 = AV_2 + BI_2 \\ I_1 = CV_2 + DI_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} V_2 = Z_{k1}I_2 \\ V_1 = Z_{k1}I_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Z_{k1}I_1 = AZ_{k1}I_2 + BI_2 \\ \dfrac{I_1 - AI_2}{CI_2} = \dfrac{BI_2}{I_1 - DI_2} \\ I_1 = CZ_{k1}I_2 + DI_2 \end{cases}$$

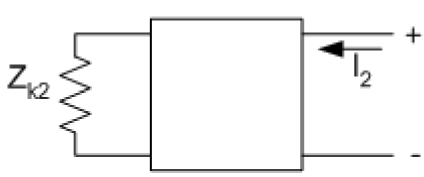
Despejamos Z_{k1} en ambas: $\begin{cases} Z_{k1}(I_1 - AI_2) = BI \Rightarrow \text{Dividiendo:} \\ C\,Z_{k1}I_2 = I_1 - DI_2 \end{cases}$

$(I_1-AI_2)(I_1-DI_2) = BCI_2^2$ Dividimos por I_2^2 y ponemos $x = \dfrac{I_1}{I_2} = e^{\Gamma}$

$(x-A)(x-D) = BC$
$x^2 - (A+D)x + AD = BC$ Pero $AD-BC = 1$
$x^2 - (A+D)x + 1 = 0$

Calculando: $$ch\Gamma = \frac{e^{\Gamma} + e^{-\Gamma}}{2} = \frac{x + \frac{1}{x}}{2} = \frac{x^2 + 1}{2x} = \frac{A+D}{2} \Rightarrow \Gamma = Arch\frac{A+D}{2}$$

En sentido contrario:



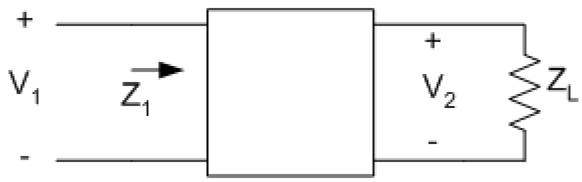
Recordando que la matriz inversa es $\begin{pmatrix} DB \\ CA \end{pmatrix}$

Se ve que sobre Γ, se cambian A por D ⇒ Γ no cambia.
"Una cadena iterativa atenúa igualmente en ambos sentidos".

Las impedancias vistas en cada punto a izquierda y derecha en una cadena doblemente infinita, no son iguales.

Si el cuadripolo, <u>además de ser recíproco es simétrico</u> (A = D), los parámetros se reducen a 2: una sola impedancia, que se llama **<u>impedancia característica</u>** Z_o, y la constante de transferencia de corriente Γ.

Supongamos que a la salida hay una carga Z_L.



$$\begin{cases} V_1 = AV_2 + BI_2 \\ I_1 = CV_2 + DI_2 \end{cases}$$

La impedancia vista Z_1 es:

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{AV_2 + BI_2}{CV_2 + DI_2} = \frac{AZ_L + B}{CZ_L + D}$$

Si $Z_L = Z_o$, $Z_1 = Z_o$

$$Z_o = \frac{AZ_o + B}{CZ_o + D}$$ Pero recordemos que si el cuadripolo es simétrico: D = A

$$Z_o = \frac{AZ_o + B}{CZ_o + A} \Rightarrow CZ_o^2 + AZ_o = AZ_o + B \Rightarrow \boxed{Z_o = \sqrt{\frac{B}{C}}} \qquad (\beta)$$

Análogamente, se puede calcular: $e^{\Gamma} = \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{I_1}{I_2} \Rightarrow$ caso particular del anterior: $\boxed{\Gamma = \text{ArchA}}$

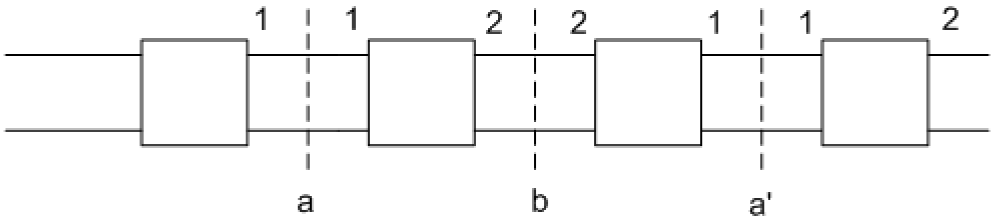
A, B, C, D, en función de Zo y Γ son: $\boxed{A = D = \text{ch}\Gamma}$

Si $ch\Gamma = A \Rightarrow sh\Gamma = \sqrt{ch^2\Gamma - 1} = \underbrace{\sqrt{A^2 - 1}}_{A^2-BC=1} = \sqrt{BC}$ $\qquad$ $\text{sh}\Gamma = \text{BC}$ $\qquad (\alpha)$

De (α) y (β): $\boxed{\begin{array}{l} B = Z_o\text{sh}\Gamma \\ C = \dfrac{sh\Gamma}{Z_o} \end{array}}$

8. Impedancias imagen.

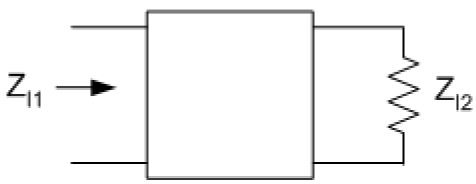
Sea ahora una cadena doblemente infinita de cuadripolos idénticos, pero conectados alternativamente.

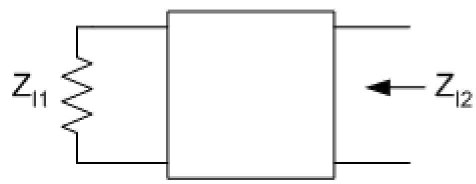


Desde posiciones tipo "a", vemos la misma impedancia a izquierda y derecha.
La llamamos impedancia imagen del lado 1: Z_{I1}
Análogamente desde "b" vemos Z_{I2} a izquierda y derecha.
Si la cadena es simplemente infinita (solo hacia la derecha) vemos alternativamente Z_{I1} y Z_{I2}.
Entonces, ¿cómo se definen Z_{I1} y Z_{I2}?

Son tales que si cargamos el secundario con Z_{I2}, vemos desde el primario Z_{I1} y cargando el primario con Z_{I1}, vemos desde el secundario Z_{I2}

Como 3er parámetro, aquí se toma θ, tal que $e^{\theta} = \sqrt{\dfrac{V_1 I_1}{V_2 I_2}}$





10. Recapitulando

Hemos repasado la teoría clásica de cuadripolos, detallando las distintas formas de describirlos por medio de juegos de parámetros.
Hemos visto los conceptos de reciprocidad y simetría, los circuitos equivalentes de cada juego, y los cuadripolos elementales tipo T y π.
Hemos analizado los principales esquemas de interconexión de cuadripolos, y finalmente hemos descrito parámetros que encontrarán su mayor aplicación en Telecomunicaciones.