

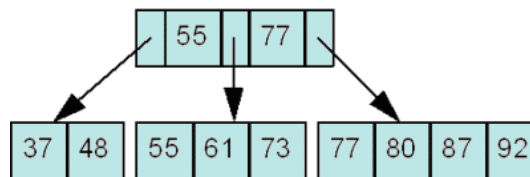
# ÁRBOLES B+

## • INTRODUCCIÓN

Los árboles B+ constituyen otra mejora sobre los árboles B, pues conservan la propiedad de acceso aleatorio rápido y permiten además un recorrido secuencial rápido. La principal característica de estos árboles es que todas las claves se encuentran en las hojas y por lo tanto cualquier camino desde la raíz hasta alguna de las claves tienen la misma longitud. Para facilitar el recorrido secuencial rápido las hojas se pueden vincular, obteniéndose, de esta forma, una trayectoria secuencial para recorrer las claves del árbol.

Los árboles B+ ocupan algo más de espacio que los árboles B, pues existe duplicidad en algunas claves. Las claves de las páginas raíz e interiores se utilizan únicamente como índices. Los árboles B+ se han convertido en la técnica más utilizada para la organización de archivos indizados.

Diagrama de un árbol B+ de orden 2.



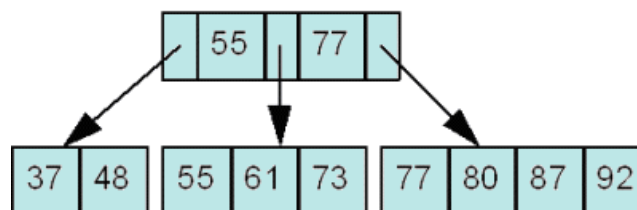
Es de notar que los árboles B+ ocupan un poco más de espacio que los árboles B, y esto ocurre al existir duplicidad en algunas claves. Sin embargo, esto es aceptable si el archivo se modifica frecuentemente, puesto que se evita la operación de reorganización del árbol que es tan costosa en los árboles B.

Formalmente se define un árbol B+ de la siguiente manera:

- ✓ Cada página, excepto la raíz, contiene entre  $d$  y  $2d$  elementos.
- ✓ Cada página, excepto la raíz, tiene entre  $d+1$  y  $2d+1$  descendientes. Se utiliza  $m$  para expresar el número de elementos por página.
- ✓ La página raíz tiene al menos dos descendientes.
- ✓ Las páginas hojas están todas al mismo nivel.
- ✓ Todas las claves se encuentran en las páginas hojas.
- ✓ Las claves de las páginas raíz e interiores se utilizan como índices.

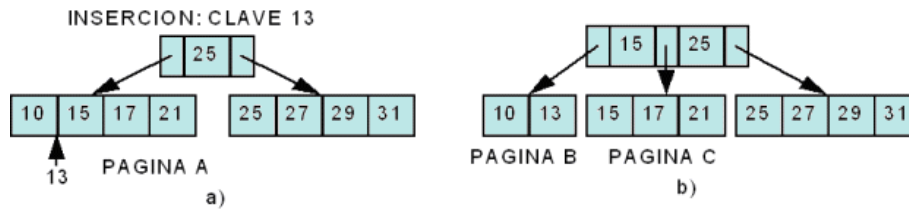
## • Búsqueda De Árboles-B+

La operación de búsqueda en árboles-B+ es similar a la operación de búsqueda en árboles-B. El proceso es simple, sin embargo puede suceder que al buscar una determinada clave la misma se encuentra en una página raíz o interior, en dicho caso no debe detenerse el proceso, sino que debe continuarse la búsqueda con la página apuntada por la rama derecha de dicha clave. Por ejemplo, al buscar la clave 55 en el árbol B+ se advierte que esta se encuentra en la página raíz. En este caso, debe continuarse el proceso de búsqueda en la página apuntada por la rama derecha de dicha clave.



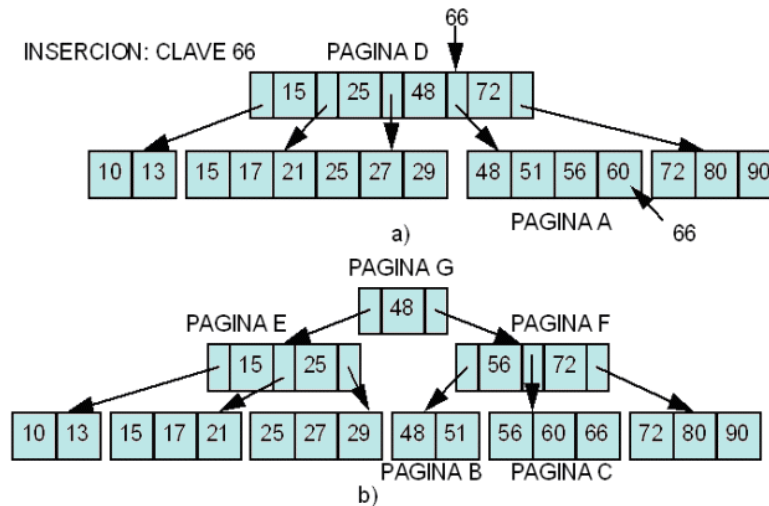
- Inserción en árboles B+

El proceso de inserción en árboles-B+ es relativamente simple, similar al proceso de inserción en árboles-B. La dificultad se presenta cuando desea insertarse una clave en una página que se encuentra llena ( $m = 2d$ ). En este caso, la página afectada se divide en 2, distribuyéndose las  $m + 1$  claves de la siguiente forma: " las  $d$  primeras claves en la página de la izquierda y las  $d+1$  restantes claves en la página derecha". Una copia de la clave del medio sube a la página antecesora. En la sig. imagen hay dos diagramas que ilustran como funciona este caso.



Inserción de la clave 13 en un árbol B+.  
 a) Antes de insertar la clave. b) Después de insertarla.

Puede suceder que la página antecesora se desborde nuevamente, entonces tendrá que repetirse el proceso anterior. Es importante notar que el desbordamiento en una página que no es hoja no produce duplicidad de claves. El proceso de propagación puede llegar hasta la raíz, en cuyo caso la altura del árbol puede incrementarse en una unidad. En la figura 8.6 se presentan dos diagramas que clarifican y resuelven este caso.

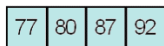


Inserción de la clave 66 en un árbol-B+  
 a) Antes de insertar la clave b) Después de insertarla.

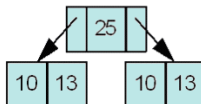
**Ejemplo:** Supóngase que se desea insertar las siguientes claves en un árbol B+ de orden 2 que se encuentra vacío:

claves: 10-27-29-17-25-21-15-31-13-51-20-24-48-19-60-35-66

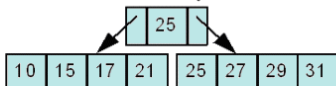
a) INSERCIÓN: CLAVES 10, 27, 29 y 17



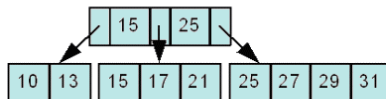
b) INSERCIÓN: CLAVE 25



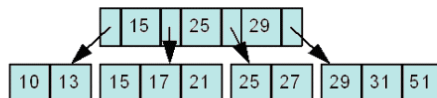
c) INSERCIÓN: CLAVES 21, 15 y 31



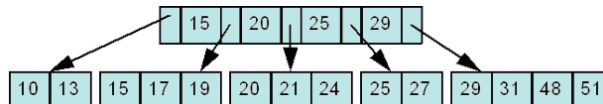
d) INSERCIÓN: CLAVE 13



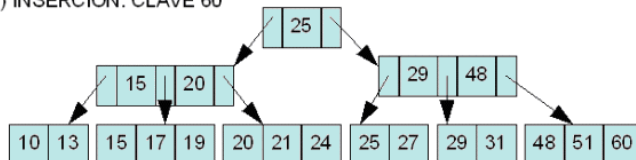
e) INSERCIÓN: CLAVE 51



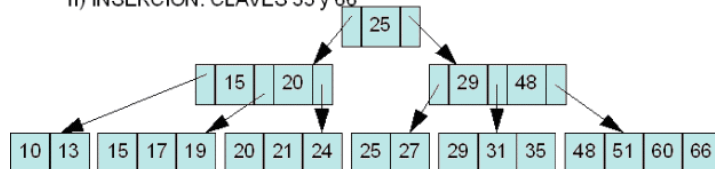
f) INSERCIÓN: CLAVES 20, 24, 48 y 19



g) INSERCIÓN: CLAVE 60



h) INSERCIÓN: CLAVES 35 y 66

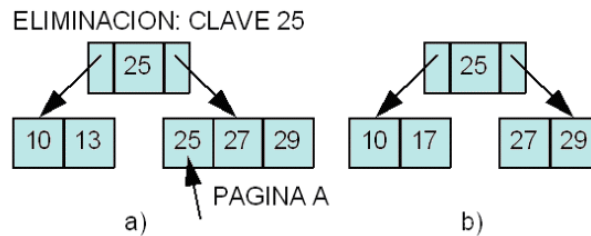


Inserción de un árbol-B+ de orden 2

- Eliminación en árboles B+

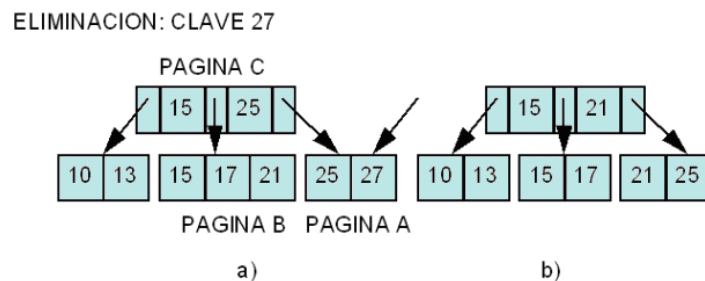
La operación de borrado en árboles-B+ es más simple que la operación de borrado en árboles-B. Esto ocurre porque las claves a eliminar siempre se encuentran en las páginas hojas. En general deben distinguirse los siguientes casos:

1. Si al eliminar una clave,  $m$  queda mayor o igual a  $d$  entonces termina la operación de borrado. Las claves de las páginas raíz o internas no se modifican por más que sean una copia de la clave eliminada en las hojas.



Eliminación de la clave 25  
a) Antes de eliminar la clave. b) Después de eliminarla.

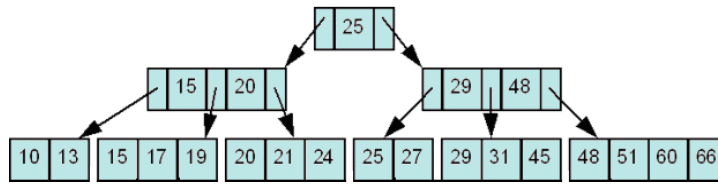
2. Si al eliminar una clave,  $m$  queda menor a  $d$  entonces debe realizarse una redistribución de claves, tanto en el índice como en las páginas hojas.



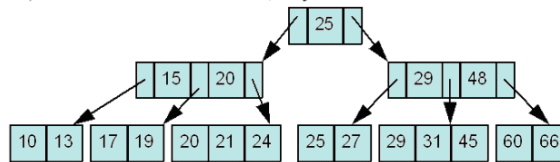
Eliminación de la clave 27  
a) Antes de eliminar la clave. b) Después de eliminarla.

Nota: Al eliminar la clave 27 de la página A,  $m$  queda menor a  $d$  por lo que debe realizarse una redistribución de las claves. Se toma la clave que se encuentra más a la derecha en la rama izquierda de 25 (21 de la página B). Se coloca dicha clave en la página A y una copia de la misma, como índice, en la página C.

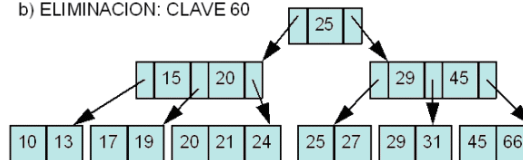
Ejemplo: Suponga que desea eliminar las siguientes claves del árbol-B+ de orden 2 de la figura 8.12:  
 claves: 15-51-48-60-31-20-10-25-17-24



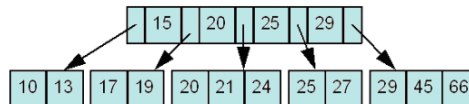
a) ELIMINACION: CLAVES 15, 51 y 48



b) ELIMINACION: CLAVE 60



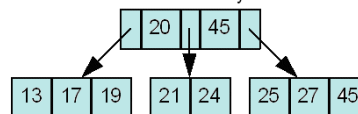
c) ELIMINACION: CLAVE 31



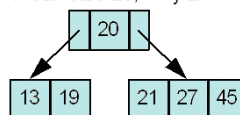
d) ELIMINACION: CLAVES 20 y 66



e) ELIMINACION: CLAVES 29 y 10



f) ELIMINACION: CLAVES 25, 17 y 24



- Bibliografías:

[http://decsai.ugr.es/~jfv/ed1/edi/cdrom/docs/arb\\_B3.htm](http://decsai.ugr.es/~jfv/ed1/edi/cdrom/docs/arb_B3.htm)

<http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/ingenieria/2001412/capitulos/cap8/85.html>

[http://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81rbol\\_B%2B](http://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81rbol_B%2B)