Mat 1965
16:27

"METAMATEMATICA DE TEORIA DE CONJUNTOS"
PROGRAMA SINTETICO.

IIdo. Cuatrimestre 1965.

I.

Concepto de teoría standard. Iota teoría asociada a una teoría standard dada. Realización de una teoría: satisfacción de fórmulas, sentencias verdaderas, modelos. Las teorías Zermelo-Skolem y Zermelo-Fraenkel-Skolem. La teoría Z-F. Eliminabilidad del operador iota en Z-F. Términos y fórmulas básicos de Z-F. Principios de inducción y recursión. Los operadores $TC(x)$, $r(x)$, $R(\alpha)$. Propiedades. Ordinales y cardinales. Propiedades. Modelos transitivos y transitivos-$*$. Absolutidad de algunos términos y predicados elementales en dichos modelos.
Lema de verdad de Tarski.

II.

Modelos naturales de teorías de conjuntos. Carácter de supercompletidad de les estructuras naturales. Resultados de Montague y Vaught.
Cardinales inaccesibles. Teor.: $\vdash_{Z-F} \mathrm{Inacc}_1(\alpha) \leftrightarrow \mathrm{Inacc}_2(\alpha)$.

Teor.: Si θ es un inaccesible $> \omega$, entonces $\langle R(\theta), \in_{R(\theta)} \rangle$ es un modelo de Z-F.

Principios de Reflexión en Z-F. (A. Lévy). Los esquemas CR, CR' y CR^+. Teor.: $\vdash_{DS} CR \leftrightarrow CR^+$.

Teor.: I) Si Φ es un caso particular de CR, entonces $\vdash_{Z-F} \Phi$

II) Si es un caso particular de RP, entonces $\vdash_{(ZF-RP)+CR} \Phi$

III)

Definibilidad ordinal. (Scott y Myhill). El operador $\mathcal{D}$x. Elementos ordinalmente definibles. Buen-orden definible en ZF. Campo de un buen orden definible. Teoremas que describen la interrelación entre buenos órdenes definibles y clases de elementos ordinalmente definibles. Corolarios. Todo ordinal es ordinalmente definible. Otras cla-

ses de elementos ordinalmente definibles. Aplicaciones a $P(\omega)$.
Axioma de Scott. Equivalentes.
Un modelo que prueba (en ZF) laconsistencia relativa del axioma de elección con los axiomas de ZF. Diversas técnicas para probar que $M(x)$ es un Modelo de ZF.

IV.

Un lenguaje interno en ZF: ZF(U). Propiedades básicas. Estudio detallado del predicado $\underset{\langle A,\in_A,V\rangle}{\models \Phi[a]}$. Condiciones suficientes para asegurar su absolutidad. El operador $\overset{B}{D}(x)$. La jerarquía de los C^B_α.
Noción de conjunto relativa(absolutamente) construíble: $C^B(x)$ y $C(x)$.
Postuladode Constructibilidad Relativa (Absoluta): Con^B y Con.
Propiedades. Teorema fundamental: $\vdash_{ZF(B)}$ $C^B(x)$ es un modelo de ZF + Con. Teor: $\vdash_{ZF}$ Con $\rightarrow$ Ax. C_h. Teor: $\vdash_{ZF(B)} {}^{C}Con^B$ & $B \subseteq C^B_\beta \rightarrow (\omega \leq \kappa$ & $\bar{\beta} \leq \kappa \rightarrow P(\kappa) \subseteq C^B_{\kappa^+})$ Teor.: $\vdash_{ZF}$ Con $\rightarrow$ H.G.C.

Teorema de Shepherdson-Mostowski.

V.

Independencia de Con respecto de ZF + Ax.Ch. + H.G.C. (Paul Cohen)
El sistema ZF': ZF(M) + "M es un modelo de $ZF\frac{3}{4}$ + COn " + "M es transitivo y numerable". El lenguaje interno £. Fórmulas y términos de £.
El predicado "$q \Vdash \phi$." Estudio detallado del mismo.
Nosión de conjunto genérico . Interpretación de £. Lema de verdad.
Teorema fundamental: $\vdash_{ZF'}$ $(\forall \text{generic}(A))(ZF^{(C^A_{\aleph_0})}$ + Ax. Ch.$^{(C^A_{\aleph_0})}$ + H.G.C.$^{(C^A_{\aleph_0})}$ + $+(\neg C(A))^{C^A_{\aleph_0}}$ Consistencia relativa de la negación de Con respecto de ZF + Ax. Ch. + H.G.C., demostrada en ZF.

[illegible]