# ¿HAS PROBADO A RESOLVERLO CON GRAFOS?

J. Alberto Conejero & Cristina Jordán
Depto. Matemática Aplicada de la UPV.
ETS INGENIERÍA INFORMÁTICA
(INVESTMAT)

# GRAFOS, REDES y CIENCIA DE DATOS

J. ALBERTO CONEJERO

Dtor. Depto. Matemática Aplicada

Cursos Programas y títulos Universidades edX for Business Buscar: Inicia sesión Regístrate

Inicio > Todos los temas > Matemáticas > Aplicaciones de la Teoría de Grafos a la Vida Real (I)

# Aplicaciones de la Teoría de Grafos a la Vida Real (I)

Aprenderemos a modelizar problemas del mundo real mediante su representación con grafos y a resolverlos mediante sus algoritmos asociados.

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

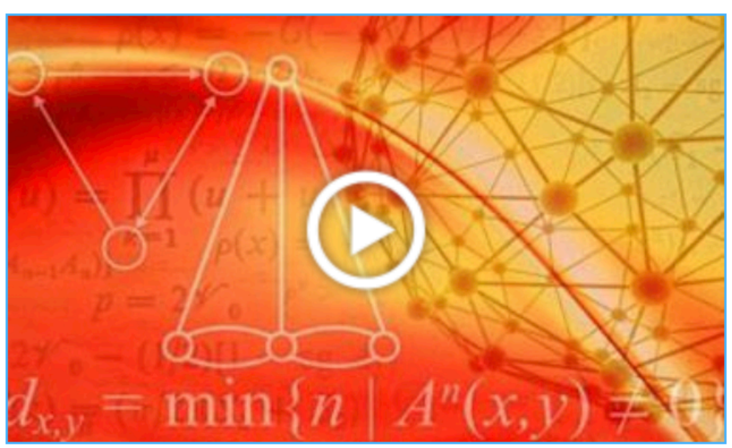
**A tu propio ritmo**

**Inscríbete**

☐ Me gustaría recibir correos electrónicos de Universitat Politècnica de Valencia y obtener información sobre otras ofertas relacionadas con Aplicaciones de la Teoría de Grafos a la Vida Real (I)

Cursos Programas y títulos Universidades edX for Business Buscar: Inicia sesión Regístrate

Inicio > Todos los temas > Informática > Aplicaciones de la Teoría de Grafos a la vida real II



# Aplicaciones de la Teoría de Grafos a la vida real II

Aprenderemos a modelizar problemas del mundo real mediante su representación con grafos y a resolverlos mediante sus algoritmos asociados.

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

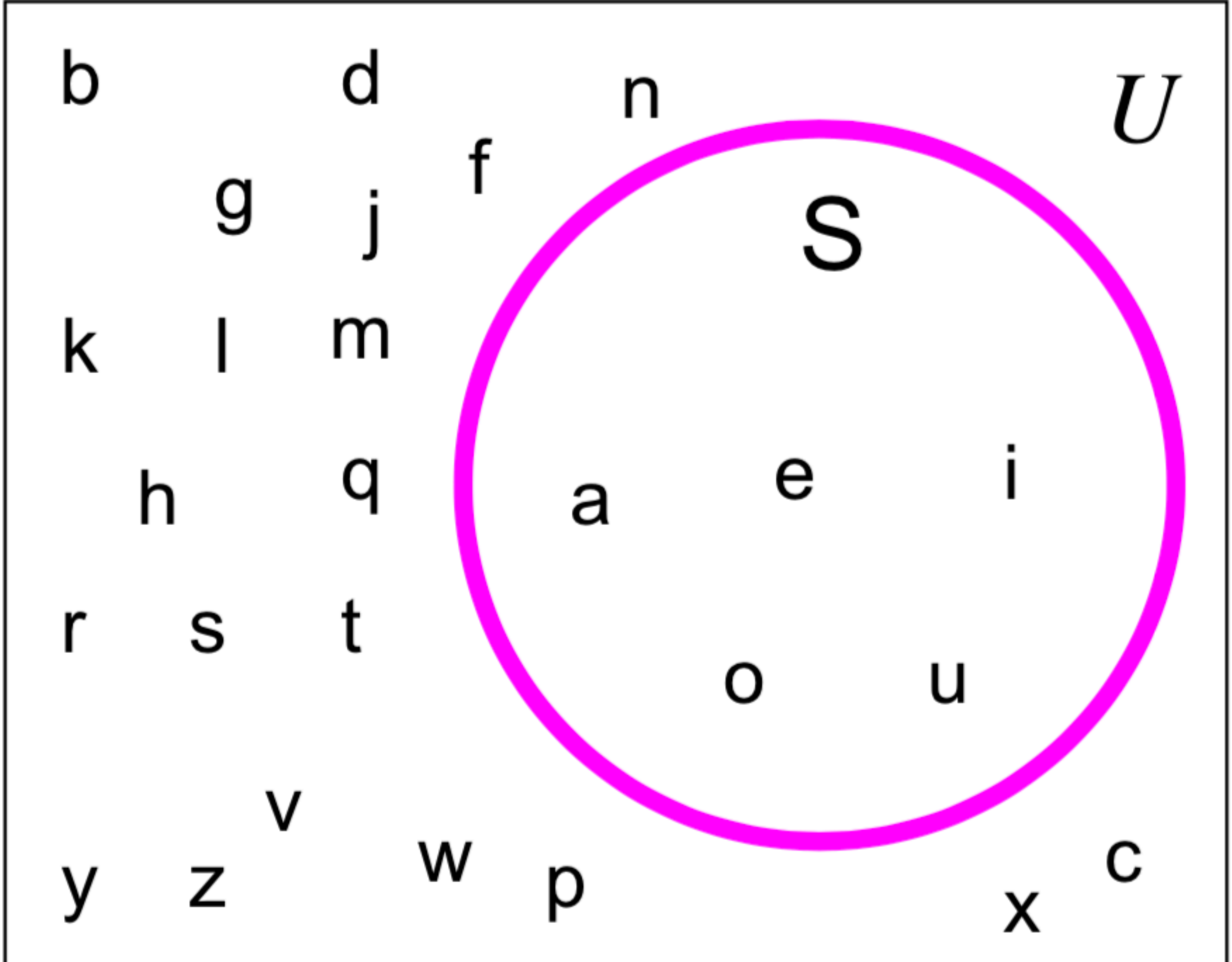
**A tu propio ritmo**

**Inscríbete**

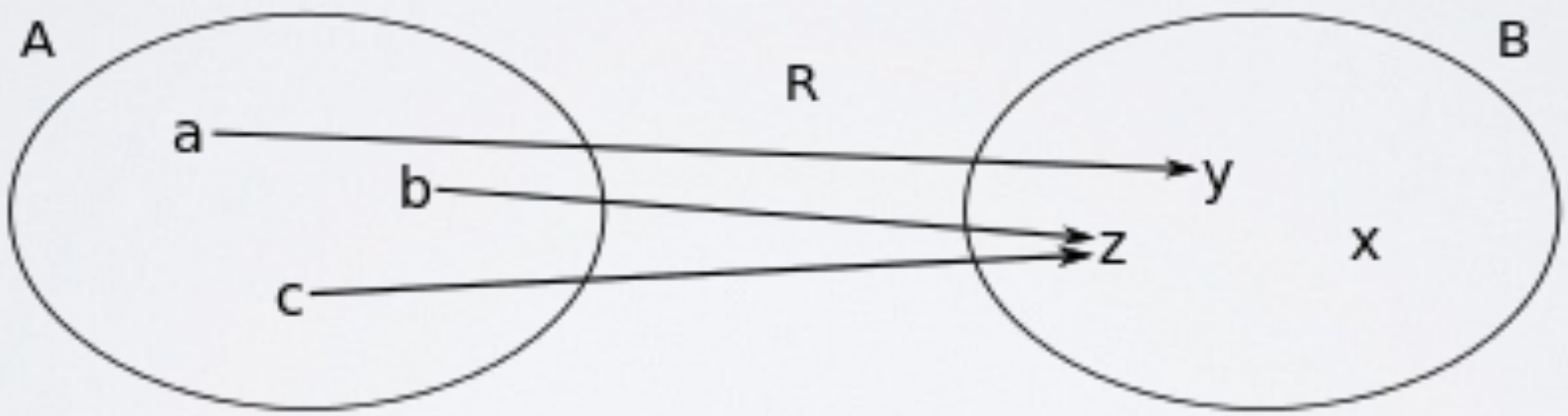
☐ Me gustaría recibir correos electrónicos de Universitat Politècnica de Valencia y obtener información sobre otras ofertas relacionadas con Aplicaciones de la Teoría de Grafos a la vida real II


ETS d'Enginyeria Informàtica
1G
http://www.PacoyEsther.com
@PacoDeCasa

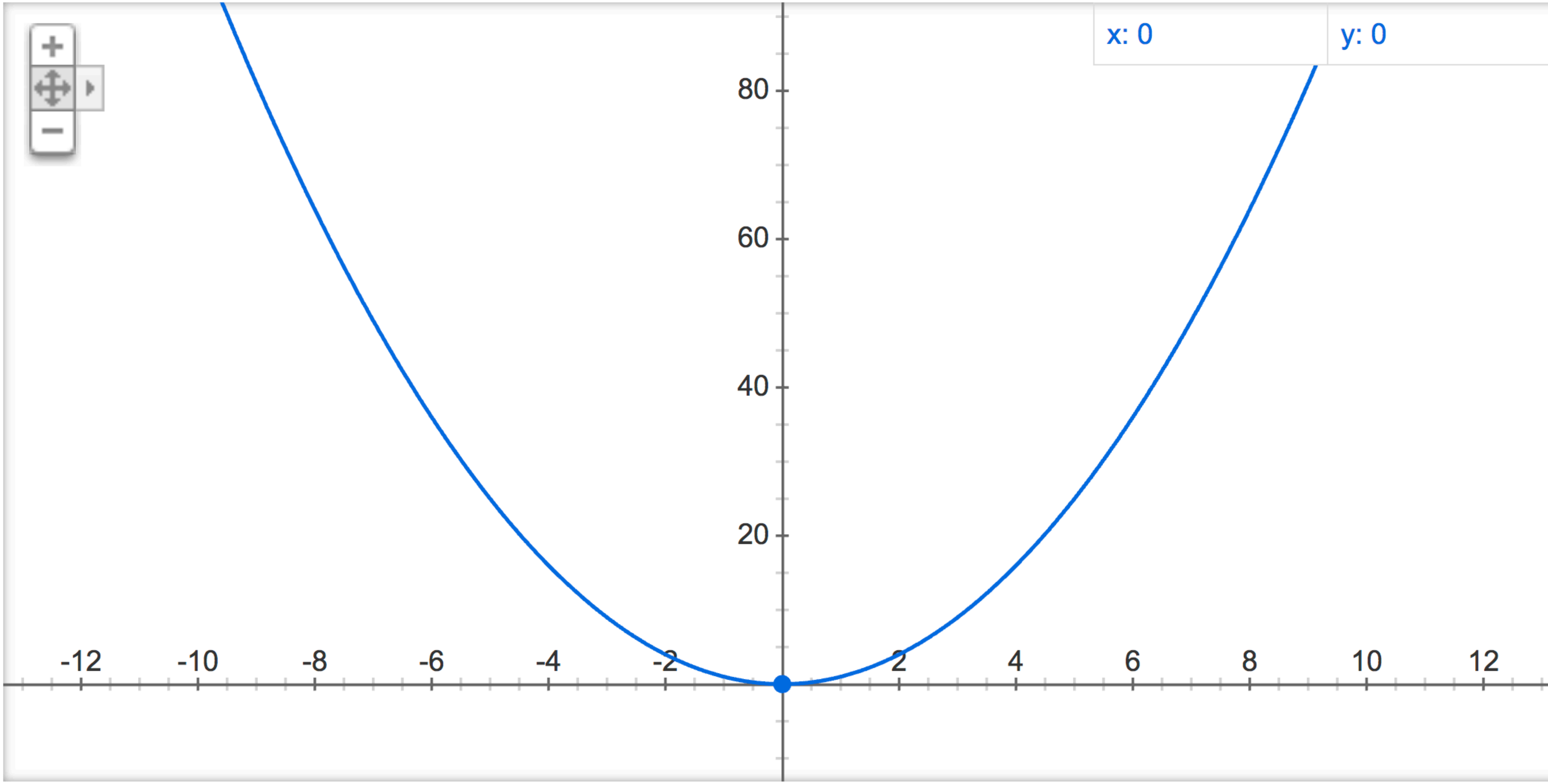
# GRAFOS,…CONTIGO (CASI) EMPEZÓ TODO


U
S
a
e
i
o
u
b
d
n
f
g
j
k
l
m
h
q
r
s
t
v
w
p
y
z
x
c

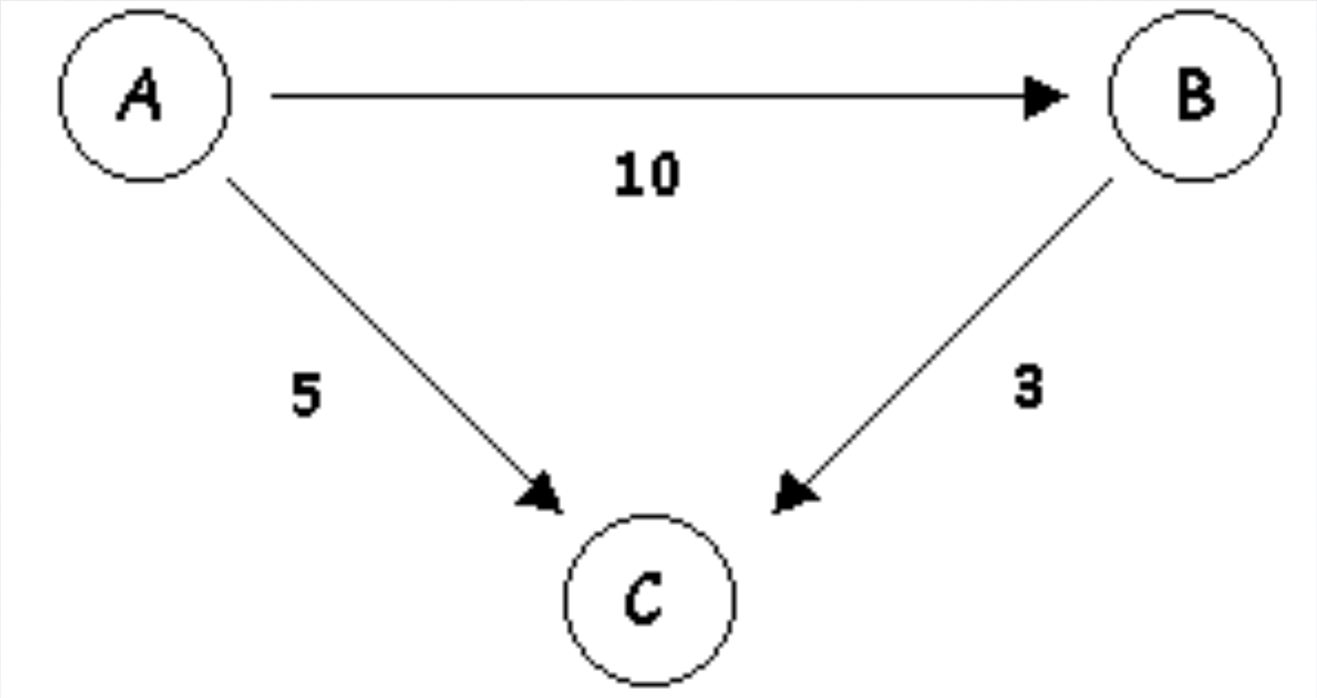

$A \times B = \{(a,x), (b,x), (c,x), (a,y), (b,y), (c,y), (a,z), (b,z), (c,z)\}$



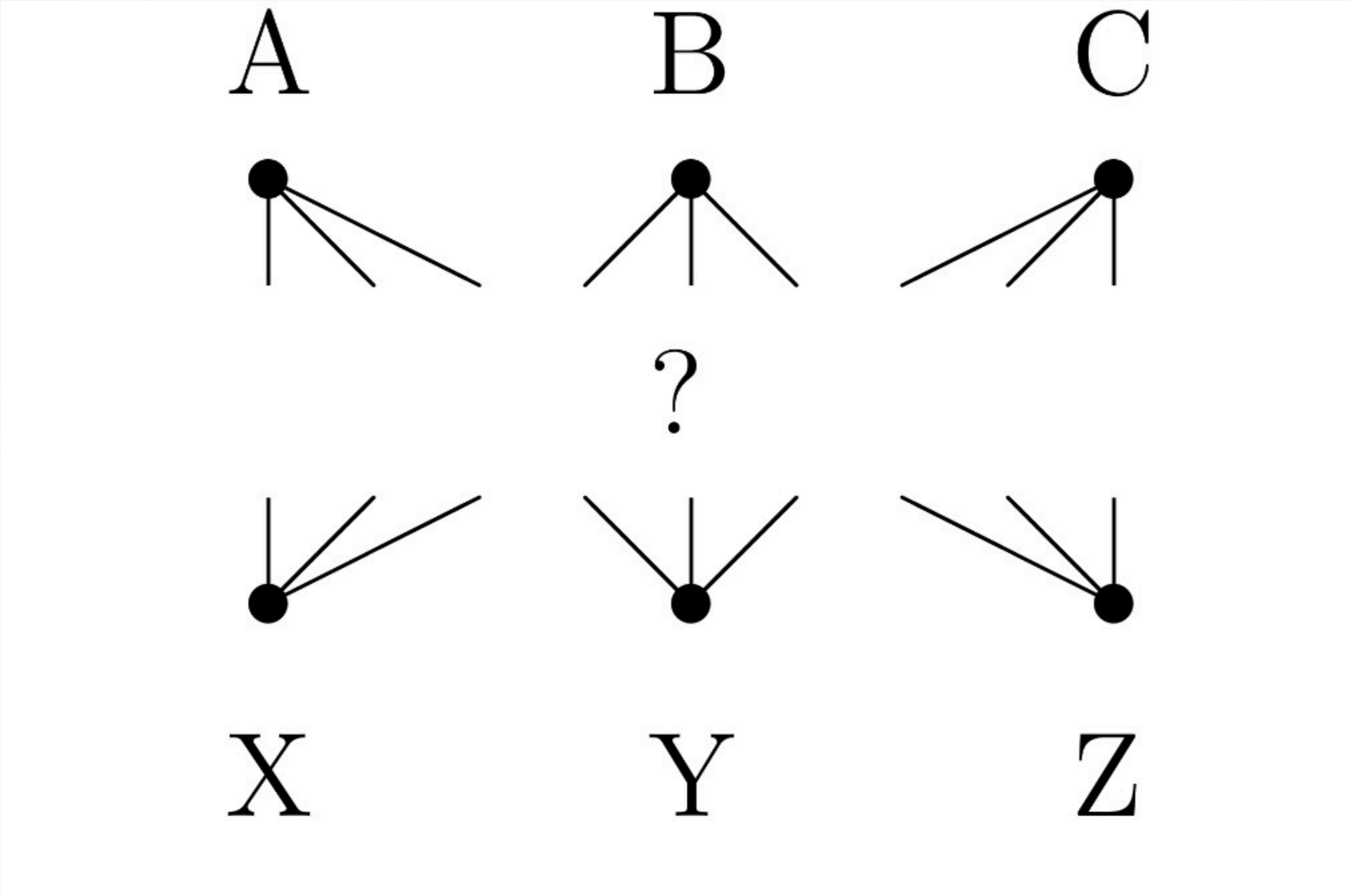

$R = \{(a,y), (b,z), (c,z)\}$




$$ax^2 + bx + c = 0$$

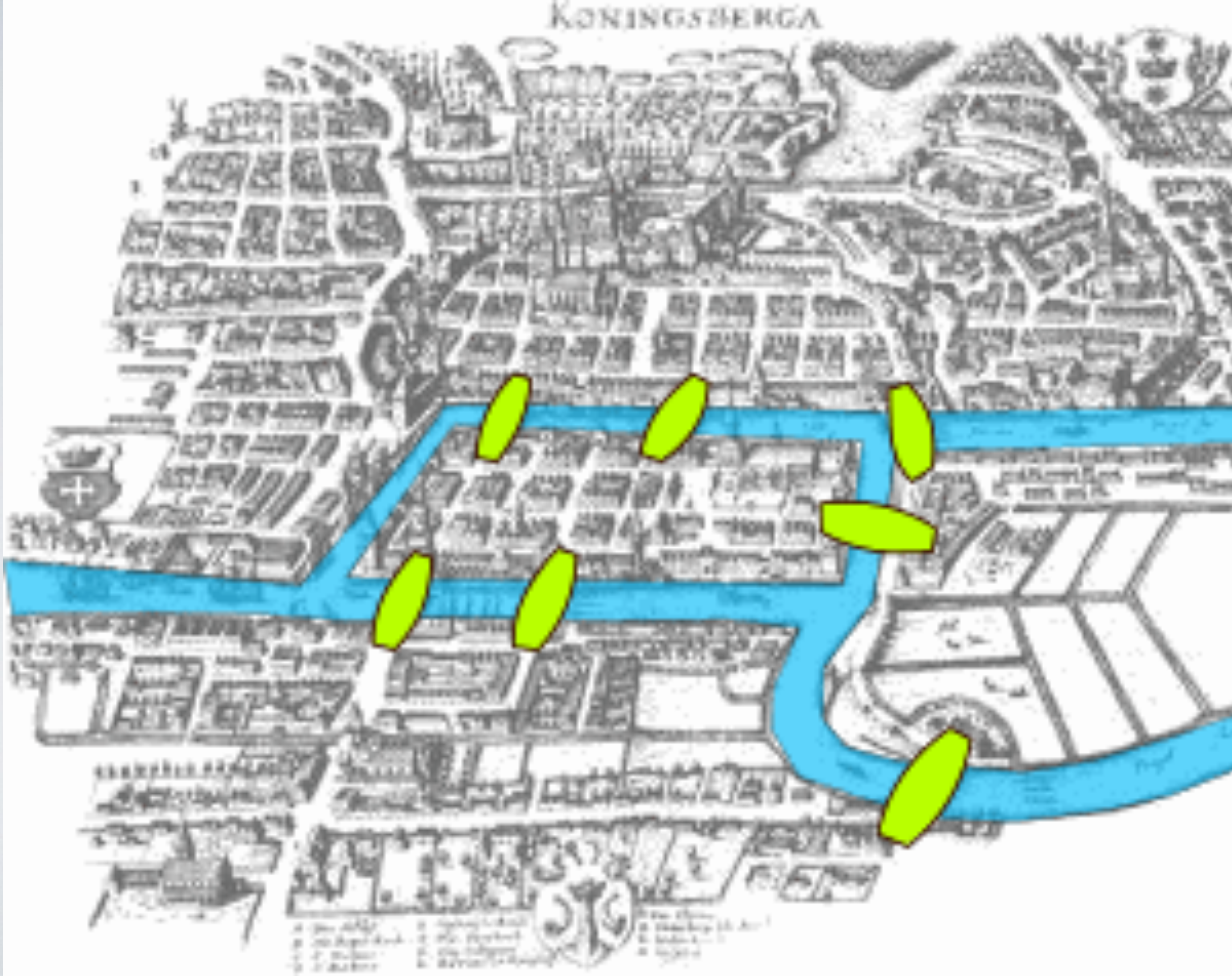


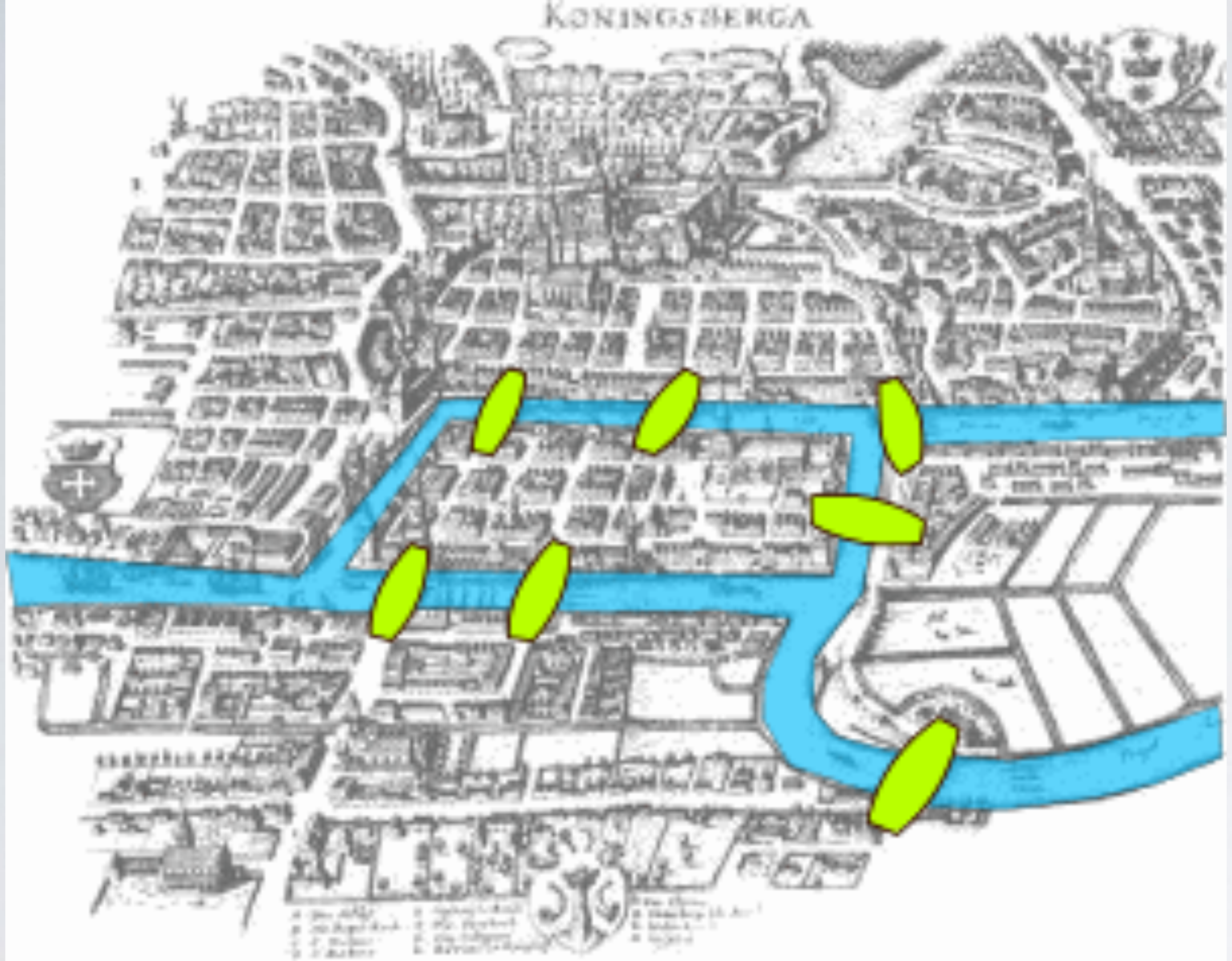
Grafo G.

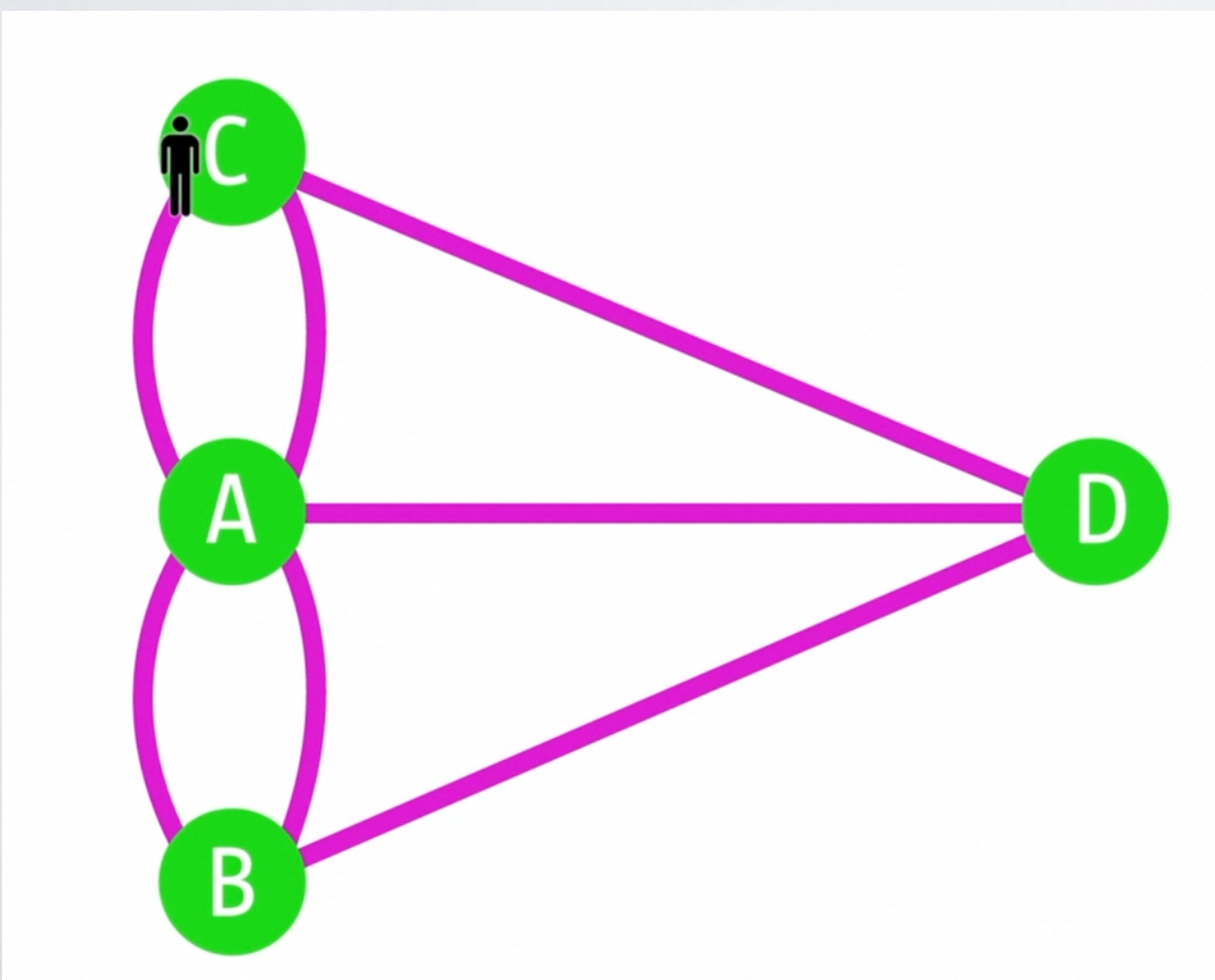



¿ES POSIBLE UNIR A,B y C CON X,Y,Z SINQUE SE CORTEN LAS LÍNEAS?

# EULER

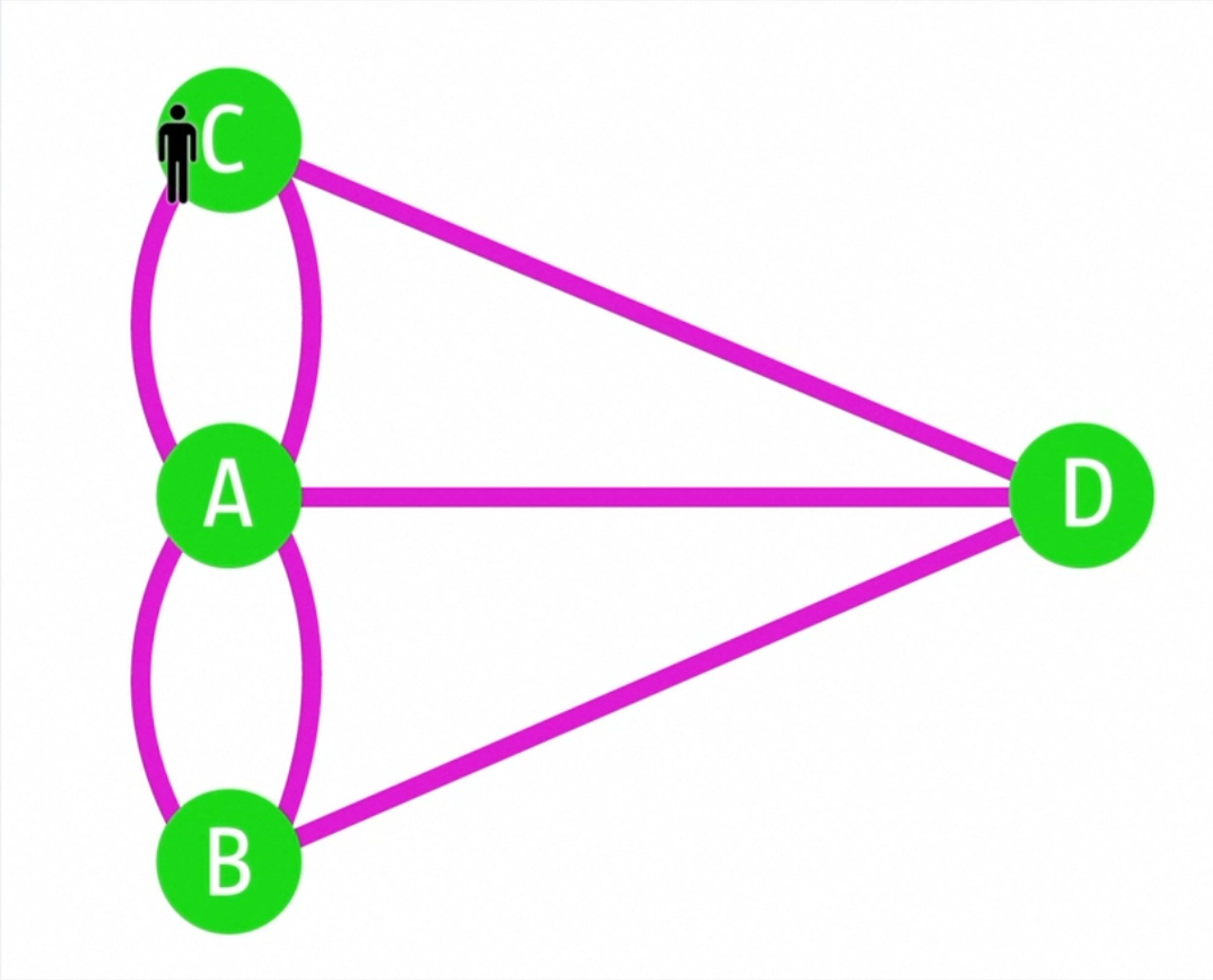

KONINGSBERGA

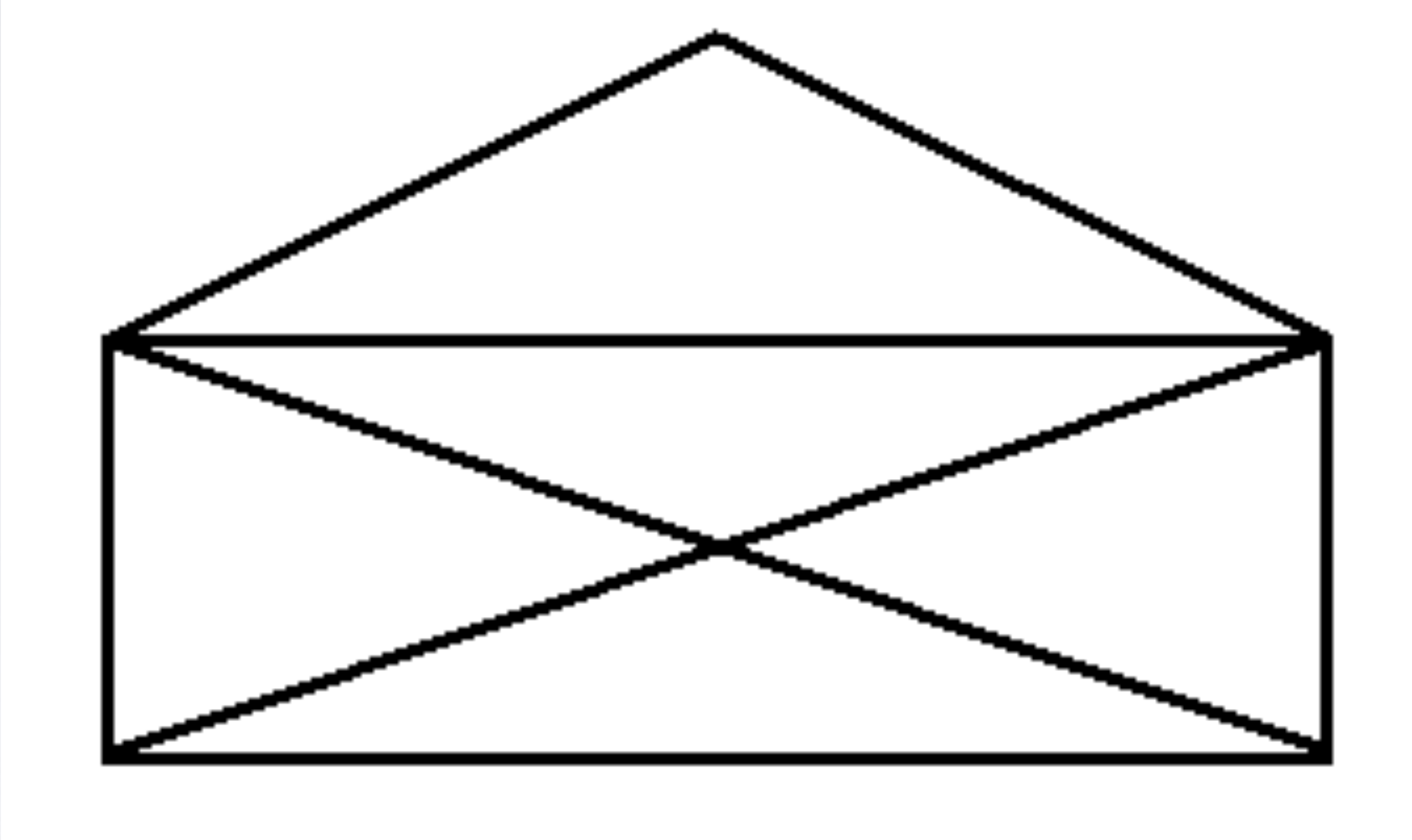


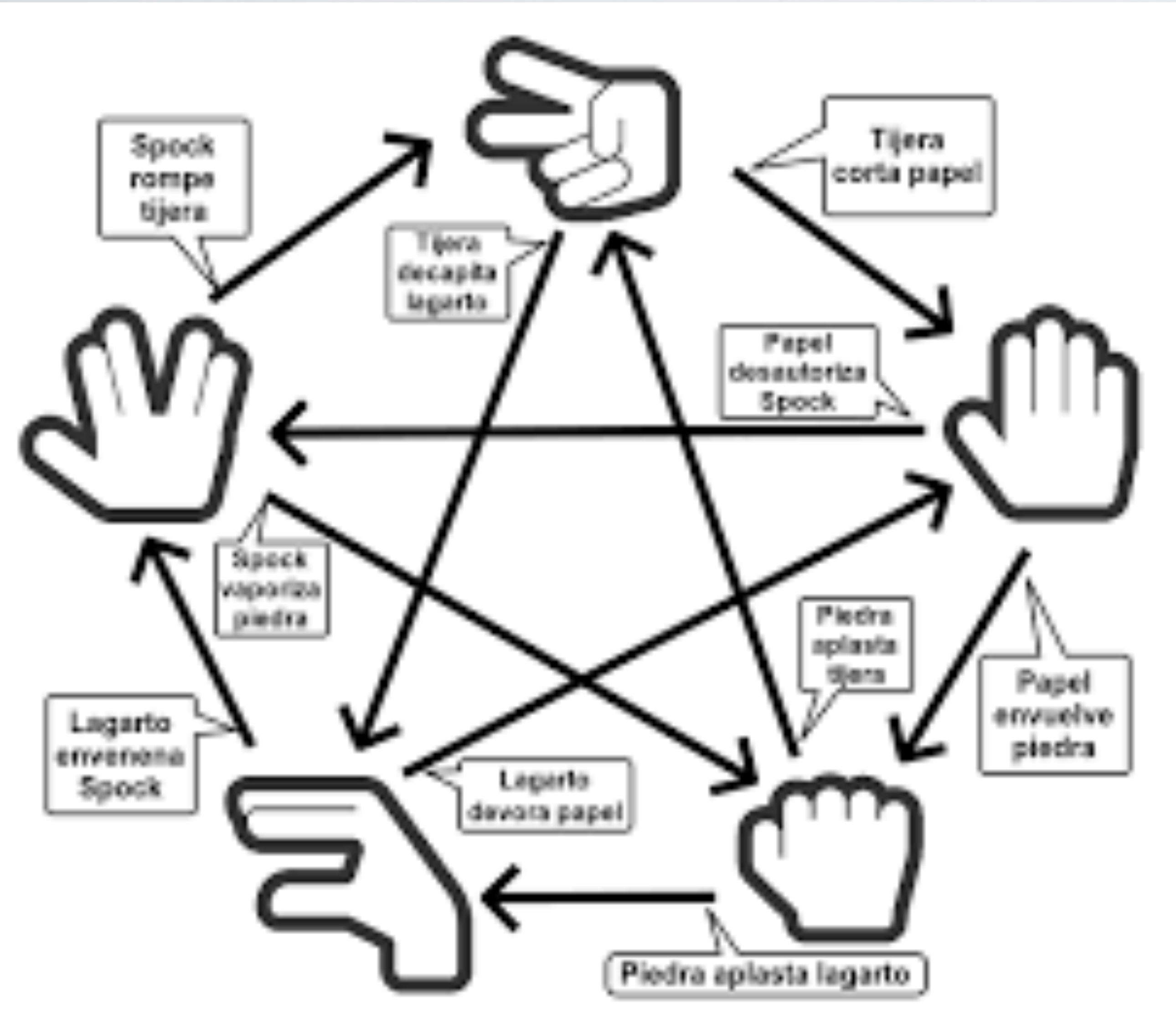

LEONHARD EULER

HAY UN CAMINO CERRADO EULERIANO SI, Y SÓLO SI, TODOS LOS VÉRTICES TIENEN GRADO PAR.
HAY UN CAMINO EULERIANO NO CERRADO SI TODOS LOS VÉRTICES TIENEN GRADO PAR EXCEPTO DOS

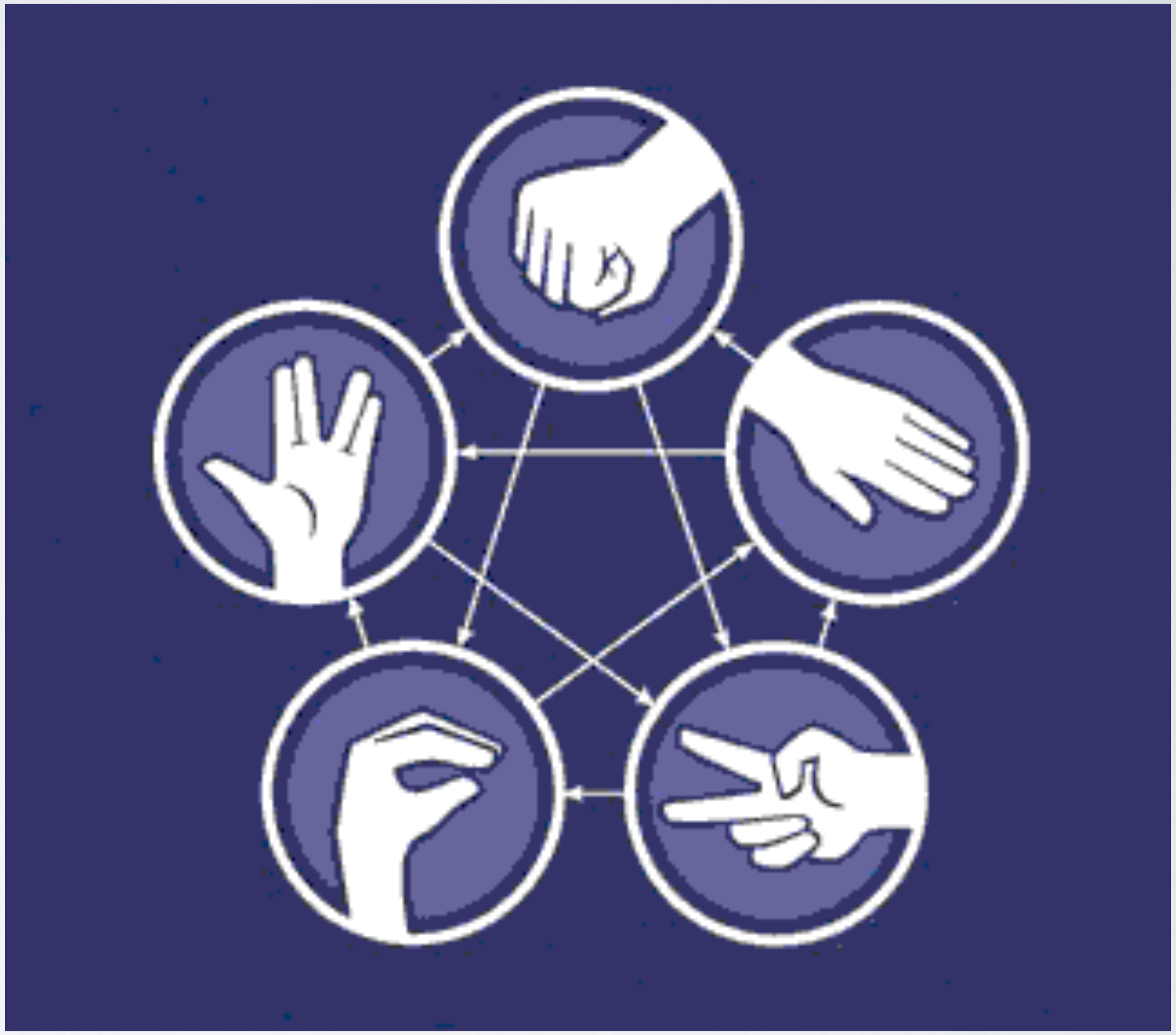


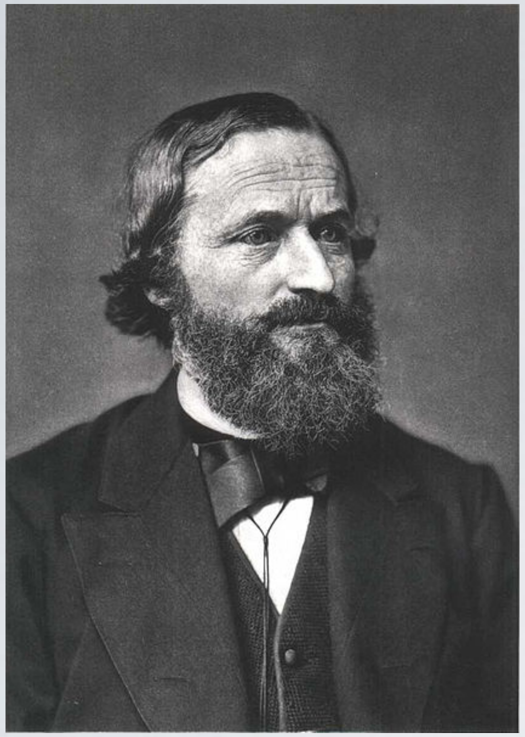


DIBUJAR SIN LEVANTAR EL LÁPIZ DEL PAPEL



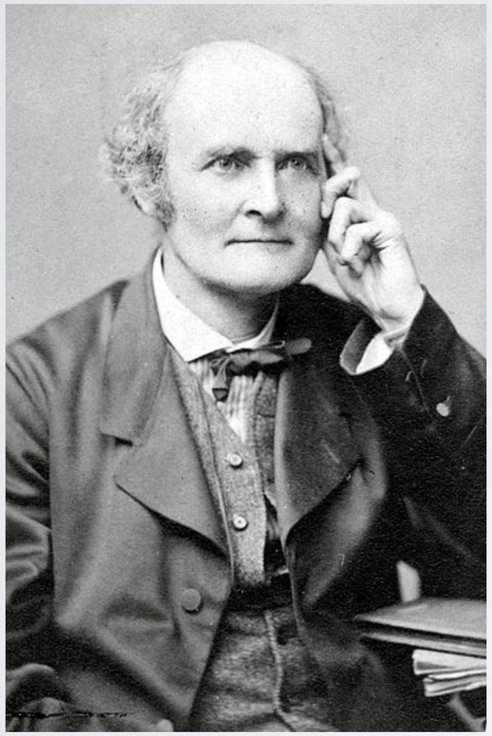
Spock rompe tijera
Tijera corta papel
Tijera decapita lagarto
Papel desautoriza Spock
Spock vaporiza piedra
Piedra aplasta tijera
Papel envuelve piedra
Lagarto envenena Spock
Lagarto devora papel
Piedra aplasta lagarto



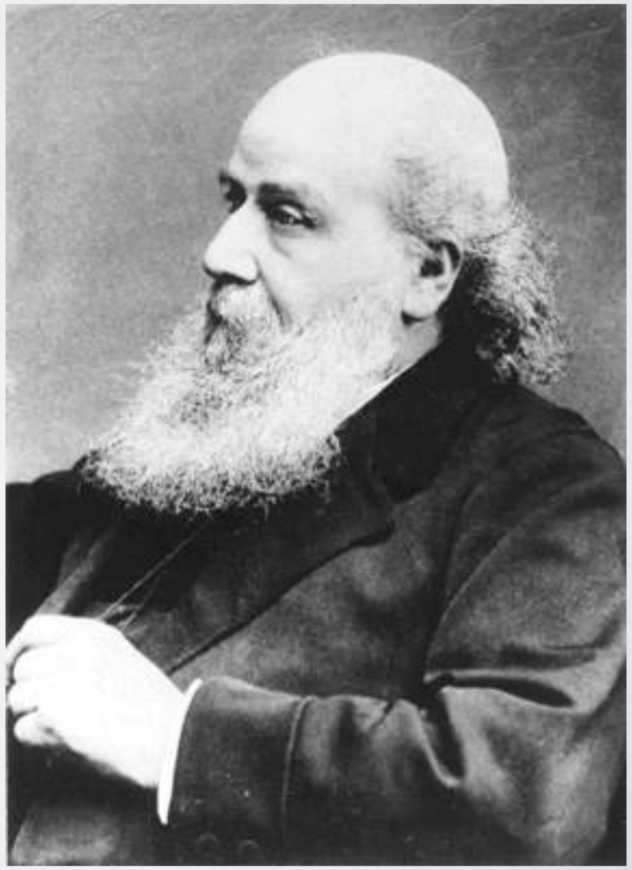
En esta misma ciudad nació Gustav R. Kirchoff en 1824.

Kirchoff se sirvió de la Teoría de Grafos para enunciar las leyes, que hoy en día llevan su nombre, y que permiten el cálculo de voltajes y corrientes en circuitos eléctricos.



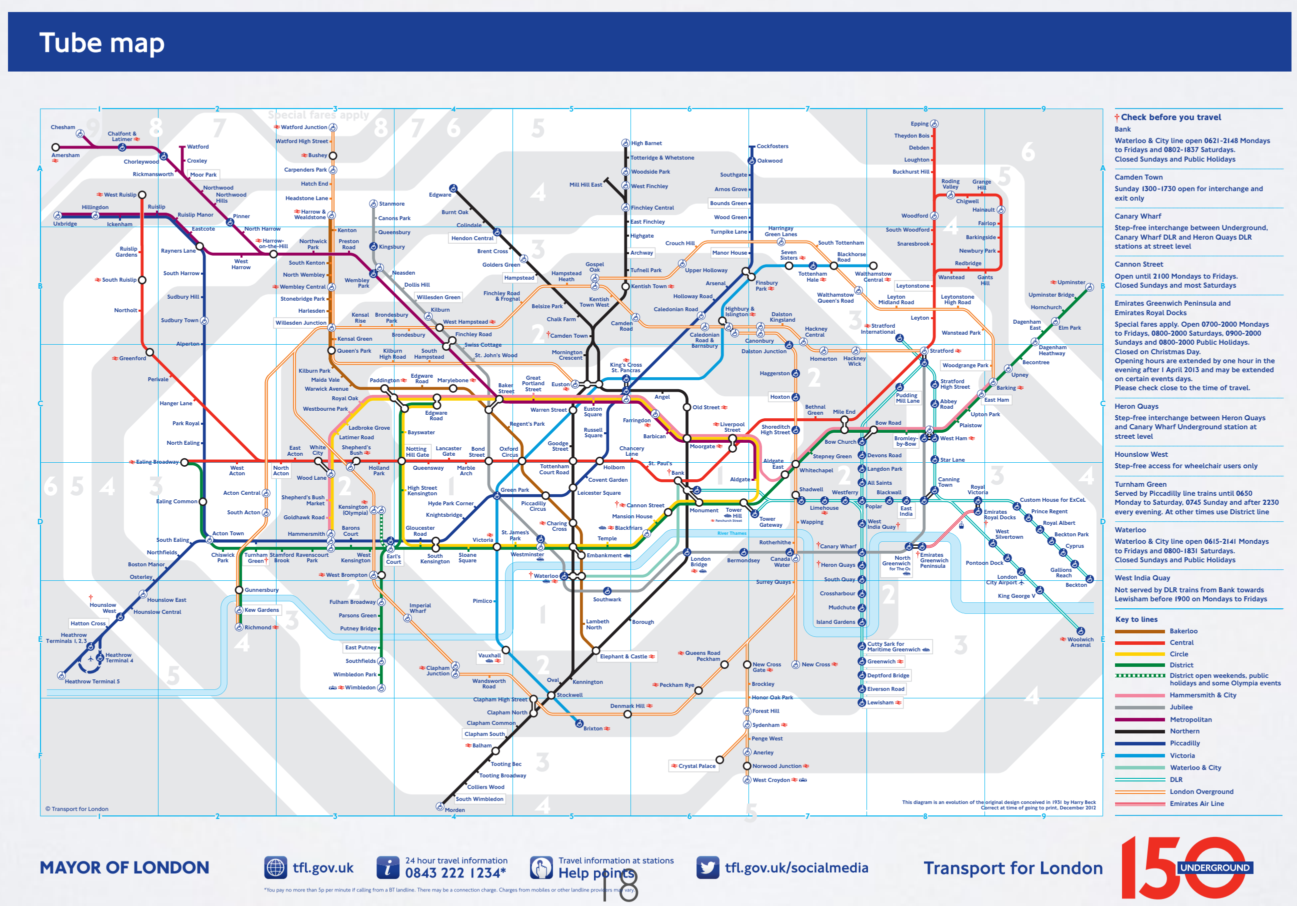
Arthur Cayley utilizó los grafos para estudiar los distintos isómeros de la siguiente familia de hidrocarburos $C_nH_{2n+2}$.

De hecho, el nombre de Grafo es acuñado por James Joseph Sylvester en un artículo de 1878 en el que estudia la relación entre el álgebra y los diagramas moleculares.



Sin embargo, estos no son los únicos mapas en los que ha sido importante la Teoría de Grafos.

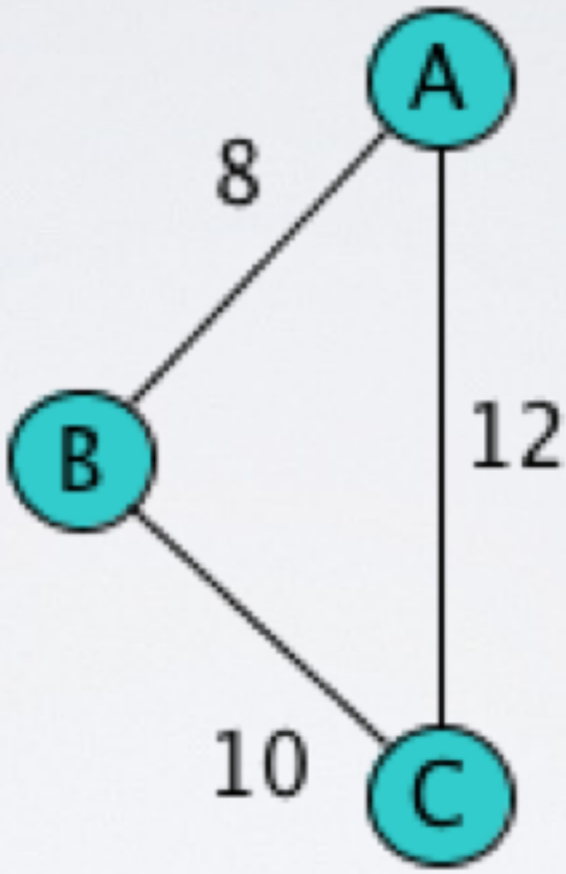
En 1931, el ingeniero y diseñador Harry Beck se ayudó de un grafo sobre una cuadrícula octogonal para proyectar el mapa del metro de Londres, en el que se han ido inspirando los mapas posteriores.



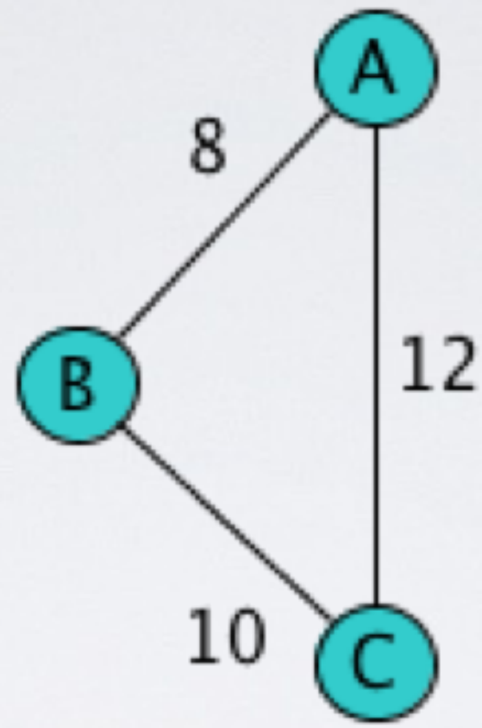
Relacionado con la electricidad, Otakar Boruvka utilizó en 1926 la Teoría de Grafos para calcular el diseño de una red eléctrica eficiente para electrificar la región de Moravia.
Su resultado sobre árboles generadores es uno de los primeros algoritmos en Teoría de Grafos

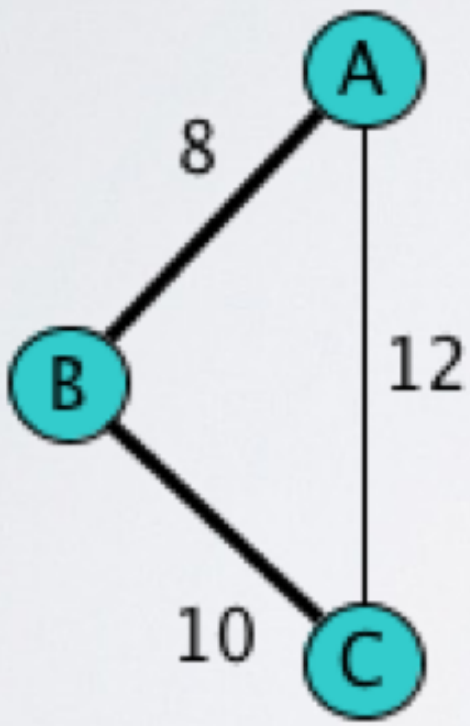

# ¿Cómo se debe planificar la implantación de comunicaciones?

GRAFO PONDERADO

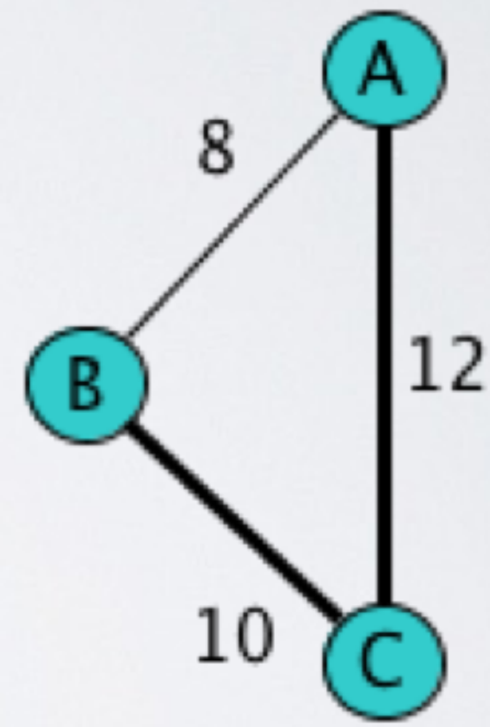


## Algoritmo de Kruskal



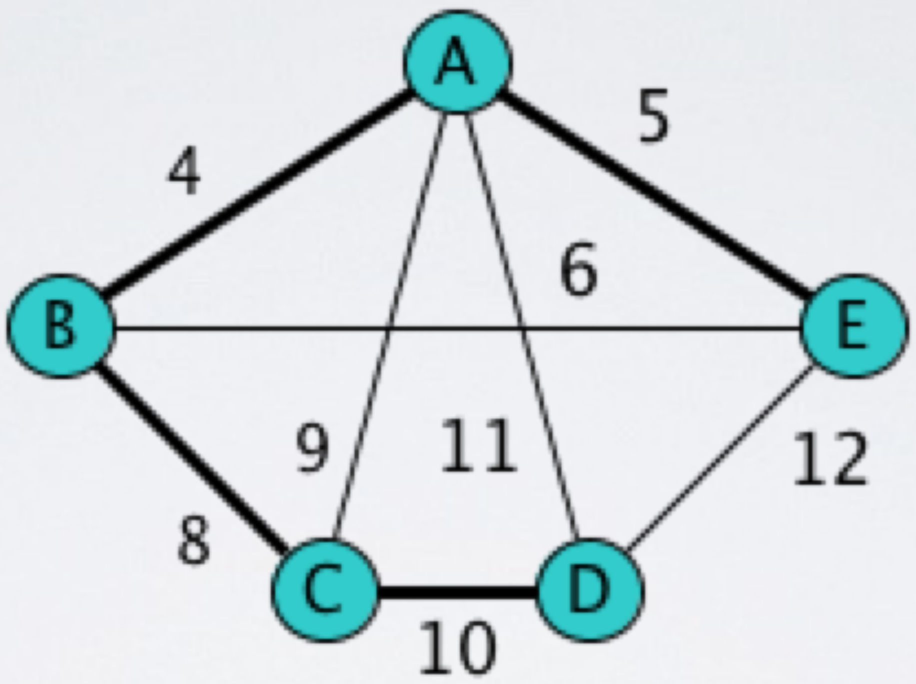




**Árbol de mínimo coste**




**Árbol de máximo coste**

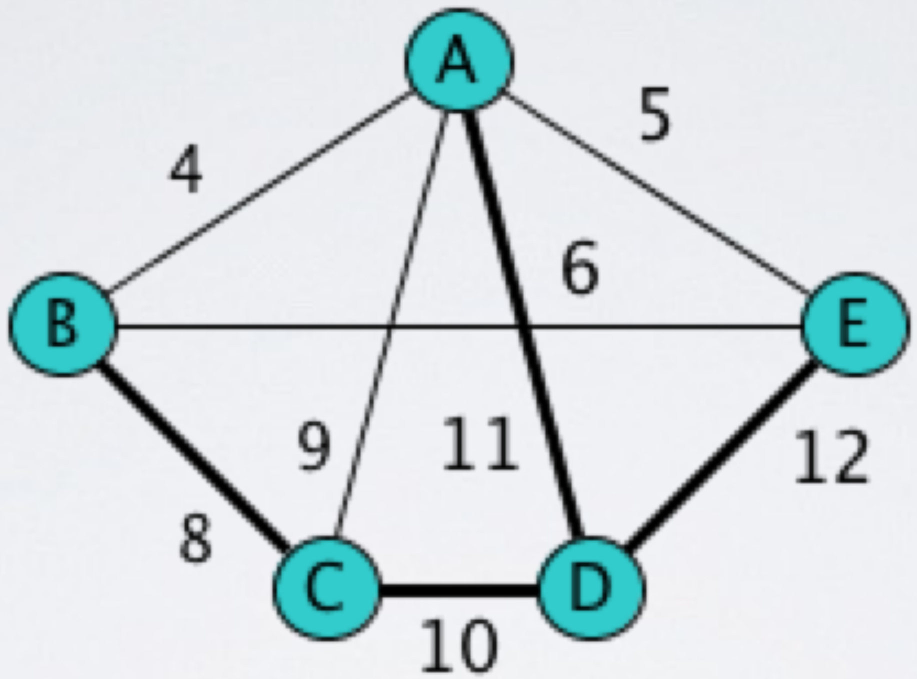
## Árbol generador de MÍNIMO coste




| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *AB* | *AE* | *BE* | *BC* | *AC* | *CD* | *AD* | *DE* |
| 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| *Sí* | *Sí* | *No* | *Sí* | *No* | *Sí* | *No* | *No* |

# JOSEPH KRUSKAL

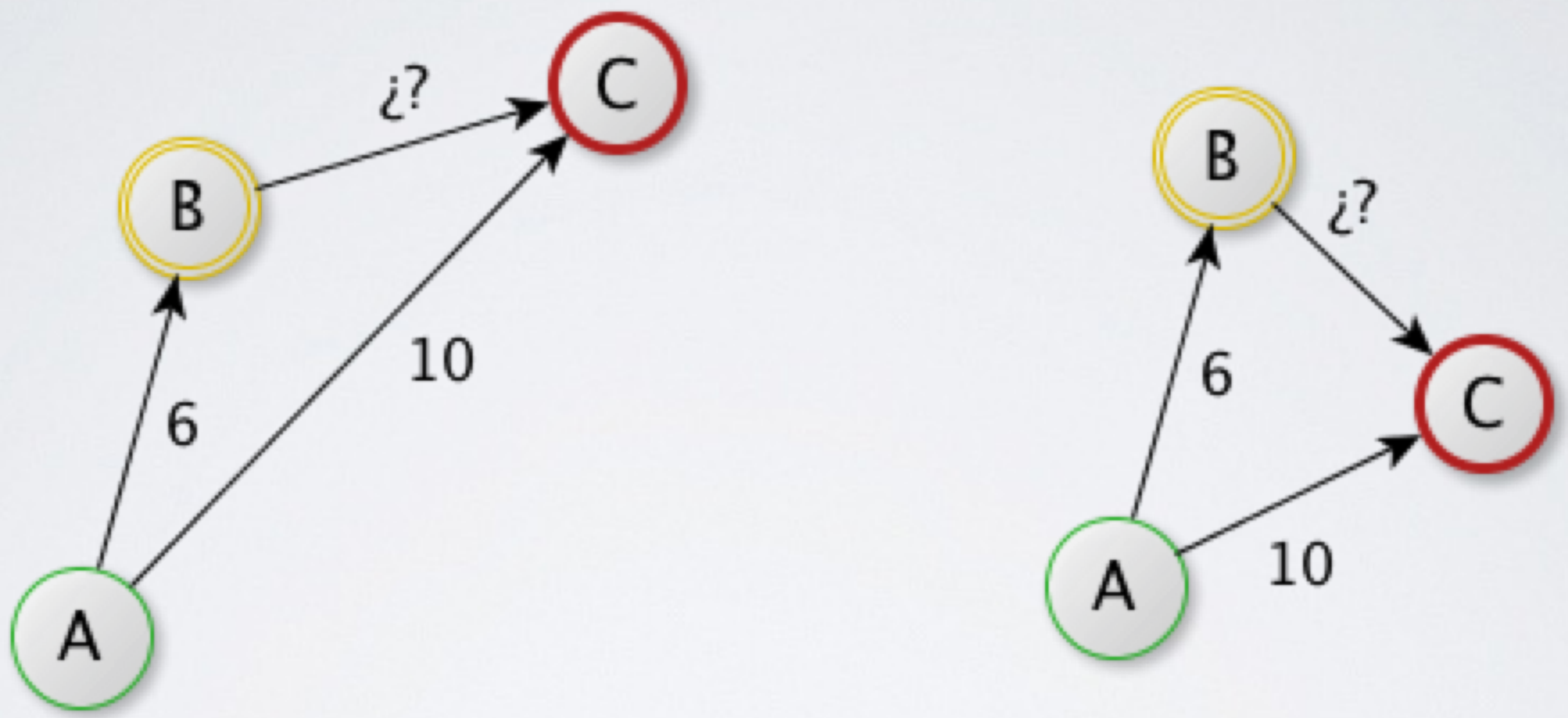
## Árbol generador de MÁXIMO coste



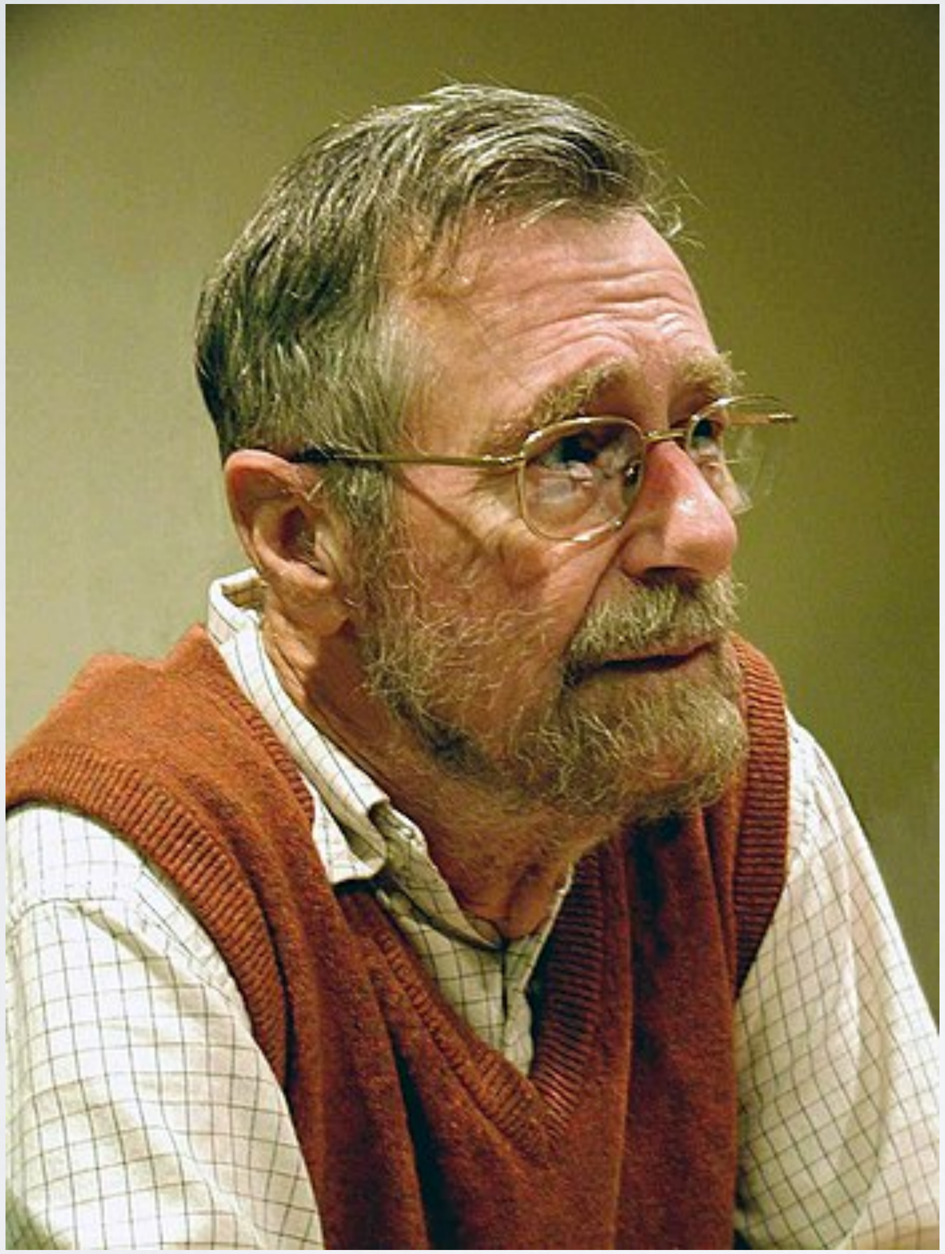

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *DE* | *AD* | *CD* | *AC* | *BC* | *BE* | *AE* | *AB* |
| 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 6 | 5 | 4 |
| *Sí* | *Sí* | *No* | *Sí* | *Sí* | *No* | *No* | *No* |


## ¿Cuál es el camino más corto de Córdoba a Valencia?

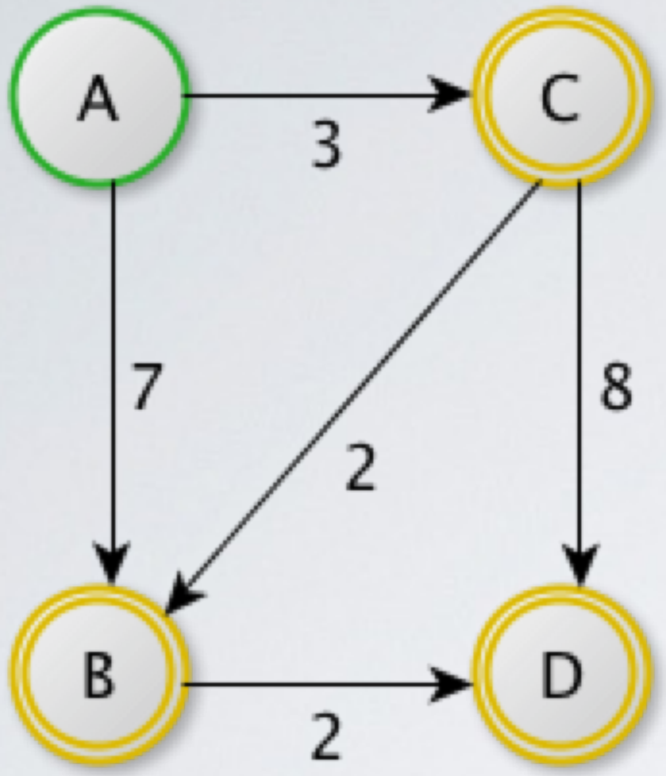
## ¿El camino más corto de A a C pasa por B o no?



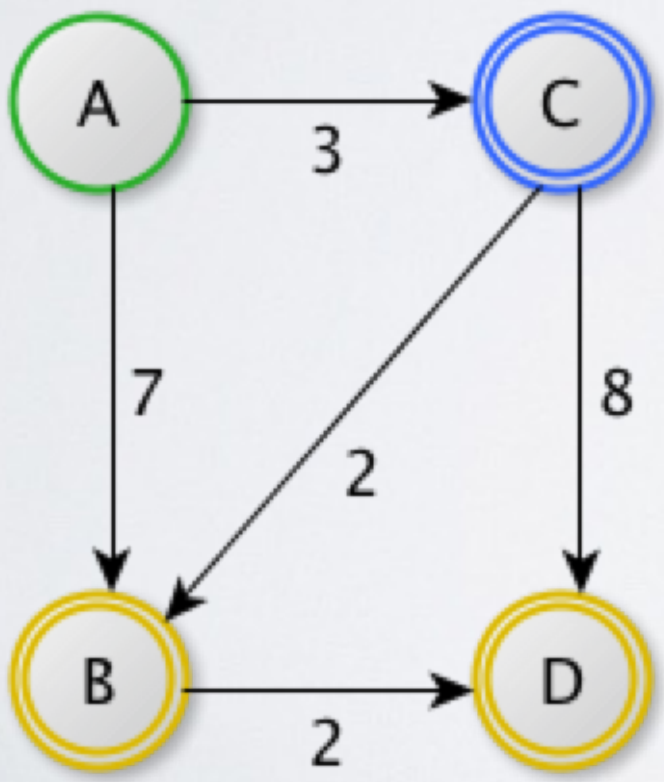

No hay que fijarse en los dibujos, sino en los pesos de cada arista.



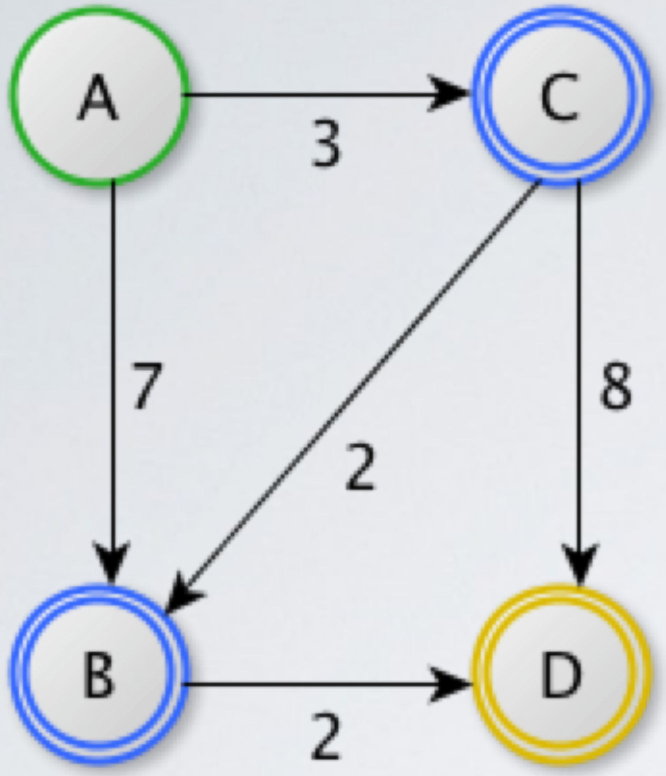
EDSGER DIJKSTRA



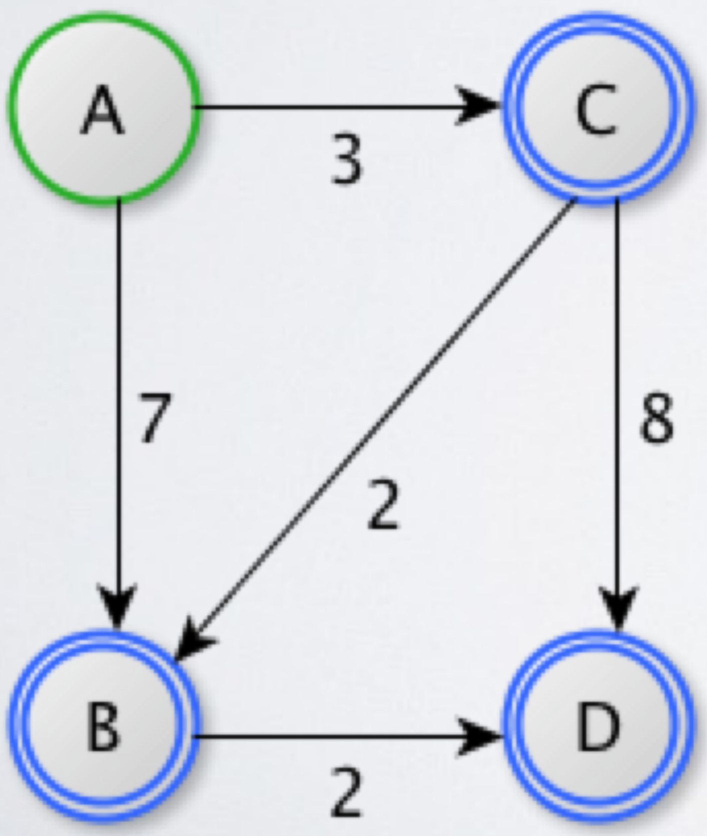

| Paso | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | ∞ /– | ∞ /– | ∞ /– |




| Paso | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | ∞ /– | ∞ /– | ∞ /– |
| 1 | – | 7/ *A* | 3/ *A* | ∞ /– |




| Paso | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | $\infty/-$ | $\infty/-$ | $\infty/-$ |
| 1 | – | $7/A$ | $3/A$ | $\infty/-$ |
| 2 | – | $5/C$ | – | $11/C$ |



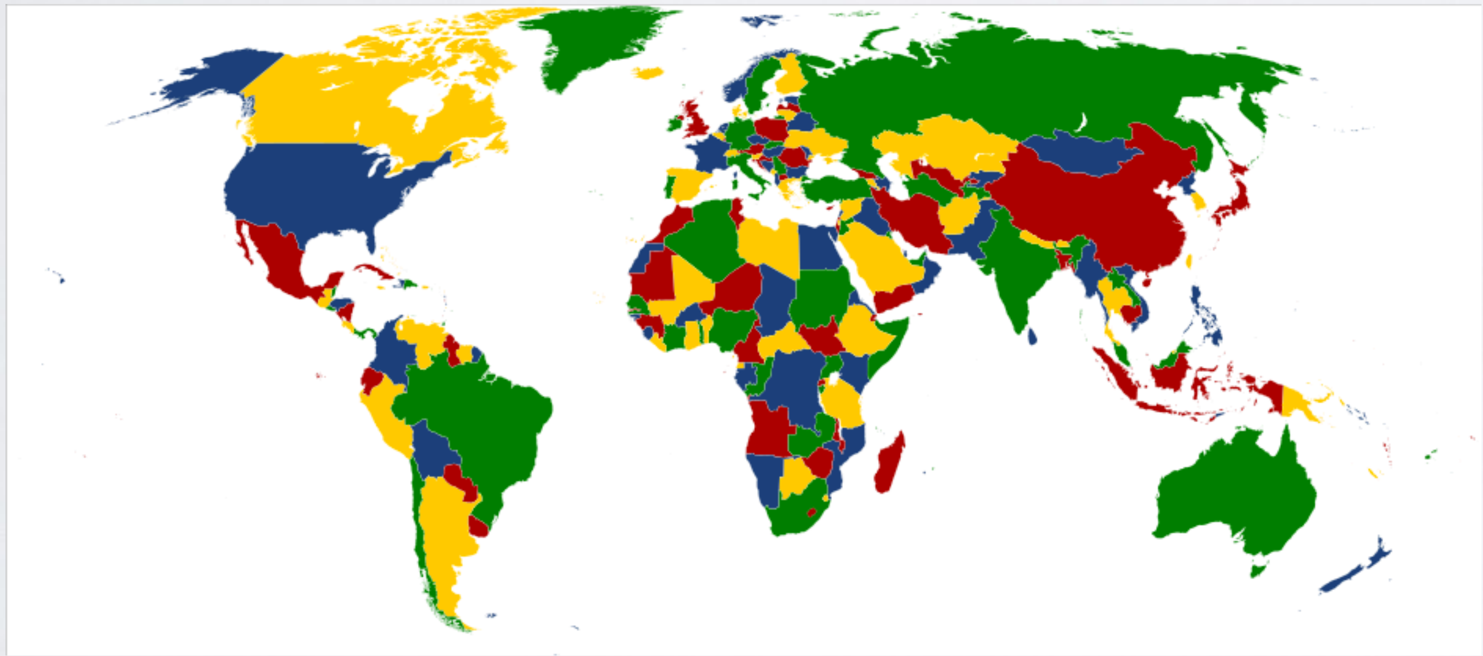

| Paso | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | $\infty/-$ | $\infty/-$ | $\infty/-$ |
| 1 | – | $7/A$ | $3/A$ | $\infty/-$ |
| 2 | – | $5/C$ | – | $11/C$ |
| 3 | – | – | – | $7/B$ |

Sylvester fue alumno de Auguste De Morgan, al igual que Francis Guthrie, quien le planteó a De Morgan en 1852 el problema de los cuatro colores.

*¿Es posible pintar cualquier mapa únicamente con 4 colores de manera que regiones colindantes no estén pintadas del mismo color?*

# Teorema de los 4 colores (Appel y Haken)

Dado cualquier mapa geográfico con regiones continuas, este puede ser coloreado con cuatro colores diferentes, de forma que no queden regiones adyacentes con el mismo color.

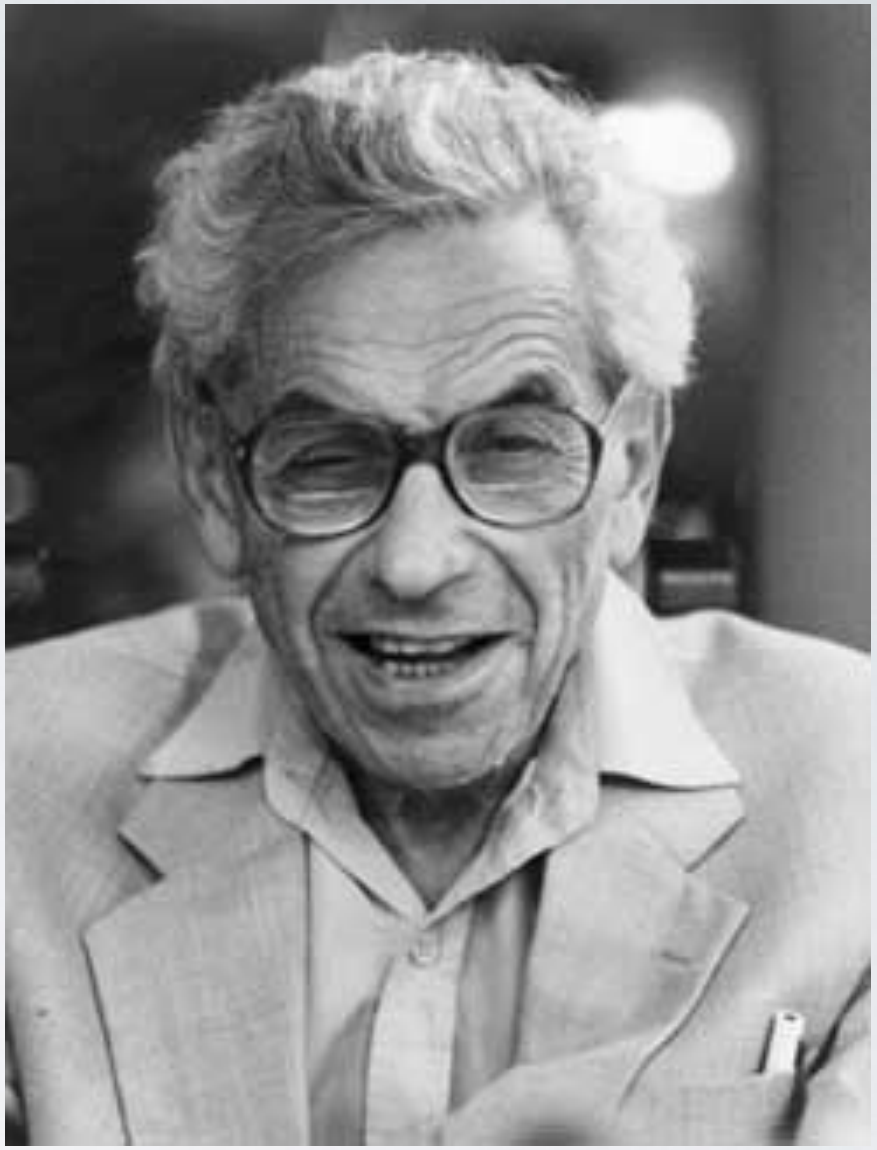


*Kenneth Appel and Wofgang Haken in the 1970s*

HEMOS VISTO CÓMO EVOLUCIONARON

Y SU POTENCIAL EN COMPUTACIÓN,

PERO Y ¿EN MATEMÁTICAS?

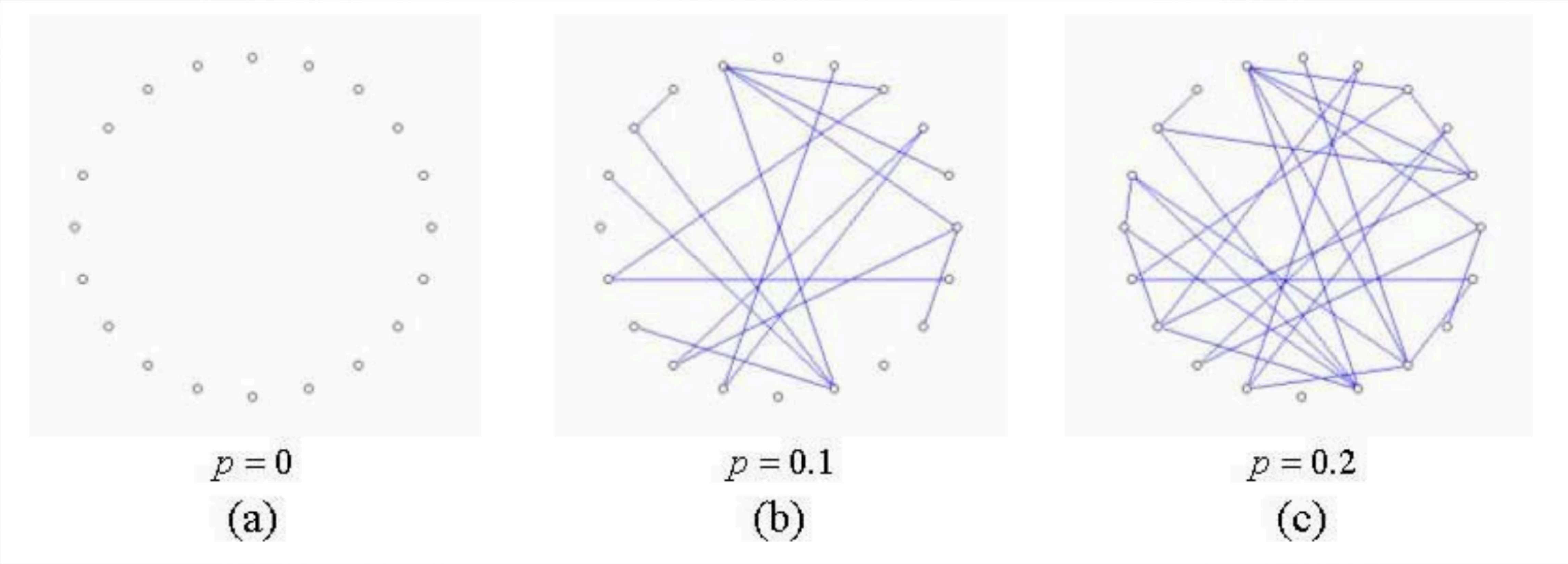
 

ALFRED RENYI (1921-1970) — PAUL ERDÖS (1913-1996)

MODELO ERDÖS - RENYI DE GRAFOS ALEATORIOS

con el permiso de EDGAR NILSON GILBERT (1923-2013).

MODELO ERDÖS - RENYI DE GRAFOS ALEATORIOS

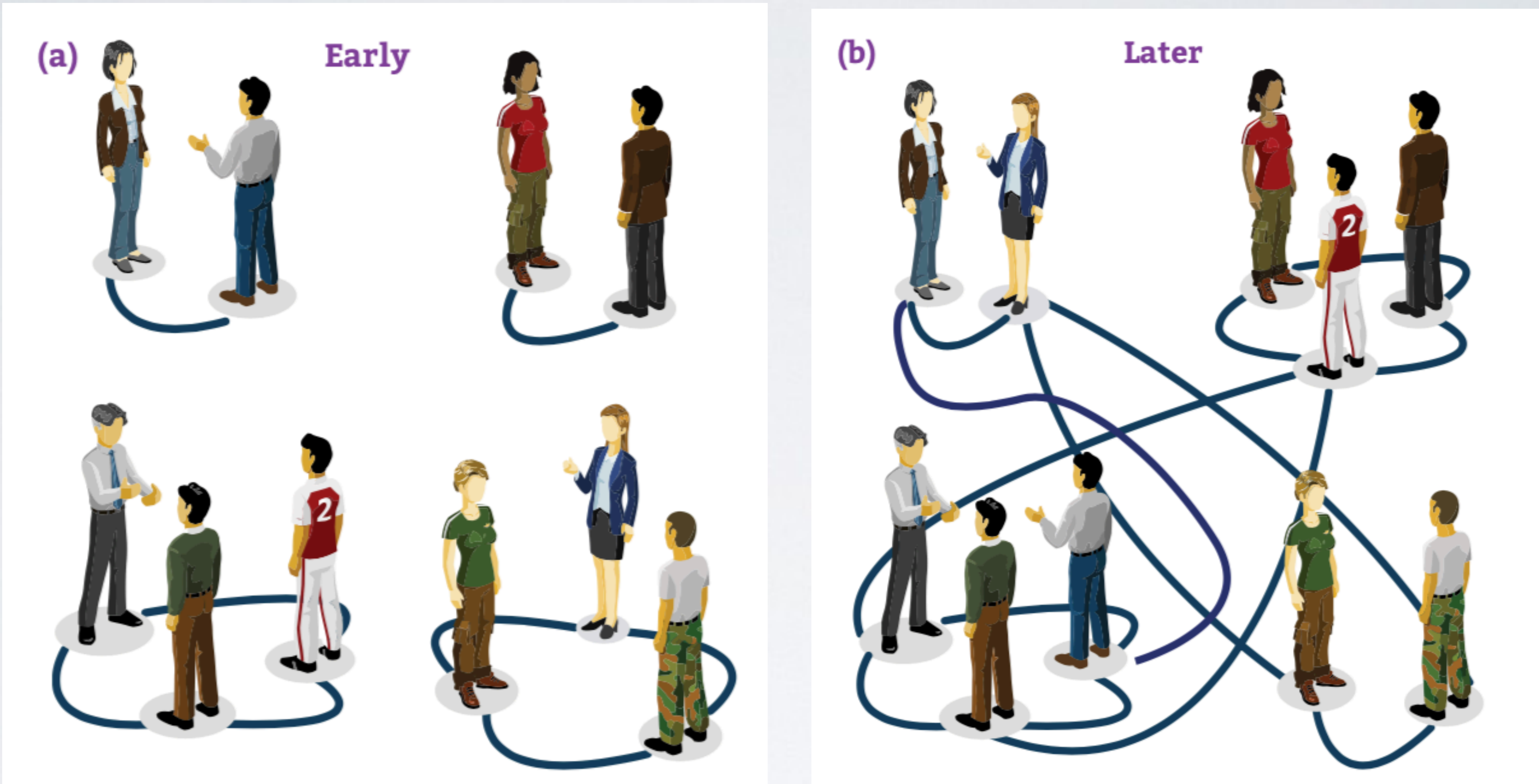



La **conexión** entre dos nodos se establece de manera aleatoria se establece de manera **independiente con una probabilidad 0<p<1**.

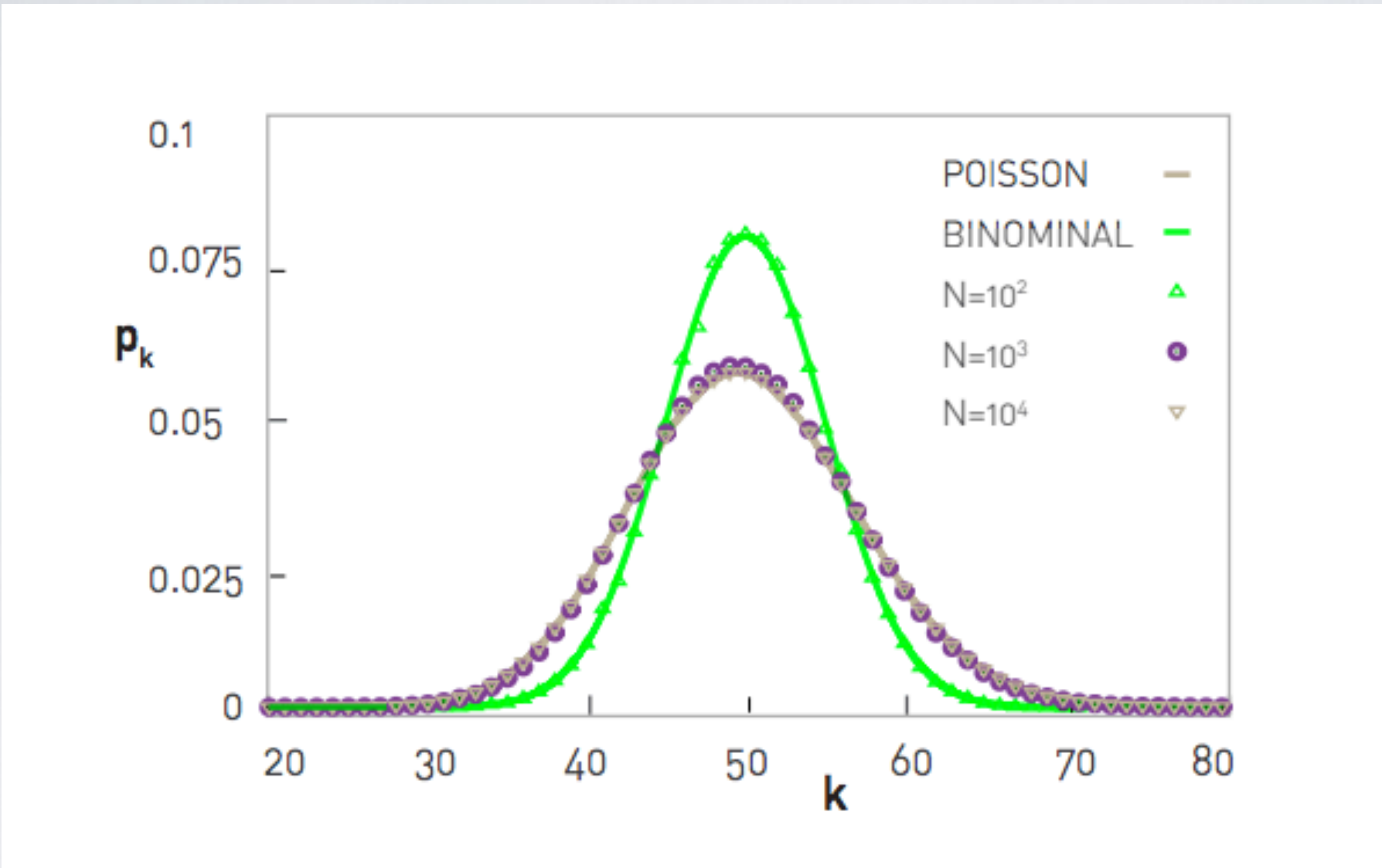
Un grafo aleatorio generado a partir de n vértices con probabilidad p se denota por G(n,p).

1) Si np < 1, G(n, p) seguramente no habrá componentes conexas de orden mayor que O(log(n)).
2) Si np = 1, G(n, p) seguramente habrá una componente de tamaño n^(2/3).
3) Si np > 1, G(n, p) seguramente tendrá una componente conexa enorme. Ninguna otra tendrá más de O(log(n)) vértices.
4) Si p<(1-e)log(n)/n, G(n, p) seguramente tendrá vértices aislados.
5) Si p>(1-e)log(n)/n, G(n, p) seguramente será conexo.

**¿Describen estos modelos la realidad?**


(a)
Early
2
(b)
Later
2

# MODELO ERDÖS - RENYI DE GRAFOS ALEATORIOS




$$p_k = \binom{N-1}{k} p^k (1-p)^{N-1-k},$$

$$p_k = e^{-\langle k \rangle} \frac{\langle k \rangle^k}{k!},$$

Distribución de grados de de un grado aleatorio

se puede aproximar por una distribución de Poisson de parámetro p(n-1)

**Problemas:**

1) No aparecen agrupamientos.
2) No aparecen “hubs” que se encuentran muy conectados

Mark Zuckerberg
Alberto
Inicio
Crear
Mark Zuckerberg
Seguir
Mensaje
Biografía
Información
Amigos
Fotos
Más
Sigue a Mark para recibir sus publicaciones públicas en tu sección de noticias.
Seguir
118 676 700 seguidores

Pero el mundo no es así…

Manfred Kochen

Ithiel de Sola Pool

*Social Networks*, 1 (1978/79)5–51 5


# Contacts and Influence

Ithiel de Sola Pool
*Massachusetts Institute of Technology**

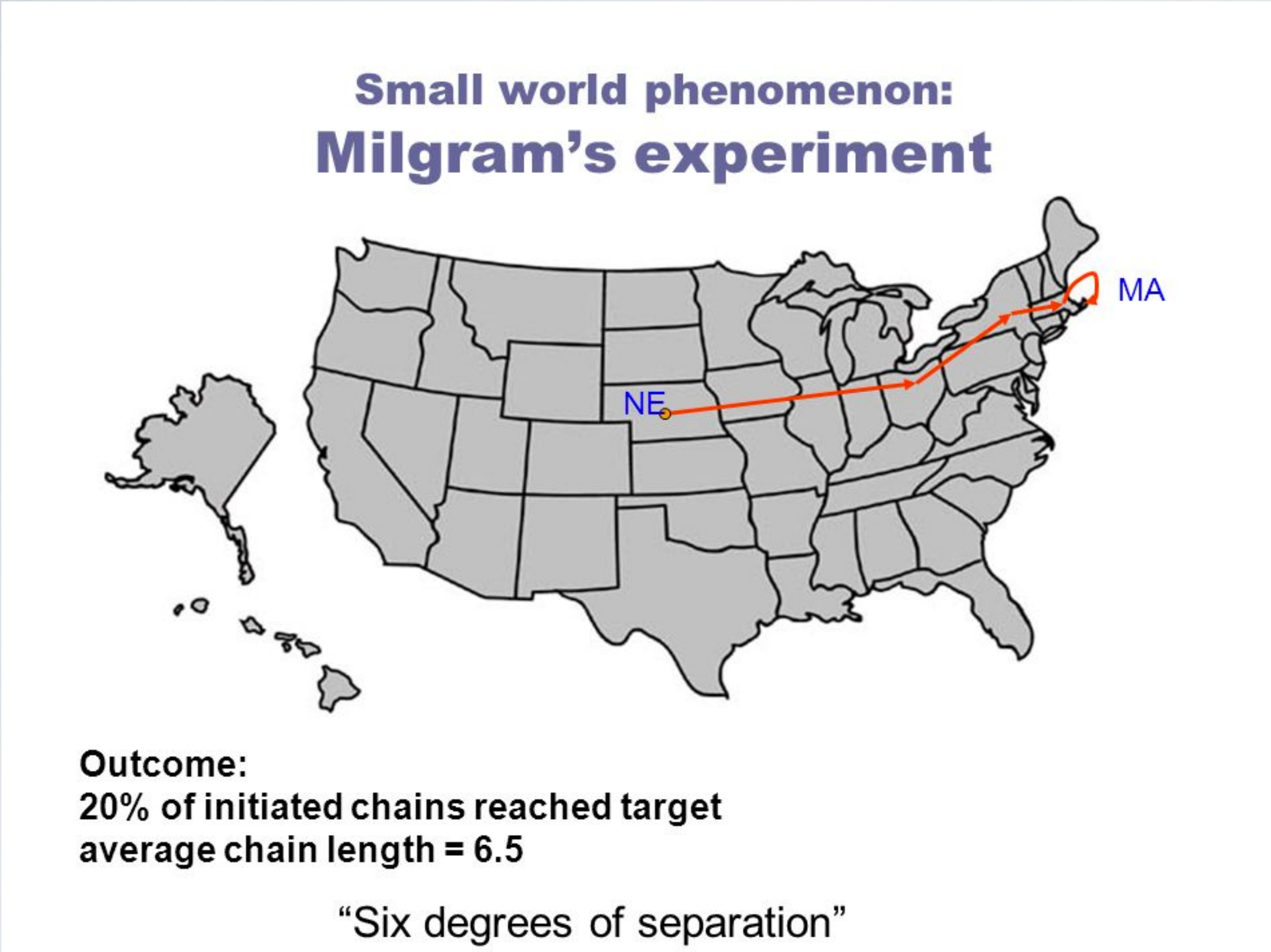
Manfred Kochen
*University of Michigan***

*This essay raises more questions than it answers. In first draft, which we have only moderately revised, it was written about two decades ago and has been circulating in manuscript since then. (References to recent literature have, however, been added.) It was not published previously because we raised so many questions that we did not know how to answer; we hoped to eventually solve the problems and publish. The time has come to cut bait. With the publication of a new journal of human network studies, we offer our initial soundings and unsolved questions to the community of researchers which is now forming in this field. While a great deal of work has been done on some of these questions during the past 20 years, we do not feel that the basic problems have been adequately resolved.*

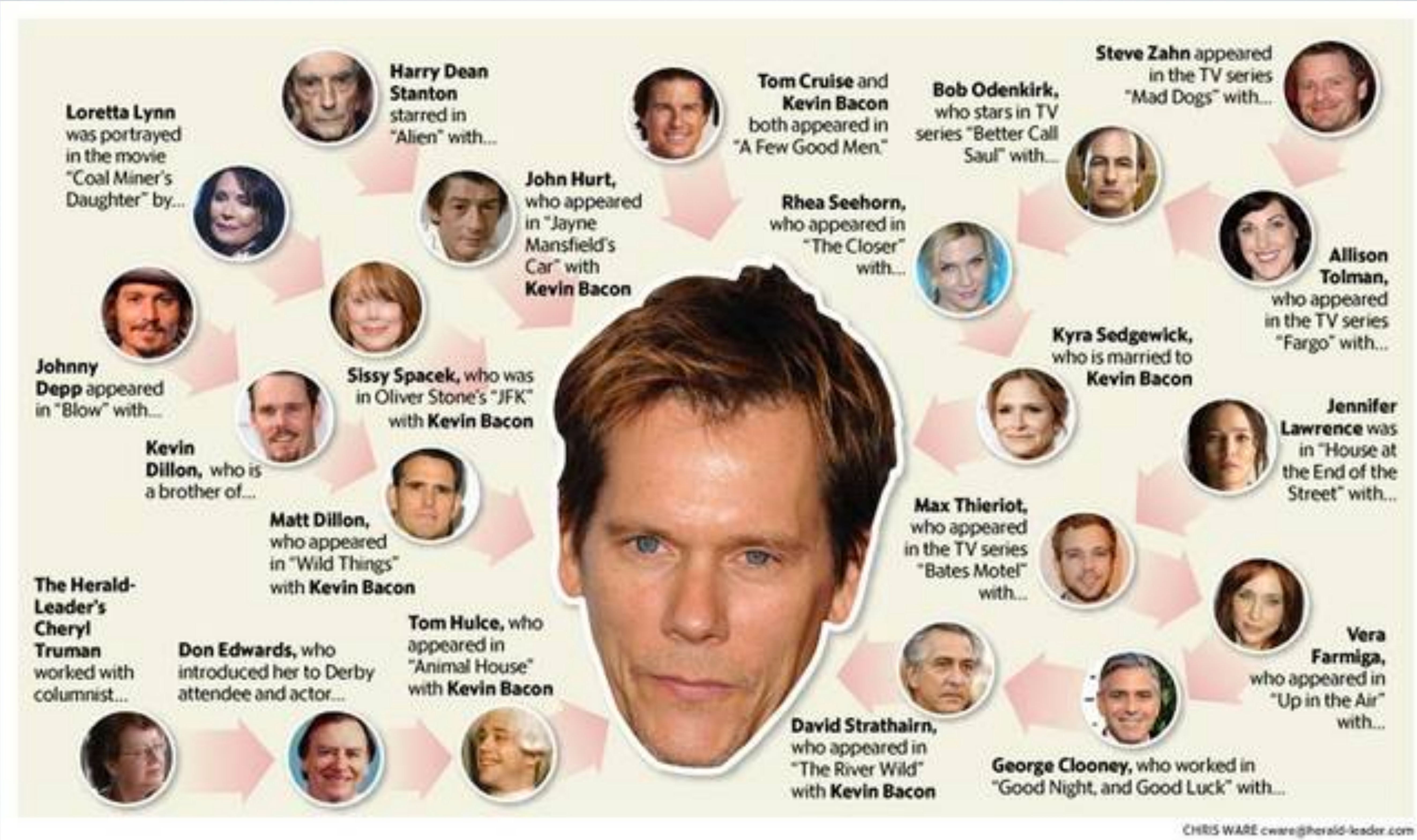
http://compartemesa.com

Si compartes mesa con otras 3 personas en un tren,
es fácil que descubráis que tenéis conocidos en común, ¿o no?

Stanley Milgram (Teoría de los 6 grados de separación)




Selección aleatoria de individuos de"inicio" a los que se les pidió que enviaran cartas a individuos "destino" que vivían en Sharon, MA, un barrio de Boston. Los datos facilitados era el nombre de la persona de destino, dirección, ocupación y alguna información personal. Las cartas no podían ser enviadas directamente a la persona sino por medio de conocidos..




The Oracle of Bacon

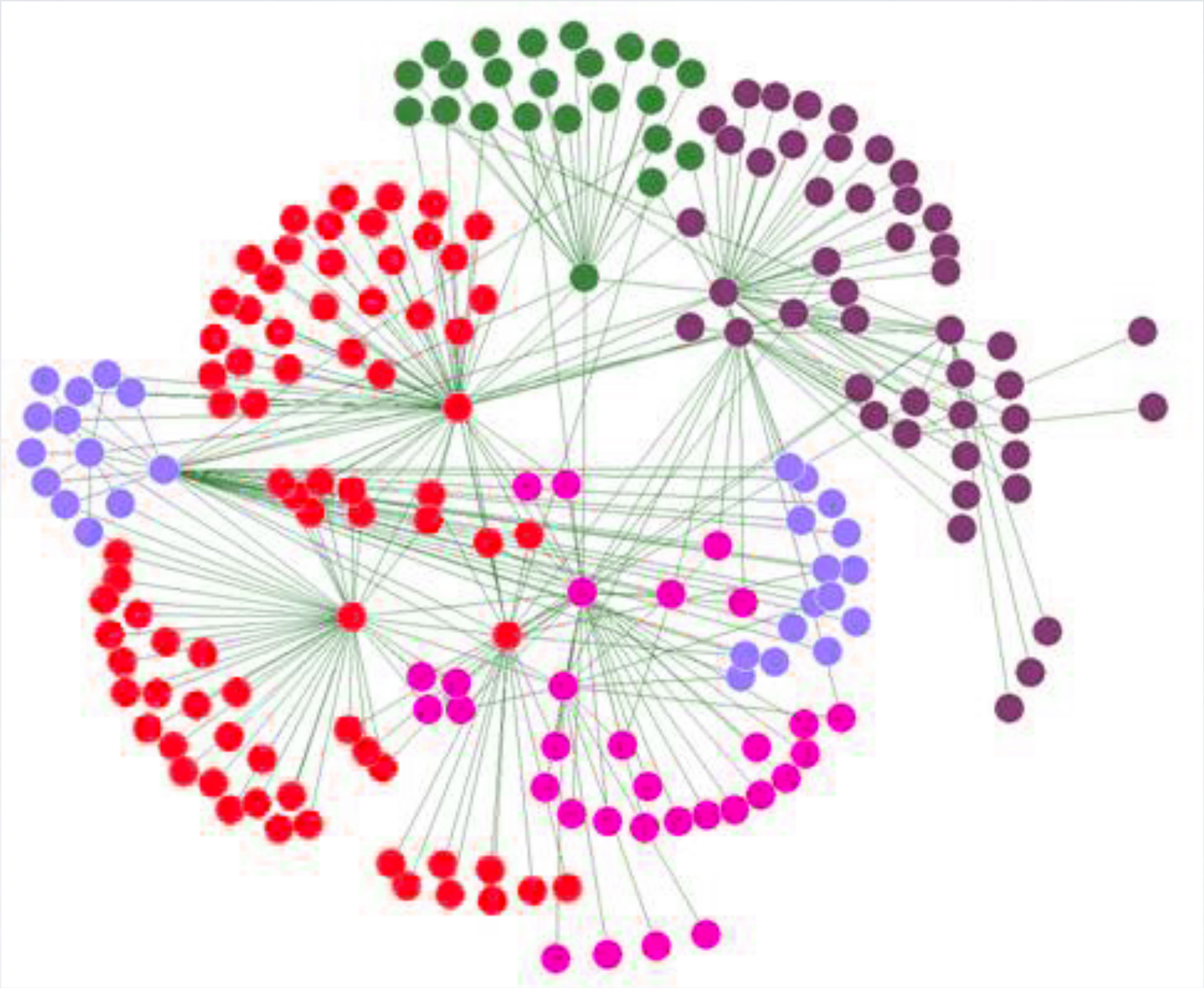
INTERNET

# ¿Seis grados de separación? Facebook dice que apenas 3,57

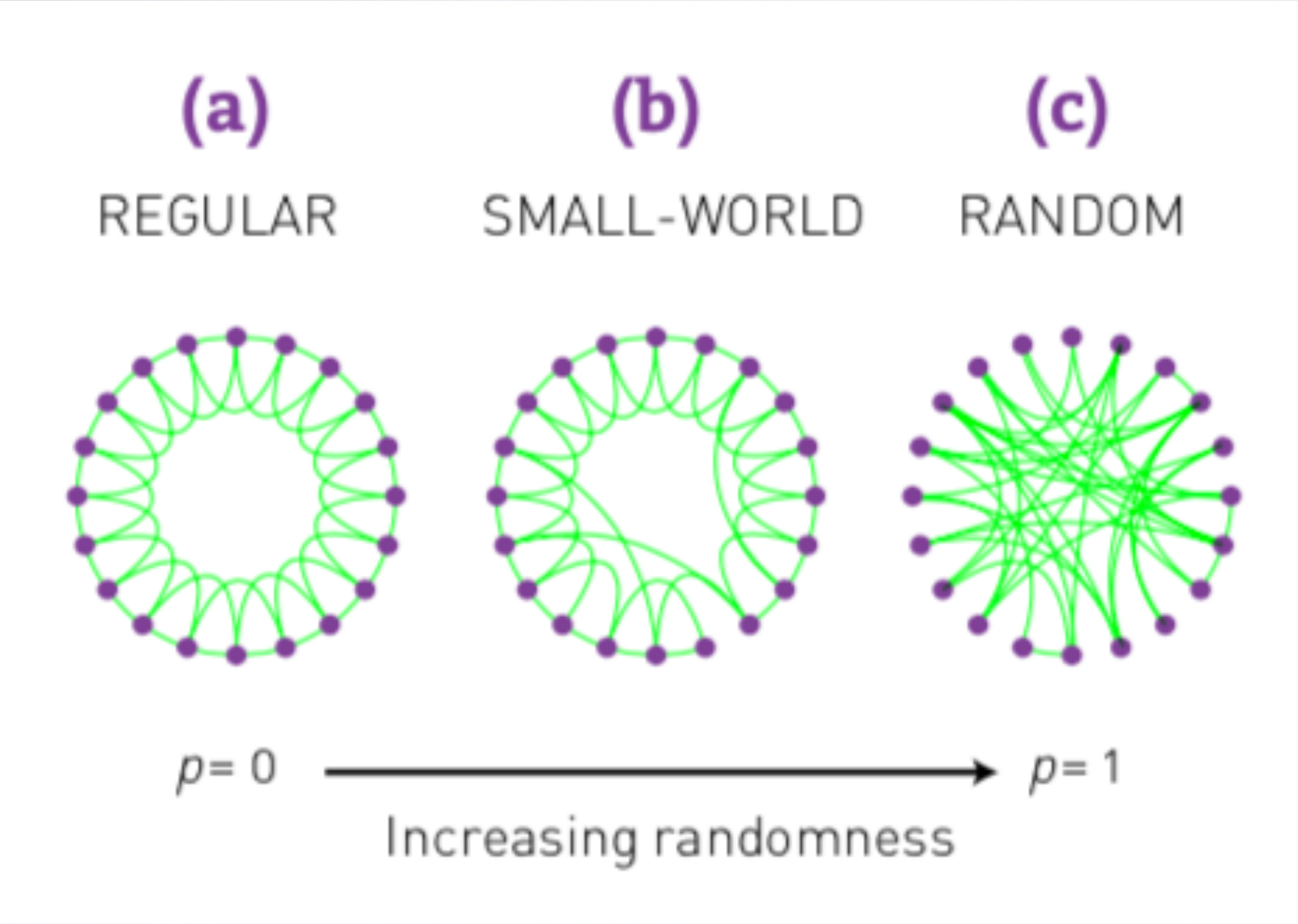


Javier Lacort - Feb 4, 2016 - 10:11 (CET)

La teoría de los seis grados de separación acaba de ser actualizada por quien mejor la puede revisar: Facebook, que la baja a unos tres y medio. En Estados Unidos, todavía menos.



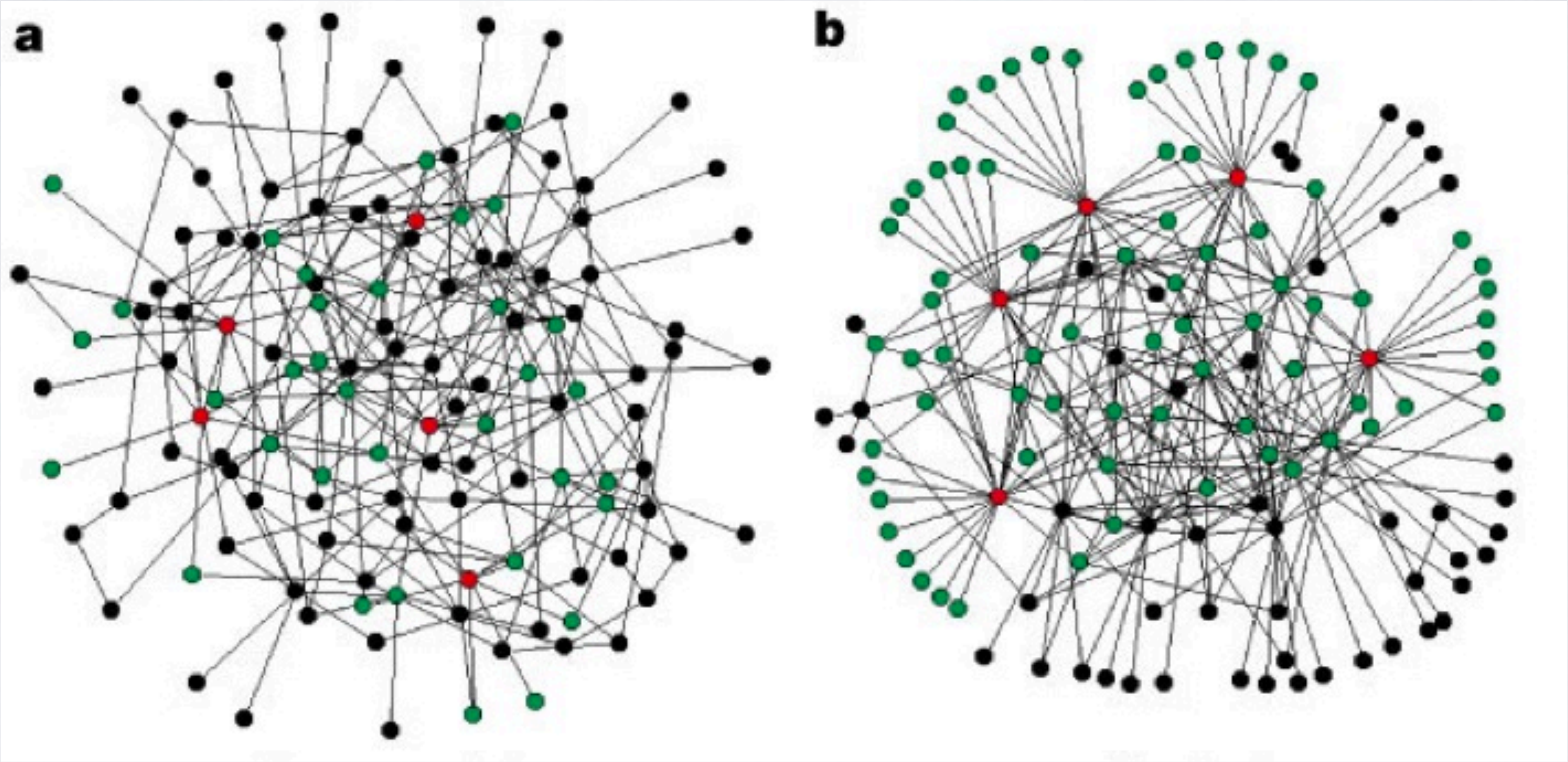
En estas redes hay MUCHOS caminos cortos.
La mayoría de nodos están interconectados entre sí en pequeños grupos, pero unos pocos conectan los grupos.



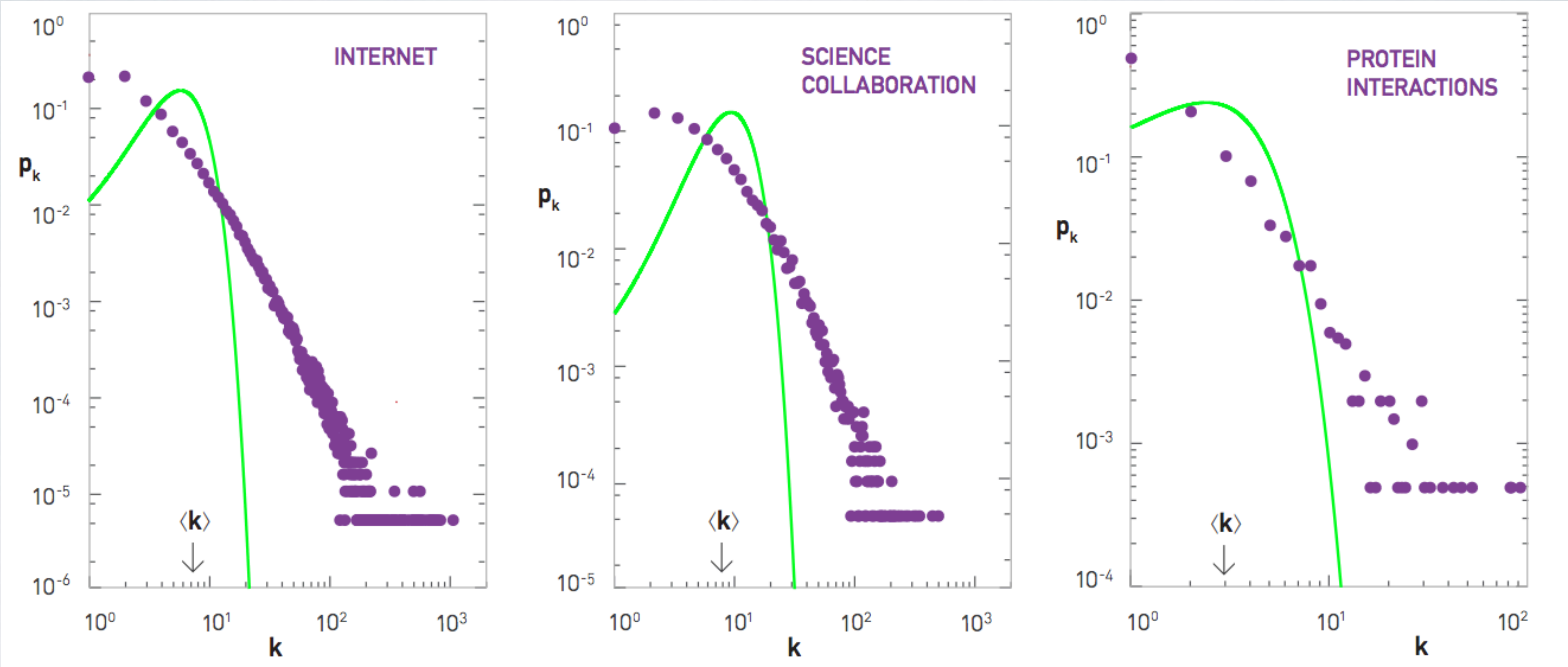

El fenómeno de mundo pequeño se mantiene, pero con longitudes menores.

El clustering local se aproxima mejor a modelos de datos reales

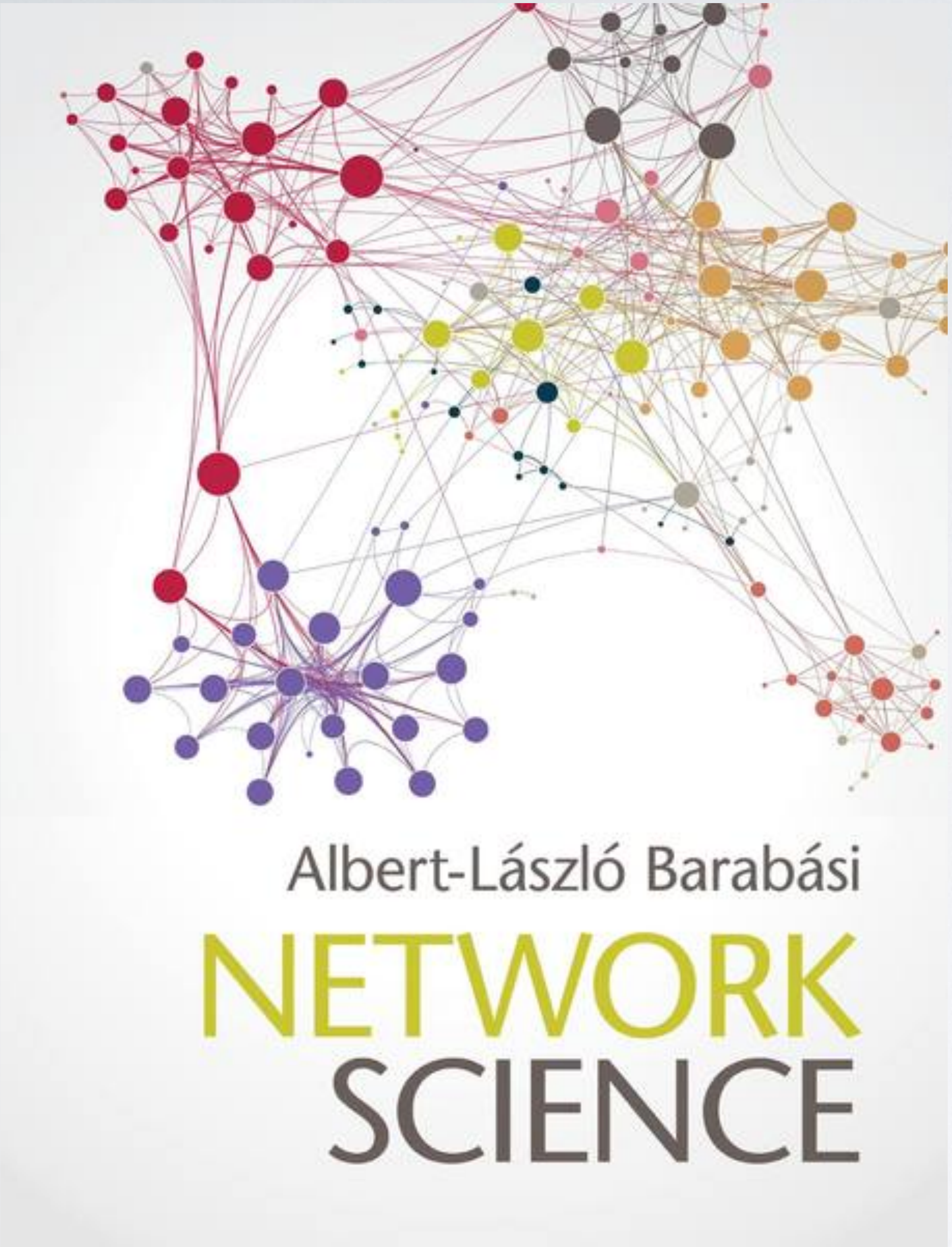
## Modelo de Watts & Strogatz




# Grafos aleatorios vs. Grafos libres de escala



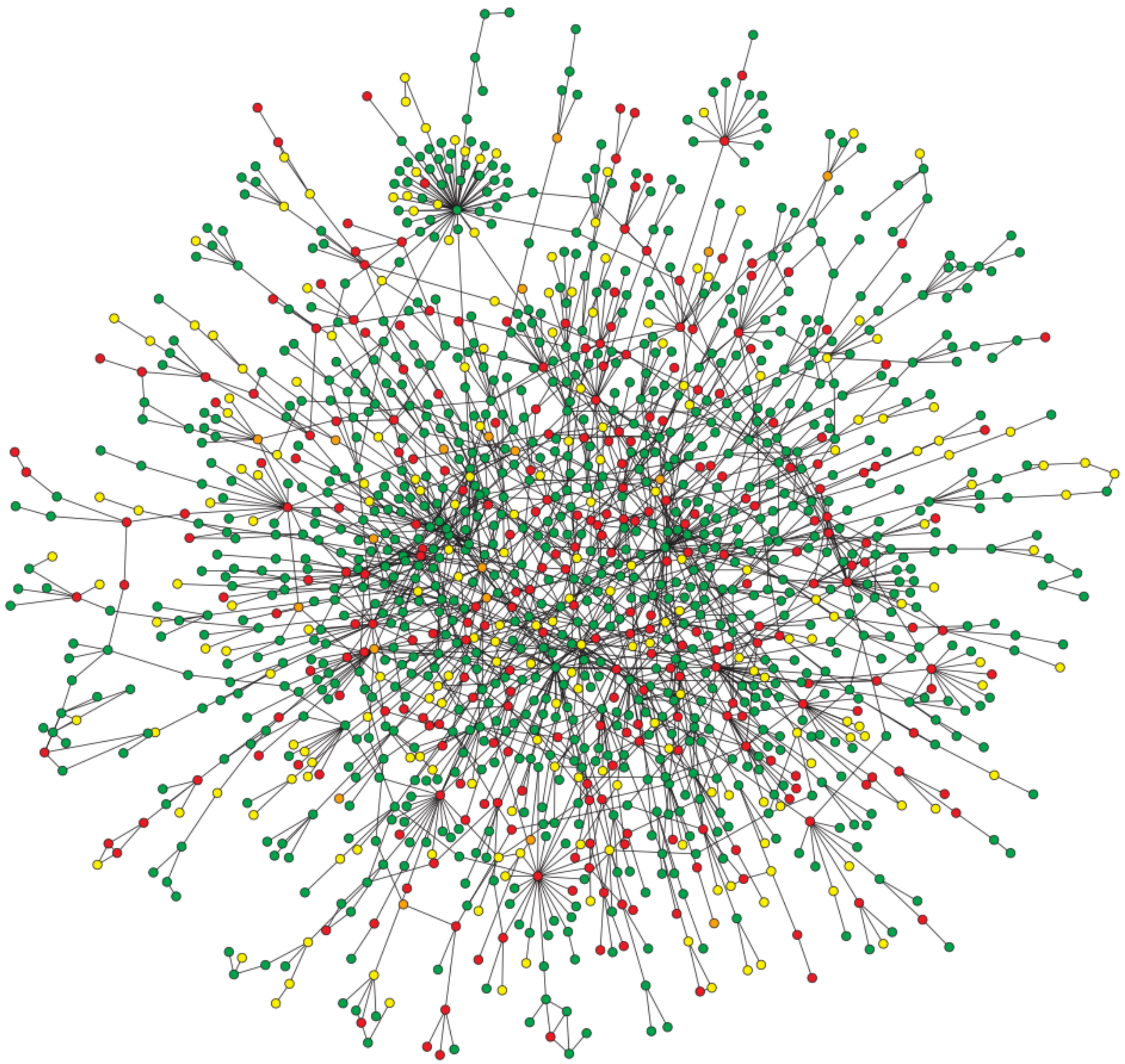

# Modelo de Barabási - Albert

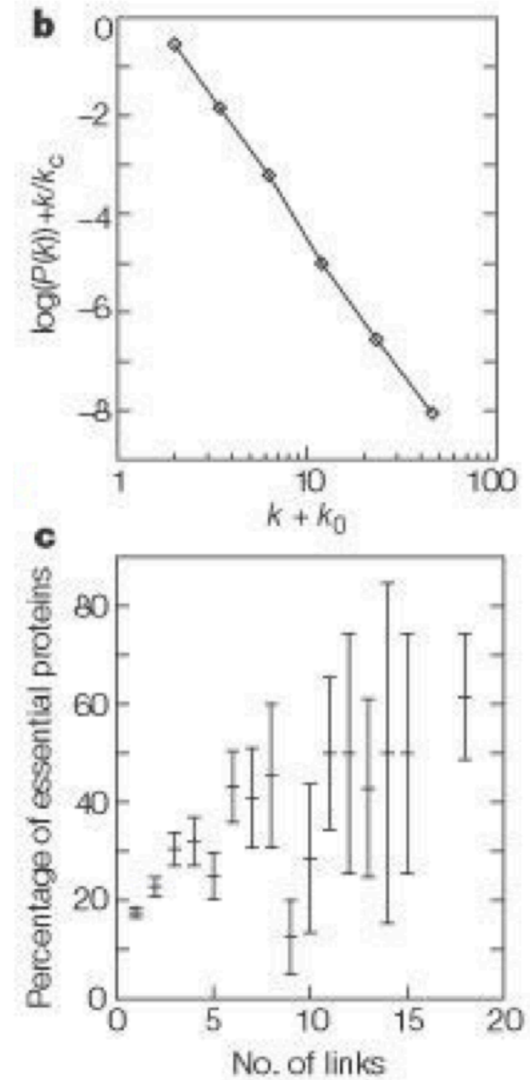




http://barabasi.com/networksciencebook/

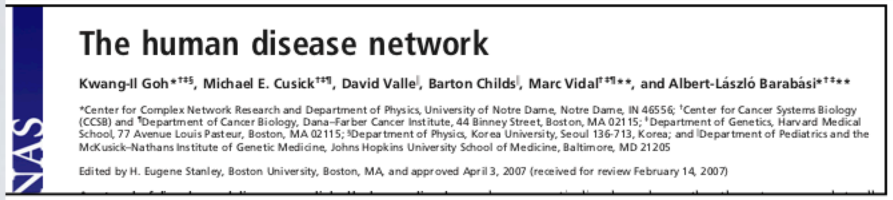
# THE YEAST INTERACTOME






Jeong et al., “Lethality and centrality in protein networks“ Nature 2001

# GENES AND DISEASES



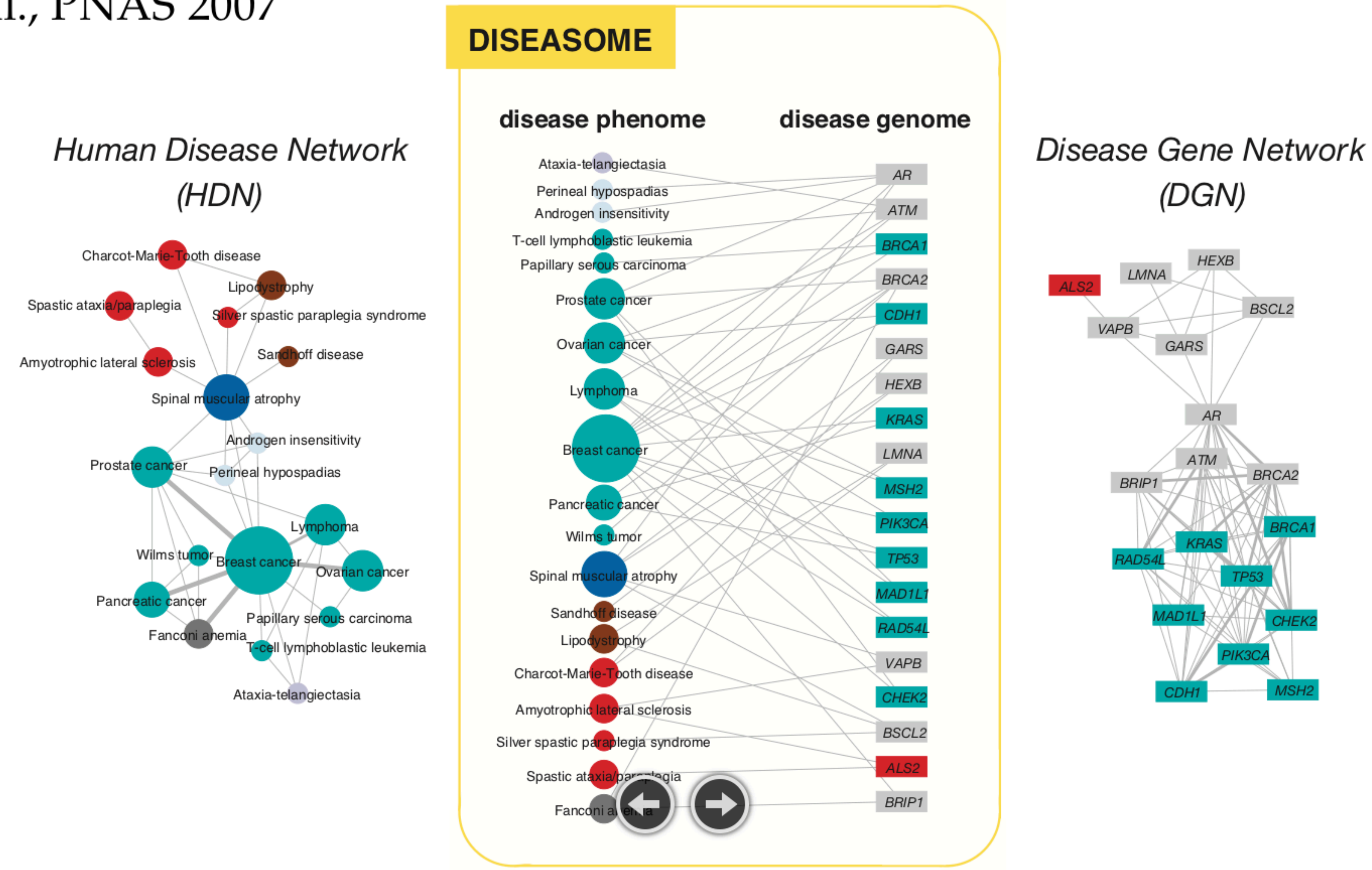
**The human disease network**

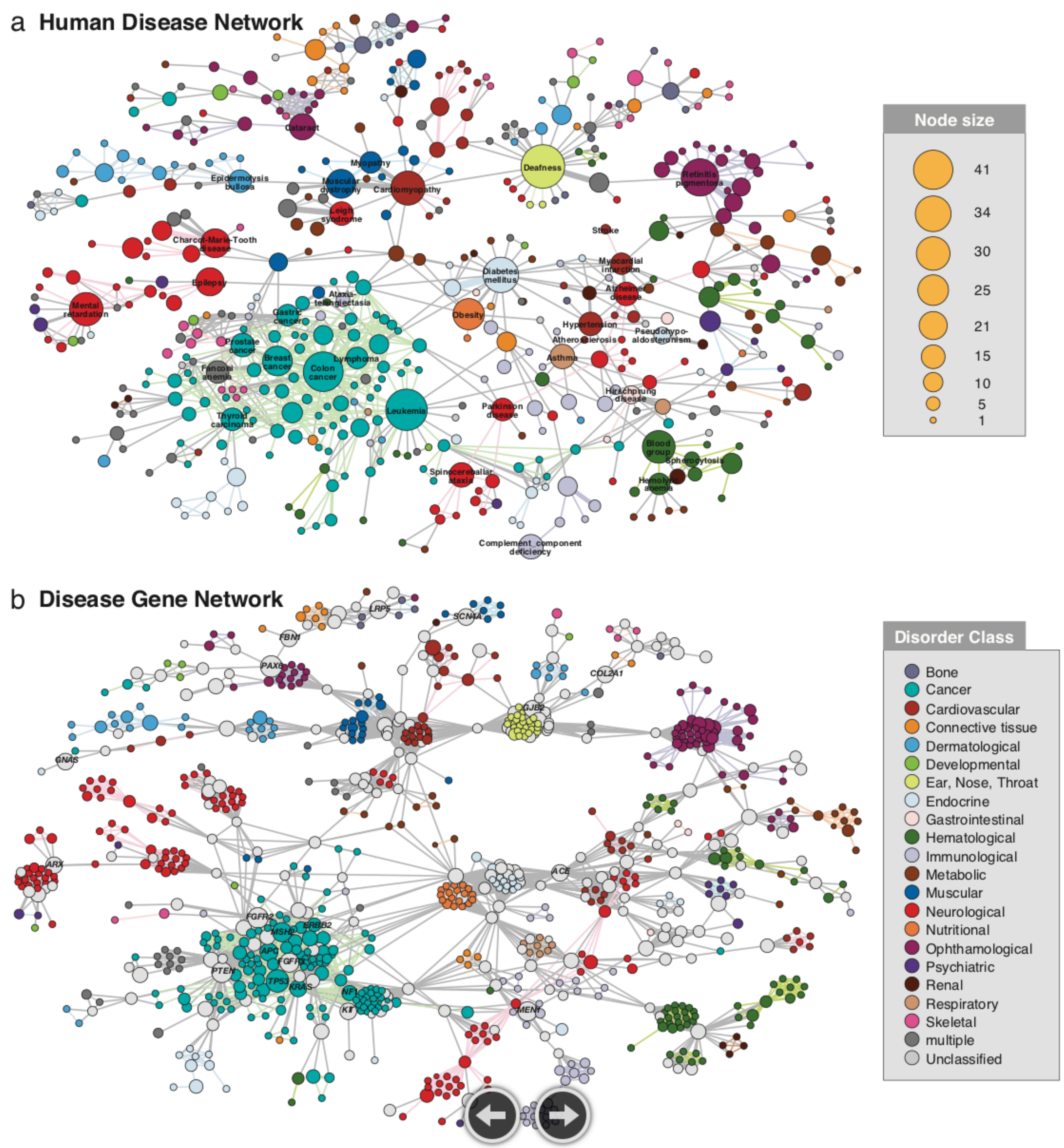
Kwang-Il Goh[*,†,‡,§], Michael E. Cusick[†,‡,¶], David Valle[‖], Barton Childs[‖], Marc Vidal[†,‡,¶,**], and Albert-László Barabási[*,†,‡,**]

*Center for Complex Network Research and Department of Physics, University of Notre Dame, Notre Dame, IN 46556; †Center for Cancer Systems Biology (CCSB) and ¶Department of Cancer Biology, Dana–Farber Cancer Institute, 44 Binney Street, Boston, MA 02115; ‡Department of Genetics, Harvard Medical School, 77 Avenue Louis Pasteur, Boston, MA 02115; §Department of Physics, Korea University, Seoul 136-713, Korea; and ‖Department of Pediatrics and the McKusick–Nathans Institute of Genetic Medicine, Johns Hopkins University School of Medicine, Baltimore, MD 21205

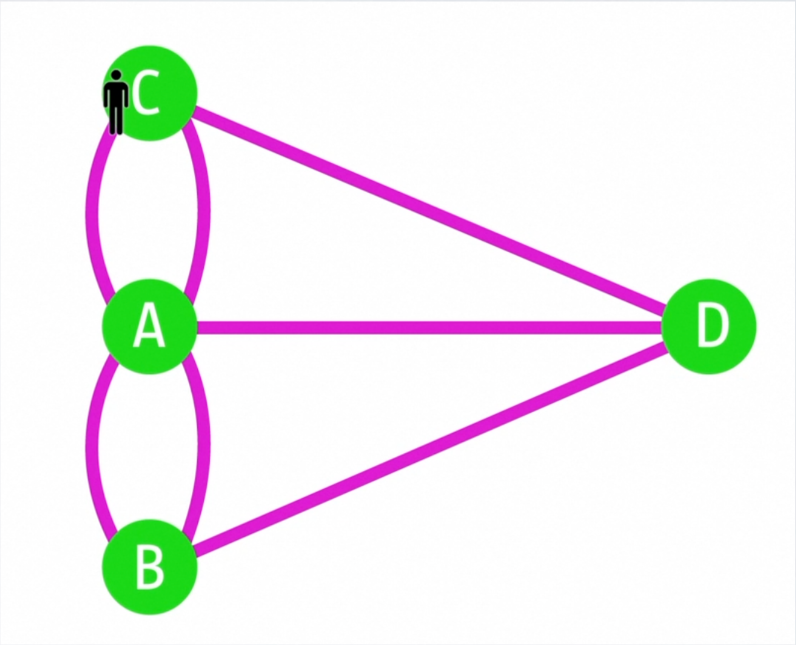
Edited by H. Eugene Stanley, Boston University, Boston, MA, and approved April 3, 2007 (received for review February 14, 2007)

Goh et al., PNAS 2007

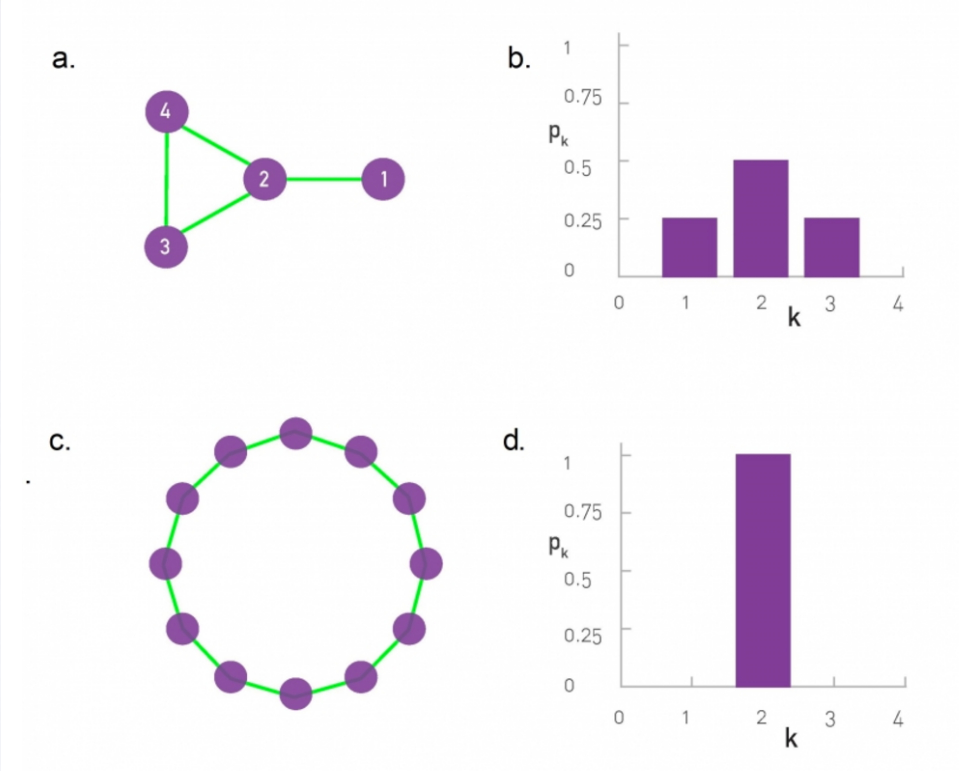



a Human Disease Network
Deafness
Retinitis pigmentosa
Cataract
Myopathy
Muscular dystrophy
Cardiomyopathy
Epidermolysis bullosa
Leigh syndrome
Charcot-Marie-Tooth disease
Epilepsy
Mental retardation
Diabetes mellitus
Obesity
Stroke
Myocardial infarction
Alzheimer disease
Hypertension
Atherosclerosis
Pseudohypo-aldosteronism
Asthma
Ataxia-telangiectasia
Gastric cancer
Prostate cancer
Breast cancer
Fanconi anemia
Colon cancer
Lymphoma
Thyroid carcinoma
Leukemia
Parkinson disease
Hirschsprung disease
Blood group
Spherocytosis
Hemolytic anemia
Spinocerebellar ataxia
Complement component deficiency
Node size
41
34
30
25
21
15
10
5
1
b Disease Gene Network
LRP5
SCN4A
FBN1
PAX6
COL2A1
GJB2
GNAS
ARX
ACE
FGFR2
MSH2
ERBB2
APC
FGFR3
PTEN
TP53
KRAS
NF1
KIT
MEN1
Disorder Class
Bone
Cancer
Cardiovascular
Connective tissue
Dermatological
Developmental
Ear, Nose, Throat
Endocrine
Gastrointestinal
Hematological
Immunological
Metabolic
Muscular
Neurological
Nutritional
Ophthamological
Psychiatric
Renal
Respiratory
Skeletal
multiple
Unclassified

La Teoría de Grafos se interesa más por los algoritmos y las heurísticas sobre los grafos.




La Ciencia de Redes se interesa más por la estructura topológica de la red como un todo y de las propiedades que de ahí se derivan.



EN CUALQUIER CASO….TODO ESTÁ CONECTADO.