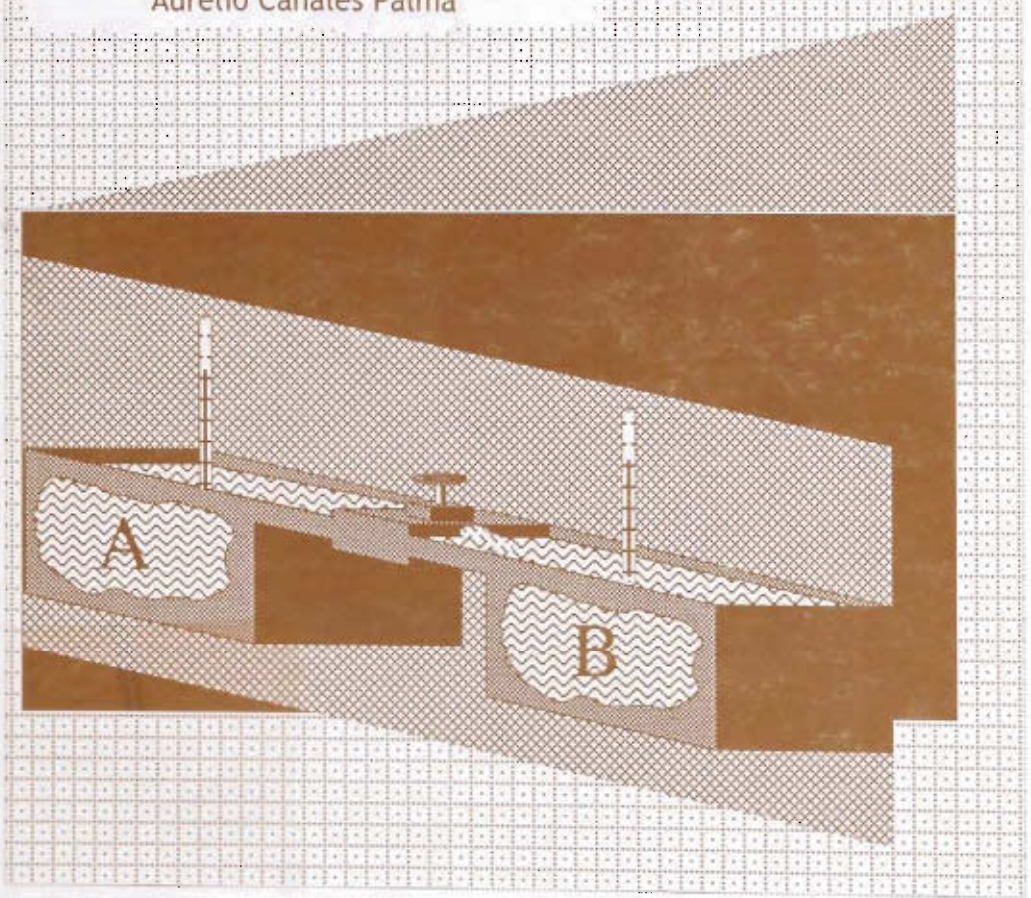
40

Termodinámica aplicada a la ingeniería

Módulo: Plantas de fuerza de vapor, refrigeración y forma general de la primera ley

Gerardo Aragón González
Aurelio Canales Palma



AM
C311
7.23
.2

UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA
Casa abierta al tiempo Azcapotzalco

#217475
C.B. 2892989

Termodinámica aplicada a la ingeniería

Módulo: Plantas de fuerza de vapor, refrigeración y forma general de la primera ley

Gerardo Aragón González
Aurelio Canales Palma

AZCAPOTZALCO
COSEI BIBLIOTECA

2892989

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
Casa abierta al tiempo Azcapotzalco

División de Ciencias Básicas e Ingeniería
Departamento de Energía

UAM-AZCAPOTZALCO

RECTOR
Mtro. Víctor Manuel Sosa Godínez

SECRETARIO
Mtro. Cristian Eduardo Leriche Guzmán

COORDINADORA GENERAL DE DESARROLLO ACADÉMICO
Mtra. María Aguirre Tamez

COORDINADORA DE EXTENSIÓN UNIVERSITARIA
DCG Ma. Teresa Olalde Ramos

JEFA DE LA SECCIÓN DE PRODUCCIÓN Y DISTRIBUCIÓN EDITORIALES
DCG Silvia Guzmán Bofill

ISBN: 970-654-946-3

© UAM-Azcapotzalco

Gerardo Aragón González
Aurelio Canales Palma

Corrección:
Marisela Juárez Capistrán
Diseño e ilustración de portada:
Consuelo Quiroz Reyes

Universidad Autónoma Metropolitana
Unidad Azcapotzalco
Av. San Pablo 180
Col. Reynosa Tamaulipas
Delegación Azcapotzalco
C.P. 02200
México, D.F.

Sección de producción
y distribución editoriales
Tel. 5318-9222/9223
Fax. 5318-9222

1a. edición, 1990
2a. edición, 1997
3a. edición, 2002
1a. reimpresión, 2003

Impreso en México.

PRERREQUISITOS:

Conocimiento de gases ideales, calor y trabajo. Conocimientos elementales de integrales de linea y diferencial exacta.

TIEMPO:

Nueve sesiones de hora y media, más el trabajo que tienen que desarrollar los alumnos a traves de la solución de problemas.

OBSERVACIÓN:

El módulo ha sido escrito para la U.E.A (**Unidad de enseñanza aprendizaje**) Termodinámica Aplicada a la Ingeniería I. Pero bien puede emplearse con otra ubicación curricular porque en su desarrollo procuramos presentar los conceptos con una independencia interna que le de flexibilidad en otros temas de Ingeniería.

Este módulo tiene la siguiente organización:

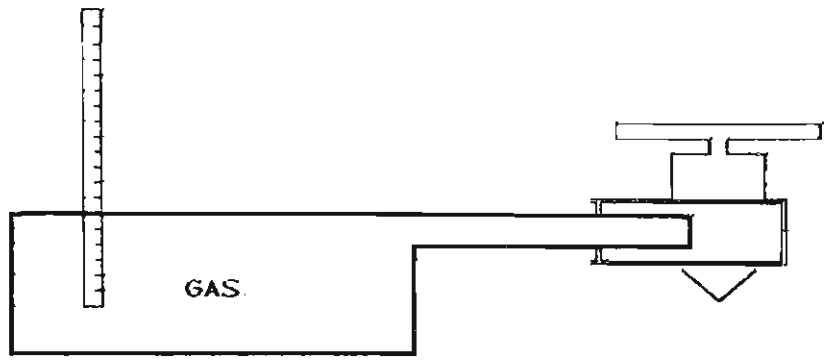
- Meta general.
- Conceptos fundamentales.
- Problemas resueltos.
- Problemas propuestos.
- Autoevaluación.
- Bibliografía.

RECONOCIMIENTO:

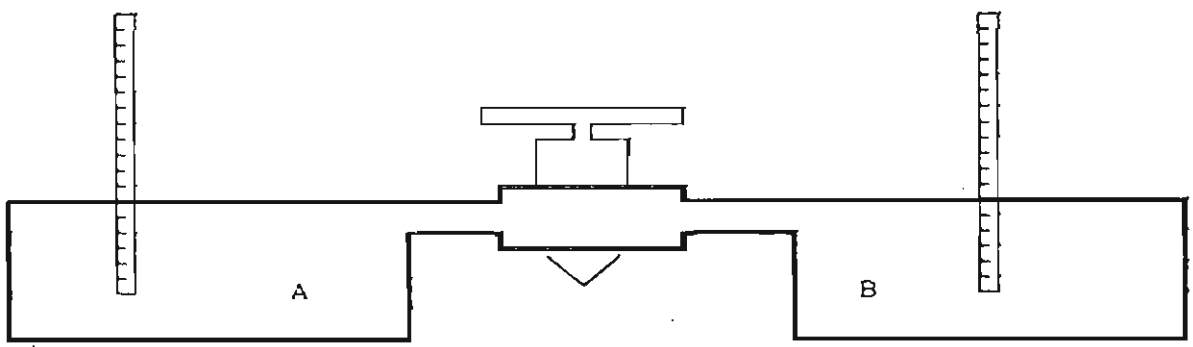
La revisión y edición del manuscrito fue realizada por el alumno Guillermo Javier Garcia H. U.A.M. - Azcapotzalco.

ENTALPÍA

A continuación describiremos el experimento de Gay-Lussac realizado en 1807 en presencia de Laplace y Bertholet.
Un recipiente, un termómetro y una válvula se encuentran dispuestos como se muestra en la figura siguiente:



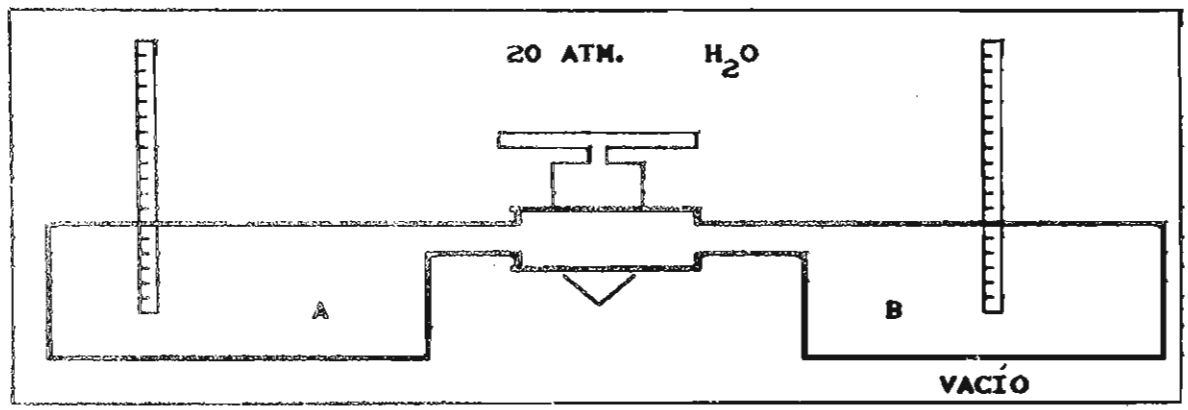
Al abrir la llave el gas, comprimido, escapa a la atmósfera, el termómetro señala una baja en la temperatura. Esta situación podemos explicarla mediante la primera ley. En efecto como $\Delta U = Q - W$ y $Q = 0$, tendremos que $\Delta U = -W$ y puesto que $W > 0$, trabajo efectuado en la atmósfera, es claro que $\Delta u < 0$ y entonces la temperatura debe disminuir.
Ahora en lugar de una sóla botella, sean dos botellas.



En A tenemos un gas a presión P y en B está hecho el vacío, después de descargar el gas, mediante la llave en B no registramos cambio en la temperatura; esto lo podemos explicar, también mediante la primera ley, en efecto como $Q = 0$ y $W = 0$, el gas no

efectúa trabajo al pasar de A a B, tendremos $\Delta U = 0$ y la temperatura no debe variar.

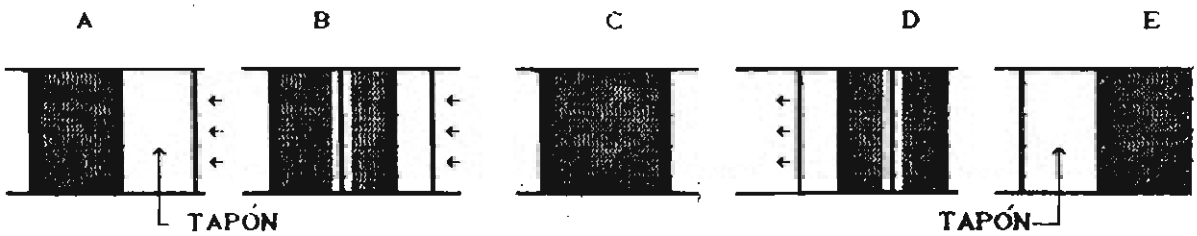
Años después, Joule repitió este experimento en la forma siguiente: en un recipiente con agua, el cual servirá de calorímetro, introdujo dos recipientes A y B unidos entre sí mediante una llave de paso.



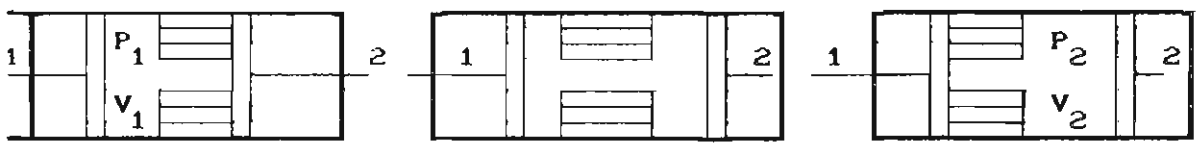
Al abrir la llave el aire de A irrumpía en B; Joule tampoco consiguió apreciar cambio en la temperatura y concluyó que el volumen que ocupa un gas puede variar sin variar su energía interna ($W = 0$, $Q = 0$, luego $\Delta U = 0$).

Poco después Joule y Thompson realizaron de nueva cuenta el experimento anterior con la siguiente modificación: después de la válvula colocaron un tapón (algodón), ahora al pasar el aire de A a B, los termómetros registraron cambio en la temperatura. Al repetir este experimento con otros gases Joule-Thompson encontraron que la temperatura era menor en el estado dos (salvo el hidrógeno en que aumentaba). Examinando el nuevo experimento vemos que no existe intercambio de calor, tampoco existe trabajo sobre el medio ambiente, pero sí existe un cambio de temperatura. Concentremos nuestra atención en las cercanías del tapón poroso.

Veamos el problema más de cerca. Fijémonos que en cada cierto tiempo pasa por el tapón una determinada cantidad de gas.



En A y B dicha masa está entrando al tapón, en C está en el tapón y en D y E sale a la región con otra presión y temperatura. La situación descrita podemos representarla con dos pistones:



Aquí un determinado volumen, que ocupa un gas, lo pasamos a otro recipiente hasta que ocupa un volumen V_2 a través de un pequeño orificio que comunica a los pistones. Supondremos que durante el proceso no hay intercambio de calor y que la presión inicial P_1 y la final P_2 se mantienen fijas en el pistón 1 y el 2.

Es claro que para mover el émbolo 1 le proporcionaremos trabajo igual a:

$$w_1 = \int_{V_1}^{0} P_1 \, dv = -P_1 \, V_1$$

y en cambio el segundo efectúa trabajo igual a:

$$w_2 = \int_0^{v_2} P_2 \, dv = P_2 \, v_2$$

así el trabajo total efectuado por el flujo del gas a través del tapón es:

$$w = -P_1 \, v_1 + P_2 \, v_2 \qquad \text{-trabajo de flujo-}$$

y como en este proceso q = 0 tendremos que:

$$_1w_2 = -\Delta u = u_1 - u_2$$

$$u_2 + P_2 \, v_2 = u_1 + P_1 \, v_1$$

y de aqui vemos que u + Pv = cte. para este proceso, si denotamos con h a u + Pv y le llamamos, a h, entalpía tendremos que: **El flujo de masa por un tapón (válvula de estrangulamiento) se efectúa a entalpía constante.** Esta nueva variable termodinámica también la tenemos presente en un proceso isobárico:
como aquí $_1w_2 = P_2 \, v_2 - P_1 \, v_1$ tendremos que:

$$_1q_2 = h_2 - h_1$$

y entonces será, la diferencia de entalpías, quienes midan el calor suministrado en un proceso isobárico.

ENTALPÍA Y GAS IDEAL

A partir de la ecuación:

$$du = dq - dw = dq - Pdv$$

podemos sustituir Pdv por d(Pv) - vdP para obtener:

$$dq = d(u + Pv) - vdP$$

por lo que:

$$dq = dh - vdP$$

la cual al aplicarsela a un gas ideal nos da, a presión constante,

$$dh = dq$$

si sustituimos $dq = c_p\, dT$ tendremos:

$$dh = c_p\, dT$$

más generalmente se cumple que:

$$\left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p = c_p$$

y como la entalpía no depende del camino; podemos calcular el cambio de entalpía para un gas ideal mediante la fórmula:

$$\Delta h = C_p\, \Delta T$$

ENTALPÍA Y CAMBIO DE FASE

Resulta claro que por definición, la entalpía resulta ser una funcion que sólo depende del estado inicial y del final, en consecuencia son válidas las ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} h_x &= h_f + x \cdot h_{fg} \\ h_x &= (1 - x) \cdot h_f + x \cdot h_g \end{aligned}\right\}$$ **región de saturación.**

En donde x es la calidad y se define como la razón de la masa de vapor a la masa total del líquido más la de vapor.

EJEMPLO

Vapor saturado de Freón-12 se encuentra en un cilindro-pistón a una temperatura de $-10^{\circ}C$. El vapor es comprimido, adiabáticamente hasta 1.6 Mpa. Determinar el trabajo por Kg.

Por ser el proceso adiabático

$$ {}_1w_2 = u_1 - u_2 $$

ahora para calcular u_1 recordemos que:

$$ u_1 = h_1 - P_1 v_1 $$

y por tablas, **vapor saturado a $-10\ ^{\circ}C$**

$$ u_1 = 183.058 - (219.1 \times 0.076646) = 166.265 \ \ Kj/Kg $$

En cuanto a u_2, tenemos dos datos: $s_1 = s_2$, **proceso adiabático, es** decir $Q = 0$ y como $\Delta s = Q/t$ entonces se cumple **que** $s_1 = s_2$, y que la presión final es de 1.6 MPa. Estos datos nos llevan a las tablas de vapor sobrecalentado y de ahí obtenemos:

$$ \left.\begin{aligned} T_2 &= 72.2\ ^{\circ}C \\ h_2 &= 218.564 \ \ Kj/Kg \\ V_2 &= 0.011382 \ \ Kg/m^3 \end{aligned}\right\} \textbf{interpolando} $$

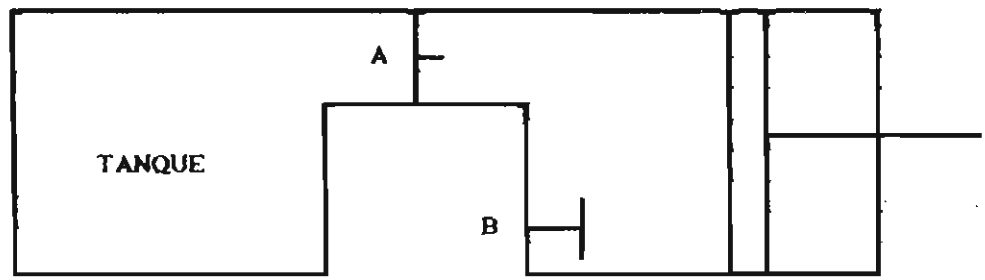
$$ u_2 = 218.564 - (1600 \times 0.011382) = 200.354 \ \ Kj/Kg $$

$$ {}_1w_2 = 166.265 - 200.354 = -34.089 \ \ Kj/Kg $$

TRABAJO REQUERIDO PARA OPERAR UNA BOMBA O UN COMPRESOR.

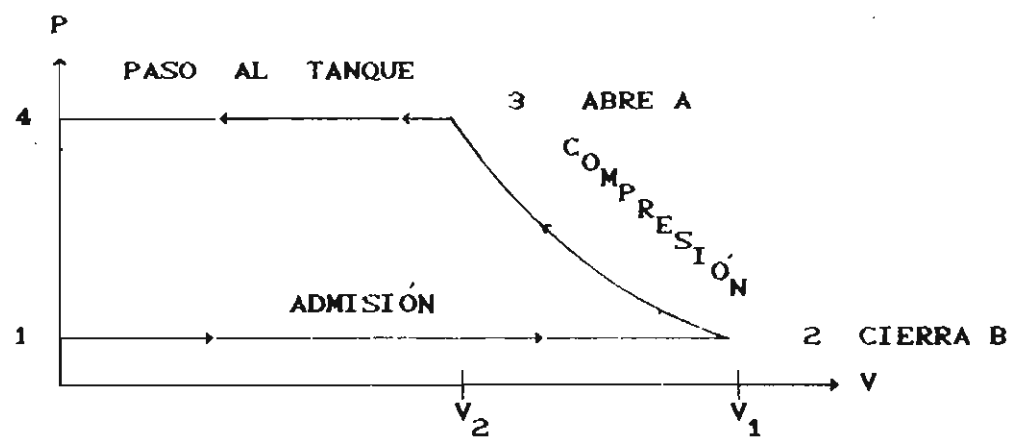
Anteriormente justificamos el porqué funciona un compresor o bien porque funciona una bomba. Ahora calcularemos el trabajo necesario para operarlos.

La siguiente figura muestra esquemáticamente un compresor:



Recordemos que cuando el embolo se desplaza de izquierda a derecha el aire ingresa al pistón a una presión P_1, durante este proceso la válvula A permanece cerrada (la B abierta y el volumen pasa de cero a V_1). Ahora al correr el émbolo de derecha a izquierda la válvula B se cierra y en el momento apropiado, cuando la presión del aire sea $P_2 > P_1$, la masa de aire pasa al tanque de almacenamiento.

El diagrama siguiente muestra estos procesos:



Entonces el trabajo requerido para operar el compresor es:

$$W_c = {}_1W_2 + {}_2W_3 + {}_3W_4 + {}_4W_1 = {}_1W_2 + {}_2W_3 + {}_3W_4$$

y tendremos :

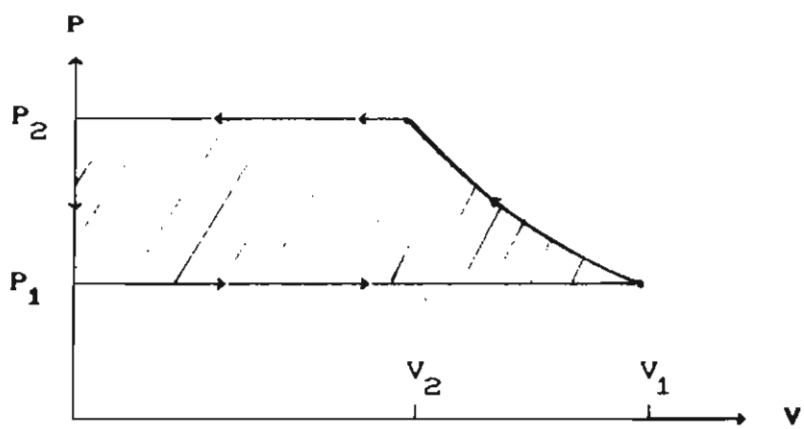
$${}_1W_2 = \int_0^{V_1} P_1 \, dV = P_1 (V_1 - 0) = P_1 V_1$$

$${}_2W_3 = \int_{V_1}^{V_2} P \, dV$$

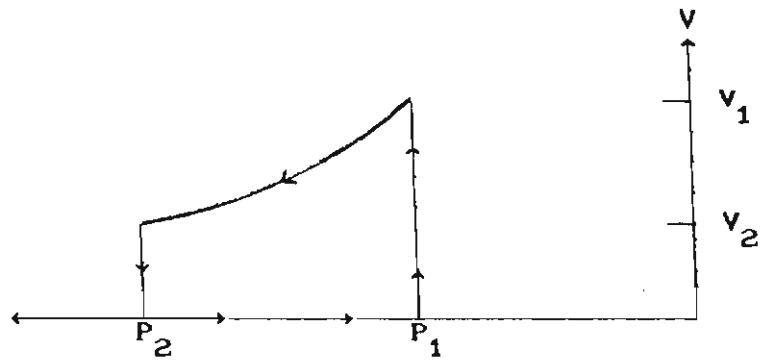
$${}_3W_4 = \int_{V_1}^{0} P_2 \, dV = -P_2 V_2$$

$$W_c = P_1 V_1 + \int_{V_1}^{V_2} P \, dV - P_2 V_2$$

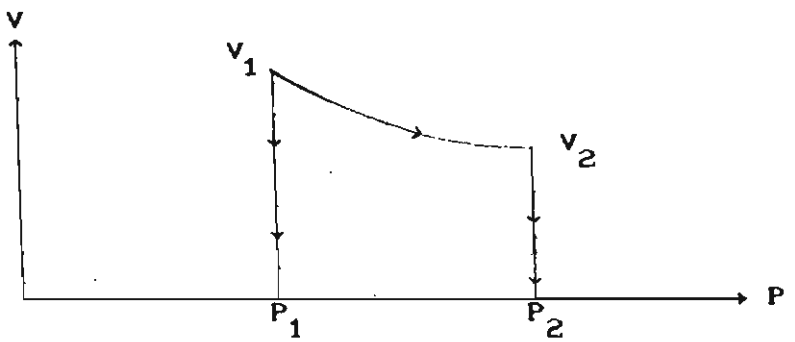
geométricamente W_c es el área sombreada en la siguiente figura.



ahora bien, el área anterior no cambia si rotamos la figura -90^0 (punto fijo el origen).



y el valor del área tampoco cambio si efectuamos una rotación de 180° manteniendo fijo el eje V.



os evidente que el área achurada es precisamente:

$$W_c = - \int_{P_1}^{P_2} V \, dP$$

el signo menos atestigua que W_c es trabajo efectuado sobre el gas (aire). Luego:

$$- \int_{P_1}^{P_2} V \, dP = P_1 \, V_1 + \int_{V_1}^{V_2} P \, dV - P_2 \, V_2$$

notemos que cada uno de los términos de la derecha tiene un significado físico:

$P_1 V_1$ = TRABAJO PARA LLENAR EL PISTÓN.

$\int_{V_1}^{V_2} P\, dV$ = TRABAJO PARA COMPRIMIR EL AIRE.

$- P_2 V_2$ = TRABAJO PARA PASAR EL AIRE DEL CILINDRO AL ALMACEN.

por su parte la expresión:

$$- \int_{P_1}^{P_2} V\, dP$$

mide la energía requerida para llevar un volumen, variable, a lo largo de un cambio de presión. Debe quedar claro que esta integral no es el trabajo de compresión sino el trabajo necesario para operar el compresor. El trabajo de compresión es, como ya dijimos:

$$\int_{V_2}^{V_1} P\, dV$$

y es sólo una parte de este trabajo. Por último si no varía el volumen durante este proceso, es claro que:

$$- \int_{P_1}^{P_2} V\, dP = P_1 V_1 - P_2 V_2$$

Es de vital importancia notar que en este problema ha entrado y salido una masa de aire del pistón y que ello ha sido tomando en cuenta ($P_1 V_1$ Y $P_2 V_2$) por esto decimos que el caso estudiado es

el de un proceso termodinámico en el cual existe **flujo de masa.**

En resumen, el trabajo requerido para operar un pistón tomando en cuenta el flujo de masa es:

$$-\int_{P_1}^{P_2} V\,dP = P_1\,V_1 - P_2\,V_2 + \int_{V_1}^{V_2} P\,dV$$

y para operar un pistón sin flujo de masa es:

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV$$

A la fórmula de trabajo con flujo de masa se puede llegar también en forma analítica, veamos.
Sabemos que:

$$W_c = P_1\,V_1 - P_2\,V_2 + \int_{V_1}^{V_2} P\,dV$$

pero $P\,dV = d(PV) - V\,dP$, así:

$$\int P\,dV = PV - \int V\,dP$$

Luego:

$$W_c = P_1\,V_1 - P_2\,V_2 + \left[(PV)_1^2 - \int_{P_1}^{P_2} V\,dP\right] = -\int_{P_1}^{P_2} V\,dP$$

PRIMERA LEY PARA FLUJO DE MASA

En la primera ley: $\Delta u = q - w_v$, $w_v = \int p\, dv$; consideramos al trabajo para procesos cerrados. Veamos hora como queda la primera ley cuando el trabajo es considerado para procesos abiertos.

Para flujo de masa, proceso abierto:

$$w_{fm} = -\int_{P_1}^{P_2} v\, dP = P_1 v_1 - P_2 v_2 + \int_{V_1}^{P_2} P\, dv$$

luego :

$$\int_{V_1}^{V_2} P\, dv = P_2 v_2 - P_1 v_1 - \int_{P_1}^{P_2} v\, dP$$

así,

$$u_2 - u_1 = {}_1q_2 - P_2 v_2 + P_1 v_1 + \int_{P_1}^{P_2} v\, dP$$

$$(u_2 + P_2 V_2) - (u_1 + P_1 V_1) = {}_1q_2 - w_{fm}$$

$$h_2 - h_1 = {}_1q_2 - w_{fm}$$

$$\Delta h = {}_1q_2 - w_{fm}$$

Lo cual muestra que la entalpía, estará estrechamente relacionada con el trabajo de flujo en masa.

Veamos ahora algunas aplicaciones de la primera ley en flujo de masa.

CALDERA

Como hemos visto el vapor es generado en una caldera o generador de vapor al suministrarle agua líquida a la caldera y en razón de la adición de calor, el agua se convierte en vapor. Este vapor tiene la peculiaridad de ser vapor saturado o vapor sobrecalentado.

La primera ley es:

$$h_2 - h_1 = {}_1q_2 - \int v\, dP$$

en donde el cambio de fase de agua líquida a vapor se efectúa isobáricamente, es decir, no existe trabajo de flujo entonces la ecuación anterior queda:

$${}_1q_2 = h_2 - h_1 \qquad \text{ó}$$

$${}_1\dot{Q}_2 = \dot{m}\,(h_2 - h_1)$$

Donde m es el flujo de masa que entra a la caldera y ${}_1Q_2$ es la razón de adición de calor. $\left(\dot{m} = \frac{dm}{dt}\right)$.

TURBINA

Como el vapor a presión y temperatura altas contiene una gran cantidad de energía interna empleamos una turbina para convertir esta energía en trabajo o potencia mecánica (W o $\dot{W}$). La energía interna se convierte en energía cinética en una tobera, la cual dirige el vapor contra los álabes fijos al rotor de la turbina. La desviación del vapor provoca la rotación del rotor de la turbina y produce un trabajo de eje que se puede emplear al conectar mecánicamente un generador eléctrico u otro dispositivo al eje de la turbina. Para una turbina sin fricción que permita una

expansión adiabáticamente reversible (en ocasiones no es adiabática la turbina) tendremos:

$$h_2 - h_1 = {}_1q_2 - \int v\, dP$$

entonces:

$${}_1w_2 = h_1 - h_2; \qquad s_1 = s_2 \quad \text{(reversible)}$$

$${}_1\dot{W}_2 = \dot{m}\,(h_1 - h_2); \quad s_1 = s_2 \quad (\dot{W} = \text{potencia})$$

BOMBAS

Se emplean las bombas para elevar el agua líquida desde una presión baja a una alta y en consecuencia forzarla a entrar a una caldera. Las bombas son escencialmente turbinas invertidas o dispositivos pistón-cilindro. Suponiendo una compresión adiabática reversible en la bomba, tendremos:

$$h_2 - h_1 = {}_1q_2 - w$$

entonces:

$${}_1w_2 = h_1 - h_2; \qquad s_1 = s_2$$

$${}_1\dot{W}_2 = \dot{m}\,(h_1 - h_2); \qquad s_1 = s_2$$

ahora bien, si el fluido es incompresible (v = cte.) tendremos:

$${}_1w_2 = v\,(P_1 - P_2)$$

CONDENSADOR.

Podríamos bombear el vapor expulsado de una turbina, mediante un compresor, de nuevo a la caldera, pero si el vapor se suministra directamente a un compresor el trabajo ideal que se requiere para operar este compresor para proporcionar vapor a una presión alta a

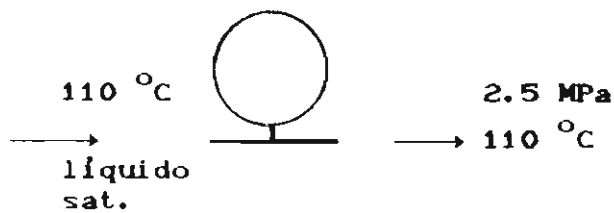
la caldera sería aproximadamente el trabajo obtenido de la expansión adiabática reversible en la operación de la turbina entre las mismas presiones. Así, una turbina de vapor estaría utilizando toda su descarga para accionar la bomba y el trabajo neto del ciclo sería cero. Para evitar este resultado indeseable, recurrimos a un condensador el cual recibe el vapor exhausto, condensa este vapor en forma líquida y alimenta con esta agua a una bomba. De este modo el condensador transfiere calor al exterior de manera que puede obtenerse un trabajo neto en una máquina térmica (recuerdese además que la segunda ley de la termodinámica exige una transferencia de calor entre dos regiones para cualquier máquina térmica cíclica; además de que al entrar al condensador un líquido con calidad mayor a cero, éste la hara disminuir hasta valores cercanos a cero).

Para el condensador la primera ley quedaría:

$$_1q_2 = h_2 - h_1 \qquad \text{siendo } w = 0$$

EJEMPLOS

1.- Una bomba comprime agua líquida saturada a 110 °C hasta 2.5 MPa y 110 °C. Calcular el trabajo de la bomba y la entalpía de salida del agua.



$$_1w_2 = v\,(P_1 - P_2)$$

De las tablas obtenemos

$$v_{f(100\ ^\circ C)} = .001052\ \frac{m^3}{Kg} \quad y \quad P_{1(110\ ^\circ C)} = 143.27\ KPa$$

Entonces:

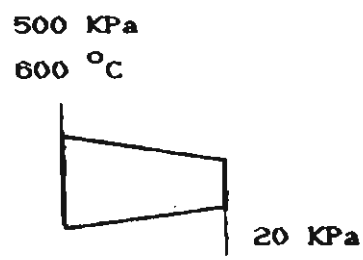
$$_1w_2 = .001052\cdot(143.7 - 2500) = -2.48 \ \ Kj/Kg$$

Ahora bien como:

$$h_1 = 461.3 \ \ Kj/Kg \ \ y \ \ _1w_2 = h_1 - h_2$$

$$h_2 = 461.3 - (-2.48) = 463.78 \ \ Kj/Kg$$

2.- Vapor de agua se expande isoentrópicamente en una turbina. La expansión se da de 500 KPa y 600 °C hasta 20 KPa. Calcular el trabajo correspondiente.



De la primera ley con flujo de masa tendremos:

$$_1w_2 = h_1 - h_2$$

h_1 lo calculamos con la tabla de vapor sobrecalentado:

$$h_{1(500 \ KPa, \ 600 \ ^oC)} = 3701.7 \ \ Kj/Kg.$$

Para calcular h_2 necesitamos la calidad del agua a 20 KPa; como el proceso es isoentrópico $s_1 = s_2 = 7.3522$ (Kj/(Kg. K). Así:

$$x_2 = \frac{7.3522 - 0.8320}{7.0766} = 0.9214$$

y:

$$h_2 = h_{f(20 \ KPa)} + x.h_{fg(20 \ KPa)}$$

Luego

$$_1w_2 = 1,277.42 \quad Kj/Kg$$

3.- Agua líquida saturada a 15 KPa entra a una caldera; al salir el agua tiene 4 MPa y 300 ^{o}C. Calcular el calor transferido de la caldera al agua.

La primera ley en este caso queda:

$$_1q_2 = h_2 - h_1$$

De las tablas de vapor sobrecalentado tenemos:

$$h_{2(4\ MPa,\ 300\ ^{o}C)} = 2960.7 \quad Kj/Kg$$

y de las tablas de vapor saturado:

$$h_1 = h_{f(15\ KPa)} = 225.94 \quad Kj/Kg$$

Entonces:

$$_1q_2 = 2960.7 - 225.94 = 2734.36\ Kj/Kg$$

4.- Agua con calidad del 90 % y a 15 KPa entra a un condensador el cual la deja como líquido saturado. Calcular el calor transferido del agua al condensador.

En este caso la primera ley con flujo de masa queda:

$$_1q_2 = h_2 - h_1$$

Para calcular h_1 empleamos la fórmula:

$$h_1 = h_{f(15\ KPa)} + x.h_{fg(15\ KPa)}$$

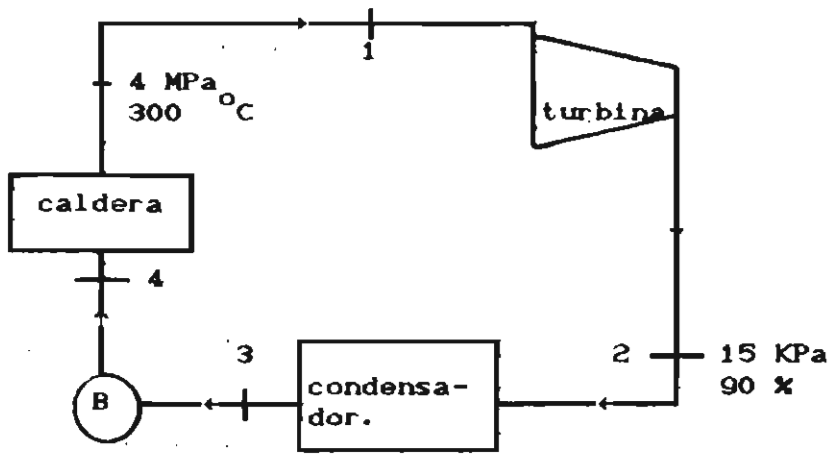
$$h_1 = 225.94 + .9.(2373.1) = 2361.73\ Kj/Kg$$

Ahora, h_2 lo tomamos de la tabla de vapor saturado:

$$h_2 = h_{f(15KPa)} = 225.94 \quad Kj/Kg$$

$$_1q_2 = 225.94 - 2361.73 = -2135.79 \quad Kj/Kg$$

5.- Considerar el siguiente ciclo.



Determinar:

A) **Trabajo de la turbina y de la bomba.**

B) **Calor transferido en el condensador y la caldera.**

C) **La eficiencia de la planta.**

A) **Trabajo de la turbina y de la bomba.**

Resulta conveniente calcular las entalpías en cada uno de los estados propuestos.

De las tablas obtenemos:

$$h_{1(4MPa,400\ ^oC)} = 2960.7 \quad Kj/Kg$$

$$h_2 = 225.94 + .9(2373.1) = 2361.73 \quad Kj/Kg$$

$$h_3 = h_{f(15\ KPa)} = 225.94 \quad Kj/Kg$$

Para h_4 calculamos primero el trabajo de la bomba.

$$w_{bomba} = {}_3w_4 = v\,(P_3 - P_4) = 0.001014\,(15 - 4000) = -4.04 \quad Kj/Kg$$

Así:

$$h_4 = -w_{bomba} + h_3 = -(-4.04) + 225.94 = 221.90 \quad Kj/Kg$$

El tabajo efectuado en la turbina sería:

$$w_{turbina} = h_1 - h_2 = 2960.7 - 2361.73 = 598.97 \quad Kj/Kg$$

Observe como resulta pequeño el trabajo de la bomba con relación al de la turbina.

B) El calor transferido en la caldera sería:

$$q_{caldera} = {}_4q_1 = h_1 - h_4 = 2960.7 - 229.98 = 2730.72 \quad Kj/Kg$$

y en el condensador:

$$q_{condensador} = {}_2q_3 = h_3 - h_2 = 225.94 - 2361.73 = -2135 \quad Kj/Kg$$

el trabajo neto:

$$w_{neto} = w_{turbina} + w_{bomba}$$

$$w_{neto} = 598.97 - 4.04 = 594.93 \quad Kj/Kg$$

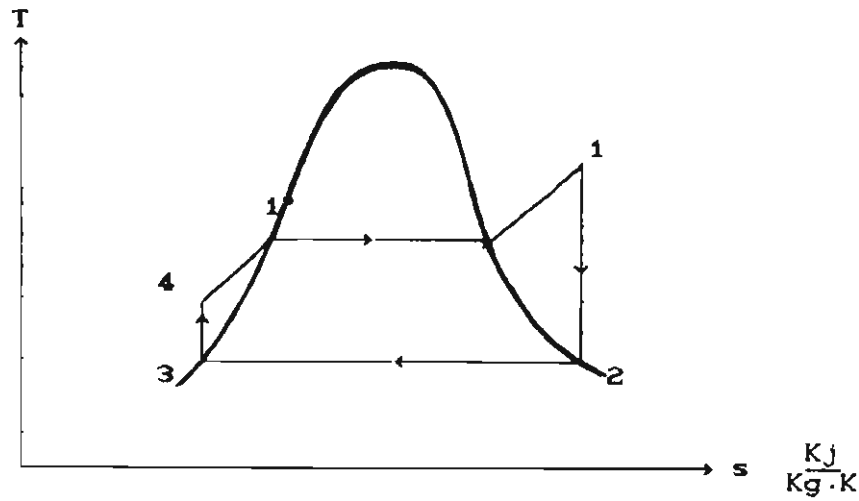
y el calor suministrado:

$$q_A = q_{caldera} = 2730.92 \quad Kj/Kg$$

C) Así la eficiencia será:

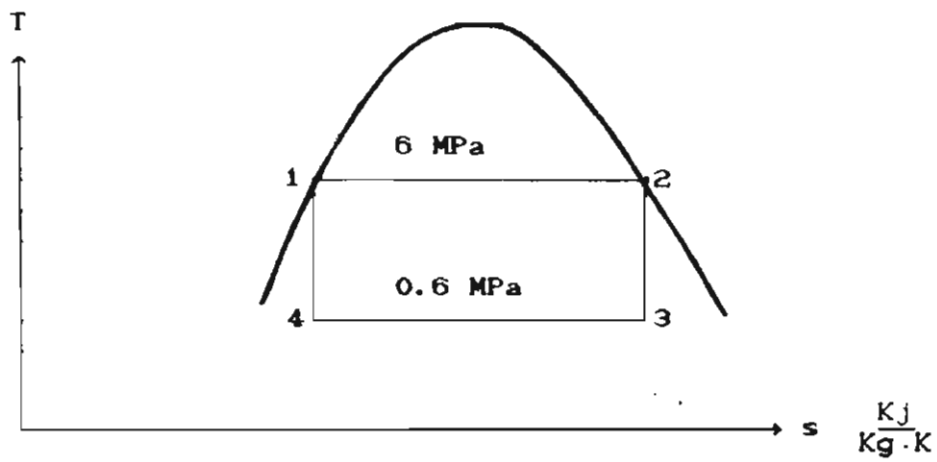
$$\eta = \frac{w_{neto}}{q_A} = \frac{594.93}{2793.52} = 0.213 \ (21.3\%)$$

El diagrama T,s correspondiente sería:



Es claro que el estado uno queda fuera de la línea de vapor pues es sobrecalentado; el estado dos cae dentro de la línea de vapor pues su calidad es menor que uno y mayor a cero. El estado tres es líquido saturado puesto que tenemos una bomba y no un compresor; el estado cuatro es líquido comprimido pues es agua líquida salida de la bomba; como la caldera trabaja isobáricamente: 4 - 1' - 1 es una isóbara que lleva líquido comprimido (4) a vapor sobrecalentado (1).

6.- Calcular $q_{caldera.}$, $q_{condensador.}$, w_T, w_B, del ciclo Carnot siguiente.



Un problema semejante a éste, fue presentado cuando vimos inicialmente el concepto de entropía $\Delta s = \frac{{}_1q_2}{T}$.

El problema es sólo semejante pues en aquella ocasión no teníamos la posibilidad de calcular los trabajos en la turbina y la bomba respectivamente. Ahora esto será posible gracias al concepto de entalpía y de la primera ley con flujo de masa.
Las entalpías en 1 y 2 son inmediatas pues coinciden con h_f y h_g a 6 MPa.

$$h_1 = h_f = 1213.35 \quad Kj/Kg$$

$$h_2 = h_g = 2784.30 \quad Kj/Kg$$

La calidad en 3 la obtenemos empleando la entalpía en 2 (suponemos turbina isoentrópica):

$$s_2 = s_3 = 5.8892 \ \frac{Kj}{Kg \cdot K}$$

$$x_3 = \frac{5.8892 - 1.9312}{4.8288} = 0.8197$$

$$h_3 = 670.57 + 0.8197 \cdot (2086.3) = 2,380.71 \quad Kj/Kg$$

De manera análoga:

$$s_4 = s_1 = 3.0267 \ \frac{Kj}{Kg \cdot K}$$

$$x = \frac{3.0267 - 1.9312}{4.8288} = 0.2269$$

$$h_4 = 670.56 + .2269 \cdot (2086.3) = 1,143.87 \ \ Kj/Kg$$

$$q_{cal.} = h_2 - h_1 = 1570.95 \ \ Kj/Kg$$

$$q_{con.} = h_4 - h_3 = -1,236.84 \ \ Kj/Kg$$

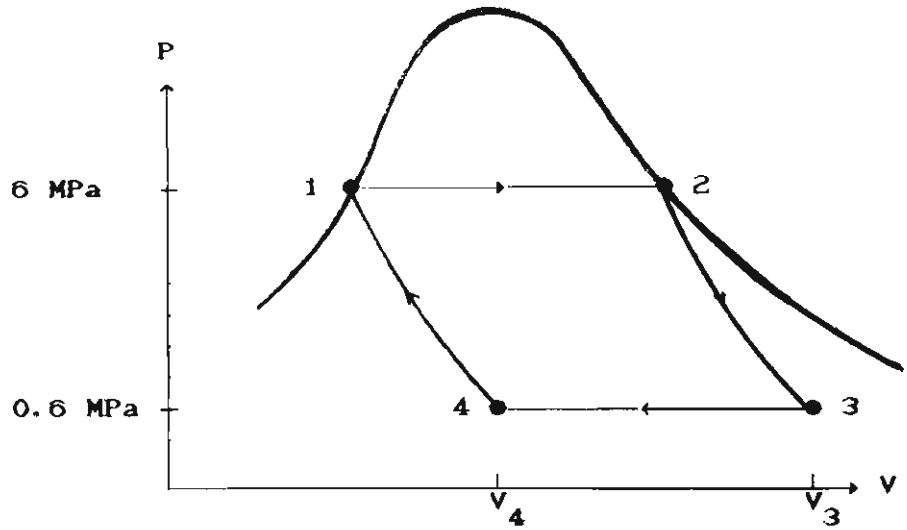
$$w_T = h_2 - h_3 = 403.59 \ \ Kj/Kg$$

$$w_B = h_4 - h_1 = -69.48 \ \ Kj/Kg$$

$$\eta = \frac{w_T + w_B}{q_{ca}} = \frac{q_{ca} + q_{co}}{q_{ca}} = 0.2127 \ (21.27\%)$$

Una vez resuelto este problema pasaremos a algunas observaciones.

A. Para resolver el problema anterior exclusivamente con la primera ley **necesitamos otros datos extras** v. gr. una energía interna y un volumen específico tal y como sucedió cuando lo resolvimos.



$v_4 = 0.072473$

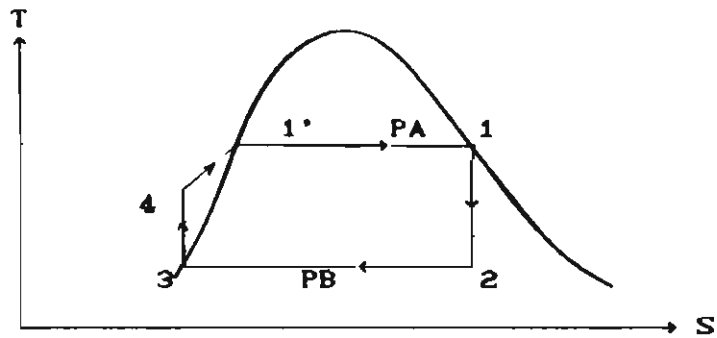
$u_3 = 2,225.21$

En este caso necesitamos v_4 y v_3; lo cual se consigue calculando previamente x_3, x_4. Note usted que encontramos el calor admitido (calor de la caldera), calor rechazado (calor en el condensador) el trabajo neto (y no el trabajo en la turbina y no el de la bomba).

B. Cuando resolvimos el problema anterior empleando $q = T \cdot \Delta s$, no necesitamos las calidades y por lo tanto no necesitamos u_3 ni v_4 (suponemos $s_3 = s_2$ y $s_1 = s_4$) es decir el concepto entropía nos permite resolverlo mucho más eficientemente; aunque está claro que mediante este procedimiento tampoco podemos conocer w_T o w_B.

C. Al emplear la primera ley con flujo de masa necesitamos sólo dos valores (como en B) aunque ahora debamos calcular x_3, x_4 (como en A) con ayuda de $s_1 = s_4$ y $s_3 = s_2$. Pero ahora sí conoceremos w_T y w_B. En resumen, la primera ley en flujo de masa nos permite resolver este problema de manera completa (w_T y w_B son calculados) con un mínimo de datos. Queda entonces del todo claro que es correcto decir que la primera ley en flujo de masa es la herramienta más poderosa para resolver este tipo de problemas.

Más aún, supongamos ahora que debemos trabajar con un ciclo Rankine normal, i.e., con uno cuyo diagrama T-s quede de la forma:



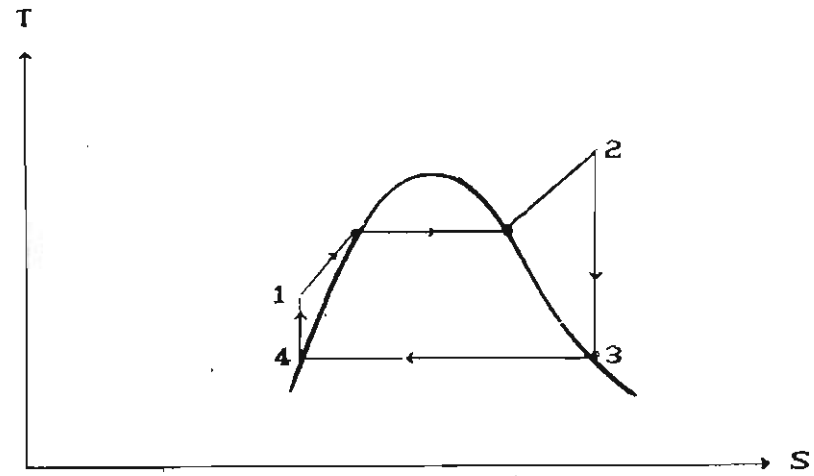
Si quisiéramos emplear sólo la primera ley, $\Delta u = q - w$ para solucionar este problema tendríamos una dificultad seria en la parte 3, 4, 1' del diagrama.

En efecto, tanto de 1' a 1; 1 a 2; de 2 a 3 es fácil, relativamente encontrar las energías internas así como los volumenes correspondientes a cada uno de estos puntos. En cambio presenta dificultades la energía interna en 4, y por supuesto el siguiente proceso, 4 a 1', no permite calcular el trabajo sin que efectuemos hipótesis muy serias v.gr. de 4 a 1' tenemos una hiperbola.

No mejora la situación el que intentemos calcular q, w, η mediante la fórmula $q = T \cdot \Delta s$; pues de nueva cuenta se resiste al análisis la porción 3, 4, 1'. En efecto, calcular el calor rechazado $_2q_3$ es fácil como lo es calcular parte del calor admitido $_1,q_1$ pero, una vez más ¿cómo calculamos la parte de calor admitido correspondiente a 4, 1'?.

De lo anterior resulta claro que el cálculo de los calores, trabajos y eficiencia en este ciclo Rankine es mejor intentarlo mediante el cálculo de las entalpías h_1, h_2, h_3, h_4; pues con ellas cualquiera de los dos calores o los dos trabajos es inmediatamente calculado.

Veamos ahora un Rankine con sobrecalentamiento.



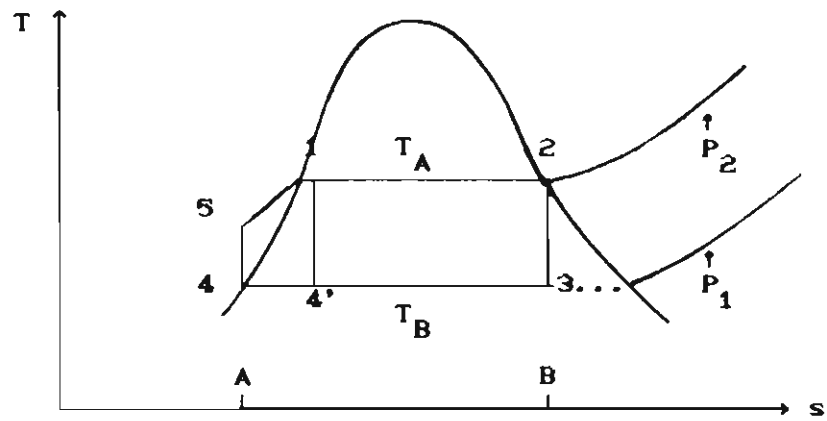
Es claro que la problemática es aquí análoga al caso del Rankine normal. ¿Cuál metodología emplear para calcular $q_{admitido}$? Tanto la primera ley como $\Delta q = T \cdot \Delta s$ no pueden ser aplicadas entre el estado 1 y el 2 (Note usted que el calor cedido sí es factible de calcularse mediante los tres métodos).

Más aún, si mediante algún procedimiento suficientemente válido llegaramos a calcular el calor admitido ($_1q_2$) no podríamos calcular el trabajo de la turbina y el de la bomba.

En resumen, la primera ley de la termodinámica en su forma entálpica: $\Delta h = q - w_c$ nos permite calcular el calor admitido así como cuantificar los trabajos efectuados durante el ciclo Rankine, ya sea Rankine normal o Rankine sobrecalentado.

CICLO RANKINE NORMAL

El ciclo Rankine normal en diagrama T-s queda en la forma siguiente.



Recordemos que:

PROCESO 1-2: Líquido saturado es convertido, en una caldera, a vapor saturado (esto se realiza isotérmicamente con temperatura T_A y a la vez isobáricamente a p_2).

PROCESO 2-3: El vapor se expande adiabáticamente en una turbina hasta las condiciones de condensación T_3, p_1.

PROCESO 3-4: La mezcla líquido-vapor resultante es condensada completamente a temperatura constante T_B y presión constante p_1. Esta condensación se efectúa con base en el condensador.

PROCESO 4-5: El líquido saturado es bombeado adiabáticamente hasta la presión p_2 existente en la caldera. Este proceso es llevado a cabo por una bomba; el aumento en la temperatura del agua al pasar del estado 4 al estado 1, es pequeñísima. También es insignificante la disminución del volumen del agua.

PROCESO 5-1: Aumentamos la temperatura, a presión constante p_2, suministrando calor al líquido comprimido hasta T_A (temperatura de ebullición.)

Como podemos ver en la figura: q_A queda representado por el área 5-1-2-B-A-5 y q_B por el área 4-3-B-A-4. Sabemos que $w = q_A - q_B$ y como $q_A = h_2 - h_5$ y $q_B = h_3 - h_4$, tendremos que la eficiencia será:

$$\eta = \frac{h_2 - h_5 - (h_3 - h_4)}{h_2 - h_5} = \frac{h_2 - h_3 - (h_5 - h_4)}{h_2 - h_5}$$

Esto nos dice que conociendo las entalpías h_2, h_3, h_4 y h_5 determinamos la eficiencia del ciclo Rankine.

Ahora bien la expresión $(h_2 - h_3)$ es la diferencia de entalpías disponible que se transforma en energía cinética de flujo y después en trabajo de eje de la turbina. La diferencia $(h_5 - h_4)$ es la cantidad de trabajo requerido para operar la bomba lo cual, para un líquido incompresible, es igual a:

$$h_5 - h_4 = v_B (P_5 - P_4)$$

De este modo el trabajo neto producido en el ciclo Rankine puede considerarse como la dierencia del trabajo de la turbina con el trabajo requerido para operar la bomba. Al sustituir la fórmula anterior en la eficiencia obtenemos.

$$\eta = \frac{h_2 - h_3 - v_B (P_5 - P_4)}{h_2 - h_5}$$

donde v_B es el volúmen de líquido saturado en el punto 4.

Observación 1

La fórmula para la eficiencia del ciclo Rankine no puede reducirse a la correspondiente al ciclo de Carnot:

$$\eta = \frac{T_A - T_B}{T_A}$$

pues en la etapa de suministro de calor (proceso 5-2) la temperatura no es constante.

Observación 2

Por otra parte, la eficiencia térmica de un ciclo Rankine es menor que la de un ciclo Carnot debido a que la temperatura media T_A correspondiente al suministro de calor en el ciclo Rankine es menor que la temperatura T_A del ciclo Carnot correspondiente (1-2-3-4').

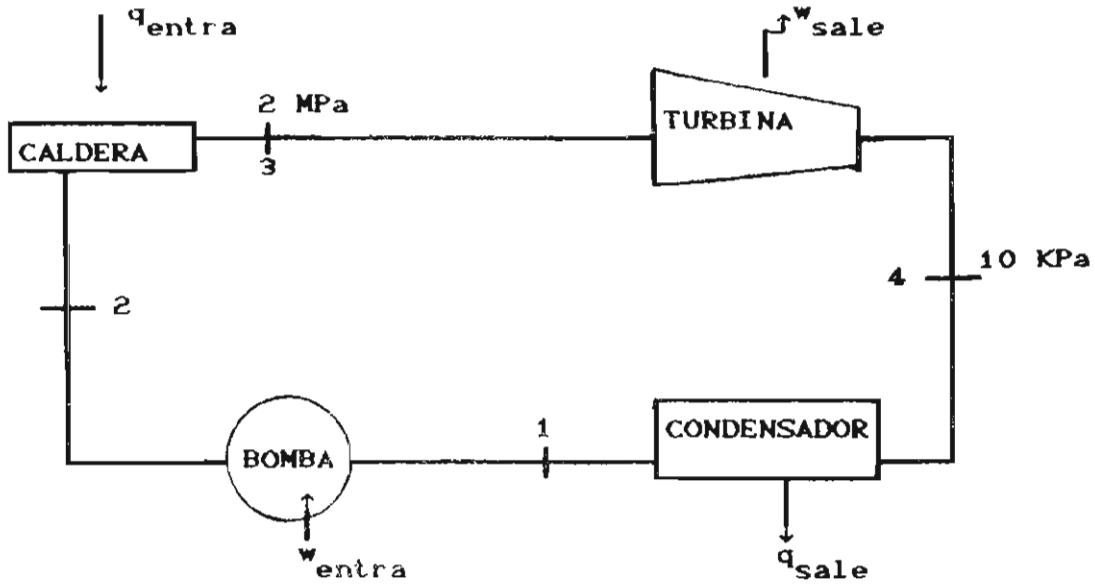
Observación 3

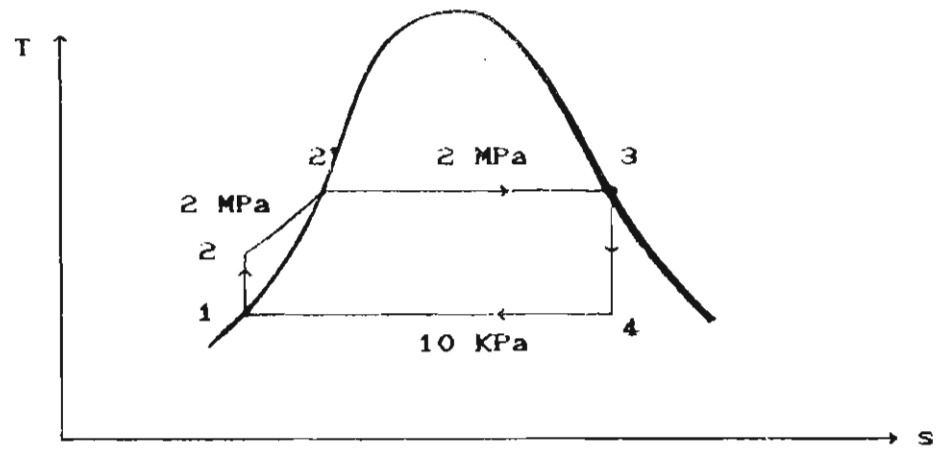
Desde el punto de vista de la eficienca térmica el ciclo Rankine está en desventaja con el ciclo Carnot; sin embargo en condiciones reales al rendimiento económico conviene más el ciclo Rankine que el de Carnot pues la irreversibilidad del proceso de compresión del agua en la eficiencia total es mucho menor que la del de compresión del vapor húmedo. Con esto podemos ver que el rendimiento económico del ciclo Rankine es más elevado que el correspondiente de Carnot.

También la sustitución del voluminoso compresor que el ciclo de Carnot requeriría para el vapor húmedo por la compacta bomba del ciclo Rankine permite reducir considerablemente los gastos para construir la planta.

EJEMPLO

Determinar la eficiencia de un ciclo Rankine normal. Se sabe que la presión del vapor en el condensador es de 10 KPa, que en la caldera existe una presión de 2 MPa y el vapor sale de ella como vapor saturado. Ver figuras.





como en 1 tenemos líquido saturado a 10 KPa, $h_1 = h_f = 191.83$ Kj/Kg; en 3 tenemos vapor saturado a 2 MPa luego $h_3 = h_g = 2799.5$ Kj/Kg

Para calcular h_2 aplicamos la primera ley para la bomba y nos queda:

$$w_b = v_f(P_1 - P_2) = .001010 \cdot (10 - 2000) = -2.01 \text{ Kj/Kg}$$

$$h_1 - h_2 = w_{bomba}$$

2892989

$$h_2 = h_1 + 2.01 \quad Kj/Kg$$

$$h_2 = 193.84 \quad Kj/Kg$$

Para determinar la entalpía en el estado 4 necesitamos la calidad en ese punto (ver punto 4 en el diagrama T, s). Consideremos la turbina isoentrópica entonces:

$$s_3 = s_4$$

$$s_3 = s_g = 8.3409 \ \frac{Kj}{Kg \cdot K}$$

$$s_4 = 8.3409 \ \frac{Kj}{Kg \cdot K}$$

Como en el estado 4 a 10 KPa:

$$s_f = 0.6493 \ \frac{Kj}{Kg \cdot K} \quad y \quad s_g = 8.1502 \ \frac{Kj}{Kg \cdot K}$$

de aquí:

$$x_4 = \frac{8.3409 - 0.6493}{8.1502 - 0.6493} = 0.7588$$

luego:

$$h_4 = 191.83 + .7588 (2392.8) = 2007.5 \quad Kj/Kg$$

una vez determinadas las entalpías h_1, h_2, h_3 y h_4 tendremos:

$$q_A = h_3 - h_2 = 2605.66 \quad Kj/Kg$$

$$q_B = h_4 - h_1 = 1815.67 \quad Kj/Kg$$

y así:

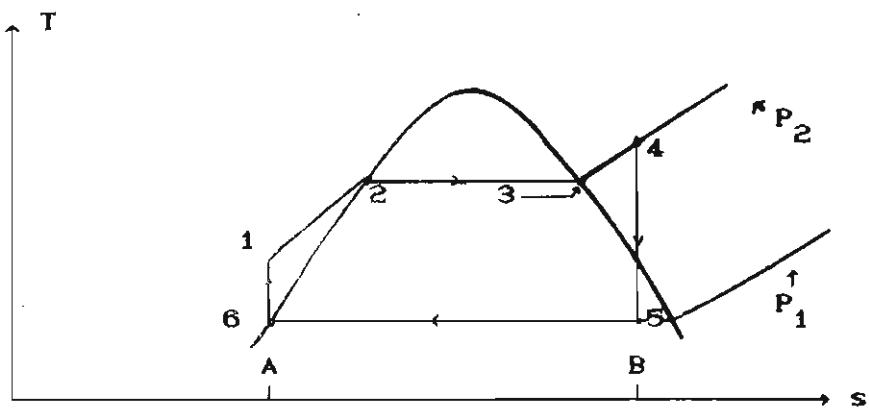
$$\eta = 1 - \frac{q_B}{q_A} = 1 - \frac{1815.7}{2605.7} = 0.3032 \quad (30.32\ \%)$$

Observamos que el trabajo proporcionado por la turbina es de 792 Kj/Kg y el requerido por la bomba es 2.01 Kj/Kg, así $W_{bomba} << W_{turbina}$.

CICLO RANKINE SOBRECALENTADO

Para aumentar la eficiencia del ciclo Rankine se recurre a diversos métodos: al sobrecalentamiento del vapor cuando sale de la caldera o a un recalentamiento del vapor de agua después de su expansión en la turbina. Evidentemente, si disminuimos la presión de salida del vapor de agua al condensador o aumentamos la presión durante el suministro de calor incrementamos la eficiencia del ciclo Rankine.

El sobrecalentamiento del vapor se realiza con un elemento denominado sobrecalentador. Al salir el vapor de la caldera empleamos el sobrecalenteador para calentar este vapor hasta una temperatura mayor a la de saturación efectuándose este calentamiento a presión constante P_2 (hasta un estado que corresponde a la región de vapor sobrecalentado.).



Como vemos en la figura la temperatura media durante el suministro de calor aumenta en comparación con la temperatura media sin sobrecalentamiento. También el proceso de expansión del vapor en la turbina, que se efectúa hasta la presión P_1, se efectúa parcialmente en la región de saturación por lo que eleva la calidad del vapor a la salida de la turbina. De lo mencionado se sigue que la eficiencia total del ciclo se incrementa respecto al ciclo sin sobrecalentamiento.

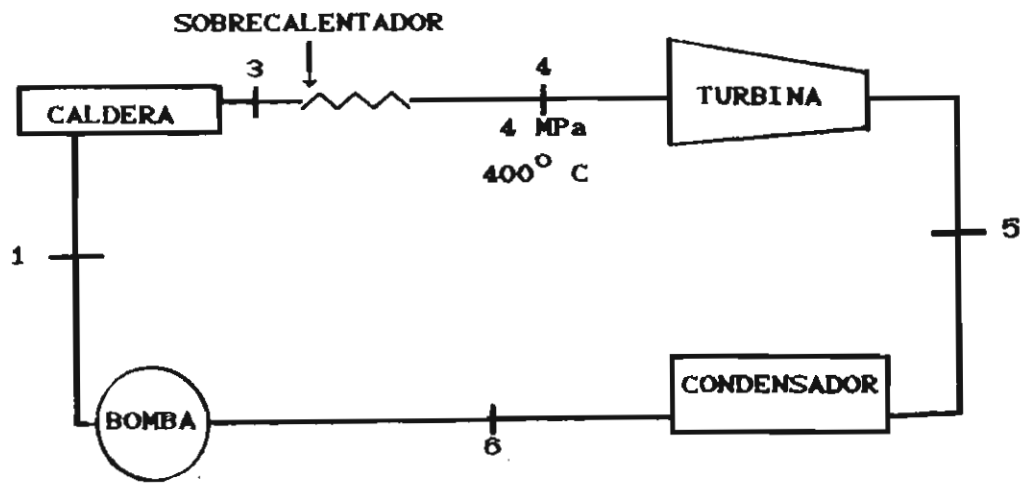
En este ciclo q_A equivale al área 1-2-3-4-5-B-A-1 y q_B al área 6-5-B-A-6. Ahora como $q_A = h_4 - h_1$ y $q_B = h_5 - h_6$ tendremos

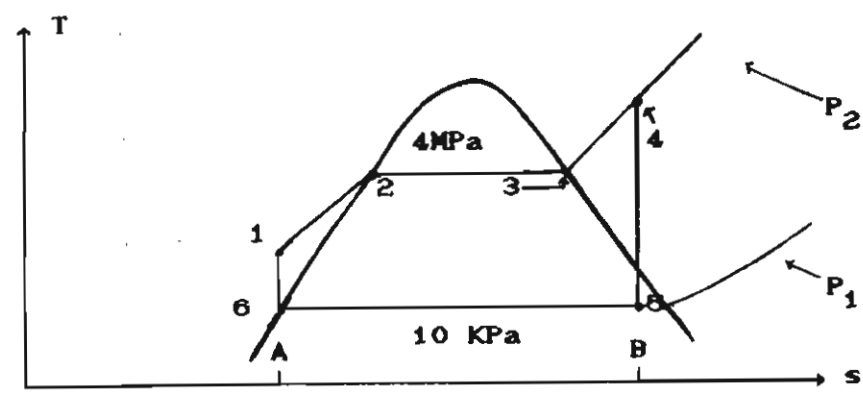
que la eficiencia será:

$$\eta = \frac{h_4 - h_1 - (h_5 - h_6)}{h_4 - h_1} = \frac{h_4 - h_5 - (h_1 - h_6)}{h_4 - h_1}$$

EJEMPLO

Consideremos un ciclo de vapor con sobrecalentamiento, esto es, con un sobrecalentador entre la caldera y la turbina. El vapor sale de la caldera-sobrecalentado a 4 MPa, 400 ^{o}C y la presión del condensador es de 10 Kpa. Determinar la eficiencia del ciclo





Para resolver este problema basta calcular h_1, h_4, h_5, h_6. De las cuatro entalpías anteriores h_6, h_4 y h_3 son fácilmente calculables, pues en 6 estamos en líquido saturado a 10 KPa, en 4 estamos en vapor sobrecalentado a 4 MPa y 400°C, y en 3 estamos en vapor saturado a 4 MPa.

$$h_6 = h_{f(10\ KPa)} = 191.83\ Kj/Kg$$

$$w_b = v_f(P_6 - P_1) = .001010\ (10 - 4000) = -4.0299\ Kj/Kg$$

$$h_1 = h_6 - w_b = 191.83 + 4.0299 = 195.8599\ Kj/Kg$$

$$h_{4(4MPa,400\ ^oC)} = 3213.6\ Kj/Kg$$

$$q_A = h_4 - h_1 = 3213.6 - 195.8599 = 3017.7401\ Kj/Kg$$

$$s_5 = s_4 = s_{(4\ MPa,\ 400\ ^oC)} = 6.7690\ \frac{Kj}{Kg.K}$$

Con ayuda de $s_5 = s_4$ encontraremos la calidad en 5 para posteriormente encontrar h_5, así:

$$6.7690 = .6493 + x.7.5009$$
$$x = .8159$$

Entonces:

$$h_5 = 191.83 + .8195.(2392.8) = 2144.024\ Kj/Kg$$

$$w_{Turbina} = h_4 - h_5 = 3213.6 - 2144.024 = 1059.5752\ Kj/Kg$$

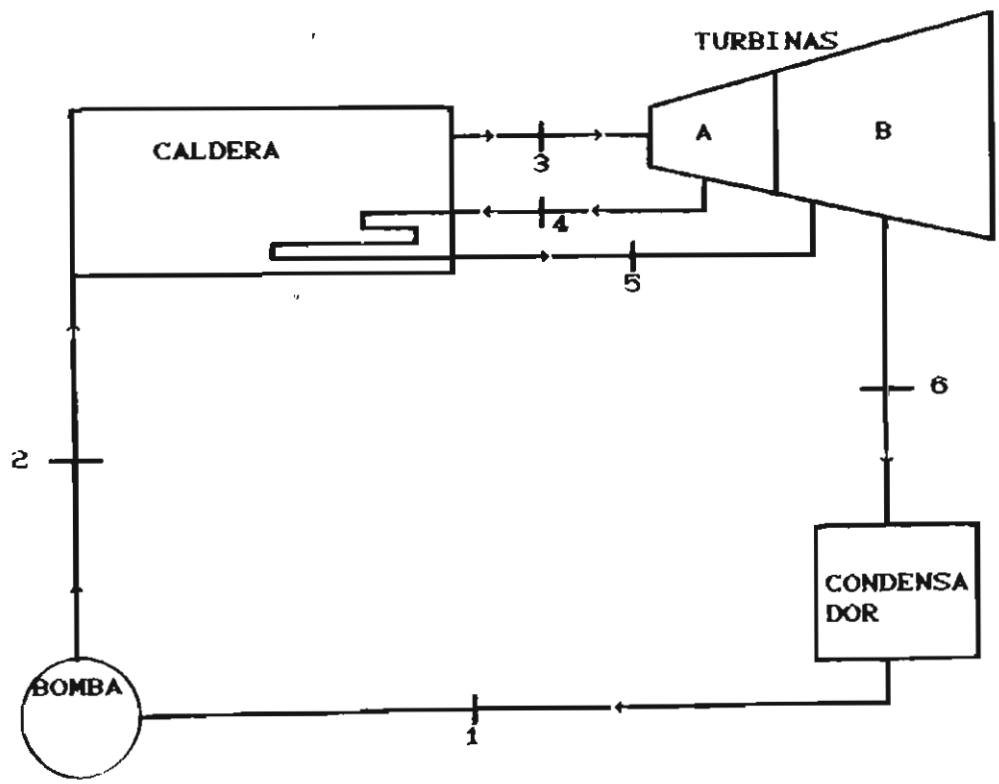
$$q_{cal.} = q_A$$

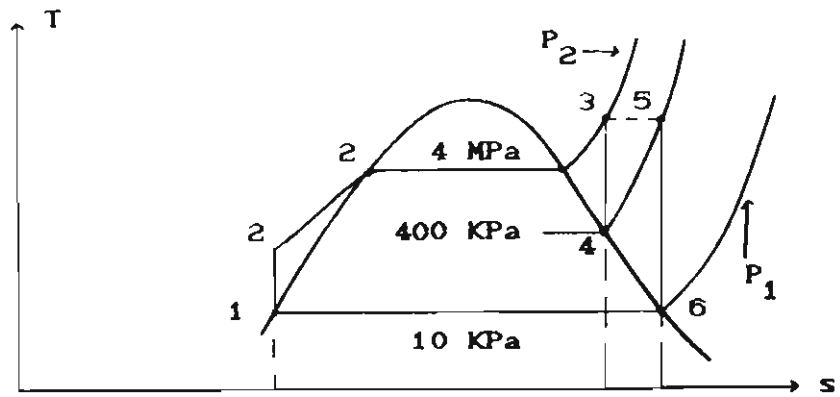
$$q_{con.} = h_6 - h_5 = -1952.194\ Kj/Kg$$

$$\eta = \frac{w_T - w_b}{q_A} = 0.3497\ (34.97\%)$$

EJEMPLO

Otra modalidad del ciclo Rankine con recalentamiento, es el siguiente. Supongamos que el vapor sale de la caldera y entra a la turbina a 4 MPa, 400 ^{o}C y que después de la expansión en la turbina, a 400 KPa, el vapor es sobre calentado a 400 ^{o}C; posteriormente se expande en una turbina de presión más baja; la presión del condensador es nuevamente 10 KPa. En la siguiente figura mostramos la situación descrita.





Como puede verse en el diagrama T-s la eficiencia del ciclo Rankine con recalentamiento es el siguiente:

$$\eta = \frac{(h_3 - h_4) + (h_5 - h_6) + w_{bomba}}{(h_3 - h_2) + (h_5 - h_4)}$$

Aquí tendremos seis entalpías importantes: h_1, h_2, h_3, h_4, h_5 y h_6, de ellas las h_1, h_3, y h_5 son fácilmente calculables por los datos del problema, para h_4 y h_6 necesitamos las calidades x_4, x_6 para las cuales emplearemos el hecho que $s_3 = s_4$ y $s_5 = s_6$, pues están sobre la misma adiabática los puntos 3 y 4 así como los puntos 5 y 6. Por último h_2 la calcularemos con ayuda de h_1 y el trabajo que se requiere en la bomba.

Como los cálculos son semejantes a los realizados en problemas anteriores omitiremos las explicaciones detalladas de los mismos.

$$h_1 = h_{f(10\ KPa)} = 191.83\ Kj/Kg$$

$$w_{bomba} = v_f(P_1 - P_2) = .001010\ (10 - 4000) = -4.0299\ Kj/Kg$$

$$h_2 = h_1 - w_{bomba} = 195.8599\ Kj/Kg$$

$$h_{3(4\ MPa,\ 400\ ^oC)} = 3213.5\ Kj/Kg$$

$$s_3 = 6.7690 \ \frac{Kj}{Kg \cdot K}$$

$$h_{5(400\ KPa,\ 400\ ^oC)} = 3273.4\ Kj/Kg$$

$$s_5 = 7.8985 \ \frac{Kj}{Kg \cdot K}$$

Como $s_4 = s_3$, y se ve que $6.7690 \ \frac{Kj}{Kg \cdot K}$, en tablas de vapor saturado, se encuentra dentro de la zona húmeda (líquido y vapor saturado) se buscara la calidad para tal región; si por el contrario **s** se encontrara fuera de la región húmeda tendríamos que buscar entonces en las tablas de vapor sobrecalentado por que el vapor se encontraría aún sobrecalentado.

Entonces:

$$s_4 = 6.7690 = 1.7766 + x \cdot (5.1193)$$
$$x = .9752 \quad (97.52\ \%)$$

$$h_4 = 604.7 + .9752 \cdot (2133.8) = 2685.6062\ Kj/Kg$$

De igual forma:

$$s_6 = s_5 = 7.8985 \ \frac{Kj}{Kg \cdot K}$$

$$s_6 = 7.8985 = .6493 + x \cdot (7.5009)$$
$$x = .9664 \quad (96.64\ \%)$$

$$h_6 = 191.83 + .9664 \cdot (2392.8) = 2504.2319\ Kj/Kg$$

$$w_{Turbina\ A} = h_3 - h_4 = 527.8938 \quad Kj/Kg$$

$$q_{\substack{caldera \\ sobrecalentador}} = h_3 - h_2 = 3017.6401 \quad Kj/Kg$$

$$w_{Turbina\ B} = h_5 - h_6 = 769.1681\ Kj/Kg$$

$$q = h_5 - h_4 = 587.7938\ Kj/Kg$$

$$\eta = \frac{w_{TA} + w_{TB} + w_B}{q_{c-s} + q_r}$$

$$\eta = \frac{527.8983 + 769.1681 - 4.0299}{3017.6401 + 587.7938} = .3586 \quad (35.86\ \%)$$

Como puede apreciarse del resultado anterior:

$$w_{TOTAL} = w_{Turbina\ A} + w_{Turbina\ B} + w_{bomba}$$

$$q_{cedido} = q_{caldera} + q_{recalentado.}$$
$$\qquad\qquad\quad sobrecal.$$

De este modo hemos obtenido un aumento en la eficiencia del ciclo Rankine, además de que el vapor a la salida de la turbina aumento de calidad, en comparación con el resultado obtenido en el ejemplo anterior.

En resumen: existen al menos tres formas que podemos emplear para incrementar la eficiencia de un ciclo Rankine.

I. Aumentando la presión durante la adición de calor
II. Sobrecalentamiento del vapor
III. Disminuyendo la presión de salida.

SISTEMA Y FRONTERA DEL SISTEMA

De acuerdo a lo visto hasta aquí resulta que tenemos a nuestra disposición dos principios fundamentales con los cuales podemos analizar termodinámicamente los procesos físicos que se suceden en los dispositivos (calderas, turbinas, etc) y ciclos (Otto, Diesel, Carnot, etc), más comúnes en la ingeniería.

Las dos leyes:

$$du = dq - dw$$

$$ds \geq \frac{dq}{T}$$

junto con sus variaciones:

$$dh = dq - dw_c$$

o bien sustituciones:

$$du \leq Tds - p.dv$$

forman el nucleo a partir del cual iniciamos nuestros razonamientos. Sin embargo debemos observar indispensablemente el tipo especifico de proceso que caracteriza al objeto de estudio pues si este puede considerarse adiabático, isobárico... entonces las variables termodinámicas asumen formas especiales pues usualmente la primera o segunda ley se simplifican.

El desarrollo sucesivo del razonamiento pasa por considerar si algunas expresiones más particulares están a nuestra disposición (C_v o C_p constantes) o bien si podemos fundamentar suposiciones que coadyuven a efectuar cálculos más simples, v.gr. ¿trabajamos con un gas ó con vapor?

Esto ultimo nos lleva, quizá, a no poder aplicar fórmulas cerradas y entonces debemos recurrir a tablas en las cuales a partir de determinadas consideraciones (vapor sobrecalentado ó no) podemos obtener valores de las variables para con ello aproximarnos a la

solución del problema.
En resumen la termodinámica queda, vista así, como una ciencia eminentemente deductiva.
Con base a estas observaciones y al conocimiento práctico de los temas a tratar es que podemos plantear a la termodinámica aplicada macroscópicamente a partir de los siguientes puntos.

SISTEMA

Objeto o cantidad de materia sujeta a análisis, su estrutura atómica detallada no es tomada en cuenta, cualquier región definida en el espacio. Esta región puede desplazarse y la forma del volúmen pueden cambiar.

FRONTERA DEL SISTEMA

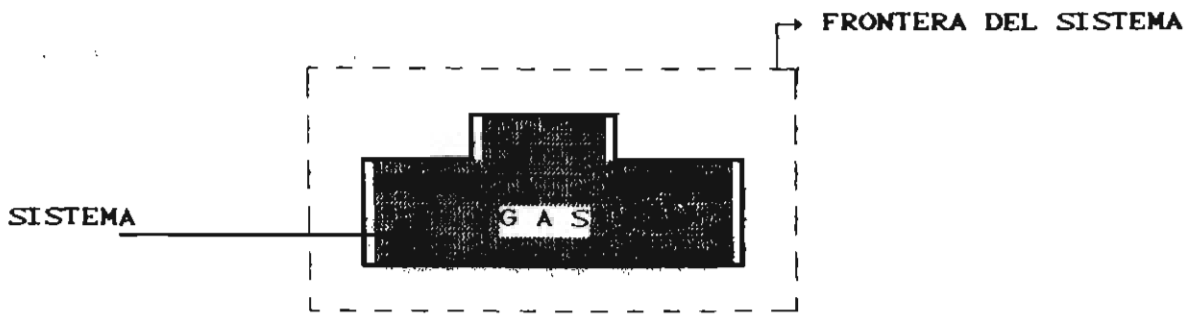
Para clarificar aún más el sistema que estudiaremos se emplea el concepto de frontera de sistema. Es aquella que permite separar todo lo externo al sistema mismo. La frontera es, evidentemente, movible o fija, real o imaginaria.

SISTEMA AISLADO Y NO-AISLADO. SISTEMA ABIERTO Y CERRADO

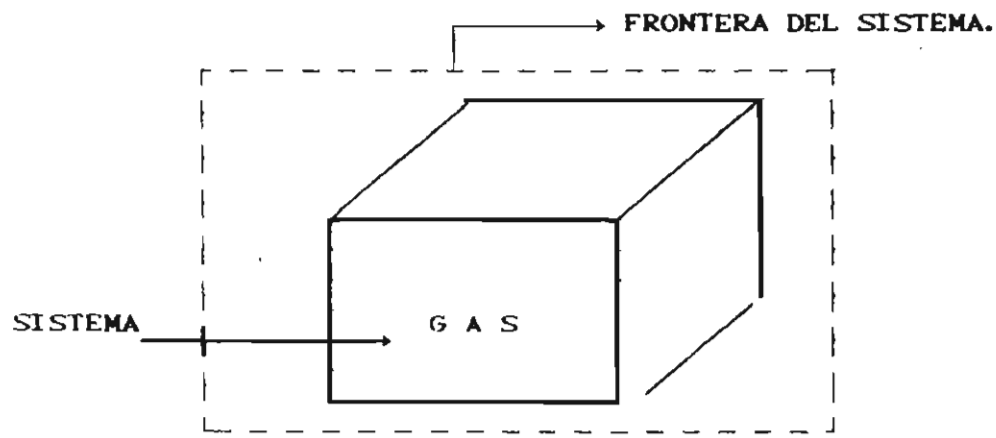
Si no permitimos el intercambio de masa o energía entre el sistema y sus alrededores diremos que el sistema es **aislado** (v.gr. caso del tapón de Joule-Thompson). Si permitimos dicho intercambio ya sea de masa o energía o ambas tendremos un sistema **no aislado.**
Si sólo permitimos el intercambio de energía diremos que el sistema es **cerrado.** Pero si además permitimos intercambio de masa, entonces, el sistema es **abierto.**
En general, podemos decir que un sistema cerrado es aquel que contiene una cantidad fija de masa que no varia su cantidad ni tipo. Ahora, como la materia ocupa posición en el espacio podemos decir que en un sistema abierto el sistema consiste de la materia que está dentro de un cierto volumen, (llamado volumen de control), en el momento en que se efectúa el análisis, llamamos a la superfice de este volumen superfice de control.

EJEMPLOS

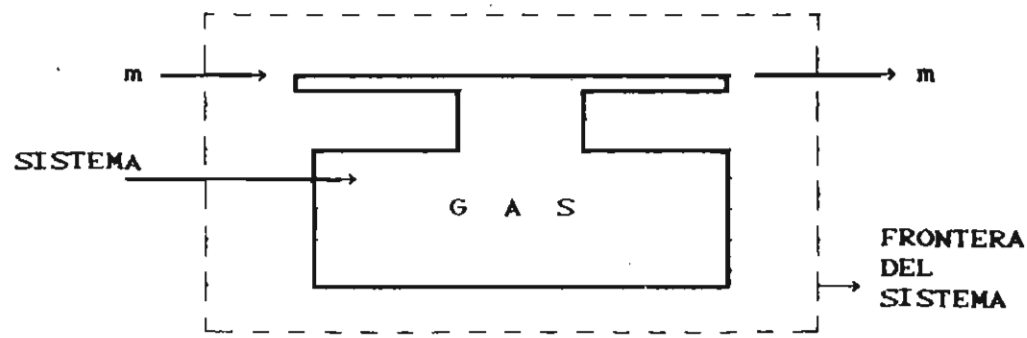
A. Dado un tanque de gas butano podemos considerarlo como sistema y dibujarlo, por ejemplo así:



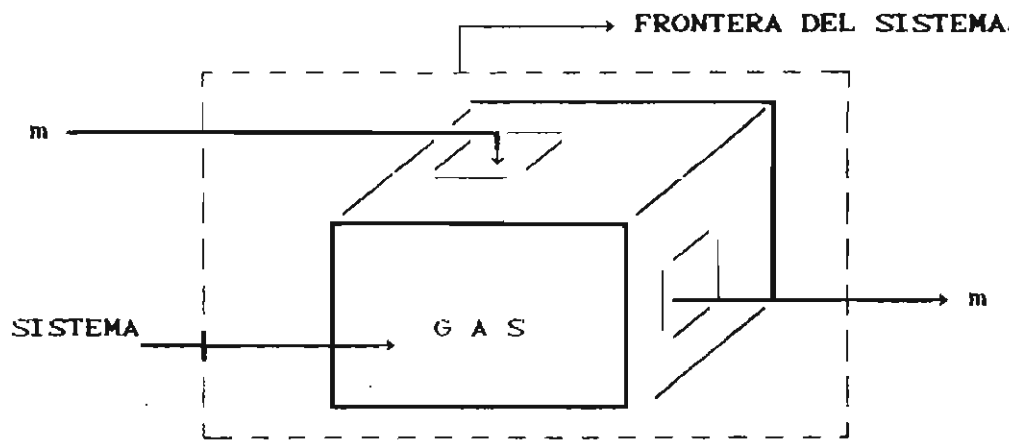
o así:



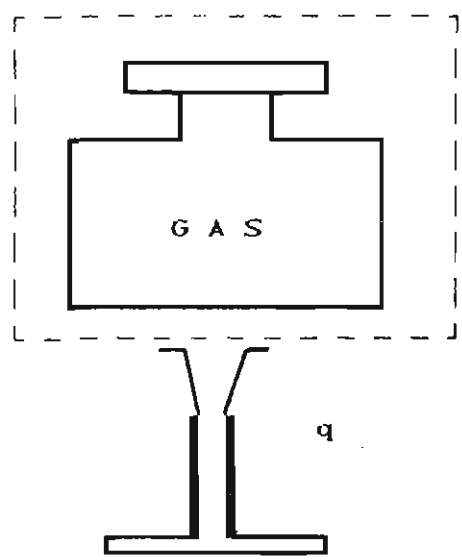
B Si el tanque es llenado y a su vez empleado su gas tenemos:



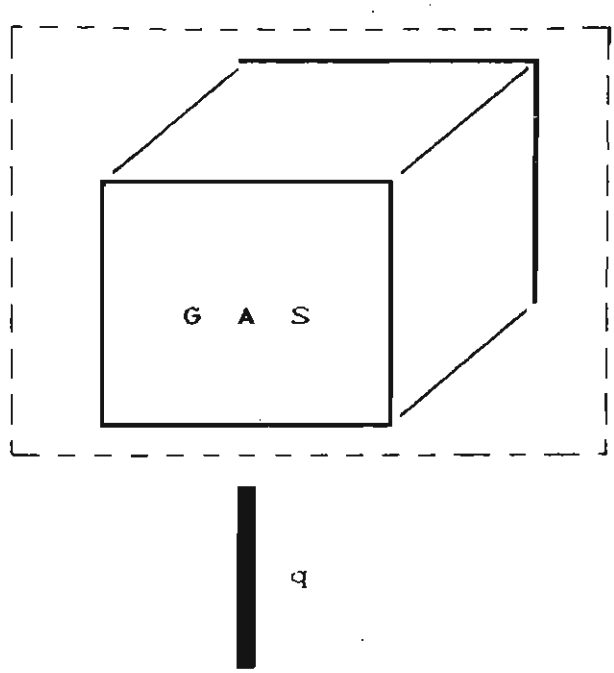
o también



En el caso A tendremos un sistema aislado y en B uno abierto.
El caso de un sistema cerrado sería:



o también:



PROPIEDADES DEL SISTEMA.

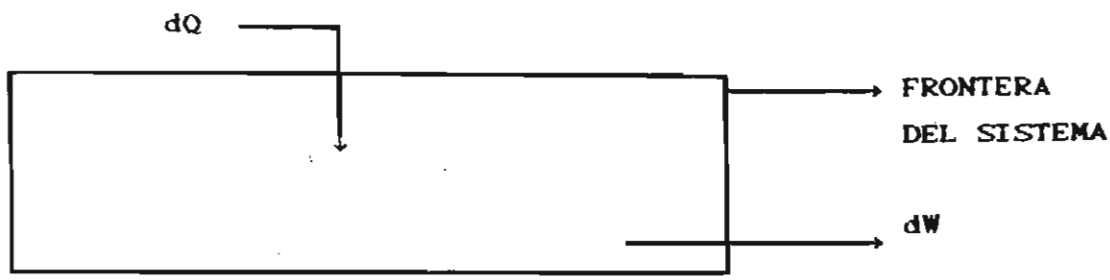
Como hemos visto el estado de un sistema en equilibrio se especifica mediante las variables: P, V, T, U, S y H

A: P, U, S y H se les llama variables **extensivas**, es decir, dependen de la masa; las propiedades **intensivas** son aquellas que no dependen de la masa tales como la temperatura (T), la presión (P), la densidad (ρ), la velocidad (V) y la concentración. En el caso de que una propiedad intensiva se divida entre el total de la masa de un sistema, la propiedad resultante se denomina propiedad específica, es decir, es una propiedad intensiva del sistema, como por ejemplo el volúmen específico ($v = V/m$) o energía específica ($e = E/m$). Cabe mencionar que las propiedades extensivas se denotaran generalmente con letras mayúsculas, exceptuando la masa (m); y con letras minúsculas las intensivas o específicas, exceptuando la presión P y la temperatura T, las cuales son siempre intensivas. Es importante recordar el concepto de

propiedad específica ya que, como se ha visto anteriormente, la mayor de las veces suele expresarse el resultado de una determinada operación por medio de éstas, por ejemplo trabajo por unidad de masa (w en Kj/Kg) o entropía (s en $\frac{Kj}{Kg.K}$) por unidad de masa, pues de lo contrario se corre el riesgo de incurrir en errores al omitir este tipo de detalles.

BALANCE ENERGÉTICO PARA UN SISTEMA CERRADO

En este caso el sistema es bastante simple y lo mostramos con la siguiente figura:



Aquí la primera ley es: dU = dQ - dW. Observe que aquí se cumple la siguiente relación: **energía que entra - energía que sale = energía acumulada (principio de conservación de la energía).**

LA PRIMERA LEY AMPLIADA

Además de las energías en forma de calor, trabajo, energía interna, entalpías, podemos vernos obligados a tomar en cuenta otros tipos de energía. Estos tipos de energía si bien no pertenecen estrictamente al orden termodinámico son de magnitud tal que pueden alterar los resultados finales de nuestros cálculos.

Comunmente la energía particular de una sustancia es la que se encuentra dentro de ésta la cual se debe fundamentalmente a los enlaces químicos y la actividad de las moléculas dentro de las sustancias. A este tipo de energia se le denomina energía interna

y se denota por la letra U (o u = U/m, por unidad de masa). Sin embargo cuando se presenta el caso de un flujo, es decir cuando la sustancia es desplazada de un punto hacia otro, deben de considerarse además otro tipo de energías, estas son la energía potencial y la energía cinética. La energía potencial es la cantidad de trabajo que se necesita para mover al fluido, con masa m, desde el origen o punto de referencia hacia otro punto a una altura Z, oponiendose a la fuerza de gravedad (g). El valor de la energía potencial es (m.g.Z). En cuanto a la energía cinética es la cantidad de trabajo necesario para variar la velocidad del fluido desde el reposo hasta una velocidad V. La energía cinética se denota por $\frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$. Finalmente la energía total de un flujo es la suma de tres tipos de energía:

$$E = U + mgZ + \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 \qquad \text{ó}$$

$$e = u + gZ + \frac{1}{2} \cdot V^2 \qquad \text{por unidad de masa.}$$

Considerando Z positiva hacia arriba.

BALANCE DE ENERGÍA PARA UN SISTEMA ABIERTO

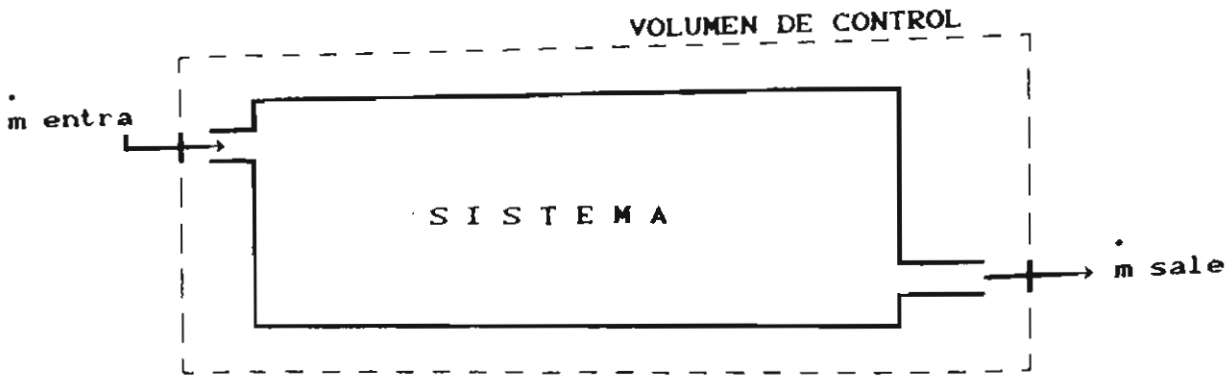
El balance de energía para un sistema abierto presenta dos variantes:

1) Sistema en estado estable y flujo estable.
2) Sistema en estado uniforme y flujo uniforme.

Enseguida se hara un breve desarrollo de las ecuaciones que gobiernan a estos tipos de sistema asi como las características particulares de ellos.

*** SISTEMA EN ESTADO ESTABLE FLUJO ESTABLE**

En este caso debemos tener cuidado con el flujo de masa que atraviesa el sistema y el flujo de energía. Veamos primero el flujo de masa.



aquí tendríamos el principio de conservación de la masa:

masa que entra al sistema - masa que sale del sistema = masa acumulada en el sistema.

Por lo que:

$$\left(\frac{dm}{dt}\right)_{entrada} - \left(\frac{dm}{dt}\right)_{salida} = \left(\frac{dm}{dt}\right)_{acumulada} \quad \text{ó}$$

$$\dot{m}_e - \dot{m}_s = (\Delta \dot{m})_{sistema}$$

(principio de conservacion de la masa)

en donde $\dot{m}_e$, $\dot{m}_s$ y $\Delta \dot{m}_{sistema}$ son el flujo de masa de entrada, el de salida y la variación de flujo de masa dentro del sistema, respectivamente.

Para la primera ley tendremos:

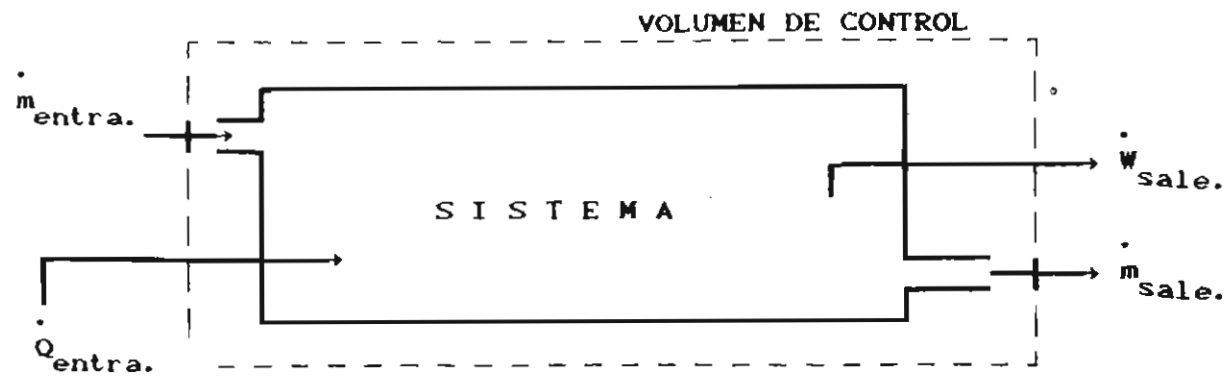


FIGURA A

2892989

$$\dot{Q} + \dot{m}_e \cdot h_e = \dot{W} + \dot{m}_s \cdot h_s \qquad \text{ó}$$

ENTRADAS SALIDAS

$$\dot{m}_s \cdot h_s - \dot{m}_e h_e = \dot{Q} - \dot{W}$$

Suponemos que: $\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}$ (en elsistema no se acumula la masa). Entonces:

$$\dot{m} (h_s - h_e) = \dot{Q} - \dot{W} \qquad \text{(A)}$$

en donde:

$$\dot{W} = \frac{dW}{dt} \quad \text{(potencia)} \quad y \quad \dot{Q} = \frac{dQ}{dt}$$

Con lo que la ecuación (A) se puede expresar también como:

$$h_s - h_e = q - w$$

Siguiendo un esquema similar al caso de la masa tendremos el principio general de la conservación de la energía para un volúmen de control en estado estable, veamoslo a continuación.
Un volúmen de control en estado estable es aquel que cumple las siguientes suposiciones:

1.- El volúmen de control no presenta desplazamiento relativo al sistema coordenado.

2.- En cualquier punto o superficie del volúmen de control, el estado de la masa no varia, es decir que no hay acumulación de masa ni de energía dentro del sistema, esto es:

$$\Delta m = 0 \quad y \quad \Delta E = 0$$

3.- La masa que fluye a través del volumen de control, su densidad y su estado no varían en el tiempo, así como la intensidad con la que fluyen el trabajo y el calor a través de la superficie de control también permanecen constantes, o sea, la condición del volúmen del control no depende del tiempo.

En base a las suposiciones anteriores tenemos que; por principio de conservación de la masa:

$$\dot{m}_e = \dot{m}_s$$

En el caso de tener varias entradas y salidas tenemos entonces que:

$$\sum \dot{m}_e = \sum \dot{m}_s \qquad \text{(I)}$$

Ahora de la primera ley tenemos:

$$h_s - h_e = \Delta h = q - w \qquad \text{(II)}$$

lo que es igual a:

$$(u + Pv)_s - (u + Pv)_e = q - w$$

En la ecuación anterior, la cual es un caso particular de la primera ley solo se considera la energía interna de la sustancia de trabajo, es decir se desprecian otros tipos de energía tales como la potencial, gravitacional, eléctrica, etc.
Si ahora consideramos la primera ley en su forma más general, es decir, la ecuación de la conservación de energía para un sistema cerrado:

$$q - w = \Delta e$$

El término de la derecha (Δe) incluye varios tipos de energía asociadas con el sistema, recordemos también que el trabajo, w, puede incluir diferentes tipos de interacciones de trabajo que se presentan durante un determinado proceso.

Para sustancias simples compresibles el término de la derecha comprende, además de la energía interna, la energía cinemática lineal (E.C. ó e.c.) y la potencial gravitacional (E.P. ó e.p.), esto es:

$$\Delta e = \Delta u + \Delta e.c. + \Delta e.p.$$

en donde:

$$\Delta u = u_s - u_e$$

$$\Delta e.c. = \frac{1}{2}\left[V_s^2 - V_e^2\right]$$

$$\Delta e.p. = g(Z_s - Z_e)$$

con lo cual la primera ley para flujo de masa queda finalmente como:

$$q - w = \left(u + \frac{V^2}{2} + gZ + Pv\right)_s - \left(u + \frac{V^2}{2} + gZ + Pv\right)_e$$

reagrupando:

$$\underbrace{q + \left(h + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_e}_{\text{Energía suministrada}} = \underbrace{w + \left(h + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_s}_{\text{Energía convertida}} \qquad \text{(III)}$$

Sabemos además que:

$\dot{m} = \frac{dm}{dt}$ **rapidez de transferencia de masa.**

$\dot{W} = \frac{dW}{dt}$ **potencia.**

$\dot{Q} = \frac{dQ}{dt}$ **rapidez de transferencia de calor.**

multiplicando (III) por m y dividiendo entre dt:

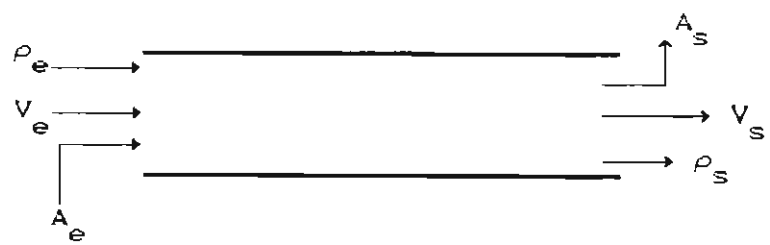
$$\dot{Q} + \dot{m}(h + \frac{V^2}{2} + gZ)_e = \dot{W} + \dot{m}(h + \frac{V^2}{2} + gZ)_s \qquad \text{(IV)}$$

Si existen más de una entrada o una salida:

$$\underbrace{\dot{Q} + \sum \dot{m}(h + \frac{V^2}{2} + gZ)_e}_{\text{Energía que entra.}} = \underbrace{\dot{W} + \sum \dot{m}(h + \frac{V^2}{2} + gZ)_s}_{\text{Energía que sale.}} \qquad \text{(V)}$$

La expresión (V) es la ecuación de la rapidez de transferencia de energía, la cual, en cierto modo, puede considerarse como una representación mas general de la ecuación (III).

Por ultimo consideremos la siguiente figura:



sabemos que:

$$\dot{m} = \rho \cdot A \cdot V$$

en donde:

$\dot{m}$ = rapidez de flujo de masa.

ρ = densidad del fluido (constante)

A = área de la sección transversal

V = velocidad de fluido, normal a la sección transversal.

como $m_e = m_s$:

$$\rho_e \cdot A_e \cdot V_e = \rho_s \cdot A_s \cdot V_s \qquad \text{(VII)}$$

ó también:

$$\frac{V_e\ A_e}{\upsilon_e} = \frac{V_s\ A_s}{\upsilon_s} \qquad \text{(VIII)}$$

en donde:

υ = volúmen especifico ($\upsilon = 1/\rho$)

Finalmente quisieramos hacer mención respecto a la convención de signos que suele emplearse en los problemas de flujo de masa. Como se vio en los problemas del tema **primera ley para flujo de masa**, el trabajo realizado por un un sistema se considera positivo, tal es el caso de una turbina, por el contrario, el trabajo que se ejerce sobre el sistema o que se entrega al sistema será negativo lo cual puede verse en la bomba, a la cual se le tiene que entregar trabajo para que puede operar. En el caso del calor (Q) la convención es que calor cedido al medio es negativo (lo cual puede apreciarse en el caso del condensador) y calor proporcionado al sistema (ó sustancia de trabajo) positivo (lo cual puede verse en la caldera). Esta convención de signos la podemos encontrar implicita en la ecuación (III) siempre y cuando se siga el esquema que se planteo como volúmen de control (FIGURA A), observe en que dirección se encuentra el trabajo y el calor y el sitio que ocupan en la ecuación (III). Estas convenciones no son universales sin embargo son las más comunmente empleadas en ingeniería.

*** ESTADO Y FLUJO UNIFORME**

Como se menciono en un principio, el análisis anterior se establecio con base en postulados entre los cuales destaca el hecho de que la acumulación de masa y de energia dentro del

sistema es cero esto es:

$$\left[\frac{dm}{dt}\right]_{entrada} - \left[\frac{dm}{dt}\right]_{salida} = \left[\frac{dm}{dt}\right]_{acumulada}$$

$$\dot{m}_e - \dot{m}_s = (\dot{\Delta m})_{sistema}$$

$$\dot{m}_e = \dot{m}_s$$

$$\Delta m_{sistema} = 0$$

En el caso de un sistema de estado y flujo uniforme tenemos que:

$$\Delta m_{sistema} \neq 0$$

es decir, la variación de masa dentro del sistema no es cero además de que ésta varía en el tiempo; esta situación puede ejemplificarse al llenarse un tanque cerado, o al descargarse un recipiente o cilindro por ejemplo de oxígeno. En este caso tenemos que:

$$\frac{dm}{dt} + \sum \dot{m}_s - \sum \dot{m}_e = 0 \qquad (1)$$

en donde (1) puede ser integrada con respecto al tiempo, lo que nos da el cambio de masa en el transcurso de todo el proceso:

$$\int \left[\frac{dm}{dt} + \sum \dot{m}_s - \sum \dot{m}_e\right] dt = 0$$

para la primera integral tenemos que:

$$\int_0^t \left[\frac{dm}{dt}\right] dt = (m_2 - m_1)$$

y:

$$\int \sum \dot{m}_s \, dt = \sum m_s$$

$$\int \sum \dot{m}_e \, dt = \sum m_e$$

por lo que la ecuación de continuidad para este tipo de proceso es igual a:

$$(m_2 - m_1) + \sum m_s - \sum m_e = 0$$

finalmente la primera ley para un flujo uniforme queda igual a:

$$Q + \sum m_e\left(h + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_e = \sum m_s\left(h + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_s + \left[m_2\left(u + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_2 - \ldots\right.$$
$$\left.\ldots m_1\left(u + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_2\right] + W$$

El principio de conservación de energía para este tipo de proceso es:

Energía que entra = Energía que sale + Energía acumulada.

Si consideramos una sola entrada y salida tenemos entonces que:

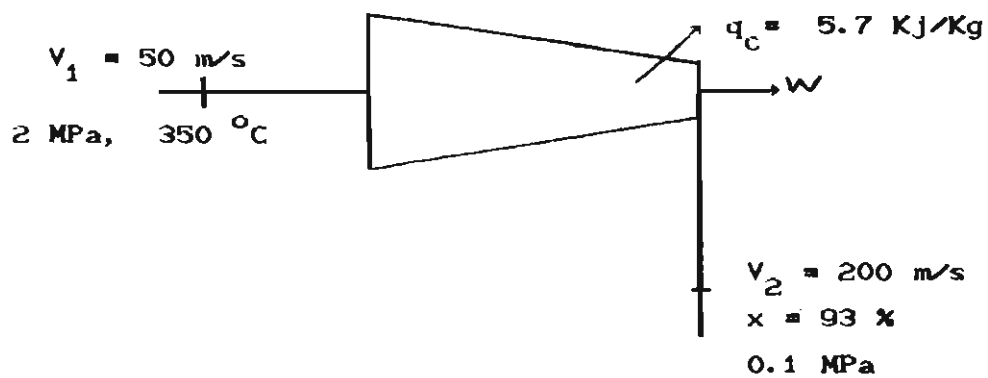
$$\underbrace{Q + m_e\left(h + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_e}_{\text{Energía que entra}} = \underbrace{W + m_s\left(h + \frac{V^2}{2} + gZ\right)}_{\text{Energía que sale}} + \ldots.$$

$$\ldots \underbrace{\left[m_2\left(u + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_2 - m_1\left(u + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_1\right]}_{\text{Energía acumulada}}$$

*La consideración de la energía potencial y cinética en un determinado proceso dependera de las condiciones particulares del mismo, es decir, habra ocaciones en que la energía potencial sea despresiable, por ejemplo en el caso de que la entrada y salida del sistema se encuentren a la misma altura o nivel de referencia; lo mismo puede suceder con la energía cinética, la cual en algunos casos pueda ser despreciable, esto al igual que la energía potencial depende las características particulares del sistema.

EJEMPLO

Una turbina tiene los datos siguientes:



Además la entrada se encuentra a 6 metros y la salidad a 3 metros. Calcular w.

Primero, calculemos w mediante las entalpías en las condiciones de entrada y de salida. Puesto que ahora tenemos pérdidas por calor presente bastara tomarlo en cuenta; la primera ley, para un proceso de flujo y estado estable (no hay acumulación de masa) queda como (Ec. III):

$$\left(h + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_e = \left(h + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_s + w + q$$

$$w = (h + \frac{V^2}{2} + gZ)_e - (h + \frac{V^2}{2} + gZ)_s - q$$

de las tablas obtenemos:

$$h_{e(200\ MPa,\ 350\ ^oC)} = 3137.0 \quad Kj/Kg$$

$$s_{e(200\ MPa,\ 350\ ^oC)} = 6.9583 \ \frac{Kj}{Kg \cdot K}$$

$$h_s = h_{f(.1\ MPa)} + x \cdot h_{fg(.1\ MPa)} = 2517.4 \quad Kj/Kg$$

Entonces:

$$w = (3137 + \frac{(50)^2}{2000} + (9.81 \times 6)) - (2517.4 + \frac{(200)^2}{2000} + (9.81 \times 3)) - \ldots 5.7$$

$$w = 519.179 \quad Kj/Kg$$

Si no consideramos la energía potencial ni cinética entonces:

$$w = 613.9 \quad Kj/Kg$$

Si consideramos únicamente la energía potencial:

$$w = 613.92943 \quad Kj/Kg$$

Notemos que la energía potencial contribuye muy poco con el trabajo, esto es, solo con 3 centésimas aproximadamente se añaden al trabajo considerando la E.P.
Si nos hubieran dado como dato que fluían por la turbina 1.5 Kg de vapor tendríamos que:

$$w = 892.7685 \quad Kj$$

Si en fin estos 1.5 Kg fluyeran por segundo tendríamos la potencia:

$$Pt. = 892.7685 \text{ Kj/seg.} = 892.7685 \text{ kWatts.}$$

EJEMPLO

Una tobera trabaja adiabáticamente con H_2O. El vapor se encuentra a 800 KPa, 1000 °C, V = 20 m/seg. y a la salida a 200 KPa. Calcular la velocidad de la tobera; calcular la velocidad real de salida del agua en la tobera si su eficiencia es del 70 %

Las toberas son dispositivos que generalmente son adiabáticos y no efectúan trabajo además se puede considerar que la masa entrante es igual a la saliente.

Entonces la primera ley nos queda (Ec. III):

$$\left(h + \frac{V^2}{2}\right)_e = \left(h + \frac{V^2}{2}\right)_s$$

pues no tenemos datos acerca de altura de entra o salida. Finalmente:

$$V_s = \sqrt{(h_e - h_s)\ 2000 + V_e^2}$$

De las tablas encontramos:

$$h_e = 4638.2 \quad \text{Kj/Kg}$$

$$s_e = 9.0153 \quad \frac{\text{Kj}}{\text{Kg}\cdot\text{K}}$$

Para encontrar h_s vamos a las tablas y con 200 KPa y $s_s = 9.0153 \frac{\text{Kj}}{\text{Kg}\cdot\text{K}}$, encontramos $h_s = 3927.7$ Kj/Kg

$$V_s = \sqrt{1,421,600.0} = 1,192.308 \text{ m/seg}$$

puesto que la velocidad la obtuvimos bajo condiciones de isoentropicidad será la ideal así que:

$$\eta = \frac{V^2_{real}}{V^2_{ideal}}$$

$$0.7(V^2_{ideal}) = V^2_{real}$$

$$V_{real} = 997.6 \text{ m/seg.}$$

EJEMPLO

Vapor de agua fluye a través de una tubería, completamente aislada, de 7.5 cm. de diámetro y con las condiciones especificadas a continuación.

Calcular la velocidad de entrada, la salida y el flujo másico.
La primera ley nos queda:

$$(h + \frac{V^2}{2})_e = (h + \frac{V^2}{2})_s$$

Este ecuación resulta debido a que una tubería no produce trabajo entonces W = 0, esta ailada Q = 0, y la entrada y salidas se encuentran en el mismo nivel de referencia. (E.P = 0).
Para poder calcular las velocidades necesitamos otra ecuación y ésta será

$$\dot{m} = \rho \cdot A \cdot V$$

si suponemos que $\dot{m}_e = \dot{m}_s$

$$\rho_e \cdot A_e \cdot V_e = \rho_s \cdot A_s \cdot V_s$$

además:

$$\upsilon = \frac{1}{\rho} \qquad y \quad que \quad \upsilon = \frac{V}{m} \quad \left[\text{volumen específico}\right]$$

$$V_s = \frac{\upsilon_s}{\upsilon_e} \cdot (V_e)$$

De las tablas de vapor sobrecalentado tenemos:

$$h_e = 3928.2 \quad Kj/Kg; \qquad \upsilon_e = 4.490 \quad m^3/Kg$$

$$h_s = 3705.1 \quad Kj/Kg \qquad \upsilon_s = 8.057 \quad m^3/Kg$$

Luego:

$$V_s = 1.79 \cdot V_e$$

al sustituir en la primera ley:

$$V_e = \sqrt{\frac{(h_s - h_e) \cdot 2000}{-2.2041}}$$

$$V_e = 449.93 \quad m/seg.$$

$$V_s = 805.382. \quad m/seg.$$

$$\dot{m} \cong .4416 \quad kg/seg.$$

EJEMPLO

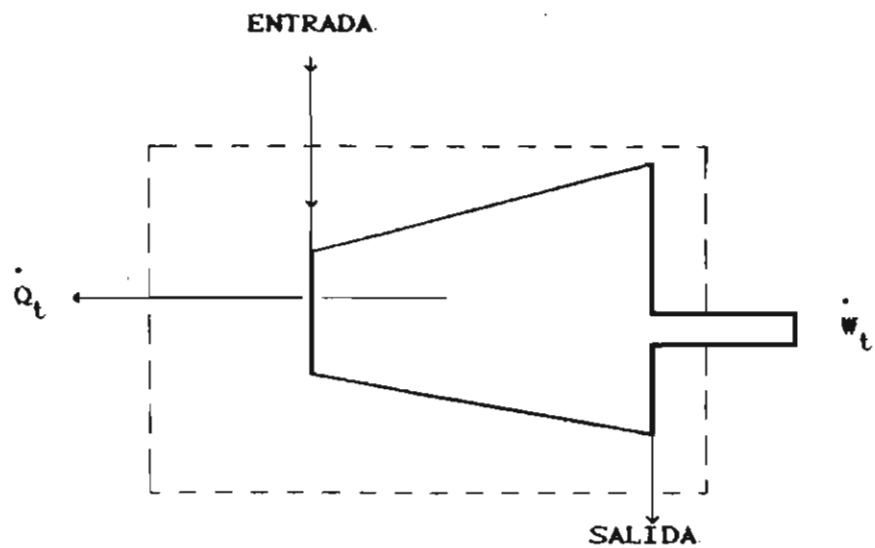
La razón de flujo de una turbina de vapor es 1.5 Kg/seg y la transferencia de calor de la turbina al exterior es de 8.5 kW. Los siguientes datos se conocen a la entrada y la salida de la turbina.

	CONDICIONES DE ENTRADA	CONDICIONES DE SALIDA
PRESIÓN	2.0 MPa	0.1 MPa
TEMPERATURA	350°C	———
CALIDAD	———	100 %
VELOCIDAD	50 m/seg.	200 m/seg
ELEVACIÓN	6 m	3 m

$g = 9.8066\ m/seg^2$

Determinar la potencia de salida de la turbina.

Consideremos un volumen de control alrededor de la turbina.



Como en este caso no hay acumulación de masa en el sistema (proceso de flujo estable estado estable) la primera ley queda como:

$$\dot{Q} + \dot{m}\left(h + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_e = \dot{m}\left(h + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_s + \dot{W}_t$$

Despejando $\dot{W}_t$:

$$\dot{w} = \dot{m}\left(h + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_e - \dot{m}\left(h + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_s + \dot{Q}_t$$

Agrupando terminos:

$$\dot{w}_t = \dot{m}(h_e - h_s) + \dot{m}\left[\frac{V_e^2 - V_s^2}{2}\right] + \dot{m}g(Z_e - Z_s) + \dot{Q}_t$$

Y:

$$\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}$$

$h_e = 3137$ Kj/Kg $\qquad h_s = h_g = 2675.5$ Kj/Kg

Sustituyendo valores:

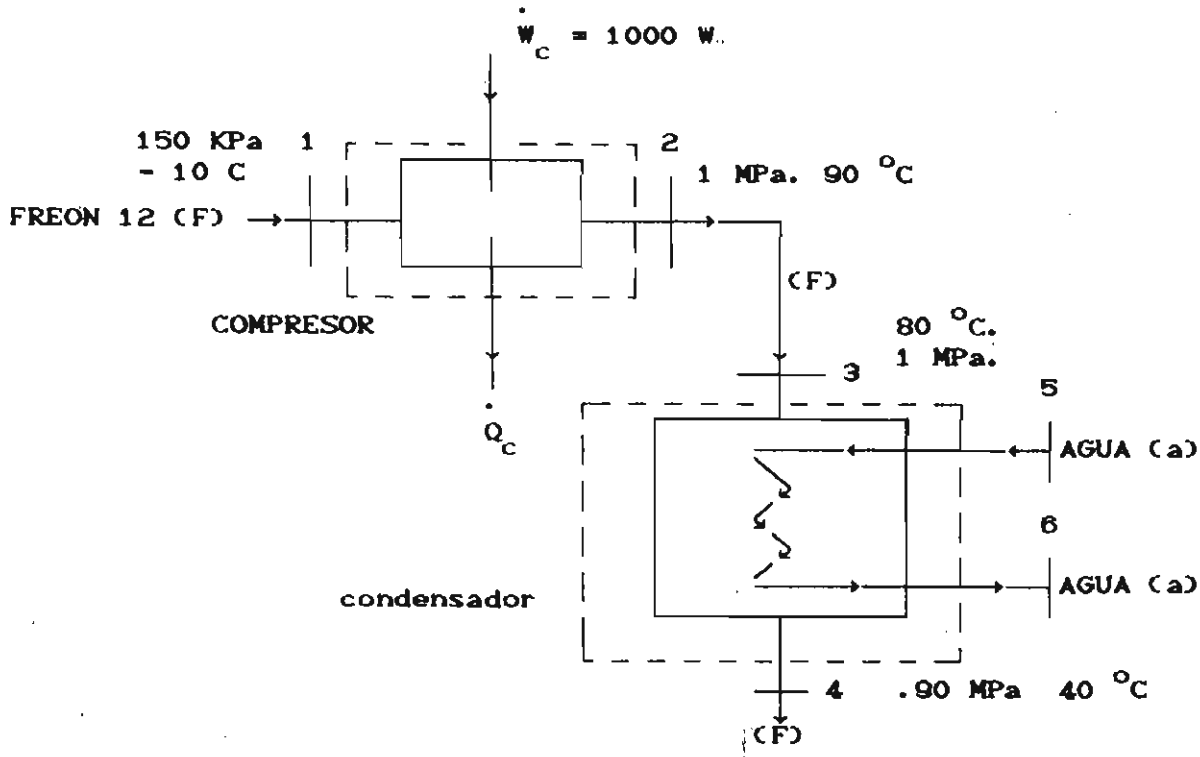
$$\dot{w}_t = 1.5(3137 - 2675.5) + 1.5\left[\frac{(50)^2 - (200)^2}{2000}\right] + \frac{(14.709)(3)}{1000} - \ldots$$

$$\ldots 8.5$$

$$\dot{w}_t = 672.66 \text{ Kj/seg} = 672.66 \text{ kW.}$$

EJEMPLO

En un sistema de refrigeración, en el cual Freon-12 es el refrigerante, entra al compresor a 150 KPa, -10 °C y sale a 1.0 MPa, y 90 °C. La razón de flujo de masa es 0.016 Kg/seg y la potencia de entrada al compresor es 1 kW. Al salir el Freón 12 entra al condensador el cual es enfriado por agua, el agua entra al condensador a 10 °C y sale a 20 °C. El Freón entra al condensador a 1 MPa y 80 °C y sale como líquido a .90 MPa y 40 °C. Determinar: la razón de transferencia de calor del compresor y la razón a la cual el agua fluye a traves del condensador.



Analicemos primero el volúmen de control alrededor del compresor. De la primera ley tenemos que:

$$q + (h + \frac{V^2}{2} + gZ)_e = (h + \frac{V^2}{2} + gZ)_s + w$$

Como no hay datos de velocidades, además la salida y la entrada pueden ubicarse en el mismo nivel de referencia (aparte de que no se proporciona ningun dato referente a la altura de entrada y/o de salida), la ecuación anterior queda como:

$$q + h_e = h_s + w$$

De tablas:

$$h_e\ (150\ KPa,\ -10\ ^oC) = 184.619\ Kj/Kg$$

$$h_s\ (1\ MPa,\ 90\ ^oC) = 240.101\ Kj/Kg$$

$\dot{W}$ = 1 Kj/seg. (kW).

Solo restaria sustituir estos valores en la ecuación reducida anteriormente, sin embargo, como puede apreciarse, las unidades de las entalpía y la potencia de entrada no son compatibles; no obstante sabemos que:

$$\dot{W} = \frac{W}{dt} \qquad \dot{m} = \frac{m}{dt} \qquad \text{entonces:}$$

$$q = \dot{Q} / \dot{m} \quad y \quad w = \dot{W} / \dot{m}.$$

Con lo que:

$$w = \frac{1\ (Kj/seg)}{.016\ (Kg/seg)} = 62.5\ Kj/Kg$$

Sustituyendo en la ecuación:

$$q = 240.101 - 184.619 - 62.5 = -7.018\ \ Kj/Kg$$

$$\dot{Q} = .016 \left[\frac{Kg}{seg}\right] \times -7.018 \left[\frac{Kj}{Kg}\right] = .112288 \left[\frac{Kj}{seg}\right]$$

Ahora consideremos un volúmen de control alrededor del condensador, para ello sabemos lo siguiente:

No realiza trabajo alguno (W = 0)
Se desprecian la E.C y la E.P
No hay transferencia de calor del condensador al exterior (Q = 0).

Por lo que la primera ley queda entonces como:

$$\sum \dot{m}_e \cdot h_e = \sum \dot{m}_s \cdot h_s$$

Como se ve en el volúmen de control hay dos tipos de masas entrantes y dos salientes, estas son las del Freón 12 (f) y la del agua (a), quedando la ecuación anterior como:

$$\dot{m}_{ef} \cdot h_{ef} + \dot{m}_{ea} \cdot h_{ea} = \dot{m}_{sf} \cdot h_{sf} + \dot{m}_{sa} \cdot h_{sa}$$

como la masa de freón entrante (ef) y la saliente (sf) son iguales, al igual que la masa de agua que entra (ea) es igual a la que sale (sa), despejamos entonces $\dot{m}_a$:

$$\dot{m}_a = \left[\frac{h_{ef} - h_{sf}}{h_{sa} - h_{ea}}\right] \cdot \dot{m}_f$$

De tablas de Freón 12 y de vapor de agua (suponemos que el agua entra y sale como líquido saturado):

$$h_{ea}\ (10\ ^{o}C) = 42.01 \quad Kj/Kg$$

$$h_{sa}\ (20\ ^{o}C) = 83.96 \quad Kj/Kg$$

$$h_{ef}\ (1\ MPa,\ 80\ ^{o}C) = 232.739 \quad Kj/Kg$$

$$h_{sf}\ (.90\ MPa,\ 40\ ^{o}C) = 204.170 \quad Kj/Kg$$

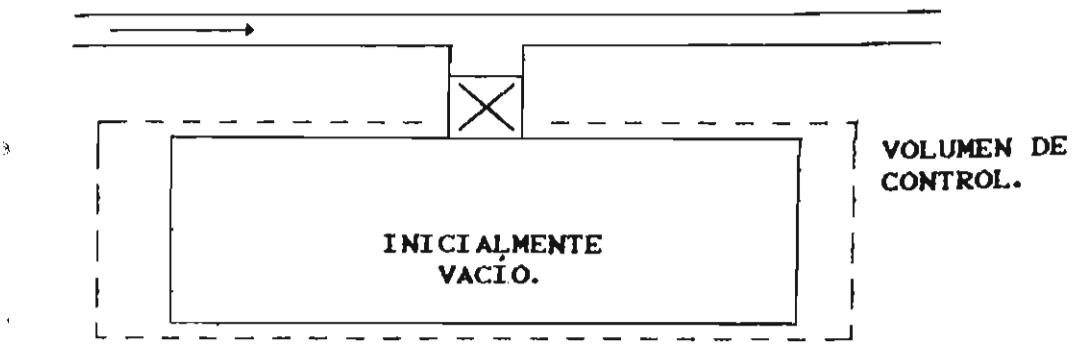
sustituyendo:

$$\dot{m}_a = \left[\frac{232.739 - 204.170}{83.96 - 42.01}\right] .. 016\ Kg/seg = .01089 \quad Kg/seg$$

EJEMPLO

En un tubo fluye vapor y un tanque, previamente evacuado, se conecta mediante una válvula. La válvula se abre hasta que se alcanza una cierta presión y entonces se cierra la válvula. Determinar la temperatura final del proceso. Como podemos apreciar

se trata de un proceso de flujo y estado uniforme (hay acumulación da masa dentro del sistema).



Consideremos un volumen de control alrededor del recipiente, la primera ley para un proceso de flujo y estado uniforme es:

$$Q + m_e\left(h + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_e = m_s\left(h + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_s + \left[m_2\left(u + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_2 - \ldots\right.$$

$$\left.\ldots m_1\left(u + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_1\right] + W$$

OBSERVACIONES:

1.- El tanque esta inicialmente vacío: $m_1 = 0$

2.- No sale masa del tanque (entra a éste): $m_s = 0$

3.- No hay trabajo hacia ni del sistema: $w = 0$

4.- No hay transferencia de calor con los alrededores: $q = 0$

5.- Despreciaremos los cambios de E.P y E.C (además de que no se especifican datos referentes a posiciones ni velocidades).

Entonces la ecuación anterior queda como:

$$m_e \cdot h_e = m_2\ u_2$$

y sabemos que la masa que entra es la que se tendra en el instante 2, ó por conservación de masa:

$$m_2 - m_1 = m_e - m_s$$

$$m_s = 0 \quad y \quad m_1 = 0$$

$$m_2 = m_e$$

entonces:

$$m_e \cdot h_e = m_e \cdot u_2 \qquad y \qquad h_e = u_2$$

Tenemos datos de entrada con los cuales podemos determinar h_e que será igual a u_2, con la presión que se alcanza al final del proceso (P_2) y con u_2 podemos determinar la temperatura T_2.

EJEMPLO:

Vapor entra a una turbina a 1 MPa y 300 °C con una velocidad de 50 m/seg. El vapor sale de la turbina a una presión de 150 KPa y una velocidad de 200 m/seg. Determinar el trabajo por Kg, de vapor que fluye a través de la turbina, suponga que el proceso es adiabático reversible.

La primera lay para el proceso de una turbina (no hay acumulación de masa, es un proceso de flujo y estado estable) es:

$$q + (h + \frac{V^2}{2} + gZ)_e = (h + \frac{V^2}{2} + gZ)_s + w$$

*Proceso adiabático reversible: $q = 0$, $s_e = s_s$ (segunda ley) y E.P. = 0.

Entonces:

$$(h + \frac{V^2}{2})_e = (h + \frac{V^2}{2})_s + w$$

De tablas:

$$h_{e(1\ MPa,\ 300\ ^\circ C)} = 3051.\ Kj/Kg$$

$$s_{e(1\ MPa,\ 300\ ^{o}C)} = 7.1229\ \frac{Kj}{Kg \cdot K}$$

$$s_s = s_e = 7.1229\ \frac{Kj}{Kg \cdot K}$$

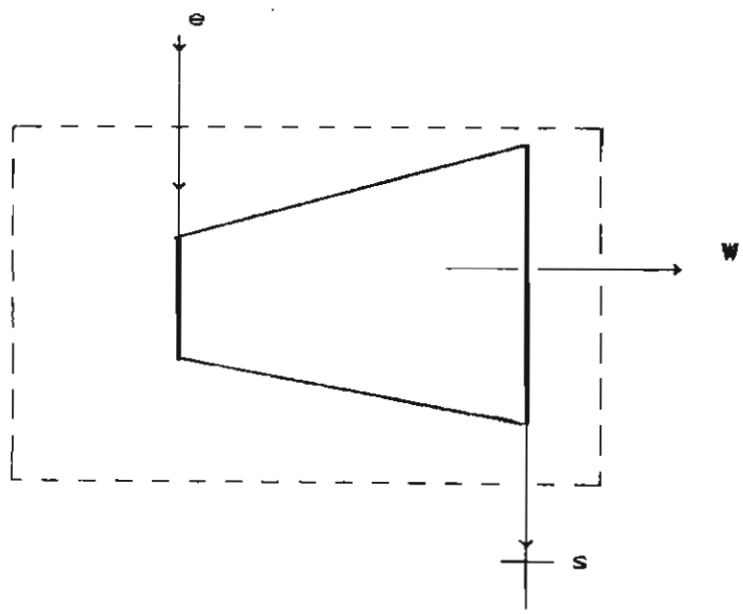
Obteniendo la calidad a la salida se podra obtener la entalpía de salida:

$$s_s = 7.1229 = s_{f\ (.15\ MPa)} + x \cdot s_{fg\ (.15\ MPa)}$$

$$x = \frac{7.1229 - 1.4336}{5.7897} = .982659$$

$$h_{s\ (.15\ Mpa)} = 467.11 + .982659 \cdot (2226.5) = 2654.99\ Kj/Kg$$

$$w = h_e - h_s + \frac{v_e^2 - v_s^2}{2000} = 377.45\ Kj/Kg$$

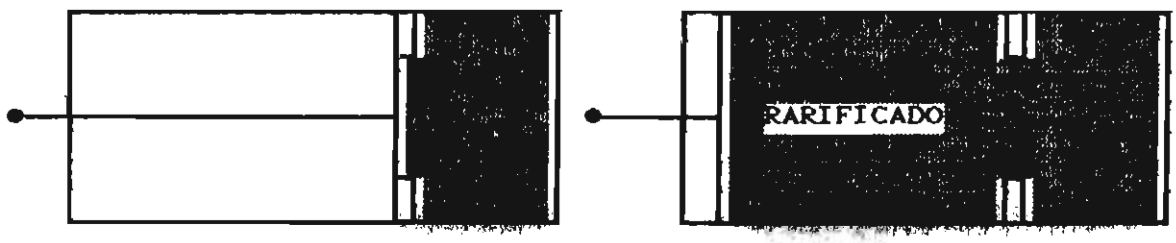


REVERSIBILIDAD E IRREVERSIBILIDAD.

Consideremos un cilindro pistón como lo muestra la siguiente figura:

Si desplazamos al émbolo con una velocidad considerable la presión sobre el gas no es uniforme. Para igualar la presión ejercida, el gas requiere tiempo; es decir, la presión ejercida por el émbolo sera la misma en todo instante si en cada instante el gas se encontrara en estado de equilibrio. Veamos esta situación más detenidamente.

Supongamos que el desplazamiento de un émbolo, mediante un tirón, se efectúa según bosqueja la siguiente figura:



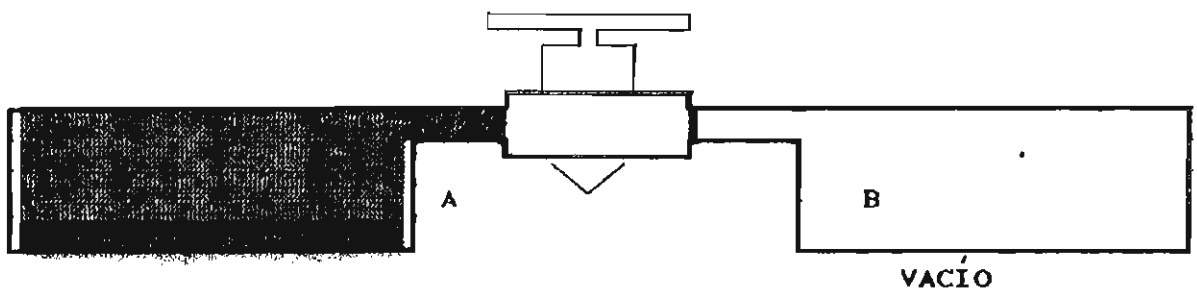
El gas (sistema) se rarifica en mayor medida junto al émbolo que en el extremo derecho del émbolo. La presión ejercida por el gas es entonces menor en las inmediaciones del émbolo que en el fondo del pistón; así entonces, la presión seria mayor, y uniforme, si en cada momento el gas permaneciera en estado de equilibrio interno. El gas en esta situación realizaría un trabajo mayor que cuando su desplazamiento no es en equilibrio.

Recíprocamente si la presión debida al gas excede infinitesimalmente a la presión exterior obtendremos en este proceso, una mayor cantidad de trabajo. Es claro que en ambos

casos, compresión o expansión, la presión exterior es diferente a la presión media del gas. En resumen, para un aprovechamiento óptimo de la expansión en un gas debemos mantenerlo en condiciones de equilibrio termodinámico; el costo sería un tiempo mayor para el desplazamiento del émbolo.

Ahora bien, cuando el gas se encuentra en equilibrio termodinámico su estado es fácilmente determinable y durante la expansión (compresión) el movimiento puede ser invertido a una compresión (expansión) mediante una variación infinitesimal de las fuerzas externas (internas); v.gr. si durante la expansión se absorbe calor bastará ceder esa misma cantidad de calor para que el gas regrese al estado inmediato anterior; o bien si aumentamos la presión en dP y la temperatura del gas se eleva, digamos en dT, para regresar al estado anterior basta bajar la presión en dP para que la temperatura disminuya en dT.

Sin embargo, si un gas se expande de un recipiente menor a otro mayor el gas no regresará a su estado inicial de manera espontánea, por ejemplo: consideremos el siguiente dispositivo:



al abrir la llave el gas contenido en A pasa a ocupar también el volumen B y por más tiempo que dejemos abierta la llave el gas no regresará a A.

Una transformación termodinámica será reversible cuando al efectuarse, el sistema pueda ser regresado a su estado original sin que por ello ocurra variación alguna en los cuerpos que rodean al sistema.

Ejemplos: El proceso de mezcla o disolución entre sustancias

diferentes tiene un claro carácter de irreversibilidad.
De forma irreversible el calor pasa de un cuerpo con temperatura mayor a uno de temperatura menor.
Cada uno de estos procesos puede efectuarse en sentido contrario (regresar el sistema a su estado original) pero para ello debemos realizar un proceso compensatorio (trabajo, calor, etc). Por ejemplo para regresar el gas del recipiente B al A podemos emplear una bomba de vacío pero para accionarla invertimos trabajo; lo mismo haremos para regresar calor del cuerpo frío al caliente, invertir una determinada cantidad de trabajo.

REVERSIBILIDAD Y CICLO DE CARNOT

El ciclo de Carnot lo hemos supuesto reversible, pero es evidente que el grado de irreversibilidad será mayor en cuanto las temperaturas de los depósitos y la temperatura de la sustancia de trabajo tengan mayores diferencias, pues estaremos alejados del estado de equilibrio. En consecuencia el rendimiento del ciclo irreversible de Carnot es a lo más igual al reversible.

$$\eta_{\text{Irr}}^{\text{Carnot}} \leq \eta_{\text{Rev.}}^{\text{Carnot.}}$$

A partir de esta observación tendremos que la eficiencia de una máquina térmica, $\frac{Q_A - Q_B}{Q_A}$ y la eficiencia correspondiente a una de Carnot es:

$$\frac{Q_A - Q_B}{Q_A} \leq \frac{T_A - T_B}{T_A}$$

satisfaciéndose la igualdad, $\frac{Q_A - Q_B}{Q_A} = \frac{T_A - T_B}{T_A}$ sólo durante un ciclo reversible de Carnot.

En cuanto a la fórmula para calores reducidos ahora tendremos:

$$\oint \frac{dQ}{T} \leq 0 \quad \text{(desigualdad de Clausius)}$$

siendo válida la igualdad en el caso reversible; es decir:

$$\oint \frac{dQ}{T} < 0 \text{ (irreversible)} \qquad \oint \frac{dQ}{T} = 0 \text{ (reversible)}$$

desigualdad de clausius

ENTROPÍA E IRREVERSIBILIDAD.

Veamos más detenidamente como varía la entropía de dos cuerpos aislados (tienen una envoltura rígida con aislamiento perfecto del exterior).

Supongamos entonces que el sistema consta de dos cuerpos a temperatura T_1 y T_2 distintas ($T_1 > T_2$). Desde el primer cuerpo se transmite al segundo una cierta cantidad de calor, entonces la entropía del primer cuerpo disminuirá en:

$$dS_1 = - \frac{dQ}{T_1}$$

y evidentemente la del segundo aumentará en $dS_2 = \frac{dQ}{T_2}$, entonces el cambio de entropía de ambas será:

$$dS = dQ \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \quad \text{y como } T_1 > T_2$$

$$dS > 0$$

Luego la entropía de un sistema aislado aumenta al efectuarse un proceso irreversible (como $T_1 > T_2$ el sistema no está en equilibrio).

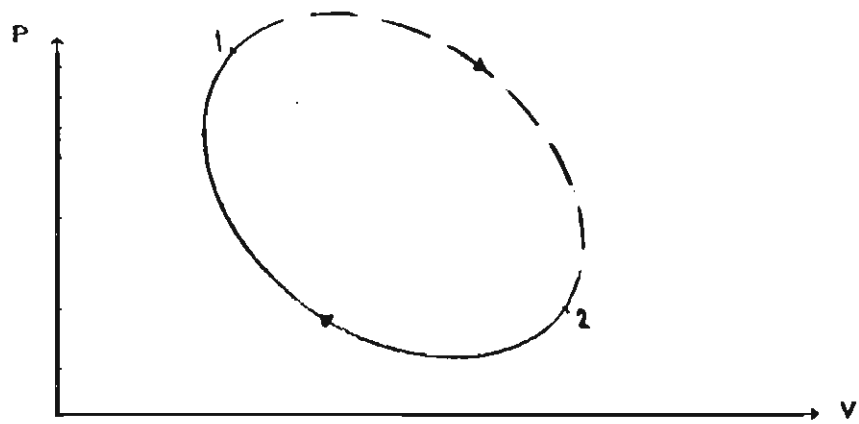
Ahora supongamos que el proceso de intercambio de calor es reversible, para esto basta que $T_1 - T_2 = dT$, tendremos de nueva cuenta:

$$dS_1 = -\frac{dQ}{T_1} \qquad y \qquad dS_2 = \frac{dQ}{T_2} = \frac{dQ}{T_1 - dT}$$

en cuanto a los cuerpos tendríamos:

$$dS = dQ \cdot \left[\frac{1}{T_1 - dT} - \frac{1}{T_1}\right] = dQ \cdot \left[\frac{T_1 - T_1 + dT}{T_1^2 - T_1 dT}\right] = dQ \cdot \left[\frac{dT}{T_1^2 - T_1 dT}\right] = 0$$

Por último, sometamos al sistema aislado a un proceso cíclico irreversible, formado con dos procesos uno irreversible (1 ⟶ 2) y el otro reversible (2 ⟶ 1)



El cambio de entropía será dado por:

$$\oint \frac{dQ}{T} = \int_1^2 \frac{dQ}{T} + \int_2^1 \frac{dQ}{T} = \int_1^2 \frac{dQ}{T} + (S_1 - S_2)$$

pero por la desigualdad de Calusius: $\oint \frac{dQ}{T} < 0 \quad \therefore$

$$\oint \frac{dQ}{T} < (S_2 - S_1)$$

y como el proceso es irreversible $S_1 < S_2$

En resumen, cualesquiera que sean los procesos cíclos o no que ocurran en un sistema aislado su entropía aumenta o es nula, es decir tendremos:

$$\Delta S \geq 0$$

cumpliéndose la igualdad cuando los procesos son reversibles y la desigualdad sí son irreversibles.

Conjugando esta última desigualdad con $dS = \frac{dQ}{T}$ válida para procesos reversibles tenemos:

$$dS \geq \frac{dQ}{T} \qquad (I)$$

válida para procesos reversibles $(dS = \frac{dQ}{T})$ como para los irreversibles $(dS > \frac{dQ}{T})$.

La desigualdad *I* representa **analíticamente la segunda ley de la termodinámica.**

Para relacionar esta forma de la segunda ley con la primera ley basta sustituir en :

$$dQ = dU + dW$$

donde de la expresión $T.dS \geq dQ$ tendremos:

$$T.dS \geq dU + dW$$

CAMBIO DE ENTROPÍA DE UN GAS IDEAL PARA UN PROCESO IRREVERSIBLE.

Cuando el proceso es reversible la ecuación unificada de la 1a ley

y 2a ley es:

$$T\,dS = dU + dW$$

Cuando el proceso es irreversible entre el estado 1 y 2, podemos calcular el cambio de entropía, $S_2 - S_1$, mediante la misma fórmula que cuando el proceso es reversible entre el estado 1 y 2; puesto que la entropía no depende del camino que se siga, es una variable de estado. Por lo que:

$$s_2 - s_1 = C_v \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} + R \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

o bien:

$$s_2 - s_1 = C_p \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} - R \cdot \ln \frac{P_2}{P_1}$$

EJEMPLO

Calcular el cambio de entropía para el enfriamiento de aire mediante una expansión que lo lleve de 3 atm. y 20 °C a 27 °C y 1 atm.

Aplicando la fórmula:

$$\Delta s = C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

tendremos:

$$\Delta s = .7165 \ln \left[\frac{27 + 273.15}{20 + 273.15}\right] - .287 \ln \left[\frac{1}{3}\right]$$

$$\Delta s = .3322 \frac{Kj}{Kg \cdot K}$$

IRREVERSIBILIDADES Y EFICIENCIA DE DISPOSITIVOS.

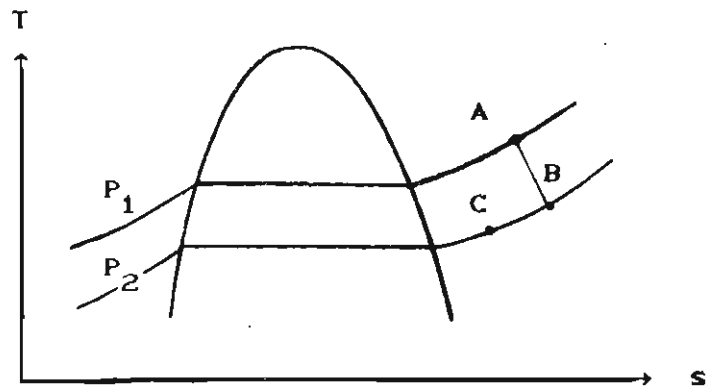
Podemos considerar algunas de las irreversibilidades más relevantes que aparecen durante el ciclo Rankine. Entre ellas se encuentran:

Pérdidas en las tuberías.

Pérdidas en las turbinas.

Pérdidas en las bombas.

La causa fundamental de las pérdidas en las tuberías es la que representa una disminución en la presión que es debida a la fricción y a la transferencia de calor al medio exterior. Por ejemplo, consideremos el tubo que conecta la caldera con la turbina (representado en el siguiente diagrama):



Alcanzariamos el estado A si el ciclo fuera reversible y llegariamos al estado B cuando sólo se considera como irreversible a la fricción (observe que hay un incremento en la entropía) y estariamos en el estado C si hubiera además transmisión de calor al medio exterior (hay disminución en la temperatura).

Por otra parte, para hablar de las pérdidas en las turbinas requerimos del concepto de eficiencia de un dispositivo. Esta eficiencia es resultado de comparar el **funcionamiento real (incluyendo irreversibilidades)** del dispositivo y su **funcionamiento ideal**, es decir, cuando lo suponemos reversible.

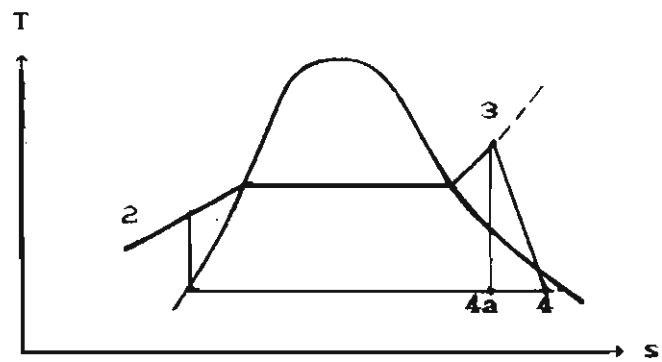
Por ejemplo, una turbina no es, en general, adiabática ya que realmente existe intercambio de calor con el medio ambiente. Además, hay pérdidas también de la energía cinética del vapor causada por la fricción existente dentro de la turbina.

De este modo si ${}_1W_2^{real}$ representa el trabajo real de la turbina y ${}_1W_2^{s}$ el trabajo ideal o isoentrópico reversible, definimos:

$$\eta = \frac{{}_1W_2^{real}}{{}_1W_2^{s}}$$

observemos que la eficiencia de la turbina es menor o igual a uno (nunca podra ser mayor a 1 o al 100 %).

Recordemos que las pérdidas en las turbinas son las que corresponden al flujo de la sustancia de trabajo y a la transmisión de calor al medio, describamos estas pérdidas en el siguiente diagrama.



Es estado 4 indica el estado al considerar irreversibilidades en la turbina y 4a indica el estado si el funcionamiento de la turbina es ideal (isoentrópico); observemos que existe un incremento en la entropía.

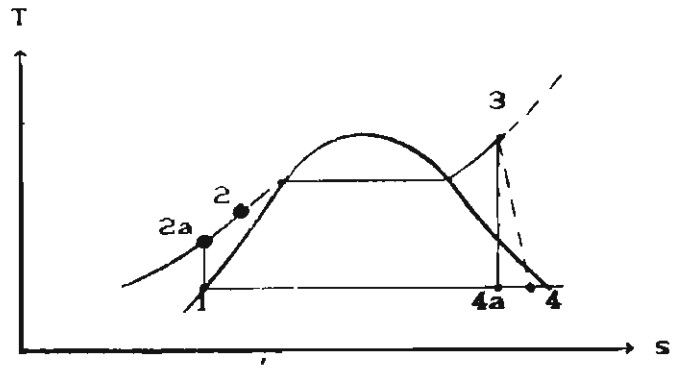
Si W_T^{real} representa el trabajo obtenido en el proceso 3-4 y W_T^{s} el correspondiente al isoentrópico reversible, las irreversibilidades quedarán, entonces, contenidas en la fórmula para la eficiencia de una turbina.

$$\eta_T = \frac{W_T^{real}}{W_T^{s}} = \frac{W_T^{real}}{h_3 - h_{4a}}$$

En forma análoga, definimos la eficiencia de una bomba como:

$$\eta = \frac{W_B^s}{W_B^{real}}$$

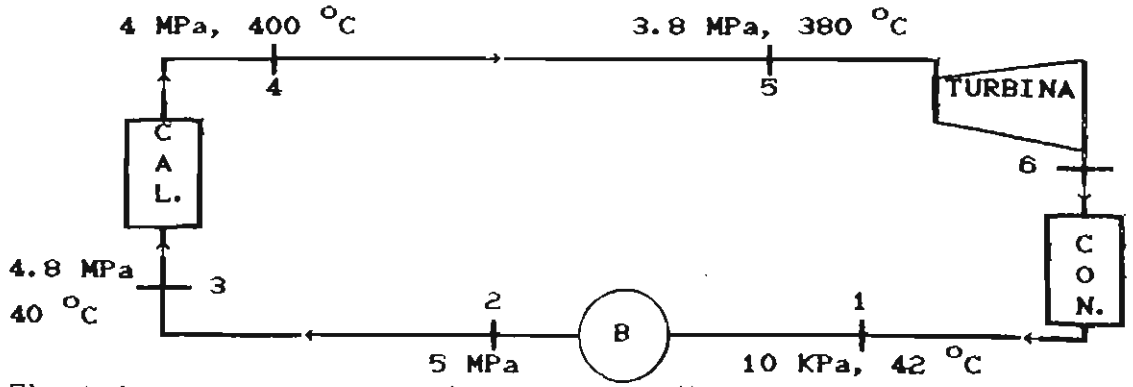
En donde W_B^s representa el trabajo isoentrópico y W_B^{real} el trabajo real de la bomba (ambos tomados en valor absoluto).



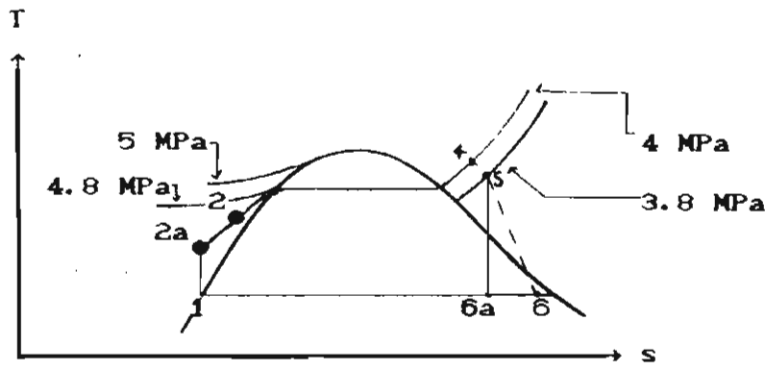
El proceso 1-2 indica el funcionamiento real de la bomba y el 1-2a el ideal (isoentrópico); observe que se incrementa la entropía.

EJEMPLO

Consideremos una planta de fuerza de vapor que opera en un ciclo con los datos de presión y temperatura como se muestran en la siguiente figura. La eficiencia de la turbina es 86 % y la de la bomba 80 %.



El ciclo se muestra en el siguiente diagrama:



Para la turbina:

$$w_T^{real.} = h_6 - h_5$$

$$s_{6a} = s_5$$

Como la eficiencia de la turbina es:

$$\eta_T = \frac{w_T^{real}}{h_{6a} - h_5}$$

De ahi que:

$$w_T^{real} = \eta_T \cdot (h_{6a} - h_5)$$

De la relación anterior solo nos falta conocer h_{6a}, pues conocemos la eficiencia de la bomba y h_5(3.8 MPa, 380 ^{o}C).

$$s_{6a} = s_5 = 6.7235 = 8.1502 - (1 - x_{6a}) \cdot (7.5009)$$

$$(1 - x_{6a}) = 0.1902 \qquad \text{así:}$$

$$h_{6a} = 2584.7 - (0.1902) \cdot (2392.8) = 2124.6 \quad Kj/Kg$$

$$w_T^{real} = 894.0 \quad Kj/Kg$$

Haciendo un análisis similar para la bomba obtenemos:

$$W_B^{real.} = 6.3 \quad Kj/Kg$$

$$W_{neto}^{real.} = W_T^{real.} - W_B^{real.} = 887.7 \quad Kj/Kg$$

$$q_A = h_4 - h_3 = 3213 - 171.8 = 3041.8 \quad Kj/Kg$$

La eficiencia (real) del ciclo será:

$$\eta = \frac{887.7}{3041.8} = 29.2\ \%$$

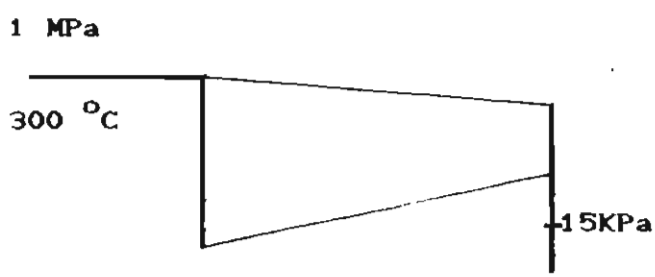
La eficiencia del ciclo, considerando el proceso ideal sería de 35.3 %, obviamente mayor a la eficiencia anterior (eficiencia real).

CÁLCULO DE IRREVERSIBILIDADES

De lo visto anteriormente se sigue que el trabajo máximo que podemos obtener, digamos de una turbina, será aquel trabajo obtenido bajo dos condiciones: 1.- desperdicio de energía el mínimo posible; y 2.- de ser posible, que el paso de la sustancia de trabajo por la turbina se efectúe mediante un proceso estrictamente reversible. Este trabajo será calculado entonces bajo dos hipótesis $\Delta q = 0$, $s_2 = s_1$. Veamos el cálculo siguiente:

Dada las siguientes condiciones calcular el trabajo de la turbina.

Dada:



es bastante fácil calcular $W_{turbina}$; de la primer ley con flujo de masa:

$$\Delta h = {}_1q_2 - w.$$

primero suponemos a la turbina adiabática.

$$w = h_1 - h_2$$

h_1 lo calculamos de las tablas. h_1 = 3051.2. Kj/Kg. Ahora, para calcular h_2 necesitamos la calidad en 2. Para hallarla suponemos al proceso entre el estado 1 y el 2 **isoentrópico**, ie, $s_2 = s_1$; de las tablas tenemos $s_2 = s_1 = 7.1229 \ \frac{Kj}{Kg.K}$.

$$x_2 = \frac{7.1229 - 0.7549}{7.2536} = 0.8779$$

$$h_2 = 225.94 + 0.8779.(2373.1) = 2,309.28 \ \ Kj/Kg$$

$$w = 3,051.2 - 2,309.28 = 741.91 \ \ Kj/Kg$$

Al trabajo de turbina adiabático (sin pérdida de calor) e isoentrópico (sin pérdidas por irreversibilidades) lo llamaremos trabajo teórico.

Podemos ver que la diferencia entre el trabajo real de un dispositivo y su trabajo ideal (reversible) nos proporciona el **grado de irreversibilidad** del dispositivo. La irreversibilidad es una medida de la ineficiencia de un proceso real, pues mientras menor sea el trabajo real para un cambio de estado dado, mayor será la irreversibilidad (I). De este modo, definimos la irreversibilidad I de un proceso que va de un estado 1 al estado 2 por:

$${}_1I_2 = {}_1W_2^{(reversible)} - {}_1W_2^{(real)}$$

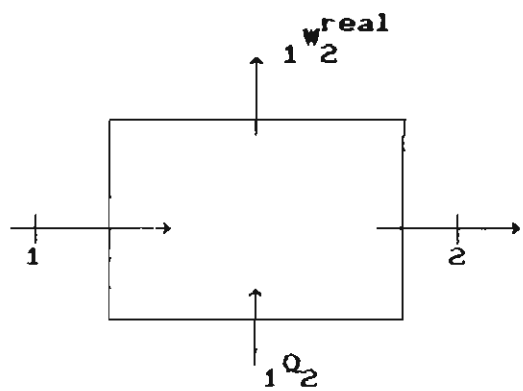
en donde ${}_1W_2^{real}$, representa el trabajo del proceso 1-2 cuando hay irreversibilidades y ${}_1W_2^{rev.}$, es el trabajo reversible del proceso 1-2.

o bien:

$$I = W^{rev.} - W^{real}$$

La ecuación anterior puede expresarse en irreversibilidad por unidad de masa denotada por i; es decir $i = \frac{I}{m}$.
Si el proceso es adiabático podemos cuantificar el trabajo ${}_1W_2^{rev.}$ pues basta conocer el estado 1 y, digamos, la presión en el estado 2. Por ende, si conocemos la irreversibilidad ${}_1I_2$ podemos determinar el trabajo ${}_1W_2^{real}$.

La irreversibilidad ${}_1I_2$ deberá, entonces, estar relacionada con el cambio de entropía del proceso 1-2 y la transferencia de calor ${}_1Q_2$. En efecto, consideremos el siguiente proceso:



como el proceso es irreversible tendremos:

$$S_2 \geq S_1$$

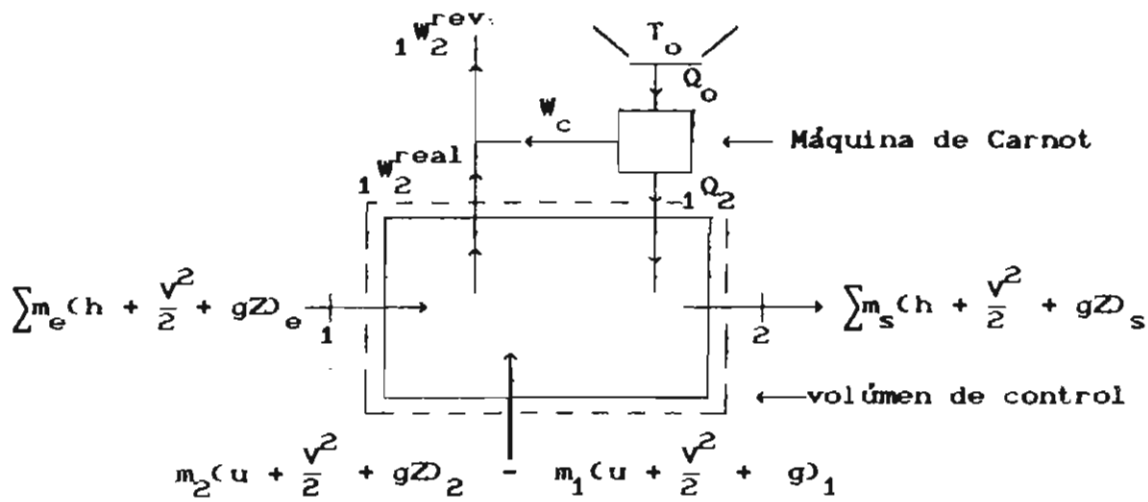
y la primera ley se puede escribir:

$$ {}_1W_2^{real} = {}_1Q_2 - m(h_2 - h_1) $$

Consideremos, ahora, un proceso reversible entre los mismos estados 1 y 2, como ${}_1W_2^{real}$ es menor que ${}_1W_2^{rev.}$ propondremos una máquina de Carnot que nos proporcione una cantidad adicional W_c de trabajo de tal manera que:

$$ {}_1W_2^{rev.} = W_c + {}_1W_2^{real} $$

y tenga transferencia de calor, ${}_1Q_2$, con el proceso y con, digamos, el medio ambiente Q_o (supondremos que el medio ambiente se encuentra a una temperatura T_o). Ademas, consideremos un proceso de estado y flujo uniforme. Todo lo anterior lo mostramos en la siguiente figura:



PROCESO REVERSIBLE

aplicando la primera ley a la máquina de Carnot, obtenemos:

$$ W_c = Q_o - {}_1Q_2 \qquad (I) $$

y además sabemos que:

$$ {}_1W_2^{rev.} = W_c + {}_1W_2^{real} \qquad \text{(II)} $$

ahora, por ser máquina de Carnot existe la siguiente relación entre calores reducidos:

$$ Q_o = T_o \cdot \int_1^2 \left[\frac{dQ}{T}\right]_{rev} dT \qquad \text{(III)} $$

$$ \frac{Q_o}{T_o} = \sum m_s s_s - \sum m_e s_e + m_2 s_2 - m_1 s_1 $$

Entonces:

$$ W_c = T_o\left[\sum m_s s_s - \sum m_e s_e + m_2 s_2 - m_1 s_1 \right] - {}_1Q_2 \qquad \text{(IV)} $$

Aplicando la primera ley para el volúmen de control:

$$ {}_1Q_2 + \sum m_e \left(h + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_e = \sum m_s \left(h + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_s + m_2\left(u + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_2 \ldots $$

$$ \ldots - m_1\left(u + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_1 + {}_1W_2^{real} $$

Despejando ${}_1W_2^{real}$ y sustituyendo junto con (IV) en (II) entonces ${}_1W_2^{rev.}$ para un proceso de estado y flujo uniforme es igual a:

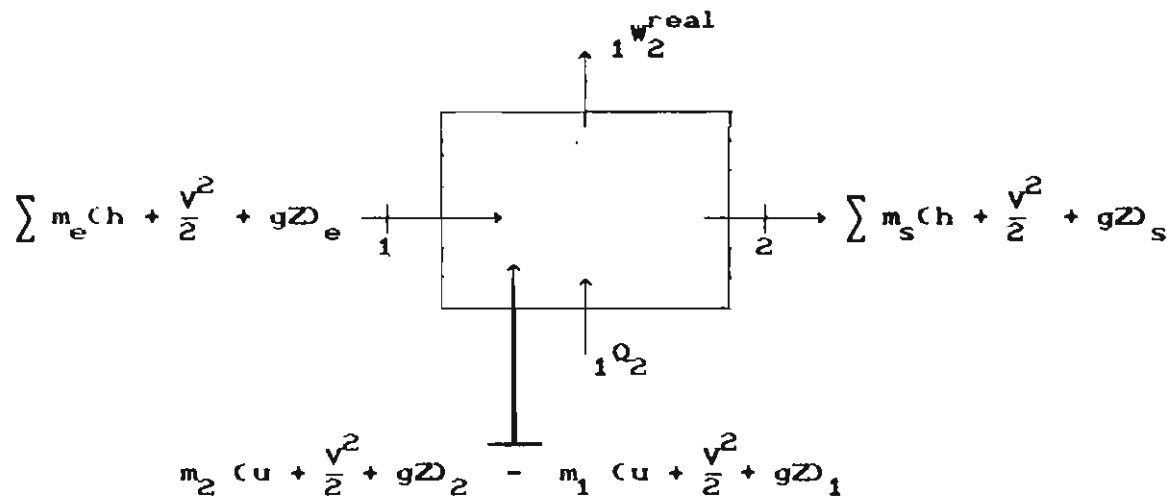
$$ {}_1W_2^{rev.} = T_o \left[\sum m_s s_s - \sum m_e s_e + m_2 s_2 - m_1 s_1 \right] - {}_1\overset{\uparrow}{Q}_2 + \quad \ldots\ldots $$

$$ \sum m_e\left(h + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_e - \sum m_s\left(h + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_s - m_2\left(u + \frac{V^2}{2} + gZ\right) + \quad \ldots\ldots $$

$$ \ldots + m_1\left(u + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_1 + {}_1\underset{\downarrow}{Q}_2 \qquad \text{(V)} $$

En la ecuación anterior se estan considerando tanto la energía potencial como la cinética del fluido.

Ahora analicemos el siguiente proceso también de estado y flujo uniforme, con la característica de que éste proceso es irreversible, o sea:



PROCESO IRREVERSIBLE

En donde al aplicar la primera ley tenemos que:

$$ {}_1W_2^{real} = \sum m_e\left(h + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_e - \sum m_s\left(h + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_s - \quad \ldots. $$

$$ \ldots - m_2\left(u + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_2 + m_1\left(u + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_1 + {}_1Q_2 \qquad \text{(VI)} $$

Y sabemos que:

$$ {}_1I_2 = {}_1W_2^{rev.} - {}_1W_2^{real} $$

Sustituyendo (V) y (VI) en la ecuación anterior nos queda:

$$ {}_1I_2 = \sum m_s s_s T_o - \sum m_e s_e T_o + m_2 s_2 T_o - m_1 s_1 T_o - {}_1Q_2 \qquad \text{(VII)} $$

En donde, por medio de las ecuaciones (V), (VI) y (VII) podemos determinar ya sea el trabajo reversible, el real o las irreversibilidades, tanto para un proceso de flujo y estado uniforme como para un proceso de estado y flujo estable; podemos decir que las tres ecuaciones anteriores describen la situación más general de éstos procesos; en cuanto a la energía cinética y potencial que aparecen en las ecuaciones (V) y (VI) podran despreciarse dependiendo de las condiciones o características particulares que presente un determinado problema.

Observe que el análisis anterior consiste en un simple balance de masa y energía de dos sistemas, uno reversible y el otro irreversible, además de una serie de planteamientos y de básicamente operaciones algebraicas.

Para un proceso de estado y flujo estable la ecuación (V) queda como:

$$ {}_1W_2^{rev.} = \sum m_e\left(h - T_o s + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_e - \sum m_s\left(h - T_o s + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_s $$

Si además consideramos una sola entrada y salida entonces $m_s = m_e = m$, entonces:

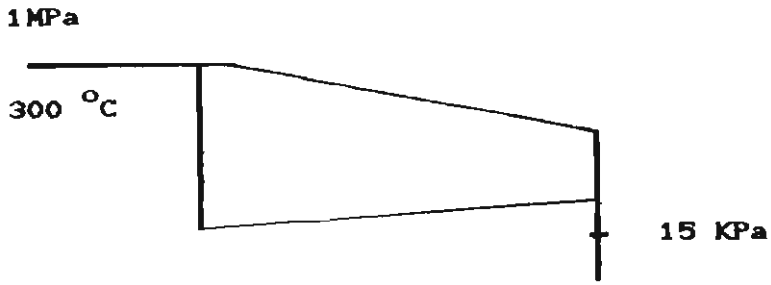
$$ \frac{{}_1W_2^{rev.}}{m} = {}_1w_2^{rev.} = \left(h - T_o s + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_e - \left(h - T_o s + \frac{V^2}{2} + gZ\right)_s \qquad \text{(VIII)} $$

y las irreversibilidades (reduciendo la ecuación VII para un proceso de flujo y estado estable con una sola entrada y salida) seran entonces:

$$\frac{I}{m} = i = T_o \cdot (s_s - s_e) - {}_1q_2$$

EJEMPLO

Sea una turbina con las condiciones siguientes:



Además, la temperatura ambiente es de 25 °C, el trabajo real de la turbina es de 600 Kj/Kg y la eficiencia de la turbina es:

$$\eta_t = \frac{w^{real}}{w^{teorico}}$$

Calcular: $w_{(teórico)}$, η_t, I.

Anteriormente vimos que $w_{(teórico)} = 741.91$ Kj/Kg por lo tanto la eficiencia de la turbina es:

$$\eta_t = \frac{600}{741.91} = 0.8087$$

Para calcular $w^{rev.}$ necesitamos calcular Δs y Δh, ambos en condiciones de operación es decir s_s y h_s en condiciones de operación real. Puestro que $w^{real.} = 600$ y $w = h_e - h_s$ tendremos:

$$h_s = h_e - w = 3,051.2 - 600 = 2,451.2 \quad Kj/Kg$$

$$s_e = 7.1229 \ \frac{Kj}{Kg.K}$$

Para calcular s_s calcularemos la calidad x_s basandonos en el valor de $h_s = 2,451.2$ Kj/Kg.

$$x_s = \frac{h_s - h_{f(15\ KPa)}}{h_{fg(15\ KPa)}}$$

$$x_s = \frac{2451.2 - 225.94}{2373.1} = 0.9377$$

$$s_s = s_{f(15\ KPa)} + x_s \cdot (s_{fg(15\ KPa)})$$

$$s_s = .7549 + .9377 \cdot (7.2536) = 7.5566 \ \frac{Kj}{Kg.K}$$

De la ecuación (VIII), y despreciando la energía cinética y potencial, de entrada y salida, puesto que no se dan datos referente a velocidades de flujo ni de posición de entradas tenemos que:

$$_1w_2^{rev.} = (h - T_o\ s)_e - (h - T_o\ s)_s$$

$$_1w_2^{rev.} = (3051.2 - 298.15 \times 7.1229) - (2451.2 - 298.15 \times 7.5566)$$

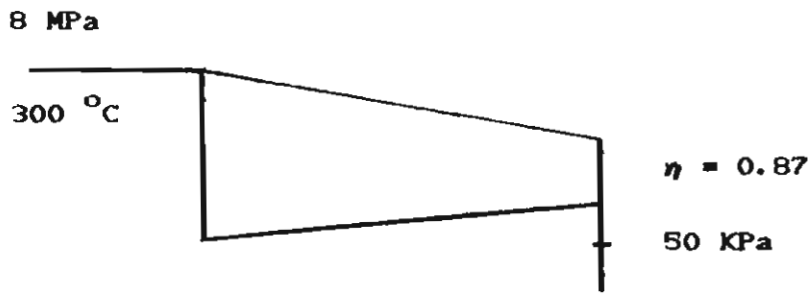
Donde: $T_o = 273.15 + {}^oC$ (grados Kelvin).

$$_1w_2^{rev.} = 729.007 \quad Kj/Kg$$

$$i = 729.0077 - 600 = 129.0077 \quad Kj/Kg$$

EJEMPLO

A partir de los datos del diagrama siguiente calcular: $w_{(teórico)}$, $w_{(real)}$, e I.



$w_{(teo)}$ ⟶ es el trabajo adiabático e isoentrópico

$w_{(teo)} = 2785 - h_2$

Para calcular h_2 encontramos, primero, la calidad en el estado 2. Sabemos que $s_1 = s_2$, y $s_1 = 5.7906 \frac{Kj}{Kg \cdot K}$, entonces:

$$x_2 = \frac{5.7906 - 1.091}{6.5029} = 0.7227$$

$$h_2 = 340.49 + 0.7227 \cdot (2305.4) = 2006.586 \quad Kj/Kg$$

$$w_{(teo)} = 2785 - 2006.586 = 778.413 \quad Kj/Kg$$

$$w_{(real)} = \eta \times w_{(teo)} = 677.22 \quad Kj/Kg$$

La entalpía real será:

$$h_2 = h_1 - w_{(real)} = 2785 - 677.22 = 2107.78 \quad Kj/Kg$$

La calidad real (a 50 KPa) será:

$$x = \frac{2107.78 - 340.49}{22305.4} = 0.7666$$

La entropía real será:

$$s_2 = 1.091 + 0.7666 \cdot (6.5029) = 6.076 \frac{Kj}{Kg \cdot K}$$

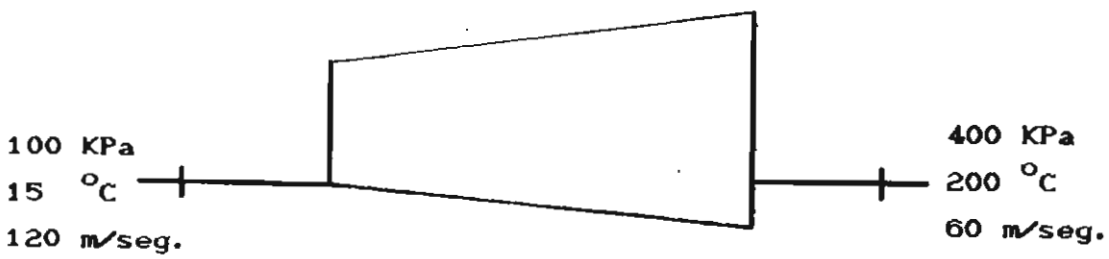
y como es un proceso adiabático:

$$i = T_o \cdot (s_s - s_e)$$

$$i = (25 + 273.15) \cdot (6.076 - 5.7906) = 85.10 \quad Kj/Kg$$

EJEMPLO.

Entra aire al compresor de una turbina de gas a 100 KPa, 15 °C y 120 m/seg. El proceso es adiabático, calcule el trabajo reversible y la irreversibilidad por Kg de aire en este proceso. El aire sale del compresor a 400 KPa, 200 °C y 80 m/seg. Considere temperatura ambiente (T_o) a 25 °C.



Como puede apreciarse, se trata de un proceso de flujo y estado estable, no hay acumulación de masa dentro del sistema, $m_i = m_e$ (masa que entra = masa que sale), además se desprecian las alturas de entrada y salida las cuales se verian envueltas en la energía potencial de la sustancia de trabajo.

En base a las consideraciones anteriores la ecuación (VIII) se reduce a:

$$w = h_e - h_s + \frac{V_e^2}{2} - \frac{V_s^2}{2} + T_o \cdot s_s - T_o \cdot s_e$$

Ahora, h_s y s_s pueden encontrarse por tablas, lo cual no puede hacerse para con h_e y s_e puesto que la temperatura de entrada es

mucho menor que la de saturación, sin embargo:

$$\Delta h = C_p \cdot \Delta T \qquad \text{y:}$$

$$\Delta s = C_p \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} - R \cdot \ln \frac{P_2}{P_1}$$

Entonces:

$$w^{rev.} = C_p \cdot (T_e - T_s) + \frac{V_e^2}{2} - \frac{V_s^2}{2} + T_o \cdot (s_s - s_e)$$

$$\Delta s = 1 \ln \left[\frac{473.15}{288.15}\right] - 0.287 \ln \left[\frac{400}{100}\right] = 0.0981 \ \frac{Kj}{Kg \cdot K}$$

$$w^{rev.} = 1 \cdot (288.15 - 473.15) + \frac{(120)^2}{2000} - \frac{(60)^2}{2000} + 298.15 \cdot (.0981) \quad Kj/Kg$$

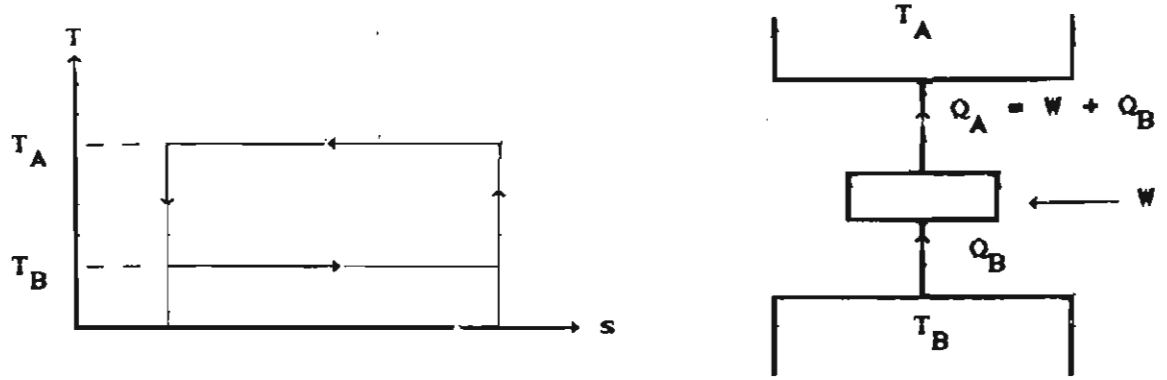
$$w^{rev.} \cong - 150.35 \ Kj/Kg$$

$$i = T_o \cdot (s_s - s_e) = T_o \cdot \Delta s$$

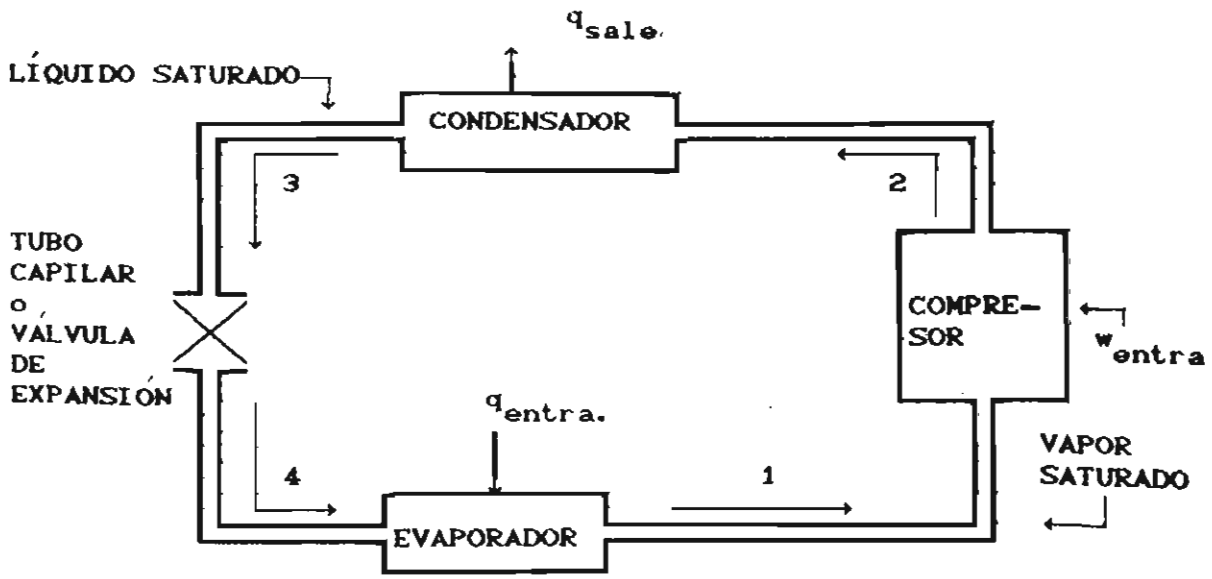
$$i = 298.15 \cdot (0.0981) = 29.2485$$

REFRIGERACIÓN.

Dado un ciclo de Carnot, como máquina térmica, podemos recorrerlo en sentido inverso

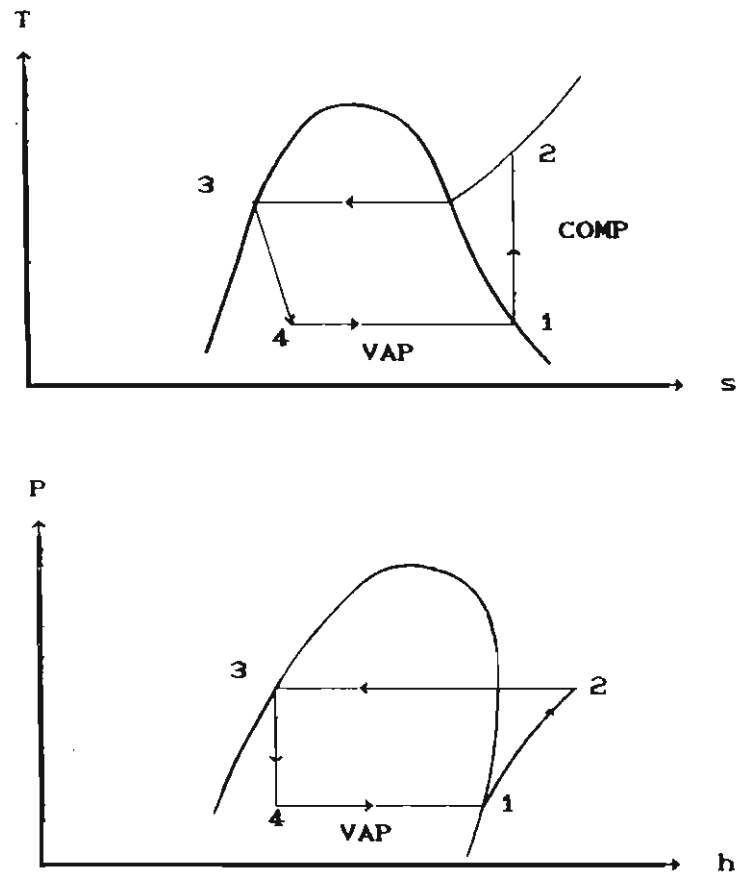


Ahora resulta que la operación del ciclo de Carnot tiene las siguientes características: la sustancia de trabajo recibe calor, Q_B, a una temperatura T_B y deposita una determinada cantidad de calor, $Q_B + W$, a la temperatura T_A; para que esta transferencia se efectúe debemos proporcionar W unidades de trabajo. A continuación se muestra un arreglo que permite realizar el ciclo inverso de Carnot el cual llamaremos ciclo refrigerante para distinguirlo del térmico.



Note que el tubo capilar es una realización práctica del experimento de Joule-Thompson ($h_3 = h_4$).

En este ciclo refrigerante se espera que la sustancia de trabajo llegue al compresor en estado de **vapor saturado**; del compresor sale con una presión y temperatura mayor; al pasar por el condensador se inicia un proceso termodinámico que finalizará cuando la sustancia de trabajo esté en estado de líquido saturado; finalmente pasará por una válvula de expansión o tubo capilar el cual le disminuirá la presión y lo dejará en una calidad mayor a cero y menor que uno. La siguiente figura muestra en un diagrama T-s y P-h los estados por los que pasa la sustancia de trabajo en un ciclo real de refrigeración como el anteriormente descrito.



Diagramas T-s y P-h de un ciclo de refrigeración

Ahora bien, en un refrigerador doméstico, el condensador se encuentra a las espaldas del mismo en forma de serpentín, el vaporizador (serpentín de enfriamiento) se encuentra rodeando al llamado congelador; el compresor se encuentra en la parte trasera inferior del refrigerador y es una unidad sellada; el tubo capilar es visible en la parte trasera del refrigerador. Cuando la sustancia de trabajo en el congelador recibe el calor transmitido por los cuerpos presentes en el interior del refrigerador; esto se realiza a través del serpentín del vaporizador el cual tiene varios metros de longitud. En cambio cuando la sustancia de trabajo se encuentra en el condensador cede calor al medio ambiente a través del serpentín del condensador.

Las ecuaciones que gobiernan el comportamiento del ciclo de refrigeración descrito así como el de elementos que lo constituyen, son las siguientes. Partiendo de la primera ley para flujo de masa:

$$\Delta h = \Delta_q - w_{fm}$$

En el vaporizador: $\Delta_q = \Delta h$

En el compresor: $w = -\Delta h$

En el condensador: $\Delta_q = \Delta_h$

En el tubo capilar: $\Delta h = 0$

Claramente en este ciclo las entalpías juegan de nueva cuenta, un papel central: si denotamos la entalpía de entrada al compresor con h_1, la de la salida con h_2 etc, tendremos:

$$q_{evapor.} = h_1 - h_4$$

$$w_{comp.} = h_2 - h_1$$

$$q_{con} = h_3 - h_2 \; ; \qquad h_3 = h_4$$

Antes de continuar no esta de menos el recordar la diferencia entre un refrigerador y una bomba de calor, además de que nos permitira establecer las ecuaciones adecuadas para cada uno de estos ciclos.

La función de un **refrigerador** es extraer calor (Q_B) de una región fría, a una temperatura T_B, y eliminar calor (Q_A) hacia los alrededores a una temperatura T_A, es decir, mantener una región fría a una temperatura deseada.

En cuanto a la **bomba de calor**, el sistema extrae calor (Q_B) de los alrededores o del medio y disipa calor Q_H hacia un espacio habitado, es decir, su función es, en cierto sentido, inverso al del refrigerador, o sea la de un calefactor.

La eficiencia, llamado más comúnmente coeficiente de realización o coeficiente de rendimiento se definen como el cociente de la salida (deseada) entre la entrada (el costo o trabajo empleado para enfriamiento), y como la finalidad del refrigerador es extraer calor de una región fría; entonces el coeficiente de rendimiento, tanto para el ciclo refrigerante como para la bomba de calor es el siguiente:

En terminos de las entalpías:

$$COP_{refrigerador} = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1} = \frac{Q_B}{W_{entrada}}$$

$$COP_{\substack{calefactor \\ o\ bomba\ de\ cal}} = \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_1} = \frac{Q_A}{W_{entrada}}$$

Ahora, para un refrigerador como para una bomba de calor, de Carnot, tenemos que:

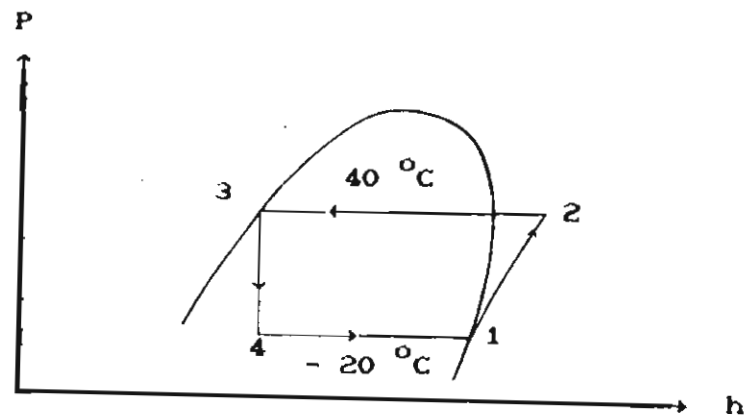
$$COP_{\text{refrigdor de Carnot.}} = \frac{T_B}{T_A - T_B}$$

$$COP_{\text{bomba dalor de Carnot.}} = \frac{T_A}{T_A - T_B}$$

EJEMPLO

F_{12} se emplea en un ciclo de refrigeración por compresión. La temperatura en el evaporador es de $-20^{\circ}C$ y en el condensadodr de $40\ ^{\circ}C$. Calcular los calores, el trabajo y el COP.

Primero veamos un diagrama:



Para resolver este ejemplo calcularemos las entalpías en 1,3 y 4.

$$h_3 = h_{f(40\ ^{\circ}C)} = 69.494 \quad Kj/Kg$$

$$h_1 = h_{g(-20\ ^{\circ}C)} = 178.610 \quad Kj/Kg$$

$$s_1 = .7082 \ \frac{Kj}{Kg \cdot K}$$

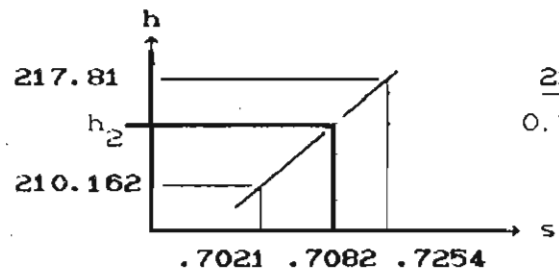
$$h_4 = h_3 = 69.494 \quad Kj/Kg$$

Ahora bien el proceso 2 a 3 es isobárico y este se encuentra en

la isoterma a 40 °C, entonces 2 se encuentra en la isóbara a 0.9607 MPa según señala la tabla del F_{12} saturado. Además como $s_2 = s_1$ tendremos que la entropía en 2 es de $s_2 = 0.7082$ Kj/(Kg K); en las tablas de F_{12} sobrecalentado buscamos $s_2 = 0.7082 \frac{Kj}{Kg \cdot K}$ en el bloque de 1 MPa pues 1 MPa ≅ 0.9607 MPa. Ahí vemos:

T	h (Kj/Kg)	s (Kj/Kg.K)
50 °C	210.162	0.7021
60 °C	217.810	0.7254

Para encontrar la entalpía correspondiente a $s_2 = 0.7082 \frac{Kj}{Kg \cdot K}$ interpolamos:



$$\frac{217.81 - 210.162}{0.7524 - 0.7021} = \frac{217.81 - h_2}{0.7254 - 0.7082}$$

$$h_2 = 212.1643 \ Kj/Kg$$

Una vez calculadas las entalpias podemos calcular los dos calores y el trabajo.

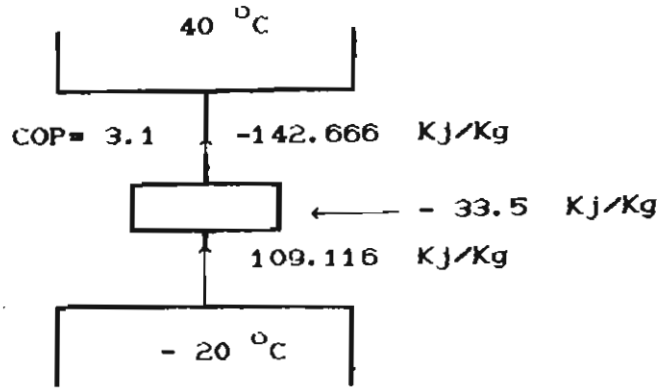
$$w_c = h_1 - h_2 = 178.61 - 212.16 = -33.60 \ Kj/Kg$$

$$q_{con} = h_3 - h_2 = 69.494 - 212.16 = -142.666 \ Kj/Kg$$

$$q_{eva.} = h_1 - h_4 = 178.61 - 69.494 = 109.116 \ Kj/Kg$$

$$COP = \frac{109.116}{33.600} = 3.2475$$

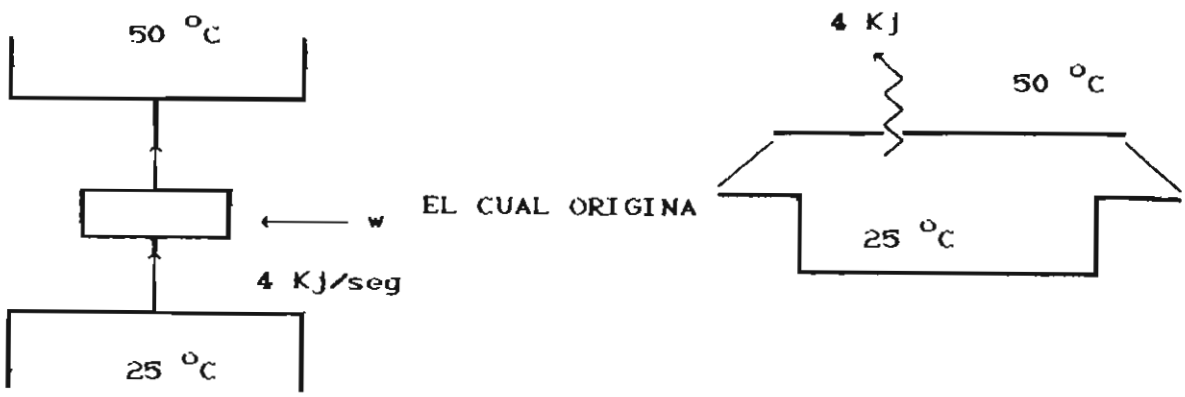
$$COP_{Carnot} = \frac{253.15}{313.15 - 253.15} = 4.1937$$



EJEMPLO

Se desea mantener una habitacion a 25 °C; cuando la temperatura exterior es de 50 °C. Se sabe que deben extraerse 4 Kj por segundo de calor de dicha habitacion ¿cual será la potencia óptima requerida para ello?

Supongamos un refrigerador de Carnot.



El rendimiento del refrigerador de Carnot es:

$$COP_{carnot} = \frac{T_B}{T_A - T_B} = \frac{298.15}{323.15 - 298.15} = 11.9260$$

Y para un ciclo de Carnot además:

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{Q_A}{Q_B}$$ En base a la segunda ley.

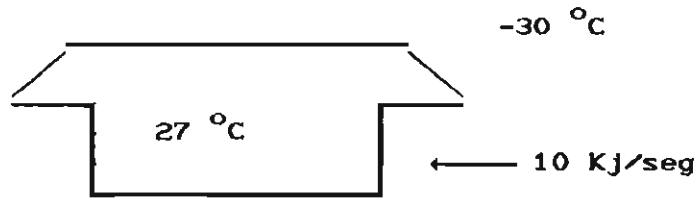
$$Q_A = \left[\frac{323.15}{298.15}\right] .4 = 4.3354 \text{ Kj/seg}$$

y como: $Q_A = W + Q_B$ entonces:

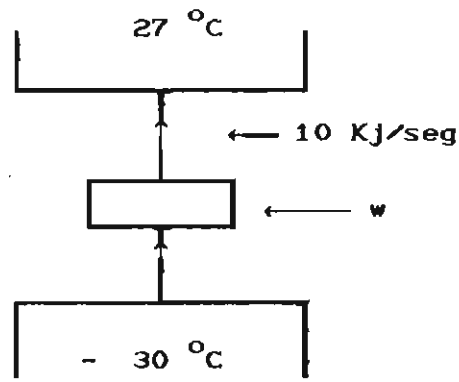
$$W = 4.3353 - 4 = .3354 \text{ Kj/seg} = .3354 \text{ kW}$$

EJEMPLO

Se necesitan proporcionarle 10 Kj por segundo a una habitación para mantenerla a 27 ^{o}C cuando la temperatura exterior es de -30 ^{o}C ¿cual sera la potencia óptima para ello ?



Si nuevamente suponemos un ciclo refrigerante de Carnot, el cual actuará ahora como bomba de calor tendremos:



sólo que ahora la emplearemos como bomba de calor:

$$COP_{carnot} = \frac{T_A}{T_A - T_B} = \frac{300.15}{300.15 - 243.15} = 5.2648$$

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{Q_A}{Q_B} \qquad Q_B = \left[\frac{243.15}{300.15}\right].10 = 8.1009 \text{ Kj/seg}$$

$$W = Q_A - Q_B = 10 - 8.1009 = 1.8991 \text{ Kj/seg.}$$

Entonces necesitamos una potencia de 1.9 Kj/seg, Pt = 1.9 KW = 2.6 HP

PROBLEMAS PROPUESTOS

VAN WYLEN (VERSION S.I)

5.3, 5.5, 5.7, 5.8, 5.13, 5.15, 5.23, 5.27, 5.31, 5.38, 5.41, 5.42, 5.45, 5.52, 5.61, 5.71 (cap. 5)

7.1, 7.2, 7.3, 7.4, 7.5, 7.6, 7.9, 7.12, 7.15, 7.18, 7.20, 7.21, 7.24, 7.29, 7.30, 7.41, 7.44, 7.64 (cap. 7)

8.1, 8.3, 8.5, 8.9, 8.16 (cap. 8)

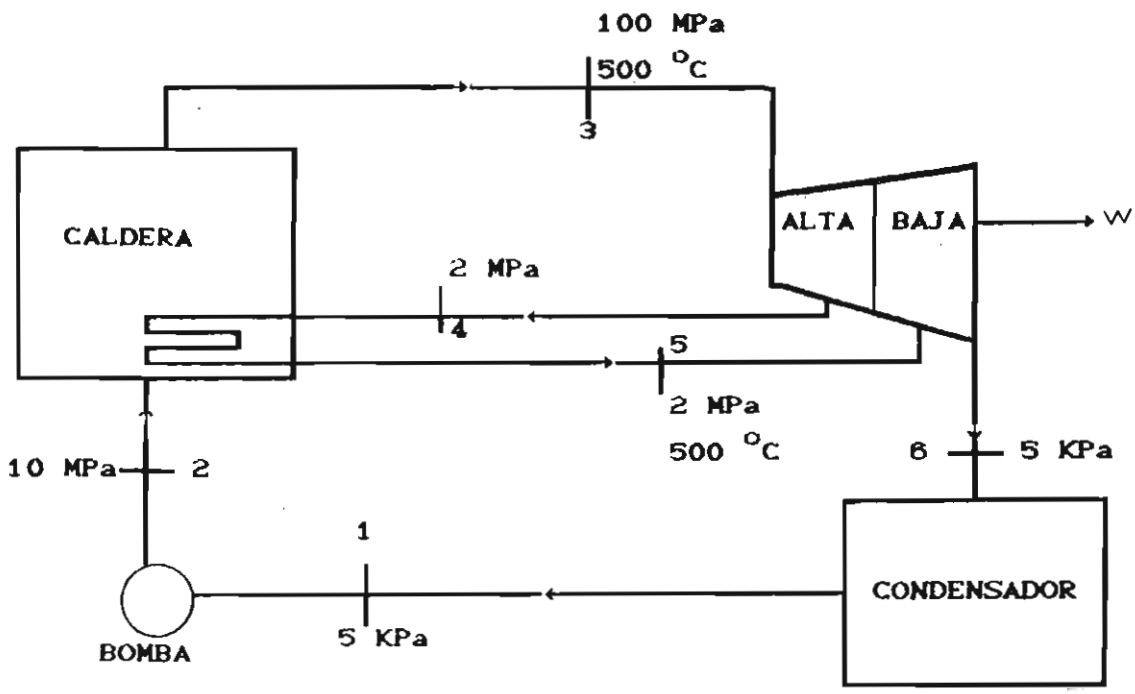
9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.8, 9.19, 9.20, 9.24 (cap. 9)

AUTOEVALUACIÓN

1.- Un vendedor asegura que tiene una turbina que produce 2800.00 KW de potencia con una razón de flujo de 3.8 Kg/seg, con las siguientes condiciones: a la entrada 800 KPa, 250 °C; a la salida 15 KPa. ¿Como podría evaluar la compra de esta turbina? (justifique su respuesta).

2.- O_2 a una temperatura ambiente, es estrangulada adiabáticamente desde una presión de 2.5 Bar hasta 1 Bar. Determinar el cambio de entalpia por unidad de masa.

3.- Un ciclo Rankine con sobrecalentamiento, con agua como sustancia de trabajo, se muestra en la siguiente figura:



suponga que la boma y la turbina de alta presión son adiabáticas, reversibles y que la turbina de baja presión tiene una eficiencia de 85 %

Calcular: h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, s_3, s_4, s_5

Determinar:

a.- El trabajo que se gasta en operar la bomba.

b.- La producción de trabajo de la turbina de alta presión.

c.- La producción de trabajo de la turbina de baja presión.

d.- El calor suministrado a la caldera.

e.- El calor suministrado al sobrecalentador.

f.- La eficiencia del ciclo Rankine.

4.- Considerar el siguiente ciclo Rankine. Vapor entra a la turbina de alta presión a 3.5 MPa, 350 ^{o}C y se expande hasta 0.5 MPa, después es recalentado a 350 ^{o}C y luego el vapor se expande a través de la turbina de baja presión a 7.5 KPa. El líquido condensado sale a 40.2 ^{o}C y es bombeado a 3.5 MPa y regresado a la caldera. Cada turbina es adiabática con eficiencia de 85 % y la bomba es adiabática con eficiencia de 80 %. Si el trabajo de salida de las turbinas es 1000 Kj, determinar: La razón de flujo de masa; el trabajo de la bomba y la eficiencia térmica.
¿ Qué métodos emplearía para incrementar la eficiencia ?

BIBLIOGRAFÍA.

TERMODINÁMICA.
KENNETH WARK.
McGRAW HILL.

INTRODUCCIÓN A LA TERMODINÁMICA.
SONNTAG WYLEN.
EDITORIAL LIMUSA.

INGENIERÍA TERMODINÁMICA.
REYNOLDS - PERKINS.
McGRAW HILL.

APÉNDICE.

ANÁLISIS DE LA PRIMERA LEY PARA UN VOLUMEN DE CONTROL.

Un volumen de control es cualquier región definida en el espacio la cual puede desplazarse y su forma y volumen pueden cambiar, aunque con frecuencia se trabaja con volúmenes de control con forma y tamaño fijos y en condiciones de referencia establecidas, veamos el siguiente análisis.

Consideremos un volumen de control cuyos límites son fijos en el espacio y son inmoviles. La materia circula a través de los límites de este volumen de control. La transferencia de calor a traves de los límites del volumen de control es factible, sin embargo para evitar confusiones se supondra que no se transfiere energía en forma de calor en la entrada ni en la salida. Cabe señalar que la ecuacion de energía resultante para el volumen de control no tiene aplicación general; sin embargo, resulta conveniente para una mejor compresión del análisis de la primera ley para un volumen de control.

Consideremos dos periodos separados por una diferencia infinitesimal t y t + dt, aplicando el principio de conservación de la energia; se considerara además, un eje giratorio el cual relizara trabajo sobre la masa del volumen del control, es decir, la masa de control, a donde entra y sale del volumen.

El balance de energia en la masa de control, durante el periodo dt, es:

$$\underbrace{(PA)_1 V_1 dt + dW_{eje} + dQ}_{\text{ENERGÍA SUMINISTRADA}} = \underbrace{(PA)_2 V_2 dt}_{\text{E CONVERTIDA}} + \underbrace{dE_{cm.}}_{\text{AUMENTO DE E ALMACENADA}}$$

en donde cm. es la masa contenida dentro del volumen de control o masa de control (cm.), vc el volumen de control; dW_{eje} y dQ es la transferencia de energía a través de los límites del volumen de

control.

En t + dt, la energía de la masa de control es igual a la energía de la materia contenida dentro de los límites del volumen de control en t + dt, más la energía de la materia que contiene la zona rayada B, menos la que contiene la parte rayada A.

$$dE_{cm.} = E_{cm}(t + dt) - E_{cm}(t)$$
$$= E_{vc}(t + dt) + (A_2 V_2 dt)\rho_2 e_2 - (A_1 V_1 dt)\rho_1 e_1 - E_{vc}(t)$$
$$= dE_{vc} + (A\rho Ve)_2 dt - (A\rho Ve)_1 dt$$

En dode e es la energía total de la materia por unidad de masa.

Sustituyendo esta ecuación en la ecuación anterior:

$$dQ + dW_{eje} + (A\rho V)_1 \left[e + \frac{P}{\rho}\right]_1 dt = dE_{vc} + (A\rho V)_2 \left[e + \frac{P}{\rho}\right]_2$$

y:

$A\rho V.dt = dM$ Cambio infinitesimal de masa a través del límite del volumen de control.

entonces:

$$\underbrace{dQ + dW_{eje} + \left[(e + Pv)dM\right]_{entrada}}_{\text{ENERGÍA SUMINISTRADA.}} = \underbrace{\left[(e + Pv)dM\right]_{sal.}}_{\text{E CONVERTIDA}} + \underbrace{dE_{vc}}_{\text{AUMENTO DE ENERGÍA ALMACENADA}}$$

Si dividimos la ecuación anterior entre dt:

$$\underbrace{\dot{Q} + \dot{W}_{eje} + \left[(e + Pv)\dot{M}\right]_{entrada}}_{\text{RELACIÓN DE E. SUMINISTRADA}} = \underbrace{\left[(e + Pv)\dot{M}\right]_{sal.}}_{\text{REALACIÓN DE E CONVERTIDA}} + \underbrace{\left[\frac{dE}{dt}\right]_{vc}}_{\text{RELACIÓN DE ALMACENAMIENTO DE E}}$$

Para un volumen de control con flujo de materia en varias posiciones a través de los límite, la ecuación de conservación de la energía queda como:

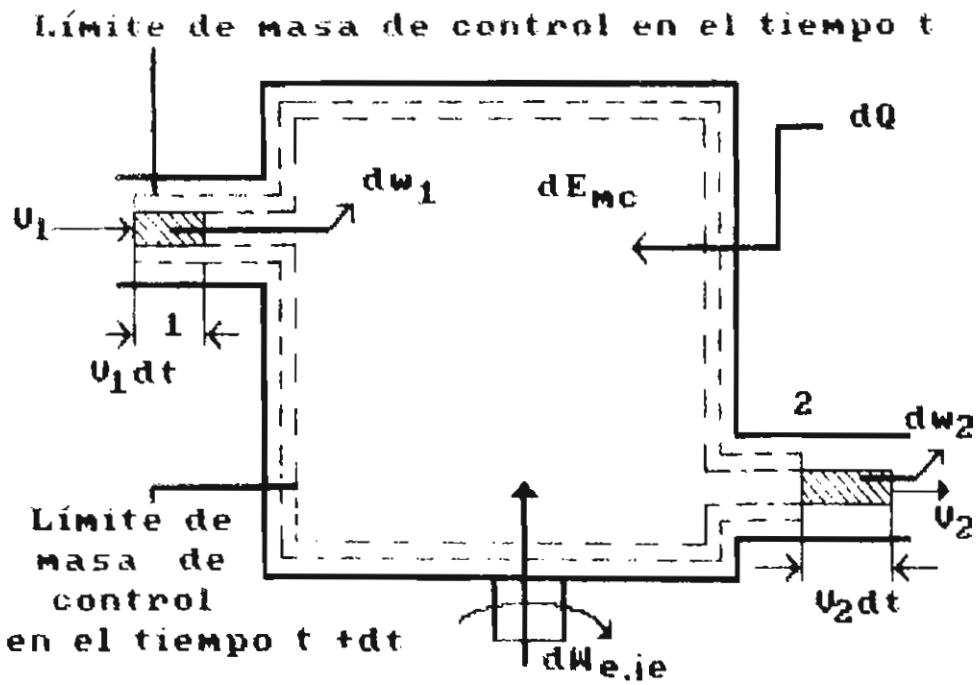
$$\underbrace{\sum (e + Pv)\dot{M} + \dot{W} + \dot{Q}}_{\text{RELACIÓN DE SUMINISTRO DE E.}} = \underbrace{\sum (e + Pv)\dot{M}}_{\text{RELACIÓN DE CONVERSION DE ENERGÍA}} + \underbrace{\left(\frac{dE}{dt}\right)_{vc}}_{\text{RELACIÓN DE ALMACENAMIENTO DE ENERGIA}}$$

$\dot{W}$ representa la suma de la potencia total de entrada que suministra el eje y la potencia de entrada debida al desplazamiento perpendicular de los límites del volumen de control; $\dot{Q}$ representa la suma de todas las capacidades de transferencia en forma de calor hacia el volumen de control.

Si reemplazamos las sumatorias por integrales en todo caso tenemos que:

$$\underbrace{-\int_{sc} (e + Pv)\rho V_{rel} \cdot dA + \dot{W} + \dot{Q}}_{\text{RELACIÓN TOTAL DE SUMINISTRO DE E.}} = \underbrace{\frac{d}{dt}\int_{vc} \rho e \, dV}_{\text{RELACIÓN DE ALMACENAMIENTO DE E.}}$$

El area de integracion debe incluir toda la superficie de control (sc.), y dA representa un vector de salida perpendicular. La integracion del volumen abarca todo el volumen de control; V_{rel} representa de salida relativa al limite y la velocidad absoluta V se usa para calcular la energia cinética.


Límite de masa de control en el tiempo t
dQ
dw1
dEmc
V1
1
V1dt
2
dw2
V2
Límite de
masa de
control
en el tiempo t +dt
V2dt
dWe.je

TERMODINÁMICA

APLICADA A LA INGENIERÍA

Modulo: Plantas de fuerza de vapor, refrigeración y forma general de la primera ley

Se terminó de imprimir
en el mes de abril del año 2003
en los talleres de la Sección
de Impresión y Reproducción de la
Universidad Autónoma Metropolitana
Unidad Azcapotzalco

La edición estuvo a cargo
de la Sección de Producción
y Distribución Editoriales

Se imprimieron 70 ejemplares
más sobrantes para reposición.

UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA
Casa abierta al tiempo Azcapotzalco

COSEI
COORDINACIÓN DE SERVICIOS DE INFORMACIÓN

Formato de Papeleta de Vencimiento

El usuario se obliga a devolver este libro en la fecha señalada en el sello mas reciente

Código de barras. 2892989

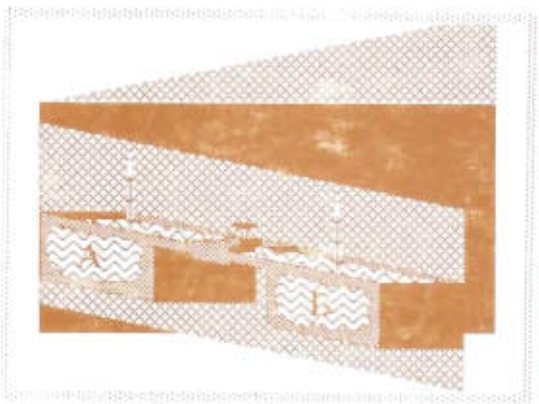
FECHA DE DEVOLUCION

- Ordenar las fechas de vencimiento de manera vertical.
- Cancelar con el sello de "DEVUELTO" la fecha de vencimiento a la entrega del libro

2892989

UAM
QC311
A7.23
v.2

2892989
Aragon Gonzalez, Gerardo
Termodinamica aplicada a



TERMODINAMICA APLICADA: PLANTA DE FUERZA DE
ARAGON * SECCION DE IMPRESION
08330 $ 14.00

ISBN: 970-654-946-3

978-97065-49464

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA Azcapotzalco

División de Ciencias Básicas e Ingeniería
Departamento de Energía

Coordinación de Extensión Universitaria
Sección de Producción y Distribución Editoriales