TRES ENFOQUES EN LOGICA PARACONSISTENTE (I)

Lorenzo Peña

Dedico este estudio a la memoria de una de las más prestigiosas figuras de la lógica paraconsistente: la eminente investigadora brasileña Ayda Ignez Arruda, recientemente fallecida.

Secc. 1.- Consideraciones introductorias

Las lógicas paraconsistentes son aquellas que toleran la contradicción e.d.(*) la verdad simultánea de un hecho -o de una oración- y de su negación. Dentro del desarrollo de las lógicas no-clásicas -que se remontan a comienzos de siglo, con la obra de Peirce y Vasiliev, pero que sólo alcanzaron notoriedad en los primeros años veinte, con las lógicas polivalentes de Łukasiewicz y Post-, la lógica paraconsistente es un movimiento minoritario, pero de gran vitalidad; y ante él se abren perspectivas grandiosas, por las deslumbrantes aplicaciones de tales lógicas que son, no ya viables, sino sumamente fructíferas y epistemológicamente valiosas, en los más diversos campos del saber -y, más que en ningún otro, en el tratamiento de las cuestiones clave de la filosofía.

El presente trabajo estudia comparativamente las tres principales corrientes que hoy se divisán en la lógica paraconsistente, sacando a la luz puntos básicos de las discrepancias entre ellas hasta ahora -que yo sepa- no señalados por nadie. Cierto es que yo mismo, en un trabajo anterior ((P:02), Secc.II, caps 1º y 2º) consagré algunas páginas a una discusión similar. Sin embargo, son originales el carácter y el contenido del análisis comparativo que ahora presento; pues en el anterior trabajo citado limitéme a considerar únicamente cuán buenos o malos títulos podía exhibir cada uno de los tres enfoques que voy a tomar en cuenta en este estudio para presentarse como una lógica acorde con las concepciones de la dialéctica marxista. Ahora deseo penetrar más profundamente en la indagación entonces esbozada, y hallar los puntos clave de desviación

(*) Nota: utilizo en este trabajo las abreviaturas siguientes: 'ssi' abrevia a 'si y sólo si'; 'e.d.': 'es decir'; 'e.e.': 'esto es'. Otras dos abreviaturas están explicadas en esta Sección, a saber: 'fbf' y 'RC'. 'MP' abreviará a 'Modus Ponens'.

Contextos, II/3, 1984 (pp. 81—130)

de cada una de las tres lógicas que considero respecto de la lógica clásica. Con ello tendremos una pista seria para conjeturar a qué motivaciones filosóficas fundamentales obedece cada uno de los tres sistemas. El resultado de esta exploración, además, marcará un cambio de acento respecto de la discusión presentada en los caps 1 y 2 de la Secc.II de (P:02): puse allí muy de relieve la discrepancia entre mi propio sistema de lógica y el de da Costa-Wolf expuesto en (C:06) (el cual está muy estrechamente emparentado con lo que en este artículo llamaré "el" sistema de da Costa - por antonomasia-; vide infra, en esta misma Sección, una aclaración al respecto); en este debate quedaron tal vez un poco en la sombra las divergencias entre mi sistema y el sistema relevantista de Routley, así como las convergencias que, frente a la orientación relevantista, se dan entre mi enfoque y el de da Costa. En cambio, con el proceder delineado más arriba -tomar como pauta el hallazgo de la motivación básica de cada sistema, el o los puntos nodales de desviación del sistema de que se trate respecto de la lógica clásica-, cambia la perspectiva y, pese a los grandes desacuerdos que los separan, el enfoque que yo propongo -la lógica transitiva- y el de da Costa aparecen más estrechamente hermanados por su vocación dialéctica (e.d. por su adhesión a la idea de que hay o puede que haya contradicciones verdaderas), mientras que, a pesar de las convergencias algo accidentales entre el enfoque relevantista y el transitivista, revélase que la vocación de ambos sistemas es diversa: el relevantismo sólo es un sistema que da cabida a la dialéctica, a la postulación o admisión de teorías contradictoriales, como de rebote, no porque el darle cabida sea una motivación directa del sistema o determine de suyo el tenor del mismo.

Antes ya de proseguir conviene introducir algunas aclaraciones terminológicas y notacionales. Expongamos, ante todo, nuestras convenciones notacionales. De ahora en adelante, al exponer esquemas o fórmulas no atómicos (fórmulas en que figuren functores, o sea: símbolos cada uno de los cuales o bien ha de prefijarse a una fórmula -tales son los functores monádicos-, o bien ha de ligar dos fórmulas, estando colocado entre ellas -tales son los functores diádicos-), usaremos las siguientes convenciones notacionales: se supone, en principio, que cada functor monádico rige o afecta a la más corta fórmula que lo sigue; y que, en principio, cada functor diádico rige a las fórmulas situadas a su izquierda y derecha respectivamente -que se llaman alcance izquierdo y alcance derecho respectivamente-, encerradas entre paréntesis y tales que el paréntesis derecho del alcance izquierdo está situado inmediatamente antes del functor diádico en cuestión, en tanto que el paréntesis izquierdo del alcance derecho está situado inmediatamente después del functor diádico en cuestión; pero luego suprimimos los dos paréntesis siempre que podamos hacerlo sin incurrir en ambigüedad, con arreglo a las siguientes pautas: colocamos un punto (*punto reforzante*) inmediatamente después de un functor diádico, haciendo tal punto reforzante las veces de un paréntesis izquierdo cuyo correspondiente paréntesis derecho está situado tan a la derecha como sea posible (o sea: al final de la fórmula total); las restantes ambigüedades son despejadas asociando hacia la izquierda, lo que quiere decir que cada functor diádico toma como su alcance izquierdo a todo lo que precede desde el último punto reforzante, si lo hay (y, si no hay ninguno, desde el comienzo de la fórmula total); y cada functor diádico toma como su alcance derecho a la fórmula más corta que lo sigue (entendiéndose, claro, que: 1º) si lo sigue un paréntesis izquierdo, la fórmula más corta que lo sigue es la que comienza con ese paréntesis izquierdo y termina con su correspondiente paréntesis derecho; y 2º) si lo sigue un punto reforzante, entonces la fórmula más corta que lo sigue es todo el resto de la fórmula total, hasta el final extremo derecho de la misma). Además, una subfórmula encerrada entre paréntesis funciona, a efectos de las convenciones que acabamos de describir, como si fuera una fórmula total. Esas convenciones fueron acuñadas por Alonzo Church. Nótese que el punto es punto reforzante cuando figura inmediatamente a la derecha de un functor diádico, siendo signo de conyunción en caso contrario.

Definamos ahora qué es una *lógica paraconsistente*. De momento -luego introduciremos una conveniente complicación - diremos que un *sistema* o *teoría* (entenderemos como sinonímicas entre sí esas dos palabras) es un conjunto S = <*V*, *F*,*T*,*R*>, donde: *V* es el conjunto de los signos primitivos de S -incluyendo functores y signos sentenciales-; *F* es un conjunto no vacío de fbfs (fórmulas sintácticamente bien formadas) engendradas según ciertas reglas de formación y cada una de las cuales es una secuencia de signos primitivos de S; *T* es un subconjunto no vacío de *F* (es el conjunto de los teoremas de S); *R* es el conjunto de *reglas de inferencia* (o *de deducción*: tomamos siempre la palabra 'inferencia' como sinónimo perfecto de 'deducción') de S, estando *T* cerrado respecto de cada miembro de *R*. Una regla de inferencia o de deducción es un par <B,p>, donde B es un conjunto de fbfs (las premisas) y p es una fbf. Si los miembros de B (el conjunto de premisas) son: $q^1,q^2,\ldots,q^n$, entonces escribiremos la deducción de p a partir de B (o también la *regla* que entroniza esa deducción) como: $q^1,q^2,\ldots,q^n \vdash p$. (Se sobreentiende que el orden de las premisas es indiferente y que su alteración no modifica la inferencia en cuestión.) Se dice que un sistema S contiene una inferencia (e.d. una deducción) de un conjunto B (de premisas) a una conclusión p (e.d. que la deducción de B a p es una deducción (válida) de S) ssi hay una secuencia de aplicaciones de reglas de deducción de S tal que: 1º) en la primera aplicación se toman como premisas únicamente miembros de B y/o de *T* (teoremas); 2º) en cada aplicación se toman como premisas miembros de B y/o teoremas y/o conclusiones obtenidas en las aplicaciones anteriores -si las hay-; 3º) la conclusión de la última aplicación es p. Dos fórmulas de un sistema S, "p" y "q", son intercambiables ssi, para cada par de fórmulas "r" y "s" tales que "s" sólo difiere de "r" por sustitución de una o más ocurrencias de "p" por sendas ocurrencias de "q", tenemos que tanto $r \vdash s$ como $s \vdash r$ son deducciones de S.

Se define una teoría T como extensión de otra teoría T' ssi: cada símbolo de T' es un símbolo de T; cada fbf de T' también lo es de T; cada teorema de T' lo es de T. Una extensión de T', T, es recia ssi cada deducción válida de T' es también una deducción válida de T. Una extensión T de una teoría T' es conservativa ssi cada teorema de T que sólo contiene símbolos de T' es también un teorema de T'.

Un sistema S = $\langle V,F,T,R\rangle$ es saludable ssi *V* abarca al menos a los símbolos siguientes: una conyunción '.', una disyunción '+' (ambos son functores diádicos) y un functor monádico de negación 'N', cumpliéndose para ellos las condiciones siguientes (para cualesquiera fbfs de S):

1ª) $p.q \vdash p$ es una deducción de S;
2ª) $p \vdash p+q$ es una deducción de S;
3ª) p+q.r y r.q+.r.p son intercambiables;
4ª) p y q+p.p son intercambiables;
5ª) La negación 'N' cumple estos requisitos:
  5i) p+Np es un teorema de S;
  5ii) N(p+q) y Np.Nq son intercambiables;
  5iii) NNp y p son intercambiables;
  5iv) p.Np+q+Nq y q+Nq son intercambiables.

Un sistema es llamado copulativo ssi es tal que cada instancia de la regla de adjunción es una deducción válida del sistema. La regla de adjunción es la regla: $p\ ,\ q \vdash p.q$. Un sistema es llamado eucrático ssi es, a la vez, saludable y copulativo. Un sistema S es llamado simplemente (o negacionalmente) inconsistente con respecto a un functor de negación 'N' de S (que satisfaga todas las condiciones arriba indicadas) ssi S es un sistema saludable y hay un par de teoremas de S tales que, si el uno es "p", el otro es "Np". Un sistema S es llamado simplemente (o negacionalmente) inconsistente ssi es simplemente inconsistente con respecto a algún functor de negación de S. Un sistema es llamado contradictorial ssi es, a la vez, copulativo y negacionalmente inconsistente. S es *superconsistente* ssi cada extensión recia de S, S', que sea negacionalmente inconsistente con respecto a un functor de negación de S es delicuescente (o trivial, e.d. cada fbf de S'es un teorema de S'). Un sistema S es paraconsistente ssi no es superconsistente, o sea: ssi tiene extensiones recias no delicuescentes (a una teoría no delicuescente la llamaremos sólida o coherente) que son negacionalmente inconsistentes con respecto a un functor de negación de S.

La mayoría de los sistemas que hoy se denominan paraconsistentes no se ajustan a todos nuestros requisitos; debemos, pues, acuñar la expresión paraconsistente en sentido lato para referirnos a sistemas que, aproximándose al patrón constituido por nuestras cinco condiciones, puedan, en vez de cumplir estrictamente todas esas condiciones, atenerse tan sólo, en lo tocante a algunas de ellas, a una versión matizada o debilitada. Concretamente de los tres enfoques que vamos a estudiar resulta que sólo la lógica transitiva -el enfoque propuesto por el autor de este estudio- cumple todas esas condiciones cabalmente. El enfoque de da Costa no cumple ni 5ii) ni 5iii) ni 5iv). El enfoque relevantista de Routley no cumple 5iv). Eso sí, con respecto a sistemas que como el de da Costa no cumplen las condiciones 5ii) y 5iii) habrá que duplicar las condiciones 3ª) y 4ª), añadiendo: 3ªbis) p.q+r y r+q..r+p son intercambiables; 4ªbis) p y q.p+q son intercambiables. (En sistemas que, al ser saludables, cumplen íntegramente las cinco condiciones más arriba indicadas no es menester postular esos requisitos, pues se deducen de los otros.)

Aclaremos, por último, qué es la lógica clásica: trátase de la lógica que es a la vez bivalente y verifuncional, o sea: la que, propugnando dos únicos valores de verdad (mutuamente) exclusivos y (conjuntamente) exhaustivos, atribuye a todos los functores tradicionalmente considerados en lógica (la conyunción 'y', la disyunción 'o', el condicional 'sólo si' y la negación 'no') un carácter verifuncional, e.e. la propiedad de que, dado el valor de verdad del argumento o de los dos argumentos, síguese siempre cuál es el valor de verdad de la fórmula resultante al prefijar al argumento el functor -si éste es monádico, o sea: si se trata del 'no'- o al colocar el functor -si es diádico-entre los dos argumentos. La lógica clásica es tan sólo una de las muchas lógicas viables y filosóficamente defendibles. Su lugar privilegiado en el mercado lo debe a varios factores tales como: 1º) su mayor sencillez ('simplicidad pueril' que dice Routley -y que no significa, ni mucho menos, que la teoría científica, en su conjunto, al ser articulada según los patrones de tal lógica, sea más simple que cuando lo es según los patrones de alguna lógica paraconsistente: parece, antes bien, suceder todo lo contrario-); 2º) haber tomado la delantera -su fundador fue, hace ya más de un siglo, Frege, pero la concepción bá sica de esa lógica, con su rechazo total de la contradicción, remonta a Aristóteles-; 3º) el conservadurismo de muchos lógicos y, sobre todo, de aquellos productores de manuales que, acríticamente y como si ni siquiera se tratara de una opción, presentan la lógica clásica como "la" lógica a secas, añadiendo en el mejor de los casos alguna nota o anejo para advertir al lector que "también hay otras lógicas"; 4º) el hecho de que esa lógica es correcta -aunque insuficiente- con tal de que se dé una adecuada lectura a sus signos (y luego veremos que un sistema idóneo de lógica paraconsistente ha de ser una extensión conservativa y recia de la lógica clásica); 5º) el hecho de que la lógica clásica -entendida del modo en que la definiremos en la Secc.4 de este estudio (o sea: como englobando una determinada, y errónea, lectura de su negación como si fuera el mero y anodino 'no')- casa bien con, y se fundamenta en, un enfoque filosófico que, como el aristotélico -y, en general, como los enfoques mayoritarios en la filosofía tanto tradicional como contemporánea-, rechaza por completo la contradicción y, con ella, la gradualidad de la verdad, del ser; erige dicotomías rígidas y sin transición alguna, desnivelamientos categoriales y dualidades entre modos de ser mutuamente irreducibles, en lugar de acudir a un tratamiento gradualista y aspectual en el que, demoliéndose esas barreras categoriales, se brinden a los grandes problemas filosóficos soluciones inspiradas en la idea de grados de ser o de verdad -aceptándose las contradicciones inherentes a tal idea.

Frente a ese enfoque aristotélico o anticontradictorial (cuyo fundador fue Parménides, aunque Aristóteles lo acicaló y barnizó, haciéndolo así más presentable, y lo codificó; ese enfoque ha sido compartido, en lo que respecta a los puntos señalados, por filósofos tan dispares como Avicena, las grandes figuras de la escolástica latina incluido Occam, Descartes, Spinoza, Leibniz, Locke, Berkeley, Kant, Brentano, Husserl, Frege, Wittgenstein, Russell, Quine, Geach), yérguese una tradición dialéctica, contradictorialista, la cual afirma la gradualidad del ser, de la verdad, tradición que, si bien minoritaria, puede empero presumir de solera y prosapia, puesto que cuenta en sus filas con pensadores como: Heráclito, Platón (sobre todo, pero no únicamente, el Platón del Parménides y El Sofista -si bien ya en la primera ontología platónica se afirmaba la contradictorialidad del mundo sensible-), Enesidemo, Plotino, Mario Victorino, Proclo, Escoto Eriúgena, Ulrico de Estrasburgo, Eckehart, Nicolás de Cusa, R. Fludd, J. Boehme, G. Bruno, Schelling -en cierta etapa de su pensamiento-, Hegel, Marx, Engels y Lenin, Emerson y Stéphane Lupasco, para no citar a una pléyade de místicos y poetas.

A la actitud de los pensadores antidialécticos la denominaremos 'rechazo de la contradicción', RC -en abreviación-; consiste, no en una _tesis_ de que la realidad es así o asá, sino en rehusar aceptar que la realidad sea contradictoria. No es lo mismo rehusar aceptar una tesis que aseverar una negación de esa tesis. Generalmente, es cierto, uno rehusa aceptar una tesis ssi afirma la _super_negación de la misma -o sea: que la tesis en cuestión es, no ya falsa a secas, sino _totalmente_ falsa-. Pero no siempre sucede así (los lógicos intuicionistas rehusan aceptar la verdad del principio de tercio excluso sin por ello dar el paso -que no pueden dar, si quieren sortear la delicuescencia-- de (super)negar la verdad general de dicho principio). Y, desde luego, el mero negar una tesis -el afirmar una negación simple de esa tesis, el resultado de prefijarle un mero 'no'- en modo alguno acarrea el rechazarla: quien dice 'me gusta y no me gusta' niega que le guste, mas no lo rechaza. A un pensamiento que se aferre al RC lo llamaremos 'dignoscitivo'. _Pensamiento dialéctico_ es, en cambio, el que no sólo no es dignoscitivo sino que postula la existencia de determinadas verdades mutuamente contradictorias.

Secc.2.- _Motivaciones teoréticas_

La constitución de lógicas paraconsistentes obedece, históricamente, a una motivación central: la necesidad de elaborar un marco lógico en el cual quepa reconocer la racionalidad -e.e. la compatibilidad con los patrones lógicos, en suma: la coherencia o _solidez_- de teorías que propugnan la contradictorialidad de lo real, e.d. la existencia de verdades mutuamente contradictorias. Hay una florida tradición filosófica que sostiene la contradictorialidad de lo real -como lo he apuntado al final de la Sección precedente-. Además, hay corrientes que, aun sin haber defendido la idea de la contradictorialidad de lo real, vense abocadas a esa conclusión a menos que sacrifiquen tesis importantes del sistema que propugnan; de manera que, en un marco que no condene a la ilogicidad, al absurdo, a cualquier teoría contradictorial, tendrán esos sistemas oportunidades para presentar alegatos a favor de su coherencia.

Muy variadas y complejas son las concepciones contradictoriales; y muchos e intrincados son los motivos filosóficos que -razonablemente, desde algunas perspectivas por lo menos- pueden inducir a la búsqueda de una lógica paraconsistente idónea para ofrecer articulación conveniente a una concepción contradictorialista de lo real. Pocos de esos motivos son comunes a las diversas corrientes contradictorialistas (acaso ninguno lo sea). Sin pretender trazar una lista completa de tales motivos, ni, menos todavía, articular aquí una solución contradictorialista elaborada a los problemas involucrados, voy a enumerar unos cuantos de entre los temas en los que uno u otro pensador contempo ráneo juzga conveniente acudir a un tratamiento contradictorial.

- El problema del movimiento y el cambio (en definitiva, trátase de la paradoja zenoniana de la flecha).
- Los conflictos de valores y deberes: si es obligatorio que p y es obligatorio que no-p, y si un hecho es permitido en la medida en que no es obligatorio abstenerse de hacerlo, entonces resulta la contradicción de ciertos hechos que son obligatorios pese a que, a la vez, está permitido que no tengan lugar -suponiéndose, claro, que esté permitido todo lo obligatorio.
- La existencia de gradualidades, teniendo en cuenta que la gradualidad conlleva la contradicción a menos que para esquivar tal conllevamiento se tomen medidas artificiales y teoréticamente nocivas. (En definitiva, trátase de casos de <u>sorites</u>.)
- Problemas referentes a los conjuntos infinitos: por un lado, el viejo principio de que la parte (propia) no es tan grande como el todo; por otro, la tesis, verdadera a tenor de la matemática de los conjuntos infinitos, de que hay partes propias tan grandes como los todos respectivos. Esas dos verdades son contradictorias entre sí. Luego lo infinito <u>es</u> contradictorio; pero existe. (Sobre todo esto conviene reflexionar en torno a los argumentos de Aristóteles, de Alkindi -en contra de que el tiempo haya carecido de comienzo- y la primera antinomia de Kant.)
- La cuestión del flujo temporal: tomemos el 'ahora' como denotando a un lapso temporal en parte pasado y en parte futuro: ¿ha transcurrido ya? (En parte) sí; (en parte) no; el que en parte sí haya transcurrido no es sino que es parcialmente verdad -verdad, pues- que ha transcurrido; y otro tanto cabe decir sobre su no haber transcurrido. Así pues, el flujo temporal es contradictorio -conclusión nada sorprendente, cuando se tienen presentes las consideraciones de tantos filósofos, de San Agustín a McTaggart, sobre las paradojas del transcurso temporal-. En suma, el antes y el después están sujetos a grados -y, por consiguiente, entrañan contradicciones-.
- Problemas metafísicos como la trabazón entre identidad y alteridad que parece conllevar la <u>relación</u> misma de identidad, una relación que se da entre cada cosa y ella misma, entrañando, pues, una cierta alteridad o no-identidad de la cosa respecto de sí misma.
- El tratamiento gradualístico de las nociones modales (posibilidad, contingencia, necesidad), que permita conciliar -en cierto modo- las consideraciones que abonan a favor de la contingencia -relativa- de ciertos hechos con un necesitarismo mitigado.
- Problemas relativos a los inexistentes, en particular el problema de los (puros) posibles y el que suscita el tratamiento lógico de las afirmaciones sobre personajes litera-

rios. (Aquí cabría incluir la cuestión de necesidad versus contingencia, o -dicho de otro modo- el problema de los grados de posibilidad -y de necesidad-.) Un resultado interesante de un tratamiento contradictorial de los inexistentes es la elaboración de una filosofía de la literatura libre de los defectos de las alternativas en boga.

- Problemas relacionados con la física, como el doble carácter -corpuscular y ondulatorio- de la luz y asimismo ciertas consecuencias del principio de incertidumbre -entendido como principio de "indeterminación", en un sentido técnico bien preciso, en el marco de la teoría de la relatividad-. En este terreno la principal ventaja del empleo de una lógica paraconsistente -sobre todo una lógica tensorial, como la transitiva, o sea: dotada de un functor como 'B', sobre lo cual vide infra, Secc.10- es que permite evitar el recurso a las lógicas cuánticas no distributivas, o sea: las que sacrifican la regla $p+q.r \vdash p.r+.q.r$.
- Problemas suscitados por la defensa de un realismo (gnoseológico) ingenuo y directo -las célebres contradicciones entre diversos testimonios de los sentidos, o entre percepciones y ciertas tesis de teoría física, o entre diversas descripciones usualmente aceptadas de las llamadas 'percepciones no verídicas' (¿se ha oído un ruido aparente o se ha creído oír un ruido real?).
- Otros problemas metafísicos ligados a la concepción de los universales, concretamente el problema de aceptar un realismo de los universales que vea a un universal como existiendo en, con y por los entes que lo ejemplifiquen, y, con todo, entender el universal como una clase o colección en el marco de una teoría de conjuntos matemáticamente fructífera -y que, para serlo, postule una clase vacía a la que corresponda el número cero-, con lo cual resulta que la clase vacía, que existe, existe en y por sus miembros, luego tiene miembros, luego no es (totalmente) vacía; asimismo problemas derivados de reducir -a tenor de ese realismo extensional de los universales, y de un sano principio epistemológico de comedida economía ontológica (no multiplicar los entes más allá de lo conveniente)- cada universal a un conjunto o clase, y a la vez no tener que admitir, más allá de las clases, entidades irreducibles a los conjuntos como dizque serían "agregados", "estructuras", etc. Esos problemas son difíciles, si no imposibles, de resolver, en el marco de una lógica que no tolere ni la gradualidad ni la contradicción; entre otras muchas razones porque aparecerían entonces forzosamente identificados dos conjuntos siempre que abarquen a los mismos miembros, mientras que, en un planteamiento dialéctico, gradualista-contradictorial, requiérese, para la identidad entre "dos" conjuntos, que sea afirmable con verdad de cada ente que éste pertenece a uno de esos "dos" conjuntos en la misma medida en la que pertenece al otro. (Sobre esas cuestiones vide (P:08).)

(Conviene aludir aquí de pasada a una consecuencia del tratamiento de los universales en el marco de un realismo colectivista como el aquí indicado someramente: a no ser que se reconozca la existencia de clases, de colectividades, estará uno obligado a aceptar un punto de vista individualista a tenor del cual toda atribución de un papel, sea el que fuere, a una clase sería o superchería o mero modo inapropiado de hablar, por la buena y sencilla razón de que no habría, en absoluto, clases o colectividades. Y si bien la postulación de existencia de clases o conjuntos no requiere obligatoriamente la aceptación de contradicciones verdaderas, sucede, sin embargo, como lo acabamos de señalar, que la articulación de una teoría adecuada de conjuntos -indispensable para que pueda formularse con rigor un reconocimiento de existencia de clases con conciencia del alcance exacto de ese reconocimiento, mediante una descripción, brindada por la teoría, de las características principales de las clases en general- resulta muy dudosamente viable sin el recurso a una lógica paraconsistente; como también parece muy conveniente, si no imprescindible, ese recurso para poder identificar las clases de que se ocupa la teoría de conjuntos con los grupos, especies, sociedades y colectividades de que se ocupan diversas ciencias.)

- Problemas relacionados con el tratamiento combinatorio de las relaciones -a tenor del cual una relación es una clase tal que el pertenecer un ente a la misma es otro conjunto: el conjunto de los entes con los que ese ente guarda dicha relación-; ese tratamiento requiere un enfoque ontológico no categorial, el cual se desmoronaría en el marco de una lógica superconsistente a no ser que someta a restricciones demasiado brutales el principio de separación -dando así lugar a que la existencia, p.ej., no sea en absoluto una clase universal-.
- Problemas relacionados con el hallazgo de un principio de individuación satisfactorio desde un punto de vista extensionalista o neoextensionalista. Tal hallazgo resultaría de muy dudosa consecución de no reconocerse grados de verdad -y un tratamiento adecuado de los grados nos lleva a la contradicción.
- Defensa de una concepción relacional de la verdad, a tenor de la cual no sólo todas las relaciones son internas, e.d. constitutivas del o los entes que guardan esa relación con otro(s), sino que los únicos constituyentes de un ente son sus relaciones con los demás (trátase, pues, de una concepción fuertemente relacionalista de lo real que está en las antípodas del aislacionismo metafísico). No es seguro que una concepción así requiera forzosamente una lógica paraconsistente -no es seguro que encierre o entrañe afirmaciones mutuamente contradictorias-, pero, en primer lugar, se ha solido vituperar al relacionalismo radical por ser contradictorio (recuérdense los ataques de Russell y

Moore contra Bradley y la tesis de las relaciones internas); y, por otro lado y sobre todo, un relacionalismo contradictorial -e.e. que acepte, además de aquellos principios que se requieren para que la doctrina adoptada sea radicalmente relacionalista, otros que, junto con los anteriores, entrañan contradicciones- parece filosóficamente más plausible y prometedor, pues puede combinar la aceptación de consideraciones que abonan a favor de la postura relacionalista con el reconocimiento justamente de un principio que se suele invocar contra el relacionalismo, a saber: que cada ente es un en-sí y que un en-sí es un algo hasta cierto punto más allá de las relaciones que guarde con los demás entes -pues ni es un mero haz de relaciones, ni se reduce a ese su guardar tales o cuales relaciones con tales o cuales entes, ya que, de serlo, no sería _unum per se_. (Este asunto de la defensa del relacionalismo ontológico no es una mera cuestión "abstracta", puesto que un ideal igualitarista será justificable y coherente únicamente si se acepta que son constitutivas del individuo humano las relaciones que guarde con los demás.)

- Cuestiones ligadas a la construcción de una lingüística filosófica satisfactoria, que incluya un tratamiento convincente de los comparativos, de los modificadores aléticos, de las nominalizaciones y de otros hechos lingüísticos que se han revelado rebeldes a los tratamientos propuestos en el marco de lógicas superconsistentes.
- La conveniencia de recoger y poder articular en un sistema coherente una vieja intuición que cabe llamar _polialetismo_ y _pluriverismo_, el cual, teniendo sus raíces en los presocráticos -Heráclito, Protágoras-, en _El Sofista_ de Platón y en Enesidemo, ha sido atribuido -con o sin fundamento- a los averroístas latinos y alcanzá su desarrollo en el perspectivismo de Nicolás de Cusa, en Leibniz y, con otras modalidades, se halla presente en otros pensadores como Bradley y Ortega: es la idea de una verdad plural, de sistemas complementarios en la verdad, pese a que sean contradictorios _entre sí_, y de la conveniencia de constituir un sistema tan integrador de diversas perspectivas como resulte factible. Ese enfoque puede ser sustentado con un persuasivo argumento epistemológico: como el conocimiento nunca logra tener una justificación radical, cuanto más maximicemos o extendamos la atribución de verdad, así sea parcial nada más, a la más amplia gama de creencias, puntos de vista, enfoques, perspectivas, más motivo o indicio parecemos tener de un estar en un hallarse el hombre _de facto_ en la verdad, con lo cual, a falta de garantía, que ni la hay ni puede nunca llegar a haberla, tenemos al menos una señal plausible de nuestro marchar por derroteros de verdad: en un ambiente de creencias humanas donde la verdad está ampliamente difundida, resulta plausible que -como cada justificación de una creencia se efectúa por con-

traste con otras creencias que se sientan como premisas, partiéndose siempre, en cada caso, de presuposiciones que se dan por sentadas, no pocas veces a causa de su amplia y arraigada aceptación- podemos hallar caminos para, correlacionando diversos pareceres, acceder a mayor verdad. Además de ese argumento, pueden abonar a favor del pluriverismo otras consideraciones epistemológicas y ontológicas. En todo caso, es un enfoque atractivo y que, de no ser por la adopción de una lógica paraconsistente, tiene pocas esperanzas o ninguna de ser coherentemente articulado. Por lo menos es seguro que un perspectivismo o pluriverismo copulativo o integrador -que acepte la conyunción entre diversas perspectivas para, fusionadas, constituir una perspectiva más englobante- será incoherente si toma como lógica subyacente a la lógica clásica u otra lógica superconsistente; y, por muchas razones, sólo puede ser teoréticamente satisfactorio un perspectivismo integrador copulativo -el complementarismo, o teoría de la verdad plural sin conyunción de perspectivas, está sujeto a muy serios reparos. (Por lo demás ese perspectivismo integrador no tiene por qué limitar sus aplicaciones a la filosofía: con el Cusano podemos aplicarlo también, entre otros campos, a la religión y, dejando atrás la asfixiante angostura de una sola religión verdadera, admitir, con Pico de la Mirándola o con Gérard de Nerval, la verdad de diversas religiones, pese a que se contradigan entre sí; vide mi obra (P:09) sobre este punto.)

- En las ciencias surgen una y otra vez contradicciones que o bien se deducen de los principios de una teoría, o bien resultan al extender ésta con (presuntas) nuevas constataciones empíricas. Muy a menudo los cultivadores de las disciplinas en cuestión acaban abandonando aquellas teorías que se han mostrado contradictorias. La adopción de una lógica paraconsistente no los fuerza a conservar esas teorías: pueden desecharlas, ya sea porque comporten otros defectos, ya porque haya alternativas disponibles mejores. Pero esa adopción hace ver que la mera contradictorialidad de una teoría no es motivo razonable para desecharla; de modo que, si son poco plausibles, o poco claras, o demasiado complicadas o rebuscadas, o menos fértiles en aplicaciones o en poder explicativo, las alternativas disponibles frente a la teoría que se haya revelado contradictoria, entonces queda la posibilidad de conservar ésta sin incurrir en ilogicidad.

- En no pocas disciplinas se registran (candidatos a) datos que se contradicen mutuamente. Ante una situación así cabe articular criterios para cribar ese conjunto de presuntos datos y quedarse sólo con un subconjunto propio que sea negacionalmente consistente, o sea: ninguno de cuyos miembros contradiga a otro. Otras veces los datos no se contradicen frontalmente, pero sí se contradicen los resultados de aplicarles ciertos principios de extrapolación que parecen razonables, o bien de utilizarlos como inductos de diferentes criterios de aplicabilidad de un mismo predicado. En esos casos, la estrategia superconsistente se ve llevada a abandonar o debilitar esos principios de extrapolación y a sacrificar o corregir esos criterios de aplicabilidad del predicado en cuestión (cuando no a recurrir a otros expedientes todavía peores, como el complementarismo paralelista, que o bien sacrifica la regla de adjunción, o bien el principio de distributividad de la conyunción sobre la disyunción). Frente a tales estrategias superconsistentes, es lógicamente viable una alternativa que brindan justamente los sistemas paraconsistentes. Varias presuntas constataciones que se contradicen entre sí pueden ser conservadas como genuinas en la base empírica de una teoría; y pueden mantenerse principios y criterios que, al ser alimentados por constataciones empíricas, conduzcan a contradicciones. Generalmente, eso sí, necesitamos matizar tales principios y criterios, o añadirles otros que permitan jerarquizar las conclusiones mutuamente contradictorias por sus grados de verdad, ya que será excepcional que en un par de enunciados mutuamente contradictorios ambos sean tan verdaderos el uno como el otro. (En ciencias históricas y sociales puédese tomar como criterios parciales de jerarquización: la mayor tipicidad -concordancia con el carácter predominante del entorno propio de la acción o clase de acciones cuyo grado de existencia se trate de calibrar-; el mayor bulto o la superioridad numérica de los datos -cuando son éstos suficientemente amplios- que corroboran una de las conclusiones obtenidas por extrapolación (es más verdadera una descripción de una ciudad que responda bien a las condiciones de existencia de la mayoría de su población que otra descripción que responda bien a condiciones de existencia de una minoría privilegiada); y otros similares.

- Las paradojas semánticas y las de teoría de conjuntos. Pero, en este punto, es menester percatarse de que, a menos que, de entre las diversas lógicas paraconsistentes, recaiga nuestra elección en una lógica relevante bastante débil, no es posible resolver *todas* esas paradojas con los recursos que brinda, por sí *sola*, la adopción de un sistema paraconsistente de lógica. (Una discusión algo más explícita de esta cuestión se encuentra más abajo, en la Sección 8ª de este estudio.)
- Dificultades en filosofía de la mente (la admisión y comprensión de la supervivencia en el marco de un enfoque que afirme la identidad entre la actividad mental y la cerebral y considere a los cuerpos como conjuntos de sus partes).
- Una dilucidación racional de la intuición básica de muchas concepciones religiosas -las más de ellas, en verdad-,

que es la coincidencia de los opuestos en ese horizonte máximo de la realidad que es la Existencia misma y sus "atributos" -los aspectos de lo real- o sea: lo divino (Dios, los dioses). (Y, en relación con eso, la solución de las paradojas de la teología filosófica, cual son las contradicciones internas de diversas propiedades o características atribuidas a Dios y, todavía más palmariamente, las contradicciones entre esas diferentes propiedades y características, sin zozobrar en el analogismo, que constituye un sacrificio del ideal racionalista, como lo he mostrado en (P:09).)

El autor de este estudio es, quizá, el único filósofo en estos momentos dispuesto a proponer para todos los problemas enumerados una solución contradictorialista. (Véanse mis trabajos citados en la bibliografía de este ensayo; en ellos he desarrollado tratamientos contradictoriales de los problemas arriba enumerados.) Los dos últimos temas serán juzgados como pseudoproblemas por muchos autores de orientación materialista, por considerar que el materialismo es incompatible con el teísmo y con la tesis de supervivencia, lo cual no tiene por qué ser obligatoriamente cierto si el materialismo es de veras contradictorial, dialéctico (entendiendo 'materialismo' en algún sentido preciso y técnico como el siguiente: todo ente es espaciotemporal y o bien es un cuerpo o bien guarda con algún cuerpo el ancestral del producto relativo entre el ancestral de la relación de abarcamiento conjuntual y el ancestral de la relación de *ser-sobre* -en el sentido en que es sobre un ente, z, un hecho significable por una oración con una ocurrencia fuertemente esencial de una expresión que signifique a z; la noción de *ocurrencia fuertemente esencial* se define también en un sentido técnico riguroso; mientras que la noción de *ancestral* es la estándar). Otros, como da Costa, preferirían hablar, no de gradualidades, sino del problema de la vaguedad, de la franja de indeterminación entre el *sí* y el *no* -cambio de planteamiento que está cargado de consecuencias, en las cuales no puedo entrar aquí, por falta de espacio-. Otros considerarán que motivaciones como la de la identidad, los inexistentes, o los universales y sus relaciones con los singulares, son espúreas y que tomarlas en serio es hundirse en el cenagal metafísico de las discusiones inzanjables. Tampoco es indiscutible que sea relevante la temática física para la adopción de una lógica paraconsistente -muchos objetarán desde una posición de principio, considerando a la lógica como saber a priori, independiente de la ciencia empírica-. No puedo, desde luego, entrar aquí a discutir todo eso. No es ése el proósito de este artículo. Pero no podía dejar de enumerar motivaciones filosóficas que pueden aducirse a favor de la tesis de la contradictorialidad de lo real -desde algún punto de vista, dotado de su coherencia y apoyado en argumentos bien construidos y con premisas no palmariamente desechables sin más y de entrada.

Para cerrar esta Sección debo señalar que no pocas personas, partidarias o no de la paraconsistencia, habrán fruncido el ceño ante el número y la variedad de las motivaciones que nos llevan a abogar por la adopción de una lógica paraconsistente. Y ello por dos razones. La primera es que a muchos les parece poco "científico" el que pueda fundarse la adopción de una lógica en una gama demasiado amplia de problemas (ese enfoque suele acompañar a una concepción instrumentalista de la lógica como manual de reglas de deducción, que ve a cada lógica como válida en un terreno particular; esa concepción me parece equivocada e insostenible: vide (P:17)). La segunda razón es que otros autores ven a la contradicción como un mal que se trata acaso de tolerar pero con tal de que se lo ponga en cuarentena, para evitar que se convierta en mancha de aceite; de ahí que convenga aceptar tan sólo unos poquitos motivos, acaso únicamente uno, para la adopción de teorías contradictoriales, de suerte que sólo en un recinto bien amurallado puedan aparecer contradicciones consideradas como verdaderas. Este segundo recelo se produce sobre todo entre quienes, no admitiendo negación fuerte, carecen de un principio diferenciador de las contradicciones inaceptables (las *super*contradicciones, que contienen negación fuerte) respecto de las otras (siendo ése el caso de la lógica relevantista de Routley, como vamos a ver en las secciones siguientes).

No me es posible contestar aquí a esos dos reparos, salvo con las siguientes consideraciones sumarias. Ante todo, lo que justifique una revolución lógica tiene que consistir en un conjunto amplio y heterogéneo de dificultades que surgen con la aplicación de aquel o aquellos sistemas de lógica que están más comúnmente adoptados, y que se disipan al ser tratadas *todas* ellas con el nuevo enfoque lógico que se propone. *En eso* no difiere la lógica de las demás disciplinas científicas (una nueva teoría científica vendrá tanto más justificada o corroborada cuanto mayor sea su fecundidad explicativa, e.e.: cuanto más numerosos y aparentemente más dispares e inconexos sean los problemas y dificultades previamente encontrados que ayude a resolver, e.d. cuanto menos *ad hoc* resulte). Sin duda la adopción de una lógica paraconsistente constituye una revolución teorética de suma transcendencia -han existido en la historia concepciones contradictoriales, pero ha habido que esperar al segundo tercio del siglo XX para que surjan *lógicas* paraconsistentes, y sólo en este último cuarto de siglo están empezando éstas a alcanzar, por un lado una articulación en sistemas que pueden desempeñar con éxito los diversos cometidos que está llamada a cumplir la lógica pa raconsistente, y por otro lado auge y reconocimiento. Por eso, la motivación que se proponga para la adopción de una lógica así ha de ser mucho más amplia y fuerte que la que se propuso a favor, p.ej., de la lógica intuicionista o de cualquier otra lógica superconsistente aunque no sea clásica, pues todas las lógicas superconsistentes comparten con la clásica su común obediencia aristotélica, e.d. la visión dignoscitiva del mundo que se patentiza en el RC.

Por otro lado paréceme muy erróneos e infundados los escrúpulos y recelos que llevan a otros autores a desconfiar de toda justificación de la paraconsistencia -o de cualquier otro cambio radical de teoría lógica- que sea "demasiado ambiciosa": la concepción de la lógica como manual de reglas de deducción se tambalea ante argumentos con difícil vuelta de hoja; tampoco resiste fácilmente a la crítica el localismo u oportunismo lógico ("¡Cada lógica a lo suyo!"); ni es forzosamente más "científica" una empresa teorética cuanto más modesta sea (ese chato y romo punto de vista llevaría a un conservadurismo teorético asfixiante); por último, la colocación en cuarentena de las contradicciones aceptables pierde toda razón de ser cuando se reconocen dos negaciones diversas, una de ellas fuerte, y con ello se patentiza la diferencia entre meras contradicciones y supercontradicciones; las primeras no tienen por qué ser confinadas a un coto cerrado; y las segundas tienen que ser rechazadas por doquier.

Secc.3.- Las lógicas paraconsistentes

La primera lógica paraconsistente (aunque lo era sólo en sentido muy lato) en ser construida fue el sistema de lógica mínima de Johansson, en 1936 (vide (J:02)). Ese sistema era una extensión del cálculo sentencial positivo -que es el conjunto de aquellos teoremas del cálculo sentencial intuicionista que no contienen ninguna ocurrencia del functor de negación-, resultando de ese cálculo sin más que añadir el principio de contraposición: pCqC.∿qC∿p (donde '∿' es el functor de negación de ese sistema.) La construcción de ese sistema no obedecía, desde luego, a ningún motivo ligado a la formalización de la dialéctica, sino tan sólo a una concepción de constructividad menos laxa que la de Heyting, el codificador del principal sistema de lógica intuicionista. Por otro lado, la lógica de Johansson tiene una "negación" demasiado pobre e impotente y constituye un sistema de escaso potencial deductivo. Con todo desbrozaba un camino. Por otro lado, y pese a ser tan pobre ese functor de negación, resulta que cualquier extensión de esa lógica que tenga una contradicción -un par de teoremas uno de los cuales sea negación del otro- será un sistema negacionalmente saturado, e.d. cada enunciado que comience con una negación será un teorema del mismo. Un sistema así es *gorgiano* porque entroniza el principio de Gorgias de que nada es verdad; pero, siendo contradictorial, admite también que algunas cosas son, además, verdaderas, y no está dicho de antemano cuáles lo sean ni, menos, que todas hayan de serlo. No comparto la opinión de quienes de antemano rechazan airados los sistemas negacionalmente saturados como carentes de interés. (Un sistema negacionalmente saturado es el que propone Grana en (G:02).) El asunto merece más cuidadosa argumentación y discusión. Pero, desde luego, son más interesantes, *caeteris paribus*, los sistemas no negacionalmente saturados y, en este estudio, voy en adelante a ceñirme a ellos.

El segundo sistema de lógica paraconsistente fue elaborado por el lógico polaco St. Jaśkowski en 1948. Ese sistema, llamado 'lógica discusiva' y expuesto en (J:01) ha sido muy estudiado por la escuela polaca de lógica paraconsistente, formada por Kotas, Dubikajtis y muchos otros investigadores y también por el lógico brasileño da Costa (vide (C:05)). La idea central del mismo es la de partir de un cálculo modal clásico, como S5 -el más fuerte sistema modal de los llamados 'normales'- y construir una teoría -negacionalmente inconsistente- en la que se tomen como verdaderas todas las fórmulas que en ese cálculo modal clásico sean aléticamente posibles (o sea: tales que, al serles prefijado el operador 'es aléticamente posible que', el resultado es, en cada caso, un teorema de la teoría). Se sacrifica, eso sí, la regla de adjunción para la conyunción usual, pero se introducen definicionalmente nuevos functores, con características idóneas para el fin que se persigue. Jaśkowski llamó a su sistema 'discusivo' porque la interpretación del mismo que él preconizaba era la de ver en cada afirmación una tesis defendible desde un punto de vista sustentable; de suerte que el sistema permite poner juntos, en una teoría, los puntos de vista de varios interlocutores que discuten. (Jaśkowski señaló también, no obstante, otras motivaciones alternativas para la construcción de una lógica así, mencionando entre ellas explícitamente la formalización de la dialéctica.) Como se ve, pues, ese sistema incorpora, en un plano riguroso y axiomatizable, un enfoque pluriverista o perspectivista que es integrador mas, sin embargo, no copulativo: se integran las diversas perspectivas en una perspectiva englobante, pero ésta no contiene nada que no estuviera previamente en una u otra de las diversas perspectivas así integradas. No hay, pues, síntesis de perspectivas. El sistema presenta justamente el inconveniente de tener que sacrificar la regla de adjunción, un sacrificio de lo más costoso y que entraña graves consecuencias. A causa de tal sacrificio, la lógica discusiva de Jaśkowski no puede servir como lógica subyacente de teorías contradictoriales, pues ese sacrificio hace al sistema jaśkowskiano un sistema no copulativo. Y los sistemas no copulativos presentan la singularidad de que lo que es verdad tomado por separado pasa a ser (totalmente) falso al tomarlo junto. En el espíritu de Jaśkowski eso se explica porque cada afirmación por separado que se haga es legítima desde un punto de vista, aunque la conyunción de dos de tales afirmaciones no sea legítima desde ningún punto de vista.

Además, ese sacrificio no está aislado. En el sistema de Jaśkowski falla el teorema: p→.q→.p.q (donde '→' es el único functor condicional del sistema dotado de la regla del MP: p→q , p ⊢q; y '.' es la conyunción normal, que difiere de la "conyunción discusiva"). Y en ese sistema se validan las inferencias: p.∼p ⊢q ('∼' es la negación normal del sistema -aunque se definen en el sistema otras negaciones) y ∼(p+∼p) ⊢q. Desde el punto de vista paraconsistencialista ambas reglas de deducción son desastrosas: la primera es una versión de la regla de Escoto o PseudoEscoto, que dice que de una contradicción se sigue cualquier cosa por absurda que sea (es esa regla lo que caracteriza a un sistema como superconsistente; lo que pasa es que el sistema discusivo logra no despeñarse en la superconsistencia únicamente gracias a su no copulatividad). La segunda dice que de la falsedad de una instancia del tercio excluso se sigue cualquier cosa -incluso cualquier aberración-. Ahora bien, uno de los principales motivos -el principal, diría yo- para adoptar una lógica paraconsistente es el tratamiento de lo difuso, de lo gradual, un tratamiento que, en vez de condenarnos al silencio en aquellos casos en que no tengamos ni verdad total ni total falsedad, nos permite decir, en tales casos, lo que normalmente diríamos: que la situación en cuestión ni se da ni deja de darse, o sea: que no es verdad que se da o no se da. Por De Morgan (nuestra condición 5ii) de la Secc.1 del presente estudio) e involutividad de la negación simple (nuestra condición 5iii)) ello equivale a una contradicción; pero, ya sin llegar a esa presentación contradictoria, partiendo meramente de lo inicialmente dicho (no: p o no-p) se deduciría, según el sistema de Jaśkowski, cualquier cosa, por absurda que sea. Un sistema así no puede ser un sistema paraconsistente útil para los fines que la paraconsistencia trata de servir, ante todo un tratamiento de lo difuso que no nos constriña a inefabilidad. Claro que en el sistema se definen otros functores de conyunción y de disyunción; pero con ellos se pierden algunas de las propiedades que caracterizan a un functor como eso, como conyunción y disyunción; y el que en esos resultados inaceptables esté involucrada la negación simple del sistema discusivo muestra que ésta no es una negación dialéctica, o sea: una negación que sea hasta cierto punto compatible con la afirmación; la negación jaśkowskiana simple es tan sólo "compatible" con la afirmación si afirmación y negación son verdaderas en diferentes aspectos, o sea: cada una por separado, pero no juntamente. (En ese sentido, claro, cualesquiera dos tesis son -en la óptica jaśkowskiana- compatibles: con tal de que no se mezclen ni entren en contacto, sino que cada una quede confinada en su propia perspectiva.) Claro que pueden serlo juntamente si la conyunción con la que se las conjunta es la que han introducido da Costa, Dubikajtis y Kotas en nuevas presentaciones del sistema de Jaśkowski, '&', que definimos así: "p&q" abrevia a: "Es posible que p, y q" (o sea: sucediendo, desde una cierta perspectiva, que p, q"). Pero no puede ser ésta la conyunción normal o básica, pues se pierden con ella las inferencias siguientes: ∿p ⊢∿(p&q); ∿p&.∿q ⊢∿(p+q); ∿p+∿q ⊢∿(p&q). (Todas esas inferencias son válidas si tomamos '.' en vez de '&' y 'N' en vez de '∿', en un sistema saludable, como lo definimos en la Secc. 1.) Si queremos enmendar el asunto sustituyendo '+' por una "disyunción" 'V' definida así: "pVq" abrevia a "∿(∿p&∿q)", entonces surgirán muchos otros resultados inadmisibles, aunque se subsanen algunos de los defectos arriba apuntados; p.ej., se pierden las inferencias p ⊢pVq (adición), p&rV.q&r ⊢pVq&r (distributividad). Peor es la cosa cuando se pasa al cálculo cuantificacional, pues no se tienen las inferencias, intuitivamente válidas: Ex∿p ⊢∿Uxp; Ux∿p ⊢∿Exp. (De ahora en adelante "Ux" se leerá "Todo ente x es tal que"; y "Ex" se lee: "Hay (por lo menos) (alg)ún ente, x, tal que".)

Además, como lo han probado Priest y Routley en (P:19), cap.5.2.I, en el sistema discusivo de Jaśkowski no hay deducciones que sean irreduciblemente a partir de varias premisas, sino que, si una conclusión se deduce de un conjunto finito de premisas, también se deduce entonces de una sola de entre esas premisas. De suerte que los razonamientos habituales son validados por ese sistema de lógica sólo a costa de trivializarlos en cierto sentido: si es verdad que vale el MP (p→q , p ⊢q), eso sucede porque en cada caso (para cada par de oraciones "p" y "q") o bien es una inferencia válida p→q ⊢q o bien lo es p ⊢q. Como cada afirmación por separado expresa un punto de vista, quiere decirse que los diversos puntos de vista o las diversas perspectivas no se combinan para entrañar deductivamente conclusión alguna: cada perspectiva es incombinable con las demás y está deductivamente aislada.

Por último, el único condicional para el que Jaśkowski acepta el MP, '→', es anómalo, pues fallan las inferencias: p.q→r ⊢p→r+.q→r y p.q→r ⊢p→.q→r. Y podemos considerar que la validez de esa regla de deducción es uno de los rasgos que hacen de un functor '→' un condicional.

Por todo ello, el sistema discusivo de Jaśkowski no es una lógica paraconsistente propiamente dicha y no tiene aplicabilidad para el tratamiento de algunos de los principales problemas con que tiene que habérselas una lógica paraconsistente.

En 1952, y obedeciendo a otras motivaciones, otro lógico polaco, B. Sobociński, puso en pie un sistema que también resulta ser paraconsistente en sentido lato, pues en él no es derivable la regla de Escoto (o sea: no son válidas todas las inferencias del tipo: p , $\sim p \vdash q$). Pero el sistema sacrifica principios tan valiosos como el de simplificación ("Si p y q, entonces p") y el de adición ("Si p, entonces: p o q"). (Sobre el sistema de Sobociński, vide (S:01) y también (R:01), p.70.)

Todos los sistemas citados hasta ahora quedarán fuera de nuestra presente indagación. Los que vamos a estudiar comparativamente son tres: los de da Costa, Routley y el autor de este artículo. Da Costa, el gran lógico brasileño, inició sus investigaciones conducentes a la puesta en pie de lógicas paraconsistentes durante los años 50, siendo todavía estudiante (vide (C:01)). Ha elaborado un gran número de sistemas paraconsistentes -si bien los más de ellos lo son sólo en sentido lato-, pero su principal aporte lo han constituido los sistemas de la Serie C_n, donde n es o bien un número finito o bien ∞ (vide (C:01), (C:02), (C:03), (C:04), así como mis análisis de esos y otros sistemas de da Costa en (P:01), Lib.II, cap.II). El sistema C_∞ es muy débil, pues -a diferencia de los demás- no tiene todo el poder inferencial de la lógica clásica. Por ello, nos limitaremos a C_n, para n finito. Y sobre todo vamos a estudiar el que el propio da Costa parece favorecer, C_1.

Richard Routley es la máxima figura de la lógica en Australia. Su sistema es una lógica relevante. La lógica relevante es una corriente surgida en primer lugar en EE. UU. (vide (A:01)) con el propósito de podar los teoremas y reglas clásicamente correctos sobre el condicional, evitando las "irrelevancias" -p.ej., el principio "uerum e quolibet": "Si es verdad que p, entonces: si q, p". Toda lógica relevante es paraconsistente al menos en un sentido muy lato. Pero al hablar aquí de la lógica relevante aludiremos tan sólo al sistema DL de Routley -cuya producción lógica no se ciñe a ese sistema, ni mucho menos, pero cuya posición filosófica actual sí parece apadrinar a ese sistema como el sistema lógico correcto y adecuado-.

Independientemente en principio de esas dos corrientes lógicas -la brasileña de da Costa y la relevantista- surgió la familia de sistemas *A* puestos en pie por el autor de este trabajo y que han acabado recibiendo la denominación de 'lógica transitiva'. Destellos de las ideas que conducirían a tal elaboración afloraron en 1963 o 1964. Pero las circunstancias que imperaban en aquel entonces bloquearon por el momento el desarrollo de esa línea de investigación, la cual, reanudada tras una interrupción de ocho años, culminó en 1977 con la construcción del primer sistema de esa familia, *Am*. Los otros sistemas *A* han surgido de ese primer brote mediante rectificaciones, restricciones y ampliaciones; pero todos ellos están estrechamente emparentados y son afines. Al hablar del sistema *A* me referiré a aquel que en este momento está siendo desarrollado y parece más adecuado -el cálculo sentencial *Aj*, base de la teoría de conjuntos *Adu*.

Aparte de los tres enfoques aludidos incorporados en sendos sistemas, existen hoy muchos aportes a la lógica paraconsistente. Ante todo, cabe mencionar que los dos primeros de esos tres enfoques han sido desarrollados y estudiados por otros investigadores. Del grupo australiano forman parte: G. Priest -que ha construido un sistema paraconsistente, LP, sin ningún functor condicional dotado de la condición del MP (vide (P:18))-, R.K. Meyer, V. Routley, C. Mortensen, etc. El grupo brasileño es una pléyade en la que sobresale A. Arruda, la gran estudiosa de teorías de conjuntos contradictoriales, cuya reciente muerte ha constituido una pérdida tan lamentable; otros representantes de ese grupo son I. d'Ottaviano, E. Alves, Sette, Raggio, Loparic, Lopes de Santos; y afín a la orientación de da Costa está el sistema, también paraconsistente, del lógico belga D.Batens (vide (B:01)). En otras orientaciones, también paraconsistentes, unas en sentido estricto y otras en sentido lato, trabajan otros lógicos en EE.UU., Italia, Bulgaria y otros países. Concretamente quiero citar el reciente aporte del lógico búlgaro Jristo Smolenov, en (S:02): es un sistema un poco en la línea de Jaśkowski, en el cual se agrupan los axiomas en dos grupos no disjuntos pero tales que en cada deducción deben sobreentenderse o presuponerse como vigentes sólo los axiomas de uno de los dos gruposmás aquellos teoremas que se hayan deducido sólo a partir de ellos y sólo presuponiéndolos a ellos como vigentes. Así pues, nunca se llegan a fundir, ni siquiera a mezclar, en una síntesis esos dos grupos de axiomas. El proyecto es ingenioso, sí, pero adolece de muchos defectos -parecidos a los que aquejan al enfoque discusivo, si bien curiosamente el sistema de Smolenov es copulativo-; uno de los dos grupos de axiomas es muy débil y permite probar pocos resultados interesantes, siendo justamente ése el que se aplica para casos de verdades dialécticas, con lo cual quedan estas verdades reducidas a impotencia y esterilidad inferencial; el procedimiento es engorroso y en la práctica dudosamente aplicable; la necesidad de constreñir hasta dentro del propio sistema de lógica las deducciones de tal manera que se sobreentienda en cada una de ellas la vigencia de un grupo de axiomas y teoremas constituye una desviación acaso excesiva respecto del proceder de la lógica matemática corriente y marca una ruptura con el ideal de una deducción lógica cuya validez sea independiente del contexto, ideal que se ha revelado fructífero; ese sistema carece al parecer de procedimientos de reducción al absurdo (que es también uno de los defectos -como veremos- de la lógica relevante); se pierde ese vínculo o paralelo entre deducibilidad y validez de teoremas condicionales en que consiste la validez (de una u otra versión) del metateorema de la deducción, a menos que se incurra en regresión al infinito; por último, el motivo aducido por Smolenov de capturar una de las ideas de la dialéctica marxista no parece adecuadamente servido con ese enfoque, justamente porque no es sintético. (Para una exposición panorámica del desarrollo reciente de las lógicas paraconsistentes vide los trabajos de Arruda (A:03) y (A:05).) Una ramificación más reciente la constituye la obra del lógico italiano Nicola Grana, cuyo sistema IDL es a la vez paraconsistente e intuicionista. Sobre ese enfoque y sobre el de Bunder, que también tiene esa doble característica, haré un análisis en un estudio posterior dedicado a la relación entre intuicionismo y paraconsistencia.

Secc.4.- <u>Inclusión de las lecturas en la definición de una lógica: las diversas lógicas clásicas</u>

A efectos tanto de entender qué es un sistema de lógica y cuál es la orientación filosófica de quien lo profesa como de poder comparar mejor diferentes sistemas de lógica, es preferible definir un sistema de lógica no del modo usual, sino de tal manera que entren en la definición del mismo <u>las lecturas</u> que se propongan -por los adeptos del sistema lógico de que se trate- de los signos primitivos del sistema. Así pues, diremos que una teoría L es un cuarteto ordenado $<V,F,T,R>$ tal que: R,F y T son como se dijo en la Secc.1, mientras que V es un conjunto de pares ordenados, cada uno de los cuales comprende, como miembro izquierdo, a un <u>signo primitivo</u> de L y, como miembro derecho, a una expresión de la lengua natural que se toma como una lectura del signo en cuestión. Surgen aquí tres dificultades: 1ª) ¿de qué lengua natural se trata? Esta dificultad cabe afrontarla postulando un "idioma canónico" y luego presuponiendo una traducción dada del mismo a otros idiomas igualmente naturales. Las dificultades que encierra tal proceder no me parecen redhibitorias. 2ª) ¿Hay una lectura única <u>y diferente</u> para cada signo primitivo del sistema lógico? En otros términos: entre el conjunto de lecturas y el de los signos primitivos ¿hay una biyección? ¿O hay al menos una sobreyección (funcional, o sea monovavalente) del conjunto de lecturas al de signos primitivos? Aunque pueden esgrimirse argumentos que lo pongan en duda, por lo menos para ciertas lógicas, voy a suponer -por parecerme más verosímil y defendible- que efectivamente se da la sobreyección funcional aludida, o -lo que es lo mismo- que a cada signo primitivo le corresponde al menos una lectura, y que, si una lectura corresponde a un signo, no corresponde a ningún otro signo.

La tercera dificultad es que, aunque, así definidos, dos sistemas sean idénticos, pueden empero diferir por las lecturas que den a signos no primitivos. Siendo ello así, como efectivamente puede que lo sea, habría que modificar la definición de un sistema. Podría modificarse, incluyendo en *V* a todos los pares ordenados cuyo miembro izquierdo sea un signo (primitivo o definido) del sistema y cuyo miembro derecho sea una lectura del mismo en lengua natural; mas ese procedimiento es de dudosa articulabilidad, por lo menos si se desea mantener la recursividad, que (aun cuando a la postre puede y hasta debe ser sacrificada, como lo indicaré más abajo, en la Secc.8) en este plano del mero vocabulario sí parece deseable que se mantenga. En un sistema en el que es finito el número de functores definibles no equivalentes entre sí, no hay problema: basta con dar en *V* una lista exhaustiva -aunque ello complica las cosas, pues, para confeccionar esa lista, habrá que tomar en cuenta las reglas de formación, por lo que acaso sería mejor arbitrar otro procedimiento; en todo caso, son cuestiones de poca monta (en esos casos de número finito de functores introducibles). Sin duda los sistemas lógicos más prometedores y con mayor futuro no son así, sino que pueden introducirse en ellos infinidad de functores -para que puedan responder a la infinita complejidad y riqueza de matices veritativos de la realidad y de la lengua natural. Sin embargo, como hoy por hoy sólo la lógica transitiva es un sistema así -con un número infinito de functores definicionalmente introducibles no equivalentes entre sí-, podemos soslayar esa dificultad, o dejarla sin zanjar de momento. Para nuestro propósito, podemos tomar, en un sistema con un número finito de signos introducibles, a todos esos signos como primitivos, para ahorrarnos complicaciones.

Una teoría *L* es un sistema de lógica ssi cumple la condición adicional de que los miembros derechos de los pares pertenecientes a *V* estén tomados de un conjunto acotado de expresiones -intuitivamente, de expresiones con un ámbito universal de aplicabilidad, o sea: que no pertenecen al vocabulario específico de ningún saber particular-. Diferentes concepciones de la lógica propondrán, claro está, diversos inventarios de tales expresiones.

La importancia de haber hecho entrar en la definición de una lógica (o de cualquier teoría formalizada, o sea:

expuesta en notación simbólica) a las lecturas en lengua natural es que sólo así cabe llevar a cabo una discusión filosóficamente fructífera del tenor y el perfil de una u otra lógica, de la alternatividad entre ellas y de lo que significa adoptar una lógica en vez de otra: es una decisión, no de escribir unos garabatos en vez de otros, sino de profesar la verdad de unas tesis (onto)lógicas sistemáticamente ligadas, en lugar de tesis alternativas.

Con arreglo a esta precisión, cabe ahora introducir un distingo entre varias "lógicas clásicas", a cada una de las cuales le es peculiar un determinado modo de leer los signos primitivos. Llamaré 'lógica clásica canónica' (o 'la lógica clásica' por antonomasia) a aquella que asocia al functor '∼' clásico la lectura 'no'; al functor '.' la lectura 'y'; al functor '+' la lectura 'o'; y al functor 'C' la lectura 'sólo si'. Así entendida, la lógica clásica es rechazada por todos los sistemas no clásicos de lógica, incluidos los sistemas paraconsistentes; mientras que, por el contrario, son desarrollos de "la" lógica clásica las lógicas intensionales clásicas -modales, temporales, epistémicas, deónticas, etc.-, pues son <u>extensiones obedientes</u> de la lógica clásica (canónica), donde una teoría T es extensión obediente de una teoría T' ssi, además de ser una extensión recia de T', cada signo de T' conserva en T su(s) misma(s) lectura(s). (Y, dada la complicación que hemos introducido en la definición de una teoría, por haber incluido en la misma un conjunto de lecturas en lengua natural, debemos precisar que una teoría es extensión recia de otra ssi lo sería en el caso de que hubiéramos definido a las teorías sin tener en cuenta a las lecturas; este modo relajado de expresar la relación de que nos ocupamos puede, claro está, ser abandonado, definiéndose la relación de extensión recia en términos más rigurosos, pero acaso más crípticos.)

A decir verdad, sería menester introducir otra complicación suplementaria: una lógica puede incluir, en su conjunto *V*, dos o más pares con el mismo miembro izquierdo; o sea: puede proponer varias lecturas para un mismo signo (pues todo lo que hemos postulado es una sobreyección del conjunto de las lecturas sobre el de signos primitivos, mas no una biyección); y es posible que otra lógica incluya en su respectivo *V* alguno de esos pares, pero no otros. Eso es lo que sucede a menudo en el tránsito de la lógica clásica a otras lógicas: en la lógica clásica canónica, pudiéramos incluir en *V*, además del par <∼,no>, el par <∼,no... en absoluto>; pues, desconociendo el clasicista la existencia de grados de verdad, para él todo negar es un negar por completo, como todo afirmar es un afirmar como totalmente verdadero lo que se asevera. Por el contrario, una lógica como los sistemas transitivos de la familia *A* diferencia escrupulosamente ambas lecturas, de suerte que ningún signo puede recibirlas ambas. Si, desde el punto de vista clásico, la diferencia entre 'no' y 'no...en absoluto' es meramente estilística o pragmática, tal diferencia es, en cambio, desde el ángulo gradualista-dialéctico, semántica -afecta, pues, a la verdad, no sólo a la oportunidad o efectividad comunicacional de lo que se diga-.

Y no es la indicada la única bifurcación de lecturas que, asociadas al mismo signo clásico en las lecturas usuales, ven separados sus destinos en los sistemas *A*, donde pasan a corresponder a signos diferentes. Otro caso similar es el de 'sólo si' y 'que---implica que...'; clásicamente, se los considera como alomorfos en distribución libre; en la lógica transitiva *A*, son las lecturas respectivas del condicional 'C' y de la implicación 'D', con características muy diferentes.

Para evitar el enzarzarnos en muchas complicaciones sobre este punto, diremos que una teoría es una extensión obediente de otra sólo si mantiene <u>todas</u> las lecturas que ésta última daba a cada uno de sus <u>propios</u> signos. Intuitivamente, esto significa que una extensión obediente de otra va a formalizar de la misma manera <u>todas</u> aquellas oraciones de la lengua natural que pudieran <u>ser</u> formalizadas por la última; mientras que una extensión "desobediente" de una teoría, aun formalizando igual que la teoría dada muchos enunciados, formalizará otros de manera diferente. (P.ej., los sistemas *A* formalizan igual que la lógica clásica enunciados en que sólo estén involucrados la negación 'no...en absoluto' y otros functores clásicos; pero formaliza de manera diferente, con signos que son desconocidos en la lógica clásica, enunciados con ocurrencias del mero 'no'.) El error de la lógica clásica canónica estriba, pues, en incluir en su vocabulario, al menos como una de las lecturas de su signo '∼', la negación simple 'no', en vez de incluir (únicamente) la negación fuerte, 'no...en absoluto'.

Si modificamos una u otra de las lecturas de la lógica clásica canónica, tenemos versiones no canónicas de la lógica clásica. Los dos candidatos, a este respecto, son: un cambio de lectura de '∼' y un cambio de lectura de 'C'.

Secc.5.- <u>Cotejo de los tres enfoques paraconsistentes</u>

Podríamos tratar de clasificar ahora a las tres corrientes principales de la lógica paraconsistente de conformidad con la opción que tomaron en este punto -o, mejor dicho, con la que parece razonable atribuirles, cuando sus autores no hayan sido explícitos al respecto (pues da Costa, en particular, no se ha pronunciado explícitamente sobre la lectura del signo de negación de la lógica clásica ni sobre la de aquellos signos de cada uno de sus propios sistemas, que tienen todas las propiedades de la negación clásica, diciendo tan sólo que se trata de negación fuerte)-. Y, con arreglo a eso, cabe decir: lo que hacen, de consuno, la(s) lógica(s) de da Costa y el sistema *A* es, manteniendo la lectura canónica de 'C', proponer como lectura del '∿' clásico algo diferente del mero 'no'; ese algo es en el caso del sistema *A*, 'no...en absoluto' o 'es del todo falso que' (en el caso de da Costa, la negación fuerte parece carecer de lectura en lengua natural, y eso nos retrotrae a la primera de las dificultades evocadas al comienzo de la Sección anterior: la existencia de sistemas que no brindan lectura idiomática alguna para ciertos signos; pero siempre puede leerse esa negación fuerte con una larga perífrasis, al reducir a notación primitiva; en todo caso, en el punto que ahora tocamos se basa uno de nuestros reparos al sistema de da Costa; vide infra, Secc.9); mientras que lo que hacen los sistemas paraconsistentes relevantistas, como el de Routley, es, manteniendo la lectura canónica de '∿', proponer para el condicional clásico una lectura no condicional: "pCq" leeráse, pues: "no p a menos que q". Para ese signo, el relevantismo abandona la regla del MP (a saber: p , pCq $\vdash$q).

De ahí que, mientras los sistemas C_n (para n finito) de da Costa, lo mismo que los sistemas transitivos *A*, son extensiones recias de la lógica clásica, las lógicas relevantes no lo son. Así pues, hay un reproche que, si bien puede ser dirigido al relevantismo, no está justificado contra las otras dos corrientes: el de debilitar la lógica clásica, en el sentido de producir un sistema lógico más débil, con menor poder inferencial o deductivo, que la lógica clásica. No lo está, claro, a menos que se exija, para reconocer a una teoría un poder inferencial no inferior al de otra, que la primera sea una extensión obediente de la segunda, o sea: que ofrezca la misma capacidad deductiva para las mismas premisas de la lengua natural, una vez formalizadas; pero esta exigencia resultaría muy pozo razonable, sobre todo teniéndose en cuenta el hecho de la "bifurcación" de lecturas: la lógica clásica (canónica) no diferencia formalizaciones de ciertas oraciones de la lengua natural que, en cambio, se formalizan de manera diferente en un sistema como *A*. Sea ahora un conjunto de premisas -en lengua natural-, de las que puede deducirse una determinada conclusión en la lógica clásica; es posible, naturalmente, que esa inferencia no sea válida según uno de los sistemas *A*, pero sí sucederá que, una vez formalizadas clásicamente esas premisas, habrá una lectura clásicamente aceptable de las mismas cuya formalización en *A* sí entrañe lógicamente -según *A*- a la formalización en *A* de una de las lecturas clásicamente aceptables de la fórmula de lógica clásica con la que se formalizaba a la conclusión considerada. Sucediendo ello así, paréceme bastante palmario que los sistemas *A* deben ser reconocidos como poseyendo al menos tanto poder inferencial como la lógica clásica. Y lo mismo sucede con los sistemas *C* de da Costa.

El hilo de las consideraciones precedentes nos lleva a concluír que, mientras, para los sistemas *C* lo mismo que para los sistemas *A*, lo que hay de erróneo en la lógica clásica canónica se centra en el tratamiento de las negaciones, en la confusión entre diversas negaciones, en tanto que la lógica clásica está como hace falta en lo tocante a functores afirmativos (conyunción, disyunción y condicional -con la particularidad, en el caso de *A*, de que el condicional clásico está bien sólo si no se ve en él una implicación-), en cambio el foco de la divergencia entre el relevantismo y la lógica clásica lo constituye el condicional. Si el relevantista rechaza el principio de Escoto y la delicuescencia a que éste condena a toda teoría contradictorial no es por una discrepancia respecto del clasicista en lo tocante a la negación misma y a la relación entre ésta y la afirmación -o, dicho con referencia al plano ontológico, en lo tocante a la relación entre hechos positivos y negativos, o entre un hecho y aquel otro hecho que sea una negación (simple, natural) del anterior-; antes bien, ese rechazo viene en el caso de los relevantistas, dictado por una concepción no clásica del entrañamiento y, por ende, de la inferibilidad en general -con o sin intervención de la negación en las premisas-. A mi modo de ver, revela eso que, por su motivación filosófica, por su tendencia, el relevantismo no es dialéctico -aunque sí desean que lo sea algunos de sus adeptos, como Routley-: no ha sido suscitada, en efecto, esa corriente por una revisión del enfoque clasicista sobre el 'no'; e.e. no se deriva de un enfoque no clásico sobre la relación entre el 'sí' y el 'no', entre el ser y el no-ser. Si bien Routley ha incursionado en el campo de la relación entre el ser y el no-ser, enarbolando el estandarte contradictorial -en una segunda etapa, e.d. tras haber abordado esa temática dentro de moldes que no daban cabida a la contradicción-, su misma concepción del no-ser es clasicista, absolutista, excluidora de grados y, además, las contradicciones verdaderas que él reconoce a ciertos inexistentes no incluyen la de ser, a la vez, existentes e inexistentes: no va, para él, el existir, cuando se da, acompañado del no existir; no hay en él flexibilización, fluidificación, de la frontera entre ser y no-ser; sólo hay una explotación de la paraconsistencia para evitar que una teoría meinongiana de inexistentes (puros y totales) se desmorone por la aplicación de reglas clásicas -por razones que no tienen por qué involucrar forzosamente a la negación, ni menos aún a la negación de existencia-.

Por el contrario, es empresa común de los sistemas de da Costa y de los míos el contribuir a enfocar de manera no clásica la negación misma, sin mellar el poder inferencial de la lógica clásica. Donde se sitúa la divergencia entre el enfoque de da Costa y el mío es en el modo de entender la negación no clásica -y, más hondamente, en el modo de entender la verdad y la falsedad-. De eso ya hablaré en la Sección 7 de este artículo.

Secc.6.- Convergencias y divergencias entre los enfoques relevantista y transitivista

No entra en los límites del presente artículo dilucidar la naturaleza y las propiedades del condicional relevantístico, ni examinar las raíces y consecuencias del rechazo relevantista del condicional clásico. Abordaré esos temas en un artículo posterior. Vale, no obstante, la pena hacer un par de indicaciones al respecto.

Lo más característico del condicional relevantístico es el sacrificio del principio "uerum e quolibet": pC.qCp, o, en notación relevante, "p→.q→p"(que se lee: si es verdad que p, entonces: q sólo si p). La justificación de ese principio es que, supuesta la verdad o existencia de un hecho, entonces, que otro hecho o presunto hecho cualquiera sea real o no, existe el primer hecho. Ahora bien, el condicional clásico se ocupa tan sólo de condiciones de verdad, entendidas extensionalmente: todo lo que hace falta para la verdad de "si p, entonces q" o su equivalente "p sólo si q" es que sea falso que, sucediendo que p, no suceda que q ; o sea: que, o bien sea del todo falso que p, o bien sea cierto que q. Los relevantistas exigen, para la verdad de un enunciado condicional, que se dé un nexo especial de "significado" entre la prótasis y la apódosis, consistente en que el significado de la prótasis contenga o envuelva al de la apódosis. La oscuridad que rodea a esas nociones de significado y de continencia o envolvimiento no viene disipada con el diseño de modelos matemáticos -como estructuras de mundos-posibles, a lo Kripke, en las que se han definido ciertas relaciones más complicadas que la relación clásica de accesibilidad-.

Frente al functor condicional clásico, que está determinado extensionalmente por las condiciones de verdad en el mundo real -consistiendo la extensionalidad de algo en que sólo cuente para su verdad o existencia lo que de hecho suceda o deje de suceder en la realidad-, el condicional o entrañamiento relevante es, no ya intensional, sino ultramodal, pues no basta para la verdad de "si p, entonces q", en sentido relevantístico, el que en cada situación o mundo posible en el que suceda que p también suceda que q, sino que, más allá de tal condición, es menester que se dé ese (a mi modo de ver enigmático) nexo de significado, que tengan algo que ver intrínsecamente -por expresarlo en términos acaso sugerentes, aunque no esclarecedores- la prótasis con la apódosis, pero con un *tener que ver* que sea justamente el entrañamiento lógico de la segunda por la primera (donde, por supuesto, ya no cabe dilucidar más ampliamente qué sea eso de *entrañamiento*, ni todavía menos, lo de *lógico*). Me temo que esta presentación de la posición relevantista no sea considerada por los adeptos de la misma como objetiva y justa; pero me he esforzado por exponerla de manera persuasiva y en términos susceptibles de evocar ese no-sé-qué que sería el nexo condicional o entrañamiento relevantísticamente concebido.

La puesta en pie del entrañamiento relevantístico no obedece, ni mucho menos, a los mismos motivos que la introducción, en los sistemas *A*, del functor *implicacional* 'D'. Este último es, simplemente, un functor de comparación de grado de verdad: "pDq" dice que el hecho de que p -la prótasis- es a lo sumo tan verdadero o real como el de que q. Pese a tan diversa motivación resulta que hay algún paralelismo entre la implicación de la lógica transitiva y el condicional relevante: el acervo de principios relevantísticamente válidos en que está involucrado el condicional es un subconjunto propio del que se obtiene sustituyendo en cada fbf de una lógica relevante el condicional relevante por la implicación transitiva. Mas la coincidencia es parcial: hay muchos teoremas de la lógica transitiva con el functor implicacional 'D' cuyas traducciones relevantísticas -en el sentido apuntado, de traducir la implicación transitiva como condicional relevante- no son teoremas de la lógica relevante. En cualquier caso, la coincidencia -por parcial que resulte- puede ser reveladora de que algo parecen tener que ver las dos nociones de entrañamiento relevante y de no superioridad veritativa -ésta última es la que viene capturada por la implicación transitiva. Como esta segunda noción parece mucho más clara, y es extensional, puede que sirva para ayudar a esclarecer el de suyo oscuro nexo condicional relevante.

En lo tocante a la negación, la lógica relevante coincide con la transitiva en rechazar el principio de Escoto (que, en su versión implicacional, es: p.NpDq: el que sea verdadero y falso a la vez que p implica que q -para cualesquiera "p" y "q"-), el principio "e falso quodlibet" (cuya versión implicacional es: pD.NpDq: el que suceda que p implica que la falsedad de que p implica que q) y otros principios similares. En cambio, y con tal de que traduzcamos como 'N' (cuya lectura es 'no' a secas, pues se trata de la negación simple o natural) la negación relevante, tenemos que son teoremas de *A* las traducciones de todas las fórmulas teoremáticas relevantistas en las que están involucrados a la vez los functores condicional (relevante) y negacional. He aquí los dos esquemas axiomáticos correspondientes de la lógica relevante de Routley: NNp→p , p→Nq →.q→Np. Ambos son esquemas teoremáticos de los sistemas *A*. Junto con otros esquemas axiomáticos de la lógica relevante, se obtienen estos esquemas teoremáticos (que también lo son de *A*): p→NNp , p→q→.Nq→Np. Pero, de nuevo, tenemos en *A* esquemas cuyas traducciones relevantistas no son válidas en la lógica de Routley: los dos más notorios de estos últimos esquemas son: pDqD.N(p.Nq) (el principio de contraejemplo) y pDNpDNp (el principio de abducción).

Asimismo, la lógica relevante coincide con la transitiva en propugnar la validez o teorematicidad de los principios de De Morgan (Np.NqIN(p+q) y Np+NqIN(p.q), donde 'I' es la equivalencia cuya versión relevantística se definiría así: "pIq" abrevia a "p→q..q→p". Y ambos sistemas reconocen la validez de la regla de sustituibilidad de los equivalentes, o sea: pIq ⊢rIs donde "s" resulta de "r" sustituyendo ocurrencias de "p" en "r" por sendas ocurrencias de "q"). También coinciden ambos enfoques en postular los principios de no-contradicción (N(p.Np)) y de tercio excluso (p+Np). La postulación del principio de no contradicción no significa que se excluya o rechace la contradicción: justamente porque el mundo puede ser contradictorio, porque pueden darse en él situaciones verdaderas y falsas a la vez, puede darse, concretamente, en él la situación contradictoria de que el mundo sea, a la vez, contradictorio y no contradictorio. Y, como es en todo caso no-contradictorio, si también es contradictorio, entonces se da justamente <u>esa</u> concreta situación contradictoria. (El escrúpulo que impide verlo así -p.ej. en el enfoque capturado por la lógica C_1 de da Costa- es un recelo frente a la contradicción que lleva a tolerar a lo sumo contradicciones ninguno de cuyos miembros conyuntivos sea a su vez una contradicción.)

De lo hasta ahora dicho resulta que la lógica relevante coincide con la transitiva en cumplir las condiciones de la 1ª a la 5iii) que estipulamos en la Secc.1 para que un sistema sea saludable. En cambio, la lógica relevante no cumple la condición 5iv), mientras que la lógica transitiva sí la cumple. Desde el punto de vista relevantista esa condición es una irrelevancia, pues, en muchos casos, para muchas oraciones "p" y "q", no hay conexión de sentido o significado entre "p.Np" y "q+Nq", de manera que no se ve por qué la disyunción entre ambas fórmulas va a ser equivalente a (intercambiable con) la segunda. A tal objeción cabe responder, de nuevo, que tal consideración gira en torno a la oscura noción de envolvimiento o continencia de significado. Y, además, abona a favor de 5iv) un motivo de peso que debiera sobrepujar a los escrúpulos relevantistas; a saber: dos fórmulas son intercambiables si son, siempre y en todos los aspectos, tan verdadera la una como la otra (premisa que ciertamente no concederían los relevantistas); ahora bien, aunque hay contradicciones verdaderas, ninguna contradicción es nunca más verdadera que una instancia cualquiera del principio de tercio excluso, pues una contradicción es a lo sumo verdadera en un 50%, mientras que una instancia del tercio excluso es verdadera siempre en por lo menos un 50%.

Lo que resulta más difícil de esclarecer es, no la discrepancia, sino la convergencia -parcial- entre relevantismo y transitivismo en lo tocante a la relación entre negación e implicación -pues, por las razones evocadas más arriba, cabe llamar así al condicional relevante, por lo menos al de la lógica relevante de Routley-. Después de todo, habíamos dicho anteriormente que el relevantismo no se apartaba del clasicismo en la concepción de la negación. Ahora bien, la negación clásica es fuerte, es el 'no... en absoluto', que se simboliza, en la lógica transitiva, como 'F'. Y, sin embargo, el esquema FFpDp no es teoremático en esta lógica; tampoco lo es éste: FpDqD.FqDp, mientras que sí es válido el esquema NpDqD.NqDp, lo mismo que la traducción relevantística de este último -entendiendo por tal la fórmula relevantística que resulta de traducir 'D' como condición relevante y 'N' como la negación del sistema relevante-.

Lo que ha sucedido, empero, no es que el sistema relevantista haya debilitado <u>en general</u> a la negación, y se haya apartado así del clasicismo por su concepción de la negación -o por la introducción de una negación no clásica-. ¡No! Trátase simplemente de que el relevantismo debilita a la negación -y a otros functores- tan sólo cuando éstos están involucrados en oraciones implicacionales. Hay muchos teoremas clásicos sin negación cuya versión implicacional es teoremática en la lógica transitiva no siéndolo en la relevante; tal es el caso, p.ej., de "pDrD.qDrD.p+qDr" (una instancia del cual sería ésta: que la belleza de Antioquía implique el interés turístico de Anatolia implica que el que también lo implique la de Esmirna implica que el interés turístico de Anatolia es implicado por el hecho de que sea bella Antioquía o lo sea Esmirna). Así y todo, nadie diría que el relevantismo ha debilitado la disyunción clásica.

Cuando no interviene el functor condicional relevante (el cual venimos asociando con la implicación de la lógica transitiva), la negación relevantista es como la clásica. No es eso, sin embargo, lo que nos lleva a decir que la discrepancia entre clasicismo y relevantismo no afecta a la negación misma, sino sólo al condicional -en relación, eso sí, de éste último con los demás functores, incluida la negación entre ellos-. Pues también sucede que en la lógica transitiva es teoremática, tanto para la negación simple

'N' como para la fuerte 'F', cualquier traducción de un teorema de lógica clásica que sólo contenga disyunción, conjunción y negación. En la lógica transitiva valen tanto el tercio excluso y la no-contradicción para la negación fuerte (p+Fp , F(p.Fp)), como sendas contrapartes para la negación simple (p+Np , N(p.Np)). En este punto -y como ya ha quedado apuntado- no hay desacuerdo alguno entre relevantismo y transitivismo -sí lo hay entre ambos, por un lado, y el enfoque de da Costa, por otro-. Lo que nos lleva a considerar al relevantismo como discrepando de la lógica clásica únicamente en lo tocante al condicional es que es el condicional mismo el que no es clásico, sin que haya ningún functor relevantista que tenga las propiedades del clásico. Si se define un pseudocondicional, Z, al modo clásico: /pZq/ eq /Np+q/ resulta que el relevantismo no otorga a este functor la propiedad del MP. (Es preferible expresarlo así en lugar de decir que los relevantistas leen pCq como "no p o q". Porque no hay en la lógica relevante ningún functor, ni primitivo ni definido, con las propiedades del entrañamiento o condicional clásico, 'C'. Lo que sucede es que el operador relevantista de entrañamiento es más débil que nuestra implicación 'D' -más débil en el sentido de que, si bien cada teorema de la lógica relevante que sea de la forma "p→q" es tal que la traducción transitiva de esa fórmula (traduciendo '→' como 'D') es un teorema del sistema *A*, lo inverso no sucede-. Y, más allá de ese operador, no hay en la lógica relevante ningún otro functor condicional, ningún otro functor '$' tal que se reconozcan en esa lógica como lícitas todas las deducciones de la forma p$q , p ⊢q.)

Por el contrario, la lógica transitiva y la de da Costa sí contienen, ambas, un condicional clásico. De ahí que resulte lo siguiente: mientras no intervenga el condicional, cada fórmula relevantísticamente teoremática es válida en la lógica clásica y viceversa, sin que se produzca ninguna bifurcación de functores clásicos en el paso a la lógica relevante; por el contrario, en el paso de la lógica clásica a la de da Costa o a la transitiva tenemos que, mientras no intervenga la negación -o mientras ésta sea traducida como negación fuerte- tampoco hay cambio en el acervo de teoremas -aunque, a diferencia del sistema de da Costa, el transitivo sí opera bifurcación del condicional: además del condicional clásico, 'C', contiene una implicación, 'D', que es más exigente-; pero, mientras no intervenga el condicional (ni tampoco la implicación, desde luego, sino sólo los otros functores clásicos), la lógica transitiva coincide con la relevante en mantener los mismos teoremos clásicos, ni más ni menos (y eso, en el caso de la lógica transitiva, tanto para 'F' como para 'N'), que se resumen en los de tercio excluso y no contradicción (y, ade más, cuando entra en escena la implicación -aunque siga dejándose de lado a la negación fuerte- la lógica transitiva resulta ser una extensión no conservativa de la lógica relevante, e.d. no rechaza nada de lo que acepte la lógica relevante). Por el contrario, en este punto la lógica de da Costa se separa de las otras tres -de la clásica, de la relevante y de la transitiva-, pues, aunque mantiene el tercio excluso, sacrifica el principio de no-contradicción.

No es, pues, una desviación de la negación clásica lo que constituye la raíz del apartamiento relevantista respecto de la lógica clásica, apartamiento que determina la posición peculiar que ocupa el relevantismo en la escena lógica; si lo fuera, entonces debería no sólo suceder que no se mantengan algunos teoremas clásicos que involucran a la negación, sino algo más: que, mientras no entre de por medio la negación, no se altere el acervo de teoremas y reglas de inferencia de la lógica clásica (al menos para alguna traducción). Esa raíz es, antes bien, una desviación respecto del condicional clásico. En el caso de la lógica de da Costa sucede todo lo contrario. En el caso de la lógica transitiva la situación es más complicada: hay apartamiento respecto de la negación clásica entendida como mero 'no' o negación simple y hay también apartamiento respecto del condicional clásico entendido como implicación; pero no hay apartamiento de la negación clásica leída como 'no ...en absoluto' ni respecto del condicional clásico leído como 'si...entonces'. Por otro lado, la desviación de la negación simple de la lógica transitiva, 'N', respecto de la negación clásica '∼' es menos drástica que la que efectúa la negación débil de da Costa, puesto que 'N' conserva muchas propiedades clásicas (teorematicidad del principio de no contradicción, involutividad -o sea: equivalencia entre "NNp" y "p"- y De Morgan -o sea: el requisito 5ii) de la Secc.1 de este estudio-) que son sacrificados en la lógica de da Costa.

Lo anterior nos conduce a estas conclusiones: el relevantismo es clásico en su concepción de la negación y anticlásico en su concepción del condicional; da Costa es estrictamente clásico en cuanto al condicional pero fortísimamente anticlásico en lo tocante a la negación (simple); el transitivismo es: clásico en su concepción del condicional, pero no estrictamente -pues juzga necesario añadir al condicional clásico otro functor condicional más exigente, la implicación-, a la vez que es anticlásico -pero <u>menos</u> que el de da Costa- en lo que respecta a la negación débil.

Por ser anticlásicas en lo que toca a la negación simple, la lógica de da Costa y la transitiva introducen además una negación fuerte -pues consideran que bajo ciertas versiones <u>todos</u> los teoremas de la lógica clásica deben ser verdaderos y todas las reglas de inferencia clásicas deben valer-, en tanto que el relevantismo, cuya negación misma, de suyo, es clásica, rechaza toda duplicación de negaciones; una negación fuerte metida en el relevantismo debería caracterizarse por actuar, al aparecer con el condicional, como negación clásica, haciendo así zozobrar la empresa relevantística de mantener al condicional exento de toda irrelevancia, o sea: de toda validez de una fórmula condicional con apódosis cuyo "significado" no esté intrínsecamente contenido en el de la prótasis -del cual contenimiento es señal necesaria (no suficiente según Routley) que haya alguna letra esquemática compartida por la prótasis y la apódosis.

Secc.7.- Las raíces de la discrepancia entre el enfoque de da Costa y el enfoque transitivista

Los problemas que voy a abordar en esta sección los he tratado de manera técnica en el cap.VII del Libro II de (P:01). Aquí voy a presentar una argumentación filosófica respecto de estas cuestiones que, aun coincidiendo a grandes rasgos con otras que he efectuado en otros trabajos (p. ej. (P:02), (P:17)), resalta una serie de puntos nuevos tanto acerca de las motivaciones subyacentes como asimismo de las consecuencias que resultan de sendos enfoques.

Ya dije más arriba que el sistema de da Costa y la lógica transitiva, si bien coinciden en postular a la vez una negación simple o natural -cabe llamarla 'débil', aunque no con plena justeza, pues en la lógica transitiva hay negaciones más débiles que ella- y una negación fuerte o supernegación, discrepan a la hora de atribuir unas u otras características a la negación simple. Da Costa reconoce la validez o teorematicidad de los siguientes esquemas (donde 'C' es el condicional, siendo '≡' el bicondicional, definido así: /p≡q/ eq /pCq..qCp/): "p+Np" (tercio excluso); los dos principios de abducción, "pCNpCNp" y "NpCpCp"; y "NNpCp"; no reconoce, en cambio, la teorematicidad de "pCNNp", "N(p.Np)", "p+q≡N(Np.Nq)", "p.q≡N(Np+Nq)". Los dos últimos esquemas son los principios de De Morgan; a "pCNNp" lo llamaremos 'principio de doble negación' y a su recíproco "NNpCp", 'principio converso de doble negación'. (En la lógica transitiva es teoremático el principio (equivalencial) de involutividad, a saber: "pINNp", que se lee: "El hecho de que p equivale al de que no suceda que no sea cierto que p"; este principio de involutividad es más fuerte, y su verdad implica tanto la del principio de doble negación como la del principio converso de doble negación.) La lógica transitiva reconoce, por su parte, la teorematicidad de todos los principios enunciados, sin excepción.

La negación simple de da Costa es una especie de opues to dual de la negación intuicionista, en el siguiente sentido. El sistema de da Costa se obtiene añadiendo, a una lista de axiomas que basta para probar todos los teoremas de la lógica intuicionista que no contienen ninguna ocurrencia del functor de negación, los dos esquemas axiomáticos siguientes: p+Np; NNpCp; así como otros principios más que dicen que, si a una oración se le aplica con verdad (la instancia correspondiente d)el principio de no-contradicción, la negación simple se comporta entonces respecto de tal oración como si fuera negación fuerte o clásica. Ahora bien, si tomamos los rasgos que suelen definir a una negación, nos encontramos con que son: De Morgan (nuestra condición 5ii) de la Secc.1); validez del tercio excluso (nuestra condición 5i)); validez de la no-contradicción; principio de doble negación; principio converso de doble negación; y la regla de Kleene (nuestra condición 5iv)). De esos principios el intuicionismo reconoce: algunas de las leyes de De Morgan (no todas), la no-contradicción, el principio de doble negación y la regla de Kleene; da Costa reconoce: el tercio excluso y el principio converso de doble negación. Resulta natural la conjetura de que da Costa trató de hallar una negación que, siendo más débil que la clásica, se pareciera a ella justamente en aquello, y sólo en aquello, en que la negación intuicionista difería de la clásica. Sea cual fuere el valor heurístico del procedimiento, encuéntranse en da Costa motivaciones filosóficas de su enfoque, que voy a estudiar a continuación. Antes, empero, quiero señalar que los dos principios costianos para la negación, el de tercio excluso y el converso de doble negación, son sendas versiones del tercio excluso en sentido amplio. Porque uno de los sentidos que a veces vehicula el 'o' es, no la mera y llana disyunción, sino un functor 'V' definible así: "pVq" abrevia a "NpCq"; "Si no sucede que p, sucede que q" (aunque, de preferencia, eso se expresa diciendo: "p a menos que q", si bien el 'a menos que' también puede ser un alomorfo del 'o' en sentido de disyunción lisa y llana). Así pues, "NNpCp" es "NpVp"; en cuanto a "pVNp", que también se requiere (pues la disyunción 'V', a diferencia del mero 'o', '+', no es conmutativa o simétrica), resulta ser una versión notacional del anodino "NpCNp", que es, en cualquier caso, teoremático en casi todos los sistemas de lógica, incluido el de da Costa, por ser una instancia del principio de autoentrañamiento "pCp".

Pasemos, pues, al tema central de esta Sección. ¿Dónde estriba la divergencia entre ambos enfoques? Las raíces de la misma son profundas. Cabe, ante todo, enumerar cuatro puntos básicos de discrepancia.

En primer lugar, está la concepción de la verdad. La concepción filosófica que anima a la lógica transitiva ve al operador alético 'es verdad que' como redundante. En cambio, el enfoque de da Costa lo ve como significando que al hecho de que se trate le corresponde el valor de verdad V (La Verdad, lo Verdadero), sin que tal correspondencia sea idéntica al hecho mismo; de suerte que, abreviando 'no es verdad que' como 'es falso que', tenemos que, mientras, para el enfoque transitivista, "es falso que p" dice lo mismo que "no-p" -e.e. "no sucede que p"-, para el enfoque de da Costa, por el contrario, no se da tal equivalencia, sino que, aunque "no es verdad que p" entraña "no p", falla el entrañamiento converso. El segundo punto de discrepancia es que, mientras para el transitivismo verdad y falsedad no forzosamente se excluyen por completo, en cambio -según el punto de vista de da Costa- si bien cabe que un hecho sea verdadero y que también sea verdadera la negación del mismo, sin embargo la verdad de un hecho no puede ser nunca tal que su negación sea también verdadera. (El fondo de esta discrepancia yace en que, mientras desde el punto de vista transitivista, la verdad tiene grados -en verdad, infinidad de grados-, para da Costa la verdad no es gradual: si se da, se da totalmente; y, si no se da, no se da en absoluto: ser verdadero es lo mismo que ser totalmente verdadero. De ahí que no pueda decirse que un hecho es verdadero y falso a la vez, lo uno y lo otro hasta cierto punto nada más; no: porque, si es verdadero, lo es totalmente, y -según da Costa- verdad y falsedad se excluyen absolutamente.)

El tercer punto de discrepancia concierne al fundamento de que se den o puedan darse verdades contradictorias: según el enfoque transitivista, sólo cabe que haya verdades mutuamente contradictorias -e.e. contradicciones verdaderas- cuando cada una de ellas lo sea únicamente en cierta medida, no total (y no ya no total, sino a lo sumo igual al 50% del grado máximo o total de verdad); la negación de un hecho es verdadera en aquella medida en que el hecho no lo sea -en que sea falso-. (Intuitivamente, eso nos llevaría, al parecer, a sostener que la suma del grado de verdad de un hecho con su grado de falsedad es de un 100%, y no menos; pero, por otros motivos que no hacen al caso, esa exigencia puede ser abandonada.) En cambio, para el enfoque de da Costa la verdad conjunta de un hecho y de su negación nada tiene que ver con que el primero sólo sea verdadero en alguna medida.

El cuarto punto de discrepancia estriba en que, para da Costa, parece haber un argumento transcendental que lleva a que no valga el principio de no-contradicción, a saber: la contradictorialidad de lo real no puede ser a la vez afirmada y negada, pues, entonces, ya no se trataría de mera existencia de contradicciones verdaderas en la realidad sino de un incurrir nosotros mismos en autocontradicción a la hora de expresar esa contradictorialidad de lo real; y el inconveniente de que incurramos en tal autocontradicción estribaría en que, al hacerlo, desdibujaríamos el perfil de nuestra teoría y perderíamos la posibilidad de hacer una afirmación tajante de nuestro punto de vista, una afirmación informativa -por ser incompatible, del todo incompatible- con la negación de la misma. Dicho de otro modo, quien acepte contradicciones de cualquier nivel de complejidad (p y no p y no (p y no p) y no (p y no p y no (p y no p))...) no puede decir tajantemente cuál es su punto de vista, sino que recupera siempre el de su adversario, el pensador dignoscitivo o anticontradictorialista; con lo cual su teoría resulta ininformativa y, en la práctica, banal. Como tenemos que evitar situaciones prácticamente absurdas de esa índole, vémonos compelidos a no admitir contradicciones sino a cierto nivel, y lo mejor es admitirlas sólo cuando en ellas no está involucrado ningún enunciado que sea a su vez contradictorio.

Paréceme que está claro el engarce entre esos puntos de discrepancia; no existe vinculación lógicamente obligatoria entre las diversas tesis que forman el enfoque de da Costa; p.ej., no habría incongruencia (e.e. supercontradicción) en rechazar la gradualidad de la verdad y pensar, sin embargo, que no se excluyen por completo verdad y falsedad (pues, al fin y al cabo, para da Costa la verdad simultánea de un hecho y de su negación puede darse sin que entre de por medio gradualidad de ninguna clase); tampoco habría incongruencia en sostener esa exclusión total aun aceptando la vinculación de la contradicción con la gradualidad; también podría sostenerse, sin incoherencia, la redundancia de la verdad sin postularse exclusión total de verdad y falsedad y sin ligar contradicción y gradualidad; por último, la consideración referente a grados o niveles de contradictorialidad de la afirmación se basa más bien en presupuestos epistemológicos y podría esgrimirse independientemente de las otras tres. Pero cualquiera de esas alternativas, aunque lógicamente viable, está sujeta a reparos. Para botón de muestra, examinemos lo que pasaría con la penúltima alternativa que hemos imaginado.

Como, para da Costa, la verdad de un hecho y la de su negación no se excluyen siempre por completo, si la verdad fuera redundante tendríamos que verdad y falsedad no se excluirían por completo; pero, como el fundamento de la contradicción no es -para él- la gradualidad, ese no excluirse por completo verdad y falsedad no estribaría en que la verdad fuera tal sólo hasta cierto punto -sólo en un grado no total-; mas entonces nos veríamos confrontados con dificultades como las dos siguientes: de un lado, ¿dónde estaría el fundamento de la no plena exclusión de verdad y falsedad? (Claro que también se plantea la cuestión del fundamento de la no plena incompatibilidad entre la verdad de un hecho y la de la negación del mismo, cuando no se acepta que sea la gradualidad; pero a esa cuestión da Costa puede responder que el fundamento estriba, en cada caso, en que el predicado que esté involucrado sea intrínsecamente dialéctico, o sea: tal que puedan darse a la vez en el mismo ente él y su propio complemento; en tanto que, sin la admisión de grados de verdad, resulta dudoso que el predicado de verdad, o la propiedad de ser verdadero, sea intrínsecamente dialéctico -no se ve ningún otro fundamento de esa dialecticidad intrínseca de la verdad.) La segunda dificultad estaría en la necesidad -que aduce, justamente, la consideración sobre los niveles de contradictorialidad de la afirmación- de llegar a un punto en el que lo que se diga pueda ser tajante o rotundo: no podemos seguir diciendo cosas que son y a la vez no son; hace falta que, al aclarar lo que hemos dicho, desemboquemos en una afirmación que no pueda ser tal que, pese a ser verdadera, sea no obstante tal que también sea verdadera su negación; pues, de ser así, tendríamos una viciosa progresión al infinito; viciosa porque nunca alcanzaríamos un *tope*, un punto de detenimiento, un punto en el que ya no quepa a un interlocutor decir que, si bien está de acuerdo con nosotros, niega el enunciado que hayamos acabado de decir -afirma la negación del mismo-. Ahora bien, la declaración tajantemente verdadera -y de ningún modo falsa- no podría ser una atribución de grado de verdad, pues -por hipótesis- la presuposición de da Costa que rechaza grados de verdad no habría sido alterada ni puesta en tela de juicio. Entonces debe consistir tal declaración justamente en decir de algo que es verdadero.

Por otro lado, y si bien podrían, sin incoherencia o incongruencia, independizarse las tres primeras tesis del enfoque de da Costa de la premisa de su argumento transcendental (la necesidad de no afirmar y negar a la vez la propia tesis de que hay afirmaciones verdaderas cuyas negaciones también lo son), esa premisa aparece con toda naturalidad en un enfoque en el que se distingue entre *no-p* y *no-es-verdad-que-p* y sólo así se acepta la posibilidad de contradicciones verdaderas (las verdades mismas no pueden ser contradictorias, aunque sí sean verdaderas ciertas contradicciones; téngase en cuenta que -en ese enfoque- la verdad de un hecho no es el hecho mismo, o, más exactamente, no siempre lo es), pues parece que, al alcanzarse algún grado de complejidad, ha de llegarse a un punto en el que sí equivalga lo dicho a la verdad de lo dicho; y, alcanzado ese punto, ya no cabrán -en ese nivel y niveles superiores- contradicciones verdaderas porque serían verdades contradictorias. (A favor de que así debe ocurrir cabe formular un argumento transcendental.) Igualmente, en un enfoque en el que el fundamento de la existencia de contradicciones verdaderas no es la gradualidad, no hay cómo delimitar las contradicciones admisibles de las inadmisibles alegando que son inadmisibles las que equivalgan a un ser así y (a la vez) totalmente no así (una supercontradicción); y la alternativa natural es la de considerar como inadmisibles aquellas contradicciones que sean de determinado grado de complejidad o que tengan determinada estructura sintáctica.

Dificultades parecidas aflorarían en torno a las otras alternativas. Luego lo más natural es, si se acepta una de las cuatro tesis de da Costa -exclusión total de verdad y falsedad, no redundancia, no fundación de la contradicción verdadera en la gradualidad y necesidad de que se deseche de antemano la contradictorialidad de las oraciones de determinado grado de complejidad y de determinada estructura (a saber: las que involucran antinomias como suboraciones suyas)-, aceptar las otras tres; y el aludido tope verlo, entonces, en la introducción de la palabra 'verdad' -o en el acceso a un nivel y tipo de complejidad de la oración en la que ya ésta tenga que equivaler al resultado de prefijarle 'Es una verdad que'-; una oración normal puede significar a un hecho verdadero pero cuya negación también sea verdadera; en cambio, el ser verdadero ese hecho es otro hecho que, si se da, excluye absolutamente el que sea verdadera su propia negación -e.e. el que sea falso el hecho inicialmente considerado-.

Tenemos, pues, dos enfoques cada uno de los cuales posee, no ya su propia coherencia, sino también su propia cohesión o armónica conjugación o trabazón entre las tesis que lo forman. Para el enfoque transitivista la clave de la contradicción es la gradualidad; la verdad de un hecho es el propio hecho y, por ende, sujeta a grados cuanto pueda estarlo una propiedad; con lo que resulta que verdad y falsedad no se excluyen del todo -no son completamente incompatibles-, estribando esa ausencia de incompatibilidad total en la gradualidad misma de la verdad -y, por ende, de su complemento: la falsedad-.

Ya hemos visto cómo en el enfoque de da Costa hay un doble tope que las contradicciones verdaderas no pueden sobrepasar: la introducción de la palabra 'verdad' y el nivel y tipo de complejidad de las oraciones. En la lógica transitiva el único tope está dado por la introducción de un functor intrínsecamente bivalente -de un functor que transforme lo multivalente en bivalente-, como 'es enteramente cierto que' o 'es hasta cierto punto por lo menos verdad que' (cada uno de ellos se define a partir del otro con un 'no' delante y otro detrás). El primero de ellos envía todo lo no totalmente verdadero sobre la falsedad total; el segundo envía todo lo no totalmente falso sobre la verdad total. Para cualquier argumento, pues, toman siempre como valor funcional uno de los dos extremos aléticos. Si decimos "Es por lo menos hasta cierto punto verdad que p" lo dicho es o totalmente verdadero, o enteramente falso (con la precisión de que es así en cada aspecto de lo real, aunque cabe que en unos aspectos sea (totalmente) verdadero y en otros (totalmente) falso; pero en este artículo sólo muy de pasada (en la Secc.10) aludiré a la pluralidad de aspectos de lo real y -en aras de la simplicidad- hablaré como si la realidad fuera monoaspectual).

Eso explica que, en la lógica transitiva, un enunciado, por más complejo que sea, pueda ser verdadero y falso, siendo también verdadero y falso el hecho de que es verdadero y falso y así sucesivamente. Sólo cuando prefijamos, a uno de esos niveles, un functor de tajancia -'totalmente' o '(por lo menos) hasta cierto punto'-, o sea un functor intrínsecamente bivalente, sólo entonces nos vemos en la imposibilidad de decir, sin incurrir en absurdo, que lo dicho es verdadero y falso. En una teoría contradictorial en la que -como sucede en la lógica transitiva- valga el principio de no contradicción tendremos que, para todo "p", será teoremático el enunciado "N(p.Np)". Abreviando "p.Np" como "Sp", será teoremático "NSp". Sea "s" un enunciado verdadero y falso según una teoría contradictorial cuya lógica subyacente sea la lógica transitiva (e.d. una teoría que sea una extensión recia de esa lógica). De esa teoría serán teoremas tanto "s" como "Ns", pero también -por la regla de adjunción (p , q $\vdash$p.q)- "Ss" y asimismo, por el principio de no contradicción, que es teoremático en la lógica transitiva, "NSs"; nuevamente, por la regla de adjunción, será teoremático "Ss.NSs", o sea "SSs" y, por el principio de no contradicción, "NSSs"; por adjunción, será entonces teoremático "SSSs", y así sucesivamente. ¿Hay algún inconveniente en ello? Si sí lo hay, ¿no lo había ya, desde el comienzo, en que fueran verdaderos a la vez "s" y "Ns"? Da Costa podría alegar la necesidad del tope. Pero, sobre lo arbitrario que resulta colocar a éste en uno u otro grado de complejidad, tenemos que el tope está al alcance de la mano con el functor 'L' -que se lee 'Es (por lo menos) hasta cierto punto verdad que'-. En un caso así, "Ls" es verdadero (totalmente), y "NLs" es totalmente falso.

Ahora bien, no sólo no surgen dificultades que impidan a una teoría contradictorial el reconocer la teorematicidad del principio de no contradicción, sino que a favor de tal principio abonan muchas consideraciones muy convincentes. (Vide (P:15), cap.8º, Acápites 5º y 6º.) El enfoque transitivista reconoce que cada contradicción es falsa -falsa en por lo menos un 50%-, si bien muchas contradicciones son también verdaderas -verdaderas en medidas de a lo sumo 50%-.

Subsiste empero una dificultad. Puesto que los sistemas de da Costa, C_n, para n finito, contienen todos ellos una negación fuerte con las propiedades de la clásica, ¿por qué no puede da Costa colocar el tope en el mismo sitio que la lógica transitiva, en que la contradicción involucre a la negación fuerte en vez de a la simple? La primera respuesta a tal pregunta estriba en señalar que, precisamente, en C_1 la negación fuerte '-', se define así: "-p" abrevia a "∿p.∿(p.∿p)": es fuertemente negada una oración cuando se la niega y se niega, a la vez, la antinómica conyunción entre esa oración y su respectiva negación (simple). (De ahora en adelante represento la negación simple de da Costa como '∿', en vez de como 'N', dadas las grandes divergencias que separan a esa negación de la negación simple, 'N', de la lógica transitiva, que cumple todos los requisitos señalados en la Secc.1 de este estudio para los sistemas saludables.) Dicho de otro modo: es negación fuerte aquella negación débil de un hecho al que sí se aplica el principio de no contradicción. (En C_2, C_3, ... sucede algo parecido, pero a niveles crecientes de complejidad. En C_2 la negación fuerte, "-p" abrevia a "∿p.∿(p.∿p).∿(p.∿p.∿(p.∿p))", y así sucesivamente). Eso es lo que hace que el tope sea para da Costa el ya más arriba apuntado, aunque lo formulemos diciendo que es el que involucra a la negación fuerte. Porque, si involucra a la negación fuerte, si es "p.-p", entonces es que se trata de una conyunción de una contradicción con la negación de la misma. Ahora bien, esta primera respuesta no es suficiente: ¿no hubiera podido introducir da Costa la negación fuerte como signo primitivo, esquivando así esa (para nosotros) inconveniente vinculación del tope en cuestión a la aplicabilidad del principio de no contradicción? La respuesta verosímil es que, si bien hubiera "podido" hacerlo en el sentido de que no por ello habría incurrido en incongruencia o incoherencia, sin embargo faltaba en su enfoque motivación suficiente para tal introducción. Porque lo natural es introducir una negación fuerte -o introducir un símbolo primitivo como el de superafirmación, 'H', que se lee 'Es totalmente verdad que', el cual, concatenado con la negación simple, 'N', da por resultado una negación fuerte- sólo si la doctrina que motiva la construcción lógica en la que así se proceda incorpora la tesis de grados de verdad; en ese caso la negación fuerte responde a la falta total de verdad, a la falsedad completa, cabal. Sin esa tesis de grados de verdad no se ve motivación clara para introducir una negación fuerte como signo primitivo; porque en una concepción gradualista de la verdad la negación fuerte tiene automáticamente una lectura natural 'No es verdad (o no sucede) en absoluto que', o su equivalente 'Es totalmente falso que'; de ahí que la introducción de una negación así, 'F', como signo primitivo se justifique de suyo por la necesidad de representar en notación simbólica uno de los operadores lógicos que están presentes en la lengua natural. No dándose ni por asomo motivación semejante en un enfoque no gradualístico, como el de da Costa -en el cual, como lo veremos en la Sección 9, la negación fuerte carece de lectura en la lengua natural-, el introducir en un sistema así, como signo primitivo, una negación fuerte sería un expediente ad hoc únicamente, con vistas a obviar resultados indeseables -como, en este caso, la falta de un tope- pero localizados. Y un sano principio epistemológico estipula que los recursos conceptuales -en el sentido de signos primitivos- deben escatimarse, o que no deben prodigarse sino en la medida en que convenga y con tal de que sean suficientemente rentables, cosa que tan sólo sucede en la medida en que la introducción de un signo primitivo no sea un recurso ad hoc de utilidad ceñida a un ámbito particular. (Esa adhocidad y la falta de ella se dan también por grados, naturalmente)

A N E J O

SUCINTA PRESENTACION DE LOS TRES PRINCIPALES SISTEMAS DE LOGICA PARACONSISTENTE

Las convenciones notacionales en este Anejo son las ya explicadas en el cuerpo de este estudio. En esta presentación de los tres principales sistemas de lógica paraconsistente (el de da Costa, el relevantístico de Routley y el transitivo) uso las letras 'p', 'q', 'r', 's', etc. como letras esquemáticas, no como variables sentenciales. Por ello no es menester introducir, en ninguno de esos sistemas así presentados, una regla de sustitución (de variables sentenciales por otras variables o por constantes sentenciales). Donde, en un esquema teoremático -incluido un esquema axiomático, pues cada axioma es un teorema- aparecen letras esquemáticas, lo que se entiende es que es un teorema cada resultado de sustituir uniformemente las ocurrencias de cada letra esquemática por sendas ocurrencias de una fórmula cualquiera.

El sistema de da Costa C_1

Utilizo aquí '∿' para representar la negación "simple" de da Costa; los demás signos son los ya utilizados en este ensayo. Se toman como primitivos los signos: ., C, +, ∿. Se define el signo 'S' así: "Sp" abrevia a "p.∿p".

Esquemas axiomáticos

C01 pC.qCp	C02 pCqC.pC(qCr)C.pCr		C03 pC.qC.p.q
C04 p.qCp	C05 p.qCq		C06 pCrC.qCrC.p+qCr
C07 pC.p+q	C08 qC.p+q	C09 ∿∿pCp	C10 p+∿p
C11 ∿SpC.qCpC.qC∿pC∿q	C12 ∿Sp.∿SqC.∿S(pCq).∿S(p.q).∿S(p+q)		

Regla de inferencia primitiva única: el MP

p , pCq ⊢q

La semántica propuesta para ese sistema conjuntamente por da Cos ta y su discípulo Elías Alves es ésta: se define una valorización v como una función del conjunto de fórmulas del sistema C_1 a {0,1} (el conjunto de los valores de verdad clásicos) que cumpla los requisitos siguientes:

1) Si v(p) = 0, v($\sim$p) = 1   2) Si v($\sim\sim$p) = 1, v(p) = 1
3) Si v($\sim$Sp) = v(qCp) = v(qC$\sim$p) = 1, entonces v(q) = 0
4) v(pCq) = 1 ssi: o bien v(p) = 0 o bien v(q) = 1
5) v(p.q) = 1 ssi v(p) = 1 = v(q)
6) v(p+q) = 0 ssi v(p) = 0 = v(q)
7) Si v($\sim$Sp) = 1 = v($\sim$Sq), entonces v($\sim$S(pCq))=1=v($\sim$S(p.q)=v($\sim$S(p+q))

Como se ve, el procedimiento a seguir para diseñar una semántica así (no verifuncional, pues, cuando v(p)=1, nada dice qué valor será v($\sim$p), si será 1 o si será 0) consiste prácticamente en obtener un duplicado de los axiomas y reglas de inferencia por medio de reglas de igualdad de tal modo que se venga a estipular que v(p)=1 siempre que p sea un teorema, para lo cual se estipula que, si p es un axioma,v(p)=1 y se estipulan además otras condiciones que garantizan que, si v(p)=1==v(pCq), entonces v(q)=1. Una semántica así es útil en el caso de C_1 porque permite tratar como verifuncionales a todos los functores salvo '$\sim$', y aun a éste último como cuasiverifuncional, pues está determinado que, para cualquier v y p, v($\sim$p)=1 si v(p)=0.

Por último se dice que es válida una fórmula p de C_1 ssi cada valorización v es tal que v(p)=1. Y se demuestra que una fórmula es válida ssi es un teorema, o sea: que el sistema es robusto y completo.

El sistema relevante de Routley

Por razones prácticas uso 'D' para representar el functor de entailment ("entrañamiento fuerte" -que en verdad es más bien una implicación especial-) de Routley. 'N' será la negación (este sistema contiene un solo functor de negación).

Esquemas axiomáticos

R01 pDp	R02 pDq.(qDr)D.pDr	R03 p.qDp
R04 p.qDq	R05 pDq.(pDr)D.pD.q.r	R06 p.(q+r)D.p.q+r
R07 NNpDp	R08 pDNqD.qDNp	R09 p+Np

Reglas de inferencia primitivas

1.- p , pDq $\vdash$q   2.- p , q $\vdash$p.q   3.- pDq , rDs $\vdash$qDrD.pDs

Routley y Meyer, en su exposición del sistema, introducen además una constante sentencial primitiva, 'd', con el axioma suplementario 'd.Nd' que garantiza que hay alguna contradicción verdadera. Pero, no brindando lectura alguna para esa constante, el procedimiento mismo parece ad hoc y carente de justificación o motivación filosófica: se postula que hay una contradicción verdadera, d.Nd, cuya verdad es una verdad de lógica; pero no se dice cuál es esa contradicción, cómo se lee, ni por consiguiente por qué o en qué la verdad y simultáneamente falsedad de 'd', quiera esa "fórmula" decir lo que quisiere, ha de ser una verdad; menos todavía en qué o por qué ha de ser una verdad de lógica (cuando la lógica es la disciplina que estudia las verdades en las que aparecen con ocurrencias esenciales sólo ciertos signos con lecturas claras y conocidas en lengua natural).

La semántica propuesta por los citados autores para ese sistema consiste en postular un conjunto de conjuntos de mundos posibles sobre cada uno de los cuales conjuntos se definen dos relaciones: una relación diádica de inclusión y una relación triádica < tal que w$<_{w'}$w" debe leerse: el mundo w precede al mundo w" desde la perspectiva del mundo w'. Defínese también una operación monádica * sobre esos mundos posibles, tal que *w es el mundo "reverso" o la "imagen" de w, explicándose eso así: para cualquier p, es verdad que p en w ssi no es verdad que no-p en *w. Se postulan ciertos requisitos a los que deben atenerse esas relaciones y operaciones introducidas sin definición, o sea como primitivas (sin ninguna otra dilucidación por lo demás). Y por último se estipula que una valuación es una función v cuyo campo o dominio de argumentos está formado por el producto cartesiano F×M, siendo F el conjunto de fórmulas del sistema lógico y siendo M uno de los conjuntos de mundos-posibles postulados; siendo el contradominio o campo de valores de v {0,1} (el conjunto de los dos valores de verdad clásicos), siempre y cuando v(w, p.q)=1 ssi v(w, p)=1=v(w, q);
v(w, p+q)=0 ssi v(w, p)=0=v(w, q); v(w, Np)=1 ssi v(*w, p)=0;
v(w, pDq)=1 ssi: para cualesquiera mundos w', w" tales que w'$<_{w}$w", o bien v(w', p)=0 o bien v(w", q)=1.

Es válida en uno de los conjuntos de mundos posibles, M, que cumpla todos los requisitos estipulados para las relaciones y operaciones introducidas (requisitos que, en aras de la brevedad, me he abstenido de indicar aquí) una fórmula de este sistema, p, siempre y cuando para cualesquiera w∈M y v se tenga: v(w, p)=1. Es válida a secas una fórmula p ssi es válida en cada uno de esos conjuntos M. Y se demuestra que -suponiendo que existen tales conjuntos M con todas esas características y suponiendo, además, que son tantos y tan variados que sólo comparten esas características no teniendo ninguna otra en común- una fórmula es válida a secas ssi es un teorema. Se prueba así, sobre la base de los mencionados supuestos, que el sistema es robusto y completo.

El sistema de lógica transitiva *Aj*

Símbolos primitivos: ↓, H, I, ˆ, B, a.

Reglas de formación: 1) a es una fórmula. 2) si p y q son fórmulas, también lo son: p↓q, Hp, pˆq, pIq, Bp.

Abreviaciones: (/r/ eq /s/ significa que "r" abrevia a "s"):
/Np/ eq /p↓p/ /Fp/ eq /HNp/ /p+q/ eq /N(p↓q)/ /p.q/ eq /Np↓Nq/
/pCq/ eq /Fp+q/ /p&q/ eq /N(pCNq)/ /Sp/ eq /p.Np/
/p≡q/ eq /pCq..qCp/ /½/ eq /aIa/ /pDq/ eq /p.qIp/
/p%q/ eq /pDq.F(qDp)/ /Lp/ eq /NFp/ /Yp/ eq /pIa.p/
/fp/ eq /FYp.p/ /0/ eq /½IN½C.½Ia/ /*N*p/ eq /NpˆNp/
/np/ eq /pˆNa/ /mp/ eq /NnNp/ /¥p/ eq /np%p&fSp/
/pDDq/ eq /B(pDq)/ /1/ eq /N0/

Lecturas
p↓q: ni p ni q. Hp: Es totalmente (=enteramente=plenamente=ciento por

ciento) verdad que p. Bp: Es afirmable con verdad que p. p^q: p así como q = No sólo p sino (que) también (=además) q. pIq: El hecho de que p equivale a (=es tan verdadero como) el de que q. a: (Existe) lo infinitesimalmente verdadero (=lo infinitesimalmente real=el grado ínfimo de verdad o existencia). Np: No sucede que p = es falso que p. Fp: No es verdad en absoluto que p = es de todo punto falso que p. p+q: p o q. p.q: p y q. pCq: p sólo si q = si p, (entonces) (es que) q. p&q: sucediendo que p, q. p≡q: p ssi q. ½: lo igualmente verdadero y falso = lo equidistante entre total verdad y pura falsedad. pDq: el hecho de que p implica (=es a lo sumo tan verdadero como) el de que q. p%q: Es menos verdad que p que (no que) q = es más verdad que q que (no que) p. Lp: es al menos hasta cierto punto (=más o menos, en uno u otro grado) verdad que p. Yp: Es infinitesimalmente (=un sí es no, en medida ínfima) verdad que p. fp: Es un tanto cierto que p. *N*p: Es muy falso que p. np: Es superverdadero que p. mp: viene a ser cierto que p. pDDq: el hecho de que p implica estrictamente (=en todos los aspectos) al de que q. 0: (Existe (=es verdadero)) lo absolutamente falso.

Esquemas axiomáticos

A01 q.pCq
A02 r.sIpC(p↓qI.q↓s+.q↓r)..Bp+BFBLp..pIBp+FBp..pDDqC.BpDBq
A03 pIqC(rIqI.pIr)..*NN*pIp..p^qDp..Y(p^q)C(Yp+Yq)..fSp.fSqC.p^q%p
A04 p.q+pIp..Hp.HqILH(p.q)..pIqC(Hp+HrIH(q+r))..¥p.fNqCF¥N(p^mq)..p.qC.
A05 pINqI(NpIq)..pIpI½..p^1Ip..p'.pIqC.q^r^sI.s^r^p..s^p'^r
A06 pIqC(qCp)..mpDmnp+Hp..mpDnp≡(Yp+YNp)..qDnp+(pImq).Lp+.pDq

Reglas de inferencia primitivas: sólo dos:

la regla Mp (p , pCq ⊢q) y la de afirmabilidad (p ⊢Bp)

Semántica para *Aj*

La semántica más adecuada de las que se han encontrado para el sistema *Aj* es una semántica algebraica. Empezamos por definir lo que son las álgebras cuasitransitivas, aa.cc.tt. para abreviar:

Un a.c.t. es un dúo ordenado <*A*,*Qt*>,donde *A* es un conjunto de elementos y *Qt* es un conjunto de operaciones definidas sobre *A*, a saber el conjunto {1,N,H,n,+,^,I} donde: 1 es una operación nularia, N, H y n son unarios y +,^,I son binarios; siempre y cuando esas operaciones satisfagan los 24 postulados siguientes para cualesquiera miembros de *A*. Primero, hay que introducir algunas definiciones:

/0/ eq /N1/ /Sx/ eq /x.Nx/ /x.y/ eq /N(Ny+Nx)/ /mx/ eq /NnNx/
/½/ eq /1I1/ /Fx/ eq /HNx/ /Xx/ eq /x^x/ /xDy/ eq /x.yIx/
/a/ eq /m0/ /fx/ eq /F(xIa).x/ /Lx/ eq /NFx/ /Kx/ eq /NXNx/
/¥x/ eq /F(nxIx).fSx/

También introducimos dos relaciones de orden: x≦y significa que y=y+x; x<y significa que, siendo x≦y, xIy=0. Sea *D*={xε*A*: Fx=0}, o sea: el conjunto de los elementos densos de *A*.

Postulados (para cualesquiera x,y,z,u,v ε*A*
(01) y.x+x = x (02) xIy ≦ x.u+zI(y+z..u+z) (03) Hx.Hy = LH(y.x)

(04) $zIy \leqq Hx+HzIH(x+y)$ (05) $vIy \leqq v\hat{\ }(x.u)\hat{\ }zI(u\hat{\ }z.(x\hat{\ }z)\hat{\ }y)$
(10) $x\hat{\ }y \leqq y.x$ (08) $x.y.F(x\hat{\ }y) = 0$ (09) $xIy\ \varepsilon D$ ssi $x=y$
(10) $\frac{1}{2} = N\frac{1}{2}$ (11) $xIy \leqq zIyI(xIz)$ (12) $xIy.Fx.y = 0$
(13) $F(xI0+x) = 0$ (14) $xIyI\frac{1}{2}+(xIyI0) = \frac{1}{2}$ (15) $xINy = NxIy$
(16) $xDy+(yDnx)+(xImy) = \frac{1}{2}$ (17) $F(nmxInx).x = 0$
(18) $x\hat{\ }yIa \leqq xIa+(yIa)$ (19) $x = XKx$ (20) $nx = x\hat{\ }n1$
(21) $nxImx = xIa+(xINa)$ (22) $a < \frac{1}{2}$ (23) $fSx.fSy \leqq F(x.yI(x\hat{\ }y))$
(24) ¥x.fNz.¥N$(x\hat{\ }mz) = 0$

Un ejemplo de a.c.t.

Existen numerosos subconjuntos del conjunto de los números reales que están dotados de operaciones en virtud de las cuales esos conjuntos resultan ser aa.cc.tt. He aquí un ejemplo.

Tomemos el conjunto de los números reales u tales que $0 \leqq u \leqq 1$ y el logaritmo en base 2 de u es racional; o sea: u es una potencia racional no negativa de $\frac{1}{2}$, o bien es 0; a esos números los llamaremos: números medianos. Sea u un número mediano y n = 2,3 ó 4; tomemos el conjunto de tales dúos $\{u,n\}$. Encontramos sobre el conjunto de esos dúos una relación de orden $\leqq$ tal que, si u,v son números medianos tales que $u<v$, entonces $\{u,2\}\leqq\{u,3\}\leqq\{u,4\}\leqq\{v,2\}\leqq\{v,3\}\leqq\{v,4\}$. Llamamos en adelante elementos aléticos a aquellos dúos x con la composición indicada tales que $\{0,3\}\leqq x\leqq\{1,3\}$. Encontramos ahora las siguientes operaciones sobre el conjunto A de los elementos aléticos; sean x,z elementos aléticos cualesquiera (siendo u,v números medianos): si $x = \{v,i\}$, entonces: $Nx = \{v',i'\}$, donde: $i'=4$ si $i=2$, $i'=3$ si $i=3$, $i'=2$ si $i=4$, en tanto que $v'=1$ si $v=0$, $v'=0$ si $v=1$, y v'=el resultado de elevar 2 al logaritmo en base v de 2 si $0\neq v\neq 1$; $Hx=\{1,3\}$ ssi $x=\{1,3\}$ y, si no, $Hx = \{0,3\}$; si $0\neq u\varepsilon x$, entonces $nx=\{u,2\}$, mientras que, si $0\varepsilon x$, $nx=x$; $x+z = max(x,z)$; si $u\neq 0$ y $0\neq v\varepsilon z$ entonces $\{u,2\}\hat{\ }z = z\hat{\ }\{u,2\} = \{u\times v,\ 2\}$; si $u\varepsilon x$ y $3\varepsilon x$ y $v\varepsilon z$ y $3\varepsilon z$, entonces $x\hat{\ }z = z\hat{\ }x = \{u\times v,\ 3\}$; si $x\neq\{0,3\}$, entonces $x\hat{\ }\{0,4\}=\{0,4\}\hat{\ }x=\{0,4\}$; $x\hat{\ }\{0,3\}=\{0,3\}\hat{\ }x=\{0,3\}$; si $0 \neq u\varepsilon x$ y $4\varepsilon x$ y $0 \neq v\varepsilon z$ y $2\not\varepsilon z$, entonces $x\hat{\ }z = z\hat{\ }x = \{u\times v,\ 4\}$; finalmente tenemos que $xIz = \{\frac{1}{2},3\}$ ssi $x=z$, y, si no, $xIz = \{0,3\}$. El 1 algebraico en esta a.c.t. de los elementos aléticos es $\{1,3\}$.

Hay aa.cc.tt. isomórficas con el álgebra de los elementos aléticos y otras no isomórficas con ella. (Un álgebra que no es isomórfica con ella pero de la cual es esa álgebra una subálgebra es aquella en que partimos, no de los números medianos, sino de todos los números reales u, $0\leqq u\leqq 1$; y hay infinidad de álgebras intermedias entre ambas que son también aa.cc.tt. Otro procedimiento alternativo, que fue el primero en ser utilizado en la investigación semántica sobre la lógica transitiva, fue la utilización de recursos tomados del análisis no estándar de Robinson en lugar de dúos numéricos: en tal utilización se toma, eso sí, un único infinitésimo, sea el que fuere. Detalles de todo eso aparecen en trabajos citados en la bibliografía, como (P:05), (P:06), (P:07), (P:10) y (P:11).)

Algebras transitivas

Si $<A,Qt>$ es un a.c.t. entonces $<A,T>$ es un álgebra transitiva, a.t. para abreviar, ssi T es la unión de Qt con $\{B\}$, siendo B una operación monádica para la que vale el siguiente postulado, que será el 25º, a saber: para cualquier $x \varepsilon A$: o bien $x+a=x=Bx$ o, si no, $a.x \neq a$ y $Bx=0$.

<u>Valuaciones; robustez y completez de *Aj*</u>

Sea v una función del conjunto de fórmulas de *Aj* a un conjunto *A* tal que $\langle A,T \rangle$ es un a.t. Entonces v es una <u>valuación</u> de *Aj* ssi, para cualesquiera fórmulas p, q de *Aj*, se tiene: $v(p{\downarrow}q) = Nv(p).Nv(q)$; $v(pIq) = v(p)Iv(q)$; $v(p\hat{\ }q) = v(p)\hat{\ }v(q)$; $v(Hp) = Hv(p)$; $v(a) = a$; $v(Bp) = Bvp$. (En cada una de esas ecuaciones, en el miembro de la izquierda un signo es un símbolo de *Aj* y, si figura en el de la derecha ese mismo símbolo, éste denota entonces a un operador del a.t. en cuestión.) Una fórmula p de *Aj* es válida ssi cada valuación v de *Aj* que tenga como campo de valores (contradominio) a un a.t. cualquiera es tal que v(p) es un <u>elemento denso</u>. Y cabe demostrar que todo teorema de *Aj* es una fórmula <u>válida</u> (o sea: *Aj* es un sistema robusto) y que toda fórmula válida de *Aj* es un teorema (o sea: *Aj* es un sistema completo).

Universidad de León

BIBLIOGRAFIA

(A:01) Elías H. Alves, <u>Paraconsistent Logic and Model Theory</u>, Prepublicaciones del <u>Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciencia</u>, Campinas: UNICAMP, Brasil, pp.1-20, 1981

(A:02) A.R. Anderson & N.D. Belnap, <u>Entailment: the Logic of Relevance and Necessity</u>, vol.1, Princeton U.P., 1975.

(A:03) A.I. Arruda, "A Survey of Paraconsistent Logic", in <u>Mathematical Logic in Latin America</u>. Amsterdam: North Holland, pp.1-41, 1980.

(A:04) A.I. Arruda, "The Paradox of Russell in the Systems NFn", in <u>Proceedings of the third Brazilian Conference on Mathematical Logic</u>. Sao Pâulo, 1980.

(A:05) A.I. Arruda, "Aspects of the Historical Development of Paraconsistent Logic" ap. (P:19).

(B:01) D. Batens, "Paraconsistent Extensional Propositional Logics", in <u>Logique et Analyse</u>, nº 90-91, pp.195-234, 1980.

(C:01) Newton C.A. da Costa, "Nota sobre o conceito de contradição", <u>Annuario da Sociedade Paranense de Matemática</u>, pp.6-8, 1958

(C:02) Newton C.A. da Costa, "Calculs des prédicats pour les systèmes formels inconsistants", <u>Comptes Rendus de l'Académie des Scien-</u>

ces de Paris, T. 257, pp.3790-3792, 1963.

(C:03) Newton C.A. da Costa, "On the Theory of Inconsistent Formal Systems", Notre Dame Journal of Formal Logic, XV, nº 4, pp. 497-510, 1974.

(C:04) Newton C.A. da Costa, Ensaio sobre os Fundamentos da Lógica. São Paulo: Hucitec, 1980.

(C:05) N.C.A. da Costa & L. Dubikajtis, "On Jaśkowski's Discussive Logic", in Nonclassical Logic, Model Theory and Computability. comp. por Arruda, da Costa & Chuaqui. Amsterdam: North Holland, 1977, pp.37-56

(C:06) N.C:A. da Costa & R.G. Wolf, "Studies in Paraconsistent Logic I: the Dialectical Principle of the Unity of Opposites"; Philosophia, vol.9, nº 2, pp.189-217, 1980.

(G:01) Paul Gochet, "La nature du principe de contradiction", Memorias del XIII Congreso Internacional de Filosofía, Comunicaciones libres, vol. V, México: UNAM, 1964.

(G:02) Nicola Grana, Logica Paraconsistente. Nápoles: Loffredo Editore, 1983.

(J:01) S. Jaśkowski, "Rauchuned zdan dla systemow dedukcyjnych sprzecznych". Studia Societatis Scientiarum Torunensis, A, vol. 1, pp.57-77, 1948.

(J:02) I. Johansson, "Der Minimalkalkül, ein reduziert intuitionistischer Formalismus", in Compos. Mathem. 4, pp.119-136, 1936.

(K:02) J. Kotas & N.C.A. da Costa, "On the Problem of Jaśkowski and the Logics of Lukasiewicz", Proceedings of the First Brazilian Conference on Mathematical Logic, pp.1-13, 1978.

(K:03) R. Kraut, "R.M. Dancy's Sense and Contradiction", Noûs 13/4, (nov. 1979), pp.527ss.

(M:01) D. Marconi, La formalizzazione della dialettica. Turín: Rosenberg e Sellier, 1979.

(M:02) C. Mortensen, "Every quotient algebra for C_1 is trivial", Notre Dame Journal of Formal Logic, vol. XXI (1980), pp.694-700.

(O:01) I. d'Ottaviano, Uma teoria de modelos trivalente. Tesis doctoral, Campinas, 1982.

(P:01) Lorenzo Peña, Contradiction et vérité: Etude sur les fondements et la portée épistémologique d'une logique contradictorielle. Tesis doctoral. Lieja: Université de l'Etat, enero de 1979.

(P:02) Lorenzo Peña, Formalización y lógica dialéctica. Quito: PUCE, 1980. (ciclostilado).

(P:03) Lorenzo Peña, Apuntes introductorios a la lógica matemática elemental. Quito: PUCE, 1980. (ciclostilado).

(P:04) Lorenzo Peña, "The Philosophical Relevance of a Contradictorial System of Logic: Ap". Proceedings of the tenth International

Symposium on Multiple-Valued Logic (Evanston, junio de 1980). Los Angeles: IEEE Computer Society, 1980, pp.238-52.

(P:05) Lorenzo Peña, "Prenexation, Comparatives, and Non-Archimedean Infinite Valued Fuzzy Logic", Proceedings of the 11th International Symposium on Multiple-Valued Logic (Oklahoma City, mayo de 1981). Los Angeles: IEEE Computer Society, 1981, pp.168-74.

(P:06) Lorenzo Peña, "Aporetic and Nonaporetic Paradoxes from the View point of an Axiomatized Contradictotial Fuzzy set Theory" & "Fuzzy Arithmetics", Proceedings of the 12th International Symposium on Multiple-Valued Logic. Paris, mayo de 1982, pp.171-77 & 232-34 respectivamente.

(P:07) Lorenzo Peña, "(Quasi)Transitive Algebras", Proceedings of the 13th International Symposium on Multiple-Valued Logic (Kyoto, mayo de de 1983). Los Angeles: IEEE Computer Society, 1983, pp. 129-35.

(P:08) Lorenzo Peña, Hay clases: Estudio sobre Abelardo y el realismo colectivista. Quito: PUCE, 1980. (Ciclostilado)

(P:09) Lorenzo Peña, La coincidencia de los opuestos en Dios. Quito: Educ, 1981.

(P:10) Lorenzo Peña, "Transitive Set-Theory" & "Nonstandard Algebraic Models for Fuzzy Logics", Abstracts of the 7th International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science. Salzburgo, julio de 1983, vol. 1, pp.181-84 & 95-98. Salzburgo: J. Huttegger, 1983.

(P:11) Lorenzo Peña, "A Philosophical Justification of Many-Valued Extensions of Classical Logic". Aparecerá esta ponencia en las Actas del XVII Congreso Mundial de Filosofía, celebrado en Montréal, en agosto de 1983.

(P:12) Lorenzo Peña, "Identity, Fuzziness and Noncontradiction", Noûs, vol. XVIII, nº 2 (junio de 1984).

(P:13) Lorenzo Peña, "Verum et ens conuertuntur: The Identity between Truth and Existence within the Framework of a Contradictorial Modal Set Theory". ap. (P:19).

(P:14) Lorenzo Peña, "El conflicto de valores: Reflexión desde una perspectiva lógico-filosófica", ap. Crisis de valores. ed. por J. González. Quito: Educ, 1982, pp.133-62.

(P:15) Lorenzo Peña, Fundamentos de ontología dialéctica. Madrid: Editora Nacional, 1984.

(P:16) Lorenzo Peña, "A Neo-Fregean (Onto)logical Fuzzy Framework", (Aparecerá publicada esta ponencia en las Actas de la Segunda Conferencia sobre Frege, celebrada en Schwerin en sept. de 1984) Berlín: Akademie Verlag.

(P:17) Lorenzo Peña, "Critical Study of da Costa's Foundations of Logic", Logique et Analyse, nº 100 (diciembre de 1982), pp.447-66.

(P:18) G. Priest, "The Logic of Paradox". Journal of Philosophical Logic, 8, pp.219-241, 1979.

(P:19) G. Priest, R. Routley & Jean NOrman (eds.); Paraconsistent Logic. Munich: Philosophia Verlag, 1984 (en prensa).

(R:01) N. Rescher, Many-Valued Logic. New York: McGray Hill, 1969.

(R:02) N. Rescher & R. Brandom, The Logic of Inconsistency. Oxford: Basil Blackwell, 1980.

(R:03) R. Routley, & R.K. Meyer, "Dialectical Logic, Classical Logic and the Consistency of the World", Studies in Soviet Thought, 16, pp.1-25, 1976.

(R:04) R. Routley, R.K. Meyer et al. Relevant Logics and Their Rivals. Atascadero (California): Ridgeview Publishing Co. 1982.

(S:01) B. Sobociński, "Axiomatization of a Partial System of Three-Valued Calculus of Propositions", The Journal of Computing Systems, vol. 1 (1952), pp.23-55.

(S:02) H.P. Smolenov, "Paraconsistency and some prospects of dialectical logic", Abstracts of the 7th International Congress of Logic Salzburgo, julio de 1983, vol.2, pp.172-5.