ARTÍCULOS DE INVESTIGACIÓN

Educación Matemática
Vol. 10 No. 1 Abril 1998
pp. 64-73

Proceder artísticamente en la clase

- El mundo tecnificante necesita el procedimiento artístico (el paradigma artístico de actuar) como desarrollo de la creatividad del alumno por la matemática -

Fecha de recepción: Agosto, 1996

Hartmut Köhler
Landesinstitut für Erziehung und Unterricht Stuttgart
Wiederholdstrabe 13 D-70174 Stuttgart, Alemania
rwk@studbox.uni-stuttgart.de

Resumen: *A pesar de la existencia de muchos programas y esfuerzos en cambiar la enseñanza de las matemáticas, esta continua caracterizándose en gran parte por métodos rígidos de entrenar a manipular formulas sin entendimiento. (Ver "Third International Mathematics and Science Study", TIMSS) ¿A qué se debe? La vida moderna está dominada por el paradigma técnico basado en la eficacia racional. El error fundamental consiste en aceptar este paradigma también en el área de la pedagogía.*

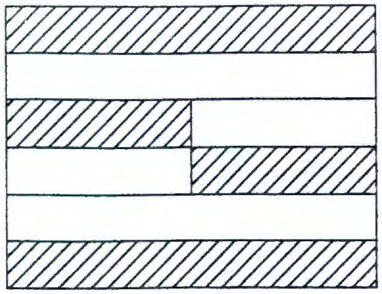
El artículo pretende animar la enseñanza de las matemáticas a través de procedimientos artísticos (¡muy matemáticos!). Enlaza principios pedagógicos, aspectos de la psicología del desarrollo y problemas prácticos. Algunos ejemplos ilustran que actuar artísticamente ofrece buenas perspectivas a la creatividad del alumno. Así se corresponde al alumno como persona y también a las exigencias del mundo moderno rápidamente cambiante, con una sociedad técnicamente dominada.

Abstract: *Mathematics education, in spite of all attempts to change it, generally remained rigid instruction to use formulas in a technical way. (See "Third International Mathematics and Science Study", TIMSS) The reason for it: In almost all our activities of everyday life we believe in following mechanical procedures. The core methodological error consists in transferring this pattern to pedagogy.*

The paper claims revitalizing mathematics lessons by artist-like (mathematical!) activities. It incorporates aspects of developmental psychology as well as social demands, pedagogical principles as well as practical problems of everyday classes. Examples highlight the artistic paradigm giving creativity a real chance in mathematics education. Thus the personality of the pupil as well as demands of modern rapidly changing technically dominated societies are adecuately respected.

No somos capaces de crear naturaleza, pero sí de destruir – y lo hacemos
No somos capaces de crear creatividad, . . . – . . .

Números quebrados en el sexto año escolar: Dibuja un rectángulo de 4 cm de largo y 3 cm de ancho; raya $\frac{3}{6}$ dentro del mismo. Solución de un alumno:



El profesor al contarlo a un colega dice: "Andando por la clase me preguntó un alumno si era correcta su solución y no hubo más remedio que decirle que sí. Eso pasa si uno no detalla exactamente la tarea". [mathe-journal 1991]

El alumno hizo más que sólo ilustrar 1/2. Ilustró $2 \cdot {}^{1,5}/6$ también. Su dibujo geométrico de repente hace imaginarse muchos más. Una solución creativa. Pero el profesor lamenta que no la haya evitado. Obviamente tiene una idea reducida de la matemática, una idea de la escuela como tolva para llenar cabezas, y está encaminado exclusivamente en el paradigma de utilidad o sea el paradigma de eficacia racional {zweckrationales Handlungsparadigma} como lo está nuestro siglo en general.

Esta actitud del profesor no cambia simplemente por mejores sugerencias didácticas, es necesario convencerlo pedagógicamente. Por ejemplo: Un grupo de profesores planificó una unidad de lecciones sobre Mozart de acuerdo con el uso corriente de dictar clases en el estilo de proyectos e integrando diferentes asignaturas, en esta ocasión, música y lenguaje. Tenían la meta superior de fomentar la creatividad de los alumnos, según destacaron. Pero en su relato sobre el proyecto dijeron: "A veces era necesario apresurarse en la clase para cumplir con el horario proyectado". [Schulintern 1994] Nota bene: Mozart fomentó su creatividad más bien jugando unas tres horas al día al tarot, no por entrenamiento sistemático de creatividad bajo presión de tiempo.

La creatividad no se desarrolla en horarios ni según planes determinados. No se le puede producir tampoco por modelos didácticos. Por lo tanto, me parece urgente discutir el problema de la creatividad bajo un amplio horizonte pedagógico. Pues es necesario sobre todo ***permitirla***, dado que ya está constituida en ***cada*** niño.

En la industria se reconoció en las décadas pasadas que hasta los adultos necesitan un mínimo de posibilidades para desenvolverse en su trabajo rutinario. Para bajar costos (*lean production*) hoy se organizan los trabajos según el principio de relacionar el trabajo de cada persona con el producto global en vez de la taylorización de antaño. ¡Cuán importante entonces es posibilitar actividades creativas en el alumno!

Qué situación increíble —aunque práctica corriente— que aunque los niños y adolescentes sólo aprenden y forman su personalidad por construcciones propias y que las constituciones y las leyes fundamentales de los estados modernos les garantizan toda libertad para formar su personalidad, sin embargo hay profesores que intentan dictar clases de una manera que impide la creatividad del alumno —ver ejemplo inicial.

Tal instrucción va entonces en contra de las constituciones de los estados modernos. Y no sólo hace daño al alumno sino, a la vez, a la sociedad, dado que la sociedad necesita urgentemente mucha más creatividad en todas las áreas para solucionar sus problemas. Hasta la economía no va con una juventud escolar entrenada para funcionar como máquinas.

El gran obstáculo contra el fomento de la creatividad es nuestra fijación en el paradigma estrecho de eficacia racional que domina todo, hoy en día. O sea: no pensamos más que en producción (y consumo). Esto va con una convergencia rápida a la inflexibilidad, a la muerte. Creatividad, empero, tiene que ser crecimiento vivo.

Sirve para formarnos una idea, imaginarse las actividades del artista, ***el procedimiento artístico***. El artista tiene su meta pero no llega a ella apresurandose sino que empieza un diálogo con todo el entorno. Imaginemos al escultor. Él tiene una figura como meta, pero durante su creación la modifica, varía. Correspondiendo al material (p.ej. un nudo en la madera), abierto a cualquier estímulo, conectando el proceso creativo con su propia vida crece la obra de arte por el ***diálogo con el material labrado***, por enfrentar idea y realidad. Y él trabaja en detalles, pero ellos son siempre aspectos del conjunto total, multiplicadamente entrelazados. El escultor ve permanentemente la totalidad de su obra, tanto espacial como temporal.

La pérdida de la totalidad, empero, es justamente el problema de nuestro mundo. La división del mundo en detalles manipulables es la causa del problema de sobrevivencia del mundo moderno, como la de una idea técnica (mecanicista) de la didáctica que culmina en el obstáculo a la creatividad por la instrucción programada.

¡Cuánta creatividad se impide por no desarrollar un verdadero diálogo en la clase! Muchas veces una frase de un alumno es rechazada por completo en vez de ser aceptada en sus aspectos positivos, de manera que el alumno pueda avanzar en ***su*** pensamiento [Köhler 1996 (a)]. Lo que cuenta para el alumno no es la "corrección de por sí" sino la "verdad para él", otra vez similar al artista.

> Si un alumno, en cierta situación en la clase, no se imagina 1/3 cardinalmente ♠♠♠♠ ♥♥♥♥ ♥♥♥♥, sino ordinalmente, ♠♥♥ ♠♥♥ ♠♥♥ ♠♥♥, ésto puede ser incómodo para el profesor, pero no justifica impedir al alumno continuar en ***su*** camino.
>
> Si en una actividad creativa, trabajando con la función $x \rightarrow ax$, los alumnos empiezan a preguntar $x \rightarrow xx$, es decir $x \rightarrow x^2$ a la vez, no se debe interrumpirlos solamente porque las funciones cuadráticas no están en el programa hasta el a§o siguiente; eso sería también un obstáculo a la creatividad.

Investigaciones empíricas repetidas veces han mostrado que la ausencia de caraterísticas del procedimiento artístico es causa de la falta de éxito en la clase. Una característica es p.ej. la ***franqueza*** [Köhler 1993] o sea la ***variabilidad***. El artista, aun trabajando según métodos, empleando ciertas técnicas, no las usa como una máquina. Él percibe cada tarea, cada paso del proceso de nuevo y en todo su entorno, por eso nunca son idénticas dos pinceladas. El artista no se interesa sólo en lo que es, sino también en lo que podría ser. Y bien, esto será una misión de la clase de matemática: formar un ***sentido para lo posible*** {Möglichkeitssinn} [Musil].

> Veamos este ejemplo: 1/4 de 32 es 7 para un alumno. Dado que para él 1/4 es igual a 25 y "de" significa para él sustraer. 32 – 25 es 7. [Altevogt 1995]
> ¿Qué pasó, que para él 1/4 es siempre 1/4 de cien? ¿Cuántas veces habrá hecho invariadamente este cálculo de fracciones solamente de cien, que ésto se fijó en el alumno?
> O quizás: ¿Cuán inactivo estuvo él que sólo percibió este detalle sin contexto? (Y análogamente su idea de 32 – 25) Más variación habría impedido este acontecimiento.

Padberg, después de sus investigaciones sobre errores escolares, estima la carencia de variación suficiente como causa de muchos errores, o sea de representaciones erróneas de los alumnos. [Padberg 1996]

El descuido del contexto es un problema más. El paradigma técnico de la eficacia racional es el de la moderna producción en masa. En ella se excluye todo lo no necesario para el proceso idénticamente repetido. Y lo mismo intenta la escuela con su instrucción de manipular cálculos de manera obligada. Pero contrariamente a la producción de coches, los "desperdicios" de dictar clases de tal manera son demasiado grandes: Muchísimos alumnos ni siquiera aprenden la mera manipulación de los cálculos.

Un ejemplo para ***trabajar en el contexto***.

> Al trabajar mucho por propia iniciativa con quebrados, los alumnos llegan al problema de la adición. Nadie les ofrece un modelo para la adición sino ellos mismos experimentan en pleno contexto, en el entorno rico de los quebrados y de la aritmética, cada uno por sí mismo intentando sumar quebrados. Algunos alumnos tratan, como matemáticos investigadores, de adecuar ("imprimir") la estructura que ya tienen (adición de números naturales) al conjunto nuevo (quebrados). Ellos suman los numeradores y los denominadores. Claro que no tienen éxito con el experimento de transformar directamente la estructura conocida, pero lo que cuenta es que los alumnos se dan cuenta por sí mismos, por pués de muchas investigaciones Padberg estima que el error de intentar sumar quebrados de tal manera es el que aparece con mayor frecuencia [Padberg 1989]. Pero estos alumnos, cuando tengan dudas algún día acerca de este asunto, probablemente no cometerán el error aquí mencionado puesto que ya son conscientes del camino erróneo por experiencia propia.

¿Qué manera de actuar se les permitía a los alumnos? La manera de los matemáticos. ¿Cómo actúa un matemático? Como artista, p.ej. el músico: "Quiero, ... por la comparación del trabajo en dos disciplinas que tienen importancia para mi persona, lograr ayuda para determinar la posición de la actividad creativa. Por conocer bien ambas disciplinas soy escéptico frente a juicios que formulan diferencias típicas entre la psicología del proceso creativo de un matemático y de un músico. Normalmente tales juicios se producen por no conocer bien al menos una de las dos disciplinas. Una hipótesis central es, empero, ... que cada diferencia postulada en cuanto a la actividad creativa en la matemática y la música tiene que ser examinada para ver si no es solamente un prejuicio o una reducción del problema. Cada diferencia sociológicamente encontrada tenemos que examinar si no muestra más bien una situación especial, penosa, que una ley natural. Esta sospecha fue corroborada por mis estudios. Por eso voy a terminar abogando por el fomento global de las personas dotadas: las posibilidades racionales y emocionales, intelectuales e intuitivas tienen que ser promovidas en común, en áreas de la persona ***y*** del éxito del trabajo." [Metzler 1985, p.46]

Oigamos aún otra alusión de este organista y catedrático de la matemática en cuanto a las competencias como fomento de creatividad, tan populares hoy en día: "Es muy dudosa ... la olimpíada internacional de la matemática, que se desarrolla a puerta cerrada ... Se ve además que bastantes vencedores de esta olimpíada trabajaron sólamente con éxito mediocre en el concurso de Alemánia, que no es un examen tal. Aprobar un examen a puerta cerrada es un modo de trabajar absolutamente atípico para el matemático creativo. Los proyectos matemáticos maduran durante largo tiempo". [Metzler 1985, p.61]

Aprender, empero, es construcción creativa del saber. Preguntemos al psicólogo del aprendizaje. Él confirma que la construcción individual de un sistema de conocimientos no es recorrer una cadena de hechos sucesivos lógicamente ordenados. [Weinert 1995]. Notemos construcción ***individual***. Ésto no se puede hacer funcionar según un plan preparado para toda la clase igualmente. Prestemos atención a ***construcción***. Éste es un proceso que cada uno tiene que desarrollar por sí mismo. Nos damos cuenta que la negación de recorrer una cadena de hechos sucesivos lógicamente ordenados es, a su vez, la negación de clases detalladamente planificadas. Destaca el derecho del alumno a cometer errores, desviarse, ir por callejones sin salida —como lo vemos observando al pintor que modifica su imagen abriendo nuevas perspectivas, etc.

O bien leemos lo que escribe un científico de la cognición: Varela habla sobre el mismo cambio del paradigma reclamando: "... hay que usar el concepto del proceso *evolutivo* en vez de la construcción de eficacia racional". [Varela 1990, p.111]

Obligar al alumno a la "cadena de hechos sucesivos lógicamente ordenados" significa actuar según el espíritu técnico de nuestra época: Instalamos en todas partes procesos técnicos, queremos transformar todo en un proceso —como se cree— seguro y calculable. Ésto mata en gran escala al mundo y mata en la educación al proceso formativo y por consiguiente a la posibilidad de salvar el mundo por una juventud diferente. Tenemos que aceptar la imposibilidad de calcular el proceso de aprender, la indeterminación de la vida. Se puede colocar cosas en un estante según un esquema prefijado, pero no es posible llenar de conocimientos a un alumno de tal manera sistemática.

> Qué alivio es una pregunta como la siguiente para una clase "sistemáticamente instruída": Resulta que $6 + 6/5 = 6 \cdot 6/5$ y $8 + 8/7 = 8 \cdot 8/7$. Busca más ejemplos como estos. ¿Por qué la suma es igual al producto?

Aprender es un proceso creativo, no es almacenamiento. (Esta metáfora que proviene del computador no es solamente bastante tonta sino, sobre todo, extremadamente peligrosa.) Esto significa que el profesor tiene que actuar en contra del espíritu de la época. Él tiene que desistir de la comodidad y de la seguridad de procesos técnicos. ***Esta*** es la condición para fomentar la creatividad, no el desarrollo de algún programa de fomento de la creatividad. Si no convencemos al profesor de la necesidad del paso del paradigma de eficacia racional al paradigma artístico de actuar {künstlerisches Handlungsparadigma}, todos los demás intentos de fomentar creatividad serán sin sentido. No necesitamos más investigaciones sobre el fomento de creatividad sino que tenemos que posibilitar por este cambio de enfoque que se traslade a la práctica lo que ya sabemos hace mucho.

Dicho sea de paso que los mismos didácticos actúan en cierta manera artísticamente. Ellos usan cada vez conceptos nuevos, varían sus bases o sea sus puntos de partida. (Así que los profesores tienen dificultades en entender sobre qué están hablando.) Y ellos se alegran obviamente de cada creación de un modelo didáctico nuevo que los profesores pueden ofrecer al alumno. Pero no es esto lo importante, sino que se alegren de haber posibilitado una creación en el ***alumno***. La idea del alumno es la meta —aun si modifica el concepto del profesor. Sólo tenemos que pretender ***la alegría del alumno*** sobre su idea [Köhler 1996 (b)]. Por eso es importante conocer las intenciones básicas de los profesores (Pehkonen y Törner lo investigan p.ej.) porque éstas tienen que cambiar.

La idea del alumno sólo puede ser provocada por una tarea bastante exigente y a su vez suficientemente accesible y gratificante. Hay que activar al alumno dentro del margen entre aburrimiento y frustración. Pero la estimulación de la creatividad no es tan difícil; parece más difícil no rechazarla o sea no matar a la creatividad ya existente.

Un ejemplo: Una niña del primer año tiene que copiar esta figura E. Ella dibuja la siguiente E. ¿Ha cometido un error? No, es una solución creativa:

"Porque así funciona mejor el rastrillo". Contesta la niña al ser preguntada (esta vez) en vez de ser informada (como habitualmente), por un "error" del profesor, que su creatividad no cuenta. [Kowalczyk/Ottich 1992]

Otro ejemplo: En un problema reducible a la pregunta sobre la cantidad de listones y de espacios de una cerca cerrada o de una parte de una cerca, los alumnos formaron al fin una empalizada con sus mismos cuerpos en la clase para decidir sobre las diferentes opiniones. Fue un evento vivo y algunos movilizaron representaciones vivas. Preguntaba una chica en medio de las actividades matemáticas, cómo era posible que ahora, en pleno otoño, florezca un árbol de peras en el jardín de su abuela. ®Una pregunta enojosa, robando tiempo a la clase de matemática? Parece que la activación amplia de imaginaciones con respecto a la cerca del jardín había ayudado también matemáticmente a la chica. Porque en la próxima clase ella tenía la mejor solución a una pregunta profundizando el problema listón/espacio.

Estos ejemplos son típicos aun con respecto a que aquí la vida se manifiesta directamente en la clase de matemáticas. Permitir la creatividad significa permitir la vida. El proceso creativo artístico siempre abarca toda la vida de la persona creadora.

Tales relaciones con la vida cotidiana no van a costa de la matemática. Todo lo contrario. La intención de realizar clases lo más exactas y puras posibles reduce la substancia matemática. Hay miles de ejemplos como los siguientes:

Dado que entrenan y catalogan cada paso de solucionar ecuaciones particularmente, un grupo de profesores estima que el paso de $2x + 3 + x = 5 + x - 1$ a $3x + 3 = 4 + x$ no es una transformación de equivalencia.

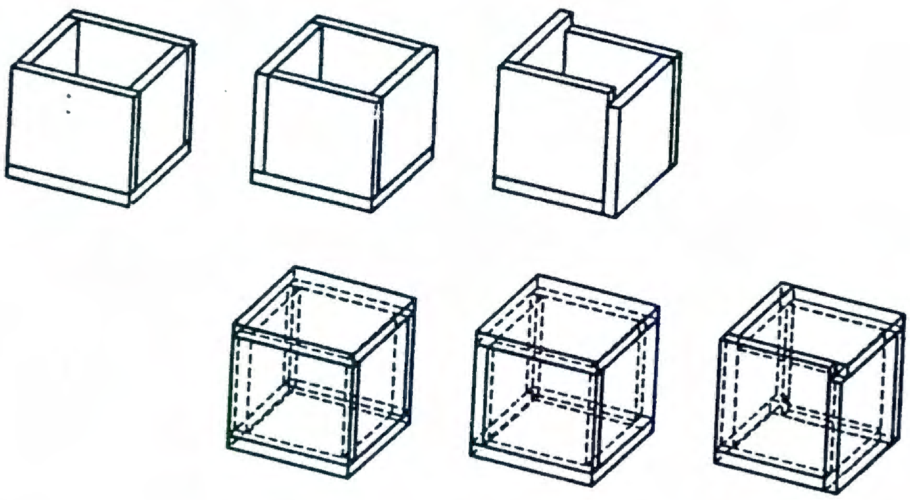
O también: Escribió un profesor en un dictamen sobre un libro escolar: "En la p.19 el autor erróneamente sólo acepta el valor positivo como raíz cuadrada de un radicando positivo." Y después: "... sigue la tarea de exponer las coordenadas de dos intersecciones de la parábola normal. Esta tarea, como consecuencia de la base de la p.19, no se puede solucionar. ... No hay ni un pasaje en el libro donde se preste atención sobre la ambigüedad de la raíz."

Ambos no son errores matemáticos de cualquier tipo sino más bien errores como consecuencia de la opinión de estos profesores, que hay que definir todo solamente para el uso en ciertos tipos de tareas. Ellos no dan importancia ni a la matemática ni al alumno sino sólamente a su sistema rígido: Dado que se hacen transformaciones de equivalencia a causa de ciertos pasos problemáticos, para ellos entonces sólo estos pasos son transformaciones de equivalencia; y si hay dos soluciones, para ellos tienen que existir también dos valores de la raíz.

La manera de plantear tareas, ya decide casi todo. ¿Quién ofrece las tareas al artista? Él por sí mismo, por algún motivo. Hollenstein demostró en una investigación impresionante, que esto es lo mejor también para los alumnos. Él dió a un grupo de alumnos un problema en forma de texto aritmético con ciertas preguntas para resolver y a otro grupo el mismo texto sin las preguntas y le preguntó al segundo grupo qué preguntas se podrían proponer al respecto. El segundo grupo encontró todas las preguntas del primer grupo y otras más. Y: El segundo grupo calculó mejor, obtuvo más resultados correctos que el primero. [Hollenstein 1996] Claro, porque ellos no actuaban temerosamente "bajo el sistema" sino que usaban soberanamente el sistema. Además se les permitió escribir libremente sobre el problema. ¿Qué caracteriza al artista, al escritor? Él lo dice de manera novedosa. Así es necesario que a los alumnos se les permita formular de nuevo lo que para el profesor ya está dado desde siempre. Gallin y Ruf cultivan esto de manera excelente. [Gallin/Ruf 1994]

Las tareas estúpidas muestran claramente lo que se pretende. Cuántos objetos matemáticos (cubos, pirámides etc.) hacen calcular algunos profesores sin que se necesite idea alguna. Por qué no eligir tareas como la siguiente:

> Los alumnos contruyen un cubo de tablas de madera. Aserran las seis paredes según sus propios razonamientos para su construcción. Para esto tienen que dibujar y calcular según la imaginación espacial de la construcción, para que las partes encajen entre sí. Al cortar es importante medir y trabajar exactamente. Hay tres construcciones diferentes. De la más sencilla a la más estable:
>
> - Tapa y fondo $k \cdot k$ entre ellos dos partes laterales $(k-2d) \cdot k$, entre ellos dos laterales $(k-2d) \cdot (k-2d)$.
> - Tapa y fondo $k \cdot k$, cuatro laterales entrelazandose $(k-2d) \cdot (k-d)$.
> - Todas las partes iguales $(k-d) \cdot (k-d)$ y llenando dos (¿realmente dos?) rincones por cubitos de tamaño d.



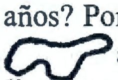
Pues ya para la consrucción se necesita imaginación espacial, hay que medir y calcular. Se puede, dicho de paso, calcular después el área de las seis superficies para controlar si todas las partes para la construcción fueron diseñadas sin error (p.ej. en cuanto a la necesidad de los dos cubitos en la tercera solución).

En cuanto al tamaño hay muchas posibilidades en relación al empleo deseado en la clase. Indiquemos una: Hay tantos alumnos que no pueden creer que $1l = 1dm^3$. El hablar no puede enseñar, pero la experiencia sí: Se podría construir el cubo incluyendo un decímetro cúbico (tapa movible, segunda posibilidad mencionada arriba) y usar el cubo con mejor impermeabilidad para cambiar de envase de botella al cubo etc. (Usar el mejor cubo significa premio material para un buen trabajo —en vez de los premios dudosos, muchas veces no materiales y socialmente discutibles de los concursos que están de moda.) Aquí puede surgir el problema de la densidad.

Si no se construye el cubo ya como objeto de uso práctico (no se debería hacer construir a los niños objetos no necesarios para la vida, dado que la producción en demasía es *el* problema medioambiental), se podría después diseñar y dibujar ortoedros aptos como caja para papeles, cepillos etc. y hacerlos construir de madera.

Otra variación posible son modelos de listones de madera, por ejemplo prismas cuadrados empapelados con papel chino logrando lámparas. Aquí surgen problemas nuevos con los detalles de la construcción (el punto de intersección de tres listones) que hay que solucionar por imaginación, pensando, dibujando, midiendo y construyendo. ... Un fichero de madera se pude tapizar con cuero; para esto se necesita pensar en redes de cuerpos, otra vez calcular y medir. Un cofre para alhajas necesita subdivisiones y tapizados adentro. .... (¡Trabajos para cada nivel —posibilidad de diferenciación intrínseca!)— "Lo más excitante es que el intelecto y la fantasía se junten al trabajar". [Fucke 1991, p.195s]

Más general: Considerándolo bien, todas las tareas que no permiten más que un sólo camino y que tienen un sólo resultado no son buenas para el desarrollo del alumno. Lo más negativo, sin embargo, es la repetición de tareas tales variadas sólo en algunos datos.

¿Por qué no dice nada a los adultos un gráfico de una función, a pesar de sus clases de matemática durante años? Porque nunca han ido por sí mismos del material al gráfico, p.ej. del circuito  al gráfico de la función v/s de una posible velocidad más alta (y al revés del diagrama al circuito).

Duplicar el área del cuadrado: ¿De  a ? ¿Cómo? ¿Ir de  a ? ¿Cómo? Ir de  a . Claro que sí. ¿Pues, entonces, podemos ofrecer la última representación a los alumnos? ¡De ninguna manera! Hacer que los mismos alumnos busquen maneras. Así entran en juego la asociación, el esbozar jugando, el percibir, el pensar.... Los alumnos pueden hacer experiencias, explorando algo del mundo.

Una condición previa para esto son suficientes experiencias fundamentales en el mundo real. Por eso Davis y Hersh dicen: "No se entiende lo que es un cubo si sólo se puede imaginar de frente. Sirve verlo desde muchas perspectivas distintas. Es aún más útil cogerlo en la mano, tocar sus aristas y esquinas, ver lo que pasa volteandolo. Ayuda mucho, construir un cubo por sí mismo, hacerlo de alambre doblando y plegándolo, modelarlo en arcilla o cortarlo con una fresadora de acero." [Davis/Hersh 1986, p.378]

Para ***poder*** hacer experiencias por medio de los sentidos, por las sensaciones y por asociaciones, es necesario un pleno desarrollo de los sentidos y de la sensibilidad. Este es un tema de por sí, que habría que tratarlo aquí [Köhler 1986]. Las escuelas tienen cada vez más la obligación de posibilitar a los niños este desarrollo. Porque el mundo moderno exige a los jovenes un esfuerzo cada vez más grande de integraciones dado que tienen que integrar mundos divergentes de percepciónes e ideas, de sentidos y modelos. Y si no les ayudamos a dicho desarrollo, ellos no podrán con esta integración y caerán en depresión, en apatía y en desorientación en una inmensidad espacial y temporal. [Tarr 1994]

Tener permiso para trabajar creativamente, aprender a actuar artísticamente es lo principal que la escuela debe ofrecer a sus alumnos. (Hasta en la formación de los aprendices en la industria esto significa un mejoramiento esencial. [Brater 1989]) Y así aprenden más en cuanto a conocimientos de lo que se aprende normalmente. Lo más importante: Así son capaces de aprender posteriormente sin problemas por sí mismos todo lo que necesitan pero no han aprendido en la escuela. Esto es más relevante hoy en el mundo moderno. Sin embargo ya lo exigieron todos los pedagogos célebres. Citemos a un autor hispanoamericano. Dijo J .P. Varela en 1868:

> Para mí, el niño
> no va a la escuela para aprender,
> sino a adquirir los medios
> para poder aprender.

Sabemos que el cambio fácil entre representaciones, modelos, imaginaciones, etc. es condición para logros creativos. ¿Por qué, entonces, muchos ensayos didácticos hacen todo lo posible para obligar al alumno a progresar linealmente en un carril fijo? Porque están encarcelados en el paradigma de eficacia racional, dictado por el espíritu de la época, en vez de seguir el apropiado paradigma artístico de actuar.

Bibliografía

BIANKA ALTEVOGT u.a.: Warum ist 1/4 von 32 gleich 7? {¿Por qué 1/4 de 32 es igual a 7?} En: mathematik lehren 78, Dezember 1995

MICHAEL BRATER u.a.: Künstlerisch handeln. Die Förderung beruflicher Handlungsfähigkeit durch küns-tlerische Prozesse. {Actuar artísticamente. El fomento de la capacidad de actuar en la profesión por procesos artísticos.} Stuttgart (Freies Geistesleben) 1989

PH. DAVIS / R. HERSH: Erfahrung Mathematik. {La experiencia matemática.} Basel/Boston/Stuttgart (Birkhäuser) 1986.

ERHARD FUCKE: Grundlinien einer Pädagogik des Jugendalters. {Principios de una pedagogía de la juventud.} Stuttgart (Fr. Geis-tesleben) 1991

PETER GALLIN / URS RUF: Ein Unterricht mit Kernideen und Reisetagebuch. {Una enseñanza con ideas claves y diarios de viaje.} En: mathematik lehren 64, Juni 1994

ARMIN HOLLENSTEIN: Schreibanlässe im Mathematikunterricht. {Ocasiones para escribir en la clase de las matemáticas.} Vortrag bei der 30. Tagung für Didaktik der Mathematik in Regensburg 1996

HERBERT KARGL: Schlankmacher. Lean Production: Die Unternehmensdiät für mehr Effizienz und Effektivität industrieller Produktionsverfahren. {Adelgazantes. Lean Production. La dieta empresarial para más eficacia y efectividad en la producción industrial.} En: Dialog (Siemens Nixdorf), 3. Jg., Heft 2 / Juni 1993.

HARTMUT KÖHLER: Herkömmliche Geometrie trotz Bildschirm? Über körperliches Erleben und Grundlegung mathematischer Begriffe. Stuttgart (Landesinstitut für Errzeiehung und Unterricht, M14) 1986

Edición en español: ¿Geometría tradicional pese al monitor? Sobre vivencias corporales y fundamentación de conceptos matemáticos. Montevideo (Centro de Estudios Educativos, serie PME, numero IV) 1988.

HARTMUT KÖHLER: Bildung und Mathematik in der gefährdeten Welt. {Formación y Matemáticas en nuestro mundo de riesgos} Buxheim (Polygon) 1993.

HARTMUT KÖHLER: Dialog. Nicht Überrumpelung sondern Annahme des Schülers —d.h. seines Arguments. {Diálogo. No sorprender al alumno sino aceptar a el —o sea— a su argumento} En: Mathematik in der Schule, 34. Jg., Heft 5, Mai 1996 (a)

HARTMUT KÖHLER: Zur Notwendigkeit der Distanz des Didaktikers zur eigenen Wissenschaft. {La necesidad de la distancia entre el didáctico y su ciencia.} En: Journal für Mathematik-Didaktik (JMD) Jg. 17 (1996) Heft 1 (b)

KOWALCZYK / Ottich: Der Elternabend. {La reunión de padres de familia.} Reinbek bei Hamburg (Rowohlt) 1992. mathe-journal 2 -91

WOLFGANG METZLER: Schöpferische Tätigkeit in Mathematik und Musik. {Actos creativos en las matemáticas y la música.} En: H. Götze / R. Wille (Hg.): Musik und Mathematik. Salzburger Musikgespräch 1984 unter Vorsitz von Herbert von Karajan. Berlin/Heidelberg (Springer) 1985.

ROBERT MUSIL: Der Mann ohne Eigenschaften. {El hombre sin características.}

FRIEDHELM PADBERG: Didaktik des Bruchrechnens. {Didáctica de números quebrados.} Mannheim (BI) 1989

FRIEDHELM PADBERG: Über Schülerschwierigkeiten im Umgang mit gemeinen Brüchen und Dezimalbrüchen. {Sobre varias dificultades de los alumnos con los números quebrados.} Vortrag bei der 30. Tagung für Didaktik der Mathematik in Regensburg 1996

[SCHULINTERN] Wolfgang Amadeus Mozart - ein Komponistenportrait. {W. A. M. - retrato de un compositor.} En: Schulintern. Informationen für Lehrer in Baden-Württemberg, Heft 12 / 1994.

IRMTRAUD TARR KRÜGER: „Komm, spiel mit mir!“ Phantasie und Kreativität in der Kindertherapie. {Ven a jugar conmigo. Fantasía y creatividad en la terapia de los niños.} En: Südwestfunk Baden-Baden, S2-Sendung „Pädagogische Provinz” 19.11.1994

FRANCISCO VALERA: Kognitionswissenschaft - Kognitionstechnik. {Ciencias de cognición - técnicas de cognición.} Frankfurt am Main (Suhrkamp TB) 1990

F. E. WEINERT am 06.12.1995 auf dem Kongreß „Schöne neue Lernwelt“ {en el congreso “El magnífico mundo nuevo del aprendizaje“} en Stuttgart.