




ANÁLISIS ESPECTROGRÁFICO DE SEÑALES TEMPORALES

Mini-clase de Laboratorio 5
Departamento de Física
Santiago Boari



Análisis espectral

Casos sencillos (ej: Laboratorio 5)

- Monocromador (Fotoeléctrico)
- Frecuencia de “choppeo” y modulación del fenómeno (Verdet, fotoeléctrico)
- Cristales sónicos.
- Fenómenos que ocurren a una dada frecuencia, son modulados a una frecuencia conocida o pueden analizarse con un barrido en frecuencias.

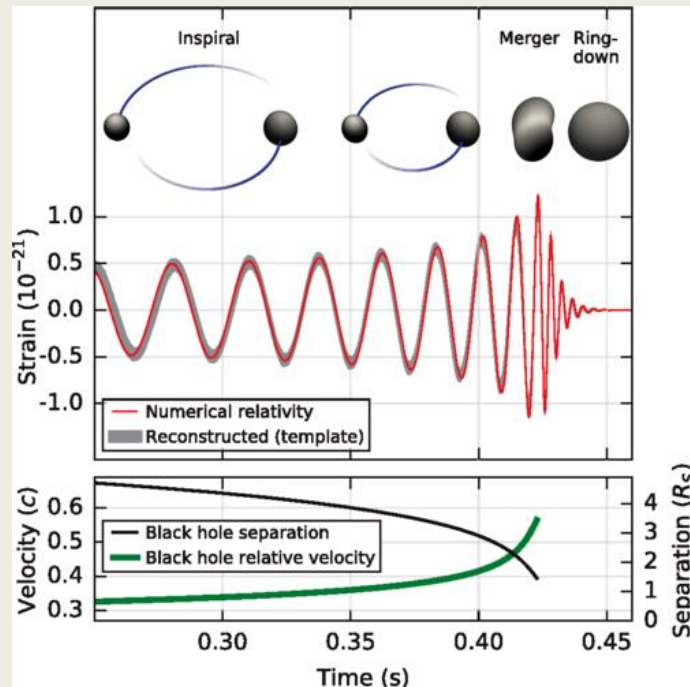
Vs

Casos no tan simples

- Señales con contenido espectral *no estacionario*: no se puede pre-acondicionar la señal a medir a *una* frecuencia característica (ej: estudio del habla, señales de actividad neuronal, etc).
- Eventos *no repetibles* donde se puede adquirir la señal temporal por única vez.
- Interés en la evolución temporal del espectro.

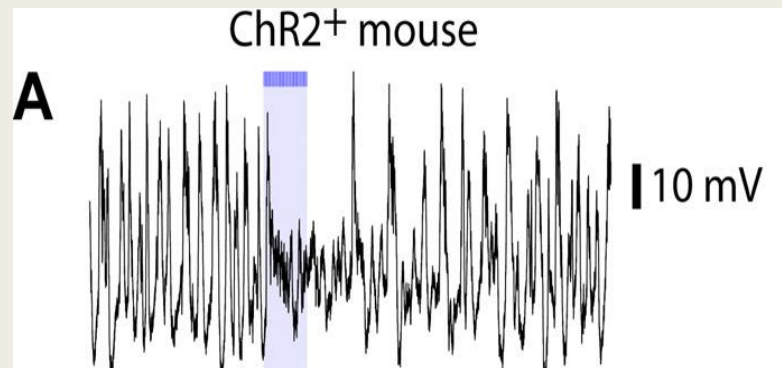
Ejemplos de 'señales complejas'

LIGO



Aumento de frecuencia en el tiempo

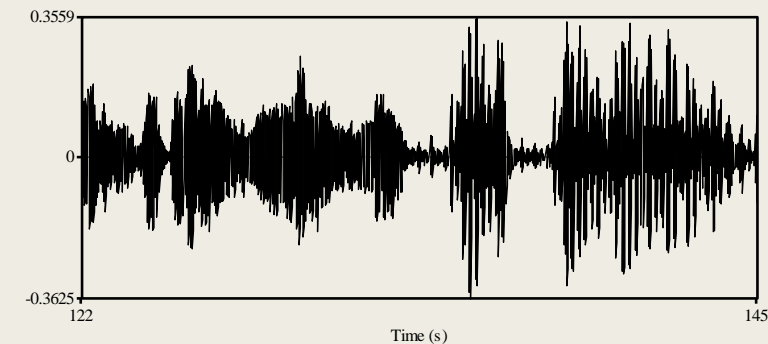
Potencial de campo medio (LFP)



Voz humana



Erika_Miklosa_as_Queen_of_the_Night_Der_Hölle_Rache_mono



Múltiples frecuencias involucradas

¿Qué se puede hacer para analizar el contenido espectral en los casos donde el fenómeno no es estacionario?

->

Reconstruir las bandas de frecuencias involucradas en el fenómeno *a posteriori* a partir del análisis espectral de la señal temporal adquirida.

Transformada discreta de Fourier

$$X(\omega_k) \triangleq \sum_{n=0}^{N-1} x(t_n) e^{-j\omega_k t_n}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1,$$

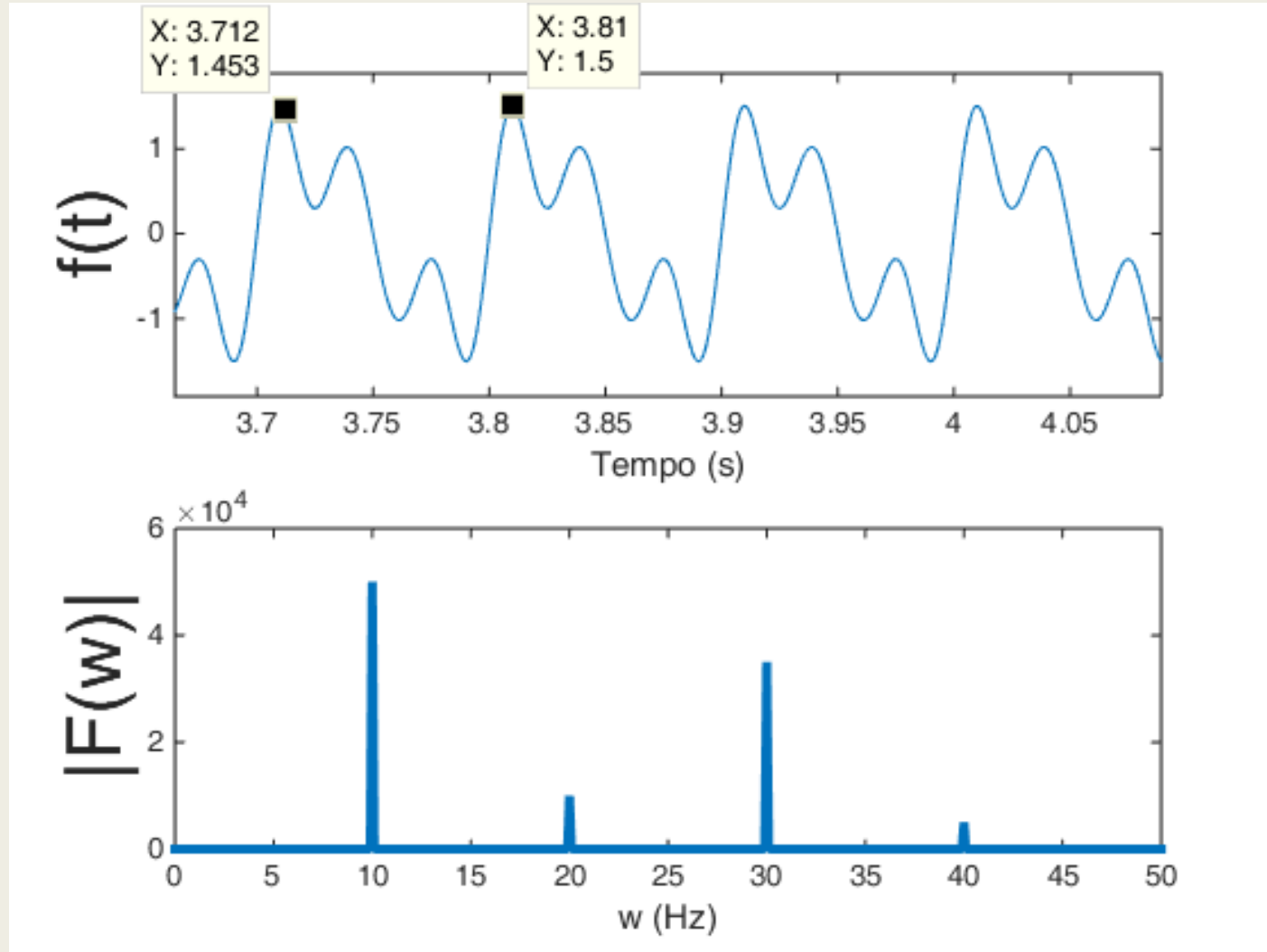
$$\omega_k = 2\pi f_k = \frac{2\pi k f_s}{N}$$

$$\Delta f_k = \frac{f_s}{N}$$

- La resolución en frecuencias está dada por el intervalo total de análisis de N muestras, **NO** por la frecuencia de sampleo (f_s).
- Si se tiene un fenómeno estacionario con un contenido espectral estable tomando $N \gg 1$, se puede tener buena resolución en el dominio de frecuencias.
- Cota superior del dominio de frecuencias dado por la Frecuencia de Nyquist ($\frac{f_s}{2}$).
- En fenómenos no estacionarios en los que hay cambios *rápidos* de frecuencia/contenido espectral, hay que buscar estrategias alternativas para el análisis (Transformada de Fourier de tiempos cortos).

Ejemplo 1: señal estacionaria

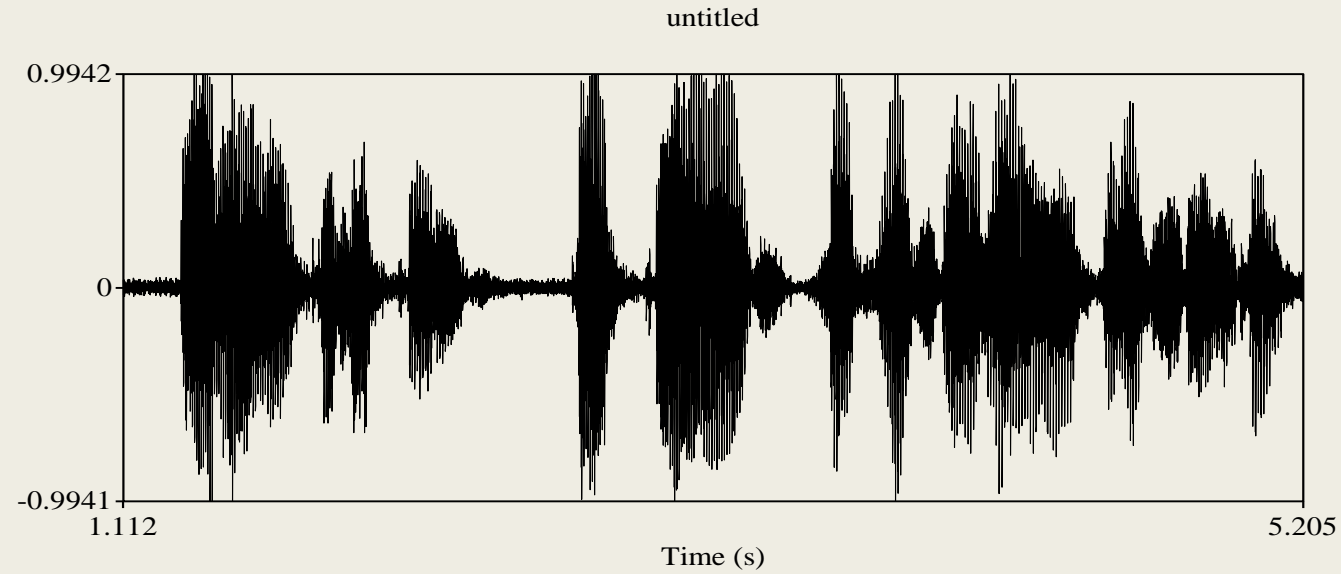
Señal



Espectro

Ejemplo 2: señal no estacionaria

Señal

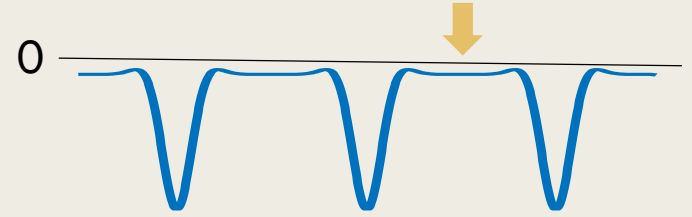
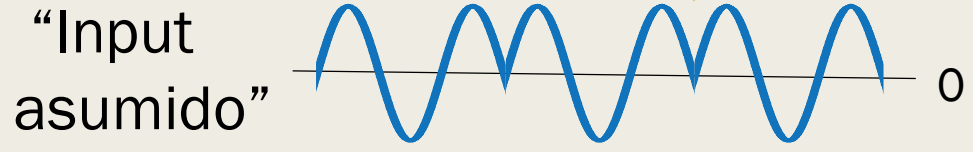
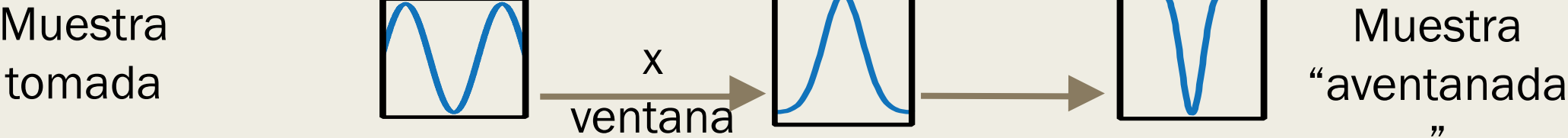
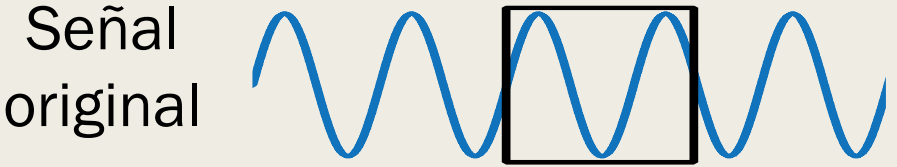


Modulación en amplitud, múltiples frecuencias involucradas, modulación de esas frecuencias, etc.

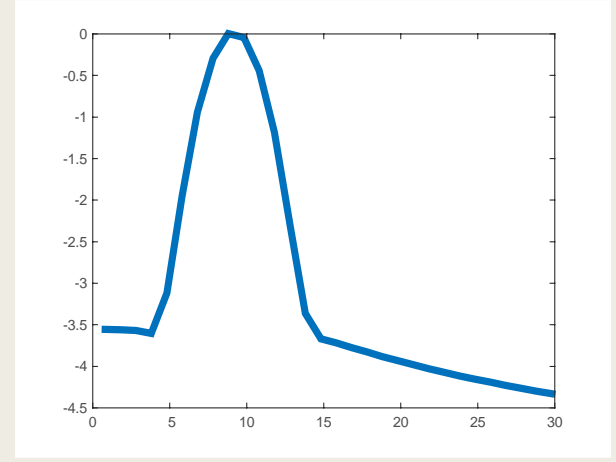
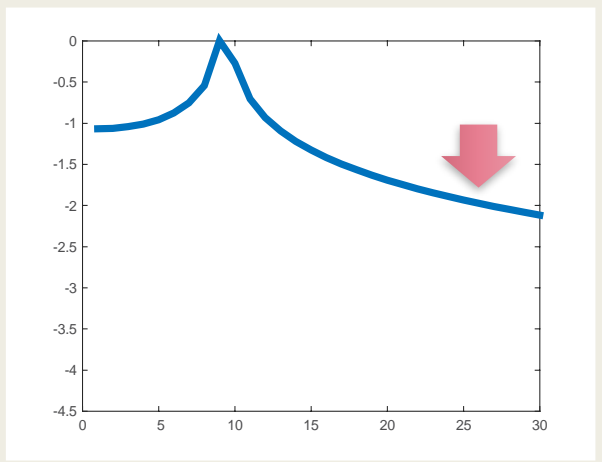
Espectro



Ventaneo: esquema de la “solución”

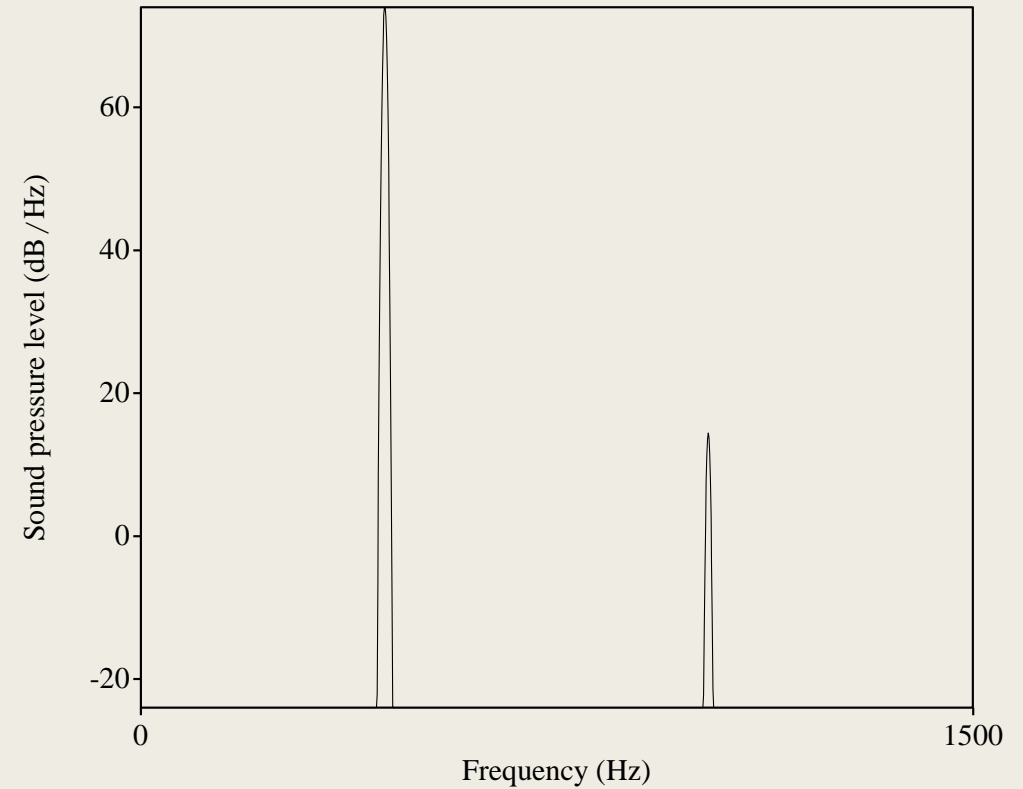
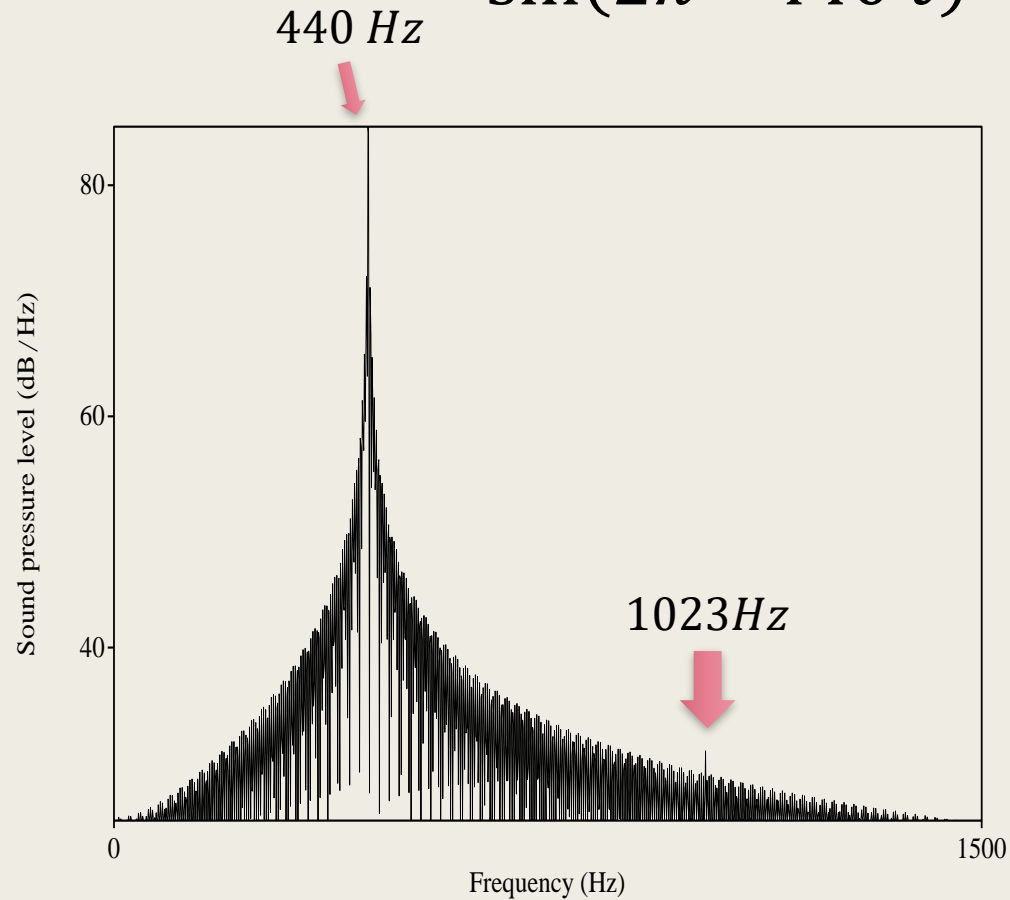


Espectro resultante



Ventaneo (ii): Resolución vs rango dinámico

$$\sin(2\pi * 440 t) + 1 \times 10^{-3} \sin(2\pi * 1023 t)$$



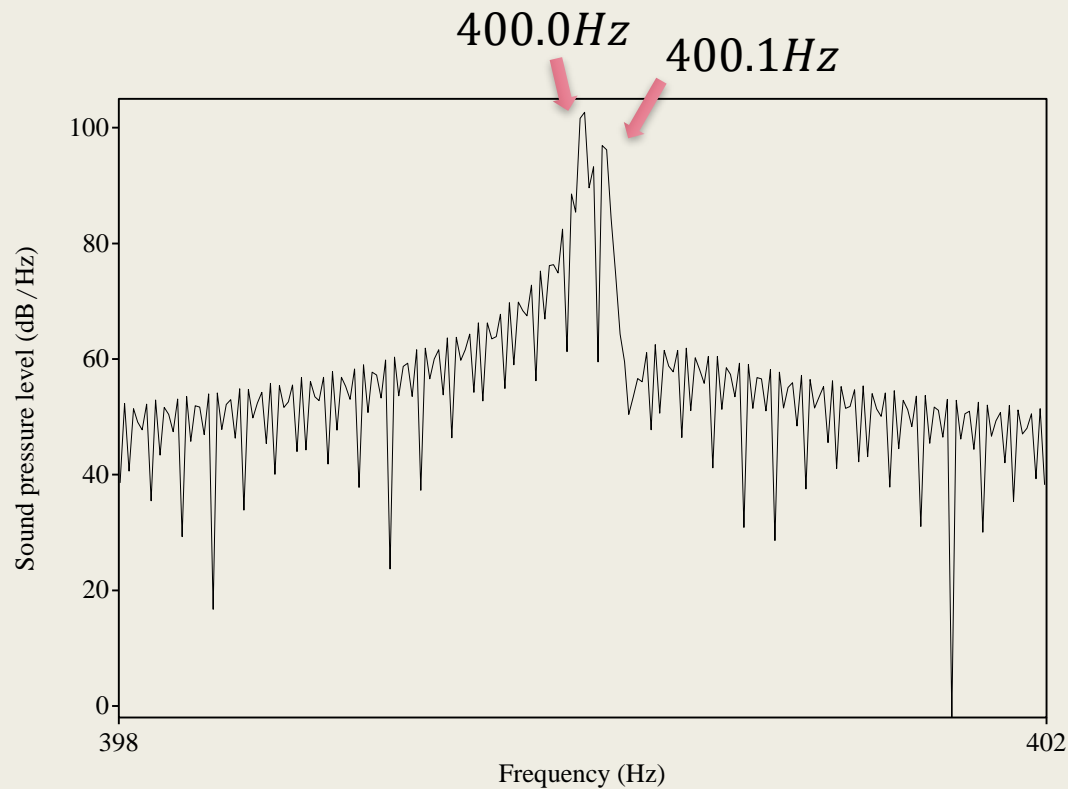
Ventana rectangular

Ventana Gaussiana

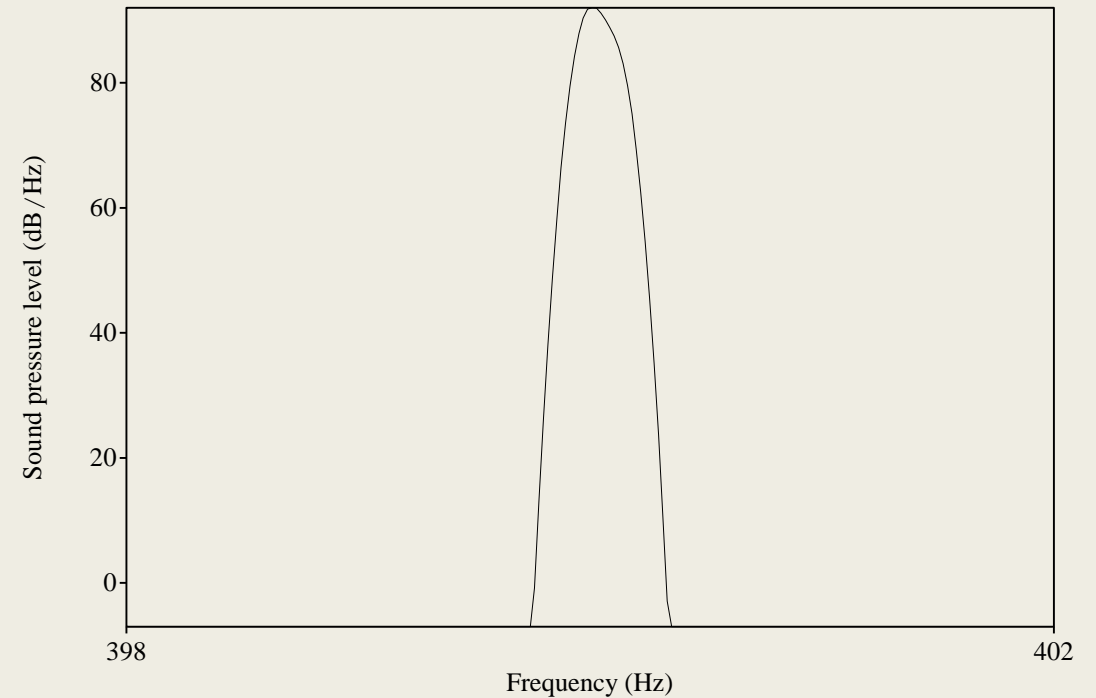
$$\Delta f_k = 0.1 \text{ Hz}$$

Ventaneo (ii): Resolución vs rango dinámico

$$\sin(2\pi * 400 t) + 0.5 * \sin(2\pi * 400.1 t)$$



Ventana rectangular

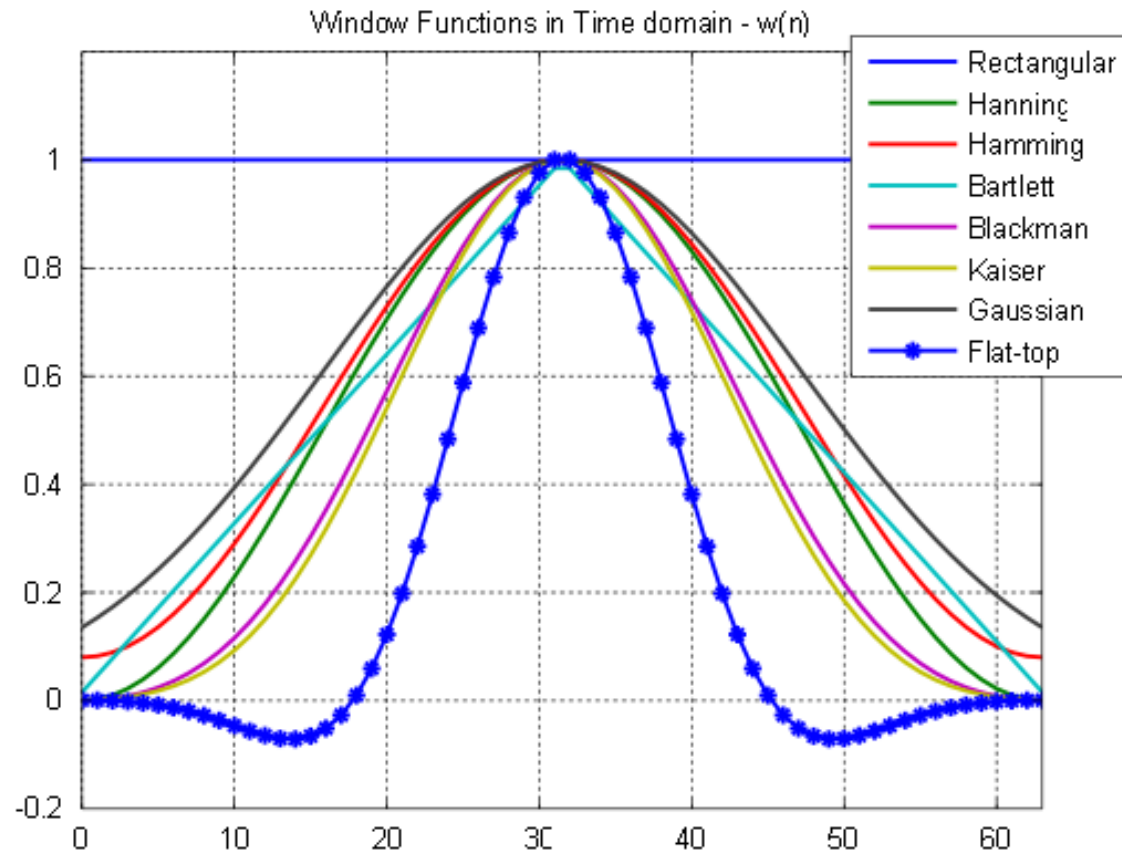


Ventana Gaussiana

$$\Delta f_k = 0.03 \text{ Hz}$$

Funciones ventana

¿Por qué el resultado depende de la ventana elegida?

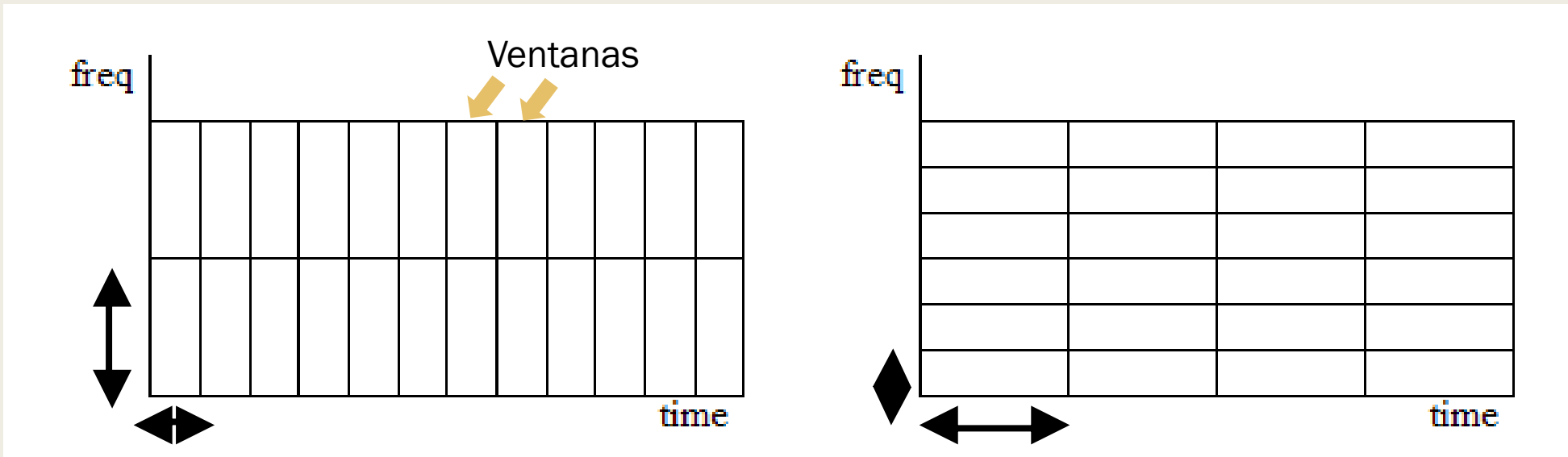


- Cada ventana definida en el **dominio temporal** tiene distintas características en el **dominio espectral** (distinta *Transformada*).
- La transformada de Fourier de la señal aventanada es la *convolución* de las transformadas de la ventana y la señal (Teorema de la convolución).

El análisis de los datos puede introducir artefactos en los resultados obtenidos a partir de una señal medida. Es importante **tener control** sobre el análisis y **NUNCA** ir a ciegas.

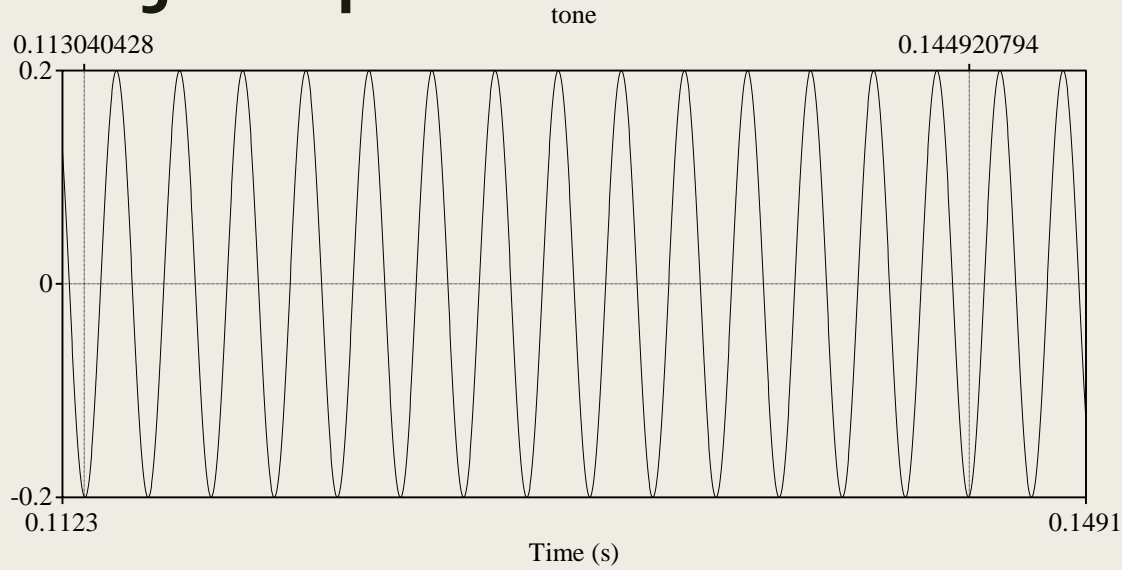
La no-elección de una ventana es la elección de la ventana rectangular (por omisión).

Cuando el contenido espectral evoluciona en el tiempo: espectrogramas



- Recordar: resolución espectral dada por f_s/N
- “Límite de Gabor”: $\sigma_t \sigma_w \geq \frac{1}{4\pi}$
- Ventana Gaussiana: minimiza el producto de $\sigma_t \sigma_w$.

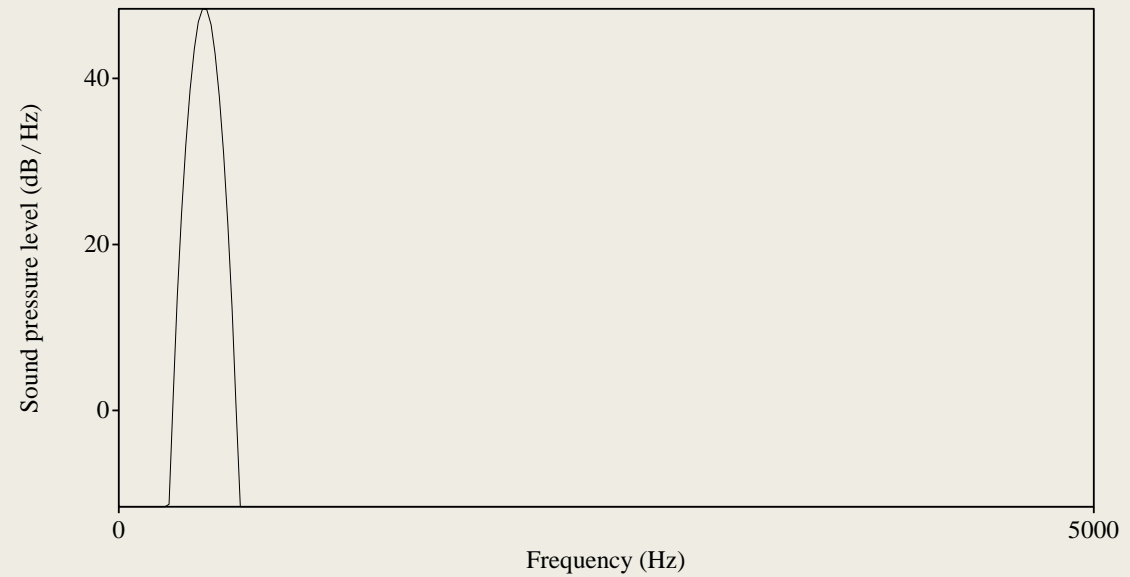
Ejemplo



Señal

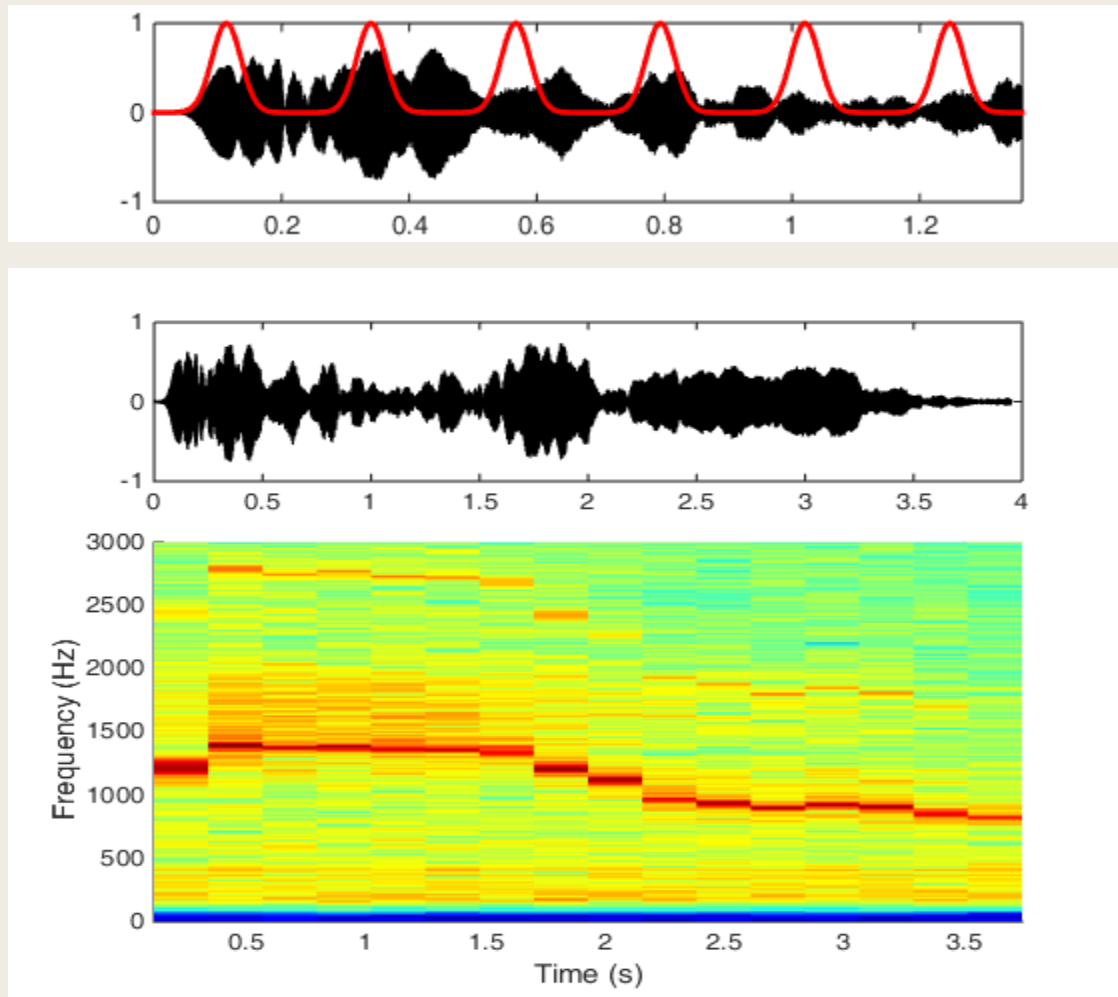


Espectrograma

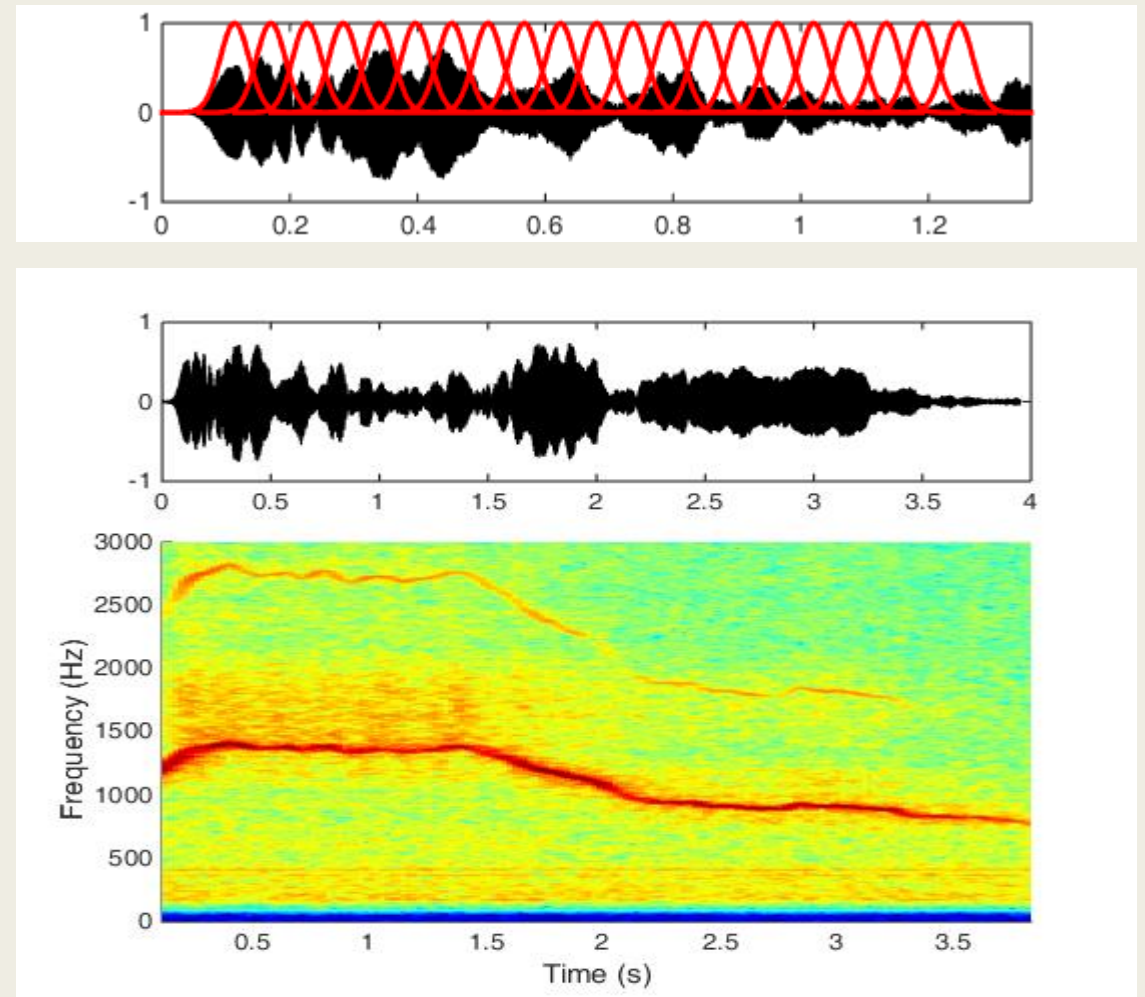


Corte espectral

“Truco” para mejorar la resolución temporal

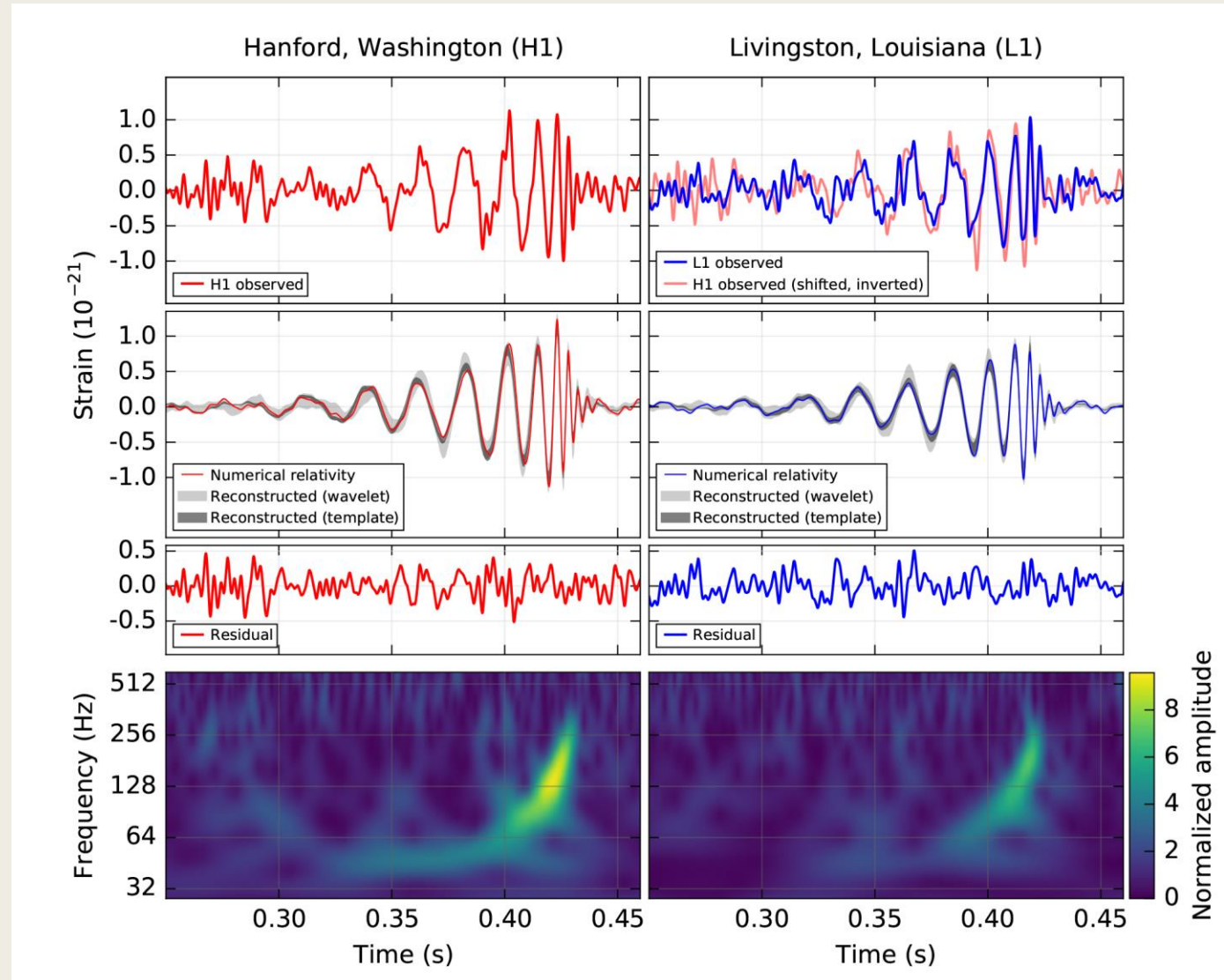


Sin overlap

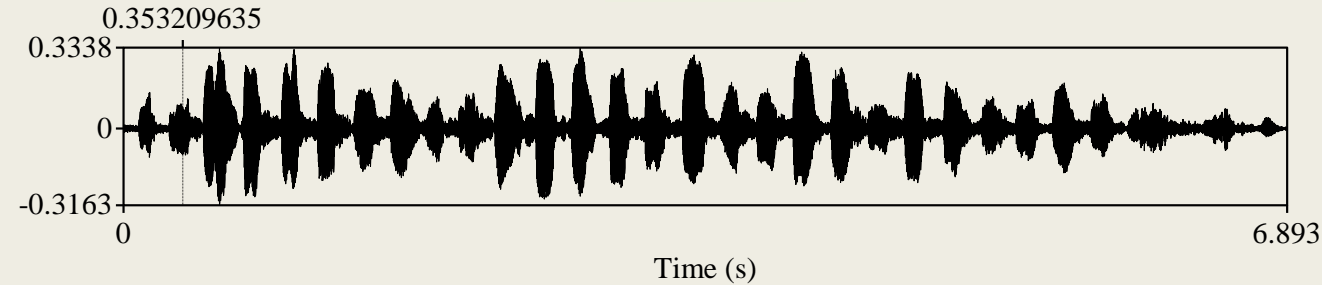


90% overlap

Ejemplo: LIGO (ondas gravitacionales)



Ejemplo en audio: cantante de ópera



- Aplicaciones *gratuitas* para realizar espectrogramas: Praat (PC), spectrogram (celus)

Ejemplo extra: LFP de señal neuronal

