Extra invariancia en espacios invariantes por traslaciones: propiedades y aplicaciones.

Resumen

Los espacios de funciones invariantes por traslaciones enteras (SIS) sirven de modelo en procesamiento de señales e imágenes, además de su relevancia en la teoría de aproximación y wavelets.

Uno de los SIS más estudiado y utilizado, tanto en teoría como en aplicaciones, es el espacio de Paley-Wiener

$$PW = \{f \in L^2(\mathbb{R}) \,:\, sop(\widehat{f}) \subseteq [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]\}.$$

Este espacio, además de ser invariante por traslaciones enteras, resulta ser invariante por cualquier traslación real. Por otro lado, en contraste con el ejemplo anterior, el espacio

$$V = \overline{\text{span}}\{\phi(\cdot - k) \,:\, k \in \mathbb{Z}\}$$

con $\phi = \chi_{[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]}$ es un SIS que es *exactamente* invariante por traslaciones enteras. Esto es, si ρ es un numero real que no es entero, entonces, existe una función en V cuya traslación por ρ no está en el espacio V.

Entre estos dos casos extremos, existe una variedad de SIS's cuya invariancia entera no es exacta pero tampoco son *totalmente* invariantes como en el caso de Paley-Wiener.

En esta charla, trataremos con SIS que tienen extra invariancia. Veremos cómo caracterizarlos, tanto en $L^2(\mathbb{R})$ como en $L^2(\mathbb{R}^d)$ y comentaremos algunos resultados que relacionan la extra invariancia con la concentración de sus generadores.