Interpretación gráfica de $y' = f(x, y)$.

E: Considere la ED $\dfrac{dy}{dx} = 4\dfrac{x}{y}$.

a. Encuentre sus isoclinas y trace su campo de direcciones.

b. Verifique que las rectas $y = \pm 2x$ son curvas solución siempre que $x \neq 0$.

c. Trace aproximadamente la curva solución que cumple la condición inicial $y(2) = 1$. También trace la curva solución que cumple con $y(1) = 3$.

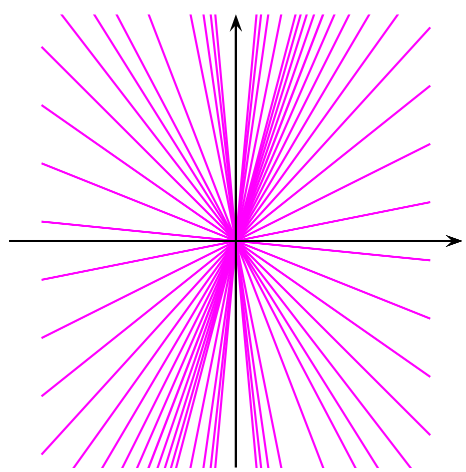
d. Analice lo que sucede con las curvas solución del inciso anterior cuando $x \to \pm\infty$.

D: ▼

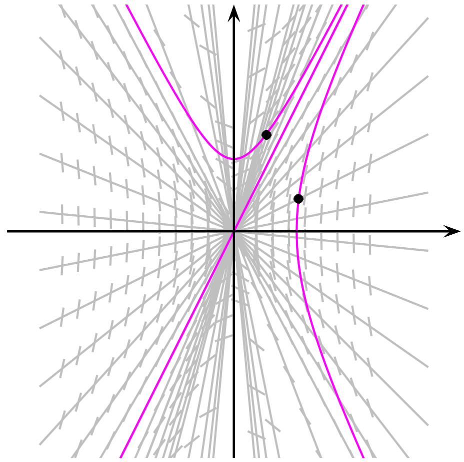
a. Isoclinas:

$$4\frac{x}{y} = c \;\Rightarrow\; y = \frac{4}{c}x,$$

son rectas que pasan por el origen con pendiente $\dfrac{4}{c}$. Los valores positivos de c dan rectas en el primero y tercer cuadrantes; los negativos dan rectas en el segundo y cuarto cuadrante. No hay isoclina para $c = 0$, pero a menor valor de $|c|$ corresponde una mayor pendiente. Cuando $c \to \infty$ lleva al eje x.



Campo de direcciones:



b. Si $y = \pm 2x$, entonces $\dfrac{dy}{dx} = \pm 2$; pero además en ese caso $4\dfrac{x}{y} = \dfrac{4\cancel{x}}{\pm 2\cancel{x}} = \pm 2$, por lo que se cumple la ED y las rectas son soluciones como deseábamos verificar.

c. Las soluciones que cumplen $y(2) = 1$ y $y(1) = 3$ están trazadas en la gráfica.

d. A medida que $x \to \infty$ ambas curvas crecen y tienden también a ∞, pero conforme avanzan van cambiando de isoclina. En el caso de la curva solución que pasa por $(2, 1)$, la pendiente de la curva va disminuyendo gradualmente y se acerca a la recta $y = 2x$ por abajo de forma asíntotica. La segunda curva que pasa por $(1, 3)$ empieza a aumentar su pendiente y se acerca asíntoticamente a la recta $y = 2x$ por arriba.

□