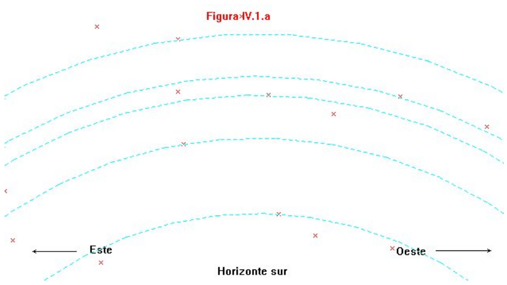
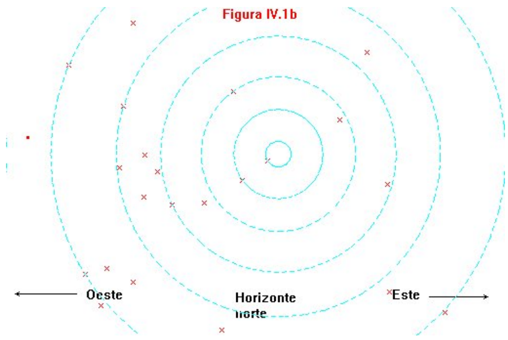
CAPÍTULO IV
COORDENADAS ASTRONÓMICAS

Índice del capítulo.

COORDENADAS ASTRONÓMICAS

Hoy es difícil contemplar el cautivador decorado del cielo nocturno, debido a la penosa contaminación lumínica de nuestras ciudades. Sin embargo, en las zonas oscuras del campo y alejados de las poblaciones, se advertirá que al observar el firmamento durante un periodo de tiempo, todas las estrellas se desplazan de este a oeste, al igual que el sol durante el día, siguiendo circunferencias concéntricas. Selecciónese la figura IV.1 para experimentar una simulación de este efecto.





Aunque sabemos que este movimiento aparente se ocasiona, en realidad, por la rotación del planeta, y que somos nosotros, y no los luceros, quienes giramos, da por completo la impresión de que todos los astros están fijos sobre una especie de esfera gigantesca que da vueltas a nuestro alrededor. De hecho, esa era la creencia de las civilizaciones antiguas y de ahí el nombre de *bóveda celeste*. La realidad es otra bien distinta pues cada objeto se encuentra más o menos lejano. La enormidad de las distancias que nos separan de ellos es lo que nos hace verlos a todos sin perspectiva tridimensional, igualados en la profundidad.

Pues bien, para el exclusivo propósito del posicionamiento de los objetos estelares, conviene rescatar esta idea clásica y concebir una esfera, la *esfera celeste*, de radio lo suficientemente grande como para poder despreciar las distancias entre puntos de la superficie terrestre. Esta última circunstancia permite considerar a la esfera con centro en cualquier punto de la Tierra, por ejemplo, en el centro de la Tierra o en el ojo del observador o en el foco del objetivo de un instrumento óptico. Se supondrá que la esfera celeste gira alrededor del eje de la Tierra, denominado *eje del mundo*. A las intersecciones del eje del mundo con la esfera celeste se les llama *polos celestes*. Hay, por tanto, un *polo celeste norte* y un *polo celeste sur* (figura IV.2). Se definen los *meridianos celestes* como los círculos máximos que pasan por los polos celestes.

En este capítulo se introducirán diferentes sistemas de coordenadas sonre la esfera celeste. Cada uno tiene su utilidad y, con frecuencia, se precisa recurrir a varios de ellos.

§1 Coordenadas altacimutales

Considérese la esfera celeste centrada en el observador O. Como se vio al comienzo de la §sección III.2, para establecer un sistema de coordenadas sobre una esfera se necesita fijar un punto sobre ella y un círculo máximo por ese punto. A tal efecto resulta natural escojer como referencia el punto que se encuentra justo encima de nuestra cabeza. En concreto, se define el *cenit* o *zenit* (la RAE lo prefiere con ce en lugar de con ceta, y siempre como palabra llana, aunque no lleve tilde) como la intersección superior entre la esfera celeste y la vertical que pasa por el lugar de observación. La dirección de la vertical la determina la plomada, o sea, la gravedad terrestre. El punto antípoda al cenit en la esfera celeste se denomina *nadir*, y es invisible pues nos lo oculta la propia Tierra, que no es transparente. El círculo máximo a $90°$ del cenit y el nadir es el *horizonte sensible*, que difiere, en principio, del *horizonte verdadero*, el cual se introduce como el que resultaría de situar la esfera celeste con el mismo centro que el del planeta. Al haber supuesto que el radio de la Tierra es despreciable en comparación al de la esfera celeste, no hay inconveniente en aceptar, para nuestros propósitos, que ambos horizontes coinciden. Igual sucede con los polos celestes, que pueden considerarse como la intersección con la esfera celeste de la recta que pasa por el lugar desde el que se observa y es paralela al eje de rotación terrestre (figura IV.2).

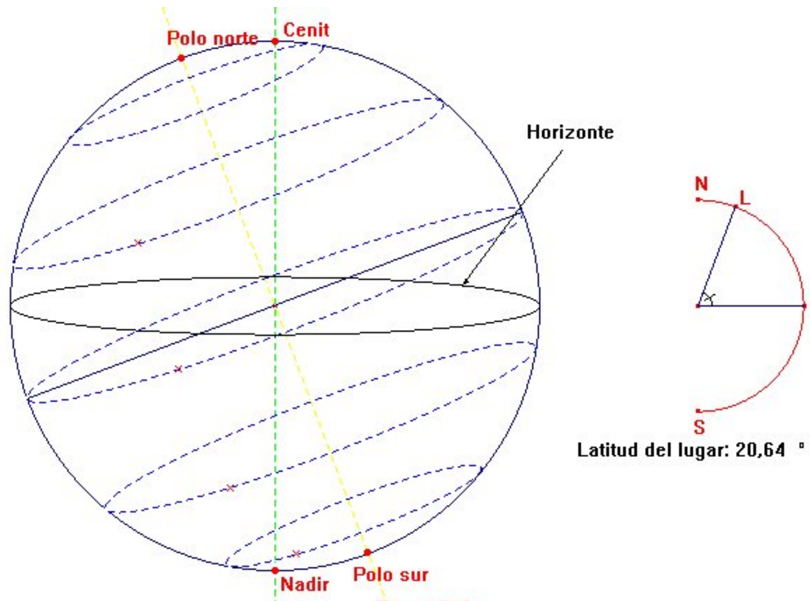


Figura IV.2

El horizonte divide a la esfera celeste en dos semiesferas, la superior, que es la visible, y la inferior, oculta por la propia Tierra. Un observador del hemisferio septentrional tendrá al polo norte celeste en la semiesfera visible, miestras que la situación se invierte para los observadores del hemisferio sur. Los observadores ecuatoriales tienen el privilegio de poder contemplar, en teoría, ambos polos, al encontrarse estos situados sobre su horizonte sensible. Adoptando el punto de vista de un observador del hemisferio norte, el movimiento diurno de la Tierra provocará que las estrellas describan círculos alrededor del polo celeste. Habrá algunas, las cercanas al polo sur celeste, que nunca podrán ser avistadas, mientras que las próximas al polo norte permanecen siempre en la semiesfera superior. A estas se las conoce como *circumpolares*. Para observadores del hemisferio sur ocurre todo lo contrario. De hecho, un observatorio situado justo en uno de los polos nada más que accede a la mitad de la esfera celeste. Y aunque en cada instante y para cada observador sólo hay medio cielo disponible, la rotación terrestre beneficia a los más cercanos al ecuador al ampliar su campo de visión. Experimente el lector con la figura IV.2.

El círculo máximo determinado por el cenit Z y el polo norte P corta al horizonte en dos puntos, N (*el punto norte del horizonte*, y S (el *punto* *sur del horizonte*, con N el más cercano a P. La recta $\overline{NS}$ se denomina *línea norte-sur*. La perpendicular a la línea norte-sur interseca al horizonte en los puntos E y W (donde E se encuentra a $90°$ de N en sentido horario), conocidos como *punto este del horizonte* y *punto oeste del horizonte*. A los cuatro puntos N, S, E y W se les llama *puntos cardinales* (figura IV.3).

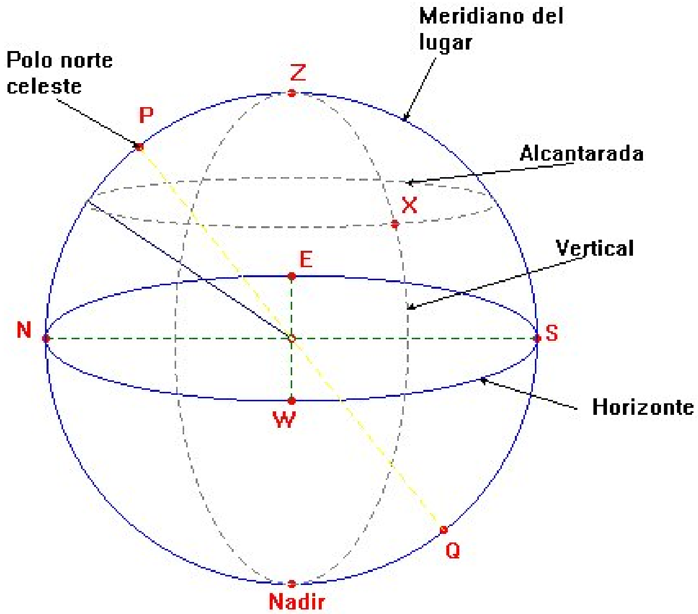


Figura IV.3

De entre todos los meridianos celestes, el *meridiano del lugar* es aquel que pasa por el cenit (y el nadir). Se definen los *verticales* como los círculos máximos que atraviesan el cenit. Así, el meridiano del lugar es un vertical distinguido. Por último, por *alcantaradas* se entenderá a las circunferencias (no necesariamente máximas) obtenidas como intersecciones entre la esfera celeste y los planos perpendiculares a la vertical. El horizonte es, en particular, una alcantarada, en concreto, la única alcantarada que es un círculo máximo. Las alcantaradas y los verticales se cortan según ángulos esféricos rectos.

Se introduce entonces el *sistema altacimutal* de coordenadas sobre la esfera celeste con el cenit Z y el vertical del lugar $NPZS$ como referentes. Cada punto X de la esfera celeste queda ahora determinado por dos ángulos, el $A = PZX$ denominado *acimut* (o azimut) (de nuevo la academia recomienda la primera opción y tampoco llevan tilde a pesar de pronunciarse ambas palabras como esdrújulas), y la *distancia cenital* $z = ZX$. También se usa el complemento $90° - z$ de la distancia cenital, llamada *altura* por indicar ésta la altura de un astro sobre el horizonte. Ahora bien, mientras que no hay confusión sobre la forma de medir la distancia cenital con $0° \leq z \leq 180°$, hay diversas convenciones para establecer el acimut. Las más corrientes son las que se plasman en las brújulas, en las bitácoras y en las rosas de los vientos, es decir, medirlo, bien de $0°$ a $360°$, bien de $-180°$ a $180°$, aunque siempre desde el norte N y en sentido horario. Sin embargo, según la definición dada aquí, se mediría desde el norte y en sentido oeste (antihorario), considerando el sentido este como acimut negativo.

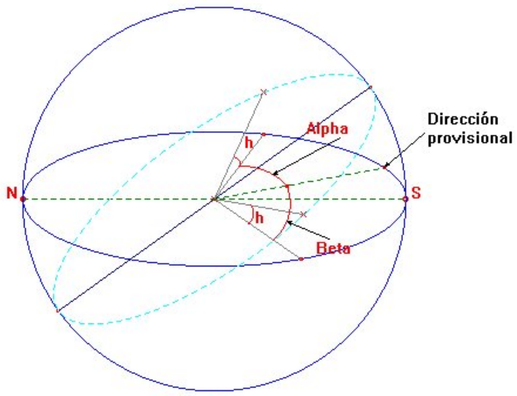


Figura IV.4a

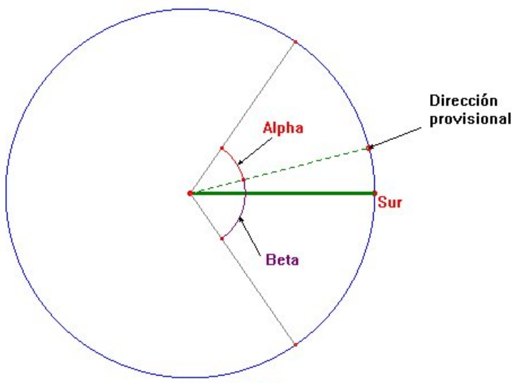


Figura IV.4b

Hay instrumentos especialmente pensados para calcular el acimut y la altura de los objetos celestes. Para calibrarlos, es preciso establecer con precisión el cenit y el meridiano del lugar. El primero se encuentra con ayuda de la gravedad por medio de plomadas o niveles. Para el segundo, es suficiente con advertir que el paso por el meridiano de una estrella coincide con el lugar de su máxima altura. Por desgracia, en la práctica no es fácil encontrar esa altura máxima pues el incremento o descenso de tal valor es muy leve en las inmediaciones del meridiano. Para evitar este inconveniente basta observar que el objeto, en su movimiento diurno, pasa dos veces por cada altura distinta de la máxima (o mínima). Así, fijando una dirección horizontal provisional y midiendo respecto de ella los ángulos α y β en los que la estrella alcanza la misma altura, se obtendría la dirección del meridiano como $\frac{\alpha+\beta}{2}$ (figura IV.4).

Otro método casero, pero bastante fiable, consiste en clavar una varilla según la vertical en el centro de una sucesión de círculos concéntricos trazados sobre una superficie horizontal (figura IV.5). Conforme la sombra del Sol atraviesa una de las circunferencias se escribe sobre ella la marca correspondiente. Antes del mediodía, estas marcas se desplazan cada vez más hacia el este y más cerca del centro ya que el astro se mueve de oeste a este ganando altura. Pero pasada esta hora se alejarán del centro hacia el este. En cada circunferencia habrá ahora dos marcas. La bisectriz común a todos estos pares debe señalar la línea norte-sur.

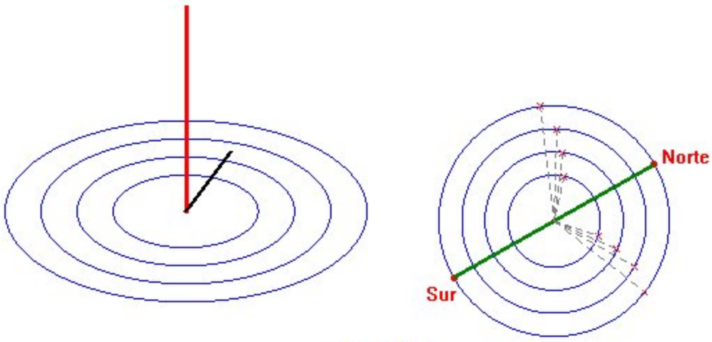


Figura IV.5

Una vez determinado el meridiano del lugar, no es difícil encontrar el polo norte celeste. En efecto, cada estrella circumpolar atraviesa dos veces el meridiano del lugar. Medidas las correspondientes alturas α y β de estos puntos, la altura del polo celeste será la media aritmética de ambas (figura IV.6).

Aunque el sistema altacimutal resuelve el problema de asignar coordenadas a los objetos celestes, tiene dos graves inconvenientes. Uno es que depende de forma decisiva del lugar de observación, lo que dificulta la confección de un hipotético catálogo de posiciones estelares ya que su uso implicaría un enojoso cambio de coordenadas a las circunstancias locales. El segundo estriba en que las estrellas, en su movimiento diurno, varían constantemente su acimut y altura. Podrían establecerse, al igual que se hizo con Greenwich, un sitio y un tiempo de referencia, y que cada cual realice los cálculos necesarios para convertir las coordenadas altacimutales a su situación y su hora. Pero eso es poco práctico. De ahí que se hayan introducido otros sistemas.

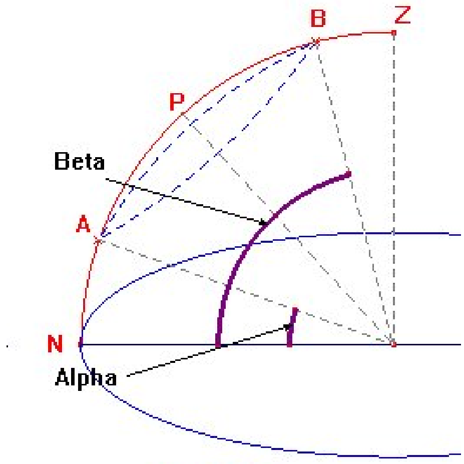


Figura IV.6

§2 Coordenadas horarias y ecuatoriales

El sistema de coordenadas horarias sobre la esfera celeste toma como punto base el polo norte celeste P y como círculo máximo de referencia el vertical del lugar PZ (que coincide con el meridiano del lugar). La ventaja de este sistema sobre el altacimutal estriba en que, al menos, el punto P no depende de las circunstancias locales del observador y está "fijo" a la esfera celeste, mientras que tal situación no se daba con el cenit Z, el cual, salvo que se estuviera situado en uno de los dos polos terrestres, se deslizaba sobre el fondo estelar con el movimiento diurno.

Las coordenadas de un punto de la esfera se denominan ahora *ángulo horario* y *declinación*. En concreto (véase la figura IV.7), el ángulo horario H y la declinación δ del punto X son

$$H = ZPX \quad \text{y} \quad \delta = 90° - PX.$$

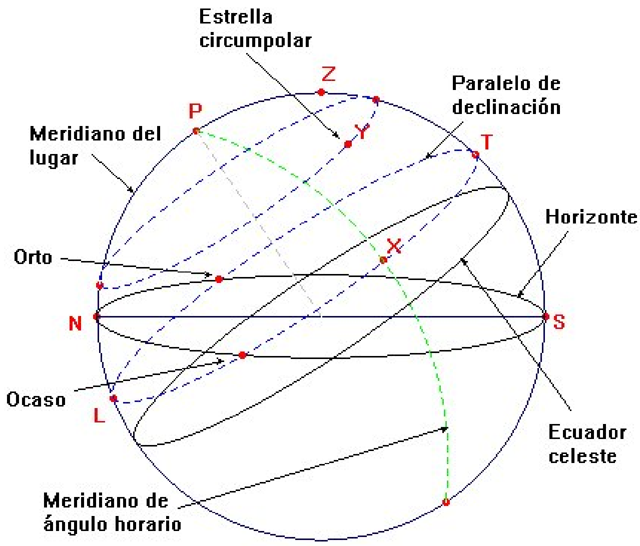


Figura IV.7

La figura de arriba adopta el punto de vista de un observador septentrional. Los puntos cardinales N, S, E y W se encuentran en su disposición habitual. Hay que hacer notar que el ángulo horario se suele expresar en horas, minutos y segundos de tiempo, en lugar de grados, minutos y segundos de arco, según la conversión $24\text{h} = 360°$. La razón es obvia: un astro vuelve a ocupar la misma posición en el cielo tras haber recorrido $360°$ de arco, trayectoria aparente en la que invierte 24h de tiempo sidéreo. El *día sidéreo* se define como el tiempo invertido por la Tierra en dar una vuelta completa alrededor de su eje de rotación. Un día sidéreo no equivale a un día solar medio, que es el medido por nuestros relojes, sino que es unos 4 minutos más corto. Sobre estos conceptos se volverá en un capítulo posterior. Por lo pronto, he aquí algunas conversiones entre ambas formas de medición del ángulo horario:

Tiempo sidéreo	Grados sexagesimales	Tiempo sidéreo	Grados sexagesimales
24h	$360°$	1m	$15'$
12h	$180°$	4s	$1'$
6h	$90°$	1s	$15''$
1h	$15°$	0.4s	$1''$
4m	$1°$		

Por ejemplo, una estrella trazará un arco de $1°$ en 4m de tiempo sidéreo, mientras que invertirá 3h en moverse $45°$.

Cada semicírculo máximo con extremos en los polos celestes se denomina *meridiano de ángulo horario*. Este tiene la propiedad de que todos sus puntos poseen igual ángulo horario. A la circunferencia (no necesariamente máxima) paralela al ecuador celeste que contiene a todos los puntos de la misma declinación se le llama *paralelo de declinación* (figura IV.7). En el paralelo de declinación del astro X de la figura anterior se distinguen cuatro puntos notables, a saber, el *orto* y el *ocaso*, que son los respectivos lugares del horizonte por donde sale y se oculta X, y las intersecciones T y L con el meridiano del lugar, que son conocidas como *tránsito superior* y *tránsito inferior*. Los tránsitos coinciden con los puntos de mayor y menor altura de X sobre el horizonte. Adviértase, que si bien en la trayectoria diurna de toda estrella se encuentran dos tránsitos, no siempre hay un orto y un ocaso. Por ejemplo, las estrellas que llamábamos circumpolares permanecen siempre en el hemisferio visible. Además, hay otras que nunca suben por encima del horizonte.

Para el razonamiento que sigue, se adoptará el punto de vista de un observador septentrional. Como el ángulo de inclinación PZ del eje de rotación terrestre $\overline{PQ}$ respecto de la vertical ZN coincide con la latitud ϕ del lugar de observación, es evidente que las estrellas circumpolares serán aquellas de declinación

$$\delta \geq 90^\circ - \phi. \tag{IV-1}$$

Por el contrario, un objeto celeste de declinación δ no surge nunca por el horizonte si y solo si los astros de declinación $-\delta$ son circumpolares. En definitiva, para mantenerse en el hemisferio oculto por la Tierra es condición necesaria y suficiente que la declinación δ satisfaga

$$-\delta \geq 90^\circ - \phi. \tag{IV-2}$$

Las desigualdades correspondientes para observadores meridionales se obtendrán de las anteriores cambiando de signo δ y ϕ.

Ahora toca relacionar el ángulo horario con el acimut. Teniendo en cuenta que el ángulo horario se mide en sentido oeste, resulta que estrellas con acimut oeste tendrán ángulo horario entre 0h y 12h , mientras que este ángulo horario estará comprendido entre 12h y 24h para los astros de acimut este. Los tránsitos corresponden con los ángulos horarios 0h para el superior y 12h para el inferior.

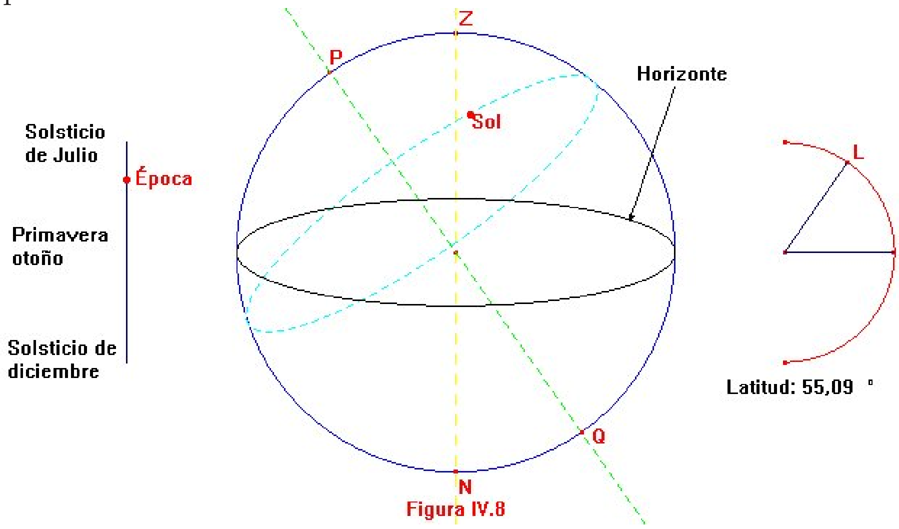


Figura IV.8

Por último, se examinará aquí el caso particular del Sol cuyo movimiento aparente sobre la bóveda celeste no solo depende de la rotación de la Tierra, sino también de su traslación. La órbita de nuestro planeta está contenida en un plano π. Pues bien, a la intersección con la esfera celeste del plano paralelo a π por el centro de la esfera se le denomina *eclíptica*. Así, el Sol no está "fijo" al fondo estelar, el cual se supuso mucho más lejano, sino que se desliza sobre él siguiendo, desde nuestro punto de vista, la línea de la eclíptica. El plano de la eclíptica no coincide con el del ecuador celeste ya que el eje de rotación $\overline{PQ}$ no es perpendicular a aquel. De hecho, el ángulo diedro entre el plano ecuatorial y el de la eclíptica es de unos $23°27'$. Esto ocasiona que la declinación del Sol, a lo largo del año, varíe entre $+23°27'$ y $-23°27'$. Precisamente esta es la causa de las estaciones, la distinta inclinación con que nos llegan los rayos solares que hacen aumentar o disminuir la temperatura. Las declinaciones máxima y mínima del Sol se alcanzan en los solsticios de verano o invierno, mientras que es en los equinoccios de primavera y otoño cuando el Sol tiene declinación nula al atravesar el ecuador celeste. La declinación máxima se produce en el solsticio de verano en el hemisferio norte (solsticio de invierno en el sur). En la figura IV.8 se simula tal variación anual de la posición solar. Se invita al lector a que experimente con ella.

Habida cuenta de la fórmula IV-1, existe una latitud a partir de la cual el Sol se convierte, al menos durante un día al año, en estrella circumpolar. Ella corresponderá a $90° - 23°27' = 66°33'$. Por encima de tal latitud habrá, en las proximidades del solsticio de verano, periodos de más de 24h de luz diurna ininterrumpida, fenómeno conocido como *el Sol de medianoche* que sirve de atractivo turístico a las regiones norteñas. Pero la fórmula IV-2 nos indica que en esas latitudes septentrionales también habrá jornadas, cercanas al solsticio de invierno, en las que el Sol no llegue a salir por el horizonte produciéndose una noche superior o igual a las 24h . El caso más extremo acontecerá en el propio polo norte, con seis meses de luminosidad y otros seis de tinieblas. La situación es simétrica para el hemisferio meridional. A los paralelos terrestres de latitudes $\pm 66°33'$, que marcan estas zonas tan peculiares, se les llama *círculo polar ártico* al nórdico y *círculo polar antártico* al austral.

Los *trópicos* se definen como los paralelos terrestres de latitudes $\pm 23°27'$. El del hemisferio norte es el *trópico de Cáncer* y el del sur, *el de Capricornio*. Todo punto de la Tierra comprendido entre ambos es susceptible de recibir los rayos solares perpendicularmente al menos una vez al año. En efecto, desde el punto de vista de un norteño, para que el Sol ocupe la vertical del lugar ha de poseer la misma declinación que el cenit, la cual coincide con su colatitud. Así, en el solsticio de verano, con el Sol a $+23°27'$ de declinación, un observador sobre el trópico de Cáncer se quedará sin sombra a las 0h de su tiempo sidéreo, cuando el astro realice el tránsito superior por el meridiano. Las circunstancias son análogas para observadores meridionales.

§3 Ascensión recta y transformación de coordenadas

Si bien con el sistema de coordenadas horarias se consigue que uno de los dos datos que determinan la posición de un objeto, la declinación, no varíe con el tiempo, el ángulo horario no disfruta de esa misma propiedad. Ello se ocasiona, como ya es conocido, porque el origen de medidas, el meridiano del lugar, no está fijo a la esfera celeste. Esto sugiere escoger, por medio de algún convenio especial como fue el de Greenwich, algún otro meridiano distinguido que solvente tal inconveniencia.

A tal fin recuérdese de la sección anterior que el Sol, en su movimiento anual aparente sobre la esfera celeste, se deslizaba según la trayectoria marcada por la eclíptica. La eclíptica corta al ecuador celeste en dos puntos antípodas alcanzados por el astro rey durante los equinoccios. Uno de ellos sirve de tránsito de nuestra estrella desde el hemisferio sur celeste hacia el hemisferio norte. En el otro es donde regresa al hemisferio sur celeste desde el norte (figura IV.9). Pues bien, al primero de estos puntos, es decir, aquel en el que el Sol se encuentra hacia el veintiuno de marzo, se le denomina *punto vernal*, o también *punto Aries* por hallarse en la constelación del mismo nombre antes de la era cristiana. Al punto vernal se le representa por el signo ♈.

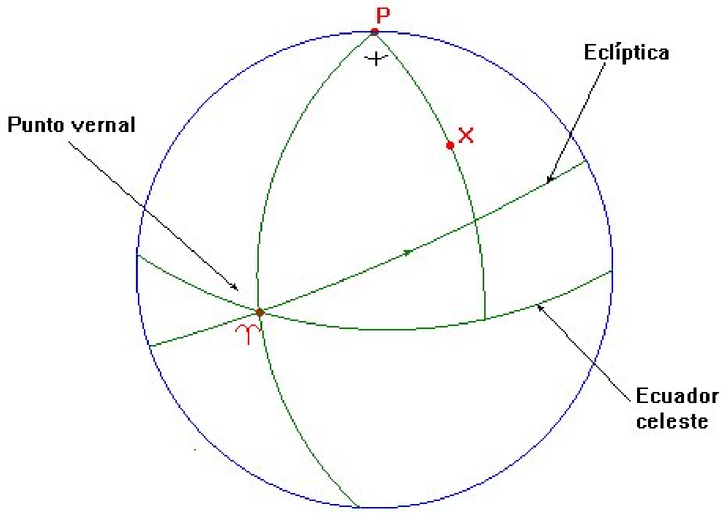


Figura IV.9

La ventaja del punto vernal estriba en que, igual que le sucede a los polos, está "adherido" a la esfera celeste. De ahí que el *sistema de coordenadas ecuatoriales absolutas* elija como meridiano celeste de origen de medidas el meridiano del punto Aries. En este sistema, las coordenadas de una estrella

X son, entonces, la declinación $\delta = 90° - PX$ y la *ascensión recta* $\alpha = \Upsilon PX$. La ascensión recta, al igual que el ángulo horario, se mide en horas de tiempo sidéreo por medio de la conversión $360° = 24\text{h}$. Así, el punto vernal tiene, por ejemplo, declinación $0°$ y ascención recta 0h. Sin embargo, nuestra definición implica que la ascención recta aumenta en sentido este.

La mayoría de los catálogos de objetos celestes, estrellas, asteroides, nebulosas..., utilizan el sistema de coordenadas ecuatoriales absolutas, expresando las posiciones de los astros en función de su ascensión recta y declinación. Esto es muy práctico pues tales datos son independientes del lugar y tiempo de la observación. No obstante, a menudo se requiere transformar estas coordenadas a alguno de los dos sistemas descritos en las secciones precedentes. De inmediato nos ocuparemos de ello.

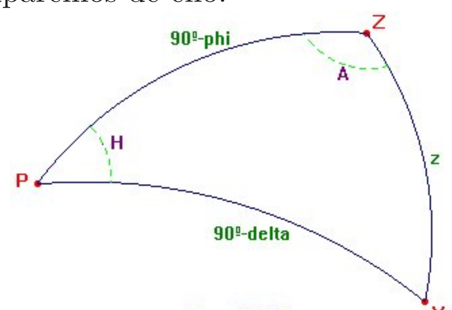


Figura IV.10

Considérese la figura IV.10. En ella se representa sobre la esfera celeste el triángulo PZX, con P el polo celeste norte, Z el cenit, ϕ la latitud del lugar y X una estrella arbitraria de declinación δ y ángulo horario H. Adviértase que el arco de círculo máximo $z = ZX$ no es otro que la distancia cenital de X , mientras que $A = PZX$ es el acimut de X. De la resolución del triángulo PZX, según se den como datos las coordenadas altacimutales o las horarias, se podrán hallar las otras. En efecto, de sendas aplicaciones del teorema del coseno se obtienen las relaciones

(IV-3) $$\operatorname{sen}\delta = \cos z \operatorname{sen}\phi + \operatorname{sen} z \cos\phi \cos A,$$

(IV-4) $$\cos z = \operatorname{sen}\delta \operatorname{sen}\phi + \cos\delta \cos\phi \cos H,$$

Aunque en la figura IV.10 la estrella X tiene acimut oeste y el observador se encuentra en el hemisferio norte, hay que hacer notar que las fórmulas IV.3 y IV.4 también son válidas en el resto de las situaciones. Eso sí, para uilizarlas habrá que tener en cuenta que

$$0^\circ < A < 180^\circ \quad \text{si y solo si} \quad 0\text{h} < H < 12\text{h} \quad \text{y}$$

$$-180^\circ < A < 0^\circ \quad \text{si y solo si} \quad 12\text{h} < H < 24\text{h} .$$

A continuación se ilustrará la aplicación de las fórmulas de transformación a dos ejemplos concretos.

Problema: Un observador situado a 36° de latitud norte, mide la posición de un cometa a 49° de distancia cenital y 125° de acimut este. ¿Cuáles son las coordenadas horarias del cometa? Si, por el contrario, pretende localizar, seis horas (sidéreas) después del tránsito superior, un objeto situado a $72^\circ 43' 12''$ de declinación, ¿qué coordenadas altacimutales habrá de emplear?

Para la primera cuestión, solo hay que calcular directamente el segundo miembro de IV.3 , en el que todos los ángulos son conocidos. De ahí

$$\operatorname{sen}\delta = 0.035411607.$$

Y como el seno está determinado de forma única para ángulos entre -90° y 90°, se tiene que

$$\delta = 2^\circ.0293599 \approx 2^\circ 1' 46''.$$

Por otro lado, dividiendo en IV.4 por $\cos\delta\cos\phi$ y despejando resulta

$$\cos H = \frac{\cos z}{\cos\delta\cos\phi} - \tan\delta\tan\phi,$$

lo que da

$$\cos H = 0.785697268.$$

Ahora bien, como se trataba de un acimut este, de los dos posibles arcocosenos hemos de elegir el superior a 12h en el cuarto cuadrante, esto es,

$$H \approx 360^\circ - 38^\circ.21478691 \approx 321^\circ 47' 7'' \approx 21\text{h}\ 27\text{m}\ 9\text{s} .$$

Para la segunda pregunta, la ecuación IV.4, con $A = 6\text{h} = 90°$, nos permite encontrar

$$z = \cos^{-1}(0.56125529734) = 55°51'26''.$$

Ahora, dividiendo IV.3 por $\operatorname{sen} z \cos\phi$, se tiene

$$\cos A = \frac{\operatorname{sen}\delta}{\operatorname{sen} z \cos\phi} - \cot z \tan\phi,$$

por lo que $\cos A = 0.933375534$, de donde $A = \pm 21°.03273367$. Y como H está entre 0h y 12h, el acimut buscado es $A = 21°.03273367$.

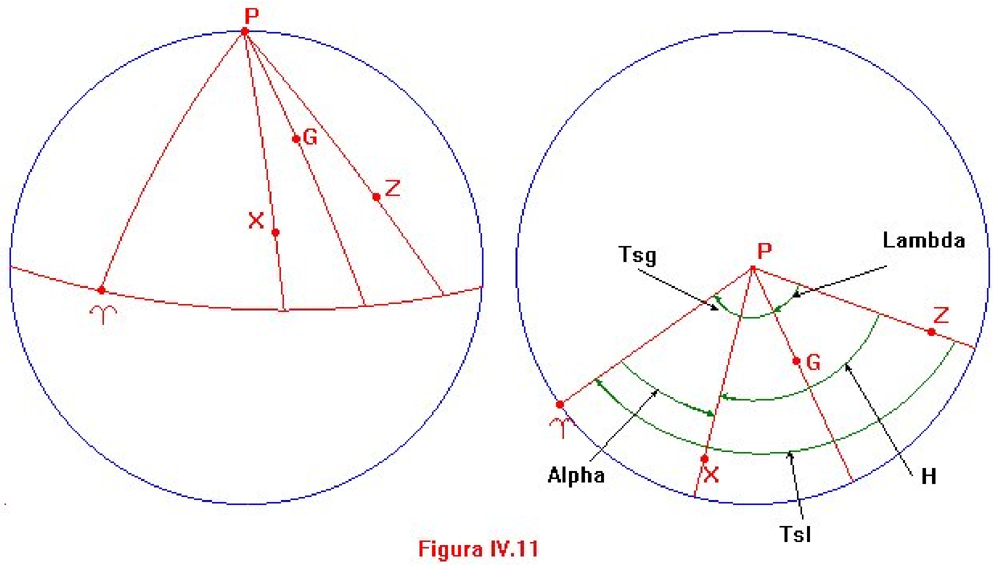


Figura IV.11

Se observa entonces que el concurso simultáneo de las fórmulas IV.3 y IV.4 resuelve el problema de la transformación de coordenadas entre los sistemas horario y altacimutal. Y con respecto al tercero de los sistemas, el de coordenadas ecuatoriales absolutas, bastará con encontrar una relación entre el ángulo horario y la ascensión recta. Para ello, considérese la esfera celeste de la figura IV.11. A la izquierda está representada la esfera celeste con Υ el punto vernal, P el polo norte celeste, Z el cenit del lugar de observación y X una estrella. Según las definiciones dadas en este capítulo, el ángulo horario H de X es ZPX, y su ascensión recta α el ΥPX. Téngase en cuenta que el primero se mide hacia el oeste (sentido horario), mientras que el segundo se mide hacia el este (sentido antihorario), lo cual queda esquematizado en la visión polar de la esfera celeste de la parte derecha de la figura.

Pues bien, se define el *tiempo sidéreo local* del observador como el ángulo Tsl $= ZP\Upsilon$. El tiempo sidéreo local se mide también en horas (sidéreas) y en sentido oeste. Quedan entonces claramente relacionados los tres ángulos por medio de la igualdad

$$\text{Tsl} = H + \alpha, \tag{IV-5}$$

donde ha de tenerse en cuenta el signo de cada ángulo: positivo para ángulos medidos en sentido directo (antihoraio), negativo para los medidos en sentido inverso (horario). El problema estriba ahora en conocer el tiempo sidéreo local. De nuevo se toma a Greenwich como referencia, introduciendo el *tiempo sidéreo de Greenwich* Tsg como el ángulo horario del punto vernal para los situados en el observatorio de Greenwich, esto es, Tsg$= GP\Upsilon$, donde G es el cenit de Greenwich (véase la figura IV.11). Es obvio que, conocida la longitud λ del lugar, uno puede obtener su propio tiempo sidéreo local del tiempo sidéreo de Greenwich usando la conversión

$$\text{Tsl} = \text{Tsg} + \lambda, \tag{IV-6}$$

con la precaución de expresar los tres ángulos en la misma unidad de medida (horas o grados), lo que acaba de resolver el problema de la transformación entre coordenadas horarias y ecuatoriales absolutas.

Quizá convenga hablar ahora de los distintos tipos de montura sobre las que se instalan los instrumentos de observación. En esencia hay dos, la montura acimutal y la montura ecuatorial. Cada una de ellas está pensada para operar con alguno de los sistemas de coordenadas astronómicas descritos. La montura acimutal consta de dos ejes, uno vertical y, sobre él, un segundo horizontal (figura IV.12a). Es la que utilizan, por ejemplo, los teodolitos o los telescopios modestos de aficionado. Calibrada la dirección del meridiano, sendos círculos graduados fijos a los ejes dan la altura y el acimut de los objetos a los que se apunta con el aparato.

Figura IV.12a

Figura IV.12b

La montura ecuatorial también incorpora dos ejes perpendiculares, uno sobre otro, con la salvedad de que el primario se dispone paralelo al eje de rotación terrestre figura IV.12b). Al igual que en el acimutal, hay dos círculos graduados, el del primer eje en horas para indicar la ascensión recta y el del segundo en grados para medir la declinación. Por supuesto que requiere también de una calibración previa. En los telescopios de aficionado más potentes se incluye un pequeño anteojo, solidario o interior al eje de la ascensión recta, para buscar la estrella polar y así lograr un paralelismo con el eje de la Tierra. Y aunque la polar no se encuentra precisamente en el polo norte celeste, sino que se aleja alrededor de un grado, una retícula en el ocular de este anteojo, que se ajusta por medio del tiempo sidéreo local, permite realizar la operación con bastante exactitud.

La ventaja de la montura ecuatorial sobre la acimutal estriba en el seguimiento de los astros cuando se deslizan por la bóveda del cielo. Si bien en la acimutal, salvo que uno se encuentre en los polos terrestres, se necesita variar ambos ejes, en la ecuatorial solo es preciso actuar sobre el eje primario, el de la ascensión recta, puesto que la declinación de la estrella (segundo eje) permanece constante. No es infrecuente que los aficionados incorporen mecanismos de relojería que automatizan esta operación. Sin embargo, las monturas ecuatoriales, dado lo peculiar de su estructura y que la gravedad trabaja en su contra, son menos robustas que las acimutales, sobre todo por el obligado sistema de contrapesos que hay que incluir a fin de mantener el centro de gravedad del aparato sobre la base de sustentación. De ahí que hasta hace poco los grandes telescopios, construidos con montura ecuatorial, debían idearse como auténticas obras de ingeniería y solventarse numerosos problemas de orden técnico. Sin embargo, en la actualidad, la potencia de los ordenadores puede transformar las coordenadas ecuatoriales a altacimutales en tiempo real, y girar al mismo tiempo el aparato de medida que se acople al telescopio para que también rote con la esfera celeste. Ello ha permitido volver a las monturas altacimutales, más sólidas y de más fácil construcción y diseño.

§4 Coordenadas eclípticas

El sistema de coordenadas que se estudiará a continuación está especialmente pensado para los cuerpos con órbita alrededor del Sol. En las *coordenadas eclípticas* se toma como punto de referencia el *polo norte de la eclíptica* el cual se define como el punto K de la esfera celeste a $90°$ grados de la eclíptica y más cercano (a menos de $90°$) del polo norte celeste (figura IV.13). El ángulo $\epsilon = KP$ coincide con el ángulo diedro entre el plano del ecuador celeste y el plano de la eclíptica, el cual vale, como se apuntó en la sección anterior, unos $23°27'$. Como semicírculo máximo de referencia por K se toma el que pasa por el punto Υ. El Sol, en su movimiento anual aparente por la esfera celeste, sigue la eclíptica en el sentido indicado en la figura, que se denominará, de ahora en adelante, *sentido directo*. Al opuesto se le conoce como *sentido retrógrado*. Pues bien, para una estrella X, se introducen la *latitud eclíptica* β y la *longitud eclíptica* λ como

$$\beta = 90° - KX \quad \text{y} \quad \lambda = \Upsilon KX.$$

A la latitud y longitud eclípticas también se les llama *latitud y longitud celestes*. Estas se miden habitualmente en grados y están comprendidas en los intervalos

$$-90^\circ \leq \beta \leq 90^\circ \quad \text{y} \quad 0^\circ \leq \lambda < 360^\circ.$$

Adviértase que la longitud celeste se mide en sentido directo.

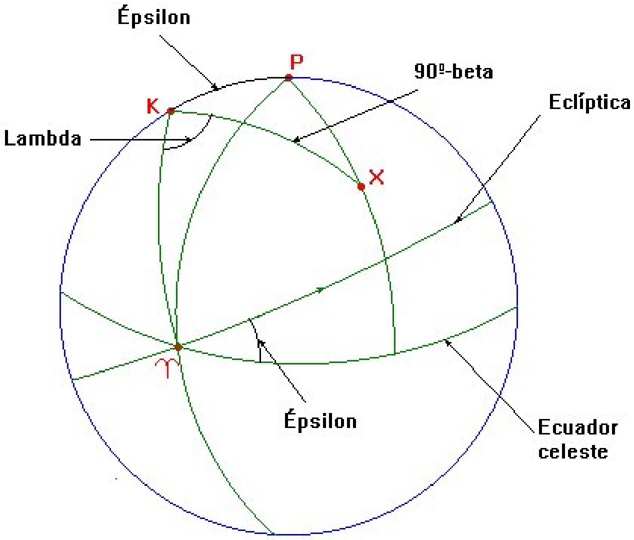


Figura IV.13

El Sol se mantiene todo el año con latitud celeste nula y, en el equinoccio del punto vernal, ocupa la longitud eclíptica 0°, la cual va aumentando alrededor de un grado diario. Los planetas del sistema solar, por regla general, describen órbitas contenidas en planos que forman ángulos pequeños con el de la eclíptica, razón por la cual también dibujan trayectorias aparentes por la esfera celeste no muy alejadas de la eclíptica. Casi todos giran con sentido directo, pero el propio movimiento de traslación de la Tierra provoca que unas veces se vean seguir el sentido directo y otras el retrógrado. De ahí la etimología de la palabra *planeta*, derivada del griego $\pi\lambda\alpha\nu\epsilon\tau\alpha\iota$ (planetai), que significa *errante* pues ellos no permanecen fijos a la esfera de las demás estrellas. Las constelaciones atravesadas por la eclíptica se denominan *zodiacales* y son las visitadas por los cinco planetas observables a simple vista. Con mayor concreción, el *zodiaco* es la franja de la esfera celeste comprendida entre las latitudes eclípticas $\pm 8^\circ$. El hecho de que hubiese siete cuerpos (el Sol, la Luna junto con los planetas Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno) que desafiaban la imperturbabilidad del decorado estelar realizando caprichosas evoluciones por el zodiaco es el origen de los signos zodiacales y de la astrología occidental, de la que estos apuntes, por supuesto, no tratará.

Lo que sí que nos interesa es establecer las reglas de transformación entre coordenadas ecuatoriales absolutas y coordenadas eclípticas. Para ello, considérese de nuevo la figura figura IV.13. El punto Υ sirve de origen de medidas tanto para la ascensión recta como para la longitud celeste. El astro X tiene ascensión recta $\alpha = \Upsilon PX$, declinación $\delta = 90° - PX$, longitud celeste $\lambda = \Upsilon KX$ y latitud celeste $\beta = 90° - KX$. Así, los lados del triángulo esférico KPX son $KP = \epsilon$, $PX = 90° - \delta$ y $KX = 90° - \beta$. Por otro lado, tanto ΥKP como ΥPK son ángulos esféricos rectos, de donde $PKX = 90° - \lambda$ y $KPX = 90° + \alpha$. Del triángulo KPX se conocen, por tanto, los tres lados y dos de sus ángulos, lo que permite resolverlo para encontrar las transformaciones buscadas. Por ejemplo, de sendas aplicaciones del teorema del coseno se obtiene

$$\cos KX = \cos\epsilon\cos PX + \operatorname{sen}\epsilon\operatorname{sen} PX\cos KPX \text{ y}$$

$$\cos PX = \cos\epsilon\cos KX + \operatorname{sen}\epsilon\operatorname{sen} KX\cos PKX,$$

de donde

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}\beta &= \cos\epsilon\operatorname{sen}\delta - \operatorname{sen}\epsilon\cos\delta\operatorname{sen}\alpha \text{ y} \\ \operatorname{sen}\delta &= \cos\epsilon\operatorname{sen}\beta + \operatorname{sen}\epsilon\cos\beta\operatorname{sen}\lambda \end{aligned}$$

son las relaciones que sirven para el cambio de coordenadas eclíticas-ecuatoriales absolutas.

No obstante, nos harán falta en el capítulo dedicado a las efemérides planetarias unas ecuaciones de transformación referidas a coordenadas cartesianas. Sea U el punto de la esfera celeste de ascención recta 6h y declinación $0°$, o sea, el punto situado sobre el ecuador celeste a $90°$ del punto vernal en sentido oeste. Se considera el sistema de coordenadas rectangulares con origen en el centro O de la esfera celeste y ejes coordenados $\overline{O\Upsilon}$, $\overline{OU}$ y $\overline{OP}$. Tomando como unidad de medida para las longitudes el radio de la esfera celeste, las coordenadas cartesianas (x, y, z) de un punto X sobre ella con ascensión recta

α y declinación δ vienen dadas por las ecuaciones

$$\begin{aligned} x &= \cos\delta\cos\alpha, \\ y &= \cos\delta\operatorname{sen}\alpha, \\ z &= \operatorname{sen}\delta, \end{aligned} \tag{IV-7}$$

las cuales no son sino un caso particular de la conversión de coordenadas esféricas a cartesianas para $r = 1$(véase §sección III-2).

Por otro lado, también se puede introducir otro sistema de coordenadas rectangulares con origen en O y ejes coordenados $\overline{O\Upsilon}$, $\overline{OV}$ y $\overline{OK}$, con V el punto de la eclíptica a $90°$ de Υ en sentido directo, esto es, el de latitud eclíptica nula y longitud eclíptica $90°$. Las coordenadas cartesianas (ξ, η, ζ) del mismo punto X son ahora

$$\begin{aligned} \xi &= \cos\beta\cos\lambda, \\ \eta &= \cos\beta\operatorname{sen}\lambda, \\ \zeta &= \operatorname{sen}\beta, \end{aligned} \tag{IV-8}$$

donde β y λ son la latitud y longitud eclípticas de X. Los dos sistemas de coordenadas rectangulares comparten el origen O y el eje $O\Upsilon$, luego la transformación entre las coordenadas (x, y, z) y las (ξ, η, ζ) no son más que un giro de ángulo $-\epsilon$ alrededor de este eje, cuya matriz es

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\epsilon & -\operatorname{sen}\epsilon \\ 0 & \operatorname{sen}\epsilon & \cos\epsilon. \end{pmatrix}$$

De ahí que

$$(\xi, \eta, \zeta) = (x, y, z)\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\epsilon & -\operatorname{sen}\epsilon \\ 0 & \operatorname{sen}\epsilon & \cos\epsilon, \end{pmatrix} \tag{IV-9}$$

y las ecuaciones

$$\begin{aligned} \xi &= x, \\ \eta &= y\cos\epsilon + z\operatorname{sen}\epsilon, \\ \zeta &= -y\operatorname{sen}\epsilon + z\cos\epsilon, \end{aligned} \tag{IV-10}$$

expresen, en términos de coordenadas cartesianas, el cambio de ecuatoriales absolutas a eclípticas. Multiplicando ambos miembros de (IV-9) por la matriz inversa del giro se obtiene el cambio recíproco

$$\begin{aligned} x &= \xi, \\ y &= \eta\cos\epsilon - \zeta\operatorname{sen}\epsilon, \\ z &= \eta\operatorname{sen}\epsilon + \zeta\cos\epsilon. \end{aligned} \tag{IV-11}$$

§5 Problemas propuestos

Problema 1. Determínense los puntos de la Tierra en los que acontecen las siguientes circunstancias:

a) Las alcantaradas coinciden con los paralelos de declinación.

b) No se ve ninguna estrella circumpolar.

c) El veintiuno de diciembre es el único día del año en el que no cantan los gallos.

d) La primera jornada del verano el Sol se refleja en el agua de los pozos profundos.

Problema 2. Hállense los acimutes de las ocho direcciones principales de la rosa de los vientos.

Problema 3. De un cometa espectacular se mide la posición de la cabeza a unos $40°$ de acimut este y $35°$ de altura sobre el horizonte. Su cola se difumina a $78°$ de acimut oeste y $50°$ de altura. ¿Cuál es la longitud angular de la cola?

Problema 4. Dense las coordenadas horarias de una estrella que se observa a $43°30'$ de acimut oeste y $10°45'$ de distancia cenital. ¿Cuáles serán las coordenadas de la misma estrella una hora de tiempo sidéreo más tarde?

Problema 5. Calcúlese la declinación mínima que ha de tener un astro para que, visto desde Málaga, sea circumpolar. Tómese $36°43'$ como latitud de la ciudad.

Problema 6. Dese la razón por la cual, en los equinoccios de primavera y otoño, el día dura lo mismo que la noche.

Problema 7. En la villa de Madrid, con latitud $40°25'$, ¿de cuántas horas de sol disfrutaremos el día que entra el verano? Resuélvase la misma cuestión para la primera jornada de invierno.

Problema 8. Un astro del que se sabe su declinación $\delta = 12°36'$ realiza el tránsito superior a una altura de $32°7'$ sobre el horizonte. ¿Cuál es la latitud del lugar? Si, además, es conocida su ascensión recta $\alpha = 4\text{h } 23\text{m}$ y el tránsito se produjo cuando el reloj de tiempo sidéreo de Greenwich marcaba las 7h 40m , concrétese el lugar de la Tierra donde se llevó a cabo la observación.